

ПРИОРИТЕТНЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ «ОБРАЗОВАНИЕ»

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

В.В. ДЬЯКОНОВ, Н.В. ЖОРЖ

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ
ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Учебное пособие

Москва

2008

**«Создание комплекса инновационных образовательных программ
и формирование инновационной образовательной среды,
позволяющих эффективно реализовывать государственные интересы РФ
через систему экспорта образовательных услуг»**

Экспертное заключение –

доктор геолого-минералогических наук, профессор *А.Н. Роков*

Дьяконов В.В., Жорж Н.В.

Компьютерные методы обработки геологической информации: Учеб.
пособие. – М.: РУДН, 2008. – 266 с.: ил.

Данный курс разработан для *последовательного* освоения передовых геоинформационных технологий.

Студенты, обучающиеся в бакалавриате, получают теоретические знания и практические навыки по компьютерным методам обработки геологических данных, ознакомятся с приемами ввода и редактирования геологической графики, которые могут быть использованы в дальнейшем при подготовке рефератов, выпускных и дипломных работ, а также в практической деятельности.

Студент, начинающий изучать курс «Компьютерные методы обработки геологической информации», должен знать основы геодезии; основы общей и структурной геологии; основы высшей математики и владеть компьютером на уровне рядового пользователя.

Учебное пособие выполнено в рамках инновационной образовательной программы Российского университета дружбы народов, направление «Комплекс экспортноориентированных инновационных образовательных программ по приоритетным направлениям науки и технологий», и входит в состав учебно-методического комплекса, включающего описание курса, программу и электронный учебник.

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. СПЕЦИФИКА ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ. ПОДГОТОВКА, ВВОД И ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА	5
Тема 1. Источники данных и их типы	5
Тема 2. Представление графической (пространственной) информации.....	12
2.1. Растровая модель.....	13
2.2. Векторная модель.....	19
Тема 3. Представление текстовой информации	25
3.1. Текстовые форматы	25
3.2. Базы данных	27
Тема 4. Подготовка и ввод данных. Устройства и программное обеспечение	30
4.1. Сканирование	31
4.2. Векторизация (оцифровка).....	38
Тема 5. Приведение введенных графических данных к единой системе	50
5.1. Виды проекций.....	50
5.2. Масштабирование, генерализации	68
Тема 6. Работа с графическими материалами.	69
РАЗДЕЛ 2. АНАЛИЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ	70
Тема 7. Одномерный статистический анализ и его применение	72
7.1. Одномерный статистический анализ	72
7.2. Законы распределения случайных величин	82
7.3. Геологические приложения одномерного статистического анализа	101
Тема 8. Двумерный статистический анализ и его применение	110
8.1. Двумерный статистический анализ.....	110
8.2. Геологические приложения двумерного статистического анализа	126
Тема 9. Многомерный статистический анализ и его применение	140
9.1. Многомерный статистический анализ	140
9.2. Применение многомерного статистического анализа в геологии	145
Тема 10. Модели геологических полей	160
10.1. Детерминированные модели. Применение ГИС.....	164
10.2. Вероятностные модели. Применение ГИС.....	171
10.3. Основы геостатистики. Применение ГИС.....	179

Тема 11. Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов	190
11.1 Задачи математического моделирования.....	190
11.2 Банки исходных данных при разведке месторождений.....	192
11.3 Вторичные (расчетные) банки данных.....	196
11.4. Программные комплексы для моделирования месторождений.....	201
Тема 12. Вывод и визуализация данных	211
12.1 Типы и устройства вывода	211
12.2 Принципы оформления графических материалов.....	221
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	227
ОПИСАНИЕ КУРСА И ПРОГРАММА.....	247

РАЗДЕЛ 1. СПЕЦИФИКА ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ. ПОДГОТОВКА, ВВОД И ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА

Тема 1. Источники данных и их типы

Пространственные данные (географические данные, геоданные, геопространственные данные) – это цифровые данные о пространственных объектах, включающие сведения об их местоположении и свойствах, пространственных и непространственных атрибутах. Обычно состоят из двух взаимосвязанных частей: позиционных данных и непозиционных данных; иначе говоря, описания пространственного положения и тематического содержания данных, тополого–геометрических и атрибутивных данных. Полное описание пространственных данных складывается из взаимосвязанных описаний топологии, геометрии и атрибутики объектов. Пространственные данные вместе с их семантическим окружением составляют основу информационного обеспечения Геоинформационных систем (ГИС).

При вводе в машинную среду используются разнообразные источники пространственных данных. Качество пространственных данных определяется их точностью (безошибочностью), надежностью, достоверностью, полнотой, непротиворечивостью.

Источники пространственных данных - аналоговые или цифровые данные, которые могут служить основой *информационного обеспечения* ГИС. К основным типам источников пространственных данных принадлежат:

- картографические источники, то есть карты, планы, атласы и иные картографические изображения;
- данные дистанционного зондирования;

- данные режимных наблюдений на гидрометеопостах, океанографических станциях и т.п.;
- статистические данные ведомственной и государственной статистики и данные переписей.

Картографические источники

Кратко охарактеризуем их основные блоки.

1. *Общегеографические карты.* Топографические (масштаб 1:200 000 и крупнее), обзорно-топографические (мельче 1:200 000 до 1 000 000 включительно) и обзорные (мельче 1:1 000 000) карты содержат разнообразные сведения о рельефе, гидрографии, почвенно-растительном покрове, населенных пунктах, хозяйственных объектах, путях сообщения, линиях коммуникации, границах. В геоинформатике эти карты служат для двух целей - получение информации об указанных объектах местности и их привязка. К этой же группе источников можно отнести фотокарты и космофотокарты, составленные по результатам аэро- или космической съемки, с нанесенными на них горизонталями и другой картографической нагрузкой, обычной для общегеографических карт. Применение фотокарт в качестве источников данных открывает возможности непосредственного использования для этой цели цифровых моделей местности, создаваемых в программах.

2. *Карты природы.* Это наиболее разнообразная по тематике группа карт, включающая карты геологического строения и ресурсов недр, геофизические, рельефа земной поверхности и дна океанов, метеорологические и климатические, гидрологические и океанографические, почвенные, геоботанические, зоогеографические, медико-географические, ландшафтные и общие физико-географические, охраны природы.

Среди геофизических карт выделяют карты магнитного поля (магнитные аномалии, магнитное склонение, вековой ход элементов геомагнитного поля), карты гравитационного поля (вертикальные движения земной коры, изменение силы тяжести, строение земной коры, гравиметрические карты), карты сейсмических явлений и вулканизма (сейсмическое районирование, землетрясения, цунами, вулканы). Группу карт рельефа составляют гипсометрические, морфометрические (углы наклона местности, экспозиция склонов, горизонтальное и вертикальное расчленение рельефа и др.), геоморфологические карты.

Тематика климатических карт очень разнообразна. Сюда входят характеристики климатообразующих факторов, карты термического и ветрового режима, режима увлажнения, атмосферных явлений, прикладные синтетические и комплексные карты, например агроклиматические, биоклиматические и др. Менее традиционны карты оледенения, лавин, мерзлоты.

Среди карт почв и земельных ресурсов основной является типологическая почвенная карта, отображающая генетическую характеристику почв, их механический состав и почвообразующие породы. В зависимости от специфики территории создаются карты эрозии, засоления почв и др. При характеристике растительного покрова отображаются современный растительный покров (на фоне коренного), леса, естественные кормовые угодья.

3. Карты народонаселения. Среди карт народонаселения выделяют следующие основные сюжеты:

–размещение населения по территории и расселение (характеристика численности населения в пунктах и по районам, плотность сельского населения, равномерность размещения населенных пунктов, типы расселения и т.д.);

– этнографическая и антропологическая характеристика народонаселения (характеристика населения по национальности, образу жизни, культуре и др.);

– демографическая характеристика (отображение половозрастной структуры, естественного и механического движения населения);

– социально-экономическая характеристика (отображение социально-классовой структуры общества и развернутая характеристика трудовых ресурсов).

4. Карты экономики. Данный класс карт наиболее обширен и разнообразен среди карт социально-экономической тематики. Здесь, прежде всего, выделяют карты промышленности с подразделением на добывающую и обрабатывающую или более детально по каждой отрасли промышленности (нефтяная, угольная, пищевая, кожевенная, текстильная, деревообрабатывающая, металлообрабатывающая, химическая и др.). Еще более многочисленны карты сельского хозяйства. Широко используется характеристика природных ресурсов, зачастую с их хозяйственной оценкой и прежде всего земельных фондов, трудовых ресурсов, материально-технической базы сельского хозяйства и др.

Карты транспорта отображают разнообразные проявления деятельности всех разновидностей транспорта (автомобильного, железнодорожного и т.д.), а также дают их общую комплексную характеристику. На картах изображаются средства связи.

5. Карты науки, подготовки кадров, обслуживания населения. Данный класс карт связан как с картами народонаселения, так и экономики. Поэтому некоторые виды карт иногда характеризуются в двух предыдущих разделах (карты торговли, связи и т.д.), а иногда их выделяют в качестве самостоятельных групп в пределах карт науки, подготовки кадров и обслуживания населения. Однозначной классификации карт в данном случае нет. В связи с этим укажем лишь на один из возможных

вариантов, когда выделяются карты образования, науки, культуры, здравоохранения, физкультуры и спорта, бытового и коммунального обслуживания, туризма и т.д. Отдельно выделяются политические, административные и исторические карты.

Следует отметить особую роль серий карт и комплексных атласов, где сведения приводятся в единообразной, систематизированной, взаимно согласованной форме: по проекции, масштабу, степени генерализации, современности, достоверности и другим параметрам. Такие наборы карт особенно удобны для создания тематических баз данных.

Данные дистанционного зондирования

Одним из основных источников данных для ГИС являются материалы дистанционного зондирования. Они объединяют все типы данных, получаемых с носителей космического (пилотируемые орбитальные станции, автономные спутниковые съемочные системы и т.п.) и авиационного базирования (самолеты, вертолеты и микроавиационные радиоуправляемые аппараты), и составляют значительную часть дистанционных данных как антонима контактных (прежде всего наземных) видов съемок, способов получения данных измерительными системами в условиях физического контакта с объектом съемки.

К неконтактным (дистанционным) методам съемки помимо аэрокосмических относятся разнообразные измерительные системы морского (наводного) и наземного базирования, включая например фототеодолитную съемку, сейсмо-, электро- и магниторазведку и иные методы геофизического зондирования недр; гидроакустические съемки рельефа морского дна с помощью гидролокаторов бокового обзора, иные способы, основанные на регистрации собственного или отраженного сигнала волновой природы.

Аэрофотосъемки регулярно выполняются в нашей стране с 30-х годов и сейчас за более чем полувековой период накоплен фонд снимков, полностью покрывающих страну, а для многих районов с многократным перекрытием, что особенно важно при изучении динамики объектов. Материалы аэрофотосъемки используется в основном для топографического картографирования страны, также широко применяются в геологии, в лесном и сельском хозяйстве. Космические снимки начали поступать с 60-х годов, и к настоящему времени их фонд исчисляется десятками миллионов.

Данные режимных наблюдений

Широки возможности использования стационарных измерительно-наблюдательных сетей для получения, прежде всего, гидрологических и метеорологических данных, регулярный сбор и обработка которых имеет определенную историю. Гидрологические материалы содержат сведения о прошлом, настоящем и для некоторых элементов будущем состоянии рек, озер и водохранилищ. Данные собираются сетью опорных гидрометеорологических станций.

В массив гидрологических наблюдений входят данные о средних, высших и низших уровнях воды; о средних месячных расходах воды; о максимальных расходах воды и слоях стока за половодье; о ледовых явлениях на реках с устойчивым и неустойчивым ледоставом; о гранулометрическом составе взвешенных, влекомых и донных наносов; о средних месячных температурах воды по бассейнам; о дождевом паводочном стоке; о расходах взвешенных наносов и мутности воды, а также ряд других данных.

Еще более многочисленны метеорологические наблюдения. Они включают синоптические характеристики у поверхности земли, показатели термобарического поля в свободной атмосфере (средние

месячные значения давления, геопотенциала и температуры воздуха для уровня моря и основных изобарических поверхностей); характеристики ветра в свободной атмосфере; нормы и аномалии средней месячной температуры воздуха; нормы месячных сумм осадков; месячные суммы осадков в процентах от нормы и еще многие другие показатели, исчисляемые несколькими десятками.

Многообразны работы, проводимые для нужд океанологии. Сбор осуществляется в глобальном масштабе с использованием судов погоды, научно-исследовательских судов, плавмаяков, океанографических буйковых станций и др. Состав наблюдаемых данных включает в себя следующие гидрометеорологические характеристики: температуру и соленость воды в приземном слое океана (моря) и на стандартных горизонтах (до глубины 500 м); направление, высоту и период ветровых волн и зыби; скорость и направление течений в поверхностном слое и на некоторых горизонтах; скорость и направление ветра на установленной высоте; температуру воздуха; температуру точки росы; атмосферное давление; общую солнечную радиацию и др.

Статистические данные

Для упорядочения всей совокупности данных государственной службой определены группы показателей по отраслям статистики. В качестве таких групп в нашей стране использовались отрасли статистики:

1. промышленности;
2. природных ресурсов и окружающей среды;
3. технического прогресса;
4. сельского хозяйства и заготовок;
5. капитального строительства,
6. транспорта и связи;
7. торговли;

8. труда и заработной платы;
9. населения, здравоохранения и социального обеспечения;
10. народного образования, науки и культуры;
11. бюджетов населения;
12. жилищно-коммунального хозяйства и бытового обслуживания населения;
13. материально-технического снабжения и переписей;
14. финансов.

Тема 2. Представление графической (пространственной) информации

Все форматы графических файлов можно разделить на два типа: *растровые* и *векторные*. Друг от друга они отличаются принципом формирования изображения.

ГИС может работать с векторными и растровыми форматами данных. В векторной модели информация о точках, линиях и полигонах кодируется и хранится в виде набора координат X, Y . Местоположение точки (точечного объекта), например, буровой скважины, описывается парой координат (X, Y) . Линейные объекты, такие как дороги, реки или трубопроводы, сохраняются как наборы координат X, Y . Полигональные объекты, типа речных водосборов, земельных участков или областей обслуживания, хранятся в виде замкнутого набора координат. Векторная модель особенно удобна для описания дискретных объектов и меньше подходит для описания непрерывно меняющихся свойств, таких, как типы почв или доступность объектов. Растровая модель оптимальна для работы с непрерывными свойствами. Растровое изображение представляет собой набор значений для отдельных элементарных составляющих (ячеек), оно

подобно отсканированной карте или картинке. Обе модели имеют свои преимущества и недостатки.

2.1. Растровая модель

В растровых изображениях картинка складывается наподобие мозаики, из отдельных точек (пикселей), каждая из которых исчерпывающе определяется двумя основными параметрами: координатами расположения и цветом. Наиболее близкой аналогией растрового изображения является изображение на экране компьютерного монитора (или обычного телевизора), которое создает электронный луч, пробегающий последовательно по каждой строке формируемого кадра изображения (растра). Многие растровые форматы обладают способностью нести дополнительную информацию: различные цветовые модели изображения, вектора, альфа-каналы (дополнительный канал, с помощью которого можно сохранять выделенные или прозрачные области изображения), слои различных типов, интерлиньяж (возможность чересстрочного показа изображения), анимацию, возможности сжатия и многое другое. Достоинства растровых изображений - в их способности передать тончайшие нюансы изображения, а также в широчайших возможностях по его редактированию, выражающихся в простом доступе к каждому пикселю изображения, возможности индивидуального изменения каждого из его параметров. Ну, а принципиальный недостаток один - очень большие размеры полученного файла.

Итак, перейдем к рассмотрению наиболее распространенных форматов растровых изображений:

BMP (Windows Device Independent Bitmap)

Самый простой растровый формат BMP, также известный под именем DIB, является родным форматом Windows, он поддерживается всеми графическими редакторами, работающими под ее управлением. В BMP данные о цвете хранятся только в модели RGB, поддерживаются как индексированные цвета (до 256 цветов), так и полноцветные изображения. Вся "мультиплатформенность" формата заключается лишь в поддержке Windows и практически совсем уже исчезнувшей OS/2. Благодаря примитивнейшему алгоритму записи изображения, при обработке файлов формата BMP очень мало расходуется системных ресурсов, поэтому этот формат очень часто используется для хранения логотипов, экранных заставок, иконок и прочих элементов графического оформления программ.

PCX (Soft Publisher's Paintbrush)

Примерно такими же возможностями, как BMP, обладает и формат PCX, разработанный еще на заре компьютерной эпохи. Изображения в формате PCX можно посмотреть большинством программ под DOS, в том числе и внутренним просмотрщиком Norton Commander. Цветовые возможности: 1, 2, 4, 8 или 24- битовый цвет, поддерживается только схема RGB, причем полностью отсутствуют возможности сохранения монохромного изображения в оттенках серого. Как и BMP, этот формат в значительной мере устарел и поддерживается современными графическими программами исключительно для совместимости с устаревшим программным обеспечением.

GIF (Graphics Interchange Format)

Одним из самых популярных форматов на просторах сети Internet является формат GIF, предложенный фирмой CompuServe в далеком 1987 году. Отличительной его особенностью является использование режима

индексированных цветов (не более 256), что ограничивает область применения формата изображениями, имеющими резкие цветовые переходы. Формат GIF является излюбленным форматом веб-мастеров, использующих его для сохранения многочисленных элементов оформления своих страничек. Небольшие размеры файлов изображений обусловлены применением алгоритма сжатия без потерь качества LZW, благодаря чему изображения в этом формате наиболее удобны для пересылки по узким каналам связи глобальной сети. К числу его самых заметных отличий относится возможность использования режима постепенного проявления изображения (interleaved), в этом режиме строки изображения выводятся на экран не подряд, а в определенном порядке: сначала каждая 8-я, затем - 4-я и т.д. Таким образом, полностью изображение показывается в четыре прохода, что позволяет еще до полной загрузки изображения понять его суть, и, в случае необходимости, прервать его загрузку. В 1989 году формат был обновлен и получил наименование GIF89A. От предыдущей версии его отличает наличие дополнительного альфа-канала для реализации эффекта прозрачности (к сожалению, не больше одной градации) и возможности хранить в одном файле несколько картинок с указанием времени показа каждой (то есть появилась возможность создания анимированного изображения). Эта "особенность" формата GIF89A чаще всего использовалась для создания анимированных рекламных баннеров. В настоящий момент GIF интенсивно вытесняется форматом SWF (векторный формат Flash Player).

PNG (Portable Network Graphics)

Этот формат, сжимающий графическую информацию без потерь качества, используя алгоритм Deflate, в отличие от GIF или TIFF сжимает растровые изображения не только по горизонтали, но и по вертикали, что обеспечивает более высокую степень сжатия и поддерживает цветные

фотографические изображения вплоть до 48-битных включительно. Как недостаток формата часто упоминается то, что он не дает возможности создавать анимационные ролики, хотя сейчас, при повальном переходе практически всей анимации на технологию Flash, это уже совсем не актуально. Зато формат PNG позволяет создавать изображения с 256 уровнями прозрачности за счет применения дополнительного альфа - канала с 256 градациями серого, что, безусловно, выделяет его на фоне всех существующих в данный момент форматов. В числе других отличительных особенностей этого формата можно отметить двумерную чересстрочную развертку (т.е. изображение проявляется постепенно не только по строкам, но и по столбцам) и встроенную гамма-коррекцию, позволяющую сохранять изображения, яркость которых будет неизменна не только на любых машинах PC, но и на таких альтернативных платформах, как Mac, Sun или Silicon Graphics. Так как формат создавался для сети Internet, в его заголовке не предназначено место для дополнительных параметров типа разрешения, поэтому для хранения изображений, подлежащих печати, PNG плохо подходит, для этих целей лучше подойдет PSD или TIFF. Зато он хорош для публикации высококачественной растровой графики в Internet.

JPEG (Joint Photographic Experts Group)

Самый популярный формат для хранения фотографических изображений JPEG (или JPG) является общепризнанным стандартом. JPEG может хранить только 24-битовые полноцветные изображения. Одноименный с форматом, достаточно сложный алгоритм сжатия основан на особенностях человеческого зрения. Хотя JPEG отлично сжимает фотографии, но это сжатие происходит с потерями и портит качество, тем не менее, он может быть легко настроен на минимальные, практически незаметные для человеческого глаза, потери. Кстати, усилить сжатие и

минимизировать потери качества можно, предварительно размыв изображение (например, применив фильтр blur в Photoshop). Однако не стоит использовать формат JPEG для хранения изображений, подлежащих последующей обработке, так как при каждом сохранении документа в этом формате процесс ухудшения качества изображения носит лавинообразный характер. Наиболее целесообразно будет корректировать изображение в каком-нибудь другом подходящем формате, например TIFF, и лишь по завершении всех работ окончательная версия может быть сохранена в JPEG. Таким образом, можно сохранить вполне приемлемое качество изображения при минимальном размере итогового файла.

Существует разновидность формата JPEG, именуемая "прогрессивный JPEG" (p-JPEG). Прогрессивный JPEG отличается от обычного тем, что при выводе его на экран изображение появляется почти сразу, но низкого качества, а по мере загрузки качество улучшается (процесс аналогичен постепенному показу GIF). Формат JPEG не поддерживает анимацию или прозрачный цвет, и пригоден в подавляющем большинстве случаев только для публикации полноцветных изображений, типа фотографических.

TIFF (Tag Image File Format)

Как универсальный формат для хранения растровых изображений, TIFF достаточно широко используется, в первую очередь, в издательских системах, требующих изображения наилучшего качества. Кстати, возможность записи изображений в формате TIFF является одним из признаков высокого класса современных цифровых фотокамер. Формат поддерживает множество алгоритмов сжатия (в том числе популярные LZW, Deflate или JPEG), типов изображений от битового (1-, 2-, 4-, 8-, 24- и 32-битные изображения) и индексированных цветов до LAB, CMYK и RGB. Кроме того, существуют две разновидности формата, соответственно для IBM PC и Macintosh, обусловленные различным

порядком записи чисел, реализуемым на этих платформах. Со сжатием LZW файл TIFF занимает почти столько же места, сколько и GIF, только, в отличие от последнего, TIFF поддерживает полноцветные изображения и хранит в своем теле подробную информацию об изображении: разрешение, тип принтера и другие детали, необходимые для профессиональной работы с изображениями. В этом формате поддерживаются такие чисто профессиональные возможности, как обтравочные контуры, альфа-каналы, возможность сохранять несколько копий изображения с разным разрешением и даже включать в файл слои. Благодаря своей совместимости с большинством профессионального программного обеспечения для обработки изображений, формат TIFF очень удобен при переносе изображений между компьютерами различных типов (например, с PC на Mac и обратно).

PSD (Adobe Photoshop)

Формат PSD является стандартным форматом пакета Adobe Photoshop и отличается от большинства обычных растровых форматов возможностью хранения слоев (layers). Он содержит много дополнительных переменных (не уступает TIFF по их количеству) и сжимает изображения, используя алгоритм сжатия без потерь, иногда даже сильнее, чем PNG (только в тех случаях, когда размеры файла измеряются не в килобайтах, а в десятках или даже сотнях мегабайт). Формат поддерживает глубины цвета, вплоть до 16 бит на канал (48-битные цветные и 16-битные черно-белые), а также альфа-каналы, слои, контуры, прозрачность, векторные надписи и т. п. Прекрасно подойдет для переноса или хранения изображений, содержащих специфические, свойственные только Adobe Photoshop, элементы. Файлы PSD свободно читаются большинством популярных просмотрщиков графики, но не стоит забывать, что, открыв эти файлы в некоторых графических редакторах

третьих фирм, даже декларирующих поддержку формата PSD, можно потерять значительную часть их специфических возможностей (особенно в части работы со слоями).

Со всеми вышеперечисленными форматами растровых изображений с успехом работает уже упомянутый графический пакет Adobe Photoshop.

2.2. Векторная модель

В противовес растровым изображениям, векторное изображение представляет собой совокупность отрезков кривых линий, которые описываются математическими выражениями, и цветных заливок. Проще говоря, чтобы компьютер нарисовал прямую линию, нужны координаты двух точек, которые соединяются по кратчайшему пути, для дуги задаются координаты центра окружности и радиус и т.д. Таким образом, векторная иллюстрация - это набор геометрических примитивов (простейших объектов, таких как линии, окружности, многогранники и т.п.), использующихся для создания более сложных изображений. Отсюда и основное достоинство векторных форматов: компактность полученных файлов, а также высокое качество полученных изображений, причем независимо от разрешающей способности устройства отображения. В качестве недостатка можно отметить определенную трудоемкость при создании и редактировании сложных элементов изображений, а также проблемы, возникающие при распечатке векторных изображений на некоторых принтерах.

❖ **Распространенные векторные форматы:**

CDR (CorelDRAW Document)

Векторный формат, принадлежащий фирме Corel и являющийся внутренним форматом векторного редактора CorelDRAW. В формате CDR отдельно применяется компрессия для векторов и растра и могут внедряться шрифты. Файлы CDR имеют рабочее поле 45 на 45 метров, что играет большую роль в изготовлении наружной рекламы. Пользоваться CDR чрезвычайно удобно, он имеет неоспоримое лидерство на платформе PC. Многие программы на PC (FreeHand, Illustrator, PageMaker) могут импортировать файлы CDR.

PDF (Portable Document Format)

PDF первоначально проектировался как компактный формат электронной документации. Формат PDF является в полной мере платформонезависимым форматом, в текстовой части которого возможно использование множества шрифтов (которые содержатся непосредственно в документе, поэтому документ будет выглядеть так, как задумал его автор, на любом компьютере, независимо от используемого на нем программного обеспечения) и гипертекстовых ссылок, а также графические иллюстрации любого типа (векторные или растровые). Для достижения минимального размера PDF-файла используется компрессия, причем каждый вид объектов сжимается по наиболее выгодному для него алгоритму. Просматривать документы в формате PDF и распечатывать их на принтере можно с помощью программы Acrobat Reader, распространяемой компанией Adobe бесплатно.

WMF (Windows Metafile)

Еще один родной формат Windows, на сей раз векторный. Понимается практически всеми программами Windows, так или иначе связанными с

векторной графикой. Однако, несмотря на кажущуюся простоту и универсальность, пользоваться форматом WMF стоит только в крайних случаях, поскольку он не может сохранять некоторые параметры, которые могут быть присвоены объектам в различных векторных редакторах, не воспринимается Macintosh-ами, и, самое главное, способен исказить цветовую схему изображения.

Графический формат. WMF - аббревиатура от "Windows Metafile Format" (Метафайл Windows). Используется для обмена графической информацией между приложениями Microsoft Windows. Поддерживает векторную и растровую графику. В метафайле записаны команды интерфейса графических устройств (GDI-команды), каждая из которых описывает одну графическую функцию. Для того, чтобы отобразить метафайл, программа передает эти команды специальной функции, которая воспроизводит изображение. Метафайлы обеспечивают независимые от устройства средства хранения и выборки графической информации.

DXF (Drawing eXchange Format)

Открытый формат файлов для обмена двумерной графической информацией между приложениями САПР (Система автоматизации проектных работ). Был создан фирмой Autodesk для системы AutoCAD. Поддерживается практически всеми САД-системами на платформе PC.

❖ Векторные форматы, используемые Геоинформационными Системами (ГИС)

SHP (Shapefile - файл форм)

Файлы формата SHP поддерживаются системами ArcView и ARC/INFO. Файл формата SHP представляет собой двоичный файл, в

котором содержатся графические данные («формы»). Все формы одного SHP-файла имеют один и тот же геометрический тип, называемый типом формы и указанный в заголовочной части файла. С каждым SHP-файлом может также быть связан индексный файл формата SHX, не используемый при импорте, и файл табличных данных формата DBF. При импорте может быть установлена связь между объектами, загружаемыми из SHP-файла, и соответствующими записями таблицы, загружаемыми из DBF-файла.

Shapefiles могут содержать точки, линии и полигоны. Каждый объект в shaperefile представляет собой один географический объект в совокупности с его атрибутами.

MIF-MID

Формат MIF-MID является собственным форматом экспорта системы MapInfo и поддерживается большинством систем в режиме экспорта, реже - в режиме импорта. Это связано с тем, что система MapInfo классифицируется в мире в качестве ГИС конечного пользователя и не предназначена непосредственно для создания картографических БД "на экспорт". Сам формат обмена состоит из двух текстовых файлов: файл MIF содержит координатное описание объектов карты, а файл MID - описание связанных с объектами карты атрибутивных данных, записываемое построчно в виде прямоугольной таблицы. Соответствие между данными двух файлов строится на основе порядковых номеров объектов карты и строк таблицы данных.

При своей относительной простоте, что является преимуществом формата MIF-MID, формат все же существенно ориентирован на внутреннюю модель описания данных карты системы MapInfo, что ограничивает область его применения. Имеется несколько версий формата MIF-MID, различающихся в основном объемом сопровождающих векторную графику описательных данных.

❖ Векторные модели представления пространственных данных в ГИС

Пространственные данные - цифровые данные о пространственных объектах, включающие сведения об их местоположении и свойствах, пространственных и непространственных атрибутах.

Существует 2 типа моделей векторного представления данных в ГИС:

Топологическая модель (линейно-узловое представление) - векторная модель данных, включающая в себя как описание топологических отношений между пространственными объектами, так и их геометрию.

Топология – в ГИС - часть пространственных данных, которая служит для описания взаимного положения геометрических объектов и их частей в *векторно-топологическом представлении*. В научно-популярной литературе топологию часто называют «геометрией на резиновом листе», поскольку ее наглядно можно представлять себе как геометрию фигур, нарисованных на идеально упругих резиновых листах, которые подвергаются растяжению, сжатию или изгибанию без разрывов.

Базовыми элементами топологического представления данных являются (рис.2.2.1):

- **точка** – пара координат XU
- **отрезок** – линия, соединяющая 2 точки.
- **вершина (vertex)** – начальная или конечная точка отрезка
- **дуга (arc)** – упорядоченный набор связных отрезков.
- **узел** – начальная или конечная вершина дуги
- **висячий узел** – узел, принадлежащий только 1 дуге, у которой начальная и конечная вершины не совпадают
- **висячая дуга** – дуга, имеющая висячий узел
- **замкнутая дуга** – совпадают начальная и конечная вершины

- **полигон** – область, образованная замкнутой дугой или набором связанных дуг, который образует замкнутый контур. Полигоны в топологии имеют ребра, определяющие границы полигонов, узлы, в которых ребра пересекаются, и вершины, которые определяют форму ребер.

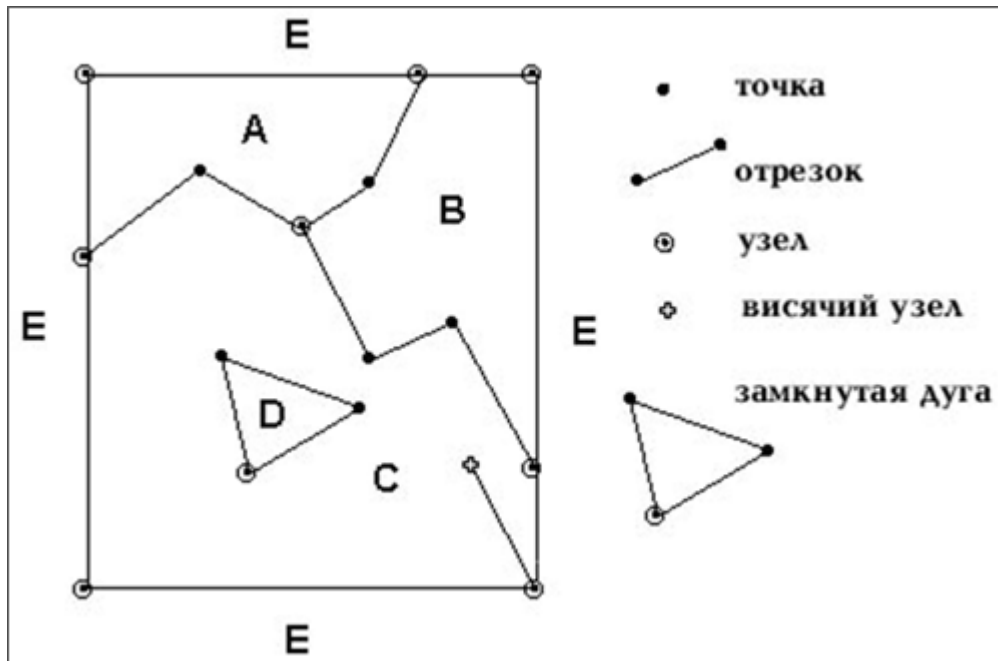


Рис 2.2.1 Топологическое представление данных

Нетопологическая модель (модель "спагетти") - представления линейных и полигональных пространственных объектов с описанием их геометрии в виде неупорядоченного набора дуг или совокупности сегментов и не включающая в себя описание топологических отношений между пространственными объектами. «Спагетти» - это жаргон, больше относящийся не к модели данных, а к её отсутствию, т.е. хаотически, некорректно и бессистемно оцифрованным данным. В нетопологическом представлении каждая линия, разделяющая смежные объекты, дублируется.

Тема 3. Представление текстовой информации

3.1. Текстовые форматы

Рассмотрим наиболее часто используемые текстовые форматы представления информации:

ТХТ

Текстовый файл - форма представления последовательности символов в компьютере. Каждый символ из используемого набора символов кодируется в виде одного байта, а иногда в виде последовательности подряд идущих двух, трёх и т. д. байтов.

Текстовые файлы разбиваются на несколько строк. На современных платформах разбиение на строки кодируется управляющим символом перевода строки, а иногда последовательностью двух управляющих символов (на некоторых старых платформах разбиение на строки делалось иначе). Вообще, текстовые файлы могут содержать печатные символы, такие как буквы, цифры и знаки препинания и некоторое количество управляющих символов, таких как знаки табуляции и перевода строки.

Языки программирования почти исключительно используют простой текст в качестве основы.

CSV (Comma Separated Values - значения, разделённые запятыми)

CSV - это текстовый формат, предназначенный для представления табличных данных. Каждая строка файла - это одна строка таблицы. Значения отдельных колонок разделяются разделительным символом (delimiter), например, запятой (,), точкой с запятой (;), символом табуляции. Текстовые значения обрамляются символом двойные кавычки (""); если в

значении встречаются кавычки - они представляются в файле в виде двух кавычек подряд.

Пример:

Исходный текст:

```
1997, Ford, E350, "ac, abs, moon", 3000.00
1999, Chevy, "Venture ""Extended Edition""", , 4900.00
1996, Jeep, Grand Cherokee, "air, moon roof, loaded MUST SELL!", 4799.00
```

Результирующая таблица:

1997	Ford	E350	ac, abs, moon	3000.00
1999	Chevy	Venture "Extended Edition"		4900.00
1996	Jeep	Grand Cherokee	air, moon roof, loaded MUST SELL!	4799.00

Программы для редактирования файлов этого формата: Microsoft Excel, Numbers, CSVed, OpenOffice.org Calc, KSpread.

XLS

XLS- формат данных, используемый табличным процессором (редактором) Microsoft Office Excel. Электронные таблицы в формате XLS могут включать в себя не только числовые и текстовые данные, но и графические и мультимедийные элементы, а так же мощные математические функции, позволяющие вести сложные статистические, финансовые и прочие расчеты

DBF (Data Base Format)

DBF - формат хранения данных, используемый в качестве одного из стандартных способов хранения и передачи информации системами управления базами данных, электронными таблицами и т.д.

DBF-файл делится на заголовок, в котором хранится информация о структуре базы (в новых версиях - и о некоторых других характеристиках, например используемой кодовой таблице) и количестве записей; и собственно область данных, представляющую из себя последовательно

организованную таблицу из записей фиксированной длины. В свою очередь записи делятся на поля также фиксированной длины, которые хранятся в файле непосредственно друг за другом, образуя запись. Первое поле DBF-формата - пометка удаления. Длина поля - 1 символ. Если поле установлено в значение русское «х», то считается, что запись помечена на удаление. Удалённые записи могут быть восстановлены, или физически удалены при выполнении специальной операции, называемой упаковкой.

3.2. Базы данных

Базы данных представляют собой информационные модели, содержащие данные об объектах и их свойствах. Базы данных хранят информацию о группах объектов с одинаковыми свойствами. Информация в базах данных хранится в упорядоченном виде (например, в записной книжке все записи упорядочены по алфавиту, в библиотечном каталоге - либо по алфавиту, либо по области знания).

База данных - это информационная модель, позволяющая упорядоченно хранить данные о группе объектов, обладающих одинаковым набором свойств.

Базой данных (БД) часто упрощённо или ошибочно называют Системы Управления Базами Данных (СУБД). Нужно различать набор данных (собственно БД) и программное обеспечение, предназначенное для организации и ведения баз данных (СУБД).

На уровне физической модели электронная БД представляет собой файл или их набор в формате TXT, CSV, Excel, DBF, XML либо в специализированном формате конкретной СУБД.

Современные СУБД, в том числе те, что используются в программном обеспечении ГИС, различаются по типам поддерживаемых в них моделей данных, среди которых выделяются иерархические, сетевые и реляционные модели и соответствующие им программные средства

СУБД. Последние из них - реляционные СУБД – нашли особо широкое применение при разработке программного обеспечения ГИС.

Иерархические базы данных

Иерархические базы данных графически могут быть представлены как дерево, состоящее из объектов различных уровней. Верхний уровень занимает один объект, второй - объекты второго уровня и т. д.

Между объектами существуют связи, каждый объект может включать в себя несколько объектов более низкого уровня. Такие объекты находятся в отношении предка (объект более близкий к корню) к потомку (объект более низкого уровня), при этом возможно, чтобы объект-предок не имел потомков или имел их несколько, тогда как у объекта-потомка обязательно только один предок. Объекты, имеющие общего предка, называются близнецами.

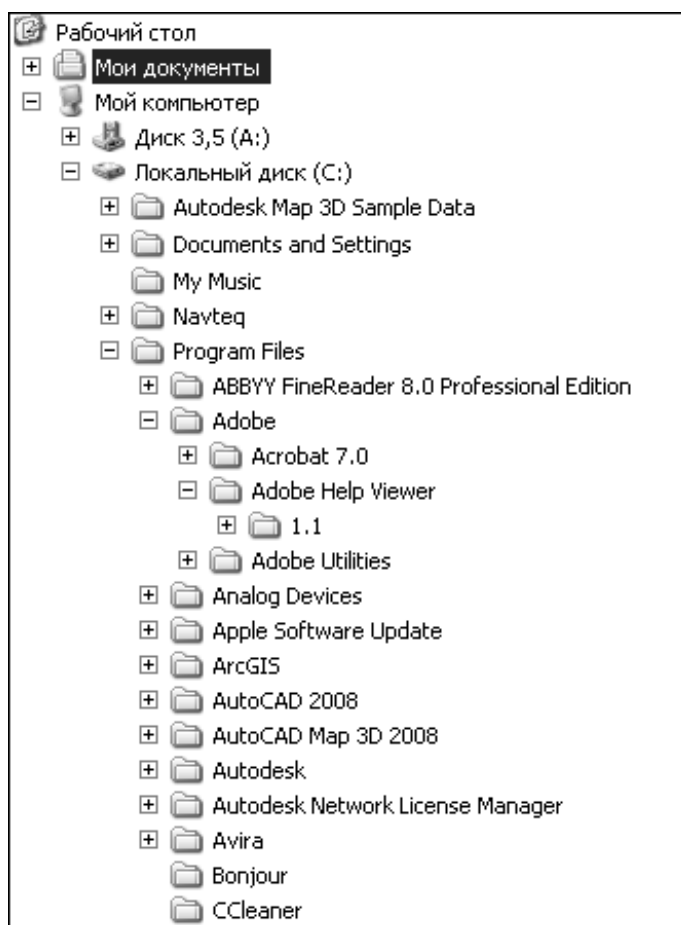


Рис. 3.2.1 Пример структуры иерархической БД

Например, иерархической базой данных является Каталог папок Windows, с которым можно работать, запустив Проводник (рис.3.2.1).

Сетевые базы данных.

Сетевая база данных образуется обобщением иерархической за счет допущения объектов, имеющих более одного предка, т. е. каждый элемент вышестоящего уровня может быть связан одновременно с любыми элементами следующего уровня. Вообще, на связи между объектами в сетевых моделях не накладывается никаких ограничений.

Сетевой базой данных фактически является Всемирная паутина глобальной компьютерной сети Интернет. Гиперссылки связывают между собой сотни миллионов документов в единую распределенную сетевую базу данных.

Реляционные базы данных

Реляционная база данных - база данных, основанная на реляционной модели. Слово «реляционный» происходит от английского «relation» (отношение).

Теория реляционных баз данных была разработана доктором Коддом из компании IBM в 1970 году. В реляционных базах данных все данные представлены в виде простых таблиц, разбитых на строки и столбцы, на пересечении которых расположены данные. Запросы к таким таблицам возвращают таблицы, которые сами могут становиться предметом дальнейших запросов. Каждая база данных может включать несколько таблиц. Кратко особенности реляционной базы данных можно сформулировать следующим образом:

- данные хранятся в таблицах, состоящих из столбцов («атрибутов») и строк («записей»);

- на пересечении каждого столбца и строки стоит в точности одно значение; у каждого столбца есть своё имя, которое служит его названием, и все значения в одном столбце имеют один тип.
- запросы к базе данных возвращают результат в виде таблиц, которые тоже могут выступать как объект запросов.
- строки в реляционной базе данных неупорядочены. Упорядочивание производится в момент формирования ответа на запрос.

Эти модели характеризуются простотой структуры данных, удобным для пользователя табличным представлением и возможностью использования формального аппарата алгебры отношений и реляционного исчисления для обработки данных.

Общепринятым стандартом языка работы с реляционными базами данных является язык SQL.

Для работы с реляционными БД применяют Реляционные СУБД.

Реляционная СУБД (РСУБД, иначе Система управления реляционными базами данных, СУРБД) - СУБД, управляющая реляционными базами данных.

Тема 4. Подготовка и ввод данных.

Устройства и программное обеспечение

Ввод графических данных в компьютер (цифрование, оцифровка, дигитализация) осуществляется с помощью устройств, которыми являются различные сканеры. Процесс оцифровки обслуживается соответствующими программными средствами.

Ввод текстовых данных в компьютер осуществляется либо с помощью клавиатуры, либо с помощью сканера, либо путем импорта с таких устройств как геодезическое оборудование и проч.

4.1. Сканирование

Процесс сканирования осуществляется с помощью сканера.

Сканер (англ. scanner) — устройство, которое, анализируя какой-либо объект (обычно изображение, текст), создаёт цифровую копию изображения объекта.

В зависимости от способа сканирования объекта и самих объектов сканирования существуют следующие виды сканеров:

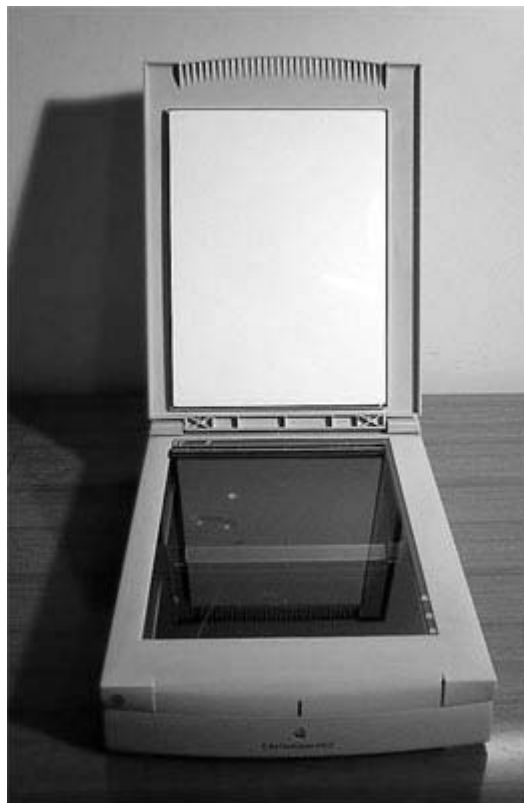


Рис. 4.1.1. Планшетный сканер

Планшетные — наиболее распространённый вид сканеров, поскольку обеспечивает максимальное удобство для пользователя: высокое качество и приемлемую скорость сканирования. Представляет собой

планшет, внутри которого под прозрачным стеклом расположен механизм сканирования (рис. 4.1.1).

Ручные — в них отсутствует двигатель, следовательно, объект приходится сканировать пользователю вручную, единственным его плюсом является дешевизна и мобильность, при этом он имеет массу недостатков: низкое разрешение, малую скорость работы, узкую полосу сканирования, возможны перекосы изображения, поскольку пользователю будет трудно перемещать сканер с постоянной скоростью.

Листопротяжные (роликовые) — лист бумаги вставляется в щель и протягивается по направляющим роликам внутри сканера мимо лампы. Имеет меньшие размеры, по сравнению с планшетным, однако может сканировать только отдельные листы, что ограничивает его применение в основном офисами компаний. Многие модели имеют устройство автоматической подачи, что позволяет быстро сканировать большое количество документов (рис. 4.1.2).



Рис. 4.1.2. Листопротяжный (роликовый) сканер

Планетарные сканеры — применяются для сканирования книг или легко повреждающихся документов. При сканировании нет контакта со сканируемым объектом (как в планшетных сканерах) (рис. 4.1.3).



Рис. 4.1.3. Планетарный сканер

Книжные сканеры - предназначены для сканирования брошюрованных документов. Современные модели профессиональных сканеров позволяют значительно повысить сохранность документов в архивах, благодаря очень деликатному обращению с оригиналами. Современные технологии, используемые при сканировании книг и сшитых документов, позволяют добиваться высоких результатов. Программное обеспечение, используемое в книжных сканерах позволяет устранять дефекты, сглаживать искажения, редактировать полученные отсканированные страницы. Книжные сканеры обладает уникальной функцией "устранения перегиба" книги, которая обеспечивает отличное качество отсканированного (или напечатанного) изображения. (рис. 4.1.4)

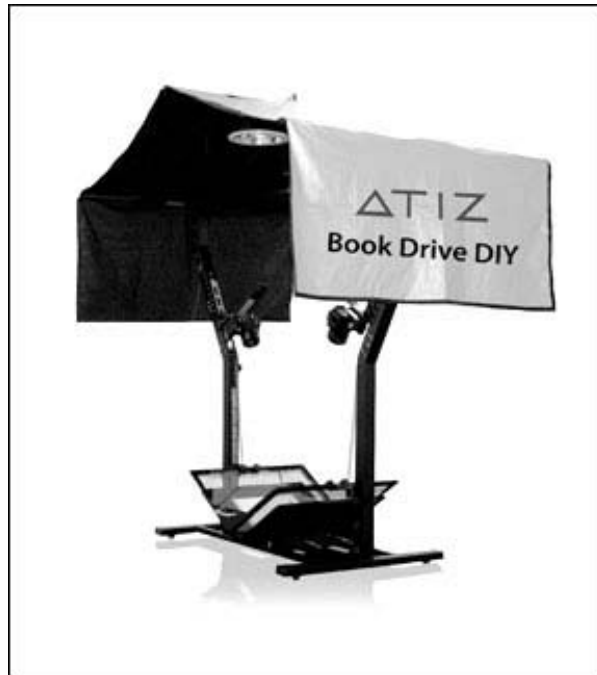


Рис. 4.1.4. Книжный сканер

Барабанные сканеры — применяются в полиграфии, имеют большое разрешение (около 10 тысяч точек на дюйм). Оригинал располагается на внутренней или внешней стенке прозрачного цилиндра (барабана) (рис. 4.1.5).

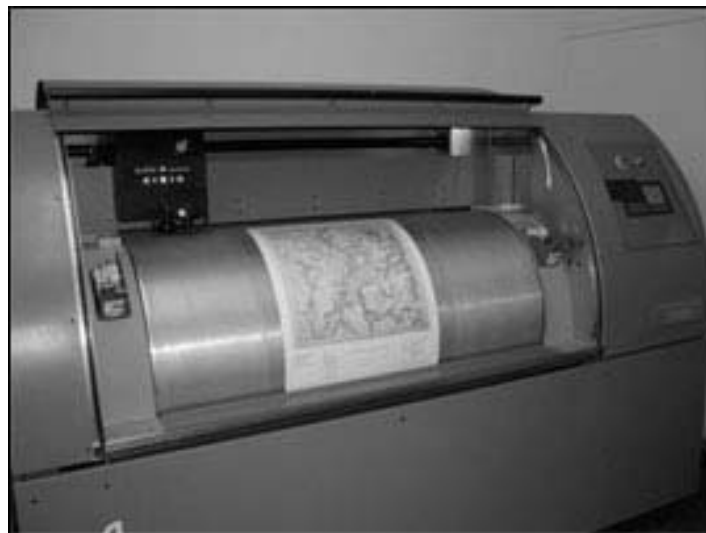


Рис. 4.1.5. Барабанный сканер

Слайд-сканеры — как ясно из названия, служат для сканирования плёночных слайдов, выпускаются как самостоятельные устройства, так и в виде дополнительных модулей к обычным сканерам (рис. 4.1.6).



Рис. 4.1.6. Слайд-сканер

Рассмотрим принцип действия **планшетных** сканеров, как наиболее распространенных моделей. Сканируемый объект кладется на стекло планшета сканируемой поверхностью вниз. Под стеклом располагается подвижная лампа, движение которой регулируется шаговым двигателем.

Свет, отраженный от объекта, через систему зеркал попадает на чувствительную матрицу (англ. CCD — Couple-Charged Device), далее на аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) и передается в компьютер. За каждый шаг двигателя сканируется полоска объекта, которые потом объединяются программным обеспечением в общее изображение.

Изображение всегда сканируется в формат RAW (под форматом RAW понимаются данные, полученные напрямую с матрицы без обработки), а затем конвертируется в обычный графический формат с применением текущих настроек яркости, контрастности, и т.д. Эта конвертация

осуществляется либо в самом сканере, либо в компьютере - в зависимости от модели конкретного сканера.

Характеристики сканеров

Оптическое разрешение является основной характеристикой сканера. Сканер снимает изображение не целиком, а по строчкам. По вертикали планшетного сканера движется полоска светочувствительных элементов и снимает по точкам изображение строку за строкой. Чем больше светочувствительных элементов у сканера, тем больше точек он может снять с каждой горизонтальной полосы изображения. Это и называется оптическим разрешением. Обычно его считают по количеству точек на дюйм — dpi (dots per inch). Сегодня считается нормой уровень разрешения не менее 300 dpi. Увеличивать разрешение еще дальше — значит, многократно затягивать время сканирования. Для обработки слайдов необходимо более высокое разрешение: не менее 1200 dpi.

Следует отметить, что разрешение, о котором сказано выше называется оптическим, или физическим, или реальным. Оно описывает количество точек на дюйм, которые сканер в самом деле получает с объекта в процессе работы. Однако создаваемый сканером файл может оказаться и более высокого разрешения. Это разрешение, полученное при помощи математической обработки изображения называется интерполированным. Не все сканеры выполняют интерполяцию и, как правило, при сравнении сканеров сравнивают именно оптическое разрешение, так как именно от него более всего зависит качество изображения.

На сканерах указывается два значения например 600x1200 dpi, горизонтальное — определяется матрицей CCD, вертикальное

определяется количеством шагов двигателя на дюйм. Во внимание следует принимать минимальное значение.

Интерполированное разрешение

Искусственное разрешение сканера достигается при помощи программного обеспечения. Его практически не применяют, потому что лучшие результаты можно получить, увеличив разрешение с помощью графических программ после сканирования. Используется производителями в рекламных целях.

Скорость работы

В отличие от принтеров, скорость работы сканеров указывают редко, поскольку она зависит от множества факторов. Иногда указывают скорость сканирования одной линии в миллисекундах.

Глубина цвета

Определяется качеством матрицы CCD и разрядностью АЦП. Измеряется количеством оттенков, которые устройство способно распознать. 24 бита соответствует 16 777 216 оттенкам. Современные сканеры выпускают с глубиной цвета 24, 30, 36, 48 бит. Несмотря на то, что графические адаптеры пока не могут работать с глубиной цвета больше 24 бит, такая избыточность позволяет сохранить больше оттенков при преобразованиях картинки в графических редакторах.

Программное обеспечение, необходимое для сканирования, должно поддерживать интерфейс TWAIN (Technology Without An Interesting Name).

Под TWAIN -интерфейсом понимается международный стандарт, который в свое время был принят для единого взаимодействия устройств

ввода изображений с той или иной программой, которая "обслуживает" подобные устройства ввода.

