

  
На правах рукописи

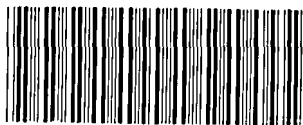
**Кудлаев Павел Эдуардович**

**НЕКОТОРЫЕ АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ГРА-  
ВИТАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ КАРТАНА–ВЕЙЛЯ**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

**10 МАЯ 2017**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук



**006656062**

Москва 2017

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Института физики, технологии и информационных систем ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет (МПГУ)».

**Научный руководитель:** Фролов Борис Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической физики Института физики, технологии и информационных систем ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет (МПГУ)»

**Официальные оппоненты:**

Папов Вячеслав Федорович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Фундаментальной математики» ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»

Портнов Юрий Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Физика» ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)»

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», кафедра физики

Защита состоится «1» июня 2017 года, в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 в Российском университете дружбы народов по адресу: 117923, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в УНИБЦ РУДН по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан 25, апреля 2017 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета  
к.ф.-м.н., доцент



В.А. Попова

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы исследования

Теория гравитации получила мощный стимул к развитию в начале 20 века в связи с открытием СТО и наличием к этому времени существенного математического аппарата в области геометрии – до сих пор необъясненные явления удалось разрешить в ОТО, отличавшейся усложненной структурой пространства-времени. Идеи успешного подхода пытались развивать и обобщать ОТО на основе усложнения геометрической структуры пространства-времени. Существенный вклад был сделан выдающимися учеными: Э. Картаном, Г. Вейлем, И. Схоутеном, Э. Шредингером. Эти и более поздние попытки своевременно не получили должного признания со стороны научного сообщества.

С течением времени база наблюдательных данных увеличивалась, и произошла революция в космологии, в результате которой возникли новые представления о свойствах наблюдаемой части Вселенной. На основании наблюдений был сделан вывод о том, что в динамике Вселенной доминирующую роль играет темная энергия. В большинстве теорий описание темной энергии связывается с космологической постоянной, которая описывает энергию физического вакуума, что впервые было предложено Э. Б. Глинером. Также подтвердилась гипотеза Цвикки, сформулированная в 30-х годах двадцатого века, о наличии внутри галактик и скоплений галактик темной материи, плотность которой в несколько раз превышает плотность обычной светящейся материи звезд и галактик. Свойства темной материи изучаются с помощью телескопа Хаббл, а также в рамках проекта KiDS, осуществляемого с использованием телескопа ESO VLT Survey (VST), расположенного в обсерватории Paranal в Чили. Была сформулирована идея, что динамику Вселенной определяет темная энергия во взаимодействии с темной материей. Также было открыто ускоренное расширение Вселенной, начавшееся около 5 миллиардов лет до настоящего времени.

В настоящее время на основании наблюдения движения GPS спутников вокруг Земли было высказано предположение о том, что темная материя находится также и в околоземном и тем самым в околосолнечном пространстве, что может оказать влияние на соответствующие метрологические исследования. В настоящее время точность измерения координат космических систем такова, что является актуальным учет релятивистских поправок, обусловленных как скоростью их движения, так и гравитационными характеристиками околоземного и околосолнечного космического пространства.

О наличии в этом пространстве некоторых действующих факторов, не учтенных ни теорией гравитации Ньютона, ни обобщающей ее теорией гравитации Эйнштейна говорит сравнительно недавнее открытие аномалий движения тел в Солнечной системе [1]. Высказано предположение, что таким неучтенным фактором может быть наличие темной материи. Сформулировано несколько гипотез о природе темной материи, однако окончательная точка зрения до сих пор не выработана.

В работах [2–4] сформировано представление о том, что как темная энергия, так и темная материя может быть объяснена наличием во Вселенной особого скалярного поля, введенного ранее Дираком [5]. Обоснование существования данного скалярного поля в природе и его геометрическая интерпретация теоретически вытекают из калибровочной теории гравитации группы Пуанкаре–Вейля [6], что приводит к изменению наших представлений о свойствах пространства-времени. Именно, вместо принятой в ОТО геометрии Римана в пространстве-времени возникает геометрия Картана–Вейля с кривизной, кручением и неметричностью типа Вейля, а также с необходимым наличием геометризованного скалярного поля Дирака. Для модифицированной таким образом теории гравитации в пространстве Картана–Вейля было предложено название теория гравитации Вейля–Дирака.

Обязательное существование в природе скалярного поля Дирака видоизменяет, кроме космологического решения, также