



**Молчанов Дмитрий Александрович** — доктор технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Автор более 150 публикаций по беспроводной связи, гетерогенным сетям, приложениям Интернета вещей, прикладной теории массового обслуживания. За свою карьеру провел более 50 полных курсов по беспроводным и проводным сетевым технологиям, системам P2P/IoT, сетевому моделированию, теории очередей и т.д. Сфера научных интересов: исследования и разработка систем 5G/5G+/6G, критически важные системы V2V/V2X и технологии блокчейн.



**Бегишев Вячеслав Олегович** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Автор более 50 научных публикаций по темам, связанным с областями изучения сетей беспроводной связи 5G, анализом качества обслуживания, оценкой производительности беспроводных сетей в диапазоне mmWave частот. В настоящее время участвует в совместных исследовательских проектах РУДН и Университета Тампере (Финляндия), занимаясь анализом производительности беспроводных сетей 5G/6G.



**Сопин Эдуард Сергеевич** — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Сфера научных интересов: анализ производительности современных беспроводных сетей 5G/6G и облачные/туманные вычисления.



**Самуйлов Андрей Константинович** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Сфера научных интересов: работа над анализом производительности различных технологий беспроводных сетей 5G/6G и оценкой производительности P2P-сетей.



**Гайдамака Юлия Васильевна** — доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН. Автор более 150 научных статей, соавтор двух монографий по мультипликативным решениям конечных марковских цепей и анализу производительности беспроводных гетерогенных сетей. Сфера научных интересов: анализ производительности сетей 5G+, теория массового обслуживания, математическое моделирование сетей связи, включая контроль доступа, управление радиоресурсами с использованием искусственного интеллекта.

# ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ РАДИОДОСТУПА 5G «НОВОЕ РАДИО»



Москва

Российский университет дружбы народов  
2021



**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ  
И АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ  
БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ  
РАДИОДОСТУПА 5G  
«НОВОЕ РАДИО»**

*Учебное пособие*

Москва  
Российский университет дружбы народов  
2021

УДК 621.391:621.296:004(075.8)  
ББК 32.884+22.18я73  
П71

Утверждено  
РИС Ученого совета  
Российского университета  
дружбы народов

Рецензенты:

заведующий кафедрой прикладной информатики и теории вероятностей РУДН  
доктор технических наук, профессор *К.Е. Самуйлов*;  
заведующий кафедрой сетей связи и систем коммутации МТУСИ  
доктор технических наук, профессор *С.Н. Степанов*

Авторы:

*Д.А. Молчанов, В.О. Бегишев,  
Э.С. Сопин, А.К. Самуйлов, Ю.В. Гайдамака*

**П71 Построение моделей и анализ производительности беспроводных сетей радиодоступа 5G «Новое Радио» :**  
учебное пособие / Д. А. Молчанов, В. О. Бегишев, Э. С. Сопин,  
А. К. Самуйлов, Ю. В. Гайдамака. – Москва : РУДН, 2021. –  
95 с. : ил.

В пособии представлен материал, направленный на формирование у обучающихся основных навыков математического моделирования механизмов повышения показателей обслуживания абонентов в сетях радиодоступа пятого поколения. Приводится общая методология построения и анализа моделей таких сетей, совмещающая в себе методы стохастической геометрии и теории массового обслуживания.

Издание предназначено для студентов первого курса магистратуры направления 02.04.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» в целях обеспечения как аудиторной, так и самостоятельной работы студентов по дисциплинам «Построение и анализ моделей беспроводных сетей 5G/6G», «Показатели эффективности беспроводных сетей 5G/6G».

ISBN 978-5-209-10899-3

© Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Сопин Э.С.,  
Самуйлов А.К., Гайдамака Ю.В., 2021  
© Российский университет  
дружбы народов, 2021

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	5
<b>Раздел 1. Особенности построения сетей радиодоступа 5G</b>	
<b>«Новое Радио»</b> .....	7
1.1. Сотовые сети пятого поколения .....	7
1.1.1. Общая характеристика сетей .....	7
1.1.2. Базовые услуги сетей .....	11
1.1.3. Спектр частот для сетей радиодоступа .....	13
1.2. Технология радиодоступа 5G «Новое Радио» .....	14
1.2.1. Организация беспроводного интерфейса .....	15
1.2.2. Дуплексная передача .....	17
1.2.3. Канальное кодирование .....	18
1.2.4. Планирование передач и каналы управления .....	18
1.2.5. Формирование луча .....	20
1.2.6. Доступ к сети .....	21
1.3. Сети доступа 5G «Новое Радио» в миллиметровом диапазоне .....	21
1.3.1. Потери распространения .....	21
1.3.2. Влияние погодных условий .....	23
1.3.3. Динамическая блокировка .....	24
<b>Раздел 2. Компоненты моделирования сетей 5G</b>	
<b>«Новое Радио»</b> .....	25
2.1. Модели распространения .....	25
2.1.1. Моделирование лучей .....	26
2.1.2. Эмпирические модели распространения .....	27
2.1.3. Кластерная модель распространения .....	28
2.2. Модели фазированных антенных решеток .....	29
2.2.1. Трехмерная модель .....	29
2.2.2. Упрощенная двухмерная модель .....	31
2.2.3. Связь с параметрами антенных решеток .....	32
2.2.4. Применение моделей антенн .....	35
2.3. Модели блокировки .....	35
2.3.1. Статический случай .....	36
2.3.2. Динамика пользователя .....	38
2.3.3. Динамика блокаторов .....	40
2.4. Методы стохастической геометрии .....	42

2.4.1. Преобразование случайных величин .....	42
2.4.2. Использование теоремы Кэмпбелла .....	44
2.4.3. Оценка распределения скорости пользователей .....	46
2.5. Модели параметров канала связи .....	48
2.5.1. Учет блокировки в моделях распространения .....	49
2.5.2. Оценка области покрытия точкой доступа .....	50
2.5.3. Функция распределения требований к ресурсам .....	51
2.5.4. Оценка интенсивности прерываний .....	54
2.5.6. Упрощенные модели интенсивности прерываний .....	56

### **Раздел 3. Ресурсные модели теории массового**

<b>обслуживания</b> .....	58
3.1. Общие принципы построения ресурсных моделей .....	58
3.2. Базовая ресурсная модель .....	60
3.2.1. Упрощенная система .....	64
3.2.2. Агрегирование потоков заявок .....	65
3.2.3. Алгоритм вычисления характеристик системы .....	67
3.3. Ресурсная модель с сигналами .....	68
3.3.1. Стационарные вероятности системы .....	69
3.3.2. Показатели эффективности системы .....	71
3.4. Резервирование ресурсов .....	73
3.4.1. Построение модели .....	73
3.4.2. Система уравнений равновесия .....	74
3.4.3. Показатели эффективности системы .....	75
3.5. Мультисвязность и резервирование ресурсов .....	76
3.5.1. Построение модели мультисвязности .....	76
3.5.2. Модель отдельного узла сети .....	79
3.5.3. Итерационный алгоритм расчета показателей эффективности системы .....	85
<b>Заключение</b> .....	87
<b>Список контрольных вопросов</b> .....	89
<b>Список сокращений</b> .....	91
<b>Литература</b> .....	94

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие «Построение моделей и анализ производительности беспроводных сетей радиодоступа 5G «Новое Радио», разработанное на основе материалов лекций и практических занятий для студентов магистратуры направления «02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии», требуется для обеспечения как аудиторной, так и самостоятельной работы студентов по дисциплинам «Построение и анализ моделей беспроводных сетей 5G/6G» и «Показатели эффективности беспроводных сетей 5G/6G» факультета физико-математических и естественных наук Российского университета дружбы народов.

Данные дисциплины относятся к вариативной части учебного плана дисциплины по выбору и представляют собой вид учебной работы, направленный на развитие практических навыков и умений, а также формирование компетенций по избранному направлению подготовки в процессе выполнения определенных видов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Пособие состоит из трех разделов. В первом разделе рассматриваются особенности сетей связи пятого поколения. Особое внимание уделяется роли и особенностям сети радиодоступа 5G NR (англ. New Radio, NR, «Новое Радио»), работающий в миллиметровом диапазоне частот. Первая часть второго раздела посвящена моделям компонентов системы радиодоступа. Во второй части раздела устанавливается связь между участком радиодоступа и характеристиками поступающих потоков заявок на базовые станции 5G NR. В третьем разделе, используя методы теории массового обслуживания, рассматриваются модели механизмов обслуживания заявок в сетях радиодоступа 5G NR.

Отличительной чертой данного пособия является предлагаемый подход к построению моделей характеристик обслуживания пользователей в сетях 5G NR, учитывающий как специфику беспроводных каналов связи, так и динамику процесса обслуживания трафика на базовых станциях. Это достигается за счет совмещения методов стохастической геометрии и теории массового обслуживания.

Следует отметить, что вследствие новизны тематики, рассматриваемой в данном учебном пособии, список рекомендуемой литературы представлен в виде основного и дополнительного списка. В последний вошла вспомогательная литература на английском языке.

Издание может быть полезно студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

# РАЗДЕЛ 1

## ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ СЕТЕЙ РАДИОДОСТУПА 5G «НОВОЕ РАДИО»

### 1.1. Сотовые сети пятого поколения

#### 1.1.1. *Общая характеристика сетей*

Задачей беспроводных сетей пятого поколения (англ. Fifth Generation, 5G) является удовлетворение все возрастающих потребностей в мобильной связи государств, предприятий, а также отдельных граждан. Предполагается, что 5G будет играть ключевую роль в превращении городов в «умные» города, что позволит гражданам в частности и обществу в целом, получать социально-экономические выгоды, которые дает передовая цифровая экономика.

5G обещает повысить качество обслуживания конечных пользователей, предлагая новые приложения и услуги с гигабитной скоростью передачи данных. 5G будет опираться на успехи мобильных сетей предыдущих поколений, которые изменили общество, предоставив новые услуги и новые бизнес-модели. Для операторов беспроводной связи появляется возможность не только предложить услуги связи, но и разрабатывать собственные новые решения и услуги для потребителей и промышленности в различных секторах экономики, и все это по доступной цене. Пятое поколение сетей – это реализация проводных и беспроводных конвергентных сетей, которая предлагает, в частности, возможности интеграции систем управления сетями.

Ожидается, что коммерческие сети радиодоступа 5G начнут эксплуатироваться после 2020 года, когда стандарты для сетей пятого поколения будут завершены. К 2025 году Ассоциация GSM (GSMA) прогнозирует, что количество соединений 5G достигнет 1,1 миллиарда, что составляет около 12 % от общего количества мобильных подключений, а общие доходы операторов вырастут в среднем на 2,5 %, достигнув 1,3 трлн дол. США к 2025 году.

Прогнозируется, что 5G значительно увеличит скорость передачи данных и уменьшит задержку (менее 1 мс на беспроводном



участке доступа) по сравнению с сетями предыдущих поколений. Такое требование к сетям подходит для критически важных служб, в которых данные чувствительны ко времени. 5G могут предоставлять широкий спектр высокоскоростных широкополосных услуг и предлагать альтернативу сетям доступа последней мили (last mile).

**Требования к характеристикам обслуживания.** В соответствии с рекомендацией МСЭ-Р М.2083 (рис. 1) пиковая скорость передачи данных в сетях радиодоступа 5G должна достигать 10 Гбит/с. Однако при определенных условиях требуется поддержка пиковой скорости до 20 Гбит/с. Для случаев эксплуатации сетей на больших площадях, например в городских и пригородных районах, скорость передачи данных для пользователя должна составлять до 100 Мбит/с. В зонах с экстремальными требованиями ожидаемая пользователем скорость передачи данных может достигать более высоких значений, например до 1 Гбит/с, внутри помещений.



**Рис. 1. Требования к сетям радиодоступа 5G**

Ожидается, что эффективность использования спектра частот будет в три раза выше по сравнению с сетями четвертого поколения 4G. Предполагается, что сети радиодоступа 5G будут предоставлять пространственную емкость, достигающую 10 Мбит/с/м<sup>2</sup> в зонах с высокими требованиями, например на городских площадях, в торговых центрах, стадионах и т.д. Потребление энергии сетями

стандарта подвижной связи 2020 (IMT-2020) не должно быть выше, чем у сетей четвертого поколения 4G. Следовательно, на этапе разработки эффективность энергопотребления как базовых станций (БС), так и абонентских устройств (АУ) должна быть повышена по крайней мере в такой же степени, как и в 4G.

Также необходимо обеспечить поддержку абонентов с высокой мобильностью, имеющую скорость движения до 500 км/ч, при этом требуемые параметры качества обслуживания не должны ухудшаться. Такие услуги предусмотрены, в частности, для скоростных поездов. Наконец, сети радиодоступа 5G должны будут поддерживать плотность абонентов до  $10^6/\text{км}^2$ , например, в сверхплотных сценариях межмашинного взаимодействия.

**Процесс стандартизации сетей радиодоступа.** Телекоммуникационное сообщество многое сделало для улучшения качества нашей жизни. Со времен разработки телеграфа средства связи непрерывно улучшали свои возможности и открывали новые горизонты для человека. Эту пользу оценили во всем мире и практически в каждом уголке существует своя телекоммуникационная инфраструктура, операторы и производители. В этой связи возникла необходимость разрабатывать единые правила для систем связи, так как отдельные телекоммуникационные сети так бы и могли остаться разрозненными или же их объединение предвещало бы очень сложный и дорогостоящий процесс. Поэтому в начале XIX века начали появляться отдельные стандартизирующие организации, занимающиеся разработкой единых норм и правил организации и взаимодействия средств связи.

Разработкой стандартов сетей радиодоступа 5G занимаются несколько международных организаций. Среди них присутствуют как официальные организации, занимающиеся подготовкой спецификаций системы в целом, так и специализированные отраслевые альянсы с узкой специализацией в той или иной области.

В настоящее время организации в международной системе стандартизации можно распределить по следующим группам.

- **Официальные международные организации стандартизации:**

- *Международная организация по стандартизации (англ. International Organization for Standardization, ISO).* Создана в 1946 г., включает в себя национальные организации стандартизации из

157 стран мира, в частности ANSI (США), Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (Россия), BSI (Великобритания), AFNOR (Франция) и др., обладает полномочиями для координирования на международном уровне разработки различных промышленных стандартов и принятия их в качестве международных стандартов;

– *Международный союз электросвязи, МСЭ (англ. International Telecommunication Union, ITU)*. Занимается стандартизацией международных средств связи и состоит из трех основных секторов:

1) сектор стандартизации телекоммуникаций (ITU-T) – занимается вопросами, связанными с телефонными системами и системами передачи данных;

2) сектор радиосвязи (ITU-R) – распределяет радиочастоты между конкурирующими компаниями, решает спорные вопросы в данной области;

3) сектор развития (ITU-D) – занимается вопросами стратегии и политики развития систем электросвязи.

• **Региональные организации стандартизации:**

– *Европейский институт стандартизации в области телекоммуникаций (англ. European Telecommunications Standards Institute, ETSI)*. Создан в 1988 г., отвечает за стандартизацию информационных и телекоммуникационных технологий в пределах Европы;

– *Центр сетевых информационных технологий Азиатско-Тихоокеанского региона (англ. Asia Pacific Network Information Centre, APNIC)*, отвечает за распределение сетевых ресурсов в Азиатско-Тихоокеанском регионе;

• **Национальные организации стандартизации:**

– *Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии (Россия)*;

– *Американский институт национальных стандартов (American National Standards Institute, ANSI)* и др.;

• **Некоммерческие промышленные консорциумы:**

– *Сообщество инженеров по электротехнике и электронике (англ. Institute of Electrical and Electronic Engineers, IEEE)*. Целью данной организации является продвижение теоретических

и прикладных достижений электротехнической и электронной индустрии;

– *Рабочая группа по проектированию интернет-технологий* (англ. *Internet Engineering Task Force, IETF*). IETF представляет собой сообщество разработчиков, операторов, изготовителей и исследователей в области сетевых технологий.

Стандартизация сетей радиодоступа 5G проводится консорциумом 3GPP (англ. 3rd Generation Partnership Project), который ответствен за определение и поддержку стандартов текущего и предшествующего поколений технологий мобильной связи. Работа по разработке стандартов в 3GPP организована в группах по техническим спецификациям, а именно: сети радиодоступа, аспекты обслуживания, базовая сеть и АУ. 3GPP использует поэтапный подход для определения стандартов, выделяют три стадии, ориентированные на определение услуг, архитектуру и подробные спецификации интерфейсов.

На сегодняшний день стандартизирующие организации отвечают не только за выпуск стандартов и регламентов. В их фокус внимания входят задачи поддержания открытого диалога между всеми участниками, в чьи области интересов входят телекоммуникации: производители оборудования, государственные органы, операторы, поставщики услуг и др. При этом необходимо учесть все постановления и требования законодательства в каждом государстве, а также проводить регулярные встречи, решать спорные вопросы. В последнее время наблюдается такая особенность, что задачей некоторых организаций является популяризация какой-либо технологии, т.е. целью служит донести преимущества новых разработок и выгоды от их использования.

### ***1.1.2. Базовые услуги сетей***

Заинтересованные стороны отрасли связи совместно с организациями, занимающимися стандартизацией сетей радиодоступа 5G, определили несколько потенциальных вариантов использования таких сетей. На основе проведенного анализа предложена поддержка трех, принципиально разных категорий услуг:

– расширенная услуга широкополосного доступа (англ. *Enhanced Mobile Broadband, eMBB*);

– услуга ультранадежной связи с низкой задержкой (англ. Ultra-Reliable Low-Latency Communications, URLLC);

– услуга сверхплотного межмашинного взаимодействия (англ. Massive Machine-Type Communications, mMTC).

Услуга eMBB направлена на удовлетворение потребностей пользователей в сверхвысокой скорости на абонентском участке доступа. К приложениям, требующим таких скоростей, можно отнести просмотр видео высокого разрешения, очки и шлемы дополненной и виртуальной реальности, скачивание данных с большим объемом. Услуга eMBB перенесет высокоскоростную мобильную широкополосную связь в зоны с высокой плотностью людей, позволит потребителям наслаждаться высокоскоростной потоковой передачей для домашних, экранных и мобильных устройств и подготовит вектор развития корпоративным услугам для организации совместной работы. Многие операторы связи рассматривают eMBB в качестве решения последней мили в тех районах, где отсутствуют проводные решения.

Критически важные показатели, такие как задержка и обеспечение безопасности в сетях 5G, будут играть важную роль в развитии интеллектуальных транспортных систем будущего, позволив техническим средствам передвижения связываться друг с другом, создавая новые возможности для внедрения беспилотных легковых и грузовых автомобилей. Например, беспилотное транспортное средство, управляемое через облачную автономную систему вождения, должно быть способно останавливаться, ускоряться или поворачивать, согласно получаемым инструкциям. Любая задержка передачи информации в сети или потеря сигнала от базовой станции может привести к катастрофическим последствиям. Низкая задержка предоставляет широкие возможности 5G для удаленной хирургии, автоматизации производства и контроля процессов в реальном времени.

Ожидается, что сети радиодоступа 5G также будут способствовать развитию «умных» городов и Интернета вещей (англ. Internet of Things, IoT) путем развертывания сенсорных сетей в городах и сельской местности. Безопасность и надежность, встроенные в сети радиодоступа 5G, сделают его пригодным для обеспечения общественной безопасности, а также для использования в критически

важных службах: полиция, службы безопасности, энергетика, водоснабжение и здравоохранение.

Спектр услуг, предоставляемый сетями радиодоступа 5G, не ограничивается eMBB, URLLC и mMTC. Скорее они определяют типичные приложения с конкретными требованиями характеристик обслуживания. Такие виды услуг, которые будут поддерживаться в сетях радиодоступа 5G, удобно изобразить в виде треугольной диаграммы (рис. 2).

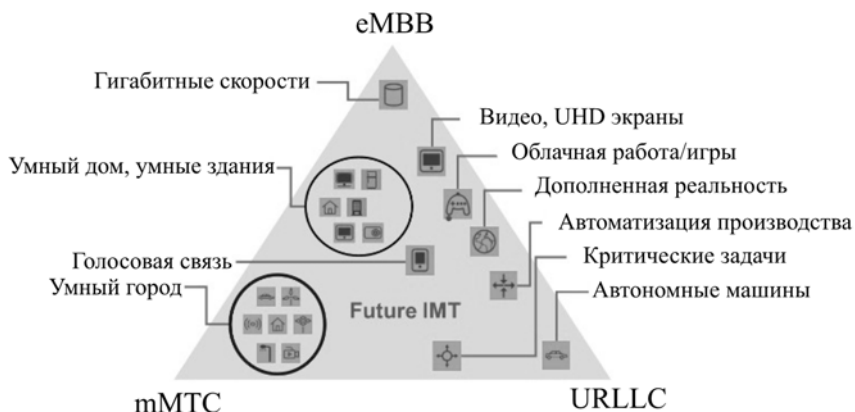


Рис. 2. Диаграмма услуг и приложений сетей радиодоступа 5G

Грани треугольника определяют фиксированные требования к скорости доступа, надежности передачи и задержке. Как внутри треугольника, так и на его гранях располагаются приложения, обладающие теми или иными наборами требований.

### ***1.1.3. Спектр частот для сетей радиодоступа***

Для удовлетворения требований по пространственной емкости сетей радиодоступа 5G (рис. 1) потребуется более широкий спектр частот по сравнению с сетями 4G. Предприняты согласованные усилия по гармонизации спектра 5G. Основная часть задачи определения используемого спектра для сетей радиодоступа 5G решается МСЭ-Р. Принимая во внимание, что реализация узконаправленных антенн становится более доступной на более высоких частотах, МСЭ-Р исследует техническую реализацию будущего спектра 5G

на частотах выше 24 ГГц и до 86 ГГц. Полосы ниже и выше 6 ГГц могут применяться в качестве дополнительного спектра.

Варианты использования 5G потенциально могут быть удовлетворены различными частотами спектра. Например, приложения с малой задержкой и малой дальностью (подходящие для густонаселенных городских районов), вероятно, будут использовать миллиметровый диапазон частот (выше 24 ГГц). Приложения большой дальности с низкой пропускной способностью (более подходящие для сельской местности) будут использовать сети доступа, работающие на частотах ниже 1 ГГц. В то же время более низкие частоты имеют лучшие характеристики распространения сигнала и, как следствие, характеризуются лучшим покрытием, более высокие частоты предоставляют большую емкость.

Многослойный подход является одной из возможных вариантов развертывания сетей радиодоступа 5G. В таком подходе различают три зоны: зона покрытия, зона покрытия и емкости и зона емкости сети. Первая зона использует спектр ниже 2 ГГц (например, 700 МГц), обеспечивая большой охват покрытия и проникновения сигнала связи внутрь помещений. Вторая зона реализуется в диапазоне частот 2–6 ГГц (например, 3,5 ГГц) для обеспечения наилучшего взаимодействия между пропускной способностью и покрытием сети. Наконец, третья зона использует спектр выше 6 ГГц (например, 28 ГГц) для обеспечения чрезвычайно высоких скоростей передачи данных.