Самое распространенное на сегодняшний день программное обеспечение для сканирования - ABBYY FineReader. Это интеллектуальная система оптического распознавания документов, которая позволяет предварительно обработать изображения, чтобы повысить качество распознавания и упростить дальнейшую работу с документом. Программа содержит такие опции, как: очистить изображение от мусора, устранить перекосы, устранить искажение строк, инвертировать изображение, повернуть или зеркально отразить изображение, обрезать изображение, стереть часть изображения. FineReader распознает текст, таблицы, графику и экспортирует результаты распознавания в такие форматы, как PDF, DOC, XLS, RTF, CSV, TXT, DBF и др.

Графический редактор Adobe Photoshop также может работать со сканером.

4.2. Векторизация (оцифровка)

Рассмотрим некоторые программы, которые позволяют не только оцифровывать (векторизовывать) растровые изображения, но и создавать базу данных к ним.

MapEdit

Автоматизированный векторизатор графических данных MapEDIT предназначен для создания цифровых векторных карт по их растровым изображениям на экране компьютера.

Векторизатор MapEDIT обеспечивает решение следующих основных задач:

- выполнение автоматизированной/ручной векторизации (оцифровки) по монохромным и цветным растрам с разделением объектов карты по слоям;
- занесение атрибутивных данных, характеризующих объект, в базу данных одновременно с векторизацией;
- координирование карты, исправление искажений бумажных оригиналов;
- контроль корректности топологических отношений введенных объектов (построение топологии);
- экспорт полученных цифровых векторных карт и баз данных в форматы ГИС и САПР.

Векторизатор MapEDIT позволяет:

- производить обработку исходных растров;
- выполнять сводку/сшивку цифровых векторных карт;
- импортировать цифровые векторные карты для их редактирования.

Исходные материалы

MapEDIT работает с монохромными и цветными растрами. Поддерживаются форматы BMP, PCX, TIFF, JPG, GIF.

Оцифровка карты возможна без создания единого растрового поля с последовательным переходом от одного растра к другому. При необходимости MapEDIT позволяет "склеивать" фрагменты карты, хранящиеся в отдельных растровых файлах в единый файл, трансформировать (выравнивать) растр с учетом произвольной сети картографических реперов.

Для работы с низкокачественными исходными растрами предусмотрены также разнообразные функции обработки растра. В том числе:

- удаление одноцветных объектов малой площади (мусора);
- выделение выбранных цветов, удаление цвета, замена цвета;
- сглаживание линий;
- уменьшение толщины линий;
- ручное рисование (для восстановления плохо различимых деталей).

Обработанные растры могут быть сохранены в исходных растровых форматах.

Создание цифровой векторной карты

Векторизатор MapEDIT позволяет задавать и изменять структуру данных цифровой векторной карты: перечень слоев, типы объектов для каждого слоя, параметры их отображения, условия трассировки и т.п. Структура вновь создаваемой карты может также задаваться путем копирования структуры ранее созданной карты.

Векторизатор MapEDIT может использоваться для редактирования существующих цифровых векторных карт, для чего предусмотрена возможность импорта данных из файлов формата MIF/MID геоинформационной системы MapInfo.

Автоматизация оцифровки

Автоматическая трассировка выполняется в двух режимах:

1.Трассировка линий. В данном режиме осуществляется автоматическое отслеживание на растре одноцветных линий произвольного типа с сохранением полученной трассы в виде последовательности координат точек, соответствующих середине растровой линии. Эта процедура позволяет автоматически преодолевать препятствия на линии в виде обрывов, разветвлений, пересечений с другими растровыми линиями.

2.Оконтуривание полигонов. В данном режиме осуществляется автоматическое отслеживание на растре контуров одноцветных площадных областей произвольного вида с сохранением полученного контура в виде последовательности координат точек, соответствующей внутренней границе области.

Ручная векторизация (цифровка)

В случаях, когда линии и контуры плохо различимы и автоматизированная векторизация объектов затруднена или невозможна, объекты цифровой векторной карты могут вводиться с помощью инструментов ручной векторизации (цифровки). При ручной векторизации оператор ставит точки на карте, совмещая их с видимыми на растре объектами.

В процессе ручной векторизации может использоваться режим совмещения с линией растра, при котором поставленная точка или отрезок подтягиваются к середине векторизуемой линии на растре.

Вспомогательные режимы

При автоматизированной и ручной векторизации положение вводимых узлов линий (контуров) может автоматически уточняться в соответствии с априорно заданным характером линии (контура). Предусмотрены следующие режимы уточнения:

1.Совмещение с линией вектора. Если очередной поставленный узел оказывается в непосредственной близости от узла или линии ранее созданного векторного объекта, узел совмещается с ними.

2.Прямоугольный/косоугольный объект. Узлы контура объекта смещаются таким образом, чтобы соединяющая их ломаная линия образовывала прямые/заданные углы.

3. Параллельность указанному отрезку. Обеспечение точной параллельности вводимой линии, предварительно заданному базовому отрезку. Различные режимы могут использоваться одновременно.

Ввод характеристик объектов в базу данных

Занесение атрибутивных данных, характеризующих объект, в базу данных осуществляется в MapEDIT одновременно с векторизацией. По окончании ввода очередного объекта цифровой векторной карты оператор может занести информацию об объекте в базу данных. Тип объекта определяет структуру вводимых атрибутивных данных. Поля заполняются значениями, предусмотренными для этого типа объекта по умолчанию или вводимыми оператором. Для полей, заполняемых оператором, может выполняться проверка вводимых значений.

Координирование карты

Векторизатор MapEDIT позволяет работать с прямоугольными и географическими системами координат. Поддерживаются проекции: Гаусса-Крюгера и конические (равноугольная, равнопромежуточная и равновеликая). Предусмотрено изменение параметров проекций пользователем.

Задание произвольного числа реперных точек с известными координатами, позволяет получить точную цифровую векторную карту и компенсировать деформации бумажного оригинала, связанные с его печатью, хранением и сканированием. Для ускорения ввода картографических реперов предусмотрен импорт их координат из текстового файла.

Проверка топологической корректности, модели данных

Векторизатор MapEDIT позволяет проверять корректность топологических отношений между объектами карты. Исправление найденных ошибок возможно как в автоматическом, так и в интерактивном режиме.

MapEDIT поддерживает как объектовую, так и линейно-узловую (с метками полигонов) модель представления цифровой векторной карты. Проверка корректности топологических отношений объектов может выполняться для обеих моделей.

Импорт данных

В программу MapEDIT для редактирования и обработки могут быть импортированы цифровые векторные карты из файлов обменных форматов ГИС: MIF, MID -MapInfo; GEN, GPN, DBF -ARC/INFO, Geograph/GeoDRAW; SHP, SHX, DBF -ArcView; ASC, ASD -WinGIS.

Экспорт данных

Полученные с помощью векторизатора MapEDIT цифровые векторные карты и связанные с ними базы данных экспортируются (передаются) в файлы обменных форматов ГИС и САПР: MIF, MID -MapInfo; GEN, GPN, DBF -ARC/INFO, Geograph/GeoDRAW; SHP, SHX, DBF -ArcView; ASC, ASD -WinGIS; DXF, DBF -AutoCAD.

Easy Trace PRO

Easy Trace PRO - система для подготовки картографических данных.

В основе технологии, реализованной в пакете Easy Trace, лежит мозаичное растрово-векторное поле практически неограниченных размеров. Размеры отдельных растров могут превышать 2 Гб и иметь любую глубину цветности. Многослойная растровая мозаика может состоять из произвольной комбинации растров различной цветности и масштаба.

Количество векторных слоев не ограничено, в свою очередь каждый слой может содержать до миллиона объектов.

Возможности векторизатора Easy Trace:

1. Сканирование и ввод растровой информации

- Сканирование непосредственно из векторизатора.
- Поддержка произвольной совокупности растров различной глубины цветности и разных масштабов.
- Поддержка растровых форматов: PCX, BMP, RLE, TIFF, JPEG, CALS, CIT, DIB.
- Многослойные "прозрачные" растровые пакеты

2. Обработка (подготовка) растров

- Геометрическая коррекция и фильтрация растров.
- Привязка растров.
- Объединение растровых фрагментов.
- Операция цветоделения и создания пакета тематических растровых слоёв для цветных растров.
- Редактирование растров.
- Предпечатная подготовка (постеризация).

3. Векторизация

- Режимы векторизации: автоматический, полуавтоматический (самообучающийся), ручной, выделение границ заливок, восстановление границ заштрихованных областей.
- Возможность сопровождения векторизации вводом атрибутивных данных.
- Акселераторы для заполнения типовых значений атрибутивных записей.

- Возможность создания инструментов пользователя на основе базовых трассировщиков.
- Многокритериальный контроль и редактирование векторных примитивов.
- Практически неограниченное количество векторных слоев и объектов на векторном слое.
- Полуавтоматическая простановка высот (Z-координаты).
- Поддержка цепочно-узловой и полигональной структур данных.
- Интерактивное или автоматическое формирование вершин и узлов по таблице отношений.
- Привязки "ближайшая точка/вершина", копирование участка трассы, автоматическое построение полигонов по прилегающим границам и линейным объектам.
- Автоматический выходной контроль информации по хранимому в проекте набору тестов.

4. Редактирование, сшивка и верификация векторных данных

- Редактирование: интерактивное, объектно-ориентированное, групповое, топологическое.
- Объектно-ориентированный контроль и редактирование векторных примитивов.
- Импорт растрово/векторных данных из распространённых ГИС для слияния или редактирования.
- Генерация и заполнение таблиц баз данных в DBF-формате, отдельно для линий и точек каждого слоя.
- Автоматическое объединение векторных фрагментов в единое покрытие.
- Финальный контроль и экспорт данных в ГИС.

- Непрерывный контроль над вводимыми данными с помощью тематической прорисовки или генерации подписей к объектам.
- Пометка выявленных ошибок и автоматическое позиционирование на них редакторов топологии.

5. Экспорт материалов в ГИС

- Экспорт векторных данных и файлов регистрации растров.
- Совместимость с GIS: ArcINFO, ArcView, AutoCAD, Credo, MapInfo, MicroStation, WinGIS и др.
- Векторные данные в форматах SHP, DXF, MIF, GEN, DGN, CSV, ASC, TOP.
- Файлы регистрации растров в форматах TFW, CPT, TAB.
- Преобразование координат на основе контрольных точек при экспорте и импорте.

ArcGIS (модуль ArcScan)

ArcScan – дополнительный модуль для ArcGIS, разработанный для преобразования растровых данных в векторные.

Благодаря тому, что этот модуль полностью интегрирован в среду ArcGIS, имеется возможность задавать топологические правила для векторизуемых слоев и работать с моделями данных, разработанными в ArcGIS, поддерживая таким образом целостность данных уже на этапе оцифровки.

При работе с модулем можно использовать все предоставляемые ArcMap возможности для редактирования растровых и векторных данных.

Используя ArcScan возможно:

- создавать линейные и полигональные векторные объекты в форматах базы геоданных или шейп-файла непосредственно по растровому изображению
- векторизовать объекты (переводить из растрового формата в векторный) в интерактивном или автоматическом режимах
- подготавливать (очищать) изображения для векторизации в автоматическом режиме
- задавать среду замыкания для растров
- выбирать группы ячеек растров путем запроса к связанным с ним областям

ArcScan позволяет выполнять векторизацию в трех режимах:

- автоматическом (batch mode)
- полуавтоматическом или интерактивном (tracing)
- ручном (head-up digitizing)

Автоматическая векторизация существенно сокращает время, затрачиваемое на оцифровку растровых изображений. В этом режиме существуют два способа векторизации: centerline и outline.

В режиме centerline строятся центральные линии растровых линейных объектов и границы площадных объектов.

В режиме outline строятся границы всех растровых связанных компонент в виде полигонов. Результатом является множество полигонов.

Полуавтоматическая или интерактивная векторизация (трассирование) применяется в тех случаях, когда требуется больший контроль над процессом векторизации или нужно векторизовать небольшую часть изображения.

С помощью курсора задается начальная точка и направление трассирования, после чего автоматически строится центральная линия от начальной точки до конца растровой линии, если по пути не встретится площадной объект или точка пересечения с другой линией. Если центральная линия попадает в точку пересечения, то трассировщик останавливается и ждет, пока оператор снова укажет направление, в котором нужно продолжить трассирование. Если центральная линия остановилась на границе площадного объекта, то оператор должен перейти в режим ручного цифрования и оцифровать этот объект.

Трассировка

Ручная оцифровка позволяет оператору осуществлять непрерывный контроль над процессом векторизации, задавая с помощью курсора положение каждой вершины центральной линии. Ручная оцифровка используется для векторизации растровых изображений плохого качества, изображений, содержащих сразу нескольких тематических слоев, а также при наличии сложных видов линий. Ее также целесообразно использовать для оцифровки прямых линий.

В данном режиме есть особый инструмент – **raster snapping**, позволяющий автоматически привязывать начальную точку к центральной линии, точке пересечения линий, концам линий или углам. Быстрое наведение курсора на специфические точки повышает точность и увеличивает эффективность оцифровки, так как отпадает необходимость в частом изменении масштаба изображения на экране.

ArcScan также можно использовать для редактирования черно-белого растрового изображения до начала векторизации. Для этого имеются стандартные инструменты (Brush, Fill, Line, Erase), обычно используемые в других векторных редакторах. Есть еще два инструмента: Swap - для

инвертирования цвета фона и объектов, и Magic Erase - для удаления целиком связанной компоненты.

Имеются также инструменты, сочетание которых удобно для автоматического удаления изолированных шумов (белых и черных пятен) с растрового изображения перед автоматической векторизацией.

До и после очистки растра

Когда результат получен, то ArcScan позволяет провести векторную постобработку: сгладить и, затем, генерализовать полученные в результате векторизации линии и границы полигонов. Важно, что в используемом алгоритме интенсивность сглаживания и генерализации не зависят от толщины линии.

Центральные линии могут быть прерывистыми из-за использования сложных условных знаков (штриховые линии и т.п.) и других помех. Одной из операций векторной постобработки является автоматическое замыкание пробелов. Этот алгоритм использует два параметра: максимальную длину пробела и угол, внутри которого может лежать продолжение.

Настройка: выбор порогов и управляющих параметров - производится в интерактивном режиме. Оператор меняет значения параметров и сразу же видит результаты сглаживания, генерализации и замыкания пробелов в режиме предварительного просмотра видимой части изображения. Подобрал необходимые параметры, можно запустить режим автоматической или полуавтоматической векторизации.

Однажды выбрав оптимальные параметры для векторизации карт определенного типа, их можно сохранить в отдельный стиль и использовать в дальнейшем.

Тема 5. Приведение введенных графических данных к единой системе

Один из важных первых шагов в создании ГИС - выбор системы координат, которые вместе с масштабом, эллипсоидом и проекцией являются частью математической основы карты и ГИС в целом. Понимать такие термины как «система координат», «проекция» также чрезвычайно важно для обмена информацией с другими ГИС.

Объекты на карте связаны с реальными объектами на местности с помощью пространственных координат. Местоположение объектов на поверхности земли определяется при помощи географических координат. Хотя географические координаты хорошо подходят для определения местоположения объекта, они не годятся для определения его пространственных характеристик, таких как длина, площадь и т.д., так как географические широта и долгота не являются однозначными единицами измерения. Градус широты равен градусу долготы только на экваторе. Для преодоления этих трудностей, данные переводят из сферических географических координат, в прямоугольные спроектированные координаты.

Системы координат, в которых осуществляется ввод данных и работа в ГИС, могут отличаться от систем координат вывода. Например, оцифровка материалов может проводиться в одной проекции, а составление макета карты и вывод данных на печать - в другой.

5.1. Виды проекций

Начнем с координат.

Система координат - комплекс определений, реализующий метод координат, т.е. способ определять положение точки или тела с помощью чисел или других символов.

Системы координат в ГИС делятся на географические системы координат и спроектированные системы координат.

Географическая система координат

Географическая (или геодезическая) система координат (ГСК) использует трехмерную сферическую поверхность для определения местоположения объектов на поверхности Земли. ГСК включает угловые единицы измерения координат, нулевой меридиан и датум (основанный на сфероиде).

Точка на сфероиде определяется значениями широты и долготы. Широта и долгота это углы, вершина которых расположена в центре Земли, а одна из сторон проходит через точку на земной поверхности. Углы, как правило, измеряются в градусах (или в градах). В сферической системе “горизонтальные линии” или линии, соответствующие направлению восток - запад, это линии равной широты или параллели. “Вертикальные линии”, или линии идущие в направлении с юга на север, это линии равной долготы, или меридианы. Эти линии опоясывают глобус и образуют сеть географической координатной привязки, называемую картографической сеткой.

Линия широты, которая расположена посередине между полюсами, носит название экватора. Она соответствует линии нулевой широты. Линия нулевой долготы носит название нулевого (или начального) меридиана. Для большинства географических систем координат нулевой меридиан это линия долготы, проходящая через обсерваторию Гринвич в Англии. Некоторые страны используют в качестве нулевых меридианов линии долготы, проходящие через Берн, Боготу или Париж.

Начальная точка картографической сетки (0,0) определяется местом пересечения экватора и нулевого меридиана. Затем глобус делится на четыре географических квадранта (четверти шара), которые определяются

показаниями компаса в начальной точке. Север и юг расположены соответственно выше и ниже экватора, а запад и восток соответственно слева и справа от нулевого меридиана.

Значения широты и долготы, как правило, измеряются либо в десятичных градусах, либо в градусах, минутах, секундах (DMS). Значения широты отсчитываются относительно экватора и могут изменяться от 90° на Южном полюсе до $+90^\circ$ на Северном полюсе. Значения долготы отсчитываются относительно нулевого меридиана. Они могут меняться от 180° при движении на запад от нулевого меридиана и до 180° при движении на восток от нулевого меридиана. Если за нулевой меридиан принят Гринвич, то координаты в Австралии, расположенной к югу от экватора и к востоку от Гринвича, будут иметь положительные значения долготы и отрицательные значения широты.

Хотя значения широты и долготы используются для определения точного положения точки на поверхности шара, эти величины не являются универсальными единицами измерения. Только вдоль экватора расстояние, соответствующее одному градусу долготы примерно равно расстоянию, соответствующему одному градусу широты. Это происходит из-за того, что экватор - это единственная параллель, чья длина равна длине меридиана. Окружности, у которых тот же радиус, что и у сфероида Земли, носят название больших окружностей. Экватор и все меридианы являются большими окружностями.

Выше и ниже экватора, окружности, которые определяют параллели, становятся постепенно все короче и короче, пока не превратятся в точку на Северном и Южном полюсах, в которой сходятся меридианы. По мере того, как меридианы сходятся к полюсам, расстояние, соответствующее одному градусу широты уменьшается до нуля. На сфероиде Кларка 1866 один градус широты на экваторе равен 111.321 км, в то время как на широте 60° только 55.802 км. Поскольку градусы широты и долготы не

имеют стандартной длины, вы не можете точно измерять расстояния или площади или легко отображать данные на плоской карте или экране компьютера.

Сфероиды и сферы

Форма и размер поверхности географической системы координат определяется сферой или сфероидом. Хотя форма Земли лучше отображается сфероидом, форма Земли иногда принимается за сферу, что облегчает выполнение математических вычислений. Допущение, что Земля является сферой, возможно для мелкомасштабных карт (для карт, чей масштаб мельче 1 : 5,000,000). В этом масштабе разница между сферой и сфероидом не различима по карте. Тем не менее, для получения точности на крупномасштабных картах (картах масштаба 1:1,000,000 или крупнее), для описания формы Земли необходимо пользоваться сфероидом. Для карт, чей масштаб лежит в диапазоне между этими двумя масштабами, использование сферы или сфероида зависит от назначения карты и от требуемой точности данных.

Основой сферы является круг, в то время как сфероид (или эллипсоид) основан на эллипсе (рис.5.1.1).

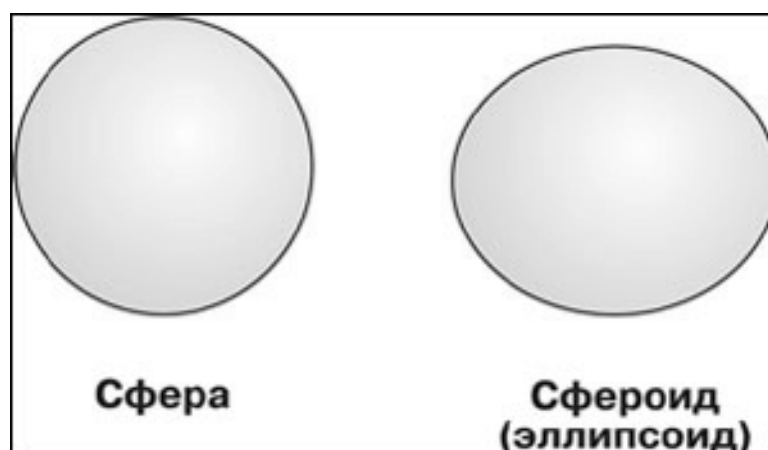


Рис. 5.1.1 Сфера и сфероид

Форма эллипса определяется двумя радиусами. Более длинный радиус называется большой полуосью, а меньший (короткий) малой полуосью (рис.5.1.2).



Рис. 5.1.2 Малая и большая полуоси

Вращение эллипса вокруг малой оси образует сфероид. Сфероид также известен как сплюснутый у полюсов эллипсоид вращения. Сфероид определяется либо большой полуосью a , и малой полуосью b , либо величиной a и *сжатием*. Сжатие - разность в длине между двумя осями, выраженная простой или десятичной дробью.

Сжатие f , равно: $f = (a - b) / a$

Сжатие выражается маленькой величиной, поэтому обычно вместо него используется величина $1/f$. Параметры сфероиды для Международной геодезической системы координат 1984 года (World Geodetic System of 1984 WGS 1984 или WGS84) следующие: $a = 6378137.0$ метров $1/f = 298.257223563$.

Величина сжатия может меняться от 0 до 1. Нулевое значение сжатия означает, что две оси равны, что верно для сферы. Сжатие Земли приблизительно равно 0.003353.

Другой показатель, который, подобно сжатию описывает форму сфероида, квадрат эксцентриситета e^2 . Он выражается формулой:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Датумы

В то время как сфероид аппроксимирует форму Земли, датум определяет положение сфероида относительно центра Земли. Датум предоставляет систему отсчета для определения местоположения объектов на поверхности Земли. Он определяет начальную точку и направление линий широты и долготы (рис. 5.1.3).

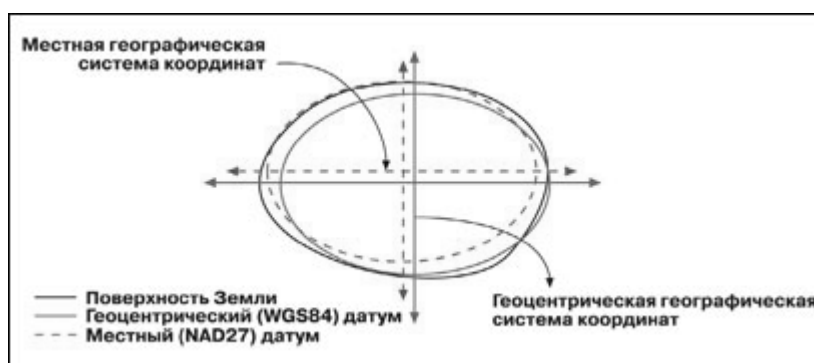


Рис. 5.1.3 Датум

Если вы измените датум, или, более точно, географическую систему координат, значения координат ваших данных изменятся. Ниже приведены координаты (в градусах, минутах, секундах) для контрольной точки в г. Редландс, штат Калифорния, в системе координат Североамериканского датума 1983 года (NAD 1983 или NAD83):

-117 12 57.75961 34 01 43.77884

Та же точка в системе координат Североамериканского датума 1927 года (NAD 1927 или NAD27) будет иметь координаты:

-117 12 54.61539 34 01 43.72995

Значение долготы отличается примерно на три секунды, в то время как значение широты отличается примерно на 0.05 секунды.

В последние 15 лет спутниковые данные предоставили геодезистам новые измерения для определения эллипсоида, который наилучшим образом определяет форму Земли и который соотносит координаты с центром массы Земли. Геоцентрический датум использует центр масс Земли в качестве начальной точки. Наиболее поздним из разработанных и одним из широко используемых датумов является Геодезическая система мира 1984 года (WGS84 World Geodetic System of 1984). Она служит основой для поддержки определения местоположения по всему миру.

Местный датум центрирует сфероид таким образом, что он наилучшим образом описывает поверхность Земли для данной конкретной территории. Точка на поверхности сфероида поставлена в соответствие определенной точке на поверхности Земли. Эта точка известна как начальная точка датума. Координаты “начальной точки” зафиксированы, и все остальные точки являются расчетными по отношению к этой точке. Начало системы координат местного датума не расположено в центре Земли. Центр сфероида местного датума смещен относительно центра Земли. Местными датумами являются системы координат NAD27 и Европейский датум 1950 года (ED 1950) . Датум NAD 1927 разработан для Северной Америки, а датум ED 1950 для использования в Европе. Поскольку местный датум столь тесным образом связывает сфероид с определенной территорией на поверхности Земли, он не подходит для использования за пределами того региона, для которого он был разработан.

Системы координат проекций

Системы координат проекций определяют правила проецирования координат на плоскую двухмерную поверхность. В отличие от географической системы координат спроецированная система координат имеет постоянные длины, углы и площади на плоской двумерной поверхности. Спроецированная система координат является производной от географической системы координат, которая основывается на сфере или сфероиде.

В спроецированной системе координат местоположения определяются координатами x , y на сетке с началом координат в центре сетки. Положение каждой точки определяется двумя координатами, определяющими ее положение относительно центра. Одно определяет его положение по горизонтали, а другое – его положение по вертикали. Эти два значения называются координатой x и координатой y . Если использовать эти обозначения, то начальные координаты имеют значения $x=0$ и $y=0$. На регулярной сетке из отстоящих на одинаковом расстоянии друг от друга горизонтальных и вертикальных линий, горизонтальная линия в центре называется осью x , а центральная вертикальная линия – осью y . Единицы измерения постоянны и имеют равные интервалы во всем диапазоне x и y . Горизонтальным линиям выше начала координат и вертикальным линиям справа от начала координат приписываются положительные значения; линиям ниже или слева – отрицательные значения. Четыре квадранта представляют четыре возможные комбинации положительных и отрицательных x и y координат (рис. 5.1.4).

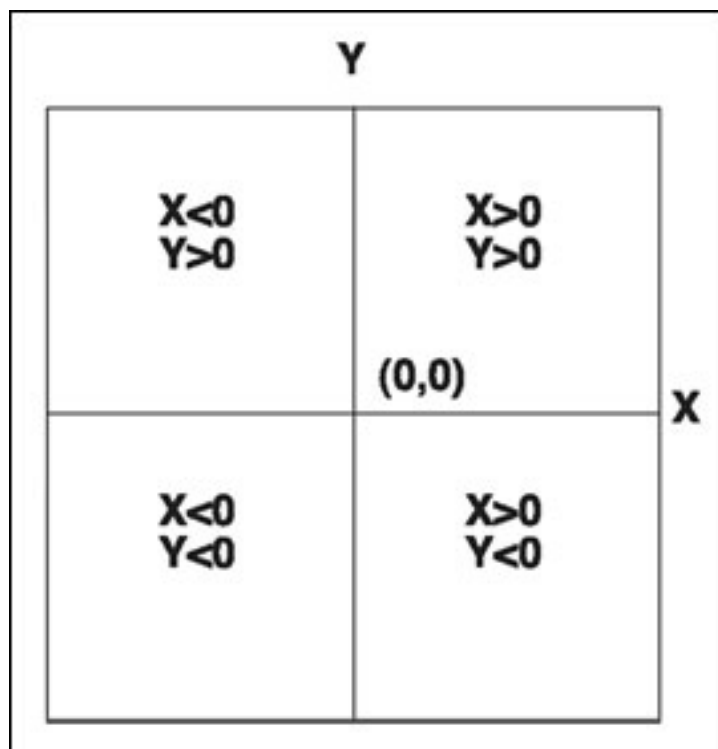


Рис. 5.1.4 Знаки x, y координат в спроецированной системе координат

Что такое картографическая проекция?

Независимо от того, рассматриваете ли Вы Землю как сферу или как сфероид, Вы должны преобразовать ее трехмерную поверхность в плоское изображение на карте. Это преобразование, выполняемое по математическим законам, называется картографической проекцией. Одним из простых способов понимания того, как картографические проекции изменяют пространственные свойства, является визуализация проекции света сквозь Землю на поверхность, которая называется проекционной поверхностью.

Представьте себе, что поверхность Земли прозрачна, и на ней нанесена картографическая сетка. Оберните кусок бумаги вокруг Земли. Источник света в центре Земли отбросит тени от сетки координат на кусок бумаги. Вы можете теперь развернуть бумагу и положить ее на плоскость. Форма координатной сетки на плоской поверхности бумаги очень

отличается от ее формы на поверхности Земли. Проекция карты исказила картографическую сетку (рис. 5.1.5).

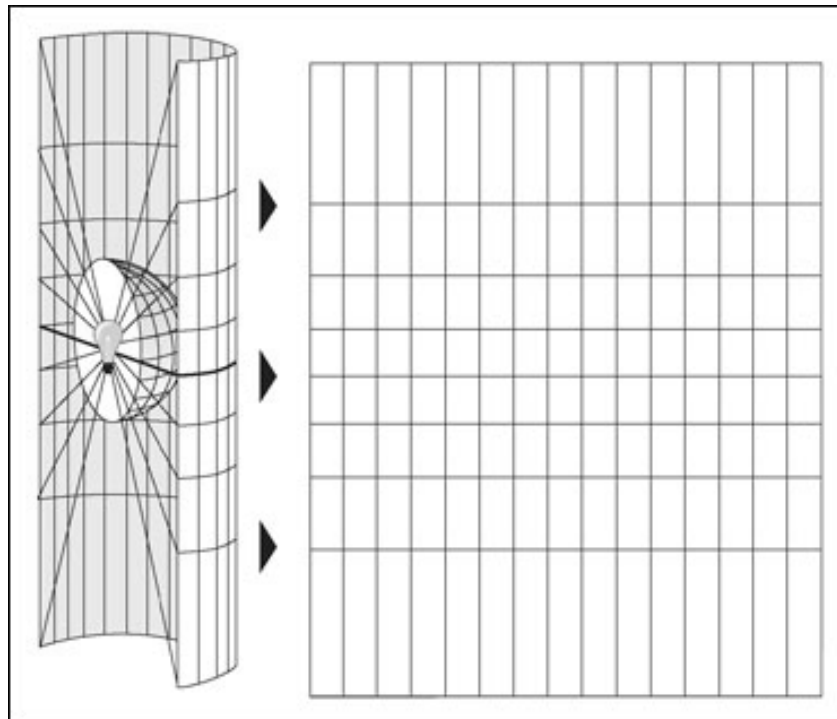


Рис. 5.1.5 Картографическая сетка географической системы координат, спроецированной на цилиндрическую поверхность.

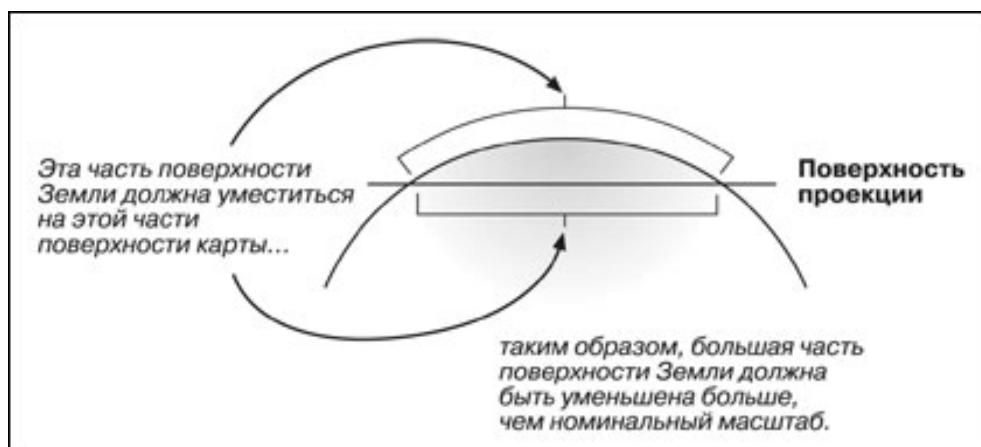


Рис. 5.1.6 Проецирование объекта на плоскую поверхность

Разложить сфероид на плоскость нисколько не легче, чем расплющить кусок апельсиновой кожуры – он будет разорван. При отображении Земной поверхности в двухмерном пространстве искажается форма, площадь, длина или направление объектов. Картографические проекции используют математические формулы, определяющие связь между сферическими координатами точек на поверхности эллипсоида или шара и соответствующими координатами точек на плоскости карты. Различные проекции имеют разные типы искажений. Некоторые проекции разработаны с учетом минимизации искажений одной или двух характеристик данных. Проекция может сохранять площадь объектов, но изменять их форму (рис. 5.1.6).

Классификация проекций по характеру искажений

Равноугольные проекции

Равноугольные проекции сохраняют без искажений малые локальные формы. Для сохранения отдельных углов, описывающих пространственные отношения, равноугольная проекция должна также представлять линии картографической сетки пересекающимися под углом 90° на карте. Это достигается в данной проекции с помощью сохранения всех углов. Недостаток заключается в том, что площадь, ограниченная рядом кривых, может быть в процессе преобразования значительно искажена. Ни одна из картографических проекций не может сохранять большие территории без искажения формы.

Равновеликие проекции

Равновеликие проекции сохраняют площадь изображаемых объектов. Вследствие этого другие свойства: форма, углы, масштаб искажаются. В равновеликих проекциях параллели и меридианы могут не пересекаться под правильными углами. В некоторых случаях, особенно на картах небольших территорий, искажение форм не является очевидным, и очень

трудно отличить равноугольную проекцию от равновеликой, если только она не была соответствующим образом определена по документации или путем измерений.

Равнопромежуточные проекции

Карты с равнопромежуточными проекциями сохраняют расстояния между определенными точками. Правильный масштаб не сохраняется никакой проекцией на всей карте; однако в большинстве случаев существует одна или более линий на карте, вдоль которых масштаб сохраняется постоянным. В большинстве равнопромежуточных проекций есть одна или несколько линий, длина которых на карте равна (в масштабе карты) длине соотносимой с нею линии на глобусе, независимо от того, является ли эта линия большой или малой окружностью, прямой или кривой линией. О таких расстояниях говорят, что они истинные.

Например, в синусоидальной проекции экватор и все параллели имеют свою истинную длину. В других равнопромежуточных проекциях могут быть истинными экватор и все меридианы. Иные проекции (например, равнопромежуточная проекция двух точек) показывают истинный масштаб между одной или двумя точками и каждой другой точкой на карте. Необходимо иметь в виду, что ни одна проекция не бывает равнопромежуточной по отношению ко всем точкам на карте.

Проекция истинного направления

Кратчайший путь между двумя точками на сферической поверхности, такой, как поверхность Земли, пролегает вдоль сферического эквивалента прямой линии на плоской поверхности. Это большая окружность, на которой лежат две точки. Проекция истинного направления, или азимутальные проекции, используются для сохранения некоторых кривых, описывающих большие окружности, и придают правильные азимутальные направления всем точкам на карте относительно центра. Некоторые

проекция этого типа являются также равноугольными, равновеликими или равнопромежуточными.

Классификация проекций по типу разворачиваемой поверхности

Поскольку карты являются плоскими, в качестве вспомогательных поверхностей некоторых простейших проекций используются геометрические фигуры, которые можно развернуть на плоскость без растяжения их поверхностей. Они называются развертывающимися поверхностями. Типичными примерами являются конусы, цилиндры и плоскости. Картографические проекции систематически проецируют местоположения с поверхности сфероида на условные местоположения на плоской поверхности, используя уравнения картографических проекций.

Первым шагом при проецировании одной поверхности на другую является создание одной или более точек контакта. Каждая такая точка называется точкой касания. Конусы и цилиндры касаются глобуса вдоль линии. Если поверхность проекции пересекает глобус вместо того, чтобы просто коснуться его поверхности, то полученная в результате проекция является секущей, а не касательной. Независимо от того, является ли контакт касательным или секущим, его место очень важно, поскольку определяет точку или линии нулевого искажения. Эту линию истинного масштаба часто называют стандартной линией. В общем случае искажение проекции увеличивается с увеличением расстояния от точки контакта.

Многие обычные картографические проекции можно классифицировать в соответствии с используемой для них проекционной поверхностью: конические, цилиндрические или азимутальные (проекция на плоскость).

Конические проекции

Самая простая коническая проекция проходит по касательной к глобусу вдоль линии широты. Эта линия называется стандартной параллелью. Меридианы проецируются на коническую поверхность, сходясь на вершине или в точке конуса. Параллели проецируются на коническую поверхность как кольца. Конус затем “рассекается” вдоль любого меридиана для создания конечной конической проекции, в которой имеются прямые сходящиеся меридианы и параллели, представленные концентрическими окружностями. Меридиан, противоположный линии сечения, становится центральным меридианом. (рис. 5.1.7).



Рис. 5.1.7 Касательная коническая проекция

В целом, чем дальше от стандартной параллели, тем больше искажение. Соответственно, отсечение верхушки конуса создает более точную проекцию. Этого можно достичь, если не использовать полярную область при проецировании объектов. Конические проекции используются для среднеширотных зон, имеющих ориентацию с востока на запад.

Более сложные конические проекции соприкасаются с поверхностью глобуса в двух местах. Эти проекции называются секущими коническими проекциями и определяются двумя стандартными параллелями (рис. 5.1.8).

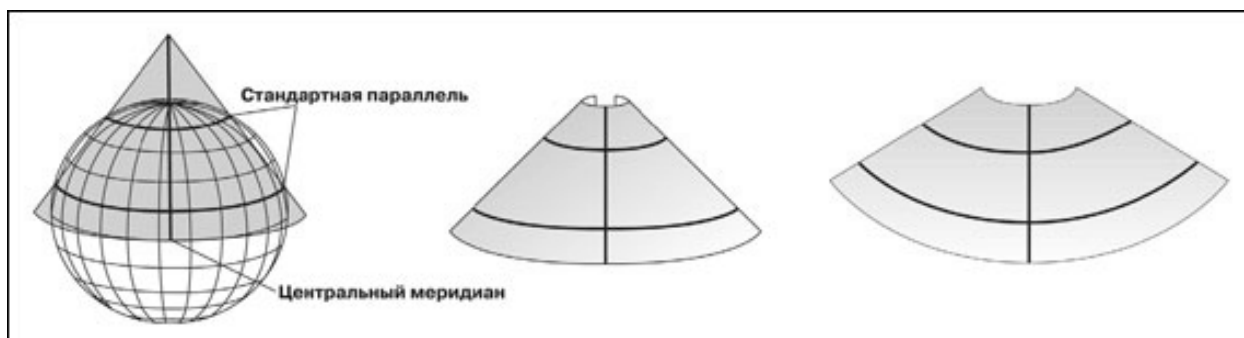


Рис. 5.1.8 Секущая коническая проекция

Характер искажений при секущих проекциях различается для районов, расположенных между стандартными параллелями, и для районов, расположенных за их пределами. Как правило, секущая проекция дает меньшее суммарное искажение, чем касательная проекция. В еще более сложных конических проекциях ось конуса не совпадает с полярной осью глобуса. Такие проекции называются косыми.

Изображение географических объектов зависит от расстояния между параллелями. При их равном удалении друг от друга проекция получается равнопромежуточной в направлении с севера на юг, но не равноугольной и не равновеликой. Примером такого типа проекций является равнопромежуточная коническая проекция. Для небольших областей общее искажение минимально. На конической равноугольной проекции Ламберта расстояние между центральными параллелями меньше, чем у параллелей ближе к границам, и не искажаются формы малых географических объектов на мелкомасштабных и крупномасштабных картах. На равновеликой конической проекции Альберса параллели вблизи северного и южного полюса расположены ближе друг к другу, чем центральные параллели, и проекция отображает эквивалентные площади.

Цилиндрические проекции

Подобно коническим проекциям цилиндрические проекции могут также быть касательными или секущими. Проекция Меркатора является одной из наиболее простых цилиндрических проекций, и экватор обычно является ее линией касания. Меридианы проецируются геометрически на цилиндрическую поверхность, а параллели проецируются математически. При этом создается координатная сетка с углами 90° . Цилиндр “рассекается” вдоль любого меридиана для получения конечной цилиндрической проекции. Меридианы расположены через равные интервалы, в то время как интервал между параллельными линиями широты возрастает по направлению к полюсам. Эта проекция является равноугольной и показывает истинное направление вдоль прямых линий. В проекции Меркатора прямыми линиями являются линии румбов – линии постоянного азимута, а не большинство больших окружностей.

При создании более сложных цилиндрических проекций цилиндр вращают, изменяя, таким образом, линии касания или сечения. Поперечные цилиндрические проекции, такие, как поперечная проекция Меркатора, используют меридианы как линии касательного контакта или линии, параллельные меридианам, как линии сечения. Стандартные линии располагаются в направлении север-юг, и вдоль них масштаб является истинным. Наклонные цилиндры вращают вокруг линии большой окружности, расположенной где-нибудь между экватором и меридианами. В этих более сложных проекциях большинство меридианов и линий широты больше не являются прямыми.

Во всех цилиндрических проекциях линия касания или линии сечения не имеют искажений, и, таким образом, являются линиями равных расстояний. Другие географические свойства варьируют в зависимости от конкретной проекции (рис. 5.1.9).

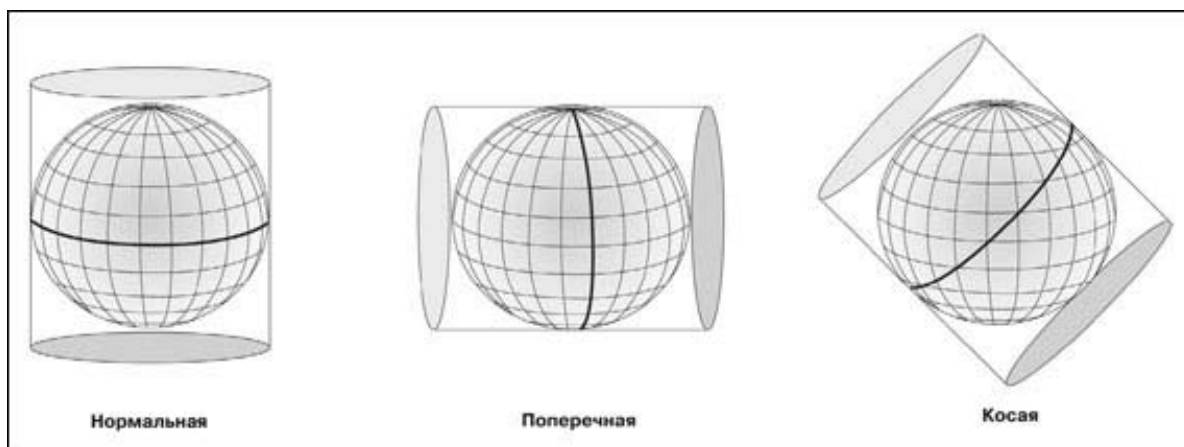


Рис. 5.1.9 Виды цилиндрических проекций

Проекция на плоскость (азимутальные проекции)

Проекция на плоскость проецирует картографические данные на плоскую поверхность, касающуюся глобуса. Проекция на плоскость также известна также как азимутальная или зенитная проекция. Этот вид проекции обычно идет по касательной к глобусу в одной точке, но может быть и секущим. Точкой контакта может быть Северный полюс, Южный полюс, точка на экваторе или любая точка между ними. Эта точка определяет используемую ориентировку и является фокусом проекции. Фокус определяется центральной долготой и центральной широтой. Ориентировка проекций может быть полярной (нормальной), экваториальной (поперечной) и косой (рис. 5.1.10).



Рис. 5.1.10 Ориентировка азимутальных проекций

Полярные проекции представляют собой простейшую форму этого вида проекций. Параллели широты отходят от полюса как концентрические окружности, а меридианы представлены прямыми линиями, которые пересекаются на полюсе под своими истинными углами. При всех остальных ориентировках проекции на плоскость будут иметь углы координатной сетки 90° в своем центральном фокусе. Направления из фокуса являются точными.

Большие окружности, проходящие через фокус, представлены прямыми линиями, таким образом, кратчайшим расстоянием от центра до любой другой точки на карте является прямая линия. Модели искажения площадей и форм представляют собой круги вокруг фокуса. Поэтому азимутальные проекции лучше приспособлены для отображения округлых территорий, чем прямоугольных. Проекции на плоскость используются чаще всего для картографирования полярных регионов.

В некоторых проекциях на плоскость данные о поверхности рассматриваются со специфической точки в пространстве. Эта точка обзора определяет, как сферические данные будут спроецированы на плоскую поверхность. Перспектива, в которой рассматриваются все местоположения, в различных азимутальных проекциях различная. Точкой перспективы может быть центр Земли, точка на поверхности, прямо противоположная фокусу, или внешняя точка по отношению к глобусу, как будто ее рассматривают со спутника или с другой планеты.

Азимутальные проекции частично классифицируются по своему фокусу и, если это возможно, по точке перспективы. На рисунке ниже приведено сравнение трех плоскостных проекций с полярными аспектами, но с различными положениями точки перспективы. В гномонической проекции данные о поверхности рассматриваются от центра Земли, в то время как в стереографической проекции они рассматриваются от одного полюса к противоположному полюсу. В ортографической проекции Земля

рассматривается с бесконечно удаленной точки, как будто бы из далекого космоса. Обратите внимание на то, как различия в перспективе определяют степень искажения по направлению к экватору (рис. 5.1.11).

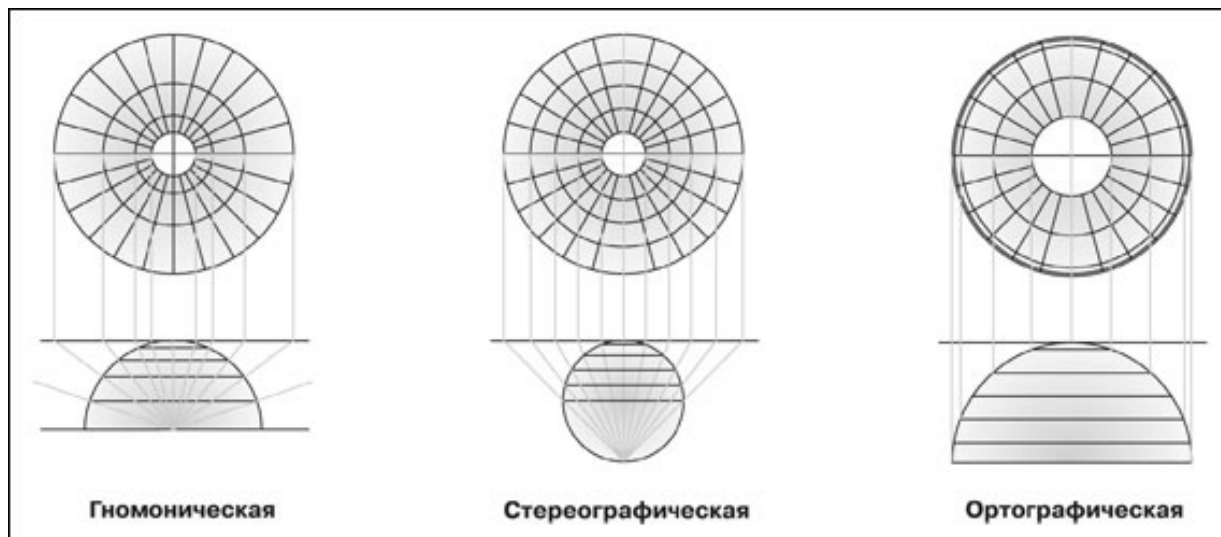


Рис. 5.1.11 Азимутальные проекции с различными положениями точки перспективы

5.2. Масштабирование, генерализации

Рано или поздно при работе с картами и в процессе масштабирования (изменение масштаба как в большую, так и в меньшую сторону) возникает проблема генерализации карт.

Генерализация – обобщение географических изображений мелких масштабов относительно более крупных, осуществляемая в связи с назначением, тематикой, изученностью объекта или техническими условиями получения самого изображения. Генерализация (обобщение) - это совокупность приёмов (техник), которая позволяет сохранять количество информации при уменьшении количества данных.

Картографическая генерализация – отбор, обобщение, выделение главных типических черт объекта на карте, выполняемые в соответствии с нормами отбора, устанавливаемыми картографом или редактором карты,

которые, кроме того, проводят обобщение качественных и количественных показателей изображаемых объектов, упрощают очертания, объединяют или исключают контуры, иногда важные, но очень мелкие объекты показывают с некоторым преувеличением.

Некоторые ГИС позволяют производить генерализацию в автоматическом режиме (формализованный отбор, сглаживание (упрощение) или фильтрация изображения в соответствии с заданными алгоритмами и формальными критериям).

Значение генерализации, т.е. отбора и обобщения деталей, возрастает по мере уменьшения масштаба карт; генерализации подвергаются практически все элементы основы и содержания карты. Например, из водотоков, изображенных на крупномасштабной топографической карте, лишь некоторые могут быть сохранены на карте среднего масштаба; при переходе к обзорным картам требуется дальнейший отбор и сокращение количества элементов. При отборе и генерализации приходится устанавливать и принципы отбора: например, при выборе критериев для показа населенных пунктов необходимо решить, руководствоваться ли только численностью населения или учитывать также политическое значение городов; в последнем случае необходимо показывать на карте все столицы, хотя численность их населения может быть невысокой.

При составлении карты важно помнить одно: каким именно целям будет служить ее использование. Руководствуясь этим соображением, гораздо легче будет выделить те объекты на карте, которые нужно оставить или нужно удалить, а какие преобразовать соответственно поставленной задаче.

Тема 6. Работа с графическими материалами.

Основы Adobe Photoshop (практические задания). Обработка растровых изображений. Подготовка графических приложений в CorelDRAW. Построение стратиграфических колонок и разрезов.

РАЗДЕЛ 2. АНАЛИЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Основные виды математических моделей, применяемых в геологии

Моделирование вообще и математическое (статистическое) моделирование в частности является эффективным средством изучения геологических систем, объектов и событий. Каждая модель служит некоторым их отражением и характеризует наиболее существенные особенности.

Модели можно разделить на материальные, аналоговые и символьные (рис. 7.1).



Рис.7.1 Схема классификации моделей геологических объектов

Материальные модели представляют собой выполненные в определенном масштабе макеты геологических объектов. Например, существуют материальные модели кристаллических решеток минералов,

модели идеальных кристаллов с различными наборами граней, морфологические модели рудных тел и др.

Аналоговые модели основаны на замене природных геологических процессов, явлений другими, воспроизводимыми в лаборатории, процессами, которые описываются одинаковыми математическими правилами и уравнениями. Например, движение подземных вод, процессы переноса в них вещества, явление диффузии и многие другие можно моделировать движением электрического тока в аналоговых устройствах.

Символьные модели, которые делятся на графические и математические, имеют особое значение при математическом моделировании. К графическим моделям относятся разнообразные геологические карты, разрезы, проекции, схемы и графики. Они позволяют наглядно изобразить геологические объекты и характеристики их свойств, а также дать интерпретацию многих операций математического моделирования.

Математические модели можно разделить на три группы. В первой группе анализируются характеристики в пределах однородных совокупностей свойств объектов вне связи их с пространственным размещением, это группа *статистических моделей*. Они бывают одномерные, двухмерные и многомерные.

Во второй группе учитываются пространственные координаты пунктов наблюдений, что позволяет изучать *пространственные геологические поля*. Модели делятся на детерминированные и вероятностные. В *детерминированных моделях* предполагается, что состояние системы однозначно определяется исходными или начальными данными и полностью предсказуемо в пространстве. *Вероятностные модели* характеризуются тем, что состояние системы и прогнозные значения свойств геологических объектов неоднозначно зависят от

начальных или исходных данных и могут быть предсказаны с какой-то вероятностью в определенном диапазоне значений.

Третья группа охватывает случайные процессы, в которых учитывается фактор времени.

Мы будем рассматривать модели первой и второй групп.

Тема 7. Одномерный статистический анализ и его применение

7.1. Одномерный статистический анализ

❖ *Свойства геологических объектов как независимые случайные величины*

Одномерная статистическая модель применяется для изучения одного свойства. Пусть имеется система, состоящая из множества однородных геологических объектов. Выборочным методом возьмем из множества n объектов и у каждого из них измерим характеристику свойства x . Результаты измерений обозначим x_1, x_2, \dots, x_n и составим из них матрицу, в которой число строк равно n , а число столбцов $k = 1$.

$$\begin{array}{|c} x_1 \\ x_2 \\ x_{\dots} \\ x_n \end{array}$$

В основе одномерной статистической модели лежат три гипотезы:

- измеренные значения x_1, x_2, \dots, x_n носят случайный характер;
- они не зависят друг от друга;
- значения образуют однородную совокупность.

Измеренные значения принято называть реализациями случайной величины x .

Гипотеза о случайном характере свойств обусловлена тем, что природные геологические системы и объекты являются весьма сложными, на каждое измеренное значение влияет множество разнонаправленных факторов. Кроме того, каждое измерение сопровождается случайной погрешностью. Данная гипотеза позволяет применять для математической обработки значений x_1, x_2, \dots, x_n аппарат (теоремы, формулы, уравнения, законы) теории вероятностей.

Вторая гипотеза о независимости измеренных значений менее очевидна. Она предполагает, что на результат каждого отдельного измерения не влияют результаты предыдущих или соседних измерений. Из этой гипотезы вытекает важное следствие, что для математической обработки не существенно пространственное размещение пунктов наблюдений, т.е. результаты измерений можно располагать в любом порядке, на выводы это не влияет. Эта гипотеза не всегда соответствует действительности: соседние измерения нередко зависят друг от друга, что можно проверить с помощью специального математического аппарата.

Статистическая обработка результатов измерений имеет смысл лишь только для однородных совокупностей, что лежит в основе третьей гипотезы. Если совокупность неоднородная, то ее необходимо разделить на однородные совокупности и каждую из них исследовать отдельно.

❖ *Статистические характеристики случайной величины*

В основе большинства вычислений лежит расчет статистических характеристик случайной величины. Наиболее распространенные статистические характеристики одномерной случайной величины:

- размах

- медиана
- мода
- среднее значение
- дисперсия
- среднеквадратичное отклонение
- коэффициент вариации
- асимметрия
- эксцесс.

Пусть имеется n измерений свойства x . Необходимо найти статистические характеристики этого множества измерений.

Размах - это разность между максимальным x_{\max} и минимальным x_{\min} значениями свойства $p = x_{\max} - x_{\min}$.

Медиана - средний член упорядоченного ряда значений. Для нахождения медианы нужно расположить все значения в порядке возрастания или убывания и найти средний по порядку член ряда. В случае n - четного числа в середине ряда окажутся два значения, тогда медиана будет равна их полусумме.

Мода - наиболее часто встречающееся значение случайной величины. Методику ее нахождения мы рассмотрим позднее.

Среднее значение - это среднеарифметическое из всех измеренных значений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (7.1)$$

Медиана, мода и среднее значение являются *характеристиками положения* - около них группируются измеренные значения случайной величины.

Дисперсия - это число, равное среднему квадрату отклонений значений случайной величины от ее среднего значения (*Дисперсия случайной величины - мера разброса данной случайной величины, т. е. её отклонения от математического ожидания*):

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 . (7.2)$$

Среднеквадратичное отклонение - это число, равное квадратному корню из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . (7.3)$$

Среднеквадратичное отклонение имеет размерность, совпадающую с размерностью случайной величины и среднего значения. Например, если значения случайной величины измерены в метрах, то и среднеквадратичное отклонение также будет выражаться в метрах.

Коэффициент вариации - это отношение среднеквадратичного отклонения к среднему значению:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} . (7.4)$$

Коэффициент вариации выражается в долях единицы или (после умножения на 100) в процентах. Вычисление коэффициента вариации имеет смысл для положительных случайных величин.

Дисперсия, среднеквадратичное отклонение и коэффициент вариации, а также размах являются *мерами рассеяния* значений случайной величины около среднего значения. Чем они больше, тем сильнее рассеяние.

Асимметрия - степень асимметричности распределения значений случайной величины относительно среднего значения:

$$A = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 . \quad (7.5)$$

Эксцесс - степень остро- или плосковершинности распределения значений случайной величины относительно нормального закона распределения:

$$E = \frac{1}{n\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3 . \quad (7.6)$$

Асимметрия и эксцесс являются безразмерными величинами. Они отражают особенности группировки значений случайной величины около среднего значения.

Итак:

Медиана, мода и среднее значение - *характеристики положения*;

Дисперсия, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации, размах - *меры рассеяния*;

Асимметрия и эксцесс отражают *особенности группировки значений*.

Рассмотренные статистические характеристики относятся к множеству значений x_1, x_2, \dots, x_n . Если множество представляет собой выборку из генеральной совокупности, то возникает задача оценки ее статистических характеристик по выборочным данным. Наибольшее значение имеют оценка математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.

Математическое ожидание случайной величины $M(x)$ - это ее среднее значение в генеральной совокупности. Оно, за редким исключением, бывает неизвестно, и приходится пользоваться его приближенной оценкой (точечной оценкой) - выборочным средним значением \bar{x} . При увеличении

числа наблюдений выборочное среднее стремится к пределу - к математическому ожиданию.

Дисперсия генеральной совокупности $D(x)$ - это число, равное среднему квадрату отклонений случайной величины от ее математического ожидания. Если математическое ожидание известно, то дисперсию находят по формуле:

$$D(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i - M(x)]^2. \quad (7.7)$$

Если математическое ожидание неизвестно, то определяют *оценку дисперсии* по формуле:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (7.8)$$

-используется для характеристики генеральной совокупности

Единица в знаменателе формулы (7.8) отражает одну использованную *степень свободы*: вместо математического ожидания в формулу подставлено выборочное среднее значение. При увеличении числа наблюдений n оценка дисперсии S^2 стремится к дисперсии генеральной совокупности $D(x)$.

Формулы (7.2) и (7.8) похожи друг на друга, но применяют их в разных случаях. Первая используется для характеристики выборки, а вторая - для характеристики генеральной совокупности.

В ряде задач возникает необходимость рассчитывать статистические характеристики суммы или разности случайных величин, а также произведения случайной величины на постоянный множитель.

Пусть имеется случайная величина x . Если умножить ее значения на постоянный множитель, то получим новую случайную величину $y = ax$. Статистические характеристики новой случайной величины преобразуются следующим образом:

среднее значение

$$y_{cp} = ax_{cp};$$

дисперсия

$$\sigma_y^2 = a\sigma_x^2;$$

среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_y = a\sigma_x$$

При этом коэффициент вариации, асимметрия и эксцесс не изменят своих значений. Очевидно, что деление значений случайной величины на постоянную величину a равносильно умножению на обратную величину $1/a$ и приведенные формулы сохраняют свою силу.

Если к случайной величине x прибавить постоянное слагаемое a , т.е. $y = x + a$, то изменится и среднее значение: $\bar{y} = \bar{x} + a$. Однако значения дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса сохраняются. Вычитание постоянного слагаемого равносильно изменению знака слагаемого a на $-a$.

Наибольший интерес представляет ситуация, когда производится сложение (вычитание) двух и более случайных величин. Пусть имеются две независимые случайные величины x и y , их сумма (разность) образует третью случайную величину $z = x \pm y$. Статистические характеристики меняются следующим образом:

среднее значение $\bar{z} = \bar{x} \pm \bar{y}$

дисперсия $\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$

Если имеется n независимых случайных величин x_1, x_2, \dots, x_n , и находится их сумма

$z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, то имеем соотношения:

средние значения $\bar{z} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_n$

дисперсия $\sigma_z^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2$ (7.9)

Особенно большое значение имеет последнее равенство, известное как теорема сложения дисперсий: дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме их дисперсий. Используя эту теорему, можно

доказать, что дисперсия среднего значения \bar{x} из n значений x_i в n раз меньше дисперсий исходных значений x_i :

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2_x / n. \quad (7.10)$$

Эта формула неоднократно будет использована в дальнейшем.

❖ Моменты случайной величины, их связь со статистическими характеристиками

Вычисление статистических характеристик можно производить непосредственно по формулам (7.1)-(7.8), но на практике характеристики обычно находят с помощью моментов.

Моментом случайной величины k -го порядка относительно постоянного параметра a называется выражение:

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^k. \quad (7.11)$$

Порядок k может быть выражен любым целым числом, но интерес представляют первые четыре момента (порядка).

В зависимости от выбора параметра a различают начальные и центральные моменты. В первом случае a выбирается произвольно, что имеет смысл для ускорения вычислений. Часто полагают $a = 0$, и формула начальных моментов приобретает вид:

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k. \quad (7.12)$$

Во втором случае принимают $a = \bar{x}$ и получают центральные моменты

$$\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k. \quad (7.13)$$

От начальных моментов можно перейти к центральным (7.14):

$$\mu_1 = 0;$$

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2;$$

$$\mu_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3;$$

$$\mu_4 = m_4 - 4m_3m_1 + 6m_2m_1^2 - 3m_1^4.$$

Зная моменты случайной величины, можно найти ее статистические характеристики по формулам:

$$\bar{x} = m; \quad \sigma^2 = \mu_2; \quad \sigma = \sqrt{\mu_2};$$

$$V = \sigma / \bar{x}; \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \mu_2;$$

$$A = \mu_3 / \sigma^3; \quad E = \mu_4 / \sigma^4 - 3. \quad (7.15)$$

Пример 7.1

❖ Группировка исходных данных. Построение гистограммы

При большом числе исходных данных ($n > 50$) расчет статистических характеристик с помощью таблиц становится громоздким, поэтому применяется компактный метод расчета с предварительной группировкой данных. Для этого весь диапазон исходных значений от x_{\min} до x_{\max} разбивается на равные интервалы (классы), границы которых удобно брать округленными, хотя это не имеет принципиального значения. С округленными границами удобнее работать.

Число классов зависит от числа исходных данных. Обычно принимается от 6 до 20 классов, но можно использовать и больше. Для определения числа классов рекомендуется эмпирическая формула $N_{\text{кл}} = 16[0,4 \ln(n) - 1]$. Далее подсчитывают число исходных значений, попавших в каждый класс, и результаты сводят в табл.7.4.

Некоторая трудность возникает в том случае, когда отдельные значения попадают на границу классов. Их можно относить в старший класс либо пытаться распределить примерно поровну между смежными классами.

Частота и частость содержания железа в руде (7.4)

Класс содержаний,	Число проб (частота)	Частость	
		в долях	в процентах
30-32	2	0,014	1,4
32-34	6	0,041	4,1
34-36	9	0,061	6,1
36-38	14	0,095	9,5
38-40	20	0,136	13,6
40-42	25	0,170	17,0
42-44	21	0,143	14,3
44-46	17	0,116	11,6
46-48	13	0,088	8,8
48-50	10	0,068	6,8
50-52	5	0,034	3,4
52-54	3	0,020	2,0
54-56	2	0,014	1,4
Сумма	147	1,000	100,0

Число значений в классе называется частотой. Если выразить частоту в относительных долях к общему числу значений, то получим частость. Ее можно выразить в процентах (табл.7.4).

Данные табл.7.4 позволяют построить гистограмму значений случайной величины (рис. 7.1.1). По оси абсцисс откладывают классы, а по оси ординат - частоту или частость в виде ступенек. Для удобства обозрения над ступеньками выписана частота, а рядом с гистограммой указано суммарное значение n .

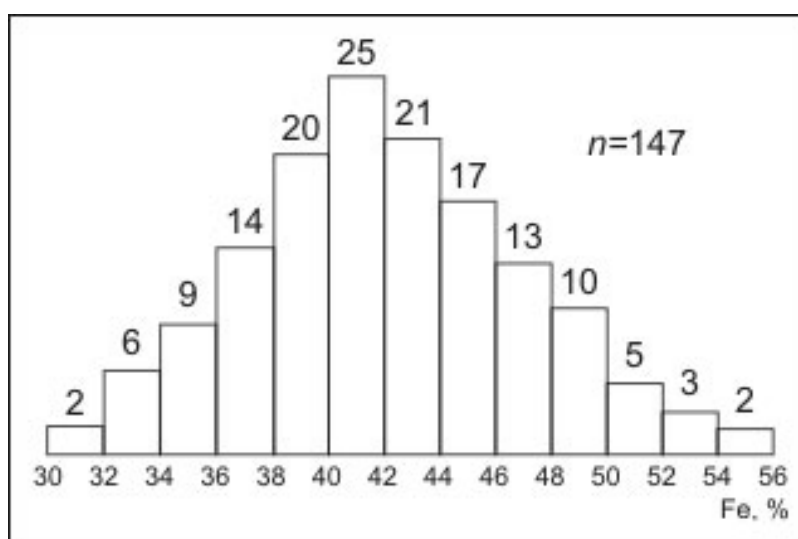


Рис. 7.1.1 Гистограмма частот содержания железа в руде

Гистограмма дает наглядное представление о поведении случайной величины. На ней видны размах и частота значений. Полезную информацию несет и форма гистограммы; она может быть симметричной и асимметричной, с одним, двумя и более максимумами частот.

Наличие нескольких максимумов свидетельствует о неоднородности изучаемой совокупности и позволяет ставить вопрос о выделении однородных совокупностей. В некоторых случаях отдельные частоты резко преобладают, это чаще всего связано с дефектами измерений. Например, при химическом анализе часто встречаются округленные значения и гораздо реже - промежуточные между ними. Чтобы устранить влияние подобных погрешностей, следует увеличить размер классов и построить гистограмму снова.

7.2. Законы распределения случайных величин

❖ Понятие о законах распределения

При увеличении числа наблюдений частоты стремятся к пределу, который характеризует вероятность появления случайной величины, а гистограмма частот стремится к кривой, отражающей *закон распределения вероятностей*. Вид кривой определяется сущностью изучаемого свойства. Иногда на вид кривой влияет методика измерений, например, выбор размера проб. Число видов кривых и, соответственно, законов распределения бесконечно велико, но некоторые из них имеют теоретическое обоснование и встречаются чаще других. По крайней мере, реальные распределения приближаются к этим законам.

Закон распределения случайной величины наиболее часто выражается в виде интеграла вероятности:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx, (7.20)$$

где $F(x)$ - вероятность p того, что значение случайной величины не превысит значения x , т.е. $p = F(x)$; функция под интегралом $f(x)$ - плотность вероятности случайной величины; к кривой, описываемой функцией $f(x)$, стремится гистограмма частостей при увеличении числа наблюдений.

Интеграл вероятности $F(x)$; при увеличении значения x монотонно растет от нуля до единицы (рис.7.1.2). Интеграл вероятности (7.20) можно рассматривать как площадь (заштрихована на рис. 7.1.2, б), ограниченную осью абсцисс, кривой $f(x)$ и отрезком перпендикуляра, проведенного из точки a . Вся площадь под кривой $f(x)$ равна единице, поэтому заштрихованная площадь меньше единицы и соответствует вероятности p .

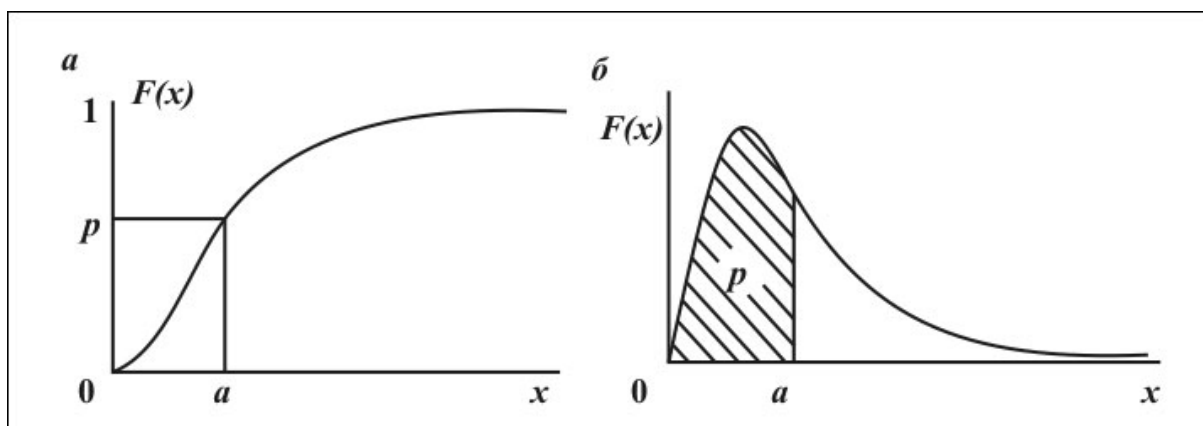


Рис. 7.1.2 Графики интеграла вероятности (а) и плотности вероятности (б)

Законы распределения случайных величин бывают дискретные и непрерывные. У дискретных законов график плотности вероятности имеет ступенчатый вид, как у гистограммы на рис.7.1, и случайная величина может принимать лишь прерывистые значения (например, число зерен минералов в пробе). К таким законам относятся биномиальный, Пуассона, гипергеометрический. Законы с непрерывным распределением имеют плавный график плотности вероятности, и случайная величина может принимать любые значения в области своего существования (например,

содержание компонента в руде). Сюда относятся законы нормальный, логнормальный, Стьюдента, Фишера и др.

Рассмотрим наиболее часто употребляемые в геологической практике законы распределения.

❖ Нормальный закон распределения

Среди всех законов распределения чаще других используют нормальный, потому что он носит предельный характер и при определенных условиях к нему приближаются многие другие законы. Нормальный закон описывается интегралом вероятности:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (7.21)$$

Плотность вероятности имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (7.22)$$

Кривая, выражаемая формулой (7.22), имеет симметричную форму относительно абсциссы \bar{x} (рис.7.1.3). Площадь между кривой и осью абсцисс равна единице. Ветви кривой не ограничены и уходят в плюс и минус бесконечность, сливаясь в удалении от величины \bar{x} с осью абсцисс.

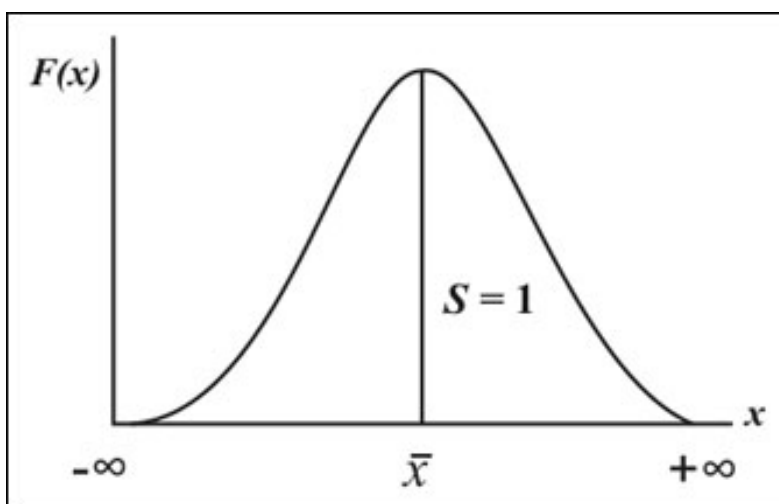


Рис. 7.1.3 График плотности вероятности нормального закона

Как следует из формул (7.21) и (7.22), нормальный закон полностью определяется двумя статистическими характеристиками; средним значением \bar{x} и дисперсией σ^2 . Среднее значение определяет положение графика на оси абсцисс, а дисперсия - крутизну ветвей. Кривая плотности вероятности симметричная, асимметрия и эксцесс равны нулю. Вследствие симметричности среднее, медианное и модальное значения совпадают.

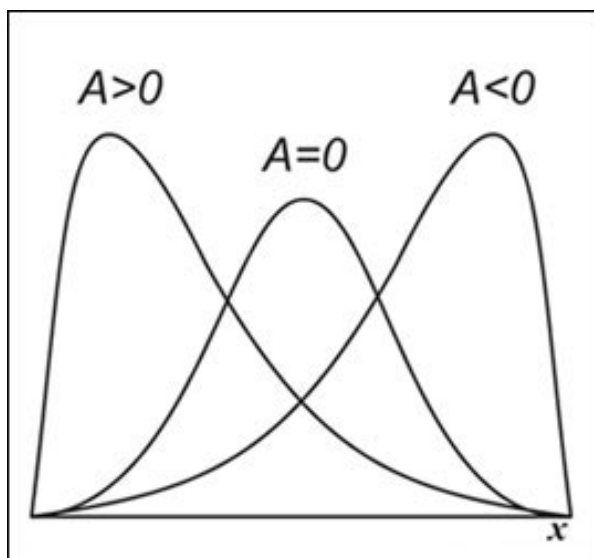


Рис. 7.1.4 Графики плотности вероятности с различной асимметрией

Иногда распределения бывают асимметричными (рис.7.1.4). Отклонение эксцесса от нуля в ту или иную сторону связано с остро- или плосковершинностью кривой распределения по отношению к нормальному распределению (рис.7.1.5). В частности, кривые с плоской вершиной или с несколькими максимумами имеют отрицательный эксцесс.

Наиболее важное применение нормального закона распределения, как и других законов, состоит в решении задач двух типов:

1) определение вероятности появления случайной величины в заданном интервале;

2) определение интервала возможных значений случайной величины при заданной вероятности.

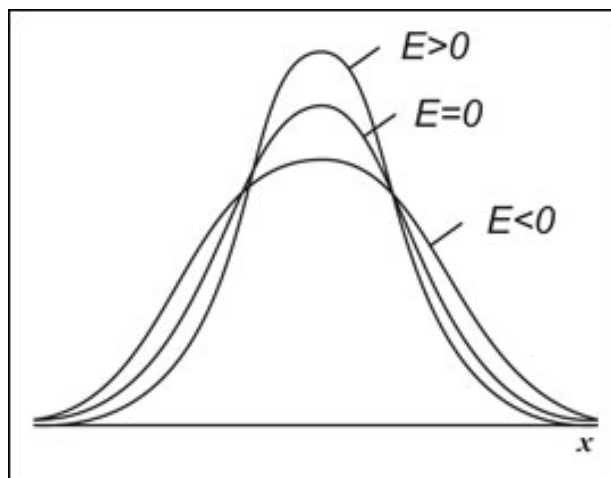


Рис. 7.1.5 Графики плотности вероятности с различными эксцессами

Вероятность p того, что значение случайной величины не превысит заданное значение a (заштрихованная площадь на рис.7.1.2) определяется интегралом (7.20), т.е. $p = F(a)$. Наоборот, вероятность a того, что значение случайной величины больше заданного значения a (незаштрихованная площадь на рис.7.1.2), равна $1 - p$. Часто приходится оценивать вероятность q попадания случайной величины в заданный интервал от a до b , которому соответствует заштрихованная площадь на рис.7.1.6.

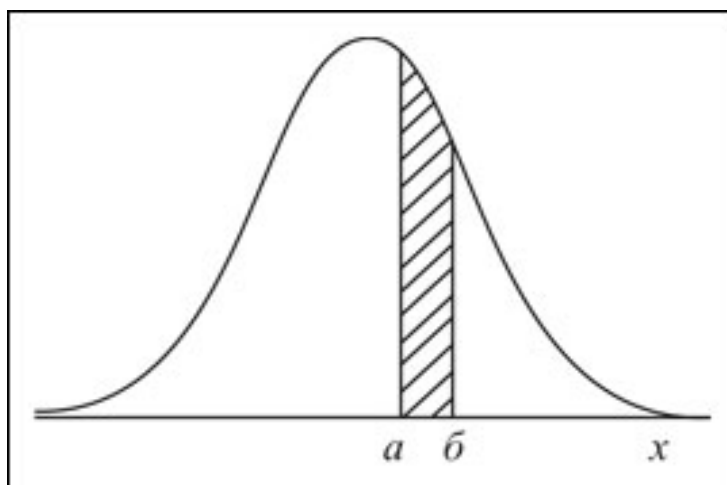


Рис. 7.1.6 График плотности вероятности. Заштрихованная площадь соответствует вероятности q попадания в интервал от a до b

Наконец, иногда используется вероятность β того, что случайная величина находится за пределами интервала от a до b , тогда $\beta = 1 - q$.

Вычисление вероятностей сводится к нахождению определенных интегралов (7.21) или (7.23). Интеграл вероятности не интегрируется в алгебраических выражениях, поэтому для нахождения вероятности принято пользоваться специальными таблицами. Поскольку среднее значение \bar{x} и среднеквадратичное отклонение σ могут принимать любые значения, в таблицах трудно учесть все возможные варианты. В связи с этим таблицы составляют в одном варианте для стандартного нормального закона: для нормированных значений случайной величины t , которая имеет нулевое математическое ожидание ($t = 0$) и единичное среднеквадратичное отклонение ($\sigma = 1$). Чтобы пользоваться такими таблицами, нужно предварительно нормировать исходные значения случайной величины x по формуле:

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}. \quad (7.24)$$

Интеграл вероятности $F(t)$ и плотность вероятности $f(t)$ стандартного нормального закона имеют вид:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt; \quad f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}. \quad (7.25)$$

Таблицы значений $F(t)$ и $f(t)$ приведены во всех справочниках и пособиях по теории вероятностей. Значения $f(t)$ можно вычислять непосредственно по формулам (7.22) или (7.25).

Большое значение имеет функция $\Phi(t)$, выражаемая интегралом:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-t^2/2} dt. \quad (7.26)$$

Она характеризует вероятность q попадания случайной величины в симметричный интервал от $-t$ до $+t$ (рис.7.1.7) и связана с интегралом вероятности соотношением $\Phi(t) = 2F(t) - 1$.

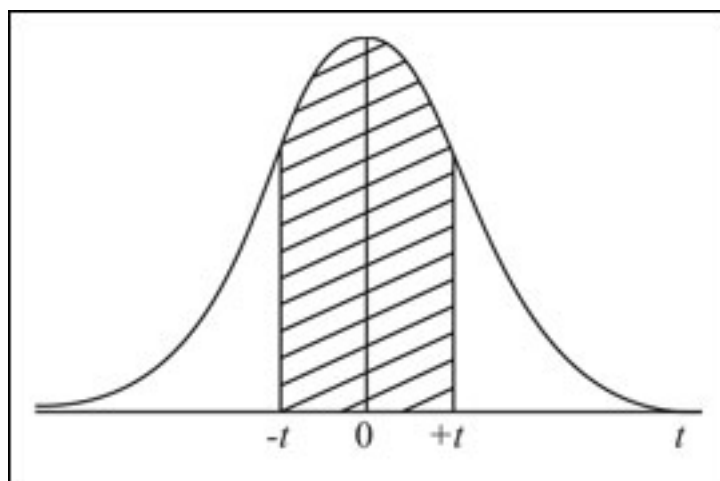


Рис. 7.1.7 График плотности вероятности.

Заштрихованная площадь соответствует вероятности попадания значений случайной величины от $-t$ до $+t$

Отметим, что вероятность попадания случайной величины в интервал от нуля до $+t$ называется функцией Лапласа. Из-за симметричности интеграл (7.26) можно представить как удвоенную функцию Лапласа:

$$\Phi(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt . (7.27)$$

Значения функций $F(t)$, $f(t)$ и $\Phi(t)$ в пределах от $t = 0$ до $t = 3,1$ с шагом аргумента $0,1$ приведены в табл.7.6. Поскольку функции $f(t)$ и $\Phi(t)$ симметричны относительно $t = 0$, их значения при отрицательном значении t находят из табл.7.6 без учета знака. Для нахождения функции $F(t)$ при отрицательных значениях t нужно использовать соотношение $F(-t) = 1 - F(t)$. Например, при $t = -1,7$ из табл.7.6 имеем $f(t) = 0,0940$; $\Phi(t) = 0,9109$; $F(t) = 1 - 0,9554 = 0,0446$.

Таблица 7.6

Функции нормального распределения

t	F(t)	f(t)	Φ(t)	t	F(t)	f(t)	Φ(t)
0,0	0,5000	0,3989	0,0000	1,6	0,9452	0,1109	0,8904
0,1	0,5398	0,3970	0,0797	1,7	0,9554	0,0940	0,9109
0,2	0,5793	0,3910	0,1585	1,8	0,9641	0,0790	0,9281
0,3	0,6179	0,3814	0,2358	1,9	0,9713	0,0656	0,9426
0,4	0,6554	0,3683	0,3108	2,0	0,9772	0,0540	0,9545
0,5	0,6915	0,3521	0,3829	2,1	0,9821	0,0440	0,9643
0,6	0,7257	0,3332	0,4515	2,2	0,9861	0,0355	0,9722
0,7	0,7580	0,3123	0,5161	2,3	0,9893	0,0283	0,9786
0,8	0,7881	0,2897	0,5763	2,4	0,9918	0,0224	0,9836
0,9	0,8159	0,2661	0,6319	2,5	0,9938	0,0175	0,9876
1,0	0,8413	0,2420	0,6827	2,6	0,9953	0,0136	0,9907
1,1	0,8643	0,2179	0,7287	2,7	0,9965	0,0104	0,9931
1,2	0,8849	0,1942	0,7699	2,8	0,9974	0,0079	0,9949
1,3	0,9032	0,1714	0,8064	2,9	0,9981	0,0060	0,9963
1,4	0,9192	0,1497	0,8385	3,0	0,9987	0,0044	0,9973
1,5	0,9332	0,1296	0,8664	3,1	0,9990	0,0033	0,9981

Рассмотрим, как определяется вероятность с помощью табл.7.6. Пусть имеется интервал от $a = -2,12$ до $b = 2,96$; известны также характеристики $\bar{x} = 2,2$ и $\sigma = 0,40$. По формуле (7.24) вычислим нормированные значения $t_1 = (-2,12 - 2,2)/0,40 = -1,31$; $t_2 = (2,96 - 2,2)/0,40 = 1,90$. В табл.7.6 найдем вероятности $F(t_1) = 0,9032$; $F(t_2) = 0,9713$. Отсюда имеем вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $q = F(t_2) - F(t_1) = 0,0681$.

Задача нахождения вероятностей упрощается, если a и b симметричны относительно \bar{x} . Тогда достаточно найти $t = t_2$ и вероятность $q = \Phi(t)$. Например, $a = -1,94$; $b = 2,26$; $\bar{x} = 2,10$; $\sigma = 0,32$. Имеем $t = (2,26 - 2,10)/0,32 = 0,50$ и вероятность $q = \Phi(t) = 0,3829$.

Интегралы вероятности (7.25) и (7.26), играющие большую роль, можно вычислять и без применения таблиц путем численного интегрирования на компьютере или с помощью пакета «Statistica».

Часто приходится решать обратную задачу - находить интервал возможных значений случайной величины t при заданных вероятностях p , α , q или β . Если задана вероятность $p = F(t)$, то соответствующее ей

значение t называется *квантилью* распределения. Она является функцией, обратной интегралу вероятности (7.20), и обозначается $t = F^{-1}(p)$. Квантиль можно найти интерполяцией данных табл.7.6. Например, задана вероятность $p = 0,9$. В таблице имеются значения $p = 0,8849$ (при $t = 1,2$) и $p = 0,9032$ (при $t = 1,3$). Интерполируя эти значения, найдем, что при $p = 0,9$ квантиль $t = 1,28$. Квантили, соответствующие вероятностям $1/4$; $2/4$; $3/4$, называются *квартилями*. Вторая квартиль, соответствующая вероятности $p = 0,5$, называется *медианой распределения*.

Наиболее часто используют значения t , соответствующие заданной вероятности $q = \Phi(t)$, они называются *коэффициентами вероятности* и служат критериями принятия разнообразных решений. Для нахождения коэффициента вероятности можно воспользоваться интерполяцией данных табл.7.6, но лучше иметь специальную табл.7.7 зависимости t от $\Phi(t)$. Например, задана вероятность $q = 0,96$, тогда соответствующий ей коэффициент вероятности $t = 2,054$. Табл.7.7 может быть использована и для нахождения квантилей. По заданной вероятности p вычисляется вероятность $q = 2p-1$ и по табл.7.7 определяется квантиль. Например, дана вероятность $p = 0,9$. Вычисляем $q = 2 \times 0,9 - 1 = 0,8$, соответствующая ей квантиль $t = 1,282$.

Таблица 7.7

Коэффициенты вероятности t при заданной вероятности $q = \Phi(t)$

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,000	0,013	0,025	0,038	0,050	0,063	0,075	0,088	0,100	0,130
0,1	0,126	0,138	0,151	0,164	0,176	0,189	0,202	0,215	0,228	0,240
0,2	0,253	0,266	0,279	0,292	0,305	0,319	0,332	0,345	0,358	0,372
0,3	0,385	0,399	0,412	0,426	0,440	0,454	0,468	0,482	0,496	0,510
0,4	0,524	0,539	0,553	0,568	0,583	0,598	0,613	0,628	0,643	0,659
0,5	0,674	0,690	0,706	0,722	0,739	0,755	0,772	0,789	0,806	0,824
0,6	0,842	0,860	0,878	0,896	0,915	0,935	0,954	0,974	0,994	1,015
0,7	1,036	1,058	1,080	1,103	1,126	1,150	1,175	1,200	1,227	1,254
0,8	1,282	1,311	1,341	1,372	1,405	1,440	1,476	1,514	1,555	1,598
0,9	1,645	1,695	1,751	1,812	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576
0,99	2,576	2,612	2,652	2,697	2,748	2,807	2,878	2,968	3,090	3,291

На практике наиболее часто используются значения вероятностей $q = 0,5$ и $q = 0,9$ ($\beta = 0,5$ и $\beta = 0,01$). Им соответствуют коэффициенты вероятности $t = 1,960$ и $t = 2,576$. С другой стороны, часто задаются значения $t = 2$ и $t = 3$, им соответствуют вероятности $q = 0,9545$ и $q = 0,9973$ (см. табл.7.6).

❖ **Логарифмически-нормальный закон распределения**

В тесной связи с нормальным находится логарифмически-нормальный (сокращенно логнормальный) закон распределения, широко применяемый в геохимии. Замечено, что этим законом удовлетворительно описывается частота появления низких содержаний химических элементов. Академик А.Н.Колмогоров теоретически обосновал логнормальное распределение частиц при дроблении, что используется при гранулометрическом анализе обломочных пород.

Логнормальный закон описывает ситуацию, когда нормальному распределению подчиняются логарифмы значений случайной величины. При расчетах вначале находят натуральные или десятичные логарифмы значений случайной величины. Далее вся работа ведется с логарифмами: вычисляют их среднее значение, дисперсию, среднеквадратичное отклонение, асимметрию, эксцесс, а по таблицам нормального закона определяют вероятности. Какие логарифмы - натуральные или десятичные - использовать для расчетов, не играет роли, потому что они связаны постоянным множителем: натуральные логарифмы в 2,3026 раз больше десятичных ($2,3026 = \ln 10$).

Случайная величина в логнормальном законе, в отличие от нормального, имеет область существования от нуля до $+\infty$. Если присутствуют нулевые значения (или следы), что нередко бывает при спектральном и химическом анализах, то это вызывает трудности, так как логарифм нуля равен $-\infty$. Обычно нулевые содержания заменяют какими-то

минимальными значениями, например пределом чувствительности анализа. Существуют также способы обработки усеченных распределений, позволяющие получать статистические характеристики при отбрасывании крайних исходных значений.

Обозначим логарифм случайной величины: $z = \ln x$. Плотность вероятности логарифмов описывается формулой нормального закона (7.28)

$$f(z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}}, \quad (7.28)$$

где \bar{z} - среднее значение логарифмов; σ - среднеквадратичное отклонение логарифмов.

Плотность вероятности исходных значений x выражается формулой логнормального закона:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \overline{\ln x})^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (7.29)$$

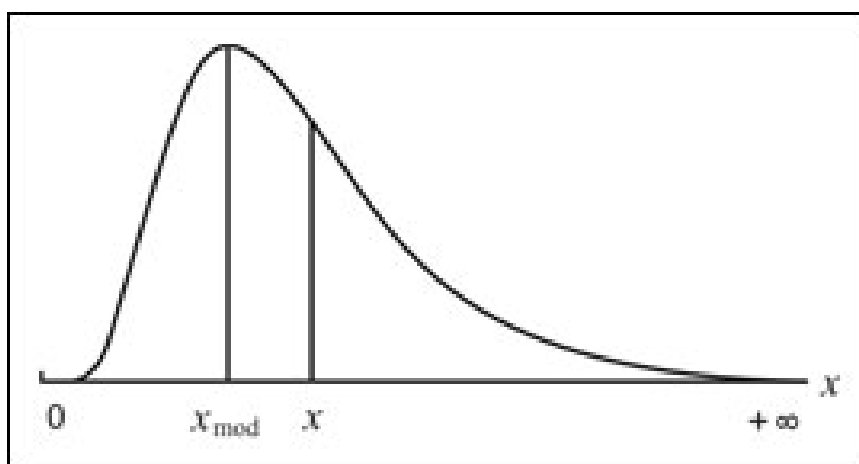


Рис. 7.1.8 График плотности вероятности логнормального закона

График функции $f(x)$ асимметричен (рис.7.1.8), среднее значение, мода и медиана не совпадают между собой. Они связаны с величинами \bar{z} и σ_z^2 следующими соотношениями:

$$\bar{x} = e^{\bar{z} + \sigma_z^2 / 2}; \quad x_{\text{mod}} = e^{\bar{z} - \sigma_z^2}; \quad x_{\text{med}} = e^{\bar{z}}. \quad (7.30)$$

Дисперсия исходных данных также определяется соотношением

$$\sigma^2 = e^{2\bar{z} + \sigma_z^2} (e^{\sigma_z^2} - 1). \quad (7.31)$$

При малой дисперсии кривые плотности вероятности логнормального и нормального законов близки между собой и в пределе, при стремлении дисперсии к нулю, совпадают.

❖ Распределение Стьюдента

Распределение Стьюдента, называемое также t -распределением, играет большую роль: с его помощью проверяют гипотезы о равенстве средних значений случайных величин. Функция распределения Стьюдента выражается интегралом:

$$F_k(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi k}} \frac{\Gamma\left[\frac{k+1}{2}\right]}{\Gamma\left[\frac{k}{2}\right]} \int_{-\infty}^t \left[1 + \frac{x^2}{k}\right]^{-\frac{k+1}{2}} dx, \quad (7.32)$$

соответственно, плотность вероятности имеет вид:

$$f_k(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi k}} \frac{\Gamma\left[\frac{k+1}{2}\right]}{\Gamma\left[\frac{k}{2}\right]} \int_{-\infty}^t \left[1 + \frac{t^2}{k}\right]^{-\frac{k+1}{2}}, \quad (7.33)$$

где k - число степеней свободы, Γ - гамма-функция, выражаемая интегралом:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy. \quad (7.34)$$

Число степеней свободы зависит от числа измерений n случайной величины и от существа поставленной задачи. Если проверяется гипотеза о

равенстве вычисленного среднего значения какому-то заранее заданному числу, то $k = n - 1$. Если сравниваются два средних значения из двух совокупностей с числом измерений n_1 и n_2 , то $k = n_1 + n_2 - 2$. Могут быть и другие варианты гипотез.

Из функции (7.33) следует, что случайная величина t может принимать любые значения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Особенность распределения Стьюдента состоит в том, что его функции зависят от числа степеней свободы, а они, в свою очередь, - от числа измерений. При увеличении значения k распределение приближается к нормальному и в пределе (при $k = \infty$) совпадает с ним. Практически уже при $k = 20$ можно пользоваться таблицами нормального распределения.

Функция распределения (7.32) обычно приводится в табличном виде. Здесь приведены лишь некоторые значения (табл.7.8), из них видно, как с увеличением числа k функция распределения Стьюдента приближается к нормальному закону (последняя графа табл.7.8).

Таблица 7.8

Функция распределения Стьюдента $F_k(t)$ в зависимости от числа степеней свободы k

t	Число степеней свободы k							
	1	2	5	10	20	50	100	∞
0,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
0,5	0,6467	0,6667	0,6808	0,6860	0,6887	0,6903	0,6909	0,6915
1,0	0,7500	0,7887	0,8184	0,8284	0,8354	0,8388	0,8400	0,8413
1,5	0,8128	0,8638	0,9030	0,9178	0,9254	0,9299	0,9314	0,9332
2,0	0,8554	0,9082	0,9490	0,9633	0,9704	0,9744	0,9757	0,9772
2,5	0,8789	0,9352	0,9728	0,9843	0,9884	0,9921	0,9929	0,9938
3,0	0,8976	0,9523	0,9850	0,9933	0,9965	0,9979	0,9983	0,9987
3,5	0,9114	0,9636	0,9914	0,9971	0,9989	0,9995	0,9996	0,9998
4,0	0,9220	0,9714	0,9948	0,9987	0,9996	0,9999	0,9999	
4,5	0,9304	0,9770	0,9968	0,9994	0,9999			
5,0	0,9372	0,9811	0,9980	0,9997				

Плотность вероятности (7.33) имеет симметричный график, похожий на кривую нормального закона, но более вытянутый по горизонтальной оси (рис.7.1.9). При увеличении значения k график приближается к кривой нормального закона.

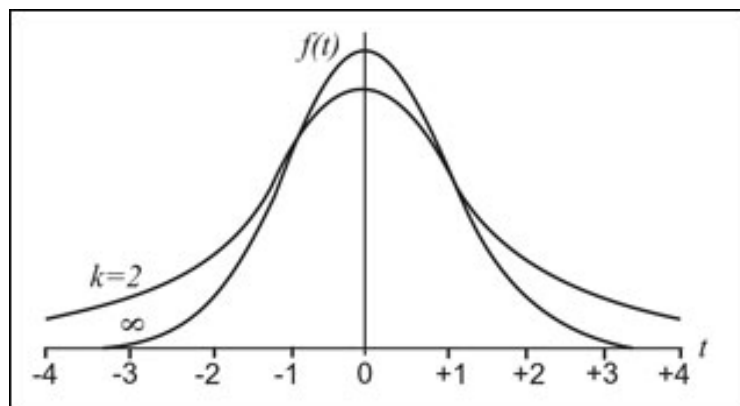


Рис. 7.1.9 График плотности распределения Стьюдента.

При $k=\infty$ распределение совпадает с нормальным

Значения плотности вероятности обычно находят по таблицам, но их несложно вычислить, преобразовав формулу (7.33) к следующему виду:

$$f_k(t) = \frac{A_k}{\sqrt{\pi k}} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}; \quad A_k = \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right) : \Gamma\left(\frac{k}{2}\right).$$

Для нахождения A_k достаточно знать одно значение, например $A_1 = 1/\sqrt{\pi}$, и далее пользоваться рекуррентной формулой $A_{k+1} = k/2A_k$. Так, $A_2 = \sqrt{\pi}/2$, $A_3 = 2/\sqrt{\pi}$ и т.д. Некоторые значения плотности вероятности приведены в табл.7.9. Последняя графа соответствует нормальному распределению.

Асимметрия распределения Стьюдента равна нулю, а эксцесс отрицательный. Как и в случае нормального закона, для распределения Стьюдента может быть вычислена функция $\Phi_k(t) = 2F_k(t) - 1$, которая характеризует вероятность q попадания случайной величины в симметричный интервал от $-t$ до $+t$.

Таблица 7.9

Плотность вероятности распределения Стьюдента $f_k(t)$ в зависимости от числа степеней свободы k

t	Число степеней свободы k							
	1	2	5	10	20	50	100	∞
0,0	0,3183	0,3536	0,3796	0,3891	0,3940	0,397	0,3979	0,3989
0,5	0,254	0,2962	0,3279	0,3397	0,3458	0,3495	0,3508	0,3521
1,0	0,159	0,1925	0,219	0,2304	0,2360	0,239	0,2408	0,2420
1,5	0,097	0,1141	0,1245	0,1274	0,1286	0,129	0,1294	0,1295
2,0	0,0637	0,0680	0,0651	0,0611	0,0581	0,0558	0,0549	0,0540
2,5	0,0439	0,0422	0,0333	0,0269	0,0227	0,0197	0,0186	0,0175
3,0	0,0318	0,0274	0,0173	0,0114	0,0080	0,0058	0,0051	0,0044
3,5	0,0240	0,0186	0,0092	0,0048	0,0026	0,0015	0,0012	0,0009
4,0	0,0187	0,013	0,0051	0,0020	0,0008	0,0003	0,0002	0,0001
4,5	0,0150	0,009	0,0029	0,0009	0,0003	0,000	0,0000	0,0000
5,0	0,012	0,007	0,0018	0,0004	0,0001	0,000	0,0000	0,0000

На практике для принятия решений чаще используется противоположный показатель $\beta = 1 - q$. Можно составить таблицу зависимости β от t при различных степенях свободы k . Но гораздо важнее знать обратную функцию: чему равно значение коэффициента t при заданной вероятности β и известной степени свободы k (табл.7.10), так как коэффициент t часто используют в качестве критерия принятия решений. Именно такие таблицы с различными вариациями и приводятся в разнообразных справочниках. Например, задана вероятность $\beta = 0,05 = 5\%$ и число степеней свободы $k = 15$. Из табл.7.10 имеем $t = 2,131$.

Если число степеней свободы велико (несколько десятков и более), то можно пользоваться таблицами нормального закона (см. табл.7.7). Так, при $\beta = 0,01$ имеем $q = 1 - \beta = 1 - 0,01 = 0,99$ и по табл.7.7 находим $t = 2,576$.

Таким образом, распределения нормальное и Стьюдента близки между собой. При малом числе измерений (и, соответственно, степеней свободы) более надежные выводы могут быть сделаны по таблицам распределения Стьюдента, а при большом числе наблюдений следует пользоваться таблицами нормального закона.

Таблица 7.10

Коэффициенты вероятности t распределения Стьюдента при заданной вероятности β и степени свободы k

k	Вероятность β						
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
1	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,214	12,924
4	2,132	2,776	3,747	4,604	5,597	7,173	8,610
5	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,763	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,645	3,985
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,729	2,093	2,540	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,849
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
100	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
P	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

❖ **Распределение Фишера**

Распределение Фишера, называемое также F -распределением, используется для проверки гипотезы о равенстве дисперсий случайных величин. В качестве критерия служит отношение несмещенных оценок дисперсий $F = S^2_1 / S^2_2$, причем в числитель отношения всегда помещают

большую дисперсию, т.е. $S^2_1 > S^2_2$. Плотность вероятности распределения величины F выражается формулой:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k_2}{2}\right)} k_1^{k_1/2} k_2^{k_2/2} (k_2+k_1t)^{-\frac{k_1+k_2}{2}} t^{(k_1/2-1)}, \quad (7.37)$$

где k_1 и k_2 - количество степеней свободы, зависящее от числа измерений случайных величин n_1 и n_2 , т.е. $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$.

График плотности вероятности асимметричен (рис. 7.1.10) и имеет максимум (моду):

$$t_{\text{mod}} = \frac{k_2(k_1-2)}{k_1(k_2+2)}. \quad (7.38)$$

Практическое значение имеет зависимость коэффициента t (критерия) от вероятности α (ей соответствует заштрихованная площадь на рис.7.1.10 при заданных степенях свободы k_1 и k_2). Оценивается вероятность того, что отношение S^2_1 / S^2_2 превысит некоторое критическое значение t . Если отношение S^2_1 / S^2_2 больше t , то дисперсии различаются между собой с вероятностью $p = 1 - \alpha$.

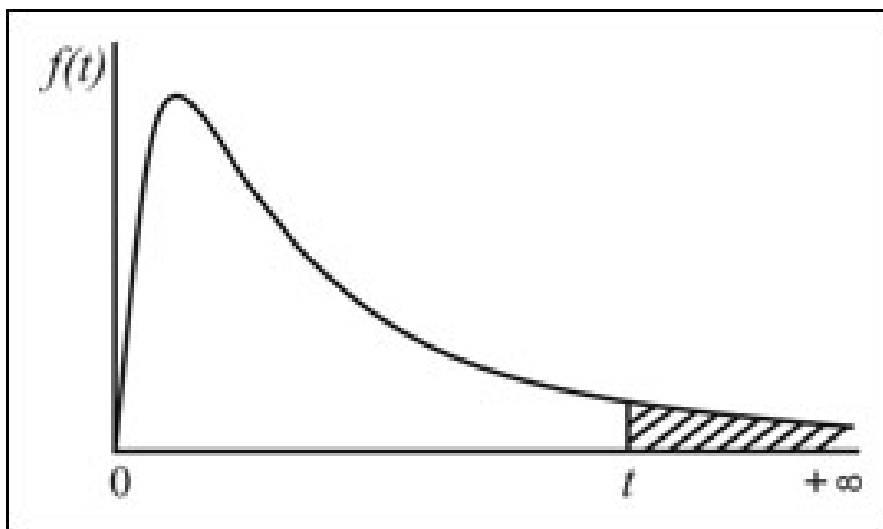


Рис. 7.1.10 График плотности вероятности F -распределения

Таблица 7.12

Коэффициенты вероятности F -распределения при $\alpha=0,05=5\%$															
k_2	Число степеней свободы k_1														
	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	60	120	∞
3	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
15	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
20	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
30	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	2,76	2,63	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
12	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Коэффициент t зависит от трех величин: вероятности α , степеней свободы k_1 и k_2 , что трудно отобразить в одной таблице, поэтому применяется серия таблиц с различными значениями вероятности α . В качестве примера приведена табл.7.12 значений коэффициента t при наиболее часто используемой вероятности $\alpha = 0,05$.

❖ Преобразование случайной величины

Большинство решений, принимаемых на базе статистических закономерностей, основано на нормальном законе распределения, играющем универсальную роль. Как было отмечено, при определенных условиях к нему приближаются логнормальный закон, распределение Стьюдента и многие другие. Однако реальное распределение свойств геологических объектов часто отличается от нормального, что вызывает затруднения в принятии решений и в оценке достоверности получаемых выводов. Поэтому принятию решений обычно предшествует проверка соответствия распределения случайной величины нормальному закону, и,

если соответствия нет, то можно попытаться преобразовать случайную величину, приведя ее распределение к нормальному. Подобное преобразование применялось выше, когда вместо случайной величины x вводилась новая случайная величина $z = \ln x$. В результате асимметричное логнормальное распределение преобразовывалось в симметричное нормальное.

Представляют интерес такие преобразования, которые превращают произвольно распределенную случайную величину x в случайную величину z , распределение которой близко к нормальному. Задача заключается в подборе наилучшей функции преобразования.

Преобразование обычно меняет область существования случайной величины. Например, если случайная величина x меняется в пределах от нуля до $+\infty$, то преобразованная случайная величина $z = \ln x$ имеет область существования от $-\infty$ до $+\infty$. Поэтому учет области существования случайной величины может помочь в выборе наилучшего преобразования.

Если случайная величина x имеет область существования от a до b , то преобразование

$$z = \ln \frac{x-a}{b-x} \quad (7.42)$$

меняет пределы ее существования от $-\infty$ до $+\infty$, что во многих случаях эффективно. Частным случаем является ситуация, когда $a = 0$, $b = 1 = 100\%$ (например, содержание химических элементов не может быть меньше нуля и больше 100%), и формула преобразования имеет вид:

$$z = \ln \frac{x}{1-x}. \quad (7.43)$$

Если значения случайной величины x очень малы, то ею в знаменателе можно пренебречь, и получается формула $z = \ln x$, лежащая в основе логнормального распределения. Наоборот, если значения x близки к

единице, то получается формула преобразования в правоасимметричное логнормальное распределение $z = -\ln(1 - x)$.

Если случайная величина колеблется в пределах от -1 до +1 (например, коэффициент корреляции или многие тригонометрические функции), то эффективным является преобразование:

$$z = \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (7.44)$$

или преобразование, предложенное Фишером:

$$z = -\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (7.45)$$

Для преобразования могут быть использованы также степенные функции вида $z = x^a$ или $z = x^{-a}$, где a может принимать значения от 1/2 до 3.

7.3. Геологические приложения одномерного статистического анализа

❖ Точечная оценка погрешности среднего значения

Среднее значение \bar{x} из n независимых значений случайной величины x также является случайной величиной. Если случайная величина x имеет дисперсию σ^2 , то среднее значение \bar{x} , как показано в подразделе «Статистические характеристики случайной величины», имеет дисперсию δ^2 в n раз меньше:

$$\delta^2 = \sigma^2/n \quad \text{или} \quad \delta = \sigma/\sqrt{n}. \quad (7.46)$$

Величину δ^2 можно рассматривать как *абсолютную* среднеквадратичную случайную погрешность среднего значения \bar{x} .

Если разделить обе части равенства (7.46) на среднее значение \bar{x} , то получим *относительную* погрешность:

$$\tau = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{V}{\sqrt{n}}, \quad (7.47)$$

где V - коэффициент вариации. Относительная погрешность может быть выражена в долях единицы или в процентах.