## **1.2. Технология радиодоступа 5G «Новое Радио»**

Далее представлен обзор технических компонентов и возможностей радиointерфейса NR, который в настоящее время разрабатывается консорциумом 3GPP. Предполагается, что именно NR обеспечит новые варианты использования, требующие дальнейшего повышения скорости передачи данных, уменьшения задержки, увеличения покрытия сети и повышения надежности обслуживания. Ключевые компоненты для достижения этих целей включают гибкую структуру кадров физического уровня, структуру кадров с оптимизированной задержкой, использование антенных решеток, а также гибкое взаимодействие между сетями доступа, работающих в высокочастотном и низкочастотном спектре.

### **1.2.1. Организация беспроводного интерфейса**

Аналогично LTE (англ. Long Term Evolution) сеть радиодоступа NR основана на методе ортогонального частотного разделения каналов с мультиплексированием (англ. Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM) с возможностью предварительного кодирования дискретным преобразованием Фурье (англ. Discrete Fourier Transform, DFT) для повышения эффективности усиления в направлении передачи. NR поддерживает гибкую структуру беспроводного интерфейса с разнесением поднесущих в диапазоне от 15 до 240 кГц с пропорциональным изменением длительности циклического префикса. Малое разнесение поднесущих позволяет использовать относительно длинный циклический префикс при разумных накладных расходах.

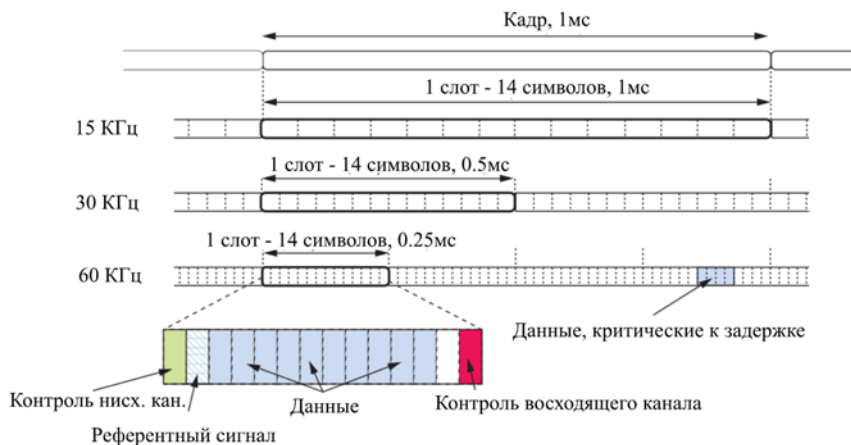
Хотя спецификация физического уровня NR не зависит от полосы частот, не все поддерживаемые структуры беспроводного интерфейса актуальны для всех полос частот NR. Для полосы частот 0,45–6 ГГц доступное разделение поднесущих составляет 15 МГц, 30 МГц и 60 МГц, тогда как максимальный размер канала, соответствующий этим поднесущим, 50, 100 и 200 МГц. Минимальный и максимальный размеры каналов для полосы частот 24–72 ГГц составляет 100, 200 и 400 МГц, что позволяет использовать разнесение несущих в 60 и 120 кГц для реализации 3300 поднесущих. В тех случаях, когда необходимо поддерживать еще большую полосу пропускания, можно использовать функцию агрегации несущих. В настоящее время для NR не определен спектр частот между 6 и 24 ГГц, но требования могут быть представлены на более поздней стадии разработки стандарта, если такой спектр станет доступным.

Не все устройства NR должны поддерживать полную полосу пропускания, что значительно влияет на организацию, например, каналов управления. Кроме того, NR позволяет адаптировать ширину полосы канала на стороне АУ для снижения энергопотребления устройства. Следовательно, NR определяет полосы частот (англ. Bandwidth Parts, BP) для АУ. Если АУ способно к одновременному приему нескольких BP, то существует возможность на од-



ной несущей смешивать передачи разных структур кадра для одного АУ. Отметим, что в версии 15 стандартов 3GPP определяется поддержка только одной ВР на приемнике.

Структура кадра NR показана на рис. 3. Радиокадр длиной 10 мс делится на десять подкадров, длительность каждого из которых 1 мс. Подкадр, в свою очередь, делится на интервалы, состоящие из 14 символов OFDM. Таким образом, длительность интервала в миллисекундах зависит от выбранной структуры кадра. Для разнесения поднесущих 15 кГц интервал NR имеет ту же структуру, что и подкадр LTE. Поскольку временной интервал определяется как фиксированное количество символов OFDM, большие интервалы разделения поднесущих приводит к более короткой длительности интервала. Это свойство могло быть использовано для реализации передач с уменьшенной задержкой, но, поскольку циклический префикс также уменьшается при увеличении разнесения поднесущих, что является невозможным.



**Рис. 3. Структура кадра технологии радиодоступа NR**

В результате NR поддерживает более эффективный подход к уменьшению задержки передачи, вводя дополнительную грануляцию, называемую «мини-интервалом» передачи. Такие передачи могут прерывать уже запланированные соединения с другими устройствами, если возникнет срочная необходимость отправить

данные, требующие очень низкой задержки. Данная функциональная возможность используется для поддержки услуги URLLC.

Возможность инициировать передачу данных полезна не только на границах интервалов, но и при работе в нелицензированном спектре. В этих условиях, прежде чем начать отправку данных, необходимо удостовериться, чтобы радиоканал был доступным. Это реализуется с помощью процедуры сканирования эфира перед передачей (англ. Listen Before Talk, LBT). Как только канал окажется доступным, необходимо немедленно начать процедуру отправки данных, а не ждать начала интервала, чтобы избежать ситуации, когда другой передатчик инициирует соединение.

Работа в области миллиметрового диапазона частот является еще одним примером эффективного использования мини-слотов, поскольку доступная ширина полосы очень велика, и даже нескольких символов OFDM может быть достаточно для завершения передачи. Это особенно полезно в сочетании с процедурой аналогового формирования луча, когда передачи на множество устройств могут быть мультиплексированы только во временной области.

Поддержка сверхнизкой задержки на беспроводном интерфейсе является важной частью NR, которая влияет на многие решения. Одним из примеров являются передачи с фронтальной загрузкой. Имея опорные сигналы и управляющую сигнализацию нисходящего канала, в котором имеется информация о планировании и начале передачи, АУ может немедленно начать обработку принятых данных без предварительной буферизации. Это позволяет минимизировать задержку декодирования.

### ***1.2.2. Дуплексная передача***

Дуплексная схема связи обычно определяется доступным для оператора спектром частот. Для низких частотных диапазонов используется частотное разделение исходящего и восходящего каналов (англ. Frequency-Division Duplexing, FDD). На высоких частотах, например в миллиметровом диапазоне, рекомендуется использовать непарные значения спектра, что требует временного разделения исходящего и восходящего каналов (англ. Time Division Duplex, TDD).

NR, подобно LTE, будет поддерживать оба метода дуплексной передачи. Однако NR поддерживает динамическое выделение временных интервалов, в отличие от LTE, где назначение временных интервалов в схеме TDD не изменяется со временем. В динамическом TDD временной интервал (или его части) могут быть выделены либо для восходящего канала связи, либо для нисходящего в соответствии с решением планировщика. Это позволяет эффективно обрабатывать быстрые изменения трафика, которые особенно заметны при плотном развертывании с относительно небольшим числом пользователей на базовую станцию. Предусматривается также возможность статического конфигурирования направления передачи некоторых из слотов. Эта возможность может позволить снизить потребление энергии АУ, поскольку нет необходимости отслеживать управление нисходящего канала в слотах, которые заранее зарезервированы для передачи.

### ***1.2.3. Канальное кодирование***

Канальное кодирование для передачи данных NR основано на кодах проверки четности с малой плотностью (англ. Low Density Parity Check, LDPC). Коды LDPC привлекательны с точки зрения реализации, особенно при скоростях передачи данных в несколько гигабит в секунду. Также используется система гибридного автоматического переспроса (англ. Hybrid Automatic Repeat Request, HARQ) с использованием наращивания избыточности, где БС повторно передает ошибочно принятые данные, и устройство объединяет полезную информацию из нескольких попыток передачи.

Для каналов управления физического уровня, для которых информационные блоки малы по сравнению с передачей данных, HARQ не используется. Для таких передач были выбраны полярные коды. Дополнительно для контрольных каналов могут использоваться коды Рида–Мюллера.

### ***1.2.4. Планирование передач и каналы управления***

Процесс планирования передач в NR очень схож с тем, который реализован в LTE. Каждое АУ контролирует несколько физических каналов управления нисходящего канала связи (англ.

Physical Downlink Control Channel, PDCCH), как правило, один раз на слот, хотя можно настроить и более частый мониторинг для поддержки трафика, требующего очень низкой задержки. После обнаружения PDCCH АУ подчиняется решению планировщика и принимает (или передает) одну единицу данных, известную как транспортный блок в NR. PDCCH передаются в одном или нескольких наборах ресурсов управления, каждый из которых имеет длину от одного до трех символов OFDM.

После приема данных по нисходящей линии связи устройство посылает подтверждение передачи, используя протокол HARQ, указывающий на успешность выполнения процедуры. Учитывая очень высокие скорости передачи данных, поддерживаемые NR, размер транспортного блока может быть очень большим. Повторная передача всего транспортного блока в этом случае может стать неэффективной. Поэтому NR поддерживает повторные передачи с более высокой степенью детализации, известной как группа кодовых блоков (англ. Code Block Group, CBG). Критически важная передача может использовать только один или несколько символов OFDM и, следовательно, вызывать сильные помехи другим устройствам. В этом случае достаточно повторной передачи только той части данных, которые были получены от CBG, и нет необходимости затрагивать весь блок данных.

Подтверждение передачи по протоколу HARQ, а также информация о состоянии канала для работы с антенными решетками и запрос на планирование передачи осуществляются с использованием физического канала управления PUCCH (англ. Physical Uplink Control Channel). Существует несколько различных форматов PUCCH в зависимости от объема информации и продолжительности передачи. Короткий PUCCH передается в одном или двух символах временного интервала и может моментально предоставить обратную связь. Для сравнения в LTE задержка занимает 3 мс. Для ситуаций, когда длительность короткого PUCCH слишком мала, чтобы обеспечить достаточное покрытие соты, существует также возможность использования более длинных PUCCH.

### **1.2.5. Формирование луча**

Поддержка большого числа активных антенных элементов как для передачи, так и для приема является ключевой особенностью NR. На высоких частотах антенные решетки в основном используются для формирования луча и, как следствие, увеличения покрытия соты, в то время как на более низких частотах они обеспечивают функции пространственного разнесения передачи для снижения интерференции, а также могут быть использованы для осуществления одновременного обслуживания нескольких АУ. Каналы NR, включая те, которые используются для управления и синхронизации, разработаны с учетом возможности использования направленных передач. Информация о состоянии канала (англ. Channel State Information, CSI) для конфигурации антенных решеток может быть получена на основе передачи опорных сигналов CSI в нисходящем канале связи.

NR поддерживает аналоговое формирование луча в дополнение к цифровому методу. В соответствии с этим луч может формироваться после цифро-аналогового преобразования, что необходимо с точки зрения реализации, по крайней мере, на начальном этапе. Аналоговое формирование луча приводит к тому, что приемный или передающий луч может быть сформирован только в одном направлении в данный момент времени и требует дополнительной развертки луча, когда один и тот же сигнал повторяется в нескольких символах OFDM, но в разных передающих лучах.

В документации стандарта NR определены процедуры управления лучом и протоколы сигнализации. Каждый луч идентифицирован таким образом, чтобы помочь АУ в выборе приемного луча (в случае аналогового формирования приемного луча), который будет использоваться для управления и приема данных. Для большого числа антенн лучи являются узкими, и они могут быть легко потеряны при изменении местоположения АУ. В стандартах NR также определяют процедуру восстановления луча, инициированную абонентским устройством (АУ). Более того, так как каждая сотовая ячейка может иметь несколько БС, каждая со своими лучами, процедуры управления обеспечивают прозрачную для АУ мобильность для бесшовной передачи вызова между лучами разных БС.

### **1.2.6. Доступ к сети**

Метод доступа к сети NR в целом аналогичен LTE и предусматривает четырехэтапную процедуру случайного доступа. Однако существуют принципиальные отличия, указанные далее.

В LTE логические сигнальные каналы случайного доступа расположены в центре несущей и повторяются каждые 5 мс. Таким образом, останавливаясь на каждой несущей частоте в течение по меньшей мере 5 мс, устройство гарантированно услышит логический канал случайного доступа. Таким образом, АУ должно прослушивать все возможные несущие частоты. В NR блок синхронизации передается один раз каждые 20 мс. Из-за более длительного периода между последовательными блоками синхронизации АУ прослушивающие несущие NR должны задерживаться на каждой возможной частоте в течение более длительного времени. Чтобы уменьшить общее время поиска, NR использует случайное положение блока синхронизации. Последнее позволяет значительно снизить задержку доступа.

## **1.3. Сети доступа 5G «Новое Радио» в миллиметровом диапазоне**

В настоящее время спектр миллиметрового диапазона частот не используется системами сотовой связи. Причина заключается в специфических особенностях распространения радиоволн, включая высокие потери распространения, атмосферного и дождевого поглощения, низкой дифракции вокруг препятствий, более высокого рассеяния из-за повышенной шероховатости материалов, больших потерь при проникновении через объекты и, кроме того, из-за сильного фазового шума.

### **1.3.1. Потери распространения**

Согласно стандартной модели распространения Фрииса, увеличение частоты ведет к значительному росту потерь распространения. Однако при одинаковом размере физической апертуры передающая и приемная антенны на более высоких частотах излучают и принимают больше энергии, используя более высокие

диаграммы направленности. Например, рост рабочей частоты значительно увеличивает потери распространения. Тем не менее если апертура антенны поддерживается постоянной на приемнике или передатчике по мере увеличения частоты, тогда потери в свободном пространстве остаются неизменными. Если же апертуры и передающей, и приемной антенн являются постоянными, то потери в свободном пространстве уменьшаются с ростом частоты. На практике можно поддерживать одинаковую эффективность апертуры антенны с помощью антенных решеток как на передающей, так и на приемной стороне.

Влияние количества антенных элементов БС на отношение сигнала к шуму (ОСШ), как функции от дистанции, проиллюстрировано на рис. 4 для излучаемой мощности  $P_T = 23$  дБм, где  $N_V$  и  $N_H$  – количество антенных элементов в горизонтальной и вертикальной плоскости. Отметим, что использование антенных решеток позволяет значительно увеличить потенциальную зону обслуживания. На сегодняшний день существуют практические реализации антенных решеток, в которых количество элементов превышает 512.

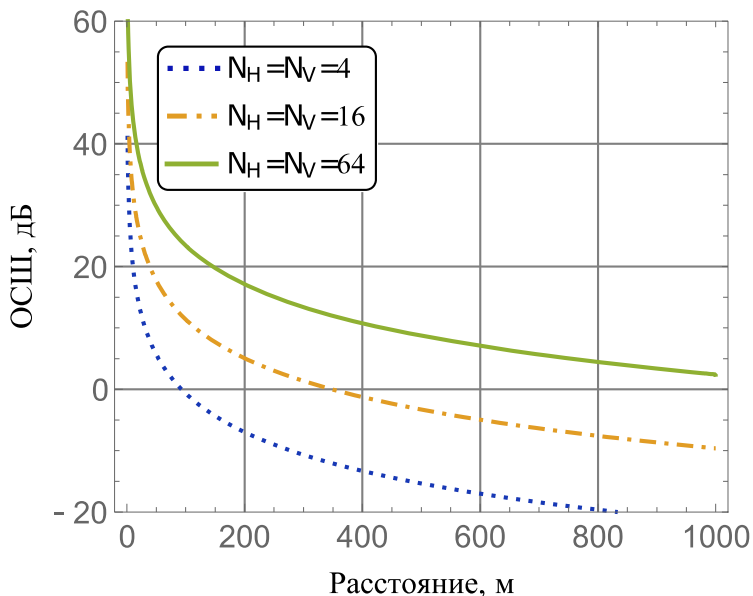


Рис. 4. ОСШ как функция количества антенных элементов

### 1.3.2. Влияние погодных условий

Обратим внимание, что наиболее существенное влияние на качество сигнала оказывает листва, и тогда величина падения сигнала достигает 2 дБ/м. Нарушения, вызванные сильным снегом, туманом и облаками, довольно незначительны (менее 1 дБ/км) для реальных расстояний взаимодействия с БС. Дождь обычно характеризуется дополнительным затуханием около 10 дБ/км, что может серьезно повлиять на характеристики канала связи.

**Атмосферное поглощение.** Атмосферное поглощение вносит дополнительные потери при распространении миллиметровых радиоволн. Основными компонентами, относящимися к поглощению в рассматриваемом диапазоне частот, являются кислород и пары воды. График поглощения показан на рис. 5.

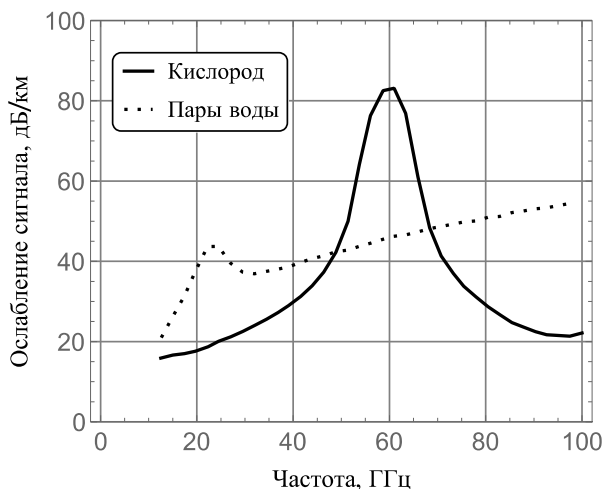


Рис. 5. Поглощение миллиметровых волн в атмосфере

Особо следует отметить поглощение кислородом, которое достигает максимальных значений на частоте 60 ГГц. Однако в целом поглощение не существенно как для связи внутри помещений, так и для предполагаемых развертываний в городских сотовых сетях, где расстояние между БС составляет порядка 200 м. В этом случае поглощение фактически выгодно, так как позволяет уменьшать помехи от соседних БС.



### 1.3.3. Динамическая блокировка

Так как миллиметровые волны характеризуются меньшей дифракцией, блокировка прямой видимости между БС и АУ ведет к гораздо большим потерям мощности по сравнению с сетями доступа, работающими на частотах ниже 3–6 ГГц.

В частности, динамическая блокировка вносит дополнительные потери порядка 15–40 дБ. Иллюстрация процесса динамической блокировки телом человека на частоте 60 ГГц показана на рис. 6. Нетрудно заметить, что ухудшение сигнала происходит достаточно резко, занимая около 20–100 мс. Длительность же блокировки зависит от плотности динамических блокаторов и их скорости и может составлять от 100 мс и выше.

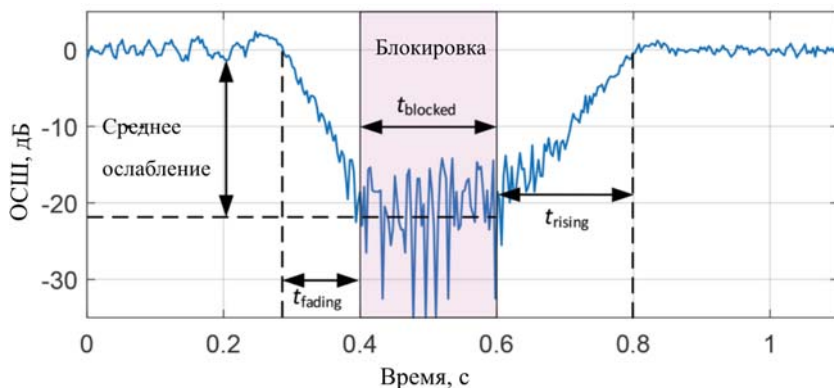


Рис. 6. Временная диаграмма блокировки

Отметим, что при наличии блокировки прямой видимости использование отраженных путей распространения сигнала может не предоставлять лучших условий распространения. Отражение от шершавых поверхностей, например бетона или кирпича, может ослаблять сигналы миллиметрового диапазона на 40–80 дБ.

В следующем разделе рассмотрим основные параметры каналов связи, которые учитываются при моделировании сетей 5G «Новое Радио».

## РАЗДЕЛ 2 КОМПОНЕНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЕЙ 5G «НОВОЕ РАДИО»

В этом разделе рассматриваются модели компонентов сетей связи пятого поколения, работающих в миллиметровом диапазоне частот. Далее предлагается методика абстракции параметров канала связи, которая используется в следующем разделе для параметризации систем массового обслуживания (СМО), моделирующих процесс обслуживания абонентского трафика в рассматриваемых сетях связи.

### 2.1. Модели распространения

Полную информацию о распространении электромагнитной волны в пространстве можно получить, решая уравнения Максвелла с соответствующими граничными условиями. Однако такой метод на практике не применим вследствие сложности среды распространения. Тем не менее анализ и планирование сетей сотовой связи требуют понимания основных характеристик принимаемого сигнала на некотором расстоянии от БС. Таким образом, цель упрощенного моделирования распространения электромагнитных волн состоит в том, чтобы получить оценку уровня сигнала, когда заданы некоторые обобщенные параметры системы, такие как частота, базовые характеристики местности, высота передающей и принимающей антенн и т.д.

В общем виде ОСШ на приемнике может быть записан следующим образом:

$$S(x) = \frac{P_T G_A G_U}{BN_0 L(x) C_L M_I M_S}, \quad (1)$$

где  $B$  – полоса пропускания,  $P_T$  – излучаемая мощность,  $G_A$  и  $G_U$  – усиление антенн на приеме и передаче,  $L(x)$  – потери при распространении сигнала на расстоянии  $x$ ,  $N_0$  – тепловой шум,  $C_L$  – потери сигнала на передатчике,  $M_I$  – помеха,  $M_S$  – замирания канала, вызываемые статичными объектами (например, здания) в канале связи.

Проанализировав выражение (1), отметим, что компонент  $N_0$  является константой, равной  $-174$  дБм/Гц. Коэффициент  $C_L$  является константой и зависит от технологии производства передатчика. В общем случае  $M_S$  и  $L(x)$  моделируются случайными величинами и зависят от месторасположения, на котором развертывается система.  $M_I$  определена как функция плотности абонентов и NR БС и также часто моделируется случайной величиной.  $G_A$  и  $G_U$  имеют зависимость от типа антенной решетки, количества антенных элементов и направлений передатчика и приемника относительно друга.

### **2.1.1. Моделирование лучей**

Распространение радиоволн миллиметрового диапазона частот в условиях городской застройки имеет принципиальные отличия от тех частот, на которых работают современные системы связи четвертого поколения. Причина заключается в длине волны (1 мм для частоты 30 ГГц). Так, например, шероховатости бетонных поверхностей зданий представляют значительные проблемы для радиосвязи в миллиметровом диапазоне частот. Так как размеры таких объектов сопоставимы с длиной волны, вместо отражения происходит диффузионное рассеивание, что значительно ослабляет уровень сигнала. Рассеяние также происходит при прохождении радиоволны через кроны деревьев.