Формулы (7.46) и (7.47) играют большую роль: они показывают, что погрешность среднего значения прямо пропорциональна изменчивости случайной величины и обратно пропорциональна корню квадратному из числа измерений. Это позволяет решать две задачи:

- 1) оценивать абсолютную δ или относительную τ погрешность среднего значения при известном числе наблюдений n ;
- 2) находить необходимое число измерений n для достижения заданной погрешности среднего значения.

Пример 7.2

❖ Интервальная оценка математического ожидания случайной величины

Обычно среднее значение случайной величины \bar{x} находят по выборке из генеральной совокупности. Математическое ожидание случайной величины в генеральной совокупности $M(x)$ обычно неизвестно. Его можно приближенно оценить с помощью выборочного среднего значения \bar{x} , которое является случайной величиной и имеет дисперсию δ^2 . Чаще всего с достаточным основанием предполагается, что случайная величина \bar{x} , как представляющая собою сумму многих случайных величин, имеет распределение, близкое к нормальному. Размах значений нормально распределенной величины составляет приближенно $\pm 3\delta$. Где-то в этом интервале и заключено математическое ожидание $M(x)$. Наиболее вероятно, что оно совпадает со средним значением \bar{x} , которое является точечной оценкой математического ожидания. Менее вероятно, что математическое ожидание смещено в ту или иную сторону от среднего

значения. Интервал возможных значений математического ожидания зависит от вероятности $q = \Phi(t)$ и выражается через коэффициент вероятности t соотношением:

$$\bar{x} - t\delta < M(x) < \bar{x} + t\delta. \quad (7.48)$$

Данный интервал называется *доверительным интервалом* или *интервальной оценкой* математического ожидания. Каждому значению вероятности q соответствует определенный коэффициент вероятности t (табл.7.6 и 7.7) и размер доверительного интервала:

Вероятность $q = \Phi(t)$	Коэффициент вероятности t	Доверительный интервал
0,683	1	$\bar{x} - \delta < M(x) < \bar{x} + \delta$
0,954	2	$\bar{x} - 2\delta < M(x) < \bar{x} + 2\delta$
0,997	3	$\bar{x} - 3\delta < M(x) < \bar{x} + 3\delta$

Используя данные примера 7.2, в котором известно среднее содержание кремнезема в граните $\bar{x} = 70,35 \%$, и $\delta = 0,80 \%$, получаем доверительные интервалы:

Вероятность q	Доверительный интервал
0,683	$69,65 < M(x) < 71,15$
0,954	$68,75 < M(x) < 71,95$
0,997	$67,95 < M(x) < 72,75$

Какую из вероятностей q принять за основу, нельзя решить математическим путем, так как ответ лежит в области принятия решений и должен опираться на какое-то логическое или экономическое обоснование. Практически в менее ответственных случаях принимают $t = 2$ и $q = 0,954$, в более ответственных случаях $t = 3$ и $q = 0,997$. При наличии достаточного обоснования могут приниматься и дробные значения t .

Если среднее значение \bar{x} или другая оцениваемая величина подчиняются не нормальному, а другому закону распределения, то, естественно, вероятность q будет иная.

❖ **Выделение аномальных значений**

Статистические характеристики и получаемые на их основе выводы имеют смысл лишь для однородных совокупностей. При объединении двух и более однородных совокупностей с различными статистическими характеристиками расчеты по объединенной совокупности обычно не имеют смысла. Искажение статистических характеристик происходит и в том случае, когда в однородную совокупность попадают единичные значения, значительно отличающиеся от среднего, называемые аномальными или ураганными. Поэтому актуальной является задача о разделении неоднородной совокупности на однородные, о выделении из неоднородных совокупностей аномальных значений. Данная задача имеет несколько способов решения при условии, что известен или задан закон распределения случайной величины.

Распространенный способ выделения аномальных значений называется правилом «трех сигм» и основан на том, что случайная величина при нормальном законе распределения практически полностью (на 99,7 %) заключена в пределах от $\bar{x} - 3\sigma$ до $\bar{x} + 3\sigma$. Если значение случайной величины отличается от среднего значения \bar{x} больше чем на 3σ , то оно является аномальным. Естественно, что испытываемое значение не должно участвовать в расчете среднего значения и среднеквадратического отклонения. Для удобства расчетов можно нормировать случайную величину по формуле (7.24). Тогда правило «трех сигм» преобразуется: если нормированное значение $|t| > 3$, то оно является аномальным.

Пример 7.3

Если распределение случайной величины логнормальное, то правило «трех сигм» применяется к логарифмам значений, что используется при геохимическом методе поисков месторождений для выделения геохимических аномалий.

Наряду с правилом «трех сигм» существуют и другие правила выявления аномальных значений. Более общее правило состоит в том, что задается либо вероятность q , либо соответствующая ей предельная величина критерия t . Если нормированное значение превышает предельное значение t , то значение случайной величины является аномальным.

Следует учесть, что при исключении аномальных значений происходит искажение (смещение) статистических характеристик оставшейся совокупности. Так, если из нормально распределенной совокупности исключить одно или несколько максимальных значений, то уменьшатся среднее значение и дисперсия - возникает усеченное нормальное распределение. Это обстоятельство рекомендуется учитывать при выделении аномальных значений.

Обозначим смещенные характеристики усеченного распределения: среднее значение $\bar{x}_{\text{смещ}}$ и дисперсия $\sigma^2_{\text{смещ}}$, тогда их связь с несмещенными характеристиками выражается формулами:

$$\bar{x}_{\text{смещ}} = \bar{x} - \sigma_y; \quad (7.49)$$

$$\sigma^2_{\text{смещ}} = \sigma^2_y(1 - ty - y^2); \quad (7.50)$$

$$y = \frac{N}{N-n} f(t); \quad (7.51)$$

где y - нормированное смещение среднего; n - число исключенных значений; N - общее число значений случайной величины; $f(t)$ - функция плотности вероятности (7.25); t - квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности $p = 1 - n/N$, т.е. $t = F^{-1}(1-n/N)$.

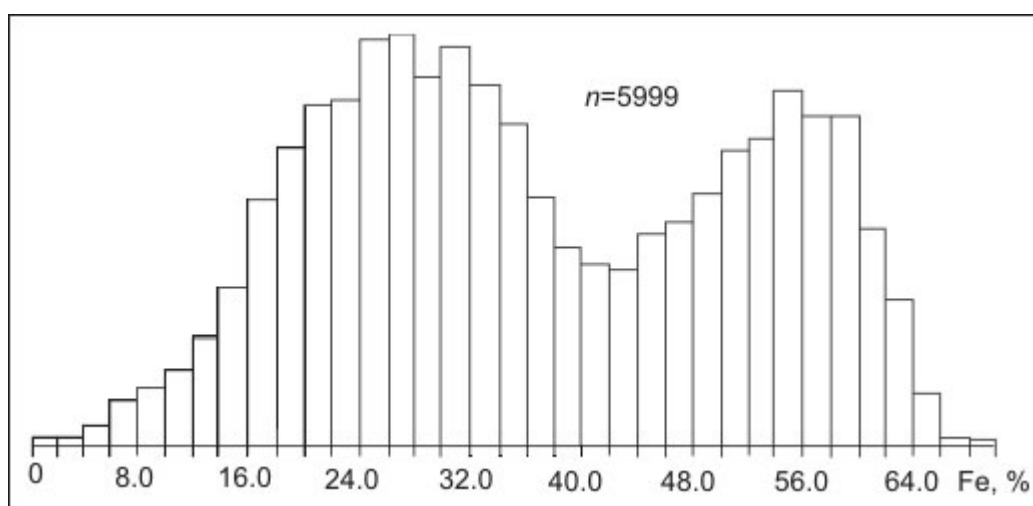
Поскольку статистические характеристики изменяются, происходит и смещение критерия t :

$$t_{\text{смещ}} = \frac{t + y}{\sqrt{1 - ty - y^2}}. \quad (7.52)$$

Из приведенных формул следует, что величины t , $f(t)$, y , $t_{\text{смещ}}$ зависят только от отношения n/N .

❖ Выделение однородных совокупностей

Одна из сложных проблем при обработке статистических данных - это разделение неоднородной совокупности на однородные. Заключение о неоднородности совокупности лучше всего делать по гистограмме частот. Например, на рис. 7.1.11 явно выделяются два максимума частот, соответствующие двум однородным совокупностям. Одна совокупность имеет моду при 27 % содержания железа, другая - при 55 %. Геологическая причина появления двух совокупностей заключается в том, что бедные руды возникли путем замещения алюмосиликатных пород, а богатые - карбонатных пород.



**Рис. 7.1.11 Гистограмма содержаний железа
в рудах Качарского месторождения**

Для статистического исследования рекомендуется разделить данные опробования на две однородные совокупности. Это можно сделать двумя способами:

1) раздельным изучением руд, образованных по алюмосиликатным и карбонатным породам (геологический способ изучения);

2) аналитическим способом, что требует применения сложных расчетов при условии, что задан или известен закон распределения каждой совокупности

Возможна и обратная ситуация: наличие неоднородной совокупности на гистограмме позволяет сделать определенные геологические выводы.

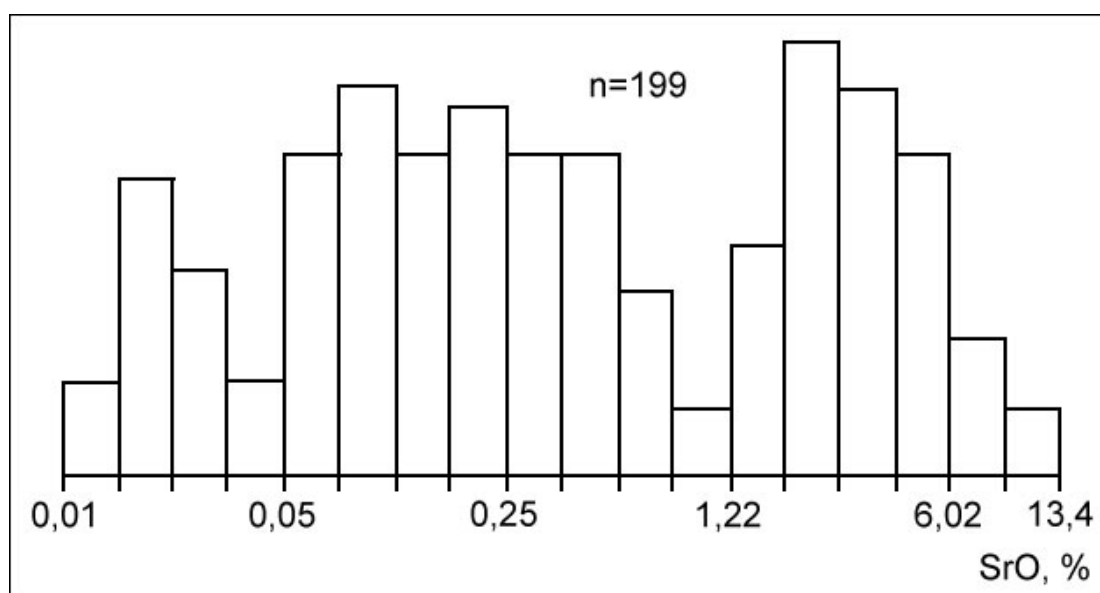


Рис. 7.1.12 Гистограмма содержаний стронция в апатитах различных природных образований. Масштаб по горизонтальной оси логарифмический

Так, на 7.1.12 показано распределение стронция в апатите в логарифмическом масштабе. На гистограмме выделяются три однородные совокупности. Первая совокупность соответствует содержанию SrO 0,01-0,05%, вторая 0,05-1 %, третья 1-13%. Следовательно, имеется три разновидности апатита с различным содержанием стронция. Анализ

адресов проб показывает, что они относятся к различным типам месторождений и горных пород. Наиболее чистыми по содержанию стронция являются апатиты из гранитоидов, ультрабазитов и метаморфических пород. Средние по содержанию стронция - это апатиты скарновых месторождений и некоторых массивов щелочных пород. Наиболее высокие содержания стронция наблюдаются в апатитах Хибинской группы месторождений.

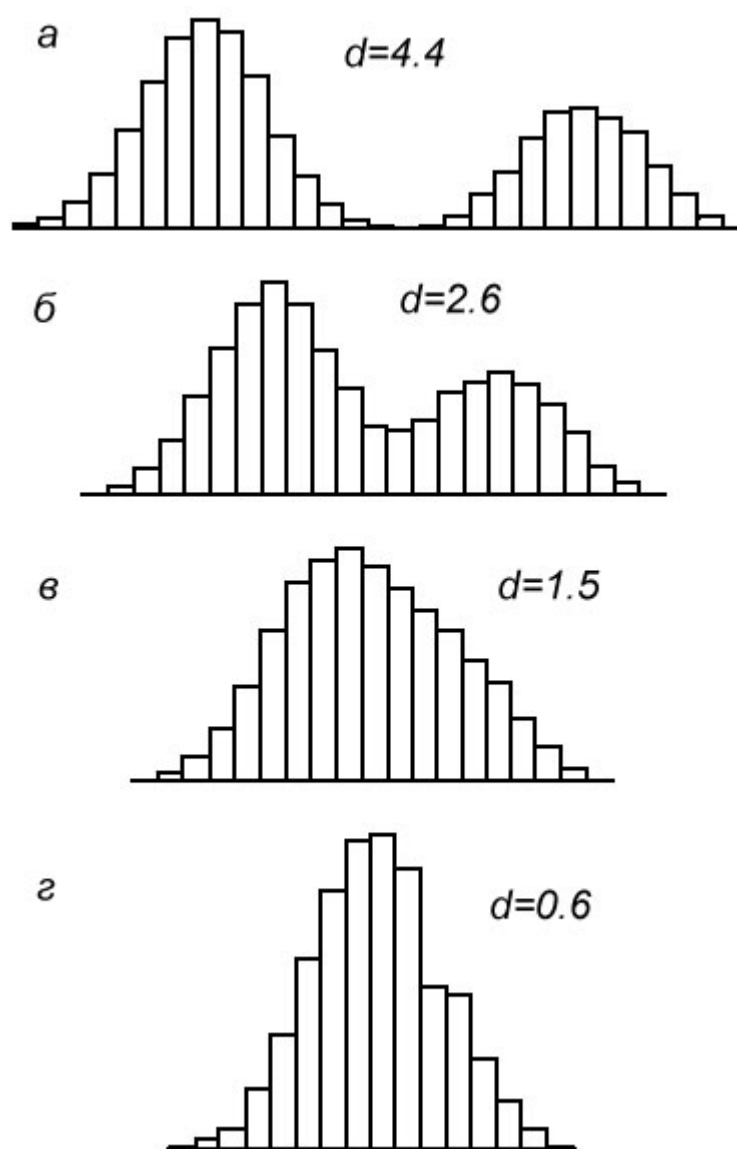


Рис. 7.1.13 Характер гистограмм при различном раздвиге

Однородные совокупности, входящие в смешанную совокупность, различаются средними значениями \bar{x} , \bar{y} и дисперсиями σ_x^2 , σ_y^2 . Важным показателем, определяющим возможность аналитического разделения смешанных совокупностей при условии нормального их распределения, является *раздвиг* распределений:

$$d = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}, \quad (7.54)$$

который по смыслу близок к критерию t . Чем больше раздвиг, тем легче разделить неоднородную совокупность на однородные и определить их характеристики. Можно выделить несколько вариантов разделения:

Раздвиг очень большой ($d > 4$), гистограмма распадается на две самостоятельные гистограммы, не перекрывающиеся друг друга (рис. 7.1.13, а).

1. Раздвиг большой ($d = 2 \div 4$), гистограмма является бимодальной, совокупности частично перекрываются (рис. 7.1.13, б и рис. 7.1.11). Однородные совокупности можно разделить либо аналитическим путем, либо используя геологическую информацию.

2. Раздвиг малый ($d = 0,7 \div 2$), гистограмма одномодальная, но имеет искаженную асимметричную форму (рис. 7.1.13, в). Аналитическое разделение ее на однородные совокупности все же возможно.

3. Раздвиг незначительный ($d < 0,7$), гистограмма одномодальная (рис. 7.1.13, г), разделить ее на однородные совокупности практически невозможно.

Таким образом, перед статистической обработкой данных необходимо стараться разделить неоднородную совокупность на однородные и удалить из расчетов аномальные значения.

Тема 8. Двумерный статистический анализ и его применение

8.1. Двумерный статистический анализ

❖ Система двух случайных величин и ее графическое изображение

Во многих геологических задачах изучают два взаимосвязанных свойства множества геологических объектов. Такой анализ проводится на основе двумерной статистической модели.

Пусть имеется система из n однородных геологических объектов, у каждого из них измерены характеристики двух свойств. Результаты измерений одного свойства обозначим x_1, x_2, \dots, x_n , второго свойства y_1, y_2, \dots, y_n .

В основе двухмерной модели лежат те же гипотезы, что и в основе одномерной:

- значения $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ носят случайный характер;
- значения первого свойства x_1, x_2, \dots, x_n не зависят между собой, значения второго свойства y_1, y_2, \dots, y_n также не зависят между собой (но могут существовать зависимости между свойствами x и y);
- совокупность измеренных свойств является однородной.

Система значений $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ называется системой двух случайных величин, двумерной случайной величиной или случайным вектором.

Результаты измерений двумерной случайной величины принято изображать на графике, где по оси абсцисс откладывают характеристику одного свойства, а по оси ординат - другого. Каждый геологический объект на таком графике изображают точкой, а множество объектов - облаком точек. Расположение точек на графике позволяет сделать предварительные выводы о характере зависимости между свойствами.

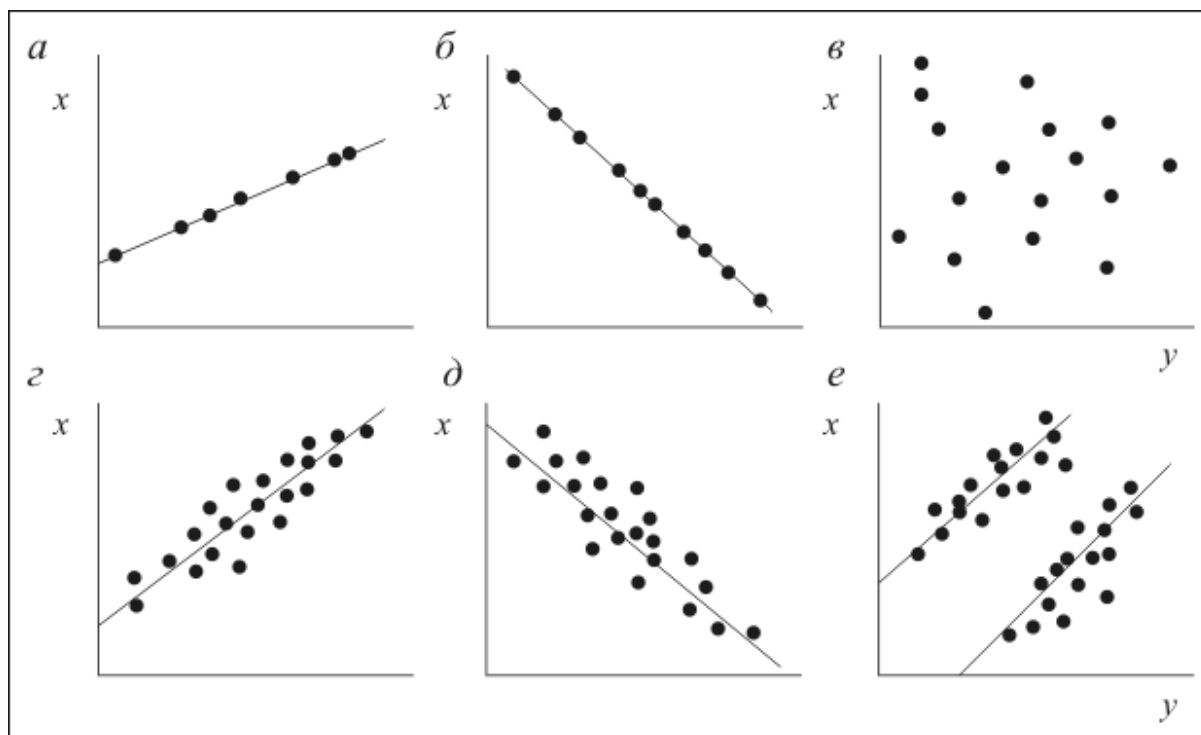


Рис. 8.1.1 Виды зависимостей между характеристиками свойств x и y

Если точки расположены вдоль линии (рис.8.1.1, а, б), то между характеристиками свойств имеется функциональная зависимость. Она может быть линейной и нелинейной. Если же точки расположены беспорядочно (рис.8.1.1, в), то зависимости между характеристиками свойств нет. Чаще всего точки располагаются в виде облака, группирующегося вдоль какой-то линии (рис.8.1.1, г, д), в этом случае наблюдается нестрогая статистическая зависимость между свойствами. Она также может быть линейной и нелинейной. Функциональные и статистические зависимости могут быть положительными, когда с возрастанием характеристики одного свойства увеличивается и другая (рис.8.1.1, а, г), но могут быть и отрицательными, когда характеристика одного свойства растет, а другого убывает (рис.8.1.1, б, д). Иногда точки могут образовать два и более изолированных или частично перекрывающихся облака (рис.8.1.1, в), что свидетельствует о двух и более однородных совокупностях, которые следует изучать отдельно.

❖ **Статистические характеристики системы двух случайных величин. Коэффициент корреляции**

Система двух случайных величин имеет пять основных статистических характеристик: средние значения \bar{x} и \bar{y} , дисперсии δ_x^2 и δ_y^2 , и корреляционный момент (или ковариацию) K_{xy} , которые вычисляют по формулам:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad (8.1)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \quad \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2; \quad (8.2)$$

$$K_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}). \quad (8.3)$$

Первые четыре формулы встречались ранее. Особый интерес представляет пятая формула, которая отражает взаимосвязь между случайными величинами x и y . Поскольку корреляционный момент имеет размерность, его преобразуют в безразмерную величину по формуле:

$$r = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (8.4)$$

Величина r играет чрезвычайно большую роль в статистических исследованиях и называется коэффициентом корреляции. Его значения заключены в интервале между +1 и -1. Если коэффициент корреляции равен нулю, то линейная связь между случайными величинами отсутствует (рис.8.1.1, в). При $r = 1$ связь функциональная положительная (см. рис.8.1.1, а). При $r = -1$ связь функциональная отрицательная (см. рис.8.1.1, б). В реальных условиях коэффициент корреляции не бывает равен единице (или минус единице) и характеризует степень статистической связи между свойствами x и y . Чем ближе по абсолютной величине r к единице, тем сильнее связь между свойствами; она может быть положительной ($r > 0$) и отрицательной ($r < 0$). Таким образом,

коэффициент корреляции является мерой линейной зависимости между двумя величинами. Для оценки нелинейных зависимостей он непригоден.

На вычисленную величину r_B заметно влияет случайная погрешность измерений исходных данных, уменьшая истинное значение коэффициента корреляции r :

$$r_B = r \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_x^2}\right) \left(1 + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_y^2}\right)}, \quad (8.5)$$

где σ_1^2 и σ_2^2 , - дисперсии случайной погрешности измерений величин x и y соответственно.

Влияние погрешности может оказаться настолько значительным, что зависимость между случайными величинами не будет выявлена.

Статистическая линейная связь между характеристиками двух свойств считается доказанной, если критерий t будет больше предельного $t_{\text{доп}}$. Коэффициент корреляции, при котором связь считается доказанной, называется значимым коэффициентом корреляции. Для установления значимости используется критерий t , основанный на распределении Стьюдента с числом степеней свободы $k = n-2$:

$$t = \frac{|r|}{S_r} \text{ при } S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}, \quad (8.6)$$

где S_r - оценка среднеквадратичного отклонения коэффициента корреляции.

Если критерий t будет больше допустимого $t_{\text{доп}}$ при заданной вероятности β , то связь считается доказанной. Имеет смысл принять вероятность $\beta = 0,0027$, что соответствует правилу «трех сигм».

При большом значении n можно пользоваться более простым критерием, основанным на нормальном законе распределения:

$$t = \frac{|r|}{\sigma_r} \text{ при } \sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}. \quad (8.7)$$

Если $t > 3$ (что соответствует вероятности $\beta = 0,0027$), то связь считается доказанной.

Еще один критерий предложен Фишером:

$$t = \frac{|z|}{\sigma_z} \text{ при } \sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}, \quad (8.8)$$

где z - новая переменная, полученная преобразованием коэффициента корреляции через гиперболический арктангенс:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \operatorname{arcth}(r). \quad (8.9)$$

И здесь для доказательства связи необходимо выполнение условия $t > 3$.

Из соотношения (8.6) выводится формула значимого коэффициента корреляции:

$$r_{зи} = \frac{t_{доп}}{\sqrt{t_{доп}^2 + n + 2}}. \quad (8.10)$$

Так как $t_{доп}$ зависит от числа наблюдений (точнее, от числа степеней свободы $k = n - 2$), то и значимый коэффициент корреляции зависит от числа наблюдений. При увеличении числа наблюдений, как следует из соотношения (8.7), формула (8.10) упрощается:

$$r_{зи} = \frac{t_{доп}}{\sqrt{t_{доп}^2 + n}}. \quad (8.11)$$

Обычно принимается значение $t_{доп} = 3$.

Пример 8.1

❖ **Уравнение линейной регрессии**

Если между величинами x и y установлена линейная статистическая зависимость, то представляет интерес найти ее выражение в виде уравнения прямой линии $y = ax + b$ (где a и b - коэффициенты). Такое уравнение называется *уравнением регрессии*. Если величина x

нелучайная, то существует одно уравнение регрессии. Если обе величины (x и y) случайные, то имеется два уравнения регрессии и можно вычислять зависимости как y от x , так и x от y . Расчет уравнения сводится к определению наиболее вероятного значения y , когда известно значение x . Опуская вывод, запишем уравнение линейной зависимости через статистические характеристики:

$$y = \bar{y} + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}). \quad (8.12)$$

Аналогичный вид имеет второе уравнение зависимости x от y :

$$x = \bar{x} + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}). \quad (8.13)$$

Эти уравнения пересекаются в точке средних значений \bar{x} и \bar{y} . В уравнения входят пять статистических характеристик, рассмотренных в предыдущем подразделе.

Как указывалось, дисперсия случайной величины является характеристикой ее рассеяния около математического ожидания или среднего значения. Уравнение регрессии (8.12) позволяет определить еще одну остаточную дисперсию σ_δ , которая характеризует рассеяние значений случайной величины около линии регрессии:

$$\sigma_\delta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2. \quad (8.14)$$

где δ_i - отклонения значений случайной величины y от линии регрессии.

Дисперсии σ_δ^2 и σ_y^2 связаны между собой соотношением:

$$\sigma_\delta^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2). \quad (8.15)$$

Разность между ними также является дисперсией, учтенной (поглощенной) уравнением регрессии. Она называется *дисперсией тренда* $\sigma_{тр}^2$. В некоторых публикациях ее называют *дисперсией закономерной*

изменчивости, противопоставляя случайной остаточной дисперсии. Между тремя дисперсиями существует соотношение:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{\text{тр}}^2 + \sigma_{\delta}^2, \quad (8.16)$$

которое можно рассматривать как разложение дисперсии σ_y^2 на две составляющие - закономерную и случайную. Если принять дисперсию σ_y^2 за 100%, то дисперсии тренда и остаточную можно выразить в процентах от нее.

Уравнение линейной регрессии позволяет решать несколько практических задач. Первое назначение уравнения описательное, потому что часто важен сам факт линейной зависимости и ее аналитическое выражение. Но наибольшая эффективность уравнения заключается в возможности прогнозирования значения одной случайной величины, если известно значение другой. Поскольку зависимость носит статистический характер, прогнозирование по уравнению (8.12) будет сопровождаться погрешностью $t\sigma_{\delta}$ или, учитывая формулу (8.15), погрешностью $t\sigma_y\sqrt{1-r^2}$, где t - коэффициент вероятности. Чем больше коэффициент корреляции по абсолютной величине, тем меньше погрешность прогнозирования. Для надежного прогнозирования необходимо использовать лишь такие зависимости, у которых коэффициент корреляции больше 0,87.

❖ Двухмерное нормальное распределение. Эллипс рассеяния

Облако точек на рис.8.1.1, как и во многих других случаях, в первом приближении имеет эллипсовидную форму. В ряде задач нужно знать параметры эллипса, охватывающего облако, и построить эллипс на чертеже.

Идеальный эллипс возникает в том случае, когда система двух случайных величин и каждая из них в отдельности подчиняются нормальному закону распределения. Но и при заметных отклонениях от

него конфигурация облака может быть охарактеризована эллипсом рассеяния.

Двухмерное нормальное распределение системы двух случайных величин описывается формулой плотности вероятности:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} \right]. \quad (8.17)$$

В формулу входит пять статистических характеристик, рассмотренных выше. Если спроектировать облако точек на оси Ox и Oy и построить гистограммы частот величин x и y , то каждая из них подчиняется нормальному закону (рис.8.1.2):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}; \quad f(y) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2}}.$$

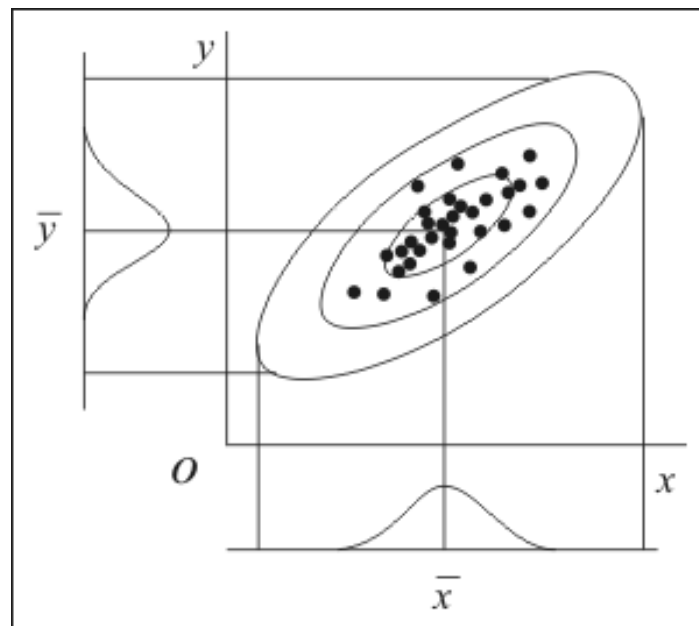


Рис. 8.1.2 Схема эллипса рассеяния двухмерного нормального распределения и проекции плотности вероятности на оси Ox и Oy

Облако точек заключено внутри эллипса, выраженного уравнением:

$$\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} = t^2, \quad (8.18)$$

где t - коэффициент вероятности.

Если t будет принимать другие значения, будут построены подобные эллипсы иного размера (рис.8.1.3).

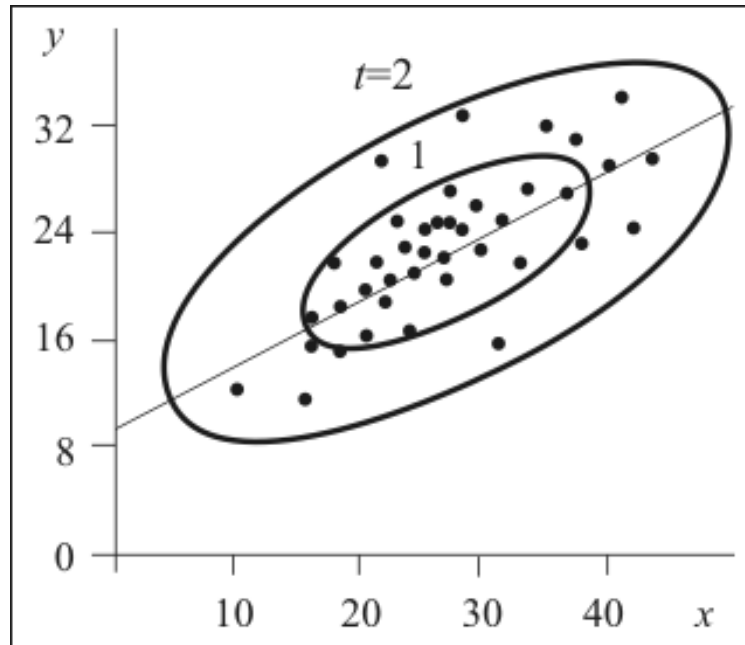


Рис. 8.1.3 Подобные эллипсы рассеяния

В центре эллипса точки расположены гуще, к краям их плотность убывает. Вероятность попадания точек в эллипс при нормальном распределении с параметром (квантилью) t описывается формулой:

$$p = 1 - e^{-\frac{t}{\sqrt{1-r^2}}}. \quad (8.19)$$

Для построения эллипса необходимо знать положение его центра, размеры осей (полуосей) и их ориентировку по отношению к осям координат.

Центр эллипса имеет координаты x и y . Эллипс характеризуется размером, формой и ориентировкой осей на плоскости. Размер эллипса

возрастает при увеличении рассеяния точек, т.е. при возрастании дисперсий σ_x и σ_y . Форма эллипса зависит в основном от коэффициента корреляции r . Чем ближе он по модулю к единице, тем более узким и вытянутым оказывается эллипс. В пределе, при $r = 1$, эллипс вырождается в отрезок прямой линии. Ориентировка эллипса характеризуется углом поворота его осей по отношению к системе координат. Угол можно найти из уравнения:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}. \quad (8.20)$$

Его решение дает два угла α_1 и α_2 , отличающихся друг от друга на 90° . Чтобы найти полуоси эллипса, начало координат переносят в центр эллипса, в точку (\bar{x}, \bar{y}) и поворачивают координатные оси на угол α_1 и α_2 . Обозначим новые оси координат u и v , тогда уравнение эллипса (8.18) приобретает канонический вид:

$$\frac{u^2}{\sigma_u^2} + \frac{v^2}{\sigma_v^2} = t^2, \quad (8.21)$$

откуда следует, что полуоси эллипса равны $t\sigma_u$ и $t\sigma_v$.

Дисперсии разброса точек σ_{2u} и σ_{2v}^2 в новой системе координат связаны с дисперсиями σ_{2x} и σ_{2y}^2 соотношениями:

$$\sigma_u^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \alpha + r\sigma_x\sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \sin^2 \alpha;$$

$$\sigma_v^2 = \sigma_x^2 \sin^2 \alpha - r\sigma_x\sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \cos^2 \alpha.$$

Сумма дисперсий при переносе и повороте координат не меняется. Она зависит от взаимного расположения точек в облаке и является инвариантом:

$$\sigma_v^2 + \sigma_u^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \text{const}. \quad (8.22)$$

Таким образом, чтобы построить эллипс рассеяния, достаточно знать координаты его центра (\bar{x}, \bar{y}) , угол поворота осей α_1 и α_2 и длину полуосей $t\sigma_u$ и $t\sigma_v$.

❖ **Нелинейная регрессия. Метод наименьших квадратов**

Зависимости между свойствами могут быть не только линейными, но и более сложными - нелинейными и многофакторными. Для обработки любых зависимостей существует эффективный *метод наименьших квадратов*. Суть метода состоит в том, что изучаемая зависимость аппроксимируется таким алгебраическим выражением (трендом), который дает наименьшее расхождение с наблюдаемыми значениями.

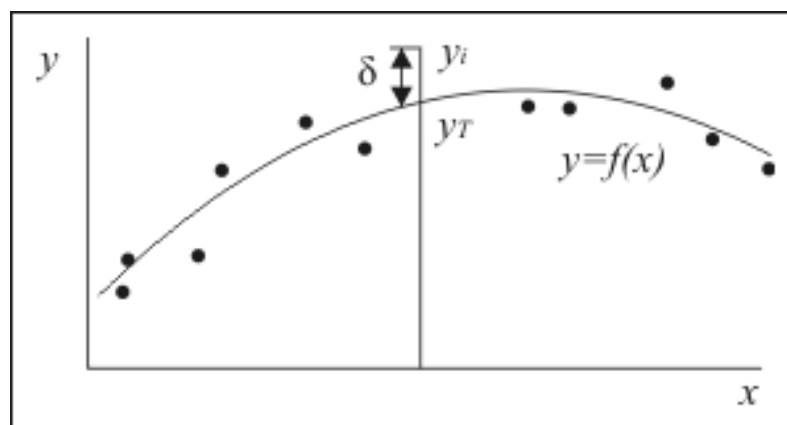


Рис. 8.1.4 Схема, иллюстрирующая отклонения точек от заданной кривой $y=f(x)$

Пусть значения величины y нелинейно зависят от значений величины x (точки на рис.8.1.4). Нужно подобрать такую функцию $f(x)$, в которой отклонения между фактическими y_i и расчетными (теоретическими) $y_T = f(x)$ значениями будут наименьшими. Отклонения $\delta_i = y_i - y_T$ могут быть положительными и отрицательными. Главный принцип метода заключается в требовании, чтобы сумма квадратов всех отклонений от линии зависимости была минимальной:

$$\sum_{i=1}^n \delta_i^2 \rightarrow \min. \quad (8.23)$$

Вид аппроксимирующей функции $f(x)$ должен быть задан либо на основании теоретических соображений (например, гиперболическая зависимость плотности руды от ее состава), либо путем эмпирического

подбора. Например, в качестве функции $f(x)$ могут быть использованы полином порядка p : $f(x) = -a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_px^p$; синусоида $f(x) = \alpha \sin(bx + c)$; показательная функция $f(x) = ae^{bx}$ и др. В каждой функции присутствуют постоянные коэффициенты a, b, c (их число зависит от вида функции), значения которых заранее не известны и которые определяют положение кривой на графике (рис.8.1.4). Следовательно, и сумма квадратов отклонений также зависит от значений коэффициентов, т.е. является их функцией:

$$\sum_{i=1}^n \delta^2 = \phi(a, b, c \dots).$$

Чтобы найти минимум этой функции, нужно взять частные производные по неизвестным коэффициентам и приравнять их нулю:

$$\left| \frac{\partial \phi}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial c} = 0. \right. \quad (8.24)$$

В результате будет получена система уравнений, в которой число уравнений равно числу неизвестных. Решая эту систему, найдем искомые коэффициенты $a, b, c \dots$

Когда коэффициенты в функции $f(x)$ определены, можно найти расчетные значения $y_T = f(x)$ для каждого x_i и сравнить их с фактическими y_i , т.е. найти отклонения $\delta_i = y_i - y_T$. Далее вычисляют дисперсии отклонений:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \quad (8.25)$$

и, наконец, определяют *корреляционное отношение*

$$\eta = \sqrt{1 - \sigma_s^2 / \sigma_y^2}, \quad (8.26)$$

которое заключено в интервале от нуля до единицы ($0 \leq \eta \leq 1$) и характеризует степень нелинейной зависимости между величинами x и y . Чем ближе η к единице, тем сильнее зависимость. При $\eta = 0$ связь отсутствует.

Зная дисперсию исходных данных σ_y^2 , и дисперсию случайных отклонений σ_δ^2 , можно по их разности найти еще одну дисперсию $\sigma_{зак}^2 = \sigma_y^2 - \sigma_\delta^2$, которая характеризует изменчивость расчетных значений y_T и может быть названа закономерной. Приняв общую дисперсию за 100%, можно найти соотношение между σ_δ^2 и $\sigma_{зак}^2$ в процентах.

Рассмотренная схема обработки данных применима к исследованию линейных и нелинейных, однофакторных и многофакторных зависимостей. В частном случае простой линейной зависимости $y = ax + b$ использование метода наименьших квадратов дает уравнение регрессии (8.12), а корреляционное отношение по абсолютной величине совпадает с коэффициентом корреляции.

❖ **Применение метода наименьших квадратов к параболической зависимости**

Имеется нелинейная зависимость (рис. 8.1.5). Требуется рассчитать нелинейную параболическую зависимость по методу наименьших квадратов. Уравнение параболы имеет вид

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (8.27)$$

Следовательно, для каждой точки графика справедливо соотношение: (рис.8.1.5)

$$y_i = ax_i^2 + bx_i + c + \delta_i.$$

Из этого выражения найдем отклонения δ_i и сумму квадратов отклонений, которая является функцией ψ от неизвестных коэффициентов a, b, c :

$$\psi(a, b, c) = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx + c)]^2.$$

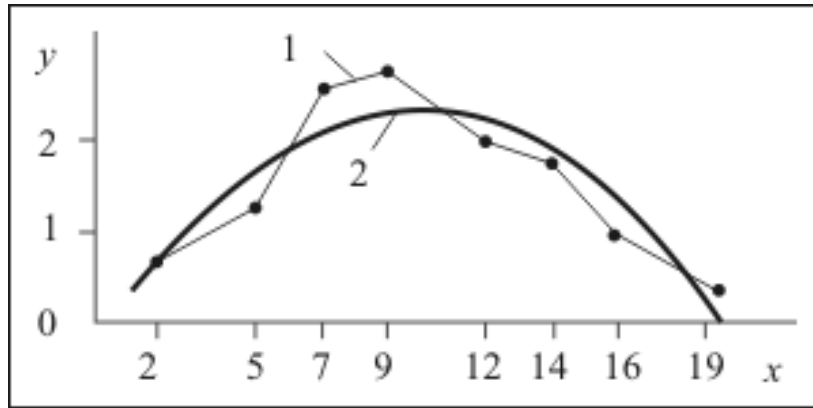


Рис. 8.1.5 Аппроксимация изменения мощности рудного тела параболической зависимостью. 1 – фактические данные; 2 – аппроксимирующая парабола $y = -0,027x^2 + 0,532x - 0,243$

Чтобы отыскать минимум функции $\psi(a, b, c)$, необходимо найти частные производные от функции по неизвестным a, b, c и приравнять производные нулю:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a} = -2 \sum_{i=2}^n [y_i - (ax_i^2 + bx + c)] x_i^2 = 0;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial b} = -2 \sum_{i=2}^n [y_i - (ax_i^2 + bx + c)] x_i = 0;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c} = -2 \sum_{i=2}^n [y_i - (ax_i^2 + bx + c)] = 0.$$

После раскрытия скобок и преобразования получим систему трех уравнений с тремя неизвестными:

$$a \sum x_i^4 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i;$$

$$a \sum x_i^3 + b \sum x_i^2 + c \sum x_i = \sum x_i y_i; \quad (8.28)$$

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i + c \sum 1 = \sum y_i.$$

Заметим, что $\sum_{i=1}^n 1 = n$. Для удобства последующей записи введем

смешанные начальные моменты:

$$m_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k y_i^l.$$

Разделим левые и правые части всех уравнений системы (8.28) на n и запишем систему через смешанные начальные моменты:

$$\begin{aligned} am_{40} + bm_{30} + cm_{20} &= m_{21}; \\ am_{30} + bm_{20} + cm_{10} &= m_{21}; \\ am_{20} + bm_{10} + c &= m_{01}. \end{aligned} \tag{8.29}$$

Для того чтобы найти коэффициенты a , b , c в уравнении параболы (8.27), нужно вычислить все моменты, входящие в систему (8.29), и решить ее. Система уравнений (8.29) линейна относительно неизвестных a , b , c , что существенно облегчает расчеты. Нередко встречаются такие зависимости (например, гиперболические), которые приводят к сложной нелинейной системе, которую нельзя решить алгебраическим путем. Подобные системы решают методом последовательных приближений.

Пример 8.2

❖ **Выбор порядка полинома при аппроксимации нелинейной зависимости**

Многие нелинейные зависимости могут быть аппроксимированы полиномом:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m, \tag{8.30}$$

где m - порядок полинома; $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ - коэффициенты полинома.

Задача вычислений состоит в определении коэффициентов полинома с использованием метода наименьших квадратов. Чем выше порядок полинома, тем сложнее график, но при этом усиливается влияние случайных колебаний свойства, что отрицательно сказывается на

надежности аппроксимации. Поэтому существует некоторый оптимальный порядок полинома, который наилучшим образом отражает исследуемую зависимость.

Критерием выбора наилучшего порядка полинома, как и любой другой аппроксимирующей функции, является дисперсия σ_k^2 случайных отклонений фактических значений от теоретических с учетом степеней свободы k :

$$\sigma_k^2 = \frac{n}{n-k} \sigma_\delta^2. \quad (8.31)$$

Количество степеней свободы k равно количеству постоянных коэффициентов в аппроксимирующей функции, в которой n - число наблюдений. Так, в квадратной параболе (8.27) три постоянных коэффициента, в параболе пятого порядка шесть коэффициентов, в синусоиде три коэффициента и т.д. При исследовании полинома повышают его порядок, начиная с $m = 0$, и анализируют дисперсию отклонений с учетом использованных степеней свободы $k = m + 1$. Как только остаточная дисперсия отклонений достигнет минимума, оптимальный порядок полинома получен, дальнейшее его повышение приведет к увеличению данной дисперсии. Для условий примера 8.2 наилучшая функция, аппроксимирующая исходные данные, - это полином четвертой степени ($n = 4$), что подтверждается данными табл.8.4.

Таблица 8.4
Дисперсии отклонений

n	k	σ_δ^2	σ_k^2
0	1	0,08346	0,9527
1	2	0,07835	0,1044
2	3	0,01745	0,0279
3	4	0,01569	0,0314
4	5	0,01039	0,0277
5	6	0,00949	0,0380

❖ **Приведение нелинейных зависимостей к линейному виду**

Система уравнений (8.28), возникающая в результате применения метода наименьших квадратов к нелинейным зависимостям, лишь в редких случаях может быть решена алгебраическим путем. Простое решение системы возникает в случае полиномиальной зависимости. Система уравнений (8.28) для полиномов всегда является линейной. Поэтому по возможности стараются привести сложные для расчета зависимости к линейному или полиномиальному виду.

Например, показательная функция $y = ae^{bx}$ может быть приведена к линейному виду путем логарифмирования $\ln y = \ln a + bx$ и замены переменной $z = \ln y$, что приведет к линейному уравнению регрессии $z = \ln a + bx$. Здесь неизвестными являются коэффициенты $\ln a$ и b . Существенно то, что отклонения δ рассчитываются не от исходных значений y , а от их логарифмов, что не одно и то же.

Аналогично приводится к линейной логарифмическая функция $y = a + b \ln x$ путем замены переменной $z = \ln x$, что дает уравнение $y = a + bz$.

Гиперболическая функция $y = a/(1 + bx)$ приводится к общему знаменателю $y + bxy = a$, а потом делается замена $z = xy$. Получим линейную зависимость $y + bz = a$, обработка которой позволяет найти коэффициенты a и b . Подобные примеры можно продолжить и далее.

8.2. Геологические приложения двумерного статистического анализа

❖ **Прогнозирование свойств по уравнению регрессии**

Выше отмечалось, что уравнение линейной регрессии позволяет прогнозировать одно свойство по другому, что имеет значение, если прямое измерение характеристики прогнозируемого свойства затруднено или связано с дополнительными затратами. Например, на одном из полиметаллических месторождений установлена линейная зависимость содержания кадмия от содержания цинка в руде (рис.8.2.1).

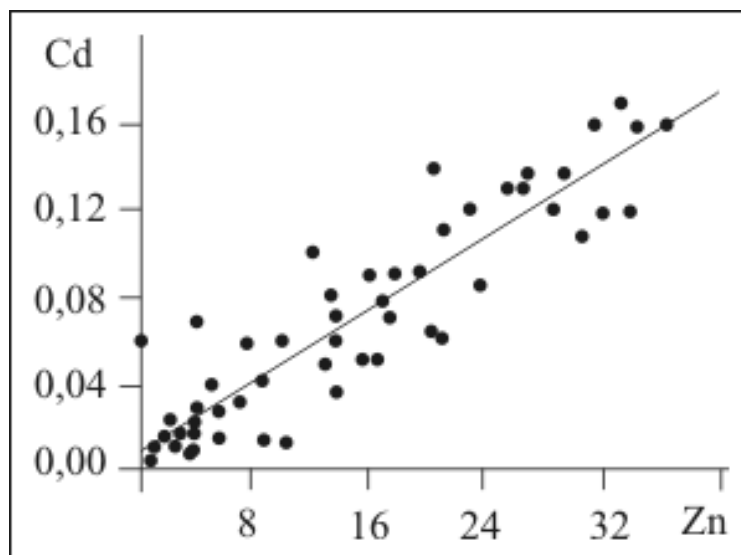


Рис. 8.2.1 Зависимость содержания кадмия от содержания цинка, выраженная уравнением $Cd=0,0043Zn+0,0056$

Коэффициент корреляции между содержаниями 0,937, т.е. очень высокий. Разброс точек на рисунке обусловлен, во-первых, колебаниями состава сфалерита, во-вторых, значительной случайной погрешностью определения содержания кадмия. Погрешность уравнения регрессии составляет 0,034 %, что ниже среднего содержания кадмия 0,058 %. Возможно, погрешность уравнения завышена из-за неизбежной случайной погрешности химического анализа (или опробования).

❖ **Выявление аномальных значений и однородных совокупностей**

При построении графиков регрессии отдельные точки нередко далеко отходят от линии регрессии (рис.8.2.2). Без каких-либо расчетов можно считать, что удаленная точка соответствует аномальному значению. Если же точка аномального значения находится вблизи линии регрессии, то необходим специальный расчет. Вначале рассчитывается линия регрессии без предполагаемого аномального значения, далее находят отклонения δ

точки от линии регрессии и с помощью различных критериев, рассмотренных в подразделе «Выделение аномальных значений», решается вопрос об аномальности исследуемого значения.

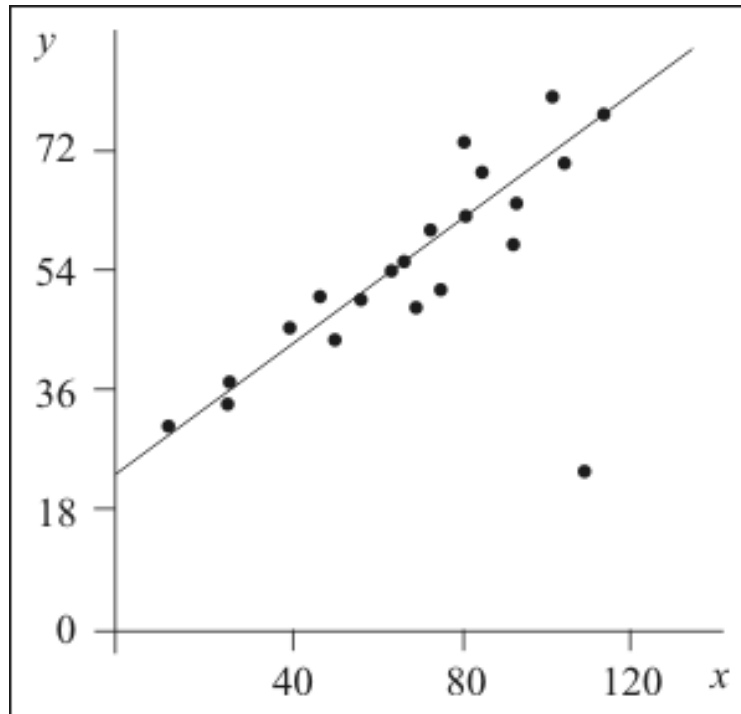


Рис 8.2.2 Построение линии регрессии при аномальном значении

Следует отметить, что отклонения δ от линии регрессии обычно подчиняются нормальному закону, хотя исходные данные могут существенно отличаться от него. Возможен случай, когда на графике наблюдаются два облака точек, которым соответствуют различные линии регрессии (см. рис.8.1.1, в), что свидетельствует о неоднородности совокупности значений. Их нужно разделить на две самостоятельные совокупности и обрабатывать отдельно. Выделение однородных совокупностей решается геологическими методами, так как математические методы весьма сложны и в данном учебнике не рассматриваются.

❖ **Внутренний контроль химических анализов**

Одним из возможных способов применения двумерной статистической модели является *внутренний контроль* химических анализов. Однако подобная методика может быть использована также для контроля опробования, минералогического, спектрального анализа и пр.

В основе внутреннего контроля лежит условие *равноточности* основных и повторных анализов. Пробы делят на две партии и анализируют в одной и той же лаборатории, в одно и то же время и по одинаковой технологии. Первую партию называют основными пробами, вторую - контрольными. Контрольные пробы зашифрованы, так что их нельзя отличить от основных. Сравнение результатов анализов основных и контрольных проб позволяет оценить случайную погрешность анализов (ошибку воспроизводимости анализов). Вначале находят абсолютную случайную погрешность:

$$\delta_{cl} = \sqrt{\frac{\sum (x - y)^2}{2n}}, \quad (8.32)$$

где x и y - соответственно основные и контрольные анализы; n - число контрольных проб.