Учитывая указанные свойства распространения, можно заметить, что распространение волн миллиметрового диапазона частот сильно зависит не только от геометрии изучаемой среды. В настоящее время для построения высокоточных моделей распространения в специфических условиях используются модели на основе трассировки лучей. Метод трассировки лучей основан на методах оптики и позволяет решить уравнения Максвелла имитационным путем. Этот метод является общим инструментом моделирования распространения, который обеспечивает оценки потерь распространения, азимута прихода луча (англ. Angle of Arrival, AoA), азимута исхода луча (англ. Angle of Departure, AoD) и задержек сигнала. В отличие от теоретических и эмпирических моделей метод трассировки лучей не позволяет получить простые выражения для расчета потерь распространения.

### 2.1.2. Эмпирические модели распространения

Модели, основанные на трассировке лучей, не позволяют получить простых выражений для потерь распространения как функции от расстояния между передатчиком и приемником. Это свойство не позволяет использовать их для математического анализа развертывания беспроводных сетей радиодоступа 5G NR. Однако такие модели, совместно с измерениями распространения радиоволн, позволяют формулировать модели на основе эмпирического подхода.

Построение эмпирических моделей основано на поиске функции, аппроксимирующей измерения, проведенные в некоторой исследуемой области. Применение таких моделей обосновывается схожестью геометрии рассматриваемой области, в которой были проведены измерения. Эталонным подходом считается уточнение коэффициентов теоретической модели распространения Фрииса, которая определяется следующим образом:

$$L_{dB}(x) = 32,5 + 20 \log_{10}(x) + 20 \log_{10}(f_c), \quad (2)$$

где  $x$  – расстояние между передатчиком и приемником в километрах,  $f_c$  – несущая частота в МГц.

Стандарт 3GPP TR 38.901 определяет несколько эмпирических моделей для волн миллиметрового диапазона частот. Основное отличие между моделями заключается в рассматриваемом сценарии моделирования. В прикладных исследованиях чаще всего используют модель городского каньона (англ. Canyon-Street Urban Micro, UMi), которая представлена следующим выражением:

$$L_{dB}(x) = 32,4 + 21,0 \log_{10}(x) + 20 \log_{10}(f_c) \quad (3)$$

и которая практически совпадает с моделью Фрииса.

Модель в виде (3) предоставляет усредненное значение потерь распространения на некотором расстоянии от передатчика и не учитывает дополнительных эффектов, таких как замирание, блокировка и т.д. Также отметим, что в математических исследованиях беспроводных сетей доступа часто используют модель, выражающую потери распространения в линейной шкале:

$$L(x) = Ax^{-\gamma}, \quad (4)$$

где коэффициенты  $A$  и  $\gamma$  выражаются как

$$A = 10^{-2 \log_{10} f_c + 3,24}, \quad \gamma = 2,1. \quad (5)$$

### **2.1.3. Кластерная модель распространения**

Сети радиодоступа 5G NR, работающие в миллиметровом диапазоне частот, будут использовать высокую направленность антенн как на передающей, так и на принимающей сторонах. Для установки связи такие системы должны использовать алгоритмы поиска луча. Для этих алгоритмов важны не только средние значения потерь распространения, но и количество путей распространения между рассматриваемыми устройствами и их дополнительные характеристики.

Стандарт 3GPP TR 38.901 определяет более сложную эмпирическую модель распространения, так называемую трехмерную кластерную модель. Согласно этой модели, принимаемая общая мощность состоит из мощностей, поступающих от некоторого количества путей распространения (так называемых кластеров), которые включают в себя путь прямой видимости (англ. Line of Sight, LoS). Эта модель связывает среду распространения сигнала со следующими параметрами: *а*) зенитом прихода/исхода луча пути распространения на приемнике и передатчике соответственно (англ. Zenith of Arrival, ZoA; Zenith of Departure, ZoD), *б*) азимутом прихода/исхода луча пути распространения на приемнике и передатчике соответственно (AoA/AoD), *в*) задержкой распространения каждого пути и *г*) долей мощности, вносимой каждым путем в общую мощность.

Построение трехмерной кластерной модели включает в себя сложные функции случайных величин, что усложняет ее использование для анализа и планирования сетей радиодоступа 5G NR. Однако известны следующие взаимосвязи: *а*) ZoA  $\theta_i(x)$  пути  $i$ ,  $i = 2, 3, \dots, N$ , может быть аппроксимирован распределением Лапласа со средним значением, совпадающим с AoA и ZoA, углами пути прямой видимости и постоянной дисперсией, *б*) мощность  $i$ -го пути подчиняется логнормальному распределению:

$$f_{\theta_i}(y;x) = \frac{1}{2b_i(x)} e^{-\frac{|y-a_i(x)|}{b_i(x)}}, \quad i = 2, 3, \dots, \quad (6)$$

$$f_{P_{s,i}}(y;x) = \frac{1}{yd_i\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln y - c_i)^2}{2d_i^2}}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

где  $a_i(x)$ ,  $b_i(x)$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ ,  $i = 2, 3, \dots, N$  – параметры распределения. Кроме того, известно что  $a_i(x)$  не зависит от рассматриваемого пути  $i$ , но зависит от расстояния между передатчиком и приемником  $x$ . Среднее значение ZoA для всех путей совпадает с постоянным значением ZoA пути прямой видимости. В свою очередь,  $a_i(x)$ ,  $b_i(x)$  и  $c_i(x)$  не зависят от расстояния и зависят только от номера пути распространения.

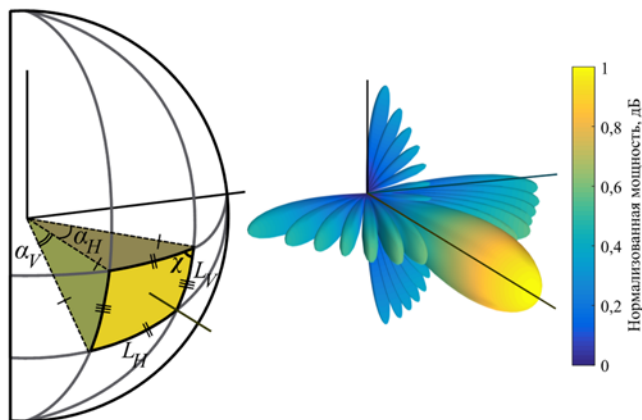
## 2.2. Модели фазированных антенных решеток

Возвращаясь к выражению (1), определяющему ОСШ, заметим, что неизвестными в нем являются также усиления антенн на передающей и принимающей сторонах. Для компенсации высоких потерь распространения в миллиметровых сетях радиодоступа 5G NR будут использованы фазированные антенные решетки (ФАР) с большим усилением в обоих направлениях. Далее в этом разделе рассмотрим модели ФАР, которые позволяют определять усиления передающей и принимающей антенн, как функцию количества антенных элементов, и соответствующий им угол луча основного лепестка антенны.

### 2.2.1. Трехмерная модель

Рассмотрим модель антенны, в которой диаграммы направленности как в направлении передачи, так и в направлении приема имеют одинаковую форму, но различные вертикальные и горизонтальные направленности. Предположим, что основной лепесток антенны можно представить пирамидальной зоной, которая определяется вертикальными и горизонтальными углами,  $\alpha_V$  и  $\alpha_H$  (рис. 7). Эта модель является теоретической абстракцией диаграмм

направленности. Предположим, что имеется некоторое постоянное усиление основного лепестка антенны как в направлении приема, так и в направлении передачи. Хотя модель не учитывает потери мощности на боковые и задний лепестки, этот эффект может быть введен в применение при помощи коэффициента распределения мощности.



**Рис. 7. Трехмерная модель диаграммы направленности**

Для того чтобы определить коэффициент усиления антенны  $G$ , соответствующий значениям  $\alpha_V$  и  $\alpha_H$ , заметим, что площадь поверхности волнового фронта равна площади сферического прямоугольника, показанного на рис. 7. Используя сферический закон косинусов, представим  $\cos \chi$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \cos \chi &= \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{L_H}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{L_H}{2}\right)\cos(L_V)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{L_H}{2}\right)\sin(L_V)} = \\ &= \frac{\sin\left(\frac{L_H}{2}\right)}{\cos\left(\frac{L_H}{2}\right)} \frac{1 - \cos(L_V)}{\sin(L_V)} = \tan\left(\frac{L_H}{2}\right)\tan\left(\frac{L_V}{2}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Рассмотрев сферический прямоугольник на рис. 7, отметим, что:

$$\cos\left(\rho - \frac{\pi}{2}\right) = \tan\left(\frac{L_H}{2}\right) \tan\left(\frac{L_V}{2}\right), \quad (8)$$

где  $L_H$  и  $L_V$  – сферические геодезические линии.

Сферические геодезические линии  $L_H$  и  $L_V$  соответствуют углам направленности  $\alpha_H$  и  $\alpha_V$ . Следовательно, площадь сферического прямоугольника можно выразить как

$$S_A = 4 \arcsin\left(\tan \frac{\alpha_V}{2} \tan \frac{\alpha_H}{2}\right). \quad (9)$$

Используя модель распространения в линейной шкале в виде  $P_R = Ar^{-\zeta}$ , где  $\zeta$  и  $A$  – параметры, зависящие от частоты (см. выражения (4) и (5)), коэффициент усиления антенны  $G$ , соответствующий углам  $\alpha_V$  и  $\alpha_H$ , выражается следующим образом:

$$G(\alpha_V, \alpha_H) = \frac{4\pi}{S_A} = \frac{\pi}{\arcsin\left(\tan \frac{\alpha_V}{2} \tan \frac{\alpha_H}{2}\right)}. \quad (10)$$

### **2.2.2. Упрощенная двумерная модель**

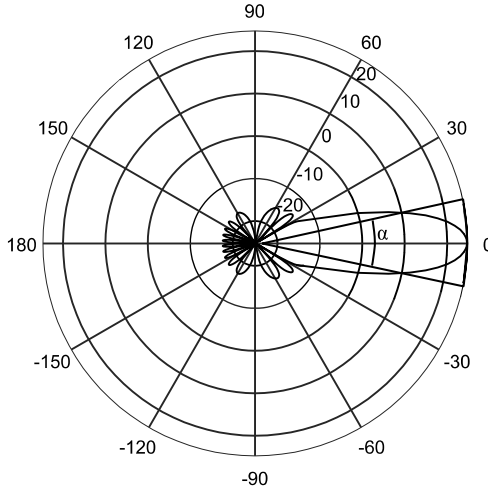
Частным случаем трехмерной модели является двумерная модель, представляющая главный лепесток антенны в виде треугольника, как проиллюстрировано на рис. 8. Как и в случае трехмерной модели, для того чтобы полностью задать данную модель, необходимо определить усиление антенны  $G$  основного лепестка как функцию угла направленности  $\alpha$ .

Определим спектральную плотность мощности на расстоянии  $r$  при помощи следующего выражения:

$$\mathcal{P}_{rx} = \frac{P_{Tx}}{S_A} = \frac{P_{Tx}}{2\pi r h}, \quad (11)$$

где  $S_A$  – площадь поверхности волнового фронта, определяемая площадью поверхности сферического сектора,  $h = r[1 - \cos(\alpha/2)]$  и  $\alpha$  – направленность антенны.





**Рис. 8. Двухмерная модель ФАР**

В соответствии с моделью Фрииса распространения сигнала в открытом пространстве (3) плотность мощности на расстоянии  $r$  можно записать в виде

$$P_{Rx} = \frac{P_{Tx}}{S_A} = P_{Tx} \frac{G}{4\pi r^2}, \quad (12)$$

откуда следует вывод о том, что усиление антенны  $G$  для основного лепестка в упрощенной двухмерной модели может быть определено следующим образом:

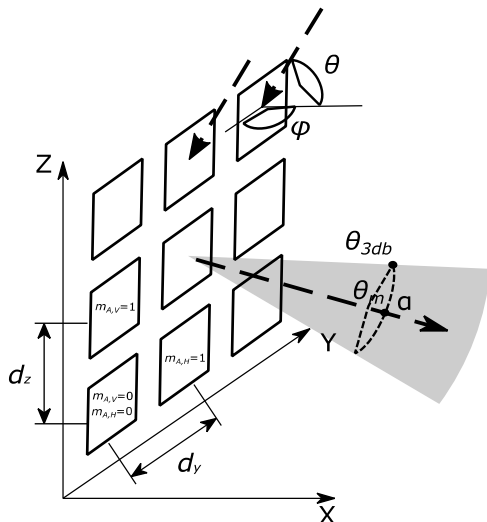
$$G = \frac{2}{1 - \cos(\alpha / 2)}. \quad (13)$$

Заметим, что при значении  $\alpha = 2\pi$  для идеальной всенаправленной антенны усиление равно единице ( $G = 1$ ), а  $S_A = 4\pi r^2$ , как и должно быть.

### **2.2.3. Связь с параметрами антенных решеток**

Как трехмерная, так и упрощенная двухмерная модели антенных решеток, введенные выше, полностью определяются углом направленности главного лепестка антенны. Однако на практике этот угол является функцией количества антенных элементов,

составляющих ФАР. Следовательно, нам необходимо установить связь между количеством элементов в ФАР и углом направленности основного лепестка антенны. Проиллюстрируем этот процесс. Рассмотрим антенную решетку, представленную на рис. 9.



**Рис. 9. Иллюстрация параметров антенной решетки**

Излучение антенной решетки (англ. Array Factor, AF) может быть записано следующим образом:

$$AF(\theta, \beta) = \frac{\sin(N[\pi \cos(\theta) + \beta] / 2)}{\sin([\pi \cos(\theta) + \beta] / 2)}, \quad (14)$$

где  $N$  – количество элементов в ФАР,  $\beta$  – направление основного лепестка,  $\theta$  – азимут направленности основного лепестка. Примем для определенности  $\beta = 0$  и установим расстояние между соседними элементами в  $\lambda/2$ , где  $\lambda$  – длина волны.

Аппроксимируем ширину луча основного лепестка антенны шириной луча половинной мощности (англ. Half-Power Beamwidth, HPBW) антенной решетки. Напомним, что последний параметр определяет угол, при котором мощность излучения падает в 2 раза (то есть на 3 дБ). Угол HPBW  $\alpha$  пропорционален количеству элементов в соответствующей плоскости и рассчитывается как

$$\alpha = 2 |\theta_m - \theta_{3db}|, \quad (15)$$

где  $\theta_{3db}$  – точка, соответствующая уменьшению мощности на 3 дБ,  $\theta_m$  – положение максимума антенной решетки. Последний параметр определяется следующим образом:

$$\theta_m = \arccos(-\beta / \pi). \quad (16)$$

Предполагая  $\beta = 0$ , видим, что  $\theta_m = \pi / 2$ . Следовательно, верхняя и нижняя точки, соответствующие уменьшению мощности на 3 дБ, определяются как

$$\theta_{3db}^{\pm} = \arccos[-\beta \pm 2,782 / (N\pi)]. \quad (17)$$

Для  $\beta = 0$  среднее усиление антенны по НРВW соответствует:

$$G = \frac{1}{\theta_{3db}^+ - \theta_{3db}^-} \int_{\theta_{3db}^-}^{\theta_{3db}^+} \frac{\sin(N\pi \cos(\theta) / 2)}{\sin(\pi \cos(\theta) / 2)} d\theta. \quad (18)$$

Значения НРВW, рассчитанные при помощи формулы (16), представлены в табл. 1. Соответствующие им значения усиления ФАР в линейной и логарифмической шкалах приведены в табл. 2. Отметим, что достаточно точная аппроксимация для НРВW антенной решетки может быть получена, используя соотношение  $102/N$ , где  $N$  – количество антенных элементов. Грубое приближение усиления ФАР в линейной шкале может быть получено, если рассмотреть количество антенных элементов.

Таблица 1

**Угол НРВW и его аппроксимация**

Решетка	Точный расчет	Аппроксимация
64×1	1,585	1,594
32×1	3,171	3,188
16×1	6,345	6,375
8×1	12,71	12,75

Таблица 2

**Усиление антенны для основного лепестка**

Решетка	Усиление	Усиление, дБ
64×1	57,51	17,59
32×1	28,76	14,58
16×1	14,38	11,57
8×1	7,20	8,57
4×1	3,61	5,57

### **2.2.4. Применение моделей антенн**

В зависимости от параметров системы можно использовать различные модели диаграммы направленности антенны. В частности, если количество элементов, формирующее диаграмму в вертикальной плоскости, достаточно мало (что ожидается на первых этапах развертывания сетей радиодоступа 5G NR), а расстояние взаимодействия между устройствами велико, двухмерная модель, совмещающая простоту параметризации, позволяет достаточно точно учитывать усиления ФАР. В других случаях, особенно когда количество антенных элементов в вертикальной плоскости достаточно велико, рекомендуется к использованию трехмерная модель. Отметим, что диаграмма чувствительности приемной антенны моделируется аналогичным образом.

Обратим внимание, что приведенные выше модели не учитывают потери мощности на боковые и задние лепестки. Однако этот эффект достаточно просто учесть как в трехмерной, так и двухмерной модели, предположив, что потерянная мощность равномерно рассеивается во все стороны, кроме главного лепестка. Один из вариантов такой модели – так называемая модель «конус плюс сфера».

### **2.3. Модели блокировки**

Блокировка путей распространения сигнала является особенностью беспроводных сетей доступа миллиметрового диапазона частот. Результатом блокировки является резкое падение принимаемой мощности, что может приводить как к отсутствию связи на некоторый промежуток времени, так и резкому увеличению количества требуемых ресурсов, необходимых для поддержания заданной скорости. Натурные эксперименты показывают, что блокировка человеческим телом приводит к дополнительным потерям в диапазоне 20–40 дБ. Эксперименты, проведенные на пешеходной улице, подтвердили ослабление сигнала из-за блокировки человеческого тела до 25 дБ с длительностью периода до 200 мс. Отметим, что блокировка распространения миллиметрового сигнала автомобилями в среднем приводит к резкому ухудшению качества связи.

Различают несколько типов блокировки. Первый тип вызывается большими стационарными объектами, например зданиями. Этот тип блокировки не специфичен миллиметровому диапазону частот, и он также оказывает влияние на качество каналов связи в сотовых системах предыдущего поколения, работающих в диапазонах частот ниже 6 ГГц. Другой тип блокировки, который ранее не оказывал негативного влияния на качество каналов связи, вызван малыми объектами, размеры которых сравнимы или лишь в несколько раз больше, чем длина волны. Этот тип блокировки может быть вызван динамическими объектами, такими как люди, автомобили, так и статическими, например фонарными столбами, деревьями, зданиями и т.д. Частным случаем является самоблокировка, вызываемая поворотом пользователя вокруг своей оси с временным перегораживанием пути прямой видимости.

В моделях оценки характеристик обслуживания абонентов в сетях радиодоступа 5G NR для учета эффектов блокировки путей распространения сигнала можно использовать методы имитационного моделирования. Однако такой подход не является масштабируемым на реальные системы связи, в которых могут существовать десятки и сотни блокаторов. Перспективным методом является математическое моделирование процесса блокировки как функции характеристик рассматриваемого сценария и плотности абонентов. В этом случае блокировка представляется вероятностью (в статическом случае) или же случайным процессом (если блокаторы или пользователь является мобильными). В дальнейшем эта вероятность или случайный процесс могут быть использованы для построения математических моделей процесса обслуживания абонентов.

### **2.3.1. Статический случай**

Рассмотрим статический случай, в котором как АУ, так и блокаторы являются стационарными объектами. В этом сценарии одна NR БС и одно АУ находятся на некотором фиксированном расстоянии  $r_0$ , а их высоты равны  $h_T$  и  $h_R$  соответственно. Статические блокаторы формируют пуассоновский точечный процесс (англ. Poisson Point Process, PPP) с плотностью  $\lambda_B$  на квадратный метр. Блокаторами являются человеческие тела, представляемые в виде

цилиндров с высотой  $h_B$  и диаметром основания  $d_B$ . Высота  $h_B$  обычно выбирается равной средней высоте человека, т.е.  $h_B = 1,7$  м.

Определим зону блокировки прямой видимости в виде прямоугольника со сторонами  $d_B$  и длиной  $r$ , как показано на рис. 10.

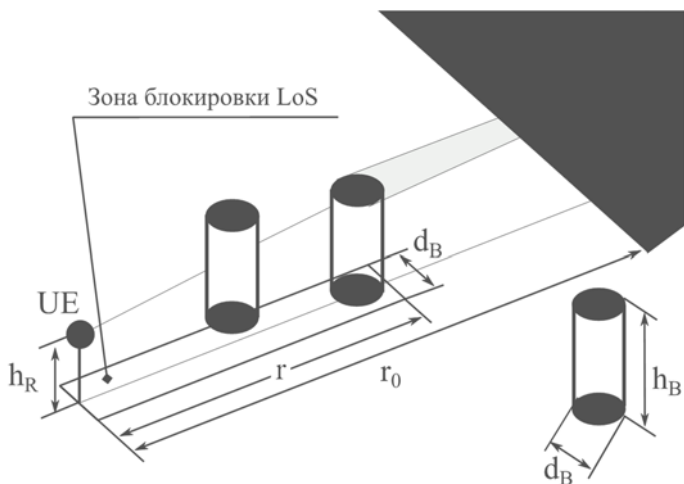


Рис. 10. Иллюстрация зоны блокировки LoS

Наличие хотя бы одного блокатора в данной зоне вызывает ухудшение уровня сигнала, если высота данного блокатора выше, чем линия LoS в данной точке. Используя свойство пуассоновских процессов, можно получить вероятность отсутствия блокировки  $P_{nB}$  как вероятность отсутствия блокаторов в рассматриваемой зоне. Получаем

$$P_{nB}(x) = e^{-\lambda_B d_B \left[ r_0 \frac{h_B - h_R + d_B}{h_T - h_R} + \frac{d_B}{2} \right]}, \quad (19)$$

где  $d_B \left[ r_0 \frac{h_B - h_R + d_B}{h_T - h_R} + \frac{d_B}{2} \right]$  – площадь зоны блокировки.

Проанализировав выражение (19), отметим, что вероятность блокировки повышается экспоненциально с ростом интенсивности блокаторов. Кроме того, на нее оказывает значительное влияние высоты АУ, NR БС и блокаторов. В частности, чем больше разница между высотами NR БС и АУ, тем меньше зона блокировки LoS, и, следовательно, вероятность, что путь LoS не будет заблокирован,

ниже. В частном случае прямого взаимодействия устройств длина зоны блокировки LoS совпадает с расстоянием между устройствами.