Далее определяют относительную случайную погрешность, которую обычно выражают в процентах:

$$\tau_{cl} = \frac{2\delta_{cl}}{\bar{x} + \bar{y}} 100. \quad (8.33)$$

Для относительных случайных погрешностей существуют допустимые значения, которые приводят в инструкциях по подсчету запасов для каждого вида минерального сырья. Если относительная случайная погрешность окажется больше допустимой, то подсчет запасов будет ненадежным.

В табл.8.5 приведен пример обработки данных внутреннего контроля анализов. При расчетах следует обращать внимание на грубые

(аномальные) различия между основными и контрольными измерениями, которые могут быть вызваны неслучайными причинами и классифицируются как промахи. Их присутствие может существенно исказить (увеличить) случайную погрешность.

Таблица 8.5

Расчет случайной погрешности химического анализа

Номер пробы, n_i	Содержание меди, %		Разность $x_i - y_i$	Квадрат разности $(x_i - y_i)^2$
	Основные пробы	Контрольные пробы		
1	2,74	2,70	0,04	0,0016
2	2,14	2,44	-0,30	0,0900
3	2,33	2,19	0,14	0,0196
4	2,57	2,54	0,03	0,0009
5	2,16	2,24	-0,08	0,0064
6	1,27	1,21	0,06	0,0036
7	1,00	1,23	-0,23	0,0529
8	0,95	0,59	0,36	0,1296
9	1,72	1,28	0,44	0,1936
10	2,06	1,76	0,30	0,0090
11	1,06	1,43	-0,37	0,1369
12	1,83	1,83	0,00	0,0000
13	2,13	1,81	0,32	0,1024
14	3,04	3,16	-0,12	0,0144
15	1,52	1,34	0,18	0,0324
16	1,48	1,63	-0,15	0,0225
17	0,78	0,82	-0,04	0,0016
18	0,92	0,60	0,32	0,1024
19	2,17	2,62	-0,45	0,2025
20	2,96	2,56	0,40	0,1600
21	1,45	1,79	-0,34	0,1156
22	1,82	1,83	-0,01	0,0001
23	2,51	2,29	0,22	0,0484
24	1,70	2,18	-0,48	0,2304
Сумма	44,31	44,07	0,24	1,7578
Средне	1,85	1,84	-	-

Абсолютная случайная погрешность 0,191

Относительная случайная погрешность 10,4

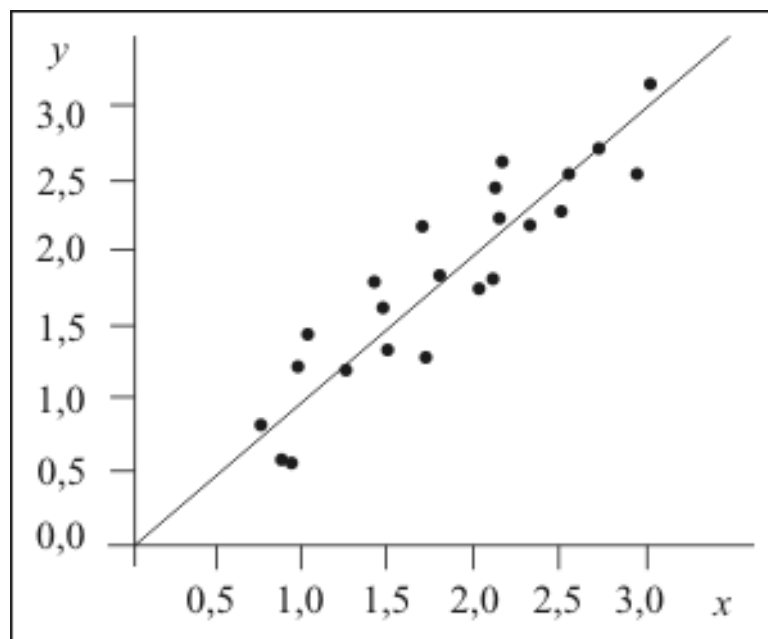


Рис 8.2.3 График случайных погрешностей химического анализа

Для выявления случайной погрешности рекомендуется проводить графический анализ (рис.8.2.3) - облако точек должно группироваться около биссектрисы угла xOy . Если какие-то точки сильно удалены от биссектрисы, то соответствующие им пробы классифицируют как промахи, они должны быть исключены из расчета.

❖ **Внешний контроль химических анализов**

В геологической практике принято регулярно оценивать систематическую погрешность измерений. Наиболее часто определяется погрешность опробования или ее составная часть - погрешность химического анализа, для чего выполняется *внешний контроль* анализов. Главное требование при изучении систематических погрешностей (или систематических расхождений) - *неравноточность* основных и контрольных измерений. Для выполнения этого условия основные пробы посылают в одну лабораторию, а контрольные - в другую, где анализ выполняют, как правило, по более совершенной методике. Сравнение

анализов основных и контрольных проб позволяет оценить систематическую погрешность анализов.

Обозначим x_i - данные основных проб, y_i - данные контрольных проб. Для выявления систематической погрешности применяются графический и аналитический методы. При графическом анализе проверяется расположение точек графика. При отсутствии систематической погрешности они должны располагаться вдоль биссектрисы $y = x$. Из-за наличия неизбежных случайных погрешностей точки рассеиваются около биссектрисы, образуя облако. Если облако точек смещено относительно биссектрисы, то можно предполагать, что в основных (а иногда и в контрольных) пробах имеется систематическая погрешность (рис.8.2.4).

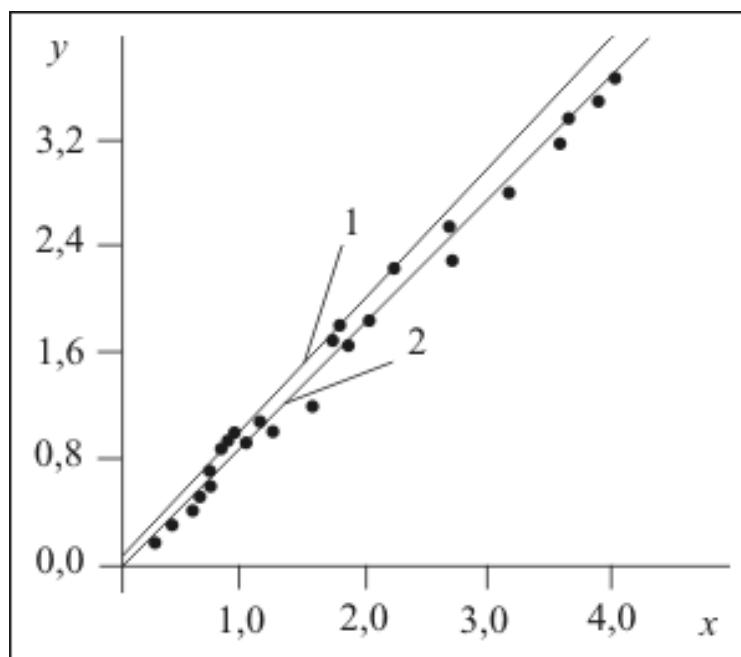


Рис.8.2.4 График систематической погрешности анализов.

1- биссектриса; 2- уравнение регрессии

Для более точного доказательства систематической погрешности применяются аналитические методы. Наиболее распространенный прием основан на сравнении средних значений \bar{x} и \bar{y} с помощью критерия:

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sigma_{xy}} \text{ при } \sigma_{xy} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 - 2r\sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2}{n-1}}, \quad (8.34)$$

где n - число контрольных проб.

Если критерий t окажется больше допустимого $t_{\text{доп}}$, то систематическая погрешность доказана. Допустимое значение критерия $t_{\text{доп}}$ находят на основе распределения Стьюдента при вероятности $\beta = 0,05$ и числе степеней свободы $k = n - 1$ (см. табл.7.10). При увеличении числа контрольных проб распределение Стьюдента приближается к нормальному и в пределе $t_{\text{доп}} = 1,960$.

Метод выявления систематической погрешности, основанный на сравнении средних значений \bar{x} и \bar{y} , обладает существенным недостатком: равенство средних еще не гарантирует наличия систематических расхождений при низких и высоких содержаниях. Последние могут быть направлены в разные стороны и в среднем компенсируют друг друга.

Более рациональной является методика, основанная на оценке коэффициентов уравнения регрессии $y = ax + b$. При отсутствии систематической погрешности должны выполняться условия $a = 1$ и $b = 0$. Поэтому вычисляют уравнение регрессии между содержаниями в основных и контрольных пробах и находят соответственно два критерия:

$$t_a = \frac{|a-1|}{\sigma_a} \text{ при } \sigma_a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

$$\text{и } t_b = \frac{|b|}{\sigma_b} \text{ при } \sigma_b = \sigma_a \sqrt{\sigma_x^2 + (\bar{x})^2}.$$

Если хотя бы один из критериев больше допустимого $t_{\text{доп}}$, то систематическая погрешность установлена. Значения $t_{\text{доп}}$ берут из табл.7.10 при вероятности $\beta = 0,05$ и числе степеней свободы $k = n-2$.

Если систематическая погрешность установлена, то в основные данные могут быть введены поправки по уравнению регрессии $y = ax + b$. Подставляя в него содержания в основных пробах x_i , можно получить

исправленные значения y_i , не содержащие систематической погрешности. В особо ответственных случаях контроль проводят несколько раз, чтобы убедиться в обоснованности введения поправок на систематическую погрешность.

❖ Оценка различия между геологическими объектами

Оценку сходства или различия между геологическими объектами можно производить по характеристикам как каждого отдельного свойства, так и множества свойств. Ограничимся оценкой различия по одному свойству.

Пусть имеются два геологических объекта, в каждом из которых имеется несколько измерений характеристик одного свойства. Средние значения \bar{x} и \bar{y} , дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 , число измерений n_1 и n_2 . Решение о различии объектов принимается с помощью критерия t с использованием распределения Стьюдента при вероятности $\beta = 0,05$ и числе степеней свободы $k = n_1 + n_2 - 2$:

$$t = \left(|\bar{x} - \bar{y}| / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right) \sqrt{\frac{n_1 + n_2 - 2}{n_1 + n_2}}. \quad (8.35)$$

Если критерий t будет больше допустимого $t_{\text{доп}}$ при заданной вероятности (см. табл.7.10), то имеются существенные различия между геологическими объектами.

При увеличении числа наблюдений распределение Стьюдента стремится к нормальному и критерий t стремится к пределу, выражаемому формулой

$$t = |\bar{x} - \bar{y}| / \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}. \quad (8.36)$$

Эта формула обычно и применяется на практике.

Различия между совокупностями измерений можно оценивать не только по средним значениям, но и по другим статистическим

характеристикам: по дисперсиям, асимметриям и эксцессам. Сравнение дисперсий основано на F -распределении (см. подраздел «Распределение Фишера»). Сравнение асимметрий и эксцессов проводится по критериям Стьюдента или нормального закона:

$$t_A = |A_1 - A_2| / \sqrt{6 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}; \quad t_E = |E_1 - E_2| / \sqrt{24 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}. \quad (8.37)$$

❖ Оценка постоянной радиоактивного распада

Как известно, радиоактивный распад атомов происходит по экспоненциальному закону:

$$y = y_0 e^{-\lambda t}, \quad (8.38)$$

где y_0 - число распадов в произвольный начальный момент времени $t = 0$; λ - постоянная распада.

Если имеются измерения радиоактивности y в различные моменты времени t , то можно рассчитать постоянную λ , которая связана с периодом полураспада T соотношением $T = \ln 2 / \lambda$. Период полураспада - это время, в течение которого распадается половина атомов. Эта величина является постоянной для каждого изотопа и позволяет идентифицировать его.

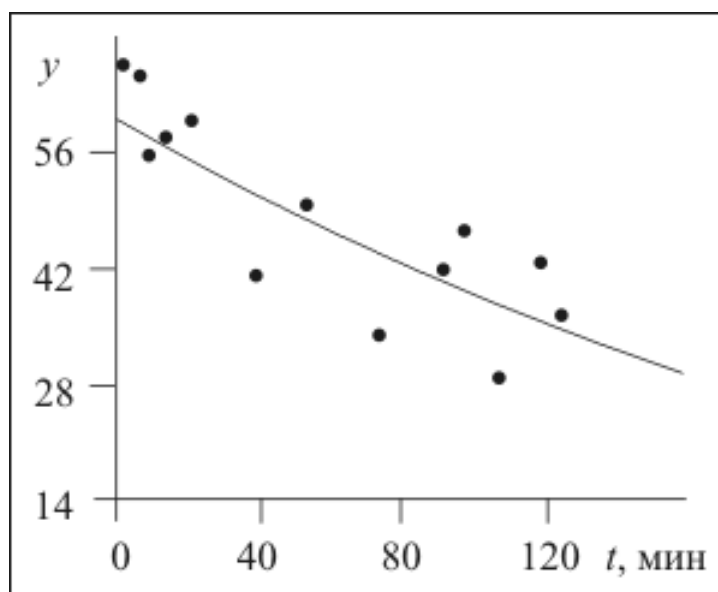


Рис.8.2.5 График распада атомов урана

Пример экспериментальных данных описан в научно-популярном журнале. В начале XX в. немецкий физик Отто Ган, измеряя импульсы от препарата урана, облученного нейтронами, установил тенденцию уменьшения числа распадов с течением времени (табл.8.7, рис.8.2.5).

Взяв за аргумент среднее время в интервале измерения, а за функцию -число распадов атомов в минуту, можно определить постоянную распада λ , и период полураспада T . Уравнение (8.38) предварительно прологарифмируем и приведем к линейному виду:

$$\ln y = \ln y_0 - \lambda t. \quad (8.39)$$

Таблица 8.7

Результаты опытов по измерению радиоактивности препарата

№ п/п	Время, мин	Среднее время t , мин	Число распадов в минуту	
			фактически e_y	расчетное $y_{расч}$
1	0-2	1	66,1	60,1
2	2-6	4	64,9	59,3
3	6-10	8	55,4	58,3
4	10-16	13	57,4	57,0
5	16-28	22	59,2	54,8
6	28-48	38	41,2	51,0
7	48-58	53	49,9	47,8
8	58-89	74	33,9	43,6
9	89-95	92	41,8	40,2
10	95-101	98	46,8	39,2
11	101-115	108	28,8	37,5
12	115-121	118	43,3	35,8
13	121-127	124	37,1	34,9

Найдем линейную зависимость $\ln y$ от t . В результате вычислений по данным табл.8.7 получим уравнение линейной регрессии $\ln y = 4,1006 - 0,00442 t$. Потенцируя его, найдем искомую зависимость $n = 60,38e^{-0,0044 t}$. Значения $y_{расч}$, вычисленные по этой формуле, приведены в табл.8.7 и по ним построена плавная кривая на рис.8.2.5. Заметный разброс точек

относительно линии обусловлен тем, что распад атомов происходит неравномерно во времени.

Таким образом, постоянная распада $\lambda = 0,00442$. Период полураспада $T = \ln(2)/0,00442 = 157$ мин = 2 ч 37 мин. Эти данные позволили Отто Гану установить, что импульсы создаются не ураном или радием, периоды полураспада которых были уже известны, а каким-то другим химическим элементом (изотопом). Дальнейшими исследованиями было установлено, что атом урана распадается на два осколка - на атомы бария и криптона. Так эксперимент перерос в крупное научное открытие явления искусственного распада атомного ядра.

❖ **Зависимость плотности руды от ее состава**

Плотность многих видов полезных ископаемых зависит от их состава. Так, плотность железной руды зависит от содержания в ней железа, сульфидной руды - от содержания серы и т.д. Как показано в подразделе «Примеры математических моделей», данная зависимость является гиперболической, хотя часто приближается к линейной.

Рассматриваемая зависимость позволяет решать две задачи:

- 1) определять плотность руды при известном ее составе, что используется для подсчета запасов;
- 2) определять состав руды по ее плотности, что применяется при геофизическом опробовании руд.

❖ **Вычисление параметров усеченного нормального распределения**

В ряде случаев гистограмма искусственно ограничена (обычно слева) пределом точности анализа или кондициями. Необходимо восстановить параметры распределения по усеченной гистограмме. Такая задача может быть решена, если известен или предполагается закон распределения

случайной величины. Для решения применяется разновидность метода наименьших квадратов со взвешиванием наблюдений. Суть метода состоит в том, что классы гистограммы имеют различный вес, пропорциональный частоте появления свойства в данном классе. Запись метода наименьших квадратов в данном случае имеет вид:

$$\sum_{i=1}^n p_i \delta_i^2 \Rightarrow \min, \quad (8.40)$$

где p_i , - весовые коэффициенты.

В случае нормального закона распределения характеристики усеченного распределения находят следующим образом. Уравнение кривой, аппроксимирующей гистограмму, имеет вид:

$$n = \frac{Nh}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \quad (8.41)$$

где n - теоретические частоты; N - общее количество наблюдений, которое неизвестно (гистограмма обрезана); h - размер классов.

Необходимо определить характеристики полного распределения: среднее значение \bar{x} , дисперсию σ^2 и число наблюдений N , чтобы оценить, какая часть гистограммы отсутствует. Перед применением метода наименьших квадратов функцию (8.41) логарифмируют:

$$\ln n = \ln N + \ln\left(\frac{h}{\sqrt{2\pi}}\right) - \ln \sigma - \frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}.$$

Отклонения для такой функции имеют вид:

$$\delta_i = \ln N + \ln\left(\frac{h}{\sqrt{2\pi}}\right) - \ln \sigma - \frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2} - \ln n. \quad (8.42)$$

В качестве весов наблюдений берется частота свойств в классах гистограммы. Чем больше n , тем весомее роль класса. Следовательно сумма квадратов отклонений является функцией неизвестных величин \bar{x} , σ и N и должна быть минимальной:

$$\sum_{i=1}^k n_i \delta_i^2 = \psi(\bar{x}, \sigma, N) \Rightarrow \min, \quad (8.43)$$

где k - число имеющихся классов гистограммы.

Чтобы найти минимум суммы квадратов, нужно взять частные производные от выражения (8.43) по каждой из неизвестных величин и приравнять их к нулю, в результате получим линейную систему уравнений относительно неизвестных \bar{x} , σ и N . Опуская громоздкие промежуточные выкладки, приведем порядок вычислений. Вначале находят восемь сумм: $\sum n$, $\sum nx$, $\sum nx^2$, $\sum nx^3$, $\sum nx^4$, $\sum n \ln n$, $\sum nx \ln n$, $\sum nx^2 \ln n$ (индекс i опущен). Разделив каждую сумму на $\sum n$, получим семь начальных моментов: m_{10} , m_{20} , m_{30} , m_{40} , m_{01} , m_{11} и m_{21} соответственно. Далее вычислим вспомогательные величины:

$$a_1 = \frac{m_{11} - m_{10}m_{01}}{m_{20} - m_{10}^2}; \quad a_2 = \frac{m_{21} - m_{20}m_{01}}{m_{30} - m_{20}m_{10}};$$

$$b_1 = \frac{m_{40} - m_{20}^2}{m_{30} - m_{20}m_{10}}; \quad b_2 = \frac{m_{30} - m_{20}m_{10}}{m_{20} - m_{10}^2}.$$

И, наконец, искомые величины:

$$\sigma^2 = \frac{b_1 - b_2}{2(a_1 - a_2)}; \quad \bar{x} = a_1\sigma^2 + b_2 / 2;$$

$$\ln N - \ln \sigma \sqrt{2\pi} + m_{01} + \frac{m_{20} - 2\bar{x}m_{10} + \bar{x}^2}{2\sigma^2}.$$

В заключение нужно учесть размер класса, умножив σ^2 на h^2 , а \bar{x} на h , чтобы иметь статистические характеристики в истинном масштабе. Для достаточно надежного определения статистических характеристик нужно иметь не менее $2/3$ классов гистограммы, включая классы с максимальной частотой.

Тема 9. Многомерный статистический анализ и его применение

9.1. Многомерный статистический анализ

❖ Система множества случайных величин и ее статистические характеристики

Дальнейшим развитием двумерной статистической модели служит многомерная статистическая модель, которая состоит из совокупности множества сопряженных случайных величин (называемых многомерными случайными векторами) и выражается матрицей свойств размером $k \times n$:

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

где n - число наблюдений; k - число свойств.

В основе многомерной статистической модели лежит гипотеза о том, что измеренные значения являются независимыми случайными величинами (векторами), т.е. строки матрицы можно располагать в любом порядке. Однако между столбцами матрицы связь может присутствовать. В ряде задач некоторые из измерений могут быть неслучайными величинами, например, заранее заданными пространственными или временными координатами, что не является препятствием для статистической обработки.

Для изображения множества случайных величин используется многомерное признаковое пространство, имеющее k осей. Каждое отдельное измерение (строка матрицы) изображается в таком пространстве точкой, а их совокупность, т.е. матрица (9.1), - облаком точек.

Многомерная статистическая модель имеет различные статистические характеристики, наиболее употребительными из которых являются средние значения случайных величин $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$, их дисперсии $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2$ и среднеквадратичные отклонения $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$. Кроме того, часто используются матрицы ковариации и коэффициентов корреляции случайных величин. Напомним, что ковариация K_{ij} - это корреляционный смешанный момент двух случайных величин i и j . Матрица ковариации имеет симметричный вид:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1^2 & K_{12} & \dots & K_{1k} \\ K_{21} & \sigma_2^2 & \dots & K_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{k1} & K_{k2} & \dots & \sigma_k^2 \end{vmatrix} \quad (9.2)$$

В ней по диагонали расположены дисперсии случайных величин, а в остальных полях - корреляционные моменты. Матрица коэффициентов корреляции между свойствами (их называют парными коэффициентами корреляции) также имеет симметричный вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad (9.3)$$

В матрице по диагонали находятся единицы, а в остальных полях - собственно коэффициенты корреляции. Методика расчета корреляционных моментов и коэффициентов корреляции такая же, как в двумерной статистической модели. Данные матрицы коэффициентов корреляции могут быть представлены в виде графа связей (рис. 9.1.1). Для построения графа использованы результаты силикатного анализа горных пород. Чем больше коэффициент корреляции между компонентами, тем толще соединяющая их линия.

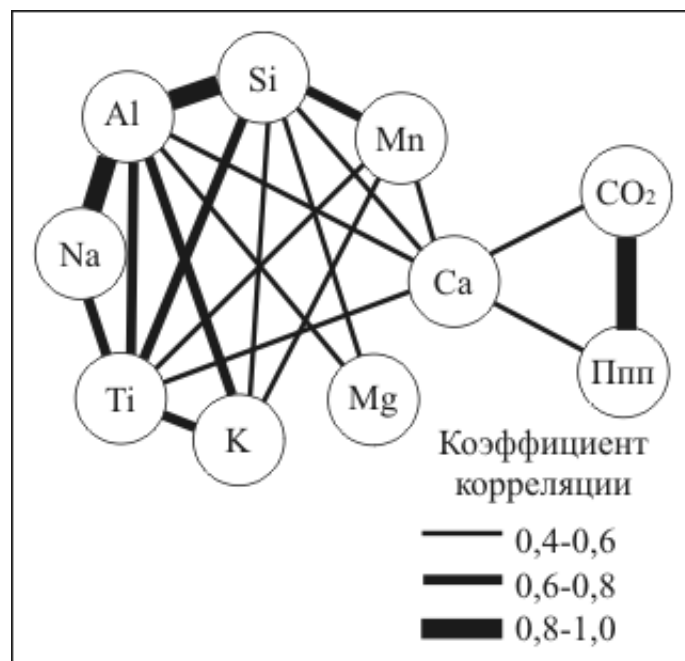


Рис. 9.1.1 Граф связей

❖ **Множественная линейная регрессия. Коэффициент множественной корреляции**

Во многих случаях возникает необходимость изучить зависимость одной случайной величины от множества других случайных величин. Многофакторная зависимость обычно выражается уравнением множественной линейной регрессии:

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k + b, \quad (9.4)$$

где x_1, x_2, \dots, x_k - свойства; a_1, a_2, \dots, a_k, b - постоянные коэффициенты. Коэффициенты находят методом наименьших квадратов или через значения статистических характеристик. Результат не зависит от способа вычислений. По второму способу переменные x_1, x_2, \dots, x_k нормируют по формуле (7.24), т.е. заменяют величинами:

$$t_1 = \frac{x_1 - \bar{x}_1}{\sigma_1}; \quad t_2 = \frac{x_2 - \bar{x}_2}{\sigma_2}; \quad t_k = \frac{x_k - \bar{x}_k}{\sigma_k}; \quad t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}. \quad (9.5)$$

В результате замены уравнение (9.4) приобретет следующий вид:

$$t_y = A_1 t_1 + A_2 t_2 + \dots + A_k t_k, \quad (9.6)$$

где величины A_1, A_2, \dots, A_k - нормированные коэффициенты регрессии. Если в формулу (9.6) подставить нормированные значения (9.5), получим выражение множественного уравнения регрессии еще в одной форме:

$$y = \bar{y} + A_1 \frac{\sigma_y}{\sigma_1} (x_1 - \bar{x}_1) + A_2 \frac{\sigma_y}{\sigma_2} (x_2 - \bar{x}_2) + \dots + A_k \frac{\sigma_y}{\sigma_k} (x_k - \bar{x}_k), \quad (9.7)$$

Заметно сходство уравнений (8.12) и (9.7). В уравнении (9.7) находится несколько однотипных слагаемых, а вместо коэффициента корреляции r присутствуют нормированные коэффициенты регрессии A_1, A_2, \dots, A_k . Значения A_1, A_2, \dots, A_k находят путем решения системы линейных уравнений, составленной из коэффициентов корреляции:

$$\begin{aligned} A_1 &= r_{12} A_2 + \dots + r_{1k} A_k = r_{1y}; \\ r_{21} A_1 + A_2 &+ \dots + r_{2k} A_k = r_{2y}; \\ \dots &\dots \dots \dots \dots; \\ r_{k1} A_1 + r_{k2} A_2 &+ \dots + A_k = r_{ky}. \end{aligned}$$

$$(9.8)$$

Сравнение фактических y и расчетных $y_{\text{рас}}$ значений по уравнению (9.7) дает отклонения δ . Рассчитав дисперсию отклонений σ_δ^2 , и дисперсию исходных данных σ_y^2 , можно найти коэффициент множественной корреляции R , который характеризует степень зависимости свойства y от множества других случайных величин x_1, x_2, \dots, x_k :

$$R = \sqrt{1 - \sigma_\delta^2 / \sigma_y^2}. \quad (9.9)$$

Значения R колеблются от нуля до единицы. Чем ближе R к единице, тем более сильная зависимость величины y от множества величин x_1, x_2, \dots, x_k . Кроме того, дисперсия отклонений позволяет рассчитать погрешность уравнения множественной регрессии (при вероятности $q = 0,95$ и коэффициенте вероятности $t = 2$), которая равна $t\sigma_\delta$.

❖ Отбор информативных свойств в уравнении множественной линейной регрессии

Главное назначение уравнения множественной регрессии - прогнозирование значений одной случайной величины по множеству значений других случайных величин. Однако роль последних бывает различной, поэтому возникает необходимость выявить в уравнении информативные свойства, а неинформативные свойства исключить из расчета.

Отбор информативных факторов основан на анализе дисперсии отклонений σ_δ^2 с учетом степеней свободы $m = k + 1$, где k - количество свойств в уравнении множественной регрессии. Для этого вычисляется дисперсия с учетом степеней свободы:

$$\sigma_k^2 = \sigma_\delta^2 \frac{n}{n - k - 1}. \quad (9.10)$$

При увеличении числа учитываемых случайных величин дисперсия σ_k^2 вначале убывает, потом достигает минимума и далее начинает расти. Когда дисперсия достигнет минимума, информативные свойства определены. Дальнейшее увеличение числа случайных величин приведет к росту дисперсии и внесет искусственный «шум» в результаты прогнозирования по уравнению регрессии.

Информативные свойства определяют путем перебора сочетаний случайных величин. Вначале выбирают одну величину, которая имеет самый высокий парный коэффициент с прогнозируемой величиной y . Далее находят сочетание этой величины попарно со всеми остальными величинами, и каждый раз вычисляют дисперсию с учетом степеней свободы. Лучшим будет такое сочетание случайных величин, при котором дисперсия σ_k^2 минимальна. Потом к двум найденным величинам добавляют третью, четвертую и т.д. до тех пор, пока дисперсия σ_k^2

продолжает убывать. Когда дисперсия σ_k^2 начнет возрастать, процесс отыскания информативных свойств прекращается.

9.2. Применение многомерного статистического анализа в геологии

❖ Анализ матрицы коэффициентов корреляции

Выше был приведен пример построения графа связей по значениям коэффициента корреляции (рис.9.1.1), который наглядно иллюстрирует характер взаимосвязей между свойствами и несет определенную геологическую информацию. Матрица коэффициентов корреляции может быть непосредственно использована для выделения групп взаимосвязанных свойств.

Пример 9.1

❖ Метод главных компонент

Одним из распространенных и эффективных способов обработки многомерных статистических данных является метод главных компонент, суть которого заключается в линейном преобразовании исходных данных в независимые величины, несущие смысловую геологическую информацию. Как отмечалось в подразделе «Система множества случайных величин и ее статистические характеристики», многомерные случайные величины изображают в многомерном признаковом пространстве облаком точек. Предполагается, что облако имеет форму, близкую к многомерному эллипсоиду. Преобразование исходных данных сводится к переносу и вращению системы координат в признаковом пространстве. Начало

координат переносится в центр тяжести облака, а поворот осуществляется таким образом, чтобы оси многомерного эллипсоида совпали с осями координат. Оси эллипсоида ранжируются по длине, и та координатная ось, которая совпадает с наиболее длинной осью эллипсоида, называется первой, следующая по длине - второй и т.д. Новые координаты точек облака после переноса и вращения системы координат называются главными компонентами, которые и дали название методу.

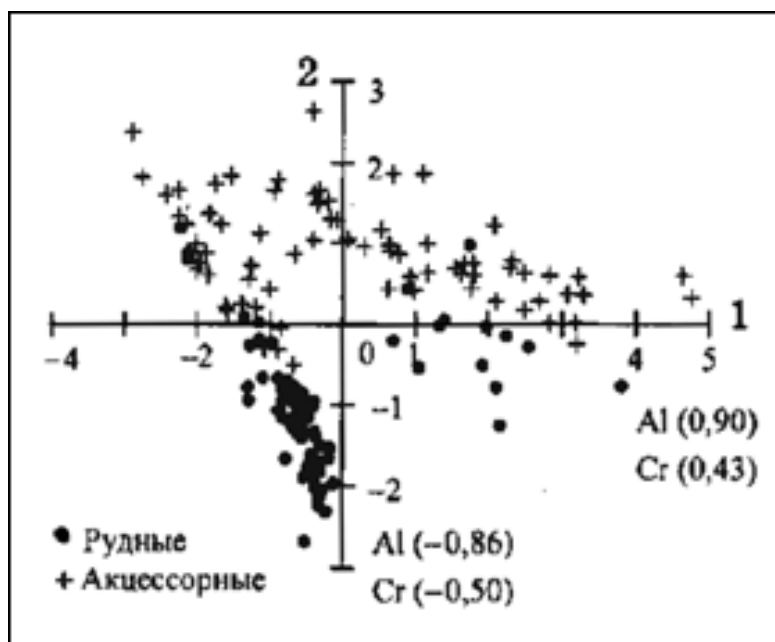
В процессе вращения сумма дисперсий остается постоянной, т.е. является инвариантом (она зависит только от взаимного расположения точек в облаке), но происходит перераспределение дисперсий. Максимальная дисперсия оказывается сосредоточенной в первых главных компонентах, которые и несут основную геологическую информацию. Минимальной дисперсией обладают последние компоненты. Они несут малую информацию, и ими можно пренебречь. Происходит как бы сворачивание информации в первых главных компонентах. Направляющие косинусы между осями старой и новой систем координат называются факторными нагрузками и часто имеют геологическое содержание.

Поскольку свойства могут иметь различную физическую природу, возникает необходимость приведения значений случайных величин к одному масштабу, что существенно влияет на результаты вычислений. Обычно по осям координат откладывают нормированные случайные величины, вычисленные по формуле (7.24). Единицами нормирования свойств служат среднеквадратичные отклонения.

Метод главных компонент широко распространен, но слабо освещен в литературе, поэтому подробно рассмотрим последовательность обработки исходных данных и геологическую интерпретацию результатов.

Пример 9.2

Иногда на рисунках главных компонент имеется только одна однородная совокупность. В некоторых случаях вместо облаков точек наблюдаются ряды точек, отражающие особенности эволюции свойств объектов в пространстве или во времени. На рисунки часто выносят значения главных факторных нагрузок, которые позволяют наглядно видеть направленность свойств в признаковом пространстве.



**Рис. 9.2.2 График первых двух факторов состава хромитов
Кемпирсайского месторождения**

Итак, метод главных компонент позволяет выделить однородные совокупности и аномальные значения, а также дать геологическую интерпретацию причин изменения свойств объектов по значениям факторных нагрузок.

❖ **Кластерный анализ. Дендрограмма**

На основе многомерной статистической модели разработан еще один способ классификации объектов по множеству свойств - *кластерный анализ*. Существо его заключается в выделении однородных групп объектов и в установлении количественной меры сходства (различия) между объектами и группами объектов.

Пусть имеется совокупность геологических объектов, обладающих множеством свойств. Сведения о свойствах образуют матрицу (9.1). Геометрическая аналогия матрицы - облако точек в многомерном признаковом пространстве, в котором отдельные точки соответствуют единичным объектам. При кластерном анализе исследуется взаимное расположение точек. Чем ближе расположены точки, тем более сходны между собой соответствующие объекты. Задача состоит в том, чтобы объединить скопления близлежащих точек, соответствующие однородным группам объектов. Эти группы называются *кластерами*, что и дало название методу. Поставленная задача имеет много вариантов решения.

Вначале необходимо выбрать масштаб по осям координат. Если величины имеют одинаковую размерность и приблизительно один порядок, то применяют натуральный масштаб - по координатным осям откладывают исходные свойства.

Если величины различаются размерностью или порядком значений, то необходима нормализация свойств. Один из способов нормализации основан на использовании размаха значений $x_{\max} - x_{\min}$ и осуществляется по формуле

$$t = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot (9.12)$$

где x - исходные; t - преобразованные (нормализованные) свойства, нормализованные значения меняются от нуля до +1.

Второй способ нормализации производится по формуле:

$$t = 1 - 2 \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot (9.13)$$

Здесь нормализованные значения колеблются от -1 до +1.

Третий способ нормализации выполняется по формуле (7.24), в которой в качестве масштаба используется среднеквадратичное отклонение σ . При нормальном распределении свойства нормализованные значения заключены в основном в пределах от -3 до +3, при иных законах могут выходить за эти пределы.

Когда масштаб по координатным осям задан, можно приступить к определению мер сходства (различия) между объектами по множеству свойств. Наиболее распространенная мера сходства между объектом i и объектом j - это взвешенное евклидово расстояние между точками в многомерном признаковом пространстве:

$$\rho_{ij} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (t_{il} - t_{jl})^2} \cdot (9.14)$$

Напомним, что k - число свойств. Чем меньше ρ_{ij} , тем ближе расположены точки в признаковом пространстве, тем больше сходство между соответствующими объектами.

В качестве меры сходства можно применять среднеарифметическое значение абсолютных значений свойств:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |t_{il} - t_{jl}| \cdot (9.15)$$

Иной характер имеет угловая мера сходства, основанная на корреляционной связи между объектами:

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^k t_{il} t_{jl}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k t_{il}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k t_{jl}^2}}. \quad (9.16)$$

Она характеризует косинус угла между двумя многомерными векторами, соединяющими начало координат с точкой i и с точкой j . Эта мера заключена в пределах от -1 до +1. Чем она ближе к +1, тем больше сходство между объектами. Чем она ближе к -1, тем больше различие между объектами. Применение данной меры оправданно, если точки находятся приблизительно на одном удалении от начала координат, так как расстояние между точками не учитывается.

Если имеется совокупность из n объектов, то совокупность мер сходства между всеми парами объектов составляет симметричную матрицу размером $n \times n$. Если используется формула (9.14) или (9.15), то матрица сходства имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 0 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n2} & \rho_{n2} & \dots & 0 \end{vmatrix}. \quad (9.17)$$

По диагонали матрицы расположены нули, которые можно заменить прочерками. Чем меньше мера сходства, тем больше объекты сходны между собой.

Если используется мера сходства (9.16), то матрица сходства имеет другой вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n2} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (9.18)$$

В этой матрице чем ближе мера сходства к +1, тем объекты более сходны между собой.

В ходе кластерного анализа близкие между собой объекты объединяются в группы (кластеры). Вначале находят два объекта, наиболее близких между собой. Их свойства усредняют, и далее они выступают как один объект (кластер). Находят меры сходства полученного кластера со всеми остальными объектами. Данная операция объединения объектов продолжается, пока все они не объединятся в один объект. В итоге получается последовательность объединения объектов и мера сходства на каждом шаге объединения. Эти данные изображают на графике, который называется *дендрограммой*. По оси абсцисс откладывают номера объектов в порядке объединения, а по оси ординат - соответствующие меры сходства.

❖ **Распознавание образов**

Постановка задачи о распознавании образов. В геологической практике часто необходимо определить принадлежность объекта по множеству свойств к заданной совокупности однородных объектов. Сюда относятся задачи выделения перспективных территорий, оценки рудопроявлений, отнесения руд к какому-либо типу и многие другие. Решение подобных задач основано на приемах Распознавания образов.

Образ - это совокупность однородных эталонных объектов с набором свойств. Образ выражается матрицей свойств (9.1), в признаковом пространстве ему соответствует облако точек. В задачах распознавания обычно участвуют не менее двух образов, а также испытуемые объекты. Задача распознавания заключается в определении принадлежности каждого испытуемого объекта к тому или иному образу. Распознавание образов наиболее часто используется при поисках месторождений, хотя область его применения гораздо шире. Пусть имеется n перспективных территорий с заведомо промышленным орудением определенного типа. Совокупность таких территорий, обладающих множеством свойств, создает образ рудных объектов. Им соответствует матрица свойств:

$$\{X\}_{рудн} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{vmatrix}. \quad (9.19)$$

Далее имеется m заведомо неперспективных территорий, где орудение отсутствует, - это образ безрудных объектов:

$$\{Y\}_{безр} = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mk} \end{vmatrix}. \quad (9.20)$$

Наконец, имеются группы из l испытуемых территорий, перспективность которых неизвестна, им соответствует матрица:

$$\{Z\}_{учн} = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1k} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{l1} & z_{l2} & \dots & z_{lk} \end{vmatrix}. \quad (9.21)$$

У всех объектов должны быть измерены одни и те же величины (например, длина, мощность и т.д.). Цель исследования состоит в определении, к какому образу - рудному или безрудному - относится каждая из испытываемых территорий.

Может быть задано несколько типов рудных объектов и, соответственно, рудных образов. Испытуемые объекты могут быть объединены с безрудными. Иногда рудные объекты делят на две части. Одна часть используется «для обучения», другая - «для экзамена», т.е. для проверки эффективности методики распознавания.

Существует много способов решения задачи распознавания. Последовательность операций по решению задачи распознавания называется решающим правилом или *алгоритмом распознавания*.

Определение информативных свойств. Распознаванию образов предшествует отбор информативных свойств, чтобы исключить из рассмотрения неинформативные свойства и сократить объем вычислений. Более того, избыток неинформативных свойств ухудшает результаты распознавания образов.

Один из методов определения информативности свойств основан на оценке частот сочетаний качественных свойств рудных объектов, поскольку сочетания свойств более информативны, чем сумма информативностей отдельных свойств. Например, оруденение может появляться при благоприятном сочетании нескольких свойств (при пересечении разрывных нарушений, на контакте интрузивных пород с определенными литологическими типами горных пород и т.д.). В простейшем случае информативность J отдельного свойства i определяется по формуле:

$$J = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k N_{ij}^2}, \quad (9.22)$$

где n - число объектов; k - число свойств; N_{ij} - частота совместного появления свойства i и свойства j .

Расположив свойства в порядке информативности, можно найти суммарную информативность m свойств:

$$J_m = \sqrt{\sum_{j=1}^m J_j^2}. \quad (9.23)$$

Известны приложения рассмотренного приема к определению информативности руководящей фауны.

Второй метод определения информативности качественных свойств основан на энтропии свойства j :

$$J_j = \sum_{i=1}^k (p_{1i} - p_{2i}) \ln \frac{p_{1i}}{p_{2i}}, \quad (9.24)$$

где p_{1i} и p_{2i} - частота появления свойства j соответственно на рудных и безрудных объектах.

Чем больше частоты p_{1i} и p_{2i} отличаются друг от друга, тем более информативны соответствующие свойства.

Информативность количественных свойств оценивают путем анализа расстояний между облаками точек рудных и безрудных объектов в признаковом пространстве. Информативность свойства j характеризуется квадратом нормированного расстояния между проекциями центров облаков на ось j признакового пространства:

$$J_j = \rho^2 = \frac{(\bar{x}_j - \bar{y}_j)^2}{\sigma_j^2}, \quad (9.25)$$

где \bar{x}_j и \bar{y}_j - средние значения свойства j рудных и безрудных объектов.

Дисперсию определяют по формуле:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sigma_{1j}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{2j}^2}{n_2}, \quad (9.26)$$

где n_1 и n_2 – количество соответственно рудных и безрудных объектов; σ_{1j}^2 и σ_{2j}^2 - дисперсии свойства j тех же объектов.

Чем больше значение J_j , тем более информативным является данное свойство.

Учет зависимости между свойствами может изменить порядок информативности свойств. На основе матриц исходных данных составляют матрицы ковариации для рудных $\{K\}_{рудн}$ и безрудных $\{K\}_{безр}$ объектов. Элементы матриц находят из выражения:

$$K_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^k (x_{im} - \bar{x}_{im})(x_{jm} - \bar{x}_{jm}). \quad (9.27)$$

Далее определяют средневзвешенную матрицу ковариации по формуле, аналогичной (9.26). Элементы средневзвешенной матрицы:

$$\bar{K}_{ij} = \frac{K_{ijрудн}}{n_{рудн}} + \frac{K_{ijбезр}}{n_{безр}}. \quad (9.28)$$

Из элементов матрицы составляют систему из k уравнений с неизвестными коэффициентами a_1, a_2, \dots, a_k , которые находят путем решения этой системы:

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & K_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 - \bar{y}_1 \\ \bar{x}_2 - \bar{y}_2 \\ \dots \\ \bar{x}_m - \bar{y}_m \end{pmatrix}, \quad (9.29)$$

где K_{ij} – средневзвешенные корреляционные моменты между свойствами объектов (раздельно для рудных и нерудных объектов).

Информативность k количественных свойств выражается квадратом обобщенного расстояния между облаками в признаковом пространстве:

$$J_k = \rho_k^2 = \sum_{i=1}^k a_i (\bar{x}_i - \bar{y}_i). \quad (9.30)$$

Отсюда вытекает порядок определения информативности свойств. Вначале по формуле (9.25) отыскивают наиболее информативное свойство. К нему поочередно добавляют каждое из оставшихся свойств, находя наиболее информативную комбинацию из двух свойств по формуле (9.27). Далее добавляют следующее свойство и снова находят наиболее информативное сочетание свойств. Повторяя эти операции, определяют все последующие свойства в ряду информативности. Отбор информативных свойств прекращается, когда дальнейшее их увеличение не приводит к заметному повышению совместной информативности.

Методы распознавания образов. После отбора информативных свойств можно приступать к распознаванию образов. Методы распознавания образов весьма многочисленны. Их можно разделить на три группы:

- методы, основанные на частоте появления свойств;
- методы, основанные на анализе расстояний между точками объектов в многомерном признаковом пространстве;
- методы, основанные на разделении многомерного признакового пространства на области различной формы, в каждой из которых преобладают объекты одного вида.

Следует отметить, что не существует методов, дающих стопроцентный результат распознавания. Хорошим результатом считается уверенное распознавание испытуемых объектов на уровне 75-80%.

При частном анализе исходные свойства выражаются нулями и единицами, т.е. одни свойства у объекта есть, другие отсутствуют. Найденные комбинации свойств называются *сложными признаками*. Для каждого испытуемого объекта определяется количество сложных признаков каждого образа. Испытуемый объект относят к образу рудных или безрудных объектов по большинству «голосов».

Другой алгоритм распознавания основан на анализе образов рудных и безрудных объектов, которые в признаковом пространстве слагают два соответствующих облака, которые могут частично перекрывать друг друга. Принадлежность испытуемого объекта к образу рудных или безрудных объектов можно оценить по расстоянию точки испытуемого объекта от облаков. К какому облаку ближе точка, к тому образу и следует отнести испытуемый объект.

Существуют различные способы оценки расстояний между точкой и облаком. Можно рекомендовать следующий способ: вначале найти расстояния до всех точек облака, а потом взять среднее из них. Для оценки расстояния между точкой испытуемого объекта $x_{исп}$ и точкой облака x_i применима формула:

$$\rho_i = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - x_{исп}}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^2}, \quad (9.31)$$

где x_{\max} и x_{\min} - максимальные и минимальные значения различных свойств i ; $x_{\max} - x_{\min}$ - размах свойств.

Далее вычислим среднее расстояние точки до облака:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i. \quad (9.32)$$

Следующая группа методов основана на разделении признакового пространства на области, в которых преобладают объекты одного типа. Чаще области выделяются путем проведения плоскостей (гиперплоскостей) между облаками рудных и безрудных объектов. Такой способ называется дискриминантным анализом.

Уравнение плоскости имеет вид:

$$\sum_{i=1}^k a_i x_i - b = 0, \quad (9.33)$$

где a_i , - коэффициент, определяющий ориентировку плоскости по отношению к осям координат признакового пространства и вычисляемые путем решения системы уравнений (9.29); b - коэффициент, влияющий на параллельное перемещение плоскости в пространстве. Если подставить координаты x_i любой точки облака в уравнение (9.33), то получим дискриминант этой точки:

$$D = \sum_{i=1}^k a_i x_i - b. \quad (9.34)$$

По одну сторону от плоскости знак дискриминанта положительный, по другую - отрицательный. Следовательно, по знаку дискриминанта можно судить о том, в какую область пространства попадает точка испытуемого объекта, т.е. к какому образу следует отнести объект.

Если облака рудных и безрудных объектов разобщены между собой, то плоскость можно провести в любом месте между ними. Если облака частично перекрываются, то нужно провести разделяющую плоскость так, чтобы наименьшая часть точек попадала в чужую область, что достигается нахождением наилучшего значения коэффициента b . Подбор коэффициента b можно осуществлять вручную (а также и коэффициента a_i), но можно вычислить его следующим способом. Вначале находят коэффициент p для каждой точки облаков:

$$p = \sum_{i=1}^k a_i x_i. \quad (9.35)$$

Далее вычисляют средние значения и дисперсии значений p для рудных и безрудных объектов, т.е. $\bar{p}_{рудн}$, $\bar{p}_{безр}$, $\sigma_{рудн}^2$ и $\sigma_{безр}^2$. Обычно предполагают, что значения коэффициентов p подчиняются или близки к

нормальному закону распределения, тогда определение коэффициентов b сводится к решению квадратного уравнения:

$$\left(\frac{b - \bar{P}_{рудн}}{\sigma_{рудн}}\right)^2 - 2 \ln \frac{n_{рудн}}{\sigma_{рудн}} = \left(\frac{b - \bar{P}_{безр}}{\sigma_{безр}}\right)^2 - 2 \ln \left(\frac{n_{безр}}{\sigma_{безр}}\right). \quad (9.36)$$

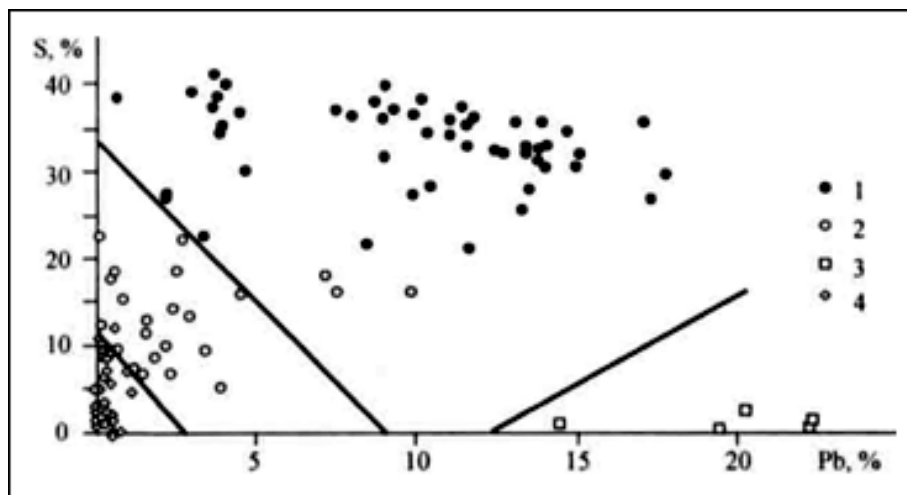


Рис. 9.2.3 Распределение полиметаллических руд с помощью дискриминантного анализа. 1 – сплошные полиметаллические руды; 2 – вкрапленные полиметаллические руды; 3 - охристые окисленные руды; 4 – оруденелые метасоматиты

Следует отметить, что на практике (например, при обогащении руд) может быть использована комбинация дискриминантного анализа с методом главных компонент (подраздел «Метод главных компонент»). Если на графике главных компонент рудные и безрудные объекты дают два различных облака, то между ними можно провести дискриминантную плоскость, как описано в данном подразделе (рис.9.2.3).

Тема 10. Модели геологических полей

❖ Свойства геологических объектов как пространственные переменные

В данной главе свойства будут изучены как функции координат пространства - *пространственные переменные*. В роли пространственных переменных могут выступать мощность пластообразных тел, абсолютные отметки кровли и почвы пласта, содержание компонентов в рудном теле и многие другие величины.

Пространство, в котором существует изучаемая величина, называется *геологическим полем* пространственной переменной. В каждой точке или области геологического поля с координатами x, y, z свойство принимает конкретное значение $\varphi(x, y, z)$. В общем случае в каждой точке или области геологического поля могут быть измерены несколько величин.

Значения пространственной переменной измеряют в пределах геологических объектов конечных размеров по какой-то сети в ограниченных областях геологического поля. В связи с этим рассмотрим параметры геометрии сети наблюдений и области измерений.

Геометрия сети наблюдений характеризуется формой, расположением и плотностью сети. Сеть бывает одномерная - вдоль линии, двумерная - по площади и трехмерная - в объеме геологического тела. Измерения делят на непрерывные и дискретные (прерывистые). Для математической обработки непрерывные измерения обычно преобразуют в дискретные.

Наблюдения могут размещаться по равномерной, кратной или неравномерной сети. Равномерная сеть характеризуется постоянным шагом h - равным расстоянием между пунктами наблюдений. В двумерной сети имеется два постоянных шага h_1 и h_2 , которые образуют ячейку сети площадью $s = h_1 h_2$. Если $h_1 = h_2$, то сеть квадратная. Трехмерная сеть имеет

три постоянных шага h_1, h_2, h_3 , образующих ячейку объемом $v = h_1 h_2 h_3$. В реальных условиях не всегда удается соблюдать строго равномерную сеть наблюдений. Небольшими отклонениями от равномерной сети часто можно пренебречь. У кратной сети расстояния между пунктами наблюдений непостоянные, но кратные шагу h .

Плотность сети - количество наблюдений на единицу длины, площади или объема геологического объекта. Если сеть наблюдений отличается от равномерной, то можно говорить о средней плотности сети.

Обычно пространственная переменная предполагается непрерывной величиной, плавно меняющей свое значение в геологическом поле. Но возможны сравнительно резкие и даже скачкообразные изменения пространственной переменной, отражающие дискретность строения геологических объектов и позволяющие проводить внутри них геологические границы.

Геометрия области измерения характеризуется формой, размером и ориентировкой. Форма области может быть точечной, линейной, сферической, цилиндрической и пр. Во многих случаях формой области можно пренебречь, полагая ее точечной.

Размер области наблюдения влияет на некоторые характеристики. Например, при увеличении размера области уменьшается дисперсия величин. Размером области измерения также часто пренебрегают, считая измерения точечными, тем более что размеры области обычно на порядок ниже шага сети наблюдений.

При уменьшении размеров области некоторые измерения стремятся к предельному значению величины в данной точке, что характерно для непрерывных величин, например, для мощности пластообразных геологических тел. В других случаях такой предел отсутствует из-за дискретности строения геологических объектов (например, руда состоит из зерен рудных и нерудных минералов). В этих случаях принято говорить

о средних значениях пространственной переменной в некоторой малой области геологического поля.

Ориентировка области измерений имеет значение для анизотропных геологических тел, а их большинство. При различной ориентировке линейных или цилиндрических областей в анизотропной среде можно получить разные результаты. Обычно стараются линейные пробы располагать по направлению наибольшей изменчивости свойств, т.е. по мощности рудных тел или пластов горных пород.

Результаты измерений пространственных переменных сводят в матрицу, в которой присутствуют значения величины φ и координаты пунктов наблюдений (центров областей измерений) x, y, z :

$$\begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1k} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2k} & x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \dots & \varphi_{nk} & x_n & y_n & z_n \end{vmatrix}. \quad (10.1)$$

Напомним, что n - количество объектов, k - количество величин. В зависимости от количества учитываемых координат пространственные переменные и геологические поля делятся на одно-, дву- и трехмерные.

❖ **Виды математических моделей и геологических полей**

Математическое моделирование геологического поля ставит своей целью описание поведения пространственной переменной по имеющимся результатам наблюдений, а также прогнозирование ее значений в заданных точках или областях геологического поля. Попутно могут быть решены задачи оценки погрешности прогнозирования, рациональной плотности сети измерений и другие.

Реальные геологические поля пространственных переменных обладают большой сложностью. Математические модели геологических полей не позволяют дать их исчерпывающую характеристику, а отражают лишь наиболее существенные черты. Для каждого геологического поля

можно построить много математических моделей, различающихся характером предположений о поведении величин в пространстве.

Математические модели геологических полей делятся на детерминированные и вероятностные. В *детерминированных моделях* предполагается, что пространственная переменная является неслучайной функцией координат и однозначно зависит от местоположения пунктов измерений. В тех пунктах, где проводились измерения, значения пространственной переменной принимают фактическими, а в промежутках между ними находят путем интерполяции. Способ интерполяции определяет вид математической модели. Среди детерминированных моделей можно выделить модели линейные, полиномиальные, обратных расстояний и сплайн-модели.

В *вероятностных* моделях предполагается, что значения пространственной переменной (в том числе и в пунктах измерений) содержат элементы случайности. Различают две группы математических моделей: случайные функции и геостатистические модели. В разных группах по-разному объясняется появление случайной составляющей.

Случайные функции основаны на предположении о том, что значения пространственной переменной $\varphi(x)$ испытывают случайные колебания $\delta(x)$ около неслучайной составляющей, называемой математическим ожиданием $m(x)$:

$$\varphi(x) = m(x) + \delta(x). \quad (10.2)$$

В геологической литературе математическое ожидание называют также регулярной, координированной, закономерной составляющей или трендом. Математическое ожидание иногда делят на регулярную $f(x)$ и периодическую $\omega(x)$ составляющие:

$$m(x) = f(x) + \omega(x). \quad (10.3)$$

Может быть несколько периодических составляющих, различающихся амплитудой и длиной волны.

Геостатистические модели содержат предположение о том, что случайный результат измерений вызван случайным расположением пунктов наблюдений. Любое перемещение сети наблюдений приводит к получению новых результатов, но при этом остается неизменным средний квадрат разности между результатами измерений в пунктах, отстоящих друг от друга на шаг h . Полусумма среднего квадрата разностей называется *вариограммой* $\gamma(h)$:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [\varphi(x+h) - \varphi(x)]^2. \quad (10.4)$$

Геостатистические модели различаются способом аппроксимации эмпирической вариограммы теоретической вариограммой и последующей интерполяцией результатов наблюдений.

10.1. Детерминированные модели. Применение ГИС

❖ **Линейная интерполяционная модель**

В основе модели лежит предположение о том, что между пунктами измерений значения пространственной переменной меняются по закону прямой линии. При густой сети измерений и слабой изменчивости величин предположение может быть близким к действительности и не повлечет за собой существенных погрешностей при прогнозировании значений между пунктами измерений. Может быть противоположная ситуация, когда величина настолько изменчива, что какое-нибудь разумное предположение о ее поведении между пунктами измерений сделать невозможно. В этом случае линейная модель выбирается из соображений максимальной простоты, что обеспечивает высокую достоверность прогнозирования. Подобные соображения используют, например, для оконтуривания рудных тел при подсчете запасов, когда сложные контуры тел заменяют многоугольниками, состоящими из прямолинейных отрезков.

Если в пункте с координатой x_1 измерено значение пространственной переменной φ_1 , в пункте x_2 - значение φ_2 , то при линейной интерполяции в любом пункте x между x_1 и x_2 интерполированное (прогнозное) значение:

$$\varphi = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(\varphi_2 - \varphi_1) + \varphi_1. \quad (10.5)$$

Линейную интерполяцию можно представить графически в виде отрезков ломаной линии, опирающейся на измеренные значения $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ (табл.10.1, рис.10.1.1).

Таблица 10.1
Результаты измерения мощности рудного тела

Номер пункта	Расстояние от начальной точки, м	Мощность, м
1	0,0	2,2
2	7,0	1,9
3	20,1	2,5
4	28,6	4,2
5	34,8	3,8
6	44,0	3,1
7	54,9	3,9
8	62,1	2,6

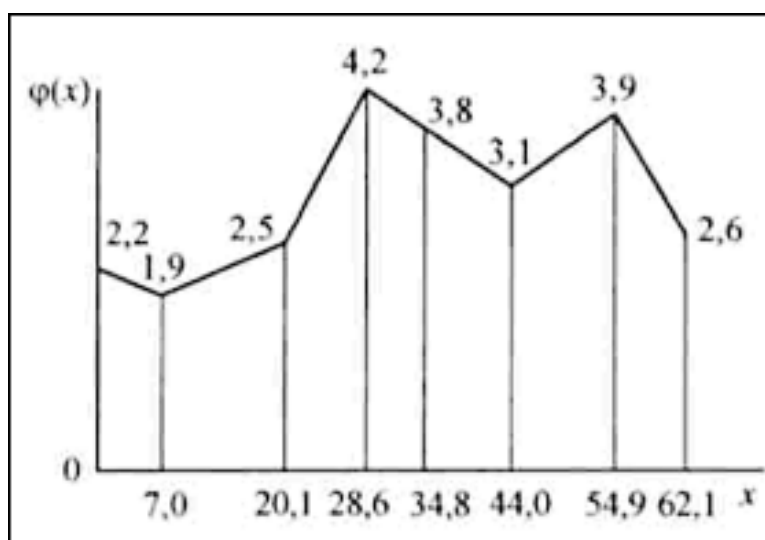


Рис 10.1.1 График линейной модели, построенный по данным табл. 10.1

Линейная интерполяция может быть выполнена и в двухмерном пространстве внутри треугольника, образованного тремя пунктами наблюдений, не лежащими на одной прямой. По данным в вершинах треугольника можно найти уравнение плоскости:

$$\varphi = ax + by + c. \quad (10.6)$$

Уравнение позволяет вычислять интерполированное значение φ в любой точке с заданными координатами x и y внутри треугольника. Если имеется много пунктов наблюдений, то охваченная ими площадь разбивается на несколько треугольников и в каждом из них рассчитывается свое интерполяционное уравнение (10.6).

Таблица 10.2

Данные по скважинам			
Номер скважин ы,	Координаты		Абсолютная отметка пласта z , м
	x	y	
1	355	142	125,6
2	210	163	148,3
3	224	281	105,2

Пример 10.1

Можно распространить линейную интерполяцию и на трехмерное пространство, которое разделяется на совокупность тетраэдров. Каждый тетраэдр образован четырьмя пунктами измерений, не лежащими на одной плоскости. Внутри тетраэдра интерполяция осуществляется с помощью уравнения (гиперплоскости):

$$\varphi = ax + by + cz + d,$$

которое опирается на вершины тетраэдра и рассчитывается аналогично приведенному в примере 10.1.

Следует отметить, что линейная интерполяционная модель, как и другие детерминированные модели, не позволяет оценить погрешность интерполяции без привлечения дополнительных данных. Чтобы решить

эту задачу, надо выполнить дополнительные измерения пространственной переменной внутри интервалов интерполяции и сравнить интерполированные и измеренные данные. Статистическая обработка таких материалов позволяет выявить, как погрешность интерполяции зависит от расстояния между пунктами наблюдений.

❖ **Полиномиальная модель**

В основе модели лежит предположение о том, что поведение пространственной переменной нелинейное и может быть описано полиномиальной функцией, значения которой совпадают с фактическими данными в пунктах измерений. Полиномиальная функция может быть одно-, двух- и трехмерной. Простейшая одномерная полиномиальная функция имеет вид:

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k. \quad (10.7)$$

Порядок полинома k на единицу меньше числа измерений n .

Полиномиальная модель редко применяется на практике, так как по мере увеличения числа измерений степень полинома растет, а при высоких степенях полинома интерполированные значения вычисляются с большой погрешностью и испытывают столь сильные изменения, что часто переходят границы реальности.

❖ **Модель обратных расстояний**

В основу модели положена идея о том, что влияние измерений убывает обратно пропорционально квадрату расстояния r от пункта измерения (как в законе всемирного тяготения или в электрическом поле заряженных частиц), поэтому модель часто называют потенциальной. Интерполированное значение φ в каждой точке находят как средневзвешенное из измеренных значений в соседних пунктах n :

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_i}{r^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{r^2}. \quad (10.8)$$

Если расстояние r равно нулю, то в данном пункте принимается измеренное фактическое значение. Для прогнозирования берут три-пять ближайших пунктов измерений или ограничиваются каким-то произвольным радиусом R . В расчет принимают все пункты измерений в пределах этого радиуса. За пределами радиуса влияние измеренных значений не учитывается.

Пример 10.3

❖ Сплайн-модель

Сплайн - это кусочно-непрерывная гладкая функция, состоящая из множества полиномиальных функций третьего порядка, плавно переходящих друг в друга. Сплайн позволяет построить плавный график пространственной переменной, хорошо согласующийся с геологическими представлениями, и поэтому весьма популярен. Его можно уподобить гибкой упругой линейке, опирающейся на ординаты фактических значений пространственной переменной. Концы линейки могут быть свободными или закрепленными с заданным углом наклона. Сплайн бывает одно-, двух- и трехмерным.

Рассмотрим методику расчета одномерного сплайна. Пусть имеется n пунктов измерений с координатами x_1, x_2, \dots, x_n . В каждом пункте измерено значение пространственной переменной $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$. Между пунктами измерений имеется $n - 1$ отрезок. Каждый отрезок представлен полиномом третьего порядка:

$$\varphi = a + bx + cx^2 + dx^3. \quad (10.9)$$

В каждом полиноме четыре неизвестных коэффициента a, b, c, d . Следовательно, всего имеем $4(n-1)$ неизвестный коэффициент. Их нужно подобрать такими, чтобы выполнялись следующие условия:

- в пунктах x_1, x_2, \dots, x_n значения полиномов должны совпадать с измеренными значениями $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$;
- в пунктах стыковки соседних полиномов x_2, x_3, \dots, x_{n-1} не должно быть изломов, т.е. наклоны линий должны быть одинаковыми, что сводится к равенству первых производных от полиномов (10.9);
- в тех же пунктах стыковки не должно быть скачка кривизны, что соответствует равенству вторых производных от полиномов (10.9);
- в начальном и конечном пунктах должны быть заданы граничные условия.

Нахождение коэффициентов a, b, c, d сводится к решению системы $4(n-1)$ уравнения первой степени, которые получаются следующим образом.

Каждое значение полинома должно совпадать с левым измеренным значением каждого отрезка пространственной переменной, что дает $n - 1$ уравнение:

$$\begin{cases} a_1 + b_1x_1 + c_1x_1^2 + d_1x_1^3 = \varphi_1 \\ \dots \\ a_{n-1} + b_{n-1}x_{n-1} + c_{n-1}x_{n-1}^2 + d_{n-1}x_{n-1}^3 = \varphi_{n-1} \end{cases}$$

Каждое значение полинома должно совпадать с правым измеренным значением каждого отрезка пространственной переменной, что дает еще $n - 1$ уравнение:

$$\begin{cases} a_1 + b_1x_2 + c_1x_2^2 + d_1x_2^3 = \varphi_2 \\ \dots \\ a_{n-1} + b_{n-1}x_n + c_{n-1}x_n^2 + d_{n-1}x_n^3 = \varphi_n \end{cases}$$

В $n - 2$ пунктах стыковки должны быть равны первые производные соседних полиномов ($\varphi' = b + 2cx + 3dx^2$) равенство касательных:

$$\begin{cases} b_1 + 2c_1x_2 + 3d_1x_2^2 = b_2 + 2c_2x_2 + 3d_2x_2^2 \\ \dots\dots\dots \\ b_{n-2} + 2c_{n-2}x_{n-1} + 3d_{n-2}x_{n-1}^2 = b_{n-1} + 2c_{n-1}x_{n-1} + 3d_{n-1}x_{n-1}^2 \end{cases}.$$

В тех же $n - 2$ пунктах стыковки должны быть равны вторые производные соседних полиномов ($\varphi'' = 2cx + 6dx$) - равенство кривизны:

$$\begin{cases} 2c_1 + 6d_1x_2 = 2c_2 + 6d_2x_2 \\ \dots\dots\dots \\ 2c_{n-2} + 6d_{n-2}x_{n-1} = 2c_{n-1} + 6d_{n-1}x_{n-1} \end{cases}.$$

Нужны еще два уравнения, учитывающие граничные условия в конечных пунктах x_1 и x_n . Чаще других применяется условие, что в конечных пунктах кривизна нулевая (концы упругой линейки не закреплены), т.е. вторые производные должны быть нулевыми:

$$\begin{cases} 2c_1 + 6d_1x_1 = 0 \\ 2c_{n-1} + 6d_{n-1}x_n = 0 \end{cases}.$$

Могут быть заданы и другие условия, например наклон касательной (т.е. первой производной) в крайних пунктах.

В результате получится необходимое число уравнений $4(n - 1)$. Решение системы уравнений дает все необходимые коэффициенты полиномов, что позволяет рассчитывать (прогнозировать) значения пространственной переменной между пунктами измерений.

При большом числе пунктов измерений получается довольно громоздкая система уравнений первой степени, и, хотя ее решение на компьютере не составляет труда, объем вычислений довольно значителен.

Чтобы избежать большого объема вычислений, рекомендуется применять *скользящий сплайн*. Для скользящего сплайна берут четыре или шесть смежных пунктов измерений, по ним рассчитывают уравнения сплайна, а для построения и прогнозирования выбирают один полином, занимающий среднее положение. Потом осуществляется перемещение на один пункт измерения (скольжение) и расчет повторяется. Эти операции доводят до конечного пункта измерений. Исключение делается для

первого отрезка, для которого используют первое уравнение, и для последнего отрезка, для которого используют последнее уравнение.

Более сложным является расчет двухмерного сплайна. В литературе не удалось найти полное решение двухмерного сплайна для произвольно расположенных пунктов измерений. Имеющиеся публикации рассчитаны только на прямоугольную сеть, причем вычисляются сплайны в двух перпендикулярных направлениях, а в промежутках между ними используется интерполяция.

Теоретически можно построить и трехмерный сплайн, но на практике его, по-видимому, не применяют.

10.2. Вероятностные модели. Применение ГИС

❖ Модель на основе случайной функции

Основой случайной функции служит предположение, что измеренные значения являются случайными функциями координат и содержат две составляющие: математическое ожидание $m(x)$ (закономерная изменчивость, или тренд) и случайные колебания $\delta(x)$ относительно тренда [см. формулу (10.2)].

Если математическое ожидание - величина постоянная, то случайная функция называется *стационарной*, в противном случае - *нестационарной*. Математическое ожидание позволяет прогнозировать значения пространственной переменной между пунктами измерений, тогда как случайные колебания служат для оценки погрешности прогнозирования.

Стационарная случайная функция может обладать еще одним свойством. Если на любом ее отрезке характеристики одинаковые, то функция *эргодичная*, что редко используется в геологической практике.

Измеренные значения в отдельных точках называются *реализациями* случайной функции. Случайную функцию можно изобразить на графике, на котором точки пунктов измерений имеют случайные отклонения δ от плавной линии математического ожидания $m(x)$ (рис.10.2.1). Отклонения бывают положительные, отрицательные и нулевые.

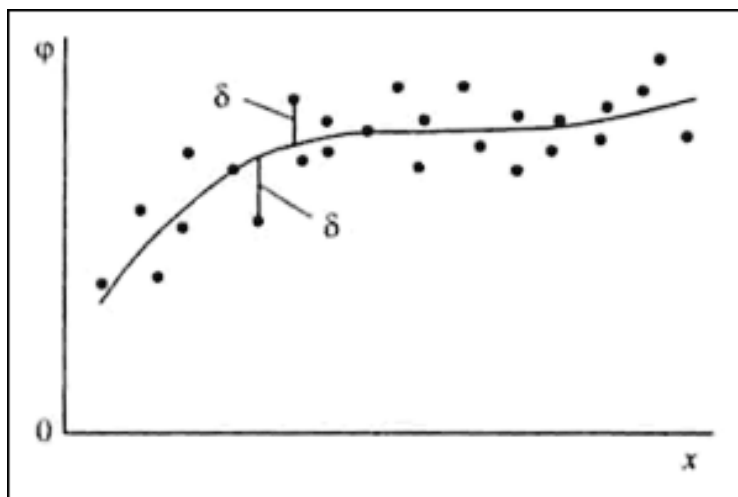


Рис. 10.2.1 График случайной функции

Случайная функция имеет три главные характеристики: математическое ожидание, дисперсию случайных колебаний и автокорреляционную функцию.

Математическое ожидание может рассматриваться как тренд, заданный на основе теоретических соображений (зависимость плотности от состава руды, кривая радиоактивного распада) или эмпирическим способом, чаще всего в виде полинома. Эмпирический полином является приближенной оценкой математического ожидания. Вычисление тренда осуществляется по методу наименьших квадратов (см. подраздел «Нелинейная регрессия. Метод наименьших квадратов»), а наилучший порядок полинома находят согласно подразделу «Отбор информативных свойств в уравнении множественной линейной регрессии». Возможен еще один метод оценки математического ожидания путем сглаживания исходных данных способом скользящего окна.

Математическое ожидание стационарной случайной функции, как отмечалось, величина постоянная и равная среднеарифметическому из всех измеренных значений. Если из нестационарной случайной функции вычесть математическое ожидание, то, согласно формуле (10.2), она превратится в стационарную с нулевым математическим ожиданием. Во многих случаях математическое ожидание (закономерная изменчивость, или тренд) слабо проявлено, тогда им пренебрегают, полагая случайную функцию стационарной.

Дисперсия случайной функции равна дисперсии отклонений $\delta(x)$:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta^2(x_i). \quad (10.10)$$

Если из дисперсии извлечь квадратный корень, то можно получить среднеквадратичное отклонение σ_δ .

Автоковариационная функция:

$$K(h) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [\delta(x_i + h)\delta(x_i)], \quad (10.11)$$

где m - количество слагаемых под знаком суммы; h - шаг измерений. Особый интерес представляет автокорреляционная функция:

$$r(h) = K(h)/D. \quad (10.12)$$

Она является аналогом коэффициента корреляции случайных величин, колеблется в пределах от -1 до +1 и характеризует зависимость между отклонениями δ на расстоянии h .

Автокорреляционная функция зависит от шага h . При нулевом шаге она равна единице, при увеличении шага убывает, приближаясь к нулю. В идеальном виде функция показана на рис 10.2.2. Шаг, при котором автокорреляционная функция неотличима от нуля, называется *радиусом автокорреляции* R . Он является важной величиной, характеризующей радиус влияния отдельного измерения.

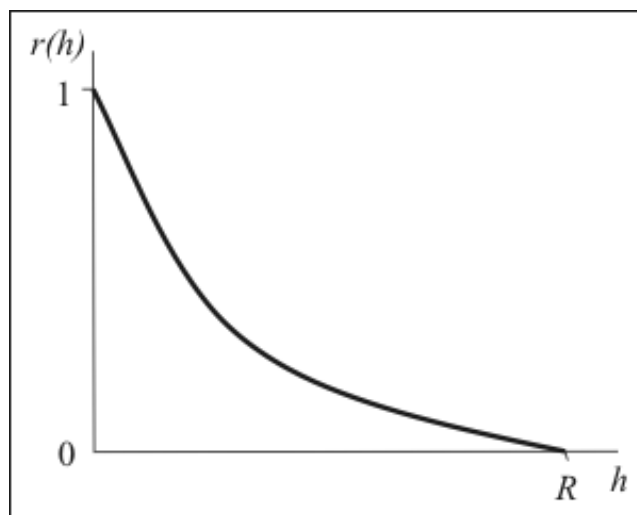


Рис. 10.2.2 Идеальная форма автокорреляционной функции

Следует отметить, что шаг и радиус автокорреляции являются векторными величинами. В изотропной среде радиус влияния одинаков по всем направлениям. В анизотропной среде, а геологические объекты - большей частью анизотропные тела, радиус автокорреляции зависит от направления. Чем сильнее проявлена изменчивость в каком-либо направлении, тем меньше радиус автокорреляции.

Идеальная форма автокорреляционной функции искажается по нескольким причинам. На ее форму сильнее всего влияет периодическая изменчивость, придавая кривой волнистый характер. Если используется модель стационарной случайной функции, заметно сказывается монотонный тренд. В практических расчетах значения автокорреляционной функции находят по дискретным данным, а ее график имеет вид ломаной линии, состоящей из отдельных отрезков. В этих условиях в качестве радиуса автокорреляции принимается первое пересечение линии автокорреляции с осью абсцисс.

Изучение нестационарной случайной функции начинается с выделения математического ожидания. Обычно с помощью заданной функции (тренда) или путем сглаживания исходных данных с использованием скользящего окна удастся выявить только оценку

математического ожидания. Чаще всего задается аппроксимирующий полином, коэффициенты и порядок которого определяются так, как было показано в подразделах «Нелинейная регрессия. Метод наименьших квадратов» и «Выбор порядка полинома при аппроксимации нелинейной зависимости». После вычитания из исходных данных тренда получается остаток, т.е. случайные отклонения, у которых определяют дисперсию отклонений. Важно отметить, что в отличие от предыдущего расчета для вычисления тренда не обязательна равномерная сеть наблюдений, но чтобы построить график исходных измерений, значения координаты x должны быть расположены в порядке возрастания.

Еще один способ приближенной оценки математического ожидания основан на методе сглаживания исходных данных с помощью скользящего окна. Его часто называют сглаживающим фильтром и используют для выделения полезного сигнала на фоне случайных помех. По существу сглаженные данные характеризуют не математическое ожидание, а тенденцию изменения пространственной переменной. Сглаживание - простая операция, не требующая больших вычислений. Существует много способов сглаживания. Наиболее часто сглаживание осуществляется скользящим окном, содержащим три соседних наблюдения. По этим трем наблюдениям находят среднеарифметическое значение, которое сопоставляют с серединой окна. Потом окно передвигают на одно наблюдение, расчет повторяют и так поступают до конца ряда измерений.

Могут быть использованы окна с различным нечетным числом измерений. Роль измерений в окне также может быть различной: центральным значениям чаще придают больший вес. В случае значительного разброса исходных данных хороший результат дает медианное сглаживание, когда в окне в качестве среднего значения используют медиану.

❖ Гармонический анализ

Как упоминалось выше, в составе закономерной изменчивости часто присутствует периодическая составляющая. Ее можно выделить и вычистить из исходных данных с помощью гармонического или периодограммного анализа. Гармонический анализ позволяет ряд исходных данных представить как сумму синусоид. Но здесь, в отличие от классического гармонического анализа, необходимо выделить наиболее существенные синусоиды, которые вносят основной вклад в изменчивость пространственной переменной.

Периодические явления широко распространены в природе, они находят свое выражение в ритмичном напластовании горных пород, в развитии систем упорядоченных трещин, в формировании рудных столбов. Чтобы выявить и охарактеризовать периодичность, необходимо применить специальные математические приемы.

Предлагаемая методика характеризуется тем, что в ряду наблюдений последовательно находят синусоиды в порядке убывания их значимости и вычитают из исходных данных. Можно извлечь несколько (иногда одну) важнейших синусоид и этим ограничиться. Но можно извлекать синусоиды до тех пор, пока дисперсия отклонений суммы синусоид от исходных данных с учетом использованных степеней свободы не будет минимальной.

Каждая синусоида имеет три характеристики: *амплитуду* A , *длину волны* L (или обратную ей величину - *частоту*) и *начальную фазу* ψ , поэтому каждая синусоида использует три степени свободы. Кроме того, часто находят дисперсию синусоиды, которая пропорциональна квадрату амплитуды. Ряд значений пространственной переменной $f(x)$ представляют в виде суммы N гармоник (синусоид) $\omega_k(x)$:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^N \omega_k(x), \quad (10.13)$$

где $a_0/2$ - свободный член, равный среднеарифметическому значению пространственной переменной.

В качестве первой длины волны L чаще всего принимается длина ряда наблюдений. Каждая гармоника $\omega_k(x)$ выражается формулой:

$$\omega_k(x) = a_k \cos(2\pi k \frac{x}{L}) + b_k \sin(2\pi k \frac{x}{L}) \quad (10.14)$$

или в другой форме записи:

$$\omega_k(x) = A_k \sin(2\pi k \frac{x}{L} + \psi_k). \quad (10.15)$$

Здесь a_k, b_k - коэффициенты; k - номер гармоники (синусоиды); L/k - длина волны; A_k - амплитуда; ψ_k - начальная фаза гармоники; $k=1, 2, \dots, N$.

Амплитуда и начальная фаза связаны с коэффициентами a_k, b_k соотношениями:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \psi_k = \arctg(a_k / b_k). \quad (10.16)$$

Количество гармоник N может быть большим, но на практике принимается конечным. Количество гармоник не должно превышать $n/2$ (где n - количество измерений), но наиболее правильно ограничивать их количество по минимальной дисперсии отклонений с учетом степеней свободы, как в подразделе «Выбор порядка полинома при аппроксимации нелинейной зависимости» или «Отбор информативных свойств в уравнении множественной линейной регрессии». Каждая синусоида использует три степени свободы, поэтому k синусоид поглощают $3k$ степеней свободы. Впрочем, для геологических целей обычно выбирают одну или две важнейшие синусоиды, пренебрегая остальными. За счет ограничения количества синусоид их сумма в формуле (10.13) приближенно равна пространственной переменной $f(x)$.

Объединение формул (10.13) и (10.14) дает ряд Фурье (гармонический ряд):

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^N \left[a_k \cos(2\pi k \frac{x}{L}) + b_k \sin(2\pi k \frac{x}{L}) \right]. \quad (10.17)$$

Коэффициенты a_k , b_k находят по формулам:

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^N f(x_i) \cos(2\pi k \frac{x_i}{L}), \quad (10.18)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^N f(x_i) \sin(2\pi k \frac{x_i}{L}). \quad (10.19)$$

Когда коэффициенты a_k , b_k определены, вычисляют амплитуды гармоник по формуле (5.16). Совокупность всех гармоник образует спектр амплитуд. Чем больше амплитуда, тем большую роль играет соответствующая гармоника. Для количественной оценки роли гармоник используют их дисперсии D_k , совокупность которых составляет спектр дисперсий. Сумма дисперсий всех гармоник равна дисперсии пространственной переменной, что позволяет оценить роль каждой гармоники в абсолютных или относительных единицах. Вычисление дисперсии любой гармоники лучше всего осуществлять путем сравнения остаточных дисперсий до вычитания и после вычитания гармоники из значений пространственной переменной. Уменьшение остаточной дисперсии характеризует дисперсию D_k , поглощенную данной гармоникой.

❖ Периодограммный анализ

Периодическая изменчивость не обязательно должна быть синусоидальной, она может иметь любую форму. Можно выявить периодическую изменчивость любой формы путем последовательного перебора длин волн, кратных шагу наблюдений. Такая методика, по-видимому, не описана в литературе. Предлагается назвать ее периодограммным анализом.

Если имеется ряд значений пространственной переменной $f(x)$, измеренных с шагом h , имеющих дисперсию D , то, задавая длину волны, можно выявить периодическую изменчивость $\omega(x)$ при данной длине волны и вычесть ее из исходных данных, что дает отклонение $\delta(x) = f(x) - \omega(x)$. Разность дисперсии исходных данных и дисперсии отклонений дает дисперсию, поглощенную периодической изменчивостью. Чем больше поглощенная дисперсия, тем сильнее проявлена периодическая изменчивость. Задавая различную длину волны, можно найти наибольшую дисперсию, что и лежит в основе периодограммного анализа.

Отыскание наилучшей длины волны начинается с наименьшей длины волны $L=h$. Затем длина волны последовательно увеличивается до достижения половины ряда наблюдений $N=n/2$.

10.3. Основы геостатистики. Применение ГИС

❖ Вариограмма и ее аппроксимации

В основе геостатистической группы математических моделей лежит гипотеза о том, что случайный результат измерений обусловлен случайным расположением сети наблюдений. При перемещении сети наблюдений результаты измерений будут другие, но сохраняется одна характеристика - средний квадрат разности между результатами измерений на расстоянии h . Это возможно при эргодичном характере пространственной переменной. На основе гипотезы введена *вариограмма* $\gamma(h)$ - главная характеристика в геостатистике. Она равна полусумме среднего квадрата разности между результатами измерений при шаге h и выражается формулой (10.4).

Следует отметить, что вариограмма тесно связана со случайными функциями. Сумма вариограммы и ковариации (автокорреляционной функции) равна дисперсии исходных данных:

$$\gamma(h) + K(h) = D. \quad (10.25)$$

График вариограммы зависит от характера дискретности пространственной переменной. Для непрерывных пространственных переменных (например, мощности пласта) вариограмма начинается с нулевой отметки и возрастает до дисперсии исходных данных (рис.10.3.1).

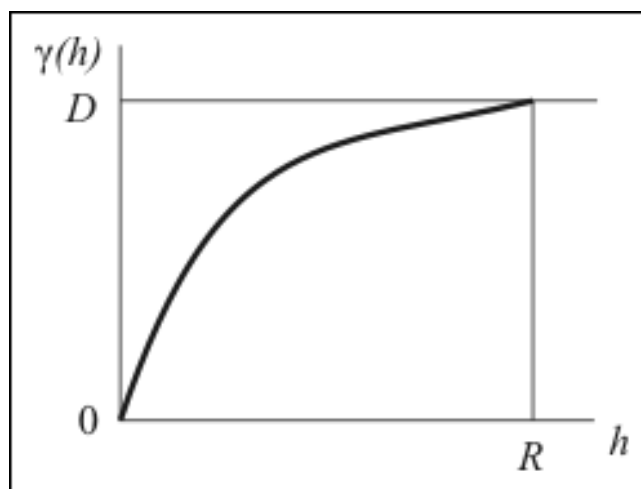


Рис. 10.3.1 Теоретический вид вариограммы

Для дискретных пространственных переменных вариограмма начинается с некоторой величины C (рис.10.3.2), называемой *эффектом самородков*, потому что он был вначале установлен на месторождениях золота.

Вариограмма имеет радиус влияния R , который идентичен радиусу автокорреляции в случайной функции. За пределами радиуса влияния вариограмма постоянная и равна дисперсии D , т.е. ее влияние отсутствует. Как упоминалось, радиус R является векторной величиной. В изотропных геологических телах по всем направлениям радиус влияния описывает окружность, за пределами которой влияние вариограммы отсутствует. В

анизотропных геологических телах значения радиуса R по разным направлениям столь различны, что напоминают восьмерку.

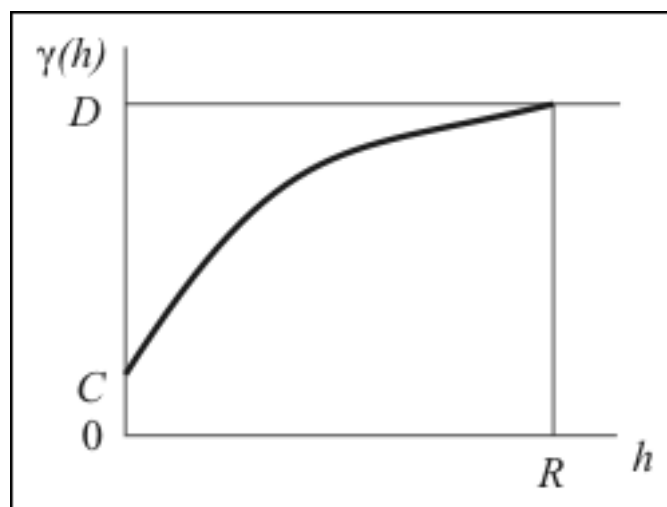


Рис. 10.3.2 Теоретический вид вариограммы с эффектом самородков

В пункте с координатой R вариограмма может иметь горизонтальную касательную и плавно переходить в линию дисперсии.

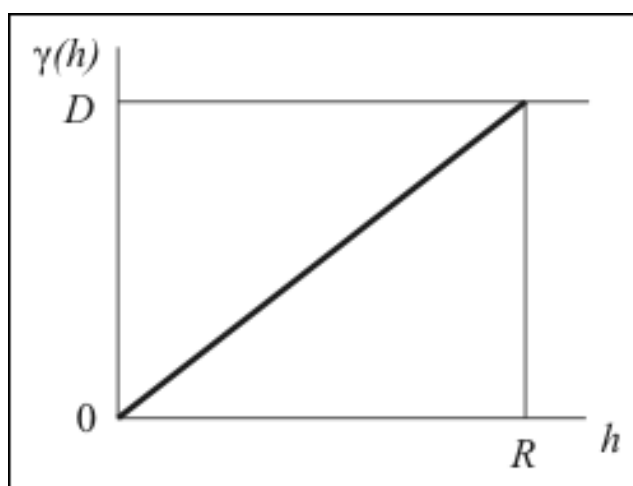


Рис. 10.3.3 Эмпирическая вариограмма

Эмпирическая вариограмма, получаемая на основе дискретных измерений, строится по отдельным точкам и имеет вид ломаной линии (рис.10.3.3). Чтобы использовать ее для дальнейших вычислений,

необходимо выполнить аппроксимацию вариограммы какой-либо теоретической кривой. Вид аппроксимирующей функции определяет вид геостатистической модели. Существует много видов аппроксимирующих функций. Наибольшее распространение получили четыре функции и, соответственно, четыре геостатистические модели.

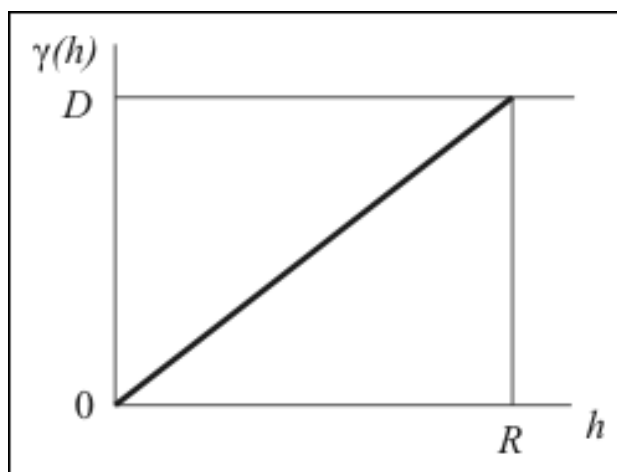


Рис. 10.3.4 Линейная модель вариограммы

Первая модель линейная. В ней вариограмма аппроксимируется прямой линией (рис.10.3.4), что нередко близко к действительности. Во второй модели вариограмма аппроксимируется кубическим полиномом, который не имеет общей касательной с линией дисперсии (рис.10.3.5). Эта модель лучше всего соответствует действительности. Третья модель (сферическая) также аппроксимируется кубическим полиномом, но он имеет горизонтальную касательную при соприкосновении с линией дисперсии (см. рис.10.3.1 или рис.10.3.2). Четвертая модель (модель Де-Вийса) характеризуется тем, что шаг вариограммы откладывается в логарифмическом масштабе, а сама вариограмма представляется в виде прямой линии (рис.10.3.6).

Выбор варианта аппроксимации носит произвольный характер. Наилучшим вариантом можно считать тот, который дает наименьшую дисперсию отклонений эмпирических значений от теоретических.

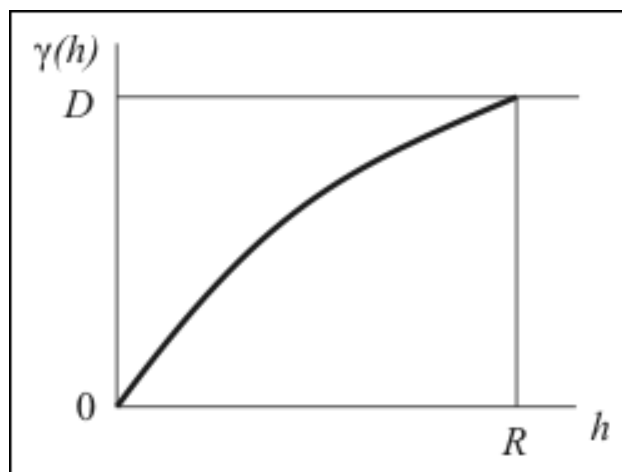


Рис. 10.3.5 Полиномиальная модель вариограммы

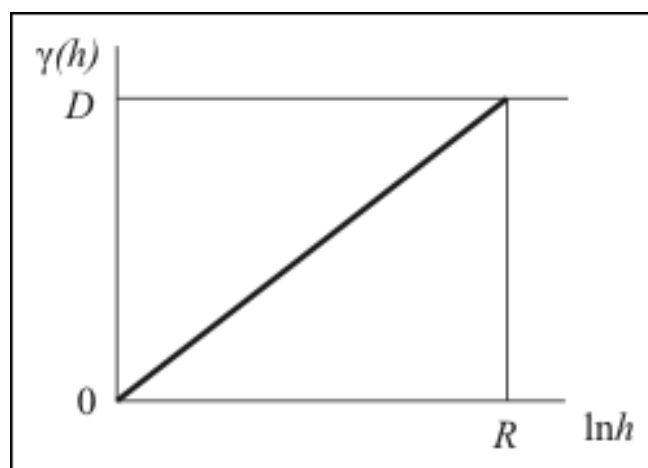


Рис. 10.3.6 Модель Де-Вийса

На вид вариограммы отрицательно влияет периодическая изменчивость свойств пространственной переменной. Вариограмма колеблется около линии дисперсии, создавая так называемый эффект включений. При сильно выраженной периодической изменчивости радиус влияния определяется неточно.

Пример 10.4

❖ Влияние на вариограмму геометрической базы измерений

Многие характеристики пространственной переменной зависят от геометрической базы измерений, т.е. от формы, размеров, а в анизотропных телах и от ориентировки области измерений. К таким характеристикам, в первую очередь, относятся дисперсия и вариограмма.

Если область, в которой производится измерение, настолько мала, что ее размерами можно пренебречь, то измерение рассматривается как точечное. Характеристики, полученные из таких измерений, рассматриваются как измерения на точечной геометрической базе.

Пусть в геологическом поле имеется множество точек, в каждой из которых пространственная переменная имеет значение $f(x)$. Если геологическое поле разделить на области объемом v и в каждом из них найти среднее из N точечных значений, то получим новую пространственную переменную $f_v(x)$:

$$f_v(x) = \frac{1}{p_0} \sum_{m=1}^N h(m) f(x+m) \text{ при } p_0 = \sum_{m=1}^N p(m). \quad (10.26)$$

где $p(m)$ - весовая функция, зависящая от взаимного расположения точек в объеме v .

При увеличении размеров геометрической базы происходит усреднение значений пространственной переменной, соответственно, будут меняться некоторые статистические характеристики. При переходе к бесконечному множеству точек в объеме v выражение (10.26) преобразуется в интегральную форму:

$$f_v(x) = \frac{1}{p_0} \int_v p(m) f(x+m) dm \text{ при } p_0 = \int_v p(m) dm. \quad (10.27)$$

Нахождение средних значений $f_v(x)$ по точечным значениям $f(x)$ называется *регуляризацией* (сглаживанием) пространственной переменной в объеме v . Меняя объем v , будем получать различные регуляризованные

пространственные переменные, соответственно, будут меняться и их характеристики.

Изменение дисперсии по мере увеличения объема v описывается формулой:

$$D_v = D - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma(i-j), \quad (10.28)$$

где D - дисперсия пространственной переменной на точечной базе; N - число точек в объеме v .

Вычитаемое в формуле (10.28) представляет собою среднее значение вариограммы, получаемое при всех возможных положениях точек i и j в объеме v . При переходе к бесконечному множеству точек формула (10.28) приобретает интегральный вид:

$$D_v = D - \frac{1}{v^2} \int_v dx \int_v \gamma(x-y) dy. \quad (10.29)$$

Из формул (10.28) и (10.29) следует, что по мере увеличения объема v дисперсия пространственной переменной уменьшается. Подобные формулы существуют и для вариограммы:

$$\gamma_v(h) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma(i-j+h) - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma(i-j) \quad (10.30)$$

или в интегральной форме

$$\gamma_v(h) = \frac{1}{v^2} \int_v dx \int_v \gamma(x-y+h) dy - \frac{1}{v^2} \int_v dx \int_v \gamma(x-y) dy. \quad (10.31)$$

Первое слагаемое в этих формулах характеризует среднюю ковариограмму, которая получается как средняя из вариограмм между всеми точками в объеме v , а вычитаемое - в таком же объеме, смещенном на расстояние h .

Формулы (10.28)-(10.31) выведены в предположении, что объем v мал по сравнению с объемом изучаемого геологического объекта, иначе сказывается граничный эффект, который можно учесть введением специальной весовой функции - геометрической ковариограммы $p(h)$:

$$p(h) = \frac{1}{V^2} \int_V k(x)k(x+h)dx, \quad (10.32)$$

где $k(x) = 1$, когда точка x находится внутри геологического объекта, $k(x) = 0$, когда точка x находится за его пределами.

Геометрический смысл ковариограммы заключается в степени перекрытия двух объемов, смещенных относительно друг друга на расстояние h . С учетом функции $p(h)$ формулы (10.29) и (10.31) приобретают следующий вид:

$$D_v = D - \int_V p(x)\gamma(x)dx, \quad (10.33)$$

$$\gamma_v(h) = \int_V p(x)\gamma(x+h)dx - \int_V p(x)\gamma(x)dx. \quad (10.34)$$

Если вариограмма аппроксимирована каким-либо алгебраическим выражением, т.е. задан вид математической модели, то интегралы во многих случаях могут быть вычислены и заменены соответствующими алгебраическими выражениями.

Пример 10.4

❖ **Понятие о кригинге**

На основе геостатистических моделей создан новый метод интерполяции результатов между пунктами измерений, который получил название *кригинг* (*крайгинг*) в честь автора метода Д.П.Крига. Кригинг дает минимальную сумму квадратов отклонений прогнозных значений от фактических значений пространственной переменной. Существует несколько видов кригинга. Вначале рассмотрим простейший - *точечный кригинг*.

Пусть имеется область v , в которой произведены измерения пространственной переменной по дискретной сети (рис.10.3.7). Каждое

измерение считаем точечным, т.е. пренебрегаем геометрической базой измерений.

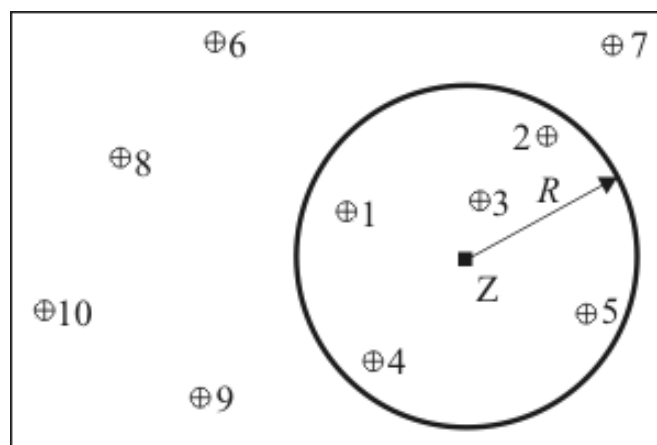


Рис. 10.3.7 Схема точечного кригинга

Необходимо рассчитать прогнозное значение пространственной переменной в точке Z . Предположим, что геологический объект изотропный, тогда вокруг точки Z можно провести окружность с радиусом влияния R . Все измерения внутри окружности влияют на значение пространственной переменной в точке Z . За пределами окружности результаты измерений в прогнозировании не участвуют.

Прогнозное значение находится в результате выполнения ряда последовательных операций:

1. Рассчитывается эмпирическая вариограмма, как на рис.10.3.3.
2. Осуществляется аппроксимация эмпирической вариограммы теоретической вариограммой (см. рис.10.3.4-10.3.6), т.е. выбирается геостатистическая модель.
3. В области с радиусом R рассчитываются все расстояния между пунктами измерений, а также между пунктами измерений и пунктом прогноза.
4. Составляется симметричная система уравнений кригинга следующего вида:

$$\begin{vmatrix} D & D-\gamma_{12} & D-\gamma_{13} & \dots & D-\gamma_{1m} & D-\gamma_{1z} \\ D-\gamma_{21} & D & D-\gamma_{31} & \dots & D-\gamma_{2m} & D-\gamma_{2z} \\ D-\gamma_{31} & D-\gamma_{32} & D & \dots & D-\gamma_{3m} & D-\gamma_{3z} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ D-\gamma_{m1} & D-\gamma_{m2} & D-\gamma_{m3} & \dots & D & D-\gamma_{mz} \end{vmatrix} \cdot (10.35)$$

Здесь γ_{12} - значение теоретической вариограммы между пунктами 1 и 2 (учитывается расстояние между этими пунктами); m - количество пунктов, участвующих в расчете (в данном случае $m = 5$).

5. Решение системы дает весовые коэффициенты $p_1, p_2, p_3, \dots, p_m$.

6. Сумма весовых коэффициентов должна быть равна единице, для чего все коэффициенты делятся на их сумму.

7. С помощью весовых коэффициентов вычисляется прогнозное значение свойства в пункте Z :

$$Z = \sum_{i=1}^m p_i z_i, (10.36)$$

где z_i - значения свойства в пунктах с 1-го по m -й.

Если понадобится вычислить прогнозное значение в следующем пункте, то операции 3-6 придется выполнить снова. Если в пределах радиуса влияния не окажется ни одного пункта измерения, то кригинг нельзя применять. Приходится обращаться к другим методам интерполяции данных, чаще всего используется метод обратных расстояний.

Иногда при составлении системы уравнений (10.35) в матрице коэффициентов оказывается много нулей (расстояния между точками больше радиуса автокорреляции). В этом случае система уравнений является несовместимой, т.е. не имеет решения (или имеет много решений). Тогда весовые коэффициенты лучше всего находить путем деления значений $D - \gamma_{1z}, D - \gamma_{2z}, D - \gamma_{3z}, \dots, D - \gamma_{mz}$ на дисперсию D и потом приводить сумму коэффициентов к единице.

У точечного кригинга имеется один недостаток - в окрестностях пунктов измерений касательная к прогнозным значениям ориентирована горизонтально. Чтобы устранить этот недостаток, применяется *универсальный кригинг* - комбинация тренда с кригингом. Вначале вычисляется тренд $f(x)$, потом остаток от тренда и по остатку осуществляется кригинг. Прогнозное значение находится по формуле:

$$Z = f(x) + \sum_{i=1}^m p_i z_i, \quad (10.37)$$

В качестве тренда используется аппроксимирующий полином не выше третьего порядка. Использование тренда частично снимает явление анизотропии, что позволяет применять изотропную схему кригинга.

Точечный кригинг можно распространить на объем v . Во всех точках объема с помощью кригинга рассчитывают прогнозное значение свойства, а потом находят среднее, из всех значений. Если пункты измерений не точечные, а имеют какой-то объем, то при прогнозировании учитывают все точки в этом объеме. Практически все задачи с объемными геометрическими базами решаются путем вычисления определенных интегралов по этим объемам численными методами.

Тема 11. Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов

11.1 Задачи математического моделирования

При разведке месторождений накапливается большое количество информации: геологическая документация разведочных выработок, данные опробования, результаты геофизических, геохимических исследований и др. В дальнейшем информация перерабатывается с целью построения геологических карт, разрезов, погоризонтных планов, проекций рудных тел, подсчета запасов и решения других вопросов. До появления ЭВМ информацию обрабатывали вручную, что приводило к значительным затратам труда и времени. После появления ЭВМ, особенно персональных компьютеров, мощных серверов и сетей, накопление и обработка геологической информации значительно ускорились, но и сейчас еще ряд технологических операций в разведке месторождений осуществляется вручную.

Одно из первых назначений компьютера при разведке месторождений состоит в *накоплении, систематизации, обработке и передаче* геологической информации. Но главное направление при разведке месторождений заключается в *математическом моделировании месторождений*, что позволяет решать вопросы, касающиеся подсчета запасов, определения качества минерального сырья, геолого-экономической оценки месторождений. На базе математического моделирования месторождений можно проектировать горнодобывающие предприятия, планировать и управлять добычей минерального сырья и решать многие другие прикладные задачи.

Существует, по крайней мере, три направления моделирования месторождений: геоинформационное, аналитическое и блочное. Все они имеют между собой много общего.

Геоинформационное моделирование предназначено в основном для моделирования и построения карт любого назначения, в том числе геологических карт земной поверхности и, как частный случай, построения геологических карт месторождений. Существуют специальные пакеты программ для построения карт, такие как ArcInfo, Arcview и др. Пакеты позволяют редактировать и преобразовывать полученную информацию, получать «слои» с различной информацией и совмещать их на одном чертеже.

Аналитическое моделирование предназначено для построения геологических карт и разрезов по данным геологической документации разведочных выработок. Для границ всех горных пород и руд путем ряда преобразований рассчитывают координаты в разведочных выработках. Различные способы интерполяции, рассмотренные в предыдущей главе, позволяют строить геологические границы на планах и в разрезах, т.е. делать графическую модель месторождения (или отдельного рудного тела).

Блочное моделирование основано на разделении пространства, в котором находятся рудные тела, на блоки (ячейки) квадратной (на маломощных рудных телах) или кубической (на мощных рудных телах) формы одинакового размера. Разбиение на блоки осуществляется созданием сети параллельных линий и плоскостей. По данным разведочных выработок путем различных способов интерполяции в каждом блоке рассчитывают параметры оруденения (качество руды, ее свойства, достоверность сведений и другие данные). Задав шкалу значений параметров, можно раскрасить блоки различным цветом и получить цветную модель месторождения в виде множества кубиков. Модель можно поворачивать в пространстве, изучая форму рудного тела и качество руд в трех измерениях. Для работы с подобными моделями месторождений создана серия пакетов прикладных программ: Surpac, Micromine и др. С

помощью пакетов можно рассчитывать запасы минерального сырья, осуществлять геолого-экономическую оценку месторождений и проектировать рудники.

Во всех направлениях моделирования предусмотрены сбор данных, их систематизация и обработка (моделирование геологических объектов), хранение данных и представление итоговой информации в графическом или табличном виде.

Исходная информация чаще всего накапливается в бумажном виде. Ее необходимо перенести на машинные носители вручную или с помощью различных технических средств. Часть информации можно получить сразу на машинных носителях, например, путем сканирования изображений или текста, с цифровых фотоаппаратов, с аэро- и космических фотоаппаратов, в результате геофизических измерений физических полей и др. Как при ручном наборе информации, так и с применением технических средств исходные данные обычно преобразуются в цифровую или символьную форму и хранятся в виде файлов баз данных в Excel, dBASE, Access, Word, MS DOS и др. База состоит из отдельных банков однородных данных.

Каждая модель или пакет преобразует банки данных в удобную для обработки форму с помощью специальных программ - конвертеров.

11.2 Банки исходных данных при разведке месторождений

❖ Банк координат устьев разведочных выработок

Разведка месторождений ведется по дискретной сети наблюдений с помощью разведочных выработок (скважин, горных выработок) при вспомогательной роли геофизических работ. Все разведочные выработки подвергаются геологической документации и опробованию. В рудных

пересечениях и их ближайших окрестностях, как правило, берут пробы для химического, минералогического или технического анализа, чтобы установить границы рудных тел и определить качество полезного ископаемого. Вмещающие породы нередко подвергают геохимическому опробованию, чтобы изучить геохимические ореолы вокруг рудных тел и попутно выявить признаки не вскрытых разведочными выработками новых рудных тел. В разведочных выработках проводятся и другие исследования инженерно-геологического и гидрогеологического характера.