### 2.3.2. Динамика пользователя

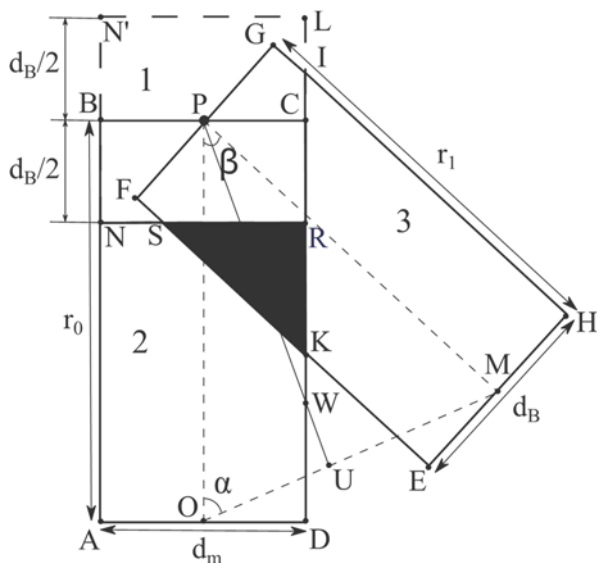
Перейдем теперь к случаю, в котором блокаторы движутся, а АУ остается статичным (рис. 11). В данном случае искомыми характеристиками являются распределение времени, проведенное АУ в состоянии блокировки, а также зависимость между состояниями АУ в различные моменты времени. Предположим, что NR БС расположена в точке  $P$ , начальная точка движения АУ:  $O$ , а конечная точка перемещения АУ:  $M$ . Следует отметить, что указанные точки  $O$  и  $M$  могут быть не только отсчетами времени, когда одно АУ перемещается из точки  $O$  в точку  $M$ , но и некоторыми точками расположения двух АУ пространстве, в частности, когда два соседних приемника расположены в точках  $O$  и  $M$ . В этом случае задача состоит в том, чтобы найти условную вероятность  $p_{ij}$  того, что АУ находится в состоянии  $i$  в точке  $O$  и в состоянии  $j$  в точке  $M$ , где состояния 0 и 1 соответствуют незаблокированному и заблокированному состояниям соответственно.

В рассматриваемом сценарии существует два возможных события в точке  $M$ : АУ заблокирован и не заблокирован, обусловленные состоянием АУ в точке  $O$ . Заметим, что  $p_{00} = 1 - p_{01}$  и  $p_{10} = 1 - p_{11}$ . Очевидно, что должно выполняться следующее соотношение:

$$P_{nB,M} = P_{00}P_{nB,O} + P_{10}P_{B,O}, \quad (20)$$

чтобы получить  $p_{ij}$ , достаточно оценить  $p_{00}$ .

Для определения искомых параметров две области блокировки LoS для точек  $O$  и  $M$  необходимо разделить на дополнительные зоны. Как и ранее, ширина зоны блокировки равна диаметру блокатора  $d_m$ , а его длина – расстоянию между  $P$  и  $O$  (или  $M$ ). Как показано на рис. 11, следует определить четыре основные зоны, при этом первую из них (зона  $I$ ) можно исключить из рассмотрения из-за ее небольших размеров.



**Рис. 11. Геометрическая интерпретация блокировки прямой видимости при движении блокаторов**

Зоны 2 и 3 на рис. 11 влияют на состояние АУ в точках  $O$  и  $M$  соответственно. Зоны,  $4a$  и  $4b$  также влияют на состояние АУ в точках  $O$  и  $M$ . Таким образом, условная вероятность  $p_{00}$  устанавливается следующим образом:

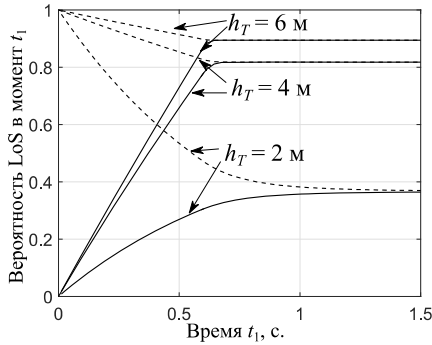
$$p_{00} = P[\text{небл. в } M \mid \text{небл. в } O] = \frac{P[\text{небл. в } M \cap \text{небл. в } O]}{P[\text{небл. в } O]}. \quad (21)$$

На рис. 12–14 представлена зависимость условной вероятности блокировки в момент времени  $t_1$  от высоты NR БС, высоты АУ и скорости перемещения АУ, при условии, что в момент времени  $t_0$  АУ находится в состоянии LoS.

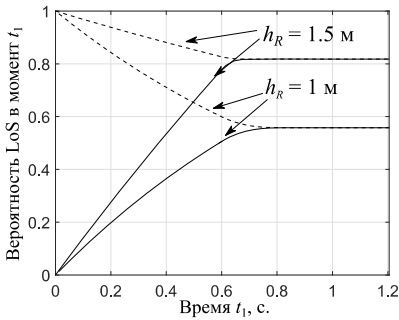
Отметим, что в зависимости от исследуемых параметров зависимость сохраняется в течение как минимум 0,5 с, но может продолжаться и более 1 с. Такое поведение значительно влияет на планирование передач от текущих активных АУ на стороне NR БС.

В частности, по имеющимся данным о продолжительности времени блокировки, планировщик может разработать оптимальную схему управления.

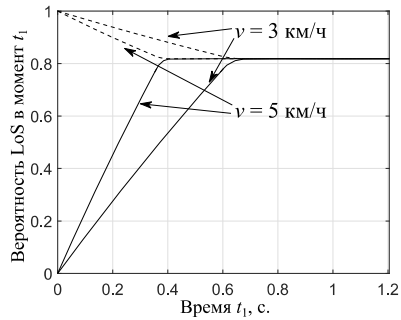




**Рис. 12.** Влияние высоты БС на вероятность блокировки



**Рис. 13.** Влияние высоты АУ на вероятность блокировки



**Рис. 14.** Влияние скорости на вероятность блокировки

### 2.3.3. Динамика блокаторов

Теперь проанализируем наиболее характерный случай, когда АУ, находящееся в статическом положении, окружено движущимся полем блокаторов. Отметим, что в этом сценарии основное внимание необходимо уделить эволюции состояния блокировки во времени. Для описания движения случайного блуждания используем модель RDM (англ. Random Displacement Model). Согласно RDM, объект начинает движение в случайно выбранном месте на плоскости. Объект движется в выбранном направлении в течение экспоненциально распределенного времени с некоторым средним значением и постоянной скоростью. По завершении движения объект меняет свое направление.

Аналогично предыдущему случаю, помимо времени, проводимого АУ в заблокированном и незаблокированном состояниях, представляет интерес условная вероятность блокировки в момент времени  $t_1$ , учитывая, что АУ находится в заблокированном/незаблокированном состоянии в момент времени  $t_0$ . Для анализа этой вероятности были использованы методы теории восстановления. Временная эволюция состояния АУ представлена на рис. 15. Процесс входа блокаторов в зону блокировки LoS предполагается пуассоновским. Время, которое один блокатор проводит в зоне блокировки LoS, может быть задано постоянной величиной либо получено имитационно или аналитически, исходя из свойств используемой модели движения. Проводя аналогию с теорией массового обслуживания, заметим, что процесс входа и выхода блокаторов в/из зоны блокировки LoS аналогичен процессу обслуживания заявок в СМО вида  $M / G / \infty$ , где время обслуживания – продолжительность времени блокировки LoS одним блокатором.

Метод получения условной вероятности блокировки основан на операции свертки во временной области. В частности, установлено следующее соотношение:

$$p_{00}(\Delta t) = \sum_{i=0}^{\infty} P\{A_i(\Delta t)\}, \quad p_{01}(\Delta t) = \sum_{i=1}^{\infty} P\{B_i(\Delta t)\}, \quad (22)$$

где  $A_i(\Delta t)$  – события, при которых в начальный и конечный моменты времени АУ находится в незаблокированном состоянии с учетом того, что в течение интервала времени  $\Delta t = t_1 - t_0$  проходит ровно  $i$ ,  $i = 0, 1, \dots$ , периодов блокировки.

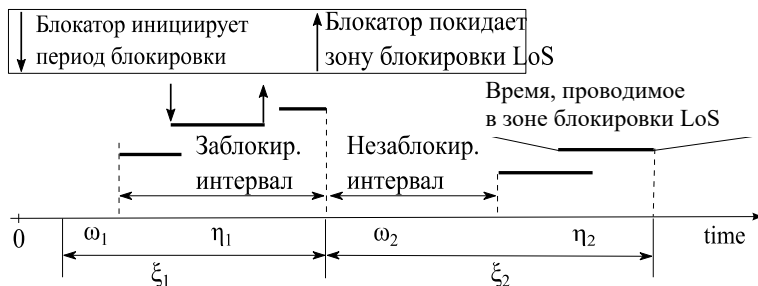
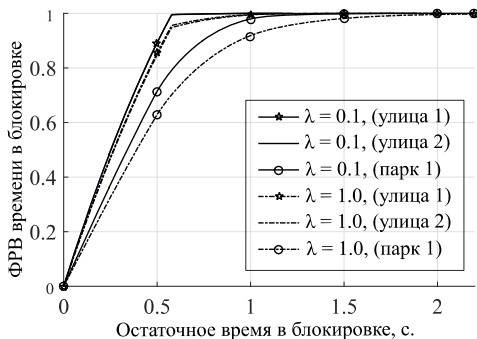


Рис. 15. Альтернирующий процесс восстановления

На рис. 16 (для трех сценариев) представлена иллюстрация функции распределения (ФР) длительности остаточного времени в заблокированном состоянии для АУ, находящегося в движущейся толпе блокаторов. Следует отметить, что отличия в ФР, построенных для разных сценариев и интенсивностей блокаторов, незначительны.



**Рис. 16.** ФР длительности остаточного времени в заблокированном состоянии

## 2.4. Методы стохастической геометрии

Основным методом анализа беспроводных сетей связи, получившим в последнее десятилетие наибольшее развитие, является метод стохастической геометрии. Стохастическая геометрия обращается к случайным событиям в двух- или трехмерном пространстве и с этой целью использует пространственные точечные процессы (Пуассона, Матерна и т.д.) для моделирования мест расположения БС и АУ, а также случайные графы и пространственные тесселяции (например, тесселяция Дирихле, приводящая к ячейкам Вороного) для моделирования зон обслуживания БС.

### 2.4.1. Преобразование случайных величин

Основным методом теории вероятностей, используемой для оценки базовых характеристик обслуживания абонентов в беспроводных сетях связи, является функциональное преобразование случайных величин. Напомним, что если известны совместная

плотность вероятности  $w_n(x_1, \dots, x_n)$ , совокупности случайных величин  $\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$  и якобиан преобразования от случайных величин  $\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$  к случайным величинам  $\{v_1, \dots, v_n\}$ :

$$J = \frac{\partial(x_1, \dots, x_n)}{\partial(y_1, \dots, y_n)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial y_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial x_n}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_n}{\partial y_n} \end{vmatrix}, \quad (23)$$

то искомая совместная плотность вероятности будет равна

$$W_n(y_1, \dots, y_n) = \sum_k w_n(x_{1k}, \dots, x_{nk}) |J|, \quad (24)$$

где  $x_{ik} = (y_1, \dots, y_n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  –  $k$ -я ветвь обратного преобразования.

Если в исходной совокупности имеем  $m < n$  случайных величин  $\{v_1, \dots, v_m\}$ , то систему (24) необходимо дополнить  $m-n$  случайными величинами  $v_j = \psi_j$ ,  $j = m+1, \dots, n$ . Тогда совместное распределение получается путем интегрирования по переменным  $y_{m+1}, \dots, y_n$ :

$$W_n(y_1, \dots, y_m) = \int \dots \int \sum_k w_n(x_{1k}, \dots, x_{nk}) |J| d_{y_{m+1}} \dots d_{y_n}. \quad (25)$$

Например, расстояние от случайной точки до  $i$ -го соседа в пуассоновском поле источников помех подчиняется гамма-распределению с плотностью вероятностей

$$f_i(x) = \frac{2(\pi\lambda)^i}{(i-1)!} x^{2i-1} e^{-\pi\lambda x^2}, \quad x > 0, i = 1, 2, \dots. \quad (26)$$

Используем модель принимаемой мощности на приемнике в упрощенном виде,  $P(x) = Ax^{-\zeta}$ , где  $x$  – расстояние между приемником и передатчиком,  $\zeta$  – константа затухания,  $A$  – константа, зависящая от свойств передатчика, приемника и несущей частоты. Обратная функция и модуль ее производной определяются следующим образом:

$$G(y) = P^{-1}(x) = \left(\frac{y}{A}\right)^{-1/\zeta}, \quad G'(y) = \frac{\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\zeta}-1}}{A\zeta}. \quad (27)$$

Тогда плотность распределения случайной величины, определяющей мощность помехи от  $i$ -го источника, вычисляется как

$$f_i(y) = \frac{2(\pi\lambda)^i}{(i-1)!} \left(\frac{y}{A}\right)^{-(2i-1)/\zeta} e^{-\pi\lambda\left(\frac{y}{A}\right)^{-2/\zeta}} \frac{\left(\frac{y}{A}\right)^{\frac{1}{\zeta}-1}}{A\zeta}, \quad (28)$$

$y > 0, i = 1, 2, \dots$

Для достаточно простых сценариев, например случая треугольника с одной парой приемник–передатчик и одним источником помех, фрагмента сотовой сети с шестью источниками помех или в условиях внутренних помещений, также с ограниченным количеством источников помех, использование такого метода позволяет получить распределения базовых характеристик каналов связи, таких как ОСШ, отношение сигнал к помехе (ОСП), отношение сигнал к шуму и помехе (ОСПП), спектральная эффективность и скорость передачи данных.

#### **2.4.2. Использование теоремы Кэмпбелла**

В тех случаях, когда количество источников помех является случайной величиной, использование метода нелинейного преобразования случайных величин не позволяет получить замкнутые выражения для искомым характеристик. Предположим, что передатчики, работающие на одной и той же частоте, распределены согласно процессу Пуассона по плоскости с некоторой интенсивностью  $\lambda$ . Приемники, ассоциированные с передатчиками, расположены на фиксированном расстоянии от приемников,  $r_0$ . Рассмотрим некоторый случайно выбранный приемник и некоторую характеристику, например ОСП, которая в упрощенном виде может быть записана следующим образом:

$$S(x) = \frac{C_0}{C_1 + I}, \quad (29)$$

где  $C_0$  – константа, определяющая уровень принимаемого полезного сигнала от передатчика, расположенного на фиксированном расстоянии  $r_0$  от приемника,  $C_1$  – константа, учитывающая потери на передаче и приеме,  $I$  – суммарная помеха от поля источников помех, определяемая как

$$I = C_2 \sum_{i=1}^{\infty} R_i^{-\zeta}. \quad (30)$$

Здесь  $C_2$  – константа, учитывающая усиления на передаче и приеме,  $\zeta$  – константа распространения, зависящая от условий распространения,  $R_i$  – расстояние от передатчиков до рассматриваемого приемника.

В рассматриваемом сценарии  $R_i$  – случайные величины, распределения которых подчиняются обобщенному Гамма-распределению. Используя метод преобразования случайных величин, можно получить распределение интерференции от любого  $i$ -го передатчика. Однако, учитывая специфику модели распространения, а также модель размещения передатчиков на плоскости, можно увидеть, что общая помеха является суммой случайного числа случайных величин, имеющих различные распределения. Для того чтобы получить оценку моментов помехи, можно использовать теорему Кэмбелла, которая, в своем частном случае, позволяет получить моменты суммы случайного числа случайных величин.

Ограничим зону интерференции некоторым радиусом  $D$ . На практике  $D$  может быть выбрано таким образом, что вклад источника помех, находящегося на большем расстоянии, чем  $D$ , меньше, чем значение других помех на приемнике. Учитывая свойства процесса Пуассона, расстояние от источников помех до рассматриваемого приемника распределено одинаково и независимо, с плотностью вероятностей  $f_R(x) = 2x / D^2$ ,  $0 < x < D$ . Рассмотрим бесконечно малое радиальное приращение  $D : dr$ . Вероятность того, что источник помех находится на расстоянии  $r$ , пропорциональна приращению области  $dr$ . Таким образом:

$$\pi(r + dr)^2 - \pi r^2 = 2\pi r dr + O(1). \quad (31)$$

Тогда начальные моменты общей интерференции могут быть записаны, используя теорему Кэмпбелла, в следующем виде:

$$E[I^n] = \int_{r_B}^D (C_2 r^{-\zeta})^n 2\lambda\pi r dr, \quad (32)$$

где  $r_B$  – минимальное расстояние от рассматриваемого приемника, на котором может находиться источник помех.

Отметим, что результат (32) может быть расширен на случай блокировок прямой видимости, направленности антенн, случайной высоты передатчиков и приемников, а также отличных от пуассоновского размещения передатчиков и приемников на плоскости.

Далее, для получения оценок моментов ОСП, ОСШП, а также скорости передачи необходимо использовать преобразование вида (29), где  $I$  – случайная величина, моменты которой определены в (32). В отсутствие распределения  $I$  можно использовать, например, разложение искомых функций в ряд Тейлора около среднего значения  $I$ . В частности, для среднего значения случайной величины  $Y = g(X)$ , где  $X$  – случайная величина со средним значением и дисперсией  $\mu_X$  и  $\sigma_X^2$  соответственно имеем:

$$\begin{aligned} E[Y] &= g(\mu_X) + \frac{g''(\mu_X)}{2} \sigma_X^2, \\ \sigma^2[Y] &= [g'(\mu_X)]^2 \sigma_X^2 - \frac{1}{4} [f''(\mu_X) \sigma_X^2]^2. \end{aligned} \quad (33)$$

### **2.4.3. Оценка распределения скорости пользователей**

Помимо базовых характеристик, таких как ОСШ и ОСП, модели, рассмотренные выше, позволяют производить оценку скорости на некоторой фиксированной полосе частот, предоставляемой пользователю. Однако отметим, что в реальных системах доступная полоса частот разделяется между активными пользователями в некоторой пропорции.

Стохастическая геометрия также может использоваться для оценки скоростей, предоставляемых пользователю в присутствии конкурирующих пользователей. Но для такой оценки необходимо

принимать дополнительные предположения о разделении ресурсов между конкурирующими пользователями. Предположим, например, что в зоне обслуживания БС радиуса  $R$  находится некоторое количество пользователей, распределенное по закону Пуассона с параметром  $\lambda\pi R^2$ , где  $\lambda$  – плотность пользователей на квадратный метр. Предположим также, что местоположение каждого пользователя равномерно распределено в зоне обслуживания БС, а доступная полоса частот  $B$  равномерно распределяется между пользователями. Данный сценарий соответствует размещению БС в пуассоновском поле пользователей с интенсивностью  $\lambda$ .

В рассмотренном сценарии полоса частот, доступная дополнительно вброшенному в зону обслуживания пользователю, определяется как  $B/i$  с вероятностями Пуассоновского распределения:

$$p_i = \frac{(\lambda\pi R^2)^i}{i!} e^{-\lambda\pi R^2}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (34)$$

тогда как достижимая скорость в присутствии  $i$  конкурирующих пользователей может быть определена преобразованием случайной величины, описывающей расстояние от пользователя до БС,  $f_x(x) = 2x/D^2, 0 < x < D$ . В соответствии с формулой Шеннона для верхней границы скорости имеем

$$C_i = \frac{B}{i} \log_2[1 + S(x)], \quad i = 1, 2, \dots, \quad (35)$$

где  $S(x)$  – ОСШ на расстоянии  $x$  от БС. Среднее значение скорости может быть получено суммированием скоростей, соответствующих  $i$  пользователям в зоне обслуживания, взвешенными с вероятностями (34).

Отметим, что рассмотренный сценарий может быть расширен на случай различных методов разделения ресурсов между конкурирующими пользователями. Так, например, минимаксное разделение ресурсов, выравнивающее скорости пользователей, или пропорциональное разделение, дающее приоритет пользователям, находящимся в более выгодных условиях, может быть получено, вводя дополнительные весовые коэффициенты. Возможно также расширение до случая  $\alpha$  приоритетов, где оператор имеет возможность управлять разделением скоростей между пользователями.



## 2.5. Модели параметров канала связи

Определив модели компонентов системы связи, можно перейти к вычислению параметров моделей СМО, в соответствии с методологией, сформулированной в предыдущем разделе. В частности, необходимо определить следующие параметры: (а) радиус  $d_E$  области покрытия NR БС, (б) ФР  $F_r(x)$  количества ресурсов, запрашиваемых у NR БС сеансом связи, и (в) интенсивность  $\alpha$  изменений состояния АУ с незаблокированного на заблокированное и обратно. Далее представлены методы, позволяющие определить искомые параметры. Используемые в разделе обозначения параметров сети радиодоступа 5G NR приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры сети радиодоступа 5G NR

Обозначение	Определение
$f_c$	Частота
$d_E$	Радиус покрытия NR БС
$h_A, h_U$	Высота NR БС и АУ
$\lambda_B$	Пространственная интенсивность блокаторов
$h_B, r_B, v$	Высота, радиус и скорость блокатора
$\tau$	Время движения блокатора
$\zeta$	Константа распространения
$L_B$	Потери блокировки
$L(x), L_{dB}(x)$	Потери распространения
$A_1, A_2$	Константы распространения
$\theta_m, \theta_{3dB}^\pm, \beta$	Параметры антенных решеток
$\omega$	HPBW луча
$P_A$	Излучаемая мощность NR БС
$M_{S,B}$	Граница затухания в заблокированном состоянии
$p_C$	Вероятность отсутствия связи на границе зоны
$\sigma_{S,B}, \sigma_{S,nB}$	СКО границ затухания
$S_{\min}$	Чувствительность приемника

Обозначение	Определение
$S, S^{dB}$	Взвешенный ОСШ
$S_B, S_{nB}$	ОСШ в заблокированном и незаблокированном состояниях
$S_B^{dB}, S_{nB}^{dB}$	ОСШ в заблокированном и незаблокированном состояниях
$C_O$	Накладные расходы контрольного канала
$C_L$	Потери на передатчике
$M_I$	Граница помехи
$N_F$	Порог шума
$\chi_1, \chi_2$	Коэффициенты моделей распространения
$\pi_B(x), \pi_B$	Вероятность блокировки
$s_j$	Границы ОСП для MCS
$m_j$	Вероятность использования MCS $j$
$g(x, y)$	Двумерная плотность положения блокатора
$\eta_i(x, y)$	Вероятность, что блокатор пересекает зону блокировки

### 2.5.1. Учет блокировки в моделях распространения

Проиллюстрируем процесс учета блокировки в модели распространения. Используем эмпирическую модель, определенную 3GPP в стандарте TR 38.901. Пусть  $L_B$  – затухание в состоянии блокировки. Тогда модель распространения можно записать как

$$L_{dB}(x) = \begin{cases} 32,4 + 21 \cdot \log(x) + 20 \log f_c, & \text{неблок,} \\ 47,4 + 21 \cdot \log(x) + 20 \log f_c, & \text{блок,} \end{cases} \quad (36)$$

где  $f_c$  – несущая частота в ГГц, а  $x$  – расстояние между NR БС и АУ в километрах.