В процессе разведки создают банк координат устьев (начала) разведочных выработок, банк искривлений скважин или маркшейдерских замеров, чтобы определить положение разведочных выработок в недрах земной коры, банк геологической документации разведочных выработок и банк опробования (может быть несколько банков опробования - отдельно рядовые, групповые, минералогические, технические и технологические пробы). Все эти банки данных вначале создают на бумажных носителях, а потом переносят на машинные носители: в компьютер.

Поскольку в большинстве случаев разведка месторождений осуществляется скважинами, приведем образцы банков данных именно по скважинам. Банки данных по горным выработкам принципиально от них не отличаются.

Таблица 11.1

Реестр разведочных скважин					
№ п/п	Номер скважины	Координаты устья, м			Глубина скважины, м
		X	Y	Z	
1	22	1911,2	863,0	290,6	613,0
2	23	1577,6	794,2	279,4	383,7
3	25	1752,3	713,4	282,8	421,4

Банк координат устьев разведочных скважин (и поисковых скважин), который часто называется реестром скважин, рекомендуется оформлять в виде табл.11.1.

Полезно добавить в этот реестр год окончания бурения скважин, что позволяет в дальнейшем получать интересные данные по динамике разведки месторождения и другие полезные сведения.

❖ **Банк искривлений скважин**

Банк искривлений скважин содержит данные о глубинах замеров искривлений, зенитных и азимутальных углах в пунктах замеров (табл.11.2). Этот банк данных позволяет определить положение ствола в пространстве. Замеры искривлений в скважинах проводят через 20-50 м. По опытным данным, среднее отклонение скважин от вертикали на глубине 1000 м составляет около 100 м, а на глубине 1500 м -около 200 м, хотя скважина первоначально задана вертикальной. Пока зенитный угол небольшой (до 1°) гироскопическим методом азимутальный угол измеряется весьма ненадежно. Чтобы точнее определять зенитный угол, часто задают начальный зенитный угол скважины порядка 3-5°.

Таблица 11.2

Замеры искривлений скважин

№ п/п	Номер скважины	Глубина замера, м	Азимутальный угол, град.	Зенитный угол, град.
1	25	0	216	0,00
2	25	50	79	0,50
3	25	100	86	1,25
4	25	150	95	1,50
5	25	200	120	2,50
6	25	250	128	3,50

❖ **Банк геологической документации**

Банк геологической документации включает номера скважин, интервалы документации и индексацию типов горных пород и руд

(табл.11.3). Индексация позволяет сокращать и формализовать геологическую документацию и облегчает обработку данных.

Таблица 11.3

Банк данных геологической документации

№ п/п	Номер скважины	Интервал, м			Индекс	Примечание
		От	До	Длина		
1	25	0,0	5,6	5,6	пг	Песчано-глинистые
2	25	5,6	14,2	8,6	изв	Известняк серый массивный
3	25	14,2	19,5	5,3	ск	Скарн пироксен-гранатовый
4	25	19,5	32,9	13,4	руда	Магнетитовая руда
5	25	32,9	37,6	4,7	ск	Скарн пироксен-гранатовый
6	25	37,6	37,9	0,3	рн	Разрывное нарушение
7	25	37,6	45,0	11,4	изв	Известняк белый массивный
8	25	45,0	50,1	5,1	гр	Гранит серый

Графа «Примечание» для расчетов не нужна, она поясняет индекс и в некоторых случаях может помочь идентифицировать горные породы в геологическом разрезе, когда увязка горных пород и руд неоднозначная.

❖ **Банк опробования**

Последний банк исходных данных содержит результаты опробования (табл.11.4) или результаты измерения качества полезного ископаемого.

Таблица 11.4

Банк опробования рядовых проб

№ п/п	Номер скважины	Интервал, м			Индекс	Состав руды, %		
		От	До	Длина		Cu	Zn	S
1	26	19,5	22,0	2,5	Ц	0,36	3,48	36,55
2	26	22,0	23,8	1,8	МЦ	1,34	2,16	38,43
3	26	23,8	26,0	2,2	МЦ	1,45	3,11	35,17
4	26	26,0	29,3	3,3	М	2,14	0,88	28,66
5	26	29,3	32,9	4,5	М	2,09	0,65	19,78
6	27	36,1	39,3	3,2	Ц	0,45	5,16	35,87
7	27	39,3	42,2	2,9	МЦ	1,54	4,14	40,21
8	27	42,4	44,6	2,4	МЦ	2,08	3,33	37,32

Таблицы 11.3 и 11.4 иногда дополняют графой «Выход керна», используемой для оценки достоверности геологических границ. Банков

опробования может быть несколько (рядовые, групповые, минералогические и другие пробы). В банки опробования часто добавляют еще одну графу - плотность руды, необходимую для расчета средних содержаний в пределах интервалов однотипных руд. Добавление этой величины имеет смысл в тех случаях, когда плотность зависит от состава руды.

При составлении банков геологической документации и опробования большую роль играет однозначная формализованная запись индексов, что важно при увязке горных пород и руд в геологических разрезах и на карте. Увязка часто бывает неоднозначной и, как правило, делается в интерактивном режиме.

11.3 Вторичные (расчетные) банки данных

❖ Банк координат пунктов измерения искривлений

Имея банк координат устьев скважин (см. табл.11.1) и замеры искривлений в скважинах (см. табл.11.2), можно рассчитать координаты всех пунктов, где произведены измерения искривлений. Расчет ведется от устья скважины. Существует несколько вариантов расчета. Берется первый отрезок, длина его (расстояние между соседними замерами d) известна, имеются также замеры зенитных (γ) и азимутальных (α) углов на концах отрезка. Вначале находят вертикальную dz и горизонтальную dxy проекции отрезка:

$$dz = d \cos[(\gamma_1 + \gamma_2)/2]; \quad dxy = d \sin[(\gamma_1 + \gamma_2)/2], \quad (11.1)$$

где $(\gamma_1 + \gamma_2)/2$ - полусумма зенитных углов на концах отрезка.

Далее по полусумме азимутов на концах отрезка вычисляют горизонтальные проекции:

$$dx = dxy \sin[(\alpha_1 + \alpha_2)/2]; \quad dy = dxy \cos[(\alpha_1 + \alpha_2)/2]. \quad (11.2)$$

Проекции отрезков суммируют с координатами устья скважин, получают координаты конца отрезка, т.е. координаты пункта искривления.

Подобные операции повторяют для каждого отрезка, в результате определяют координаты всех пунктов измерений искривлений последовательно, начиная с устья скважин:

$$X_{i+1} = X_i + dx; \quad Y_{i+1} = Y_i + dy; \quad Z_{i+1} = Z_i - dz. \quad (11.3)$$

Обращает на себя внимание, что приращение dz берется со знаком минус, так как отсчет координаты Z ведется снизу вверх от уровня Мирового океана (в России от Крондштадского футштока). В некоторых странах (например, в Канаде) отсчет координаты Z осуществляется в обратном порядке - сверху вниз (например, в пакете Micromine). Некоторая сложность в расчетах возникает, если азимуты на концах отрезка переходят через 360° , что можно учесть введением отрицательного азимута, если он меньше 360° . Если замеры искривлений не доведены до забоя скважины, то оставшаяся часть скважины принимается прямолинейной с последними измеренными зенитным и азимутальным углами.

Таблица 11.5

Координаты пунктов искривлений

№ п/п	Номер скважины	Глубина, м	Координаты, м		
			X	Y	Z
1	25	0,0	1543,7	894,2	245,1
2	25	50,0	1544,3	895,1	195,2
3	25	100,0	1545,6	896,4	145,4
4	25	150,0	1547,2	898,2	96,5
5	25	200,0	1549,9	900,7	48,6
6	25	250,0	1551,3	903,3	-00,8
7	25	300,0	1551,2	905,0	-49,3
8	25	350,0	1550,4	907,2	-98,5

пересечении или в пересечении промышленного сорта руды рассчитывают средний состав по формуле:

$$C_{cp} = \frac{\sum C m \rho}{\sum m \rho} \quad \text{или} \quad C_{cp} = \frac{\sum C m}{\sum m}, \quad (11.4)$$

где m - длина проб; C - состав проб; ρ - плотность руды.

Когда плотность руды зависит от ее состава, применяется первая формула (11.4), в других случаях - вторая.

Таблица 11.6

Банк рудных пересечений

№ п/п	Номер скважины	Интервал, м			Сорт	Содержание, %		
		От	До	Длина		Cu	Zn	S
1	23	38,4	40,2	1,8	Ц	0,22	6,43	32,15
2	23	40,2	43,6	3,4	МЦ	1,87	4,35	33,48
3	23	43,6	45,8	2,2	М	1,96	0,87	32,16
4	23	45,8	48,4	3,6	МВ	1,25	0,23	18,14
Рудное пересечение		38,4	48,4	10,0	Р	1,56	2,91	30,78

В результате расчетов получается банк координат искривленных скважин (табл.11.5), который позволяет показать положение скважин в пространстве на горизонтальной и на любой другой проекции (рис.11.3.1).

В результате подобных расчетов создается банк рудных пересечений (табл.11.6). Фактически в табл.11.6 два банка: банк сортов руд, а последняя строчка - составная часть банка рудных пересечений. Одна скважина может пересечь несколько рудных пересечений, так же, как и несколько однотипных горных пород.

❖ **Банк координат геологических границ**

Имея банк данных геологической документации (см. табл.11.3), банк рудных пересечений (см. табл.11.6) и банк координат пунктов искривлений скважин (см. табл.11.5), можно рассчитать координаты всех геологических границ в скважинах. Координаты любой геологической

границы в скважине находят путем линейной интерполяции между координатами соседних пунктов искривлений.

Пусть имеются координаты скважины на глубине 150 м ($X_1 = 1254,2$ м, $Y_1 = 754,6$ м, $Z_1 = 247,4$ м) и на глубине 200 м ($X_2 = 1256,4$ м, $Y_2 = 752,8$ м, $Z_2 = 198,6$ м). Требуется определить координаты геологической границы на глубине 183 м.

Ответ получаем по формуле линейной интерполяции (путем решения пропорции):

$$X = 1254,2 + (1256,4 - 1254,2)(183 - 150)/(200 - 150) = 1255,4 \text{ м};$$

$$Y = 754,6 + (754,6 - 752,8)(183 - 150)/(200 - 150) = 753,4 \text{ м};$$

$$Z = 247,4 - (247,4 - 198,6)(183 - 150)/(200 - 150) = 215,8 \text{ м}.$$

Нужно обратить внимание, что приращение координаты Z идет со знаком минус. Подобным образом находят координаты всех геологических границ. В результате получают банк всех геологических границ (табл.11.7).

Таблица 11.7

Банк геологических границ

№ п/п	Номер скважины	Координаты, м			Индекс
		X	Y	Z	
1	22	215	1457,	236,9	ПГ
2	22	215	1458,	232,7	ИЗ
3	22	216	1462,	200,6	АРГ
4	22	216	1463,	197,6	Р
5	22	216	1471,	148,9	ГР
6	23а	154	2175,	233,3	ПГ
7	23а	154	2176,	230,8	ПОРФ
8	23а	154	2187,	208,1	ИЗ

Расчетом банка геологических границ завершаются практически все направления математического моделирования геологических объектов. Далее пути моделирования расходятся. В геоинформатике, где главная задача состоит в построении геологических карт, основное внимание уделяется построению контуров геологических границ, их векторизации, введению условных обозначений для площадных и точечных объектов,

созданию слоев с различной информацией, преобразованию масштабов карт, совмещению на одном чертеже нескольких слоев информации и т.д.

11.4. Программные комплексы для моделирования месторождений

На сегодняшний день ведущими программными комплексами для моделирования месторождений твердых полезных ископаемых являются Micromine и Surpac Vision. Оба этих продукта предназначены для решения прикладных задач на любой стадии геологоразведочных и горных работ и подсчета запасов.

Micromine

Модули Micromine:

Ядро (Core):

Это самый большой по объему и возможностям модуль, в который входит GPick и 3D. Он позволяет вводить (прямой ввод, экспорт и импорт, подключение баз данных) и обрабатывать геологоразведочные данные, включая трехмерную визуализацию, интерпретацию, статистику и вывод на печатающие устройства.

Контур (Contour):

Функция Контур включает пять алгоритмов для расчета сеток и изолиний (обратно пропорционально степени расстояния, кригинг, минимальной кривизны, ближайшего соседа, используя сферу или эллипсоид).

Цифровые модели поверхностей (DTM):

Модуль по расчету цифровых моделей поверхностей (ЦМП) методом прямой триангуляции между точками.

Просмотр 1(Dispalay 1):

Модуль Просмотр 1 позволяет визуализировать геологоразведочные данные в виде масштабированных объектов (точки, символы, знаки) или круговых диаграмм в послойном планшете с дополнительной цветовой кодировкой. Оцифровка контуров и привязка их к объектам (точкам).

Просмотр 2 (Display 2):

Модуль Просмотр 2 используется для настройки и визуализации серий профильных данных (геохимических, геофизических и пр.) и линий разрезов. Профиля могут быть рассчитаны как по исходным данным, так и по ЦМП или сеткам. Возможна оцифровка контуров и привязка их к объектам (линиям).

Скважина 1 (Drill Hole 1):

Модуль Скважина 1 необходим для создания буровых разрезов и планов напрямую из файлов формата ASCII (данные координат устьев скважин, инклинометрии, опробования, геологии). Геологоразведочные данные могут быть размещены по обе стороны вдоль траектории скважины.

Скважина 2 (Drill Hole 2):

Модуль Скважина 2 расширяет возможности модуля Скважина 1 возможностью показа секущих объектов (разрезов, разрывных нарушений, жильных тел и пр.).

Геология (Geology):

Модуль включает ряд функций для создания геологических моделей для оценки запасов методом разрезов с полигональным расчетом средних содержаний. Он позволяет выполнять оцифровку по различным геологоразведочным данным (данные с поверхности или горных выработок, буровые данные) в плане и разрезе.

Контроль содержаний (Grade Control):

Модуль контроля качества включает две функции: контроль содержаний по моделям или пробам для планирования и проектирования добычных работ с созданием данных для маркшейдеров, а также расчет точек буровзрывных работ.

Дизайн горных работ (Mine Design General):

Этот модуль позволяет рассчитывать контуры и параметры эксплуатационных горных блоков на базе интерпретационных контуров и блочных моделей.

Карьер (Open Pit Design):

Модуль Карьер обеспечивает переход в интерфейс Whittle 3D и 4D и позволяет рассчитывать исходные файлы для оптимизации карьеров. В интерактивном режиме осуществляется моделирование карьеров и сопутствующей открытой добыче инфраструктуры. Та же функция в процессе Визекс позволяет учитывать переменные вводные в моделях (углы уступов, плотности пород, ширину берм и пр.)

Блочное моделирование (Ore Body Modelling):

Модуль блочного моделирования дает возможность рассчитывать, визуализировать 2D и 3D блочные модели, интерполировать данные в

ячейки модели любым из современных методов, а также получать отчеты по ним (запасы, объемы, резервы, содержания и пр.)

Печать (Plotting):

Встроенные векторный редактор Micromine позволяет создавать, оформлять и выводить на печать любого формата сложные чертежи. Имеется система управления легендой и размещения дополнительной информации в виде таблиц и рисунков в поле основного чертежа.

Статистика (Statistics):

Статистический модуль предназначен для решения любых задач по статистике и геостатистике и получения результата в виде графиков, таблиц, которые могут быть немедленно выведены на печать.

Стринги (String):

В Micromine стрингами называются файлы полилиний, в которых точки имеют 2D или 3D координаты (X, Y, Z). Дополнительными полями являются названия линий и стрингов, которым могут соответствовать геологические коды или любые другие текстовые характеристики.

Вскрыша (Strip Mine Design):

Модуль повышает эффективность в работе с россыпями и пастообразными рудными залежами.

Съемка 1 (Survey 1):

Модуль позволяет импортировать результаты топографической (маркшейдерской) съемки и переводить их в точки и стринги с 3D координатами. Импорт исходных данных съемки возможен из любого формата или геодезических инструментов.

Съемка 2 (Survey 2):

Модуль используется для расчетов показателей в пределах отстроенных контуров на разрезах. Возможна также оценка объемов между разрезами (поверхностями) в пределах выбранных контуров.

3D (трехмерная среда):

Это полноценная трехмерная среда для просмотра любых данных имеющих 3D координаты. Имеется опция получения разрезов по объектам в любом направлении. Изображение в 3D среде может быть сохранено в виде битового файла и открыто в любом приложении Microsoft.

Каркасное моделирование (Wireframing):

Построение каркасных моделей по интерпретационным контурам в 3D среде и их редакция.

Surpac Vision

Основные сферы применения

- Геологоразведка,
- моделирование и подсчет запасов,
- планирование горных работ,
- проектирование горных выработок,
- маркшейдерские работы,
- экологические исследования.

Геологическое моделирование

Геологический модуль представляет собой набор инструментов трехмерной визуализации и моделирования для обработки информации, полученной в полевых условиях. Способность к взаимодействию с

другими программами дает Surpac возможность использовать пакеты Access или ODBC (связь с открытыми базами данных) и взаимодействовать с программой Oracle, SQL сервером и другими программами управления базами данных.

Можно подсоединиться к существующей базе данных или использовать Surpac, чтобы создать новую с разработанными пользователем таблицами, полями и возможностью верификации.

Surpac включает в себя полный набор аналитических и моделирующих функций, обеспечивающих воспроизведение физических поверхностей, создание цифровых топографических моделей (ЦТМ) и каркасных моделей, что дает возможность точной интерпретации геологических зон, рудных тел и проектирования горных выработок.

Одним из важнейших достижений пакета Surpac Vision является простота и скорость создания каркасных моделей. Легко моделируется разветвление единого рудного тела на несколько зон, осуществляется усечение, пересечение, слияние объектов и отсечение их фрагментов. Графические функции Surpac позволяют строить геологические планы и разрезы и интерпретировать их на экране монитора. Инструменты верификации обеспечивают точность определения объема объектов, а также могут быть использованы для проверки моделей, импортированных из других программ.

Моделирование и подсчет запасов

Каждому блоку в моделируемом пространстве присваиваются атрибуты, отражающие количественные характеристики, которые предстоит изучить и внести в отчет. Эти атрибуты могут представлять собой литологию, содержания, удельную массу и пр.

Методы геостатистической интерполяции позволяют рассчитать количественные или качественные параметры на основе данных бурения.

В процессе математической обработки блок-модели блокам присваиваются расчетные или специальные характеристики. Количество атрибутов для отдельных блоков не ограничено. Для того, чтобы создать отчетливый зрительный образ модели, блоки получают раскраску в зависимости от значения атрибута.

При помощи функций пространственного ограничения модель обычно демонстрируется в сочетании с такими элементами, как поверхность ЦТМ, каркасные модели рудных тел, модели подземных выработок и карьеров. Могут быть получены справки об объемах, тоннаже и содержаниях.

Приспосабливаемость инструментов блок-моделирования к любой геологической обстановке является их ключевым свойством, поэтому количество и ориентировка блоков в моделях могут быть любыми. Для получения еще более точных данных может быть произведена определяемая пользователем субблокировка. Переблокировка позволяет внести быстрые изменения в размер блоков. Соответствующая документация всех процедур моделирования генерируется автоматически.

Проектирование и оптимизация горных работ

Дизайн карьеров и отвалов. Surpac Vision позволяет работать в интерактивном режиме с моделью запасов месторождения и проектировать наиболее подходящие для его отработки горные выработки. Для дизайна карьеров и отвалов специально разработаны функции трехмерного моделирования. Рампы, дороги, бермы, углы откосов и ширина уступов выемки находятся под постоянным контролем. Работая в интерактивном режиме с блочной моделью, можно спроектировать карьер непосредственно вокруг минерализованных зон. Подсчет содержаний и тоннажа для каждого уступа выемки производится в ходе проектирования карьера. По завершении проектирования могут быть получены

количественные справки по содержаниям и тоннажу для каждого уступа в форматах csv, html, pdf, rtf, postscript и др.

Проектирование подземных горных выработок. Используя специально разработанные для горного дела 3D-функции системы CAD, можно создать проект всех компонентов подземного рудника. Функция дизайна взрывных скважин дает возможность проектировать веера шпуров, визуально сопоставляя их с разрезами каркасных моделей и геологическими блок-моделями.

При помощи *Оптимизатора карьеров* можно оценить экономический потенциал новых проектов и осуществить ревизию существующих планов горных работ. При введении показателей операционных расходов и прибылей для различных зон рудного тела параметры заносятся непосредственно в блок-модель. Эти параметры включают присвоенный каждому блоку модели показатель прибыльности (в процентах), порядковый номер одного из нескольких возможных дизайнов карьера и ЦТМ этого дизайна.

Планирование добычных работ

Модуль планирования подготовительных, добычных и вспомогательных работ позволяет проводить планирование всего комплекса открытых и подземных горных работ и выработки графиков разработки. Инструменты долгосрочного и краткосрочного планирования доступны как в рамках Surpac Vision, так и в виде отдельного пакета MineSched. Планирование возможно для любого числа горнодобывающих операций в пределах одного или нескольких карьеров или забоев подземного рудника. Используя намеченный план работ, можно ранжировать цели в порядке их приоритета. Возможна разработка вариантов как практических, так и оптимальных планов работ.

Работы по контролю содержаний осуществляются при помощи набора инструментов, предназначенных для использования полигональных методов в сочетании с современными методами блочного моделирования. Модуль программирования позволяет автоматизировать применение регулярно повторяющихся шагов в ходе работ по контролю содержаний, используя макрокоманды, комбинирующие рутинные сочетания процедур в одну операцию от самого начала до распечатки плана горных работ.

Буровзрывные работы. Surpac предоставляет широкий набор инструментов дизайна, планирования и отчетности для буровзрывных работ и контроля содержаний в открытых карьерах. Можно создавать разнообразные варианты дизайна бурения и зарядки скважин, используя наборы шаблонов, проектировать оконтуривающие шпурсы, следующие вдоль откосов, и устанавливать для них координаты устьев и глубины. Параметры скважин вводятся в буровую базу данных для дальнейшего уточнения контуров рудных тел и подготовке их к добыче.

Маркшейдерские работы

Маркшейдерский интерфейс SurpacVision обеспечивает связь с цифровыми маркшейдерскими приборами. Функции Surpac для подземных и наземных маркшейдерских работ полностью интегрированы в трехмерное пространство, предоставляя возможность работать с данными в интерактивном режиме. Подсчет объемов выемочных блоков и выработанного пространства производится быстро и точно.

Существует большой набор функций нахождения позиции прибора по нескольким известным маркшейдерским пикетам, опции прокладки маркшейдерских ходов под землей, перевода в цифровой формат данных рукописной документации, полученной при помощи оптических теодолитов.

База данных маркшейдерских работ создается на основе СУБД (Access, Oracle и др.). Прямой интерфейс с Системой Мониторинга Пустот позволяет быстро обрабатывать и оценивать данные лазерной съемки забоев.

Функции построения цифровых моделей поверхностей дают возможность с высокой точностью создавать объемные модели рельефа и карьера на разных стадиях планируемой и фактической отработки.

Surpac Vision является на сегодняшний день одним из самых востребованных маркшейдерских модулей в мире, представляя собой превосходное средство достижения максимальной эффективности работы.

Экологические исследования

Функции Surpac Vision по подсчету запасов и геостатистике применимы для моделирования процессов загрязнения окружающей среды и включают в себя весь набор инструментов геоэкологического прогнозирования. С помощью Surpac можно проводить анализ трендов при количественной характеристике процессов распространения загрязнения, моделирование поверхностей изоконцентрат, трехмерную интерполяцию данных с помощью блок - моделей.

Кроме того, Surpac располагает специальными математическими функциями, которые позволяют осуществлять динамическое моделирование экологического состояния хвостохранилищ, производить оценку техногенных воздействий освоения подземного пространства, в том числе просадок над подземными горными выработками, моделирование процессов слеживания грунтов.

Применение Surpac Vision для экологического контроля позволяет решать комплекс задач по предотвращению загрязнения недр, повышению уровня экологической безопасности производственной деятельности, рациональному планированию и регулированию недропользования в процессе развития горнодобывающего предприятия.

Тема 12. Вывод и визуализация данных

12.1 Типы и устройства вывода

Результаты обработки данных, покидая свою цифровую оболочку, должны трансформироваться в «человекочитаемый» документ. К таким документам принадлежат табличные (текстовые), графические и картографические материалы.

Соответственно делятся типы вывода:

1. Текстовый: таблицы, списки, числа.
2. Графический: карты, экранные изображения, диаграммы и графики, перспективные чертежи.
3. Цифровые данные: на электронном носителе или переданные по сети.

Для вывода текстового типа преимущественно используют **компьютерные принтеры**.

Компьютерный принтер (англ. printer - печатник) - устройство печати цифровой информации на твердый носитель, обычно на бумагу. Процесс печати называется вывод на печать, а получившийся документ - распечатка или твёрдая копия. Принтеры имеют преобразователь цифровой информации (текст, фото, графика), хранящейся в запоминающих устройствах компьютера, фотоаппарата и цифровой памяти, в специальный машинный язык.

Принтеры бывают *струйные, лазерные, матричные* и *сублимационные*, а по цвету печати - *полноцветные* и *монохромные*.

Монохромные принтеры имеют несколько градаций цвета, обычно 2-5, например: черный - белый, одноцветный (или красный, или синий, или зелёный) - белый, многоцветный (чёрный, красный, синий, зелёный) - белый. Монохромные принтеры имеют свою собственную нишу и вряд ли (в обозримом будущем) будут полностью вытеснены полноцветными.

Матричные принтеры, несмотря на то, что многие считают их устаревшими, все еще активно используются для печати, (в основном с использованием непрерывной подачи бумаги и в рулонах) в лабораториях, банках, бухгалтериях, в библиотеках для печати на карточках, для печати на многослойных бланках (например, на авиабилетах), а также в тех случаях, когда необходимо получить второй экземпляр документа через копирку (обе копии подписываются через копирку одной подписью для предотвращения внесения несанкционированных изменений в финансовый документ).

Получили распространение многофункциональные принтеры, в которых в одном приборе объединены принтер, сканер, копир и факс. Такое объединение рационально технически и удобно в работе. Широкоформатные (A3, A2) принтеры иногда неверно называют плоттерами.

Принципы работы и краткая история принтеров

Матричные принтеры

Матричные принтеры - старейший из ныне применяемых типов принтеров, его механизм был изобретён в 1964 году корпорацией Seiko Epson. Матричные принтеры стали первыми устройствами, обеспечившими графический вывод твёрдой копии.

Изображение формируется печатающей головкой, которая состоит из набора иглок (игольчатая матрица), приводимых в действие электромагнитами. Головка передвигается построчно вдоль листа, при этом иголки ударяют по бумаге через красящую ленту, формируя точечное изображение. Этот тип принтеров называется SIDM (англ. Serial Impact Dot Matrix - последовательные ударно-матричные принтеры). Выпускались принтеры с 9, 12, 14, 18 и 24 иглками в головке. Основное

распространение получили 9-ти и 24-х игольчатые принтеры. Качество печати и скорость графической печати зависит от числа иголок: больше иголок - больше точек. Принтеры с 24-мя иголками называют LQ (англ. Letter Quality - качество пишущей машинки). Существуют монохромные цветные матричные принтеры, в которых используется 4-цветная СМΥК лента. Смена цвета производится смещением ленты вверх-вниз относительно печатающей головки. Скорость печати матричных принтеров измеряется в CPS (англ. characters per second - символах в секунду).

Основными недостатками матричных принтеров являются: монохромность, низкая скорость работы и высокий уровень шума. Матричные принтеры достаточно широко используются и в настоящее время благодаря тому, что стоимость получаемой распечатки крайне низка, так как используется более дешевая рулонная бумага, которую к тому же можно отрезать кусками нужной длины (не форматными). Некоторые финансовые документы должны печататься только через копировальную бумагу, для исключения возможности их подделки.

Выпускаются и скоростные линейно-матричные принтеры, в которых большое количество иголок равномерно расположены на челночном механизме (фрете) по всей ширине листа. Скорость таких принтеров измеряется в LPS (англ. Lines per second - строках в секунду).

Лазерные принтеры

Технология - прародитель современной лазерной печати появилась в 1938 году - Честер Карлсон изобрёл способ печати, названный электрография, а затем переименованный в ксерографию. Принцип технологии заключался в следующем. По поверхности фотобарабана коротроном (скоротроном) заряда, либо валом заряда равномерно распределяется статический заряд, после этого светодиодным лазером

(либо светодиодной линейкой) на фотобарабане снимается заряд - тем самым на поверхность барабана помещается скрытое изображение. Далее на фотобарабан наносится тонер, после этого барабан прокатывается по бумаге, и тонер переносится на бумагу коротроном переноса, либо валом переноса. Тонер, в зависимости от знака его заряда, может притягиваться к поверхности, сохранившей скрытое изображение или фону. После этого бумага проходит через блок термозакрепления для фиксации тонера, а фотобарабан очищается от остатков тонера и разряжается в узле очистки.

Первым лазерным принтером стал EARS (Ethernet, Alto, Research character generator, Scanned Laser Output Terminal), изобретённый в 1971 году в корпорации Xerox, а серийное производство было налажено во второй половине 70-х. Принтер Xerox 9700 можно было приобрести в то время за 350 тысяч долларов, зато печатал он со скоростью 120 стр./мин.

Струйные принтеры

Принцип действия струйных принтеров похож на матричные принтеры тем, что изображение на носителе формируется из точек. Но вместо головок с иглками в струйных принтерах используется матрица, печатающая жидкими красителями. Картриджи с красителями бывают со встроенной печатающей головкой - в основном такой подход используется компаниями Hewlett-Packard, Lexmark. Фирмы Epson, Canon производят струйные принтеры, в которых печатающая матрица является деталью принтера, а сменные картриджи содержат только краситель. При длительном простое принтера (неделя и больше) происходит высыхание остатков красителя на соплах печатающей головки. Принтер умеет сам автоматически чистить печатающую головку.

Печатающие головки струйных принтеров создаются с использованием следующих типов подачи красителя:

Непрерывная подача (Continuous Ink Jet) - подача красителя во время печати происходит непрерывно, факт попадания красителя на запечатываемую поверхность определяется модулятором потока красителя. Утверждается, что патент на данный способ печати выдан Вильяму Томпсону (William Thomson) в 1867 году.

В технической реализации такой печатающей головки в сопло под давлением подается краситель, который на выходе из сопла разбивается на последовательность микрокапель (объемом нескольких десятков пиколитров), которым дополнительно сообщается электрический заряд. Разбиение потока красителя на капли происходит расположенным на сопле пьезокристаллом, на котором формируется акустическая волна (частотой в десятки килогерц). Отклонение потока капель производится электростатической отклоняющей системой (диффлектором). Те капли красителя, которые не должны попасть на запечатываемую поверхность, собираются в сборник красителя и, как правило, возвращаются обратно в основной резервуар с красителем. Первый струйный принтер изготовленный с использованием данного способа подачи красителя выпустила фирма «Siemens» в 1951 году.

Подача по требованию (Drop-on-demand) - подача красителя из сопла печатающей головки происходит только тогда, когда краситель действительно надо нанести на соответствующую соплу область запечатываемой поверхности. Именно этот способ подачи красителя и получил самое широкое распространение в современных струйных принтерах.

На данный момент существует две технические реализации данного способа подачи красителя:

Пьезоэлектрическая (Piezoelectric Ink Jet) - над соплом расположен пьезокристалл с диафрагмой. Когда на пьезоэлемент подаётся электрический ток, он изгибается и тянет за собой диафрагму -

формируется капля, которая впоследствии выталкивается на бумагу. Широкое распространение такая реализация подачи красителя получила в принтерах компании Epson. Такая технология позволяет изменять размер капли.

Термическая (Thermal Ink Jet), также называемая BubbleJet. Разработчик - компания Canon. Принцип был разработан в конце 70-х годов. В сопле расположен микроскопический нагревательный элемент, который при прохождении электрического тока мгновенно нагревается до температуры около 500 °С, при нагревании в чернилах образуются газовые пузырьки (англ. - bubbles - отсюда и название технологии), которые выталкивают капли жидкости из сопла на носитель. В 1981 году технология была представлена на выставке Canon Grand Fair. В 1985-ом появилась первая коммерческая модель монохромного принтера - Canon VJ-80. В 1988 году появился первый цветной принтер - VJC-440 формата А2, разрешением 400 dpi.

Сублимационные принтеры

Термосублимация (возгонка) - это быстрый нагрев красителя, когда минует жидкая фаза. Из твердого красителя сразу образуется пар. Чем меньше порция, тем больше фотографическая широта (динамический диапазон) цветопередачи. Пигмент каждого из основных цветов, а их может быть три или четыре, находится на отдельной (или на общей многослойной) тонкой лавсановой ленте (термосублимационные принтеры фирмы Mitsubishi Electric). Печать окончательного цвета происходит в несколько проходов: каждая лента последовательно протягивается под плотно прижатой термоголовкой, состоящей из множества термоэлементов. Эти последние, нагреваясь, возгоняют краситель. Точки, благодаря малому расстоянию между головкой и носителем, стабильно позиционируются и получаются весьма малого размера.

К серьезным проблемам сублимационной печати можно отнести чувствительность применяемых чернил к ультрафиолету. Если изображение не покрыть специальным слоем, блокирующим ультрафиолет, то краски вскоре выцветут. При применении твердых красителей и дополнительного ламинирующего слоя с ультрафиолетовым фильтром для предохранения изображения, получаемые отпечатки не коробятся и хорошо переносят влажность, солнечный свет и даже агрессивные среды, но возрастает цена фотографий. За полноцветность сублимационной технологии приходится платить большим временем печати каждой фотографии (печать одного снимка 10x15 см принтером Sony DPP-SV77 занимает около 90 секунд).

К наиболее известным производителям термосублимационных принтеров относятся фирмы: Mitsubishi, Sony и Toshiba.

Для вывода графических и картографических материалов требуются специальные технические средства, которые обладают большими форматами вывода и более мощными техническими характеристиками. К таким средствам относятся **графопостроители (плоттеры)**.

Графопостроитель (от греч. γράφω - пишу, рисую), плоттер - устройство для автоматического вычерчивания с большой точностью рисунков, схем, сложных чертежей, карт и другой графической информации на бумаге размером до А0 (и больше) или кальке.

Графопостроители рисуют изображения с помощью пера (пишущего блока).

Связь с компьютером графопостроители, как правило, осуществляют через последовательный, параллельный или SCSI-интерфейс. Некоторые модели графопостроителей оснащаются встроенным буфером (1 Мбайт и более).

Типы графопостроителей

- рулонные и планшетные
- перьевые, струйные и электростатические
- векторные и растровые

Назначение графопостроителей - высококачественное документирование чертежно-графической информации.

Графопостроители можно классифицировать следующим образом:

- по способу формирования чертежа - с произвольным сканированием и растровые;
- по способу перемещения носителя - планшетные, барабанные и смешанные (фрикционные, с абразивной головкой);
- по используемому инструменту (типу чертежной головки) - перьевые, фотопостроители, со скрайбирующей головкой, с фрезерной головкой.

Планшетные графопостроители

В планшетных графопостроителях носитель неподвижно закреплен на плоском столе. Закрепление либо электростатическое, либо вакуумное, либо механическое за счет притягивания прижимающих бумагу пластинок, к (электро)магнитам, вмонтированным в поверхность стола. Специальной бумаги не требуется. Головка перемещается по двум перпендикулярным направлениям. Размер носителя ограничен размером планшета.

В некоторых устройствах небольших размеров головка закреплена неподвижно, а перемещается стол с закрепленным на нем носителем, как это сделано во фрезерных станках с числовым программным управлением.

Графопостроители с перемещающимся носителем

Имеются три разновидности графопостроителей с перемещающимся носителем:

- барабанные графопостроители, в которых носитель фиксированного размера укреплен на вращающемся барабане;

- фрикционные графопостроители, в которых носитель перемещается с помощью фрикционных роликов. Эти графопостроители (при равных размерах чертежа) много меньших габаритов, чем барабанные. Одна из новых разновидностей фрикционного графопостроителя, появившаяся благодаря технологическим достижениям в металлообработке - графопостроитель с т. н. абразивной головкой, в которых валики привода бумаги - стальные со специальной насечкой, не забивающейся волокнами бумаги;

- рулонные графопостроители, которые подобны фрикционным, но используют специальный носитель с краевой перфорацией.

Вне зависимости от способа перемещения носителя, система привода графопостроителей с произвольным сканированием использует либо шаговые двигатели, поворачивающиеся на фиксированный угол при подаче одного импульса, либо исполнительную систему с обратной связью, содержащую двигатели привода и датчики положения. Перемещения с шаговыми двигателями обычно выполняются на 1 шаг по одному из 8 направлений

Поэтому требуется аппроксимация вычерчиваемой кривой штрихами основных направлений. Повышение точности аппроксимации достигается как уменьшением шага, так и путем увеличения числа направлений перемещения за счет использования дополнительных пар моторов или за счет изменения передаточного числа.

Электростатические графопостроители

Электростатические графопостроители работают на безударном электрографическом растровом принципе. Специальная диэлектрическая бумага перемещается под электростатической головкой, содержащей иголки с плотностью 40-100 на 1 см. К иголкам прикладывается отрицательное напряжение, в результате чего диэлектрическая бумага заряжается и на ней создается скрытое изображение. Затем бумага проходит через бокс, в котором над ней распыляется положительно заряженный тонер. Заряженные области притягивают частицы тонера. В цветных системах этот процесс повторяется для каждого их основных субтрактивных цветов - голубого, пурпурного и желтого, а также черного.

Электростатические графопостроители быстрее перьевых графопостроителей, но медленнее лазерных печатающих устройств. Их скорость составляет от 500 до 1000 линий, наносимых на бумагу в 1 мин. Они работают с разрешением 200-400 точек на дюйм. Электростатические графопостроители необходимы, если требуется высококачественный цветной вывод для САД-системы. Такой графопостроитель в 10-20 раз быстрее перьевого. Среди лидеров на рынке этих устройств фирмы Versatec, Calcomp и Venson. Эти графопостроители весьма дорогие, их цена 30-150 тысяч долларов. Основные параметры графопостроителей

	Барабанные	Планшетные
Формат черчения	Ширина 210 - 840 мм Длина 297 - 1188 мм	Ширина 210 - 1140 мм Длина 297 мм - не ограничена
Скорость черчения	80 - 1140 мм/с	30 - 300 мм/с
Точность	0.8 - 0.0025 мм	0.7 - 0.0025 мм
Разрешение	0.4 - 0.0025 мм	0.1 - 0.0025 мм

Точность определяется минимально возможным значением приращения координаты. Разрешение определяется фактическими возможностями исполнительной системы и чертежной головки. Для

перьевых графопостроителей обычные значения - доли миллиметра. Для фотопостроителей - менее 10 микрометров.

Уникальные высокоточные графопостроители имеют зачастую и уникальные протоколы управления. Графопостроители широкого распространения, как правило, поддерживают протокол графопостроителей фирмы Хьюлетт-Паккард HPGL (Hewlett Packard Graphics Language). Он содержит небольшое количество графических функций, легко читается и интерпретируется. Некоторые графопостроители интерпретируют протокол REGIS, разработанный для терминалов VT 240 (и более мощных).

Фотографопостроители

Используются в очень точных построениях, трассировке печатных плат. Плюсы: дешевле перьевых, быстрее. Минусы: необходимы специальные помещения (затемненные фотолаборатории).

12.2 Принципы оформления графических материалов

В предыдущей главе были описаны технические средства вывода информации из ГИС. Большая часть выходных ГИС-документов представляют собой твердые копии карт или графические отображения. Разработка графического вывода является очень важным процессом. Графический вывод из ГИС часто слабо разработан. Например, цвета используются произвольно, без соответствующего масштабирования. Стандартная шкала цветов, используемая для отображения высот на стандартных картах, была разработана и оптимизирована в результате накопления столетнего картографического опыта.

При разработке вывода могут принести пользу принципы картографического дизайна, разработанные в картографии. Экранное

отображение карт ставит новый комплекс вопросов из-за гораздо больших возможностей по сравнению с бумажными картами

Все реальные объекты, показываемые на картах и дисплее, могут различаться и опознаваться различными путями:

- с помощью символов (условных знаков), например, церковь, мост и т.п.:
- с помощью цвета;
- размерами объектов;
- с помощью этикеток или пояснительных надписей.

Этикетки обеспечивают удобство при описании точечных, линейных или площадных объектов реального мира. Это и названия административных единиц, озер, рек, подписи горизонталей и высот точек, номера и характеристики автодорог и т. д.

В картографии размещение этикеток - сложный процесс. Было предпринято несколько попыток сформулировать правила для обеспечения этого процесса (например, хорошо известные правила Имхофа, 1975). Эти правила очень трудно формализовать для применения в автоматизированном производстве карт или в ГИС.

Основные правила Имхофа

Названия на картах должны:

- быть разборчивыми;
- легко ассоциироваться с объектами, которые они описывают;
- не перекрывать другое содержание карты;
- быть размещены так, чтобы показать протяженность объекта;
- отражать иерархию объектов путем использования различных шрифтовых размеров;
- не быть переуплотненными или равномерно рассеянными.

Эти правила не всегда могут выполняться полностью. Наилучшим решением будет баланс противоречивых целей, например, нужно

ассоциировать название с объектом и вместе с тем нужно избежать перекрытия содержания самого объекта.

Размещение этикетки является сложной проблемой вследствие большого количества ее возможных альтернативных позиций, из которых необходимо выбрать то, которое наилучшим образом обеспечивает баланс противоречивых целей.

Рассмотрим две проблемы в размещении этикеток особенно значимые для автоматизированного картографирования и ГИС.

Перекрытия

Когда объекты плотно размещены на карте или экране, трудно сохранить этикетки отдельно. Этикетки могут перекрываться, но они должны располагаться так, чтобы избежать перекрытия, но при этом должна быть обеспечена возможность ассоциировать этикетки с соответствующими объектами.

Например, для точечных объектов оптимальная позиция для этикетки - выше и справа, ниже и справа менее приемлемая позиция, а наихудшая - слева. Этикетки могут быть развернуты (расположены негоризонтально), если это необходимо, но только небольшое их количество.

Перекрытие представляет большую проблему, поскольку компьютер должен выбрать оптимальную позицию из обширного количества возможных альтернатив. На практике, количество позиций должно быть как-то ограничено. Некоторые решения определяют фиксированное (заданное) количество возможных позиций для этикетки.

Размещение этикетки внутри полигона (многоугольника)

Размещение этикетки на многоугольнике в автоматизированном картографировании является трудной задачей, вызывающей проблемы при программировании. Этикетка может быть в центре объекта, может быть

ориентирована по-разному или изгибаться внутри объекта, повторяя его очертания. В некоторых случаях этикетка может связываться с объектом стрелкой.

Принцип графического совершенства

Так называемый принцип графического совершенства относится к дизайну графического вывода вообще любого графического документа. Этот принцип позволяет наблюдателю получить с графического документа (карта, схема, график) максимальное количество информации, в самое короткое время, с наименьшим количеством вычерченных элементов, на минимальной площади.

Очень трудно получить качественную графику с первого раза, возможно документ придется редактировать и пересматривать несколько раз. Необходимо оптимизировать каждый графический элемент, чтобы показать данные, максимизировать плотность и количество показанных данных в разумных пределах.

Вывод графики для ГИС

Выводимая для ГИС графика должна показывать:

- объекты, соответственно символизированные или с этикетками (подписями);
- объекты, полученные с использованием ГИС, например, буферные зоны;
- взаимосвязи между объектами.

Масштаб

Масштаб выходного документа должен соответствовать входному масштабу. Например, нельзя оцифрованную в масштабе 1:1,000,000 карту, выводить в масштабе 1:24,000, поскольку данные не будут достаточно точными и подробными. Также неправильно будет, если оцифрованную в

1:24,000 масштабе карту отображать в 1:1,000,000, так как без обобщения (генерализации) карта будет слишком насыщенной, слишком подробной, перегруженной. Масштаб на экране монитора так же важен, как и на вычерченной карте. В принципе пространственная база данных как бы "свободна от масштаба" (внемасштабна). Но на практике масштаб - показатель точности данных. ГИС должна записывать и прослеживать масштаб в базе данных, но не создавать его.

Базовая карта

Чтобы быть полезной, карта должна включать информацию для визуальной пространственной привязки. Вывод только обработанной на компьютере информации редко бывает полезным без базовой карты объектов. Например, рассмотрим карту участков леса, удовлетворяющих условиям вырубки. На ней кроме самих участков нужно показывать положение дорог, водоразделов, рек и озер, тогда потребитель может найти участки на местности и принять решение, основанное на правильном пространственном контексте.

Базовая карта особенно важна в растровых системах. Отображение единственного слоя редко бывает полезным без некоторой формы базовой карты для пространственных привязок. Информация на базовой карте обычно представлена в векторном виде, или с более высоким разрешением, чем растр. Если растровая система не имеет векторных способностей, то это будет создавать большие трудности.

Общее в графическом дизайне

Очень часто бывает желательно создать красивый законченный продукт, например, как часть профессионального отчета или презентации. Нежелательно иметь карту, которая бы выглядела "компьютерно-изготовленной", чрезмерно абстрактной или схематичной. Функции для

качественного оформления выходных ГИС-продуктов стоят достаточно дорого. Такая карта должна иметь изящные линии границ, разнообразные символы, стрелки, показывающие северное направление, легенду. Некоторые карты, созданные с помощью ГИС, теперь почти неразличимы по качеству от ручной картографии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример 7.1.

В 11 пробах руды определено содержание никеля (табл.7.1). Требуется рассчитать статистические характеристики.

Содержание никеля в руде x (7.1)

Номер пробы	x , %	Номер пробы	x , %	Номер пробы	x , %
1	0,38	5	0,07	9	0,24
2	0,51	6	0,39	10	0,30
3	0,47	7	0,17	11	0,25
4	0,13	8	0,28		

Расчет статистических характеристик может быть выполнен двумя методами - через начальные (табл.7.2) или центральные (табл.7.3) моменты. Последняя строка таблицы 7.2 содержит начальные моменты. По формулам 7.14 найдем центральные моменты:

$$\mu_2 = 0,1015 - 0,292 = 0,0174;$$

$$\mu_3 = 0,039584 - 30,10152 \cdot 0,29 + 2 \cdot 0,293 = 0,000139;$$

$$\mu_4 = 0,0166409 - 40,039584 \cdot 0,29 + 60,10150 \cdot 0,292 - 30,294 = 0,000617.$$

Расчет начальных моментов случайной величины (7.2)

№ п/п	Исходные данные x , %	Степень исходных данных		
		x^2	x^3	x^4
1	0,07	0,0049	0,000343	0,00002401
2	0,13	0,0169	0,002197	0,00028561
3	0,17	0,0289	0,004913	0,00083521
4	0,24	0,0576	0,013824	0,00331776
5	0,25	0,0625	0,015625	0,00390625
6	0,28	0,0784	0,021952	0,00614656
7	0,30	0,0900	0,027000	0,00810000
8	0,38	0,1444	0,054872	0,02085136
9	0,39	0,1521	0,059319	0,02313441
10	0,47	0,2209	0,103823	0,04879681
11	0,51	0,2601	0,132651	0,06765201
Сумма	3,19	1,1167	0,436519	0,18304999
Среднее	0,29	0,1015	0,039584	0,0166409
Момент	m_1	m_2	m_3	m_4

Расчет центральных моментов случайной величины (7.3)

№ п/п	Исходные данные x ,	Степень отклонений исходных данных			
		$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^3$	$(x - \bar{x})^4$
1	0,07	-0,22	0,0484	-0,010648	0,00234256
2	0,13	-0,16	0,0256	-0,004096	0,00065536
3	0,17	-0,12	0,0144	-0,001728	0,00020736
4	0,24	-0,05	0,0025	-0,000125	0,00000625
5	0,25	-0,04	0,0016	-0,000064	0,00000256
6	0,28	-0,01	0,0001	-0,000001	0,00000001
7	0,30	0,01	0,0001	0,000001	0,00000001
8	0,38	0,09	0,0081	0,000729	0,00006561
9	0,39	0,10	0,0100	0,001000	0,00010000
10	0,47	0,18	0,0324	0,005832	0,00104976
11	0,51	0,22	0,0484	0,010648	0,00234256
Сумма	3,19	0,00	0,1916	0,001548	0,00677204
Среднее	0,29	0,00	0,0174	0,000141	0,000616
Моменты	m_1	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4

Эти же моменты другим способом вычислены в табл.7.3. Небольшие различия в значениях моментов, полученных разными способами, связаны с округлением промежуточных данных.

Зная центральные моменты, по формулам (7.15) найдем статистические характеристики:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 0,29; \quad \sigma^2 = 0,0174; \quad \sigma = 0,132; \\ V &= 0,132/0,29 = 0,455 = 45,5 \%; \\ S^2 &= 0,0174 \cdot 11/10 = 0,0191; \\ A &= 0,000139/0,132^3 = 0,060; \\ E &= 0,000617/0,132^4 - 3 = -0,968. \end{aligned}$$

В примере 7.1 расчеты выполнены вручную, автоматизировать этот процесс позволяет прикладной пакет программ Excel.

Пример 7.2. В результате анализа 16 проб гранита рассчитано среднее содержание кремнезема $\bar{x} = 70,35 \%$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma^2 = 3,20 \%$. Определить, чему равна среднеквадратичная погрешность среднего содержания и сколько дополнительно нужно взять проб, чтобы снизить относительную погрешность до 1 %.

Абсолютная среднеквадратичная случайная погрешность $\delta = 3,20 / \sqrt{16} = 0,80\%$;

относительная случайная погрешность $\tau = 0,80/70,35 = 1,14\%$.

Продолжим задачу. Если $\tau = 1 \% = 0,01$, то из формулы (7.47) получим $\delta = \tau \bar{x} = 0,01 \cdot 70,35 = 0,70$. Из формулы (7.46) имеем $n = \sigma^2 / \delta^2 = 3,20^2 / 0,70^2 = 21$. Следовательно, дополнительно нужно взять и проанализировать $21 - 16 = 5$ проб.

Пример 7.3. Средняя зольность угля $\bar{x} = 6,5\%$, среднеквадратичное отклонение $\sigma = 2,1 \%$. Определить, не является ли аномальной проба угля с зольностью 15 %.

Найдем нормированное значение $t = (15 - 6,5) / 2,1 = 4,05$. Поскольку $t > 3$, проба является аномальной и относится к другой совокупности.

На основе приведенных данных можно определить, какие вообще значения зольности являются аномальными. Так как $\bar{x} - 3\sigma = 6,5 - 3 \cdot 2,1 = 12,8\%$, то аномальными являются значения зольности менее 0,2 и более 12,8 %.

Пример 8.1. Известны содержания общего и магнетитового железа в руде. Требуется рассчитать коэффициент корреляции между этими величинами (табл.8.1).