Напомним, что потери распространения (36) можно представить в линейном виде, используя модель в виде  $A_i y^{-\zeta_i}$ , где  $A_i$  и  $\zeta_i$  – коэффициенты распространения, зависящие от частоты и рассмат-

риваемого сценария. Вводя коэффициенты  $(A_1, \zeta_1)$  и  $(A_2, \zeta_2)$ , соответствующие незаблокированному и заблокированным состояниям АУ, имеем

$$\begin{aligned} A_1 &= 10^{2\log_{10} f_c + 3.24} M_{S,nB} M_I, & \zeta_1 &= 2,1, \\ A_2 &= 10^{2\log_{10} f_c + 4.74} M_{S,B} M_I, & \zeta_2 &= 2,1. \end{aligned} \quad (37)$$

Пусть  $p_B(x)$  – вероятность блокировки АУ на расстоянии  $x$  от NR БС. Отметим, что  $p_B(x)$  не ограничена сценарием, где АУ и блокаторы являются статическими, и может определяться частью времени, проводимого АУ в состоянии блокировки на расстоянии  $x$  от NR БС в движущемся поле блокаторов. Обозначим через  $y$  проекцию пути распространения на плоскость. Значение ОСШ на АУ, см. (1) может быть записано следующим образом:

$$S(y) = \frac{P_A G_A G_U}{N_0} \left[ \frac{\chi_1 y^{-\zeta_1} [1 - \pi_B(y)]}{A_1} + \frac{\chi_2 y^{-\zeta_2} \pi_B(y)}{A_2} \right], \quad (38)$$

где  $\chi_1$  и  $\chi_2$  – случайные величины, определяющие поведение теневого замирания (англ. Shadow fading, SF) в заблокированном и незаблокированном состояниях соответственно.

### **2.5.2. Оценка области покрытия точкой доступа**

Чтобы обеспечить полное покрытие NR БС,  $d_E$  должно быть таким, чтобы на АУ, которые в настоящее время находятся в условиях блокировки на границе соты, не происходило потери связи. Пусть  $S_{\min}$  – чувствительность приемника в контексте ОСШ, то есть  $S_{\min}$  является нижней границей диапазона ОСШ, соответствующего самой низкой модуляционно-кодовой схеме (англ. Modulation and Coding Scheme, MCS). Используя усредненную модель распространения, соответствующую состоянию блокировки LoS, имеем следующее соотношение:

$$S_{\min} = \frac{P_A G_A G_U}{N_0 A_2} (d_E + [h_A - h_U]^2)^{-\zeta/2}, \quad (39)$$

где  $\zeta$  – показатель потерь,  $h_A$  и  $h_U$  – высоты NR БС и АУ,  $P_A$  – излучаемая мощность NR БС,  $G_A$  и  $G_U$  – усиление антенных решеток на NR БС и АУ соответственно,  $N_0$  – тепловой шум на приемнике, а  $A_2$  – постоянная распространения.

Решая (39) относительно  $d_E$  получим

$$d_E = \sqrt{\left( \frac{P_A G_A G_U}{N_0 A_2 S_{\min} M_{S,B}} \right)^{\zeta/2} + (h_A - h_U)^2}, \quad (40)$$

где  $M_{S,B}$  – граница теневого замирания в состоянии блокировки, учитывающего динамику сигнала, вызываемого большими объектами:

$$M_{S,B} = \sqrt{2} \sigma_{S,B} \operatorname{erfc}^{-1}(2p_C). \quad (41)$$

Здесь  $\operatorname{erfc}^{-1}(\cdot)$  – обратная дополнительная функция ошибок,  $p_C$  – вероятность наличия связи на границе соты, а  $\sigma_{S,B}$  – среднеквадратичное отклонение распределения теневого замирания для заблокированного состояния LoS.

Процедура определения максимального радиуса покрытия соты, таким образом, сводится в следующем: на первом этапе выбирается вероятность наличия связи на границе соты (например, 0,95) и значение потерь, вызываемых блокировкой. Далее, используя эти значения, проводится расчет в соответствии с (40). Отметим, что на практике размеры соты могут ограничивать другие факторы, приведенные ниже в подразделах пособия.

### **2.5.3. Функция распределения требований к ресурсам**

Следующим этапом является определение ФР запроса на ресурсы сеансом связи. Пусть  $S_{nB}$  – случайная величина, определяющая ОСШ в незаблокированном состоянии, а  $F_{S_{nB}}(x)$ ,  $x > 0$ , является ее ФР. Предполагается, что местоположения поступления новых сессий распределены равномерно в пределах зоны обслуживания NR БС. Следовательно, ФР расстояния между АУ и БС может быть записана следующим образом:

$$F_D(y) = (y^2 - (h_A - h_U)^2) / d_E^2, \quad (42)$$

$$|h_A - h_U| < y < \sqrt{d_E^2 + (h_A - h_U)^2}.$$

Так как модель распространения является монотонной функцией расстояния  $y$ , распределение ОСШ может быть выражено через распределение расстояния до NR БС следующим образом:

$$F_{S_{nB}}(y) = 1 - F_D(P_A G_A G_U / N_0 A_1 y^{\zeta/2}). \quad (43)$$

ФР случайной величины  $S_B$ , описывающей ОСШ в заблокированном состоянии, получается аналогично. Для определения взвешенной ФР ОСШ требуется усредненная по расстоянию вероятность блокировки,  $p_B$ . Используя (19) получаем

$$p_B = \int_0^{d_E} p_B(x) \frac{2x}{d_E^2} dx. \quad (44)$$

Дополним модель эффектом теневого замирания. Заметим, что расчеты значительно упрощаются, если их проводить в логарифмической шкале. Определим ФР ОСШ, измеряемую в дБ, как  $F_{S_{nB}}^{dB}(y) = F_{S_{nB}}(10^{y/10})$ . Напомним, что замирание характеризуется логнормальным распределением в линейной шкале, что соответствует нормальному распределению в шкале децибел. Запишем случайную величину, определяющую распределение ОСШ:

$$S_{nB,S}^{dB} = S_{nB}^{dB} + N(0, \sigma_{S,nB}), \quad (45)$$

где  $N(0, \sigma_{S,nB})$  – нормальное распределение с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_{S,nB}$ , характеризующее теневое замирание в канале связи.

ФР ОСШ учитывающая как потери распространения, так и замирания, можно определить как свертку  $F_{S_{nB}}(y)$  и  $N(0, \sigma_S)$ :

$$F_{S_{nB,S}}^{dB}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{S_{nB}}^{dB}(y+u) \frac{e^{-u^2/2\sigma_S^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_S} du. \quad (46)$$

Отметим, что (46) не может быть вычислено, используя стандартную технику нелинейного преобразования случайных величин. Однако, используя функцию ошибок,  $\text{erf}(\cdot)$  можно записать ФР ОСШ в виде, комфортном для вычислений:

$$\begin{aligned}
F_{S_{dB}}(y) = & \frac{1}{2d_E^2} \left[ A^{2/\zeta} 10^{-\frac{y}{5\zeta}} e^{\frac{\sigma_{S,nB}^2 \log^2(10)}{50\zeta^2}} \times \right. \\
& \times \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{50\zeta \log(A) - 25\zeta^2 \log(B) + \sigma_{S,nB}^2 \log^2(10) - 5\zeta y \log(10)}{5\sqrt{2}\zeta\sigma_{S,nB} \log(10)} \right) - \right. \\
& - B \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{-10\log(A) + 5\zeta \log(B) + y \log(10)}{\sqrt{2}\sigma_{S,nB} \log(10)} \right) - (h_A - h_U)^2 \times \\
& \left. \left. \times \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}(-10\log(A) + 10\zeta \log(h_A - h_U) + y \log(10))}{\sigma_{S,nB} \log(100)} \right) + d_E^2 \right], \right.
\end{aligned} \tag{47}$$

В приведенном выражении использованы следующие условные обозначения:

$$\begin{aligned}
A = & \frac{P_A 10^{G_A G_U / 10}}{f_c^2 \cdot N_0 \cdot 10^{3,24 + L_B / 10} 10^{\frac{1}{10}(C_O + C_L + M_I + N_F)}}, \\
B = & d_E^2 + (h_A - h_U)^2,
\end{aligned} \tag{48}$$

где  $C_L$  – потери сигнала на передатчике,  $M_I$  – помехи,  $N_F$  – тепловой шум.

ФР ОСШ  $F_{S_{dB}}(y)$  теперь можно определить путем взвешивания ФР, соответствующих заблокированным и неблокированным состояниям, с вероятностями  $p_B$  и  $(1 - p_B)$ , найденными ранее. Обозначим далее  $s_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, K$ , как границы ОСШ для схем MCS, где  $K$  число MCS. Кроме того, обозначим через  $m_i$  вероятность того, что сеансу связи АУ назначена схема MCS  $i$ . Имеем

$$m_i = \Pr\{s_i < s < s_{i+1}\} = F_{S_{dB}}(s_{i+1}) - F_{S_{dB}}(s_i). \tag{49}$$

Определив  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ , можно получить количество ресурсов, необходимое для удовлетворения потребностей сеанса связи. Отметим, что для фиксированной скорости сеанса связи количество требуемых ресурсов получается масштабированием ряда распределения  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ . Для случайного распределения скорости функция распределения требуемого количества ресурсов получается с помощью свертки.

#### 2.5.4. Оценка интенсивности прерываний

Последним параметром, подлежащим определению, является интенсивность  $\alpha$  изменений состояния АУ, вызванных блокировкой путей прямой видимости. Отметим, что методика имеет существенные отличия для различных сценариев блокировки, рассмотренных ранее. Далее ограничимся рассмотрением случая со статическим АУ и движущимися блокаторами.

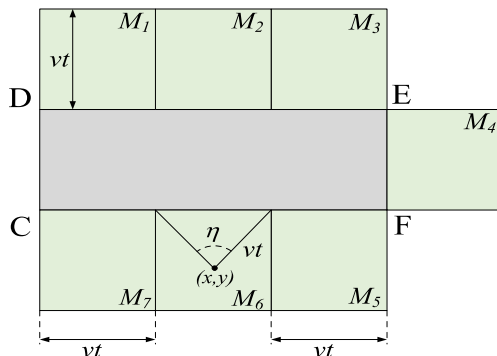
Для того чтобы определить интенсивность изменений состояния АУ, необходимо охарактеризовать временную динамику процесса блокировки. Для этого необходимо проделать следующие шаги: (1) определить структуру процесса поступления блокаторов в зону блокировки LoS, (2) определить распределение интервала блокировки, вызванного одним блокатором, (3) определить интервалы прямой видимости и блокировки. Последние два параметра позволят получить среднюю интенсивность изменения состояний АУ.

Известно, что процесс встреч между стационарной выпуклой областью, находящейся внутри другой ограниченной области, и точкой, движущейся внутри этой области согласно модели RDM, является пуассоновским. Таким образом, процесс входа блокаторов в зону блокировки LoS можно также считать пуассоновским, что соответствует предположению о движении блокаторов. Напомним, что для рассматриваемого случая процесс изменения состояния является альтернирующим процессом восстановления.

Определим интенсивность  $\alpha(x)$  вхождения блокаторов в зону блокировки, связанную с АУ, расположенным на расстоянии  $x$  от NR БС. Для этого укажем область вокруг зоны блокировки, как показано на рис. 17, где движущиеся блокаторы могут пересекать зону блокировки, перекрывая LoS между АУ и NR БС. Разделим область вокруг зоны блокировки LoS на  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$ , зон, как показано на рис. 17. Интенсивность блокаторов, пересекающих зону блокировки АУ, расположенного на расстоянии  $x$  от NR БС, может быть аппроксимирована следующим образом:

$$\alpha(x) = \sum_{i=1}^7 \iint_{M_i} g_i(x, y) Pr\{E\} Pr\{T > 1\} \lambda_B M_i dx dy, \quad (50)$$

где  $M_i$  – площадь зоны  $i$ ,  $g_i(x,y)$  – плотность вероятности положения блокировщика в зоне  $i$ ,  $g_i(x,y)=1/M_i$ ,  $P\{T > 1\} = \exp(-1/\tau)$  – вероятность того, что блокиратор движется дольше единицы времени, не меняя своего направления.



**Рис. 17. Иллюстрация процесса входа блокираторов в зону блокировки LoS**

Вероятность того, что блокиратор движется в направлении зоны блокировки LoS, равна  $P\{E\} = \eta_i(x,y) / 2\pi$ , где  $\eta_i(x,y)$  – диапазон углов движения в зоне  $i$ , который приводит к входу в зону блокировки LoS. С учетом этого наблюдения можно упростить выражение (50) следующим образом:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda e^{-1/\tau}}{2\pi} \sum_{i=1}^7 \iint_{M_i} \eta_i(x,y) dx dy, \quad (51)$$

где  $\eta_i(x,y)$  определяется как

$$\begin{aligned} \eta_1(x,y) &= ([x_D - x] / vt), \quad i = 1, 3, 5, 7, \\ \eta_2(x,y) &= 2 \cos^{-1}([x_E - x] / vt), \quad i = 2, 6, \\ \eta_4(x,y) &= 2 \tan^{-1}([x - x_E] / [y - y_E]), \end{aligned} \quad (52)$$

а  $x, y$  – координаты точек на рис. 17.

Известно, что периоды прямой видимости между NR БС и АУ подчиняются экспоненциальному распределению с параметром  $\alpha$ , а распределение заблокированных интервалов совпадает с перио-



дом занятости в СМО  $M / G / \infty$ , который можно получить численно для любого распределения времени пребывания блокатора в зоне блокировки LoS:

$$F_{\eta}(x) = 1 - \left[ [1 - F_{T_B}(x)] \left[ 1 - \int_0^x (1 - F_{\eta}(x-z)) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp(-\lambda_{B,T} F_{T_B}(z)) \lambda_{B,T} dz \right] + \right. \\ \left. + \int_0^x (1 - F_{\eta}(x-z)) \left| de^{-\lambda_{B,T} F_{T_B}(z)} \right| \right]. \quad (53)$$

Усредненную интенсивность вхождения блокаторов в зону блокировки LoS в зоне покрытия NR БС можно получить следующим образом:

$$\alpha = \int_0^{d_E} \alpha(x) \frac{2x}{d_E^2} dx. \quad (54)$$

### **2.5.6. Упрощенные модели интенсивности прерываний**

Отметим, что можно определить более простые модели для интенсивности прерываний. В частности, рассмотрим следующие упрощения. Определим средний периметр зоны блокировки:

$$P_L = 4r_B + \frac{4r_A(h_B - h_U)}{3(h_A - h_U)}. \quad (55)$$

Тогда приближенное выражение для интенсивности входа блокаторов в зону блокировки можно получить следующим образом:

$$\epsilon = \frac{2}{5} \lambda_B v (4\pi r_A^2) \left( 4r_B + \frac{4r_A(h_B - h_U)}{3(h_A - h_U)} \right), \quad (56)$$

где  $\lambda_B$  – интенсивность блокаторов на квадратный метр,  $v$  – скорость движения. Далее, время между прерываниями получается, как описано ранее. Фактически, имея пространственную интенсивность входов блокаторов в зону блокировки, сначала определяем среднее время в прямой видимости, далее среднее время в состоянии блокировки. Среднее время между прерываниями является половиной их суммы.

Отметим также, что среднее время в состоянии блокировки, определяемой временем занятости в СМО вида  $M / G / \infty$  может быть дополнительно аппроксимировано аналогичной характеристикой СМО вида  $M / M / \infty$ . Как известно, средний период занятости в такой системе принимает простой вид:

$$E[\eta] = \frac{1}{\epsilon} \exp^{-\epsilon/\nu} - 1, \quad (57)$$

где  $\epsilon$  – интенсивность входа блокаторов в зону блокировки, полученная ранее,  $\nu$  – интенсивность «обслуживания» в эквивалентной системе  $M / M / \infty$ ,  $\nu = 1 / E[L]$ , где  $E[L]$  – среднее время блокировки. Последнее можно предположить равным среднему времени пересечения зоны блокировки по короткой стороне.

Вычислив среднее  $[1 / \epsilon + (1 / \epsilon)(e^{-\epsilon/\nu} - 1)] / 2$ , определим время между изменениями состояния АУ. Искомую интенсивность прерываний можно аппроксимировать следующим образом:

$$\alpha = \frac{2}{1 / \epsilon + (1 / \epsilon)(e^{-\epsilon/\eta} - 1)}. \quad (58)$$

В следующем разделе будет представлены ресурсные модели теории массового обслуживания.

## **РАЗДЕЛ 3**

### **РЕСУРСНЫЕ МОДЕЛИ**

### **ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

В этой главе будет описан математический аппарат, позволяющий анализировать показатели эффективности беспроводных сетей доступа пятого поколения с учетом динамики поступлений и ухода сессий передачи данных, ресурсные системы массового обслуживания (РСМО). Основное отличие РСМО от классических систем массового обслуживания в том, что заявкам для обслуживания требуется не только прибор, но и некоторый случайный объем конечного ресурса. Именно это отличие позволяет учитывать неоднородность требований сессий к частотному ресурсу базовой станции, возникающую из-за случайного расположения устройств и, как следствие, случайной спектральной эффективности канала.

Настоящий раздел не претендует на полное изложение теории РСМО, здесь будут изложены только основные результаты, которые наиболее часто используются при анализе беспроводных сетей радиодоступа 5G NR.

#### **3.1. Общие принципы построения ресурсных моделей**

Анализ динамики процесса обслуживания абонентов в системах со случайными потоками заявок традиционно моделируется, используя методы теории массового обслуживания. С появлением сетей беспроводного доступа с коммутацией пакетов, помимо случайного поведения потока поступающих заявок, необходимо также учитывать случайность объемов запросов на ресурсы, вызванную местоположением появления заявки на обслуживание. Отметим, что, как показано выше, методы стохастической геометрии позволяют учитывать последний эффект, неявно предполагая, что обслуживаемый трафик обладает свойством эластичности.

Предполагается, что сети радиодоступа 5G NR будут ориентированы на приложения, требовательные к пропускной способности на беспроводном участке доступа, такие как передача видео высокого разрешения, приложения дополненной и виртуальной

реальности. Такие приложения не обладают свойством эластичности трафика и часто требуют некоторую фиксированную скорость в течение всей длительности обслуживания.

Одним из возможных вариантов построения моделей обслуживания абонентов в сетях радиодоступа 5G NR является совмещение методов стохастической геометрии и теории массового обслуживания. Методы стохастической геометрии в этом подходе позволяют учесть случайность местоположения новых заявок и процесс динамической блокировки путей распространения, а также охарактеризовать случайные запросы на ресурсы. Модели теории массового обслуживания позволяют учесть указанные факторы, а также случайность потока заявок на обслуживание.

Рассмотрим СМО с  $N$  обслуживающими приборами, в которой каждой поступающей заявке требуется отдельный прибор. Также СМО ассоциирована с некоторым объемом ресурсов фиксированного размера  $R$ . Предполагается, что существует некоторая минимальная неделимая единица ресурсов размера  $\Delta$ , которая, например, соответствует минимальному размеру первичного ресурсного блока в сетях радиодоступа 5G NR. Заявки поступают в систему согласно стационарному процессу Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ . Время обслуживания заявки распределено экспоненциально с параметром  $\mu$ . Потребности заявок в ресурсах являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами, которые также не зависят от процессов поступления и обслуживания и задаются функцией распределения  $F_R(x)$ ,  $x > 0$ , которая имеет дискретную структуру с рядом распределения  $p_m$ ,  $m \geq 0$ . Если по прибытии заявки в системе не хватает ресурсов для удовлетворения ее требований, то поступающей заявке отказывается в обслуживании. Отметим, что указанная СМО является частным случаем общего класса ресурсных СМО со случайными запросами на ресурсы.

Требования к ресурсам в предлагаемой СМО не остаются постоянными в течение всего времени обслуживания. Каждая заявка, которая находится на обслуживании в системе ассоциирована с пуассоновским потоком сигналов с интенсивностью  $\alpha$ . По прибытии сигнала заявка освобождает все занятые ресурсы, создает новое требование к ресурсам с таким же распределением вероятностей  $F_R(x)$ ,  $x > 0$  и пытается занять новое количество ресурсов. Если

объем новых требований к ресурсам превышает количество незанятых ресурсов в системе, то заявка, находящаяся на обслуживании, блокируется (сбрасывается).

Описанная процедура призвана учитывать одну из основных особенностей сетей радиодоступа 5G NR – изменение состояния АУ, связанное с блокировкой путей распространения сигнала между NR БС и АУ. В качестве модели распространения можно использовать усредненную модель распространения или кластерную модель распространения. В качестве сценариев можно рассматривать NR БС с некоторым радиусом покрытия,  $d_E$ , и как стационарных, так и мобильных абонентов в поле стационарных или движущихся блокаторов. Отметим, что в условиях стационарных абонентов и стационарных блокаторов необходимость в дополнительном процессе сигналов, представляющих процесс изменения состояния АУ с заблокированного на незаблокированный, отпадает.

Для параметризации представленной модели необходимо определить следующие параметры:  $a$ ) область покрытия NR БС для данной излучаемой мощности, а также конфигурации передающей и приемной антенн,  $d_E$ ,  $b$ ) ФР количества ресурсов, запрашиваемых у NR БС новой сессией,  $F_R(x)$ , и  $v$ ) интенсивность изменений состояния АУ,  $\alpha$ . Отметим, что такой подход позволяет использовать удобную абстракцию беспроводной составляющей системы, заменяя ее тремя параметрами. Методы, позволяющие получить указанные параметры, рассмотрены в разделе 2.

Отметим, что в качестве характеристик обслуживания нас интересуют параметры производительности системы и характеристики обслуживания абонентов. Одним из основных параметров производительности системы для оператора является среднее количество занятых ресурсов. К характеристикам обслуживания абонентов отнесем вероятность потери заявки, поступающей в систему и вероятность потери заявки, принятой на обслуживание.

### **3.2. Базовая ресурсная модель**

Рассмотрим процесс обслуживания трафика на отдельно стоящей базовой станции 5G NR. Предположим следующие характеристики:  $a$ ) радиус обслуживания базовой станции выбран таким

образом, что не происходит прерываний уже установленных соединений, б) максимально возможное количество активных сессий может быть ограничено, в) ресурс ограничен и измеряется в первичных ресурсных блоках NR, г) интенсивность поступления сессий в зоне обслуживания фиксирована и известна, д) геометрическое положение пользователей с активными сессиями распределено равномерно в зоне обслуживания базовой станции, е) трафик является неэластичным.

Определим для указанной системы базовую ресурсную модель. Рассмотрим многолинейную систему массового обслуживания с  $N \leq \infty$  приборами и конечным ресурсом объема  $R$ . На систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , времена обслуживания которых имеют экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$ . Каждая заявка при поступлении в систему требует один прибор и некоторый случайный объем ресурсов. Далее будем считать, что распределение требований к ресурсам является дискретным и описывается вероятностным рядом  $\{p_j\}_{j \geq 0}$ ,

где  $p_j$  – вероятность того, что заявке требуется  $j$  ресурсов. Если при поступлении заявки в системе нет свободного прибора или недостаточно ресурса, то она блокируется. По завершении обслуживания заявка покидает систему и освобождает весь объем занятых ею ресурсов. Схема СМО представлена на рис. 18. Указанные параметры могут быть получены, используя результаты раздела 2. Отметим, что указанная модель не учитывает процесс блокировки.

Поведение системы описывается случайным процессом  $X_1(t) = \{\xi(t), \gamma(t)\}$ , где  $\xi(t)$  – число заявок в системе в момент времени  $t$ , а  $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \dots, \gamma_{\xi(t)}(t))$  – вектор объемов занятых ресурсов каждой заявкой. Далее будем считать, что новая заявка при поступлении может получить любой номер от 1 до  $\xi(t)$ .

Введем обозначения для стационарных вероятностей процесса  $X_1(t)$ :

$$Q_k(r_1, \dots, r_k) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k, \gamma_1(t) = r_1, \dots, \gamma_k(t) = r_k\}, \quad (59)$$

$$0 \leq k \leq N, r_1 + \dots + r_k \leq R.$$

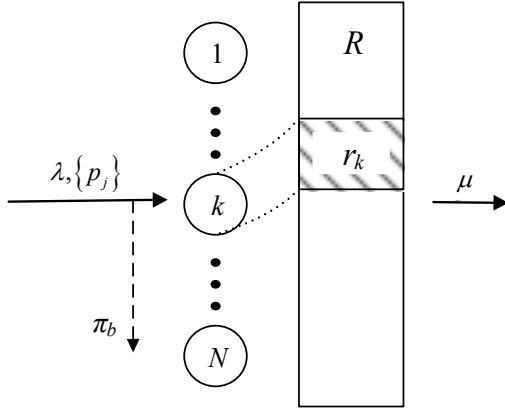


Рис. 18. Схема базовой ресурсной СМО

Для вычисления стационарных вероятностей выведем систему уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}
 \lambda Q_0 \sum_{r=0}^{\infty} p_r &= \mu \sum_{r=0}^R Q_1(r); \\
 Q_k(r_1, \dots, r_k) &\left( \lambda \sum_{j=0}^{R-r_1-\dots-r_k} p_j + n\mu \right) = \\
 &= \frac{\lambda}{k} \sum_{i=1}^k Q_{k-1}(r_1, \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, \dots, r_k) p_{r_i} + \\
 &+ \mu \sum_{i=1}^{k+1} \sum_{j=0}^{R-r_1-\dots-r_k} Q_{k+1}(r_1, \dots, r_{i-1}, j, r_i, \dots, r_k), \\
 1 \leq k \leq N-1, \quad r_1 + \dots + r_k &\leq R; \\
 N\mu Q_N(r_1, \dots, r_N) &= \frac{\lambda}{N} \sum_{i=1}^N Q_{N-1}(r_1, \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, \dots, r_{N-1}) p_{r_i}, \\
 r_1 + \dots + r_N &\leq R.
 \end{aligned} \tag{60}$$

Система (60) имеет единственное решение, удовлетворяющее условию нормировки. С помощью подстановки можно убедиться, что таким решением являются выражения вида

$$Q_k(r_1, \dots, r_k) = Q_0 \frac{\rho^k}{k!} p_{r_1} \dots p_{r_k}, \quad 1 \leq k \leq N, \quad \sum_{i=1}^k r_i \leq R, \quad (61)$$

$$Q_0 = \left( 1 + \sum_{k=1}^N \sum_{r_1 + \dots + r_k \leq R} \frac{\rho^k}{k!} p_{r_1} \dots p_{r_k} \right)^{-1},$$

где  $\rho = \lambda/\mu$  – предложенная нагрузка.

Отметим, что пространство состояний процесса  $X_1(t)$  растет очень быстро с ростом  $N$  и  $R$ , что приводит к существенным сложностям при вычислении стационарных вероятностей и расчете характеристик производительности системы, несмотря на наличие аналитических формул (61). Более того, процесс  $X_1(t)$  включает много избыточной информации, которая в подавляющем большинстве случаев не нужна. Как правило, для анализа показателей эффективности системы достаточно отслеживать только число заявок в системе и суммарный объем ресурса, занятый всеми заявками. Введем стационарные вероятности для укрупненных состояний

$$P_k(r) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi(t) = k, \sum_{i=1}^k \gamma_i(t) = r\}. \quad (62)$$

Тогда, просуммировав соответствующие вероятности (61), получим

$$P_k(r) = P_0 \frac{\rho^k}{k!} p_r^{(k)}, \quad 1 \leq k \leq N, r \leq R, \quad (63)$$

$$P_0 = \left( 1 + \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^R \frac{\rho^k}{k!} p_r^{(k)} \right)^{-1},$$

где  $\{p_r^{(k)}\}_{r \geq 0}$  –  $k$ -кратная свертка распределения  $\{p_j\}_{j \geq 0}$ , причем  $p_r^{(k)}$  можно интерпретировать как вероятность того, что  $k$  заявок суммарно запрашивают  $r$  ресурсов. На практике дискретные свертки удобно вычислять при помощи следующего рекуррентного соотношения:

$$p_r^{(k)} = \sum_{i=0}^r p_i p_{r-i}^{(k-1)}, \quad k \geq 2, \quad (64)$$

где  $p_r^{(1)} = p_r$ ,  $r \geq 0$ .



Используя вероятности укрупненных состояний  $P_k(r)$ , можно получить формулы для основных характеристик модели: вероятности блокировки  $\pi_b$  и среднего объема занятого ресурса  $\bar{R}$ :

$$\pi_b = 1 - P_0 \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\rho^k}{k!} \sum_{r=0}^R p_r^{(k+1)}, \quad (65)$$

$$\bar{R} = P_0 \sum_{k=1}^N \frac{\rho^k}{k!} \sum_{r=1}^R r p_r^{(k)} \quad (66)$$

### 3.2.1. Упрощенная система

Рассмотрим теперь упрощенный процесс  $X_2(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$ , в котором, в отличие от процесса  $X_1(t)$ , вторая компонента  $\delta(t)$  обозначает суммарный объем ресурса, занятый всеми заявками. Упрощение приводит, с одной стороны, к снижению размерности пространства состояний, а с другой стороны, к потере части важной информации о процессе. В результате невозможно точно сказать, какой объем ресурсов освободит заявка при уходе из системы. В этом случае предлагается использовать следующий вероятностный подход. Допустим, что система находится в состоянии  $(k, r)$  в момент перед уходом заявки из системы. Тогда вероятность того, что уходящая заявка освободит  $j$  ресурсов, можно определить по формуле Байеса:  $\frac{p_j p_{r-j}^{(k-1)}}{p_r^{(k)}}$ . Выпишем систему уравнений равновесия (СУР) для стационарных вероятностей  $q_k(r)$  процесса  $X_2(t)$ :

$$\begin{aligned} \lambda q_0 \sum_{r=0}^R p_r &= \mu \sum_{r=0}^R q_1(r), \\ q_k(r) \left( \lambda \sum_{r=0}^{R-r} p_r + k\mu \right) &= \lambda \sum_{j=0}^r q_{k-1}(j) p_{r-j} + \\ &+ (k+1)\mu \sum_{j=0}^{R-r} q_{k+1}(r+j) \frac{p_j p_r^{(k)}}{p_{r+j}^{(k+1)}}, \quad 1 \leq k \leq N-1, \quad 0 \leq r \leq R, \\ N\mu q_N(r) &= \lambda \sum_{j=0}^r q_{N-1}(j) p_{r-j}, \quad 0 \leq r \leq R. \end{aligned} \quad (67)$$

Подставляя в систему (67) выражения для  $P_k(r)$ , можно убедиться, что (63) является решением этой системы. Таким образом, стационарные вероятности упрощенного процесса  $X_2(t)$  совпадают с вероятностями укрупненных состояний  $P_k(r)$  исходного процесса  $X_1(t)$ .

Данный факт имеет колоссальное значение для анализа более сложных систем, которые будут рассматриваться в следующих разделах. Дело в том, что в более сложных системах, как правило, не удается получить аналитические выражения для стационарных вероятностей, что приводит к необходимости численно решать СУР. В таком случае принципиальное значение имеет размерность пространства состояний. Поэтому предложенное упрощение процесса позволяет численно рассчитывать характеристики системы за разумное время.

Отметим при этом, что равенство вероятностей укрупненных состояний исходного процесса и вероятностей упрощенного процесса не является доказанным фактом для более сложных систем. Однако это позволяет обоснованно предполагать, что данное упрощение дает хорошее приближение с допустимой погрешностью. На практике это предположение необходимо проверять, например, методами имитационного моделирования.

### **3.2.2. Агрегирование потоков заявок**

Рассмотрим теперь ресурсную СМО с несколькими потоками заявок. В отличие от рассмотренной выше, теперь на систему поступает  $L$  пуассоновских потоков заявок с интенсивностями  $\lambda_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ . Заявки  $l$ -го типа обслуживаются с интенсивностями  $\mu_l$ , а распределение требований к ресурсам обозначим  $\{p_{l,r}\}_{r \geq 0}$ . В этом случае стационарные вероятности  $Q_{k_1, \dots, k_L}(r_1, \dots, r_L)$  того, что в системе  $k_1$  заявок первого типа занимают суммарно  $r_1$  ресурсов,  $k_2$  заявок второго типа занимают суммарно  $r_2$  ресурсов, ...,  $k_L$  заявок типа  $L$  занимают суммарно  $r_L$  ресурсов, принимают вид

$$Q_{k_1, \dots, k_L}(r_1, \dots, r_L) = Q_0 \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!} p_{1, r_1}^{(k_1)} \dots p_{L, r_L}^{(k_L)}, \quad \sum_{l=1}^L k_l \leq N, \quad \sum_{l=1}^L r_l \leq R; \quad (68)$$

$$Q_0 = \left( 1 + \sum_{1 \leq k_1 + \dots + k_L \leq N} \sum_{0 \leq r_1 + \dots + r_L \leq R} Q_{k_1, \dots, k_L}(r_1, \dots, r_L) \right)^{-1}.$$

Здесь  $\rho_l = \lambda_l / \mu_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ . Заметим, что выражения (68) тоже мало пригодны для численных расчетов. Далее покажем, что стационарные вероятности ресурсной СМО с  $L$  потоками заявок равны стационарным вероятностям ресурсной СМО с одним агрегированным потоком, имеющим средневзвешенное распределение требований к ресурсам. Для целых положительных  $k$  определим последовательность  $G_{L, k, r}$ ,  $r \geq 0$  следующим образом:

$$G_{L, k, r} = \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L \geq 0 \\ k_1 + \dots + k_L = k}} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!} \sum_{\substack{r_1, \dots, r_L \geq 0 \\ r_1 + \dots + r_L = r}} p_{1, r_1}^{(k_1)} \dots p_{L, r_L}^{(k_L)}. \quad (69)$$

Рассмотрим производящую функцию (ПФ)  $G_{L, k}(z)$  последовательности  $G_{L, k, r}$ .

$$G_{L, k}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} z^r \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L \geq 0 \\ k_1 + \dots + k_L = k}} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!} \sum_{\substack{r_1, \dots, r_L \geq 0 \\ r_1 + \dots + r_L = r}} p_{1, r_1}^{(k_1)} \dots p_{L, r_L}^{(k_L)}. \quad (70)$$

Обозначим ПФ распределения требований к ресурсам заявок типа  $l$  как  $P_l(z)$ . Тогда, с учетом свойств ПФ, получим

$$G_{L, k}(z) = \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L \geq 0 \\ k_1 + \dots + k_L = k}} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!} P_1^{k_1}(z) \dots P_L^{k_L}(z). \quad (71)$$

Наконец, обозначив  $\rho = \rho_1 + \dots + \rho_L$  и воспользовавшись полиномиальной теоремой, окончательно получим

$$\begin{aligned} G_{L, k}(z) &= \frac{\rho^k}{k!} \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L \geq 0 \\ k_1 + \dots + k_L = k}} \frac{k!}{k_1! \dots k_L!} \left( \frac{\rho_1}{\rho} \right)^{k_1} \dots \left( \frac{\rho_L}{\rho} \right)^{k_L} P_1^{k_1}(z) \dots P_L^{k_L}(z) = \\ &= \frac{\rho^k}{k!} \left( \frac{\rho_1}{\rho} P_1(z) + \dots + \frac{\rho_L}{\rho} P_L(z) \right)^k. \end{aligned} \quad (72)$$

Отсюда вытекает, что у системы с несколькими входящими потоками совместное распределение суммарного числа заявок в системе и объемов занятых ими ресурсов является таким же, как у системы с одним входящим потоком и средневзвешенными требованиями к ресурсу. Иными словами, стационарные вероятности  $Q_k(r)$  того, что в системе всего  $k$  заявок всех типов, которые вместе занимают  $r$  ресурсов, определяются по формуле

$$Q_k(r) = Q_0 \frac{\rho^k}{k!} \bar{p}_r^{(k)}, \quad 1 \leq k \leq N, \quad r \leq R; \quad (73)$$

$$Q_0 = \left( 1 + \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^R Q_k(r) \right)^{-1},$$

где  $\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_L$ , а вероятности  $\bar{p}_r$  задаются выражением

$$\bar{p}_r = \sum_{l=1}^L \frac{\rho_l}{\rho} p_{l,r}. \quad (74)$$

Средний объем занятого ресурса можно найти по формуле, аналогичной (66), а вероятность блокировки заявки типа  $l$  принимает вид

$$\pi_{b,l} = 1 - \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r=0}^R Q_k(r) p_{l,R-r}. \quad (75)$$

### **3.2.3. Алгоритм вычисления характеристик системы**

Вычисление характеристик ресурсных СМО по прямым аналитическим выражениям для стационарных вероятностей осложняется необходимостью расчета многократных сверток распределения требований к ресурсам. Для снижения сложности расчетов разработан рекуррентный алгоритм расчета нормирующей константы, позволяющий вычислять характеристики модели без непосредственного расчета стационарных вероятностей.

Для целых неотрицательных  $n$  и  $r$  введем обозначение  $G(n, r) = \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \sum_{j=0}^r p_j^{(k)}$ . Согласно этому определению и формуле (73) нормирующая константа, она же вероятность того, что система

пуста, равна  $Q_0 = G(N, R)^{-1}$ . Используя свойства сумм, легко убедиться, что функции  $G(n, r)$  удовлетворяют рекуррентному соотношению

$$G(n, r) = G(n-1, r) + \frac{\rho}{n} \sum_{j=0}^r p_j (G(n-1, r-j) - G(n-2, r-j)), \quad (76)$$

с начальными условиями

$$G(0, r) = 1, \quad G(1, r) = 1 + \sum_{j=0}^r p_j, \quad r \geq 0. \quad (77)$$

При помощи функций  $G(n, r)$  можно вычислить практически любую характеристику системы. К примеру, вероятность  $\pi_b$  блокировки заявки и среднее число  $\bar{R}$  занятого ресурса принимают вид

$$\pi_b = 1 - \frac{1}{G(N, R)} \sum_{j=0}^R p_j G(N-1, R-j), \quad (78)$$

$$\bar{R} = R - \frac{1}{G(N, R)} \sum_{j=1}^R G(N, R-j). \quad (79)$$

### 3.3. Ресурсная модель с сигналами

В данном разделе мы рассмотрим ресурсную СМО с сигналами, которые позволяют учитывать наличие блокировок прямой видимости в сетях доступа миллиметрового диапазона. Сигналы моделируют внешний поток событий, приводящий к изменению состояния прямой видимости (LoS, nLoS) и, следовательно, к изменению объема требуемого частотно-временного ресурса. Остальные предположения раздела 3.2 остаются неизменными.

Таким образом, в отличие от модели, рассмотренной в предыдущей секции, теперь каждая заявка, находящаяся на обслуживании, порождает пуассоновский поток сигналов с интенсивностью  $\alpha$ , при поступлении которого она освобождает весь занимаемый ею ресурс, чтобы попытаться занять новый объем ресурса, имеющий то же вероятностное распределение.

При построении и анализе модели мы будем использовать метод упрощения, предложенный в разделе 4.1.1 и подразумевающий отслеживание только суммарного объема занятого ресурса. Поведение системы описывается случайным процессом

$X(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$ , в котором, как и прежде, первая компонента означает число заявок в системе в момент времени  $t$ , а вторая – суммарный объем занятого всеми заявками ресурса.

Пространство состояний системы описывается множеством

$$\Psi = \bigcup_{k=0}^N \Psi_k, \quad \Psi_k = \{(k, r) : 0 \leq r \leq R, p_r^{(k)} > 0\}. \quad (80)$$

Упорядочив состояния в множествах по возрастанию числа ресурсов, введем функции  $I(k, r)$ , значения которых равны порядковому номеру состояния  $(k, r)$  в множестве  $\Psi_k$ .

### 3.3.1. Стационарные вероятности системы

Для начала введем дополнительное обозначение, которое облегчит понимание данного и последующих разделов. Пусть  $\theta_i(k, r)$  – вероятность того, что одна заявка занимает  $i$  ресурсов при условии, что  $k$  заявок суммарно занимают  $r$  ресурсов. Тогда, согласно формуле Байеса,

$$\theta_i(k, r) = \frac{p_i p_{r-i}^{(k-1)}}{p_r^{(k)}}. \quad (81)$$

Для построения инфинитезимальной матрицы процесса  $X(t)$  рассмотрим подробнее возможные переходы между состояниями системы. Пусть в некоторый момент времени система находится в состоянии  $(k, r)$ . С вероятностью  $p_j$  в систему может поступить заявка, которая займет  $j$  единиц ресурса, если  $j \leq R - r$  и система перейдет в состояние  $(k + 1, r + j)$ . При завершении обслуживания заявка высвобождает  $i$  ресурсов с вероятностью  $\theta_i(k, r)$ . В таком случае система перейдет в состояние  $(k - 1, r - i)$ .

В момент поступления сигнала одна из заявок системы сначала освобождает занимаемые ею  $i$  единиц ресурса с вероятностью  $\theta_i(k, r)$  и запрашивает  $j$  единиц ресурса с вероятностью  $p_j$ . Если  $j \leq i$ , то заявка гарантированно принимается в систему. При этом если  $j < i$ , то система переходит в состояние  $(k, r - i + j)$  с вероятностью  $\theta_i(k, r)p_j$ , а в случае  $j = i$  состояние системы не меняется. Вместе с тем если новый объем требований заявки превышает

предыдущий объем, то заявка остается в системе только в случае  $j \leq R - r + i$ , в противном случае заявка сбрасывается и система переходит в состояние  $(k - 1, r - i)$ .

Инфинитезимальная матрица  $\mathbf{A}$  процесса  $X(t)$  является блочной трехдиагональной с диагональными блоками  $\mathbf{D}_0, \mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{D}_N$ , наддиагональными блоками  $\mathbf{\Lambda}_1, \dots, \mathbf{\Lambda}_N$  и поддиагональными блоками  $\mathbf{M}_0, \dots, \mathbf{M}_{N-1}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_0 & \mathbf{\Lambda}_1 & & & & & \\ \mathbf{M}_0 & \mathbf{D}_1 & \mathbf{\Lambda}_2 & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & \mathbf{M}_{N-2} & \mathbf{D}_{N-1} & \mathbf{\Lambda}_N & \\ & & & & \mathbf{M}_{N-1} & \mathbf{D}_N & \end{pmatrix}. \quad (82)$$

Здесь начальные блоки имеют вид

$$\mathbf{D}_0 = -\lambda \sum_{j=0}^R p_j, \quad (83)$$

$$\mathbf{\Lambda}_1 = (\lambda p_0, \dots, \lambda p_R), \quad (84)$$

$$\mathbf{M}_0 = (\mu, \dots, \mu)^T, \quad (85)$$

причем из блока  $\mathbf{\Lambda}_1$  необходимо исключить нулевые элементы, чтобы число столбцов в ней, так же как и число строк в блоке  $\mathbf{M}_0$ , было равно числу состояний в подмножестве  $\Psi_1$ . Остальные блоки задаются выражениями

$$\mathbf{D}_n(I(n, i), (n, j)) = \begin{cases} -\left( \lambda \sum_{j=0}^{R-i} p_j + n\mu + n\alpha \left(1 - \sum_{m=0}^i \theta_m(n, i) p_m\right) \right), \\ i = j, \\ n\alpha \sum_{m=0}^i \theta_m(n, i) p_{j-i+m}, i < j, \\ n\alpha \sum_{m=i-j}^i \theta_m(n, i) p_{j-i+m}, i > j, \end{cases} \quad (86)$$

$$(n, i), (n, j) \in \Psi_n, \quad 1 \leq n \leq N - 1;$$

$$\mathbf{D}_N(I(N,i),(N,j)) = \begin{cases} -\left(N\mu + N\alpha\left(1 - \sum_{m=0}^i \theta_m(N,i)p_m\right)\right), \\ i = j, \\ N\alpha \sum_{m=0}^i \theta_m(N,i)p_{j-i+m}, i < j, \\ N\alpha \sum_{m=i-j}^i \theta_m(N,i)p_{j-i+m}, i > j, \end{cases} \quad (87)$$

$$(N,i),(N,j) \in \Psi_N;$$

$$\mathbf{\Lambda}_n(I(n-1,i),(n,j)) = \begin{cases} \lambda p_{j-i}, & i \leq j \leq R, \\ 0, & j < i, \end{cases} \quad (88)$$

$$(n-1,i) \in \Psi_{n-1}, (n,j) \in \Psi_n, \quad 2 \leq n \leq N;$$

$$\mathbf{M}_n(I(n+1,i),(n,j)) = \begin{cases} (n+1)\mu\theta_{i-j}(n+1,i), & j \leq i \leq R, \\ 0, & j > i, \end{cases} \quad (89)$$

$$(n+1,i) \in \Psi_{n+1}, (n,j) \in \Psi_n, \quad 1 \leq n \leq N-1.$$

Стационарные вероятности  $Q_k(r)$  процесса  $X(t)$  являются единственным решением СУР с условием нормировки, выписанной в матричном виде

$$\mathbf{Q}\mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{Q} \cdot \mathbf{1} = 1, \quad (90)$$

где  $\mathbf{Q}$  – вектор-строка стационарных вероятностей, а  $\mathbf{1}$  – вектор-столбец из единиц соответствующей длины. Решать систему (90) можно любым численным методом решения систем линейных уравнений, в том числе использующих специальную блочную структуру описанной инфинитезимальной матрицы.

### 3.3.2. Показатели эффективности системы

Перейдем теперь к анализу показателей эффективности системы, к которым, как и прежде, относятся вероятность  $\pi_b$  блокировки заявки при поступлении и средний объем  $\bar{R}$  занятого ресурса. Эти характеристики можно напрямую вычислять через стационарные вероятности:



$$\pi_b = 1 - \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r=0}^R Q_k(r) \sum_{j=0}^{R-r} p_r, \quad (91)$$

$$\bar{R} = \sum_{k=0}^N \sum_{r=0}^R r Q_k(r). \quad (92)$$

Кроме того, в данной системе нас также интересует вероятность  $\pi_t$  сброса уже принятой заявки, который стал возможен в связи с наличием сигналов. Для этого вычислим интенсивность  $\nu$  сброса принятых заявок, что происходит в случаях, когда в результате поступления сигнала новый объем требуемых заявкой ресурсов превышает объем незанятых ресурсов:

$$\nu = \alpha \bar{N} \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^R Q_k(r) \sum_{j=0}^r \theta_j(k, r) \left( 1 - \sum_{i=0}^{R-r+j} p_i \right), \quad (93)$$

где  $\bar{N}$  – среднее число заявок в системе:

$$\bar{N} = \sum_{k=1}^N \sum_{r=0}^R k Q_k(r). \quad (94)$$

Тогда вероятность  $\pi_t$  можно определить как предел отношения числа сброшенных заявок, которые были приняты в систему, к общему числу принятых заявок за время  $T$ , откуда получим

$$\pi_t = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\nu T}{\lambda(1 - \pi_b)T} = \frac{\nu}{\lambda(1 - \pi_b)}. \quad (95)$$

Отметим, что из представленных показателей эффективности наиболее критичной является именно последняя вероятность сброса принятой заявки. Поэтому в последующих разделах мы представим методы анализа механизмов, позволяющих снизить эту вероятность.