Таблица 8.1

Расчет коэффициента корреляции

Номер пробы <i>n</i>	Содержание железа, %		Отклонения и их произведения				
	общего <i>x</i>	магнетитово го	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	52,0	45,7	14,9	16,6	222,01	275,56	247,34
2	49,4	45,4	12,3	16,3	151,29	265,69	200,49
3	34,5	28,4	-2,6	-0,7	6,76	0,49	1,82
4	41,5	36,6	4,8	7,5	232,04	56,25	36,00
5	36,5	22,1	-0,6	-7,0	0,36	49,00	4,20
6	22,7	10,9	-14,4	-18,2	207,36	331,24	282,08
7	42,3	27,5	5,2	-1,6	27,04	2,56	-8,32
8	20,0	10,3	-17,1	-18,8	292,41	353,44	321,48
9	23,9	17,3	-13,2	-11,8	174,24	139,24	155,76
10	23,8	16,0	-13,3	-13,1	176,89	171,61	174,23
П	33,2	23,8	-0,9	-5,3	15,21	28,09	20,67
12	61,8	55,8	24,7	26,7	610,09	712,89	659,49
13	63,7	57,3	26,6	28,2	707,56	795,24	750,12
14	22,1	15,2	-15,0	-13,9	225,00	193,21	208,50
15	50,0	45,7	12,9	16,6	166,41	275,56	214,14
16	43,4	35,4	6,3	6,3	39,69	39,69	39,69
17	37,0	29,6	-0,1	0,5	0,01	0,25	-0,05
18	28,6	20,7	-8,5	-8,4	72,25	70,56	71,40
19	23,5	13,4	-13,6	-15,7	184,96	246,49	213,52
20	32,0	24,7	-5,1	-4,4	26,01	19,36	22,44
Сумма	742,3	581,8	0,3	0,2	3328,59	4026,42	3595,00
Среднее	37,1	29,1	-	-	166,43	201,32	179,75
Характер и- стики	\bar{x}	\bar{y}	-	-	σ_x^2	σ_y^2	K_{xy}

По данным таблицы 3.1 имеем: $\bar{x} = 37,1$; $\bar{y} = 29,1$; $\sigma_x^2 = 166,43$; $\sigma_y^2 = 201,32$; $\sigma_x = 12,90$; $\sigma_y = 14,19$; $K_{xy} = 179,75$; $r = 179,75 / (12,90 \cdot 14,19) = 0,982$. Вычисленный коэффициент корреляции $r = 0,982$ близок к единице, следовательно, связь между свойствами сильная и положительная. Чтобы убедиться в реальности связи, вычислим критерий Стьюдента по формулам (8.6):

$$S_r = \sqrt{\frac{1 - 0,982^2}{20 - 2}} = 0,00445; \quad t = \frac{0,982}{0,00445} = 22,1.$$

Тот же критерий на основе нормального закона распределения:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1 - 0,982^2}{20}} = 0,0422; \quad t = \frac{0,982}{0,0422} = 23,3.$$

В обоих случаях критерий t значительно больше трех, поэтому линейная связь между содержаниями железа общего и магнетитового доказана надежно.

Пример 8.2. По простиранию рудного тела от произвольной точки отсчета на расстоянии x_i , от нее измерена мощность y (рис.8.1.5, табл.8.2). Требуется рассчитать параболическую зависимость мощности линзообразного рудного тела.

Порядок расчета начальных моментов приведен в табл.8.2 последняя строка которой содержит данные, необходимые для составления системы уравнений (8.29):

$$33076a + 2079b + 139,5c = 178,8;$$

$$2079a + 139,5b + 10,5c = 15,61;$$

$$139,5a + 10,5c + c = 1,575.$$

Решая систему, найдем коэффициенты $a = -0,0270$; $b = 0,532$; $c = -0,242$.

Следовательно, уравнение аппроксимирующей параболы

имеет вид:

$$y_T = -0,0270x^2 + 0,532x - 0,242.$$

Таблица 8.2

Расчет параболической зависимости, аппроксимирующей изменение мощности рудного тела

№ п/п	Исходные данные, м		Произведения					
	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	y_i^2
1	2	0,7	4	8	16	1,4	2,8	0,49
2	6	1,3	25	125	625	6,5	32,5	1,69
3	7	2,6	49	343	2401	18,2	127,4	6,76
4	9	2,8	81	729	6561	25,2	226,8	7,84
5	12	2,0	144	1728	20738	24,0	288,0	4,00
6	14	1,8	196	2744	38416	25,2	352,8	3,24
7	16	1,0	256	4096	65536	16,0	256,0	1,00
8	19	0,4	381	6859	13032	7,6	144,4	0,16
Сумма	84	12,6	1116	18632	20461	124,1	1430,	25,18
Средне е	10,5	1,575	139,5	2079	2 33076	15,51	7 178,8	3,148

Сравнение фактических y_i и теоретических y_T мощностей, рассчитанных по уравнению параболы, свидетельствует об удовлетворительном их

совпадении (табл.8.3). Расхождения δ между фактическими и теоретическими значениями позволяют найти дисперсию случайных отклонений $\sigma_{\delta}^2 = 0,104$.

Таблица
Сравнение фактической и расчетной (теоретической)

мощности

№ п/п	Исходные данные,		Расчетные величины		
	x_i	y_i	$y_T, \text{ м}$	δ_i	δ_i^2
1	2	0,7	0,7	0,0	0,00
2	6	1,3	1,7	-0,4	0,16
3	7	2,6	2,2	0,4	0,16
4	9	2,8	2,4	0,4	0,16
5	12	2,0	2,3	-0,3	0,09
6	14	1,8	1,9	-0,1	0,01
7	16	1,0	1,4	-0,4	0,16
8	19	0,4	0,1	0,3	0,09
Сумма	84	12,6	12,7	-	0,83
Среднее	10,5	1,575	1,6	-	0,104

По формуле перехода от начальных моментов к центральным (7.14) найдем $m_{40} = 33076$; $m_{30} = 2079$; $m_{20} = 139,5$; $m_{10} = 10,5$; $m_{21} = 178,8$; $m_{11} = 15,51$; $m_{01} = 1,575$; $m_{02} = 3,148$; $n = 8$.

Далее вычислим дисперсию исходных значений:

$$\sigma_y^2 = 3,148 - 1,575^2 = 0,667,$$

откуда получим дисперсию, учтенную параболической зависимостью $\sigma_{\text{зак}}^2 = 0,667 - 0,104 = 0,563$, и по формуле (8.26) определим корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{1 - 0,104 / 0,667} = 0,919.$$

Корреляционное отношение близко к единице, следовательно, параболическая зависимость хорошо аппроксимирует эмпирические данные.

Пример 9.1. Имеется матрица коэффициентов корреляции между свойствами, рассчитанная по нескольким сотням групповых проб, взятых из железных руд и проанализированных на 19 компонентов (табл.9.5). Требуется выделить геохимические группы компонентов.

При беглом взгляде на таблицу трудно выявить какие-либо закономерности. Но если переставить компоненты местами, сгруппировав вместе элементы со значимыми положительными коэффициентами корреляции, то в матрице выявляется несколько взаимосвязанных групп компонентов, имеющих геологический смысл (табл.9.). Внутри групп связи положительные, а между группами связи либо отсутствуют, либо отрицательные.

Первую группу образуют железо, кобальт, сера, медь и никель. Это рудные компоненты одного (главного) этапа рудообразования. Вторая группа включает цинк, свинец и серебро. Они относятся ко второму наложенному этапу минерализации и ведут себя независимо от компонентов первой группы. Третья группа объединяет углекислоту, потери при прокаливании (ппп) и кальций. Они входят в состав известняков, которые замещены рудами. Четвертую группу составляют компоненты алюмосиликатных горных пород: кальций, марганец, кремний, алюминий, натрий, титан, калий, магний и фосфор, так как руда частично заместила силикатные породы. Кальций входит в обе группы, поскольку он присутствует и в карбонатах, и в силикатах. Таким образом, анализ матрицы коэффициентов корреляции позволяет выделить геохимические группы компонентов и содержит информацию о типах горных пород, замещенных железными рудами. Геохимические группы компонентов можно изобразить в виде графа связей, как на рис.9.1.1.

Подобная группировка компонентов в корреляционной матрице может быть сделана во многих случаях и позволяет получать полезные геологические выводы. Нередко группы различных свойств частично перекрывают друг друга, что свидетельствует о сложности и многостадийности геологических процессов.

Пример 9.2. Имеется 20 проб магнетита, проанализированных на семь компонентов (табл.9.7). Требуется обработать данные по методу главных компонент.

По исходным данным вычислим средние значения, среднеквадратичные отклонения и составим матрицу коэффициентов корреляции между компонентами магнетита (табл.9.7 и 9.8).

Следующая операция - отыскание собственных чисел и собственных векторов матрицы коэффициентов корреляции. Решение состоит в нахождении корней алгебраического уравнения степени k (k - число свойств) путем последовательных приближений. Собственные числа - это дисперсии главных компонент.

Порядок вычисления первого собственного числа матрицы коэффициентов корреляции приведен в табл.9.9. Вначале запишем матрицу коэффициентов корреляции и найдем суммы коэффициентов по строкам. Суммы составляют вектор W , записанный справа от матрицы. Среди сумм найдем максимальную, она равна 3,236, все суммы разделим на нее и определим начальный вектор V (0,951; 0,760 ...), который запишем в виде строки под матрицей.

Далее найдем новые суммы путем построчного умножения членов матрицы на начальный вектор и суммирования произведений по строкам, что даст уточненный вектор W (первая итерация), записанный справа (2,627; 2,059...). Снова отыщем максимальную сумму, равную 3,086, все суммы разделим на нее и получим второй уточненный вектор V (0,851; 0,667...). Повторяя перечисленные операции, достигнем стабилизации вектора V . Операция закончена. Окончательные значения векторов приведены в последнем столбце и в последней строке таблицы. Максимальная сумма в векторе W дает первое собственное число $\lambda_1 = 2,934$. Это дисперсия первой главной компоненты. Естественно, что подобные расчеты выполняют на компьютере.

Далее необходимо умножить вектор V или W на такой множитель, чтобы сумма квадратов членов вектора была равна собственному числу λ . Нетрудно определить, что к вектору V нужно применить множитель $a_v = \sqrt{\lambda / \sum v^2}$, а к вектору W множитель $a_w = \sqrt{\lambda / \sum w^2}$. В рассматриваемом примере $\sum v^2 = 4,207$, $a_v = 0,835$. Умножая все члены вектора V на множитель a_v , получим первый собственный вектор Φ_1 (первую факторную нагрузку), значения которой записаны в боковике и в головке табл. 9.10. Произведения данных боковика и головки табл. 9.10 дают матрицу коэффициентов первого фактора в этой таблице. Так, умножив 0,620 на 0,490, получим член матрицы 0,304. Таким же способом получены остальные члены матрицы (табл. 9.10).

Таблица 9.10о
Расчет матрицы коэффициентов первого фактора

Φ_1	0,620	0,490	0,730	0,675	0,128	0,779	0,835
0,620	0,384	0,304	0,453	0,418	0,079	0,483	0,518
0,490	0,304	0,240	0,358	0,331	0,063	0,382	0,409
0,730	0,453	0,358	0,533	0,493	0,093	0,569	0,610
0,675	0,418	0,331	0,493	0,456	0,086	0,526	0,564
0,128	0,079	0,063	0,093	0,086	0,016	0,100	0,167
0,779	0,483	0,382	0,569	0,526	0,100	0,607	0,650
0,835	0,518	0,409	0,610	0,564	0,107	0,650	0,697

Если из матрицы коэффициентов корреляции (см. табл.9.8) вычесть почленно матрицу (табл.9.10), то получим первую остаточную матрицу коэффициентов корреляции после исключения первого фактора (табл.9.11).

Таблица 9.11

Первая остаточная матрица коэффициентов корреляции						
0,616	0,145	-0,206	-0,212	0,347	-0,087	-0,163
0,145	0,760	0,050	-0,161	0,077	-0,277	-0,221
-	0,050	0,467	-0,106	-0,189	-0,121	-0,060
-	-0,161	-0,106	0,544	-0,023	-0,087	-0,011
0,347	0,077	-0,189	-0,023	0,984	-0,061	-0,212
-	-0,277	-0,121	-0,087	-0,061	0,393	0,045
-	-0,221	-0,060	-0,011	-0,212	0,045	0,303

С первой остаточной матрицей повторяется итерационный процесс по образцу табл.9.9, что дает второе собственное число λ_2 и второй вектор Φ_2 . Исключив влияние второго фактора по образцу табл.9.10 и 9.11, получим вторую остаточную матрицу. Процесс нахождения собственных чисел λ , и векторов факторных нагрузок Φ повторяется k раз. При этом все члены последней остаточной матрицы будут равны нулю, что служит одним из способов проверки правильности вычислений.

Результаты расчета систематизируем в табл.9.12. Факторы расположим в порядке убывания собственных чисел λ . Для контроля можно убедиться, что сумма собственных чисел равна числу свойств. Чем больше собственное число, тем больше роль соответствующего фактора. Роль факторов выражают в процентах от суммы факторов (последняя строка табл.9.12).

Факторные нагрузки

Компонент	Фактор						
	1	2	3	4	5	6	7
TiO ₂	0,620	0,605	0,068	-0,267	-0,230	-0,301	-0,134
MnO	0,490	0,438	-0,676	0,105	-0,175	0,257	0,056
V ₂ O ₅	0,730	-0,200	-0,397	0,030	0,483	-0,172	-0,081
SiO ₂	0,675	-0,199	0,228	0,632	-0,189	-0,045	-0,125
Al ₂ O ₃	0,128	0,811	0,404	0,198	0,315	0,085	0,131
MgO	0,779	-0,189	0,334	-0,316	0,053	0,329	-0,187
CaO	0,835	-0,320	0,135	-0,121	-0,093	-0,061	0,393
λ	2,934	1,434	0,964	0,647	0,464	0,308	0,250
λ , %	41,9	20,5	13,8	9,2	6,6	4,4	3,6

Из данных табл.9.12 следует, что на долю первых трех факторов приходится 76,2 % нагрузки (информации), остальными факторами можно пренебречь. В первом по значению факторе (41,9% нагрузки) все компоненты вектора положительные. Этот факт указывает на то, что есть какая-то геологическая причина, которая вызывает одновременное возрастание содержаний всех компонентов магнетита. Среди компонентов есть такие, которые входят в состав магнетита как изоморфные примеси (титан, ванадий, марганец, часть алюминия и магния) и как механические

примеси других минералов в пробах (кремний, алюминий, магний и кальций). Одновременное вхождение в состав проб изоморфных и механических примесей можно объяснить высокой скоростью кристаллизации магнетита, в результате чего руды становятся тонкозернистыми. В тонкозернистых рудах магнетит обычно обогащен изоморфными примесями, а при отборе проб неизбежно будут захвачены посторонние минералы.

Второй фактор (20,5 % нагрузки) имеет положительные максимальные коэффициенты у алюминия, титана и марганца, остальные коэффициенты отрицательные. Фактор, который способствует накоплению в пробах алюминия, титана и марганца, вероятнее всего - состав замещаемых магнетитом пород. При образовании магнетита по алюмосиликатным породам в пробах обычно повышено содержание алюминия и титана, а при образовании по известнякам содержание кальция, что и подтверждается соответствующими факторными нагрузками.

В третьем факторе (13,8% нагрузки) большие отрицательные коэффициенты у марганца и ванадия и положительные - у остальных компонентов. Третий фактор можно объяснить либо чистотой отбора проб, либо тем, что эти пробы взяты из всяческого бока рудных тел, где обычно накапливаются подвижные компоненты - ванадий и марганец.

Таким образом, можно дать следующее объяснение результатам факторного анализа: состав проб магнетита зависит от скорости кристаллизации руд, типа замещаемых пород и чистоты отбора проб. Но не исключено, что могут быть предложены и другие объяснения закономерностей изменения состава магнетита. Обычно хорошо интерпретируются те факторы, у которых собственные числа больше единицы. Это два-три ведущих фактора.

В рассматриваемом методе, как указывалось, происходит перенос и вращение системы координат. Имеет смысл определить новые координаты

точек (т.е. главные компоненты), что осуществляется с помощью векторов Φ , которые представляют собою направляющие косинусы углов между осями старой и новой систем координат. Прежде чем рассчитывать новые координаты, необходимо исходные данные нормировать по формуле (7.24) (табл.9.13).

Новые координаты (главные компоненты) вычисляются по формуле:

$$z = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \sum_{i=1}^k \Phi_i t_i . \quad (9.11)$$

Таблица 9.13

Нормированный состав магнетита

Номер пробы	TiO ₂ (t ₁)	MnO (t ₂)	V ₂ O ₅ (t ₃)	SiO ₂ (t ₄)	Al ₂ O ₃ (t ₅)	MgO (t ₆)	CaO (t ₇)
1	-0,597	0,596	0,936	0,369	-1,326	-0,709	0,318
2	-0,008	0,246	-0,128	0,550	1,210	0,382	1,682
3	-0,176	-0,105	-0,340	-0,622	0,268	-0,709	-0,591
4	-0,345	-0,632	0,511	-0,802	-0,167	-0,709	-0,364
5	0,076	-0,982	0,085	0,459	-0,457	0,018	-0,136
6	-1,689	-0,982	-0,766	-0,261	-0,399	0,018	-0,591
7	•0,076	1,474	-0,340	0,090	1,210	0,382	-0,591
8	0,916	0,246	2,638	2,441	-0,601	3,473	2,364
9	0,328	0,596	0,298	2,802	1,572	-0,709	-0,136
10	1,168	-0,281	-0,404	-0,622	1,572	0,564	-0,591
11	0,580	-0,281	0,085	-1,162	1,355	0,382	-0,591
12	-0,681	-0,281	0,085	-0,261	-0,239	-0,891	-0,591
13	1,084	-1,158	-	-0,261	0,341	-1,073	-0,591
14	1,840	0,947	0,723	0,550	-0,601	1,291	2,818
15	0,244	1,649	-0,979	-0,171	-1,638	-0,709	-0,591
16	0,244	-1,158	-0,553	-0,622	-0,384	0,382	-0,364
17	-1,857	-1,333	-1,617	-0,261	-0,891	-0,164	-0,591
18	-2,109	-0,982	0,511	-0,712	-0,891	-0,709	0,091
19	-0,008	0,246	-0,340	-0,351	0,848	0,018	-0,136
20	0,916	2,351	1,787	-1,072	0,268	-0,345	-0,591

Их вычисляют для каждого фактора и пробы отдельно. Например, для первого фактора имеем:

$$z = \frac{1}{\sqrt{2.934}} (0.620t_1 + 0.490t_2 + 0.730t_3 + 0.675t_4 + 0.128t_5 + 0.779t_6 + 0.835t_7) = 0,210 .$$

Совокупность значений z для всех проб магнетита, рассчитанная по формуле (9.11), приведена в табл.9.14. Дисперсия значений z по каждому

фактору равна собственному числу λ , что служит еще одной проверкой правильности всех предыдущих вычислений.

Таблица 9.14

Главные компоненты z

Номер пробы	Новые координатные оси (факторы)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0,210	-1,169	-1,483	0,522	-0,102	-0,387	0,147
2	1,290	0,331	0,873	0,357	0,054	0,338	1,395
3	-1,093	0,487	-0,156	-0,016	0,163	-0,119	0,119
4	-0,935	-0,256	-0,341	-0,275	0,778	-0,611	0,075
5	-0,145	-0,682	0,555	0,111	-0,036	-0,606	-0,495
6	-1,724	-1,832	0,160	-0,021	-0,215	0,581	-0,303
7	0,302	1,535	-0,290	0,465	-0,006	1,210	-0,118
8	5,161	-1,875	0,665	-0,156	0,494	0,320	-0,882
9	1,229	1,085	0,534	2,860	-0,143	-0,394	-0,204
10	-0,429	1,964	1,461	-0,741	-0,303	0,359	-0,226
11	-0,319	1,389	0,540	-0,881	0,991	0,119	-0,164
12	-1,124	-0,278	-0,430	0,387	0,333	-0,273	0,011
13	-1,227	0,897	0,900	-0,182	-0,544	-1,328	-0,168
14	3,355	-0,291	-0,103	-1,157	-1,068	-0,468	0,910
15	-0,682	0,046	-1,770	-0,091	-1,911	0,322	-0,319
16	-0,771	-0,322	0,817	-0,937	-0,109	-0,240	-0,480
17	-2,293	-1,530	0,879	0,158	-0,453	0,744	0,043
18	-1,474	-1,905	-0,438	0,134	1,045	0,019	0,654
19	-0,229	0,812	0,228	-0,031	0,204	0,403	0,278
20	0,900	1,597	-2,603	-0,505	0,830	0,013	-0,273
$\sigma^2 z$	2,934	1,434	0,964	0,647	0,464	0,308	0,250

Таблица 9.15

Средний состав групп магнетита, %

Группа	Число проб	TiO ₂	MnO	V ₂ O ₅	SiO ₂	Al ₂ O ₃	MgO	CaO
1	15	0,34	0,14	0,26	0,18	0,52	0,08	0,03
2	3	0,10	0,07	0,24	0,14	0,34	0,08	0,03
3	1	0,43	0,15	0,39	0,46	0,40	0,29	0,15
4	1	0,54	0,19	0,30	0,25	0,40	0,17	0,17

Главные компоненты (табл.9.14) позволяют изобразить проекцию облака точек на любую плоскость в новых координатах. Обычно используется проекция точек на первые две оси (рис. 9.2.1), но можно выбрать и другие пары координатных осей. Подобные графики также несут геологическую информацию. Расположение точек на проекции

позволяет выявить однородные совокупности или отдельные аномальные значения, т.е. может быть использовано для классификации объектов.

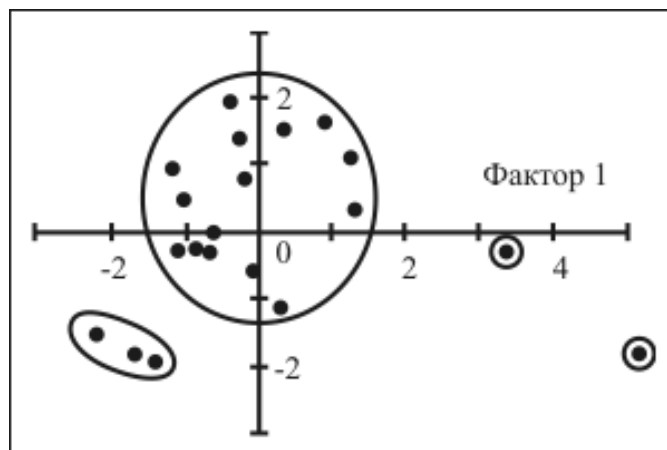


Рис. 9.2.1 Проекция облака точек на плоскость первых двух факторов

На рис. 9.2.1 видно, что магнетиты различаются по составу, соответствующие точки группируются в два облака. Кроме того, две точки удалены от облаков, что свидетельствует об аномальности двух проб магнетита. Следовательно, имеются две однородные группы магнетита и две аномальные пробы магнетита (группы состоят из отдельных проб). Чтобы определить, какие точки соответствуют различным номерам проб, следует обратиться к табл.9.14 (первые два фактора), где приведены координаты точек в новой системе координат. Аномальными являются пробы 8 и 14. Малое облако точек соответствует пробам 6, 17 и 18. В большом облаке находятся точки остальных проб. Имеет смысл рассчитать средний состав групп и сравнить их между собой (табл.9.15).

Пример 10.1. Имеются три вертикальные скважины, в которых определены абсолютные отметки кровли пласта (табл.10.2). Необходимо рассчитать абсолютную отметку кровли пласта с координатами $x = 240$ м, $y = 200$ м.

Таблица 10.2

Данные по скважинам			
Номер скважи	Координаты скважины, м		Абсолютная отметка
	x	y	Пласта z , м
1	355	142	125,6
2	210	163	148,3
3	224	281	105,2

Составим систему уравнений:

$$355a + 142b + c = 125,6;$$

$$210a + 163b + c = 148,3;$$

$$224a + 201b + c = 105,2.$$

Решение системы дает коэффициенты $a = -0,206$; $b = -0,341$; $c = 247,1$.

Следовательно, интерполяционное уравнение (10.6) имеет вид:

$$z = -0,206x - 0,341y + 247,1.$$

Подставляя в него заданные координаты, найдем абсолютную отметку кровли в точке $x = 240$ м, $y = 200$ м:

$$z = -0,206 \cdot 240 - 0,341 \cdot 200 + 247,1 = 129,5 \text{ м.}$$

Зная коэффициенты уравнения (10.6), из примера можно извлечь дополнительную геологическую информацию об элементах залегания кровли пласта. Азимут простирания $\alpha = \arctg(-b/a)$, а угол падения $\gamma = \arctg \sqrt{a^2 + b^2}$. В данном примере имеем $\alpha = \arctg(-0,341 / 0,206) = -59^\circ = 301^\circ$, $\gamma = \arctg \sqrt{0,206^2 + 0,341^2} = 22^\circ$.

Пример 10.2. Используя данные табл.10.1, построим интерполяционную модель обратных расстояний (рис.10.3).

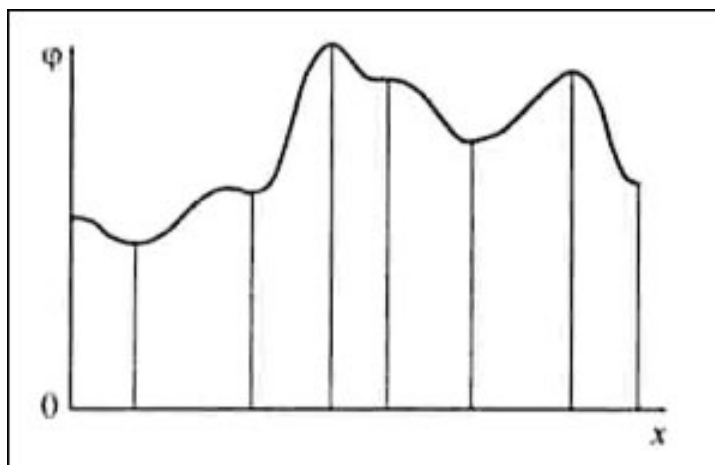


Рис. 10.3 График обратных расстояний, построенный по данным табл. 10.1

Все расчеты проведем по четырем соседним пунктам измерений. Вначале берем первые четыре пункта и по формуле (10.8) находим значения кривой между первым и третьим пунктами. Далее, чтобы найти значения кривой между третьим и четвертым пунктами, необходимо брать в расчет слева и справа по два пункта (второй, третий, четвертый и пятый). Передвигаясь далее на один пункт, повторим расчеты по следующим четырем пунктам (с третьего по шестой). В результате получим кривую между четвертым и пятым пунктами. Подобные операции повторяют до конечного пункта. Такой прием называется «расчет в скользящем окне размером в четыре наблюдения». Полученные результаты представлены на рис.10.3. Численные значения по осям графика такие же, как на рис.10.1.1.

На графике виден недостаток метода обратных расстояний. В пунктах измерения касательная к кривой всегда горизонтальная, что не соответствует действительности. Тем не менее, метод широко применяется на практике, когда другие методы не работают.

Пример 10.3.

В горной выработке определено содержание золота через 1 м (табл.10.11, рис.10.4). Требуется построить вариограмму содержаний и аппроксимировать ее какой-либо моделью.

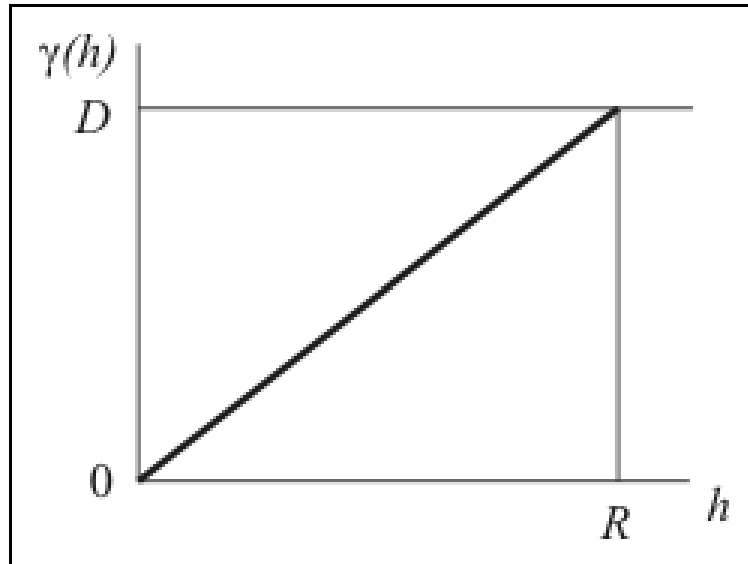


Рис. 10.4 График исходных данных

Содержание золота в пробах, г/т

Пункт измерений x , м	Содержание золота в пробах $f(x)$, г/т	Пункт измерений x , м	Содержание золота в пробах $f(x)$, г/т
1	5,2	14	4,6
2	3,5	15	4,7
3	4,6	16	6,7
4	5,2	17	6,8
5	6,8	18	4,9
6	6,1	19	3,0
7	7,0	20	3,5
8	7,4	21	3,8
9	7,8	22	5,4
10	7,6	23	4,1
11	6,2	24	4,0
12	5,2	25	5,5
13	2,6	26	5,1

Эмпирическая вариограмма, вычисленная по формуле (10.4), показана на рис.10.3.3. Она содержит 13 точек, т.е. рассчитана до 12-го шага (половина длины ряда наблюдений).

Начальная часть вариограммы (первые четыре точки) расположена практически на одной линии, поэтому для построения теоретической вариограммы используем линейную модель, как на рис.10.3.4. Уравнение теоретической вариограммы, рассчитанное по четырем точкам, $\gamma(h) = 0,8h$. Радиус автокорреляции $R = 2,5$ м получен при пересечении линии теоретической вариограммы с линией дисперсии исходных данных $D = 2,03$.

Пример 10.4. Имеются исходные данные по содержанию золота в горной выработке (табл.10.11, пример 10.3). Требуется показать изменение дисперсии и вариограммы при увеличении размера проб.

Будем объединять и усреднять исходные данные по два, три и четыре соседних измерения путем сглаживания методом скользящего окна, что аналогично увеличению размеров проб исходных данных v . Количество исходных данных будет уменьшаться. Рассчитаем дисперсию D усредненных данных по формуле (7.2) и вариограмму $\gamma(h)$ по формуле (10.4) по каждому варианту усреднения. Результаты расчета изображены на рис.10.5. На рисунке видно, что при увеличении размера проб дисперсия уменьшается, по сравнению с рис.10.3.3 убывает также и вариограмма.

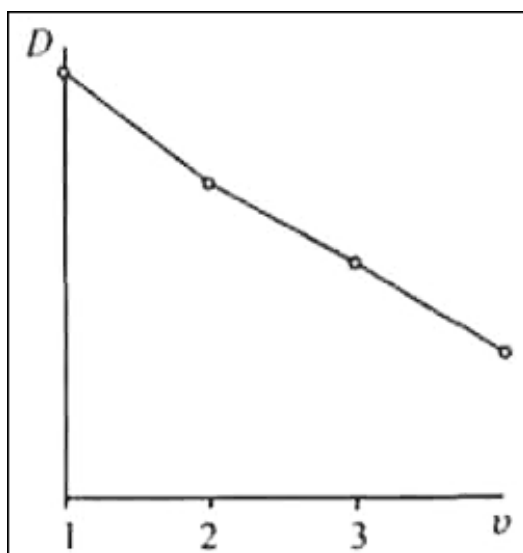


Рис. 10.5 Уменьшение дисперсии D при увеличении геометрической базы измерений v

ОПИСАНИЕ КУРСА И ПРОГРАММА

1. Цель учебно-методического комплекса (УМК)

Цели данного учебно-методического комплекса (УМК)

- дать представление студентам-бакалаврам об основных передовых компьютерных технологиях, применяемых в геологии;
- научить грамотно ориентироваться в вопросах обработки, интерпретации и оформления необходимой для профессиональной деятельности информации;
- привить навыки и умения, необходимые для оптимального решения профессиональных задач.

2. Задачи УМК

Главная задача УМК - объединение разрозненных курсов в единую систему обучения бакалавров геоинформационным технологиям, благодаря которой студенты-бакалавры последовательно должны получить:

- теоретические знания о современных компьютерных технологиях в общем и геоинформационных системах в частности;
- знание прикладных вопросов геоинформационных технологий, возможностей их использования в процессе профессиональной деятельности;
- представление об основных направлениях развития геоинформационного обеспечения геологической деятельности (технический, организационный и экономический аспекты);
- практические навыки работы с офисными программами (MS Word, MS Office, MS Access, MS PowerPoint, CorelDraw, Adobe Photoshop);
- практические навыки по обработке геологической информации с использованием современных статистических и графических

геоинформационных программных продуктов (Statistica, Surfer, ArcGis, Surpac, Micromine, AutoCAD).

3. Инновационность УМК

УМК разрабатывается для **последовательного** освоения передовых геоинформационных технологий. Такая система создания учебных пособий и сборников задач позволит студентам уверенно ориентироваться в новейших разработках современных геоинформационных систем, активно используемых в настоящее время в геологической деятельности.

Студенты получают теоретические знания и практические навыки по компьютерным методам обработки геологических данных, ознакомятся с приемами ввода и редактирования геологической графики, которые могут быть использованы в дальнейшем при подготовке рефератов, выпускных и дипломных работ, а также в практической деятельности.

4. Требования к знаниям студентов, изучающих курс

Студент, начинающий изучать курс «Компьютерные методы обработки геологической информации» должен знать:

- основы геодезии;
- основы общей и структурной геологии;
- основы высшей математики;
- владение компьютером на уровне рядового пользователя.

5. Разделы УМК

Раздел 1. СПЕЦИФИКА ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ. ПОДГОТОВКА, ВВОД И ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА

Модуль 1. Геологические данные

Тема 1. Источники геологических данных

Тема 2. Типы геологических данных

Тема 3. Особенности геологических данных

Модуль 2. Представление геологических данных в компьютере (форматы данных)

Тема 4. Представление графической (пространственной) информации

4.1. Растровая модель

4.2. Векторная модель

4.3. Сравнительная характеристика моделей

Тема 5. Представление текстовой информации

5.1. Текстовые форматы

5.2. Базы данных

Модуль 3. Подготовка и ввод геологических данных в компьютер

Тема 6. Подготовка и ввод графических данных. Устройства и программное обеспечение

6.1. Сканирование

6.2. Векторизация (оцифровка)

6.3. Импорт и экспорт данных

Тема 7. Подготовка и ввод текстовых данных. Устройства и программное обеспечение

7.1. Работа с табличными данными

7.2. Работа с базами данных

7.3. Импорт и экспорт данных

Модуль 4. Первичная обработка геологических данных

Тема 8. Приведение введенных графических данных к единой системе

8.1. Виды проекций

8.2. Масштабирование

Тема 9. Построение стратиграфических колонок, разрезов.
Обработка растровых изображений

9.1. Подготовка графических приложений в CorelDRAW, AutoCAD

9.2. Основы Adobe Photoshop

Раздел 2. АНАЛИЗ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Модуль 5. Статистический анализ геологических данных

Тема 10. Одномерный статистический анализ и его применение

10.1. Одномерный статистический анализ

10.2. Законы распределения случайных величин

10.3. Геологические приложения одномерного статистического анализа

Тема 11. Двумерный статистический анализ и его применение

11.1. Двумерный статистический анализ

11.2. Геологические приложения двумерного статистического анализа

Тема 12. Многомерный статистический анализ и его применение

12.1. Многомерный статистический анализ

12.2. Применение многомерного статистического анализа в геологии

Модуль 6. Пространственный анализ геологических данных

Тема 13. Модели геологических полей

13.1. Детерминированные модели. Применение ГИС

13.2. Вероятностные модели. Применение ГИС

13.3. Основы геостатистики. Применение ГИС

Тема 14. Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов

14.1. Основы математического моделирования месторождений

14.2. Моделирование и подсчет запасов с помощью Micromine

14.2. Моделирование и подсчет запасов с помощью Surpac

Модуль 7. Представление результатов анализа (вывод) геологических данных

Тема 15. Типы и устройства вывода. Выбор дизайна, цвета

Тема 16. Стандарты оформления текстовых и графических материалов

6. Содержание курса

Тема 1. Источники геологических данных

Обзор источников геологических данных: аэрокосмическая съёмка, наземная геофизическая и геологическая съёмка, первичная документация горных выработок, результаты анализов, результаты описания шлифов и т.д., карты (геофизические, геохимические, изолиний, геологические), графика, отчеты.

Тема 2. Типы геологических данных

Обзор типов геологических данных: пространственные данные, непространственные, графические, текстовые.

Тема 3. Особенности геологических данных

Обзор особенностей геологических данных: слабая формализуемость, координатная привязка, разномасштабность, разновременность, несопоставимость карт, проблемы с проекциями.

Тема 4. Представление графической (пространственной) информации

4.1. Растровая модель

Спецификация растровой модели: структура, параметры: размер, форма, ориентация ячеек, разрешение (растровое, пространственное, цветное).
Форматы файлов (сравнительная характеристика bmp, jpg, png) и соответствующие программы для работы – Adobe Photoshop и проч.

4.2. Векторная модель

Спецификация векторной модели: элементы – точка, полилиния, полигон, поверхность. Структура - линейно-узловая, нетопологическая и топологическая. Форматы файлов и соответствующие программы для работы (shp- ESRI, mid-mif –MapInfo, dxf – Autocad, cdr – Corel Draw)

4.3. Сравнительная характеристика моделей

Сравнительная характеристика растровой и векторной моделей: объём, точность, трудоёмкость создания, способ представления реальности. Выбор формата для представления графических данных.

Тема 5. Представление текстовой информации

5.1. Текстовые форматы

Представление текста в компьютере:

- форматы (бинарный, ASCII, ANSI и др.)
- кодовые таблицы, конвертирование форматов.
- Программы для работы с текстом – MS Word, MS Excel

5.2. Базы данных

Понятие о базах данных (БД) и системах управления БД. Структуры БД (иерархическая, сетевая, реляционная; распределённая). Программные средства для работы с базами данных - MS Access.

Тема 6. Подготовка и ввод графических данных. Устройства и программное обеспечение

6.1. Сканирование.

Обзор сканирующего оборудования – сканеры, дигитайзеры и их особенности (разрешение сканирования, глубина цвета, спектральное разрешение). Соответствующее программное обеспечение для работы с устройствами - FineReader и основы работы с ним. Практические занятия по сканированию – подготовка материалов для сканирования, распознавание текста, выбор режима сканирования графических материалов. Последующая обработка отсканированных материалов.

6.2. Векторизация (оцифровка)

Обзор программного обеспечения для оцифровки – MapEdit, Easy Trace, Corel Draw, ArcGis (встроенный векторизатор), AutoCAD. Методы оцифровки – ручной, полуавтоматический, автоматический. Подготовка растровых материалов к векторизации, загрузка, разработка структуры базы данных. Практические работы по оцифровке топологической основы, геологической карты.

6.3. Импорт и экспорт данных

Особенности экспорта и импорта данных, совместимость форматов разнообразных ГИС, импорт картографических реперов. Практические работы по конвертированию форматов.

Тема 7. Подготовка и ввод текстовых данных. Устройства и программное обеспечение

7.1. Работа с табличными данными

Обзор программ для работы с табличными данными – MS Excel, MS Access. Шкалы измерения величин и типы данных. Совмещение таблиц. Варианты использования данных программ для геологических нужд. Практические работы.

7.2. Работа с базами данных

Обзор программ, работающих с базами данных – MS Access, ArcGis, MapEdit и другие ГИС. Практические занятия по проектировке баз данных в вышеозначенных программах.

7.3. Импорт и экспорт данных

Особенности экспорта и импорта табличных данных, баз данных разнообразных ГИС. Практические работы по теме.

Тема 8. Приведение введенных графических данных к единой системе

8.1. Виды проекций

Координаты: плановые (декартовы и полярные), глобальные (широта и долгота), определение координат. Картографические проекции: искажения, типы проекций по характеру искажений, создание проекций, разворачиваемая поверхность, типы проекций по характеру разворачиваемой поверхности. Сравнительный анализ проекций UTM и Гаусса-Крюгера. Практические занятия.

8.2. Масштабирование

Картографическая генерализация – особенности, приемы. Понятие FRACTALS - систематизация вопросов масштаба и разрешения.

Тема 9. Построение стратиграфических колонок, разрезов. Обработка растровых изображений

9.1. Подготовка графических приложений в CorelDRAW, AutoCAD

Практические занятия по отрисовке и визуализации стратиграфических колонок, геологических разрезов, каротажных диаграмм в целях получения навыков работы с вышеозначенными программами и правилами оформления графической геологической документации.

9.2. Основы Adobe Photoshop

Обзор Adobe Photoshop. Практические занятия по обработке растровой графики с помощью программы Adobe Photoshop.

Тема 10. Одномерный статистический анализ и его применение

10.1. Одномерный статистический анализ

Свойства геологических объектов как независимые случайные величины. Статистические характеристики случайной величины. Моменты случайной величины, их связь со статистическими характеристиками. Группировка исходных данных. Построение гистограммы. Расчет статистических характеристик по сгруппированным данным.

10.2. Законы распределения случайных величин

Понятие о законах распределения. Нормальный закон распределения. Логарифмически-нормальный закон распределения. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера. Построение графика плотности вероятности, проверка гипотезы о законе распределения. Преобразование случайной величины.

10.3. Геологические приложения одномерного статистического анализа

Точная оценка погрешности среднего значения. Интервальная оценка математического ожидания случайной величины. Выделение аномальных значений. Выделение однородных совокупностей. Практические занятия с использованием программ MS Office и Statistica.

Тема 11. Двумерный статистический анализ и его применение

11.1. Двумерный статистический анализ

Система двух случайных величин и ее графическое изображение. Статистические характеристики системы двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Уравнение линейной регрессии. Двухмерное нормальное распределение. Эллипс рассеивания. Нелинейная регрессия. Метод наименьших квадратов. Применение метода наименьших квадратов к параболической зависимости. Выбор порядка полинома при аппроксимации нелинейной зависимости. Приведение нелинейных зависимостей к линейному виду.

11.2. Геологические приложения двумерного статистического анализа

Прогнозирование свойств по уравнению регрессии. Выявление аномальных значений и однородных совокупностей. Внутренний контроль химических анализов. Внешний контроль химических анализов. Оценка различия между геологическими объектами. Оценка постоянной радиоактивного распада. Зависимость плотности руды от ее состава. Вычисление параметров усеченного нормального распределения. Практические занятия с использованием программ MS Office и Statistica.

Тема 12. Многомерный статистический анализ и его применение

12.1. Многомерный статистический анализ

Система множества случайных величин и ее статистические характеристики. Множественная линейная регрессия. Коэффициент множественной корреляции. Отбор информативных свойств в уравнении множественной линейной регрессии.

12.2. Применение многомерного статистического анализа в геологии

Анализ матриц коэффициентов корреляции. Метод главных компонент. Кластерный анализ. Дендрограмма. Распознавание образов. Практические занятия с использованием программ MS Office и Statistica.

Тема 13. Модели геологических полей

13.1. Детерминированные модели. Применение ГИС

Детерминированные модели геологических полей: Линейная интерполяционная модель. Полиномиальная модель. Модель обратных расстояний. Сплайн-модель. Практические занятия с применением программ Surfer и ArcGis.

13.2. Вероятностные модели. Применение ГИС

Модель на основе случайно функции. Гармонический анализ. Периодограммный анализ.

13.3. Основы геостатистики. Применение ГИС

Вариограмма и ее аппроксимации. Влияние на вариограмму геометрической базы измерений. Понятие о кригинге. Практические занятия с применением программ Surfer и ArcGis.

Тема 14. Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов

14.1. Основы математического моделирования месторождений

Банки исходных данных при разведке месторождений. Вторичные (расчетные) банки данных.

14.2. Моделирование и подсчет запасов с помощью Micromine

Знакомство с программой Micromine. Изучение основных возможностей. Практические занятия по подсчету запасов и моделированию месторождений.

14.3. Моделирование и подсчет запасов с помощью Surpac

Знакомство с программой Surpac. Изучение основных возможностей. Практические занятия по подсчету запасов и моделированию месторождений.

Тема 15. Типы и устройства вывода. Выбор дизайна, цвета.

Типы вывода. Таблицы. Периферийные графические устройства. Растровые и векторные устройства. Линейные принтеры. Матричные

принтеры/графопостроители (плоттеры). Перьевые (карандашные) плоттеры. Оптические плоттеры (фотопринтеры). Покадровая технология. Технология с обновлением изображения. Цвет. Битовые планы и цветовые палетки. 3-D дисплей. Память и компоненты обработки.

Тема 16. Стандарты оформления текстовых и графических материалов

Знаковая система карт. Размещение меток: основные правила Имхофа, перекрытия, размещение метки внутри полигона (многоугольника). Некоторые простые приемы. Принципы графического совершенства. Разработка вывода графики: масштаб, базовая карта, общее в графическом дизайне, экранное отображение, генерация сцены.

7. Распределение часов курса по темам и видам работ

№ п/п.	Наименование тем	Всего (часов)	Аудиторные занятия (час.)	
			В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1	2	3	4	5
1	Источники геологических данных	1	1	
2	Типы геологических данных	1	1	
3	Особенности геологических данных	1	1	
4	Представление графической (пространственной) информации	4	4	
5	Представление текстовой информации	1	1	
6	Подготовка и ввод графических данных. Устройства и программное обеспечение	9	1	8
7	Подготовка и ввод текстовых данных. Устройства и программное обеспечение	10	4	6
8	Приведение введенных графических данных к единой системе	5	2	3
9	Построение стратиграфических колонок, разрезов. Обработка растровых изображений	9	1	8
10	Одномерный статистический анализ и его применение	10	4	6
11	Двумерный статистический анализ и его применение	7	3	4

1	2	3	4	5
12	Многомерный статистический анализ и его применение	7	3	4
13	Модели геологических полей	9	3	6
14	Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов	10	2	8
15	Типы и устройства вывода. Выбор дизайна, цвета	3	1	2
16	Стандарты оформления текстовых и графических материалов	3	1	2
	Зачеты	10	10	
	ИТОГО	100	43	57

Кредит - 3

8. Ориентировочные темы практических занятий

Тема 6. Подготовка и ввод графических данных. Устройства и программное обеспечение

6.1. Сканирование.

1. Сканирование и распознавание текстов и таблиц (Fine Reader)
2. Сканирование и редактирование (сшивка) геологических или топографических карт (Adobe Photoshop)

6.2. Векторизация (оцифровка)

3. Векторизация фрагмента топографической карты (Easy Trace)
4. Векторизация фрагмента геологической карты (MapEdit)

Тема 7. Подготовка и ввод текстовых данных. Устройства и программное обеспечение

7.1. Работа с табличными данными

5. Расчленение и корреляция толщ при помощи циклостратиграфического метода. (Exel).
6. Прослеживание рудного горизонта по скважинам. (Exel).
7. Построение палеогеографической и палеотектонической кривых (Exel).
8. Петрохимические пересчёты (Exel).

7.2. Работа с базами данных

9. Получение геологической информации на основе баз данных (Access)

Тема 8. Приведение введенных графических данных к единой системе

8.1. Виды проекций

10. Проектирование из географической системы координат в плановую (ArcGis)
11. Сведение разномасштабных фрагментов карт в единую систему координат (ArcGis)

Тема 9. Построение стратиграфических колонок, разрезов. Обработка растровых изображений

- 9.1. Подготовка графических приложений в CorelDRAW, AutoCAD
 - 12. Составление стратиграфической колонки (CorelDraw)
 - 13. Построение схемы сопоставления стратиграфических колонок (CorelDraw)
 - 14. Составление стратиграфической колонки (AutoCAD)
 - 15. Построение геологического разреза (CorelDraw)
- 9.2. Основы Adobe Photoshop
 - 16. Редактирование растровой графики (Adobe Photoshop)

Тема 10. Одномерный статистический анализ и его применение

- 10.2. Законы распределения случайных величин
 - 17. Проверка гипотезы о законе распределения (Statistica)
- 10.3. Геологические приложения одномерного статистического анализа
 - 18. Оценка математического ожидания и погрешности среднего значения (Statistica)
 - 19. Выделение однородных совокупностей и аномальных значений (Statistica)

Тема 11. Двумерный статистический анализ и его применение

- 11.2. Геологические приложения двумерного статистического анализа
 - 20. Внутренний и внешний контроль химических анализов (Statistica)
 - 21. Прогнозирование свойств по уравнению регрессии (Statistica)
 - 22. Оценка различий между геологическими объектами (Statistica)

Тема 12. Многомерный статистический анализ и его применение

- 12.2. Применение многомерного статистического анализа в геологии
 - 23. Выделение взаимосвязей с помощью факторного анализа (Statistica)
 - 24. Выделение групп на основе кластерного анализа (Statistica)

Тема 13. Модели геологических полей

- 13.1. Детерминированные модели. Применение ГИС
 - 25. Анализ поверхности тренда (Surfer)

26. Анализ поверхности тренда (ArcGis)

13.2. Вероятностные модели. Применение ГИС

27. Построение карт геохимических и геофизических полей в изолиниях (ArcGis)

28. Построение комплексных геохимических и геофизических карт с выделением аномальных зон (ArcGis)

13.3. Основы геостатистики. Применение ГИС

29. Анализ структуры данных, моделирование вариограмм (ArcGis)

Тема 14. Компьютерное моделирование месторождений и подсчет запасов

14.2. Моделирование и подсчет запасов с помощью Micromine

30. Создание банка данных (Micromine)

31. Построение разрезов (Micromine)

32. Моделирование рудных тел (Micromine)

14.3. Моделирование и подсчет запасов с помощью Surpac

33. Создание банка данных (Surpac)

34. Построение разрезов (Surpac)

35. Моделирование рудных тел (Surpac)

9. Примерный список вопросов к зачету

1. Что называется метаданными?

2. При каком масштабе горизонтальная рамка топографической основы представляет собой прямую линию?

3. Что является цифровой моделью рельефа?

4. Какое минимальное количество растровых слоёв потребуется для представления геологической карты района, сложенного гранитами юрского возраста, известняками девона и песчаниками карбона, нарушенными сбросами и сдвигами?

5. В каких единицах измеряется пространственное разрешение растра?

6. Что допустимо в реляционных базах данных?

7. Какому масштабу карт соответствует номенклатура N-37-15
8. Как задаётся местоположение точки в полярной системе координат?
9. Сколько листов топографической карты м-ба 1 : 100 000 в 1 листе масштаба 1 : 1 000 000?
10. К какой шкале измерений относится шкала Мооса?
11. По какому из параметров растровая модель превосходит векторную?
12. Какой из символов недопустим в колонке, тип данных которой определён как double (вещественные числа с двойной точностью представления)?
13. Что недопустимо в реляционной базе данных?
14. Какая из моделей пространственных данных представляет реальный мир дискретно?
15. Как называется преобразование растровой модели в векторную?
16. К какому типу проекций относится проекция Гаусса-Крюгера?
17. Какие измерения будут точными на карте масштаба 1 : 100 000 в проекции Гаусса-Крюгера?
18. Сколько градусов долготы составляет зона в проекции Гаусса-Крюгера?
19. Сколько узлов может иметь полигон в векторно-топологическом представлении пространственных данных?
20. Какую систему координат использует GPS Navstar?
21. Какое минимальное количество дуг может иметь полигон?
22. Какая из характеристик системы координат Гаусса-Крюгера неправильная?
23. Какие из форматов хранят графическую информацию в векторном представлении?
24. Какой статистический метод используется для решения вопроса о сходстве или различии выборочных средних?
25. Какой статистический метод используется для разделения выборки на группы, максимально различающиеся между собой?

26. Какой статистический метод используется для разделения выборки на группы, максимально различающиеся между собой?
27. Какой статистический метод используется для выявления взаимосвязей между переменными?
28. Какой статистический метод используется для выявления взаимосвязей между переменными?
29. Какой из методов является точным интерполятором?
30. Какой из методов интерполяции используется для выявления тренда?
31. Какой из методов интерполяции наименее чувствителен к экстремальным значениям?
32. Что называется драйвером?
33. Что называется буферной зоной объекта?

10. Ориентировочный список рекомендуемой литературы

1. Поротов Г.С. «Математические методы моделирования в геологии»,
2. Дэвис Дж. С. «Статистический анализ данных в геологии». М., Недра, 1990 г.
3. Боровиков В. П. «Программа STATISTICA для студентов инженеров» 2-е изд., Москва из-во «Компьютерпресс», 2001г.
4. ArcGis9 Geostatistical Analist - Руководство пользователя.
5. Капралов Е.Г., Кошкарев А.В. Геоинформатика. (Гриф МО РФ)
Издательство: Academia (дата выпуска: 2005 г. ISBN: 5-7695-1924-X,
количество страниц: 480 стр.)
6. Кошкарев А.В., Тикунов В.С. «Геоинформатика», М. «Картгеоцентр» - «Геодиздат», 1993.
7. Цветков В.Я. «Геоинформационные системы и технологии», М. «Финансы и статистика», 1998.
8. Савиных В.П., Цветков В.Я. «Геоинформационный анализ данных дистанционного зондирования», М. «Картгеоцентр» - «Геодиздат», 2001.

9. ДеМерс М.Н. Геоинформационные системы. Основы. М., Изд-во «Дата+», 1999. 490 с.
10. Лурье И.К., Косиков А.Г., Ушакова Л.А. и др. Компьютерный практикум по цифровой обработке изображений и созданию ГИС/ Дистанционное зондирование и ГИС. – М.: Научный мир, 2004. – 148 с.

11. Рекомендуемые ссылки на интернет-ресурсы

1. Введение в геоинформационные системы ГИС – основа информационной системы территории

<http://gis-lab.info/docs/giscourse/contents.html>

2. Геоинформационный портал ГИС-Ассоциации

<http://gisa.ru/>