В заключение настоящего раздела напомним, что для ресурсной СМО с сигналами предлагаемое упрощение, позволяющее отслеживать только суммарный объем занимаемых ресурсов, позволяет получать не точное, а приближенное решение. При использовании изложенных методов для прикладных расчетов необходимо проверять, что данное приближение дает приемлемую относительную погрешность при заданных интервалах исходных данных.

### 3.4. Резервирование ресурсов

Резервирование части емкости сети для поддержания сессий, которые в результате блокировки линии прямой видимости требуют больше ресурсов, является одним из механизмов, увеличивающих показатели непрерывности сессий в сетях доступа, использующих миллиметровый диапазон частот. В этом случае новым поступающим сессиям доступна только часть общего ресурса системы, а остальная часть предназначена для поддержания уже принятых сессий. В данном разделе представлена модель такого механизма для базовой станции 5G NR на базе ресурсной СМО с сигналами, а также проведен анализ ее характеристик. Предположения о процессе обслуживания трафика совпадают с указанными в разделе 3.2. Кроме того, отметим, что анализ проведен в условиях упрощения системы, которое позволяет отслеживать только суммарный занятый ресурс.

#### 3.4.1. Построение модели

Итак, рассматривается СМО с  $N$  серверами и конечным объемом  $R$  ресурсов, часть которого  $R_0 = (1 - \gamma)R$ ,  $0 < \gamma < 1$  доступна новым поступающим заявкам. Здесь  $\gamma$  является параметром механизма резервирования и означает долю зарезервированных ресурсов. Поведение системы описывается случайным процессом  $X(t) = \{\xi(t), \delta(t)\}$ , где  $\xi(t)$  – число заявок в системе, а  $\delta(t)$  – суммарный объем занятого ресурса. Пространство состояний системы описывается формулой (80).

В отличие от СМО, описанной в разделе 3.3, при поступлении заявки в рассматриваемую систему она может занимать только часть общего ресурса,  $R_0 < R$ . Иными словами, пусть система находится в состоянии  $(k, r)$  и поступает заявка, требующая  $j$  ресурсов, то 1) если  $r > R_0$ , то любая новая поступающая заявка блокируется; 2) если  $r \leq R_0$ , то заявка блокируется при  $j > R_0 - r$ , 3) если  $r \leq R_0$  и  $j \leq R_0 - r$ , то заявка принимается в систему. Однако при изменении объема занимаемого ресурса в результате поступления сигнала

заявке становится доступен весь объем  $R$  ресурсов системы. Иначе говоря, если система находится в состоянии  $(k, r)$ , при поступлении сигнала заявка освобождает  $i$  ресурсов и хочет теперь занять  $j$  ресурсов, то она будет сброшена только в случае, если  $j > R - r + i$ .

В остальном система функционирует аналогично системе из раздела 3.3. Интенсивности переходов для наиболее общего состояния системы проиллюстрированы на рис. 19.

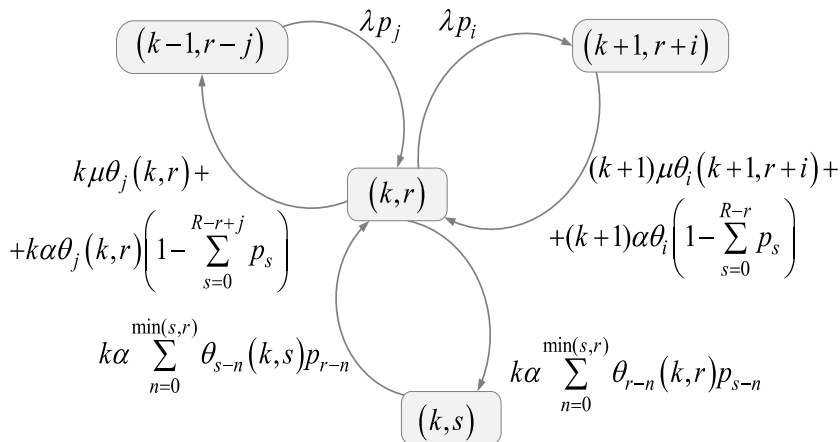


Рис. 19. Интенсивности переходов для центрального состояния

### 3.4.2. Система уравнений равновесия

С учетом введенных обозначений, а также следующей формулы

$$\theta(R_0 - j) = \begin{cases} 0, & j > R_0, \\ 1, & j \leq R_0, \end{cases} \quad (96)$$

можно выписать систему уравнений равновесия.

$$\begin{aligned}
\lambda Q_0 \sum_{j=0}^{R_0} p_j &= \mu \sum_{j:(1,j) \in \Psi_1} Q_1(j) + \alpha \sum_{j:(1,j) \in \Psi_1} Q_1(j) \left(1 - \sum_{s=0}^R p_s\right), \\
\left( \theta(R_0 - j) \lambda \sum_{j=0}^{R_0-r} p_j + k\mu + k\alpha \right) Q_k(r) &= \\
= \theta(R_0 - j) \lambda \sum_{j \geq 0: (k-1, r-j) \in \Psi_{k-1}} Q_{k-1}(r-j) p_j + \\
+ (k+1)\mu \sum_{j \geq 0: (k+1, r+j) \in \Psi_{k+1}} Q_{k+1}(r+j) \theta_j(k+1, j+r) + \\
+ (k+1)\alpha \left(1 - \sum_{s=0}^{R-r} p_s\right) \sum_{j \geq 0: (k+1, r+j) \in \Psi_{k+1}} Q_{k+1}(r+j) \theta_j(k+1, j+r) + \\
+ k\alpha \sum_{j \geq 0: (k,j) \in \Psi_k} Q_k(j) \sum_{i=0}^{\min(j,r)} \theta_{j-i}(k+1, j+r) p_{r-i}, \\
1 \leq n \leq N-1, 0 \leq r \leq R \\
N(\mu + \alpha) Q_N(r) &= \theta(R_0 - j) \lambda \sum_{j \geq 0: (N-1, j) \in \Psi_{N-1}} Q_{N-1}(r-j) p_j + \\
+ N\alpha \sum_{j \geq 0: (N, j) \in \Psi_N} Q_N(j) \sum_{i=0}^{\min(j,r)} \theta_{j-i}(N, j) p_{r-i}, 1 \leq r \leq R.
\end{aligned} \tag{97}$$

Используя систему уравнений (97) вместе с условием нормировки (96), можно вычислить стационарные вероятности системы. Инфинитезимальную матрицу для данного процесса можно получить аналогично разделу 3.3.1 на основе СУР (97). Оставляем это читателю в качестве упражнения.

### 3.4.3. Показатели эффективности системы

Перейдем к показателям эффективности системы. Так как рассматриваемая система с резервированием отличается от системы из раздела 3.3 только алгоритмом принятия новой поступающей заявки на обслуживание, то меняется только формула для расчета вероятности  $\pi_b$  блокировки новой заявки:

$$\pi_b = 1 - \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{R_0} Q_k(r) \sum_{j=0}^{R_0-r} p_r. \tag{98}$$

Остальные характеристики: среднее число занятого ресурса  $\bar{R}$  и вероятность блокировки принятой заявки  $\pi_i$  вычисляются по формулам (91) и (95) соответственно.

### **3.5. Мультиязычность и резервирование ресурсов**

Еще одним методом повышения показателей непрерывности сессий является метод мультиязычности (англ. multiconnectivity), который подразумевает поддержание мобильным устройством соединения с несколькими точками доступа. В этом случае данные передаются по одному каналу, а при переходе канала в состояние блокировки прямой видимости мобильное устройство мгновенно переключается на другое соединение с другой точкой доступа.

В данном разделе будет представлен метод решения более общей задачи, с совместным использованием двух механизмов: мультиязычности и резервирования. Заметим, что в отличие от предположений о процессе обслуживания трафика, принятых в разделе 3.2, здесь мы рассматриваем набор базовых станций 5G NR, каждая из которых доступна для каждого из пользователей. В качестве примера можно рассмотреть размещение базовых станций на периметре окружности городской площади. Отметим, что параметры рассмотренной далее модели на основе ресурсной СеМО необходимо определить, используя процедуру, изложенную в разделе 2.

#### **3.5.1. Построение модели мультиязычности**

Рассмотрим сеть массового обслуживания (СеМО), состоящую из  $K$  узлов. Узел  $k$  имеет  $N_k$  приборов и  $R_{k,1}$  единиц ресурсов. На  $k$ -й узел поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda_k$ ,  $k=1,2,\dots,K$ , причем  $\lambda = \sum_{k=1}^K \lambda_k$ . Каждая заявка, поступающая на  $k$ -й узел, требует для обслуживания случайный объем ресурсов, распределение которого выражается вероятностным рядом  $\{p_{0,r}\}_{r>0}$ . Для новых поступающих сессий доступен не весь объем ресурсов узла, а только его часть,  $R_{k,0} = R_{k,1}(1-\gamma)$ ,  $0 < \gamma < 1$ . Как и раньше, если поступающая заявка обнаруживает, что

в системе нет свободного прибора или недостаточно ресурсов, то заявка сбрасывается. Времена обслуживания заявок распределены экспоненциально с параметром  $\mu$ .

Каждая заявка, находящаяся на обслуживании в  $k$ -м узле, порождает пуассоновский поток сигналов, моделирующих переходы канала между состояниями LoS и nLoS, с параметром  $\alpha_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ . При поступлении сигнала заявка освобождает ранее занимаемый объем ресурсов и генерирует новый объем требований в соответствии с распределением  $\{p_{1,r}\}_{r>0}$ . Если на  $k$ -м узле достаточно ресурсов для удовлетворения новых требований, то заявка занимает требуемый объем ресурсов и продолжает обслуживание. В противном случае, если других узлов нет, заявка прерывает обслуживание и сбрасывается. Наконец, если  $K > 1$ , заявка покидает  $k$ -й узел, генерирует новый объем ресурсов в соответствии с распределением  $\{p_{0,r}\}_{r>0}$  и пытается перейти на любой другой узел из оставшихся с вероятностью  $1/(K-1)$ .

Такие заявки будем называть вторичными, а уровнем вторичной заявки – число переходов между узлами СеМО. Вторичные заявки образуют дополнительный пуассоновский входящий поток на каждый узел с интенсивностями  $\varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ .

Вторичные заявки могут занимать весь доступный объем ресурсов на узле. Если же на узле, на который перешла заявка в результате поступления сигнала, нет свободного прибора или недостаточно ресурсов, то она блокируется. Заметим, что благодаря свойству отсутствия памяти экспоненциального распределения, остаточное время обслуживания вторичной заявки имеет также экспоненциальное распределение с тем же параметром  $\mu$ . Схема модели представлена на рис. 20.

Для анализа описанной модели применяется метод декомпозиции, являющийся стандартным при расчете сложных СеМО. Ключевое предположение здесь в том, что процесс обслуживания заявок на каждом узле не зависит от процессов обслуживания на других узлах сети.

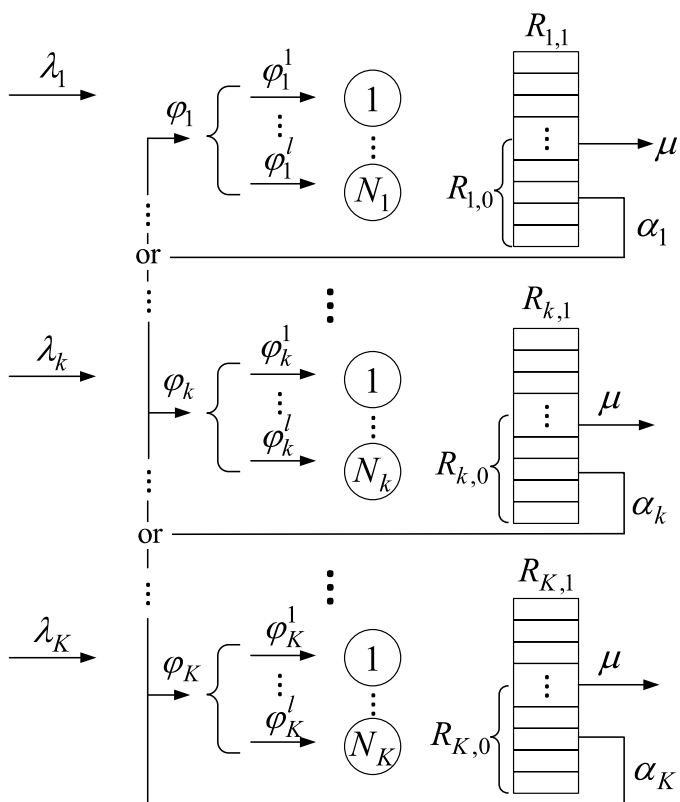


Рис. 20. Схема ресурсной СМО

На основании метода декомпозиции разработан рекуррентный алгоритм расчета характеристик системы, представленный на рис. 21. Начинаем вычисления, считая интенсивность поступления вторичных заявок равной нулю,  $\varphi_k = 0, k = 1, 2, \dots, K$ . Вычисляются стационарные вероятности каждого узла, из которых вычисляются показатели сети в целом.

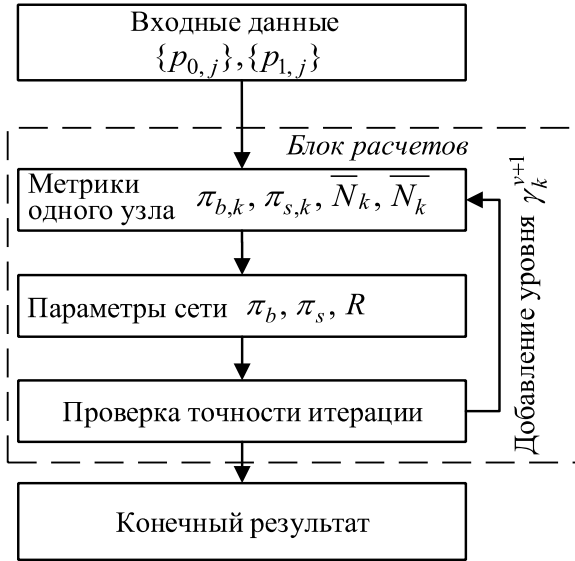


Рис. 21. Итерационная схема расчета характеристик системы

### 3.5.2. Модель отдельного узла сети

В данном разделе проводится анализ функционирования одного  $k$ -го узла сети. На узел поступает два пуассоновских потока заявок: поток первичных и вторичных заявок с интенсивностями  $\lambda_k$  и  $\varphi_k$  соответственно. При этом, согласно свойствам экспоненциального распределения, время пребывания заявки на узле имеет также экспоненциальное распределение с параметром  $\mu + \alpha_k$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$ .

При построении модели мы снова применяем принцип упрощения системы, при котором отслеживается только суммарный объем занятого ресурса. Тогда, принимая во внимание, необходимость учета количества первичных и вторичных заявок, поведение системы описывается трехмерным процессом  $X(t) = \{\xi_1(t), \xi_2(t), \delta(t)\}$ , где  $\xi_1(t)$  – число первичных заявок в системе в момент времени  $t$ ,  $\xi_2(t)$  – число вторичных заявок



в момент времени  $t$ , а  $\delta(t)$  – суммарный объем занятого всеми заявками ресурса. Пространство состояний процесса задается следующим выражением:

$$\Psi = \bigcup_{0 \leq n_1 + n_2 \leq N} \Psi_{n_1, n_2}, \quad (99)$$

$$\Psi_{n_1, n_2} = \left\{ (n_1, n_2, r) : 0 \leq r \leq R_1, \sum_{i=0}^{\min(r, R_0)} p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-i}^{(n_2)} > 0 \right\},$$

где, как и прежде, верхний индекс в скобках означает кратность свертки распределения.

Стационарные вероятности  $Q_{n_1, n_2}(r)$  состояний  $(n_1, n_2, r) \in \Psi$  процесса определяются следующим образом:

$$Q_{n_1, n_2}(r) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\xi_1(t) = n_1, \xi_2(t) = n_2, \delta(t) = r\}. \quad (100)$$

Рассмотрим объем ресурсов, который освобождает заявка при уходе из узла. Обозначим  $\beta_{0,j}(n_1, n_2, r)$  – вероятность того, что в результате ухода первичной заявки  $j$  ресурсов высвобождаются при условии, что система находится в состоянии  $(n_1, n_2, r)$ . Для случая  $r \leq R_0$  вероятности  $\beta_{0,j}(n_1, n_2, r)$  могут быть легко вычислены с помощью формулы Байеса:

$$\beta_{0,j}(n_1, n_2, r) = \frac{p_{0,j} \sum_{i=0}^{r-j} p_{0,i}^{(n_1-1)} p_{1,r-j-i}^{(n_2)}}{\sum_{i=0}^r p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-i}^{(n_2)}}. \quad (101)$$

Аналогично определим вероятность  $\beta_{1,j}(n_1, n_2, r)$  того, что в результате ухода вторичной заявки  $j$  ресурсов освобождаются при условии, что система находится в состоянии  $(n_1, n_2, r)$ , т.е.

$$\beta_{1,j}(n_1, n_2, r) = \frac{p_{1,j} \sum_{i=0}^{r-j} p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-j-i}^{(n_2-1)}}{\sum_{i=0}^r p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-i}^{(n_2)}}. \quad (102)$$

Оценка вероятностей  $\beta_{0,j}(n_1, n_2, r)$  и  $\beta_{1,j}(n_1, n_2, r)$  в случае  $r > R_0$  намного сложнее. Отметим, что эти вероятности зависят от порядка поступления первичных и вторичных заявок, что не может

быть определено по состоянию процесса. Однако, так как поступления первичных и вторичных заявок независимы друг от друга и принимая во внимание известное число заявок каждого типа, любую их перестановку по времени поступления в систему можно считать равновероятной. Вероятность того, что пришедшая последней первичная заявка занимает  $k$ -е место, равна

$$\frac{\binom{k-1}{n_1-1}}{\binom{k-1}{n_1+n_2}}, \quad (103)$$

где  $\binom{k-1}{n_1-1}$  равно числу способов поставить  $n_1-1$  первичную заявку по первым  $k-1$  местам (так как последняя займет  $k$ -е место), а  $\binom{k-1}{n_1+n_2}$  – число всех способов расставить  $n_1$  первичных заявок.

Вероятность того, что  $n_1$  первичных заявок и  $k-n_1$  вторичных занимают  $i \leq R_0$ , вычисляется при помощи свертки

$$\sum_{s=0}^i p_{0,s}^{(n_1)} p_{1,i-s}^{(k-n_1)}, \quad (104)$$

Далее, вероятность того, что  $n_1$  первичных и  $n_2$  вторичных заявок занимают  $r$  ресурсов при условии, что пришедшая последней первичная заявка занимает  $k$ -е место, также вычисляется через свертки:

$$\sum_{i=0}^{\min(r, R_0)} p_{1,r-i}^{(n_2+n_1-k)} \sum_{s=0}^i p_{0,s}^{(n_1)} p_{1,i-s}^{(k-n_1)}. \quad (105)$$

Наконец, вероятность того, что  $n_1$  первичных и  $n_2$  вторичных заявок вместе занимают  $r$  ресурсов, имеет вид

$$\sum_{k=n_1}^{n_1+n_2} \frac{\binom{k-1}{n_1-1}}{\binom{k-1}{n_1+n_2}} \sum_{i=0}^{\min(r, R_0)} p_{1,r-i}^{(n_2+n_1-k)} \sum_{s=0}^i p_{0,s}^{(n_1)} p_{1,i-s}^{(k-n_1)}. \quad (106)$$

Финальные формулы получаются довольно громоздкими, поэтому здесь они не приведены. Заинтересованному читателю предлагаем довести вывод до конца.

Вычисление вероятностей  $\beta_{0,j}(n_1, n_2, r)$  и  $\beta_{1,j}(n_1, n_2, r)$  в случае  $r > R_0$  представляет собой непростую вычислительную задачу. Поэтому для уменьшения вычислительной сложности предлагается использовать подход формул (101) и (102) для всего диапазона  $r$ , пренебрегая порядком поступления заявок. Практика показывает, что для реальных значений доли зарезервированного ресурса  $\gamma < 0,2$  такое допущение не приводит к существенным погрешностям:

$$\beta_{0,j}(n_1, n_2, r) = \frac{p_{0,j} \sum_{i=0}^{\min(r-j, R_0-j)} p_{0,i}^{(n_1-1)} p_{1,r-j-i}^{(n_2)}}{\sum_{i=0}^{\min(r, R_0)} p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-i}^{(n_2)}}, \quad (107)$$

$$\beta_{1,j}(n_1, n_2, r) = \frac{p_{1,j} \sum_{i=0}^{\min(r-j, R_0)} p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-j-i}^{(n_2-1)}}{\sum_{i=0}^{\min(r, R_0)} p_{0,i}^{(n_1)} p_{1,r-i}^{(n_2)}}.$$

Получив вероятности  $\beta_{0,j}(n_1, n_2, r)$  и  $\beta_{1,j}(n_1, n_2, r)$ , можно приступить к выводу СУР для процесса  $X(t)$ , представленной системой (108). Интенсивности переходов для центрального состояния проиллюстрированы на рис. 22.

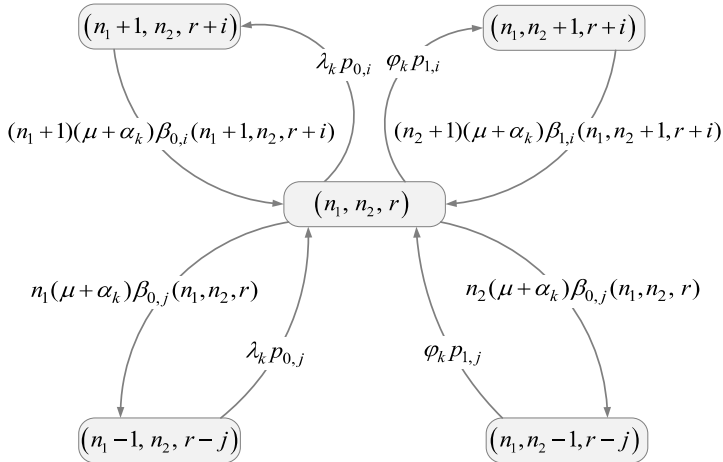


Рис. 22. Интенсивности переходов для центрального состояния

$$\begin{aligned}
& \mathcal{Q}_0 \left[ \lambda_k \sum_{j=0}^{R_0} p_{0,j} + \varphi_k \sum_{j=0}^{R_1} p_{1,j} \right] = \\
& = (\mu + \alpha_k) \left[ \sum_{j:(1,0,j) \in \Psi_{1,0}} \mathcal{Q}_{1,0}(j) + \sum_{j:(0,1,j) \in \Psi_{0,1}} \mathcal{Q}_{0,1}(j) \right]. \\
& \mathcal{Q}_{n_1, n_2}(r) \left[ \lambda_k \sum_{j=0}^{R_0-r} p_{0,j} + \varphi_k \sum_{j=0}^{R_1-r} p_{1,j} + (n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k) \right] = \\
& = \lambda_k \sum_{j:(n_1-1, n_2, r-j) \in \Psi_{n_1-1, n_2}} p_{0,j} \mathcal{Q}_{n_1-1, n_2}(r-j) + \tag{108} \\
& + \varphi_k \sum_{j:(n_1, n_2-1, r-j) \in \Psi_{n_1, n_2-1}} p_{1,j} \mathcal{Q}_{n_1, n_2-1}(r-j) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (n_1 + 1)(\mu + \alpha_k) \sum_{j:(n_1+1, n_2, r+j) \in \Psi_{n_1+1, n_2}} \mathcal{Q}_{n_1+1, n_2}(r+j) \beta_{0,j}(n_1 + 1, n_2, r+j) + \\
& + (n_1 + 1)(\mu + \alpha_k) \sum_{j:(n_1+1, n_2, r+j) \in \Psi_{n_1+1, n_2}} \mathcal{Q}_{n_1+1, n_2}(r+j) \beta_{0,j}(n_1 + 1, n_2, r+j) + \\
& + (n_2 + 1)(\mu + \alpha_k) \sum_{j:(n_1, n_2+1, r+j) \in \Psi_{n_1, n_2+1}} \mathcal{Q}_{n_1, n_2+1}(r+j) \beta_{1,j}(n_1, n_2 + 1, r+j),
\end{aligned}$$

$$n_1 + n_2 < N, \quad r \leq R_0.$$

$$\begin{aligned}
& \mathcal{Q}_{n_1, n_2}(r) \left[ \varphi_k \sum_{j=0}^{R_1-r} p_{1,j} + (n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k) \right] = \\
& = \varphi_k \sum_{j:(n_1, n_2-1, r-j) \in \Psi_{n_1, n_2-1}(r-j)} p_{1,j} \mathcal{Q}_{n_1, n_2-1}(r-j) + \\
& + (n_1 + 1)(\mu + \alpha_k) \sum_{j:(n_1+1, n_2, r+j) \in \Psi_{n_1+1, n_2}} \mathcal{Q}_{n_1+1, n_2}(r+j) \beta_{0,j}(n_1 + 1, n_2, r+j) + \\
& + (n_2 + 1)(\mu + \alpha_k) \sum_{j:(n_1, n_2+1, r+j) \in \Psi_{n_1, n_2+1}} \mathcal{Q}_{n_1, n_2+1}(r+j) \beta_{1,j}(n_1, n_2 + 1, r+j),
\end{aligned}$$

$$n_1 + n_2 < N, \quad r > R_0.$$

$$\begin{aligned}
& (n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k) \mathcal{Q}_{n_1, n_2}(r) = \lambda_k \sum_{j:(n_1-1, n_2, r-j) \in \Psi_{n_1-1, n_2}} p_{0,j} \mathcal{Q}_{n_1-1, n_2}(r-j) + \\
& + \varphi_k \sum_{j:(n_1, n_2-1, r-j)} p_{1,j} \mathcal{Q}_{n_1, n_2-1}(r-j), \quad n_1 + n_2 = N, \quad r \leq R_0.
\end{aligned}$$

$$(n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k) Q_{n_1, n_2}(r) = \varphi_k \sum_{j: (n_1, n_2 - 1, r - j) \in \Psi_{n_1, n_2 - 1}} p_{1, j} Q_{n_1, n_2 - 1}(r - j),$$

$$n_1 + n_2 = N, \quad r > R_0.$$

Уравнения (108) выводятся исходя из следующих соображений:

1. В левой части первого уравнения  $\lambda_k \sum_{j=0}^{R_0} p_{0, j} + \varphi_k \sum_{j=0}^{R_1} p_{1, j}$

представляет собой интенсивность выхода из состояния  $(0, 0, 0)$ . В правой части  $(\mu + \alpha_k)$  есть интенсивность перехода из всех состояний вида  $(1, 0, j)$  и  $(0, 1, j)$  в состояние  $(0, 0, 0)$ , что соответствует завершению обслуживания и переходу заявки на другой узел.

2. Второе уравнение справедливо для  $n_1 + n_2 < N$ ,  $r \leq R_0$ .

Выражение в левой части  $\lambda_k \sum_{j=0}^{R_0 - r} p_{0, j} + \varphi_k \sum_{j=0}^{R_1 - r} p_{1, j} + (n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k)$  равно интенсивности выхода из состояния  $(n_1, n_2, r)$ . Далее, первое слагаемое  $\lambda_k \sum_{j: (n_1 - 1, n_2, r - j) \in \Psi_{n_1 - 1, n_2}}$  есть интенсивность

переходов из состояния  $(n_1, n_2, r)$  в состояние  $(n_1 - 1, n_2, r - j)$ , вызванная поступлением первичной заявки на узел  $k$ . Второе слагаемое представляет собой интенсивность перехода в  $(n_1, n_2, r)$ , связанную с направлением на узел  $k$  вторичной заявки. Следующие два слагаемых определяют переходы в  $(n_1, n_2, r)$ , связанные с поступлением сигналов.

3. Третье уравнение справедливо для  $n_1 + n_2 < N$  и  $r > R_0$ .

Логика построения уравнения аналогична предыдущему.

4. Четвертое уравнение описывает переходы состояний, в которых  $n_1 + n_2 = N$ ,  $r \leq R_0$ . Первое слагаемое в левой части  $(n_1 + n_2)(\mu + \alpha_k)$  – это интенсивность переходов из состояния  $(n_1, n_2, r)$  в состояния  $(n_1 - 1, n_2, r - j)$  или  $(n_1, n_2 - 1, r - j)$  ( $n_1, n_2 - 1, r - j$ ), вызванные завершением обслуживания или поступлением сигнала соответственно. В правой части выражение

$\lambda_k \sum_{j:(n_1-1, n_2, r-j) \in \Psi_{n_1-1, n_2}} p_{0,j} Q_{n_1-1, n_2}(r-j)$  есть интенсивность переходов из

состояния  $(n_1-1, n_2, r-j)$  в состояние  $(n_1, n_2, r)$  в связи с поступлением первичной заявки. Второе слагаемое отражает переходы, вызванные поступлением вторичной заявки.

5. Пятое уравнение выводится аналогично предыдущему.

### **3.5.3. Итерационный алгоритм расчета показателей эффективности системы**

Система уравнений равновесия, определенная в (108), решается численно. В связи с тем что число уравнений в системе может достигать  $N(N+1)R_1/2$ , для операций с инфинитезимальной матрицей рекомендуется использовать специальные библиотеки для разреженных матриц, а для решения СУР – приближенные итерационные методы, например метод Гаусса–Зейделя.

Процесс расчета стационарных вероятностей и показателей эффективности системы является итерационным, так как на каждой итерации добавляется следующий уровень вторичных заявок. Процедура расчета заканчивается в момент достижения требуемой точности характеристик. На первой итерации интенсивности поступления вторичных заявок считаются равными нулю  $\varphi_k = 0, k = 0, 1, \dots, K$ . Далее выполняется следующее:

1. Используя  $\lambda_k, \mu, \alpha_k, \varphi_k$  и распределения  $\{p_{0,j}\}, \{p_{1,j}\}$ , вычисляются показатели эффективности каждого узла по отдельности: вероятность блокировки новой заявки  $\pi_{b,k}$ , вероятность  $\pi_{s,k}$  того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки, среднее число заявок  $\bar{N}_k$  и занятого ресурса  $\bar{R}_k$ .

2. Вычисляются параметры сети в целом: вероятность блокировки новой заявки  $\pi_b$ , вероятность того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки  $\pi_s$ , среднее число занятого ресурса  $\bar{R}$ .

3. Если достигнута необходимая точность, алгоритм останавливается. В противном случае вычисляются интенсивности

поступления вторичных заявок следующего уровня  $\varphi_k^{v+1}$ , запускается следующая итерация.

Теперь перейдем к формулам для расчета показателей эффективности узлов и всей сети. Вероятности  $\pi_{b,k}$  блокировки новой заявки на узле  $k$  и вероятность  $\pi_{s,k}$  того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки, принимают вид

$$\begin{aligned}\pi_{b,k} &= 1 - \sum_{0 \leq n_1 + n_2 \leq N-1} \sum_{r \leq R_{0,k} : (n_1, n_2, r) \in \Psi_{n_1, n_2}} Q_{n_1, n_2}(r) \sum_{j=0}^{R_{0,k}-r} P_{0,j}, \\ \pi_{s,k} &= 1 - \sum_{0 \leq n_1 + n_2 \leq N-1} \sum_{r : (n_1, n_2, r) \in \Psi_{n_1, n_2}} Q_{n_1, n_2}(r) \sum_{j=0}^{R_{1,k}-r} P_{1,j}.\end{aligned}\quad (109)$$

Интенсивности вторичных заявок рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned}\varphi_k &= \sum_{v=1}^{\infty} \varphi_k^v, \\ \varphi_k^1 &= \sum_{i=1}^K \lambda_i (1 - \pi_{b,i}) \frac{\alpha_i}{\mu + \alpha_i} \varphi_{i,k}^0, \\ \varphi_k^v &= \sum_{i=1}^K \varphi_i^{v-1} (1 - \pi_{s,i}) \frac{\alpha_i}{\mu + \alpha_i} \varphi_{i,k}^{v-1}, \quad v > 1,\end{aligned}\quad (110)$$

где  $v$  – обозначает уровень вторичной заявки.

Далее получим формулы для вычисления характеристик по всей сети: вероятность  $\pi_b$  блокировки новой заявки и вероятность  $\pi_s$  того, что переход на другой узел вызовет блокировку вторичной заявки:

$$\pi_b = \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{\lambda} \pi_{b,k}, \quad \pi_s = \sum_{k=1}^K \frac{\varphi_k}{\varphi} \pi_{s,k}.\quad (111)$$

Еще одна важная характеристика системы – вероятность  $\pi_o$  того, что принятая в систему заявка будет сброшена. Для ее вычисления воспользуемся формулой

$$\pi_o = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\varphi \pi_s t}{\lambda (1 - \pi_b) t} = \frac{\varphi \pi_s}{\lambda (1 - \pi_b)},\quad (112)$$

где числитель представляет собой среднее число принятых заявок, заблокированных за интервал времени  $t$ , а в знаменателе стоит число всех принятых в систему заявок за время  $t$ .

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сети радиодоступа 5G NR, работающие в миллиметровом диапазоне частот, будут составлять основу сетей связи будущего поколения. В дополнение к высокой пропускной способности использование миллиметрового диапазона частот позволяет применять антенные решетки, характеризующиеся высокой направленностью, что значительно уменьшает помехи, создаваемые такими системами. Однако работа в миллиметровом диапазоне частот также вызывает ряд уникальных негативных эффектов. Блокировка путей распространения сигнала приводит к частым и продолжительным падениям уровня принимаемого сигнала, которые не могут быть скомпенсированы, используя стандартные механизмы физического уровня.

Ухудшение мощности принимаемого сигнала может привести не только к увеличению ресурсов, требуемых для поддержки заданной скорости на абонентском участке доступа, но и к отключениям абонента от сети в процессе обслуживания. Таким образом, для повышения показателей качества обслуживания сетей 5G NR необходимо решить ряд новых задач, которые требуют разработки новых методов и алгоритмов обслуживания абонентов в сетях доступа 5G NR. Решение этих задач невозможно без создания комплексного математического подхода к моделированию таких сетей, направленного на исследование и анализ характеристик обслуживания абонентов в сетях радиодоступа 5G NR.

В пособии предложена методология построения моделей оценки показателей обслуживания абонентов и производительности сетей радиодоступа 5G NR, совмещающая как свойства каналов связи миллиметрового диапазона частот, так и процесс обслуживания трафика на базовых станциях сети. Предложенная методология обладает гибкой модульной структурой, где методы стохастической геометрии позволяют учитывать особенности каналов связи миллиметрового диапазона частот, а модели теории массового обслуживания описывают процесс обработки трафика на базовых станциях сети радиодоступа 5G NR. Указанное свойство позволяет как анализировать широкий спектр механизмов повышения характеристик обслуживания абонентов, так и рассматривать широкий спектр



сценариев развертывания сетей радиодоступа 5G NR. Используя класс ресурсных СМО, в качестве примера рассмотрены несколько сетевых механизмов борьбы с прерыванием обслуживания трафика – резервирование ресурсов, функция мультисвязности и совместное использование этих механизмов.

Предложенная методология не ограничена сетями радиодоступа 5G NR и может быть адаптирована для сетей связи терагерцового диапазона частот, 0,3–3 ТГц, которые будут составлять основу сетей связи шестого поколения.

## СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Назовите основные организации, осуществляющие стандартизацию сотовых сетей связи.
2. К какому поколению сетей связи относятся сети LTE?
3. Объясните понятие интерференции (помехи) в сотовых сетях связи.
4. Чем отличаются понятия ОСШ и ОСШП?
5. В каком диапазоне частот будут работать сети 5G?
6. Выпишите формулу Шеннона для теоретической скорости канала связи и объясните переменные, входящие в выражение.
7. Предположите основной способ наращивания емкости сотовой сети на абонентском участке доступа.
8. Назовите несколько принципиальных отличий сетей связи пятого поколения от сетей 4G.
9. Какие эффекты влияют на распространение радиоволн миллиметрового диапазона частот?
10. Опишите принципы использования стохастической геометрии для анализа беспроводных сетей связи.
11. Какой дополнительный элемент случайности вносят беспроводные сети по сравнению с проводными?
12. Какой эффект оказывает направленность антенн на ОСШ и ОСШП?
13. Дана случайная величина  $X$  с плотностью  $f_X(x)$ ,  $x > 0$ . Найти плотность случайной величины  $Y$ , связанной с  $X$  функциональной зависимостью  $Y = AX^{-B}$ .
14. Предположим, что приемник и интерферирующее устройство находятся на расстоянии  $x$ , обладают диаграммами направленности с углом сектора антенны  $a$ , которые ориентированы случайно и равномерно в диапазоне  $(0; 2\pi)$  независимо друг от друга. Определите вероятность того, что интерферирующее устройство создает помеху на приемнике.
15. Предположим, что приемник и передатчик находятся на расстоянии  $x$  друг от друга. На плоскости определен Пуассоновский процесс блокаторов с интенсивностью  $a$  на квадратный метр. Высоты приемника и передатчика равны  $h$ , высота блокаторов  $h_B$ ,  $h_B > h$ , диаметр блокатора  $r$ . Определите вероятность блокировки

пути распространения сигнала между передатчиком и приемником. Подсказка: вероятность того, что в замкнутой области с площадью  $S$  отсутствуют точки Пуассоновского процесса с интенсивностью  $a$ , равна:  $\exp(-aS)$ .

16. В каких частотных диапазонах проявляется эффект блокировки?

17. Что вызывает блокировку сигнала в миллиметровом диапазоне?

18. Что вызывает основные помехи в сотовых беспроводных сетях связи?

19. В чем преимущества и недостатки использования упрощения, подразумевающего отслеживание только суммарного объема занятого ресурса, вместо отслеживания занятого ресурса каждой заявкой?

20. Каким образом можно избежать кратного увеличения пространства состояний РСМО в случае нескольких типов заявок?

21. Поясните, каким образом нужно преобразовать базовую ресурсную СМО для моделирования механизма резервирования ресурсов?

22. Поясните принцип итерационного расчета характеристик системы с мультисвязностью и резервированием ресурсов, а также составьте последовательный список формул, применяющихся в рамках одной итерации.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

### *Русскоязычные:*

АУ	–	Абонентское устройство
БС	–	Базовая станция
МСЭ	–	Международный союз электросвязи
МСЭ-Р	–	Международный союз электросвязи – сектор радиосвязи
ОСП	–	Отношение сигнал к помехе
ОСШ	–	Отношение сигнала к шуму
ОСШП	–	Отношение сигнал к шуму и помехе
ПФ	–	Производящая функция
РСМО	–	Ресурсные системы массового обслуживания
СеМО	–	Сеть массового обслуживания
СМО	–	Система массового обслуживания
СУР	–	Система уравнений равновесия
ФАР	–	Фазированные антенные решетки
ФР	–	Функция распределения

### *Англоязычные:*

3GPP	–	3rd Generation Partnership Project (3rd Generation Partnership Project - Партнерский проект третьего поколения)
5G	–	Fifth Generation (Сети Новое Радио пятого поколения)
5G NR	–	New Radio (Новое Радио)
AF	–	Array Factor (Коэффициент усиления антенной решетки)
ANSI	–	American national standards institute (Американский Национальный институт по стандартизации)
АоА	–	Angle of Arrival (Угол прихода луча)
АоD	–	Angle of Departure (Угол исхода луча)
APNIC	–	Asia Pacific Network Information Centre (Информационный сетевой центр азиатско-тихоокеанского региона)
BP	–	Bandwidth Parts (Части полосы пропускания)

BSI	– British Standards Institution (Британский институт стандартизации)
CBG	– Code block Group (Группа кодовых блоков)
CSI	– Channel State Information (Информация о состоянии канала)
DFT	– Discrete Fourier Transform (Дискретное преобразование Фурье)
eMBB	– Enhanced Mobile Broadband (Расширенный широкополосный доступ)
ETSI	– European Telecommunications Standards Institute (Европейский институт стандартизации в области телекоммуникаций)
FDD	– Frequency-division duplexing (Разделение передачи в частотной области)
HARQ	– Hybrid Automatic Repeat Request (Протокол гибридного автоматического запроса повторной передачи)
HPBW	– Half-Power Beamwidth (Полуширина главного лепестка антенны)
IEEE	– Institute of Electrical and Electronic Engineers (Институт инженеров электротехники и электроники)
IETF	– Internet Engineering Task Force (Инженерный совет Интернета)
IMT-2020	– International Mobile Telecommunications-2020 (Свод стандартов сотовой связи 2020)
IoT	– Internet of Things (Интернет вещей)
ISO	– International Organization for Standardization (Международная организация по стандартизации)
ITU	– International Telecommunication Union (Международный союз электросвязи)
LBT	– Listen Before Talk (Прослушивание перед передачей)
LDPC	– Low Density Parity Check (Коды с малой плотностью проверок на четность)
LoS	– Line of Sight (Линия прямой видимости)

LTE	– Long-Term Evolution (Долговременное развитие сотовых сетей)
MCS	– Modulation and Coding Scheme (Схема модуляции и кодирования)
mMTC	– Massive Machine-Type Communications (Массивное межмашинное взаимодействие)
nLoS	– Non-line-of-sight (Отсутствие линии прямой видимости)
OFDM	– Orthogonal frequency-division multiplexing (Ортогональное разделение частот)
PDCCCH	– Physical Downlink Control Channel (Физический контрольный нисходящий канал)
PPP	– Poisson Point Process (Пуассоновский точечный процесс)
PUCCH	– Physical Uplink Control Channel (Физический контрольный восходящий канал)
RDM	– Random Displacement Model (Модель движения с выбором случайных направлений)
SF	– Shadow Fading (Теневое затухание)
TDD	– Time Division Duplex (Разделение передачи во временной области)
UMi	– Canyon-Street Urban Micro (Модель распространения в виде улицы-каньона)
URLLC	– Ultra-Reliable Low-Latency Communications (Передача с ультра низкой задержкой и сверхвысокой надежностью)
ZoA	– Zenith of Arrival (Зенит прихода луча)
ZoD	– Zenith of Departure (Зенит исхода луча)

## ЛИТЕРАТУРА

### *а) Основная литература*

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания: учебник для вузов. – Москва: Изд-во РУДН, 1995.
2. Самуйлов К.Е., Шалимов И.А., Кулябов Д.С. Сети и телекоммуникации: учебник и практикум для вузов. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 363 с.
3. Гольдштейн Б.С., Соколов Н.А., Яновский Г.Г. Сети связи: учебник для вузов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. – 400 с.
4. Тихвинский В.О. Сети мобильной связи 5G. Технологии, архитектура и услуги. – Москва: Медиа Паблицер, 2019. – 375 с.
5. Гайдамака Ю.В., Сопин Э.С., Гудкова И.А., Андреев С.Д., Шоргин С.Я., Самуйлов К.Е. Модели и методы анализа и расчета показателей эффективности беспроводных гетерогенных сетей: монография. – Москва: ФИЦ ИУ РАН, 2018. – 71 с.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е издание. – Москва: Радио и связь, 1989. – 656 с.

### *б) Дополнительная литература*

1. Самуйлов К.Е., Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Гудкова И.А., Королькова А.В. Мультисервисные сети связи: учебно-методический комплекс. – Москва: РУДН, 2013. – 363 с.
2. Vacelli F., Blaszczyszyn B. Stochastic Geometry and Wireless Networks, Part I: Theory. – NoW Publishers, 2009.
3. Haenggi M. Stochastic geometry for wireless networks. – Cambridge University Press, 2012.
4. Бегисhev В.О., Сопин Э.С., Молчанов Д.А., Самуйлов А.К., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Оценка эффективности механизма резервирования полосы пропускания для технологии mmWave в сетях связи пятого поколения // Информационно-управляющие системы. – 2019. – № 5 (102). – С. 51–63.
5. Молчанов Д.А. Моделирование отношения сигнал/интерференция в мобильной сети со случайным блужданием взаимодействующих устройств / Ю.В. Гайдамака, Ю.Н. Орлов, Д.А. Молчанов и др. // Информатика и её применения. – 2017. – Т. 11, № 2. – С. 50–58.

6. Молчанов Д.А., Гайдамака Ю.В., Самуйлов А.К., Бегишев В.О. Оценка характеристик интерференции при взаимодействии беспроводных устройств в смежных помещениях прямоугольной формы // Т-Comm. Связь. – 2015. – Т. 10, № 11. – С. 41–45.

7. Горбунова А.В., Наумов В.А., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Ресурсные системы массового обслуживания как модели беспроводных систем связи // Информатика и ее применения. – 2018. – Т. 12, № 3. – С. 48–55.

8. Горбунова А.В., Наумов В.А., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Ресурсные системы массового обслуживания с произвольным обслуживанием // Информатика и ее применения. – 2019. – Т. 13, № 1. – С. 99–107.



*Учебное издание*

**Молчанов Дмитрий Александрович  
Бегишев Вячеслав Олегович  
Сопин Эдуард Сергеевич  
Самуйлов Андрей Константинович  
Гайдамака Юлия Васильевна**

**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ  
И АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ  
БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ  
РАДИОДОСТУПА 5G «НОВОЕ РАДИО»**

Редактор *И.Л. Панкратова*  
Технический редактор *Н.А. Ясько*  
Компьютерная верстка *Н.А. Ясько*  
Дизайн обложки *Ю.Н. Ефремова*

Тематический план изданий учебной и научной литературы  
2020 г., № 17

Подписано в печать 15.06.2021 г. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.  
Усл. печ. л. 5,58. Тираж 500 экз. Заказ 1683.

---

Российский университет дружбы народов  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

---

Типография РУДН  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. (495) 952-04-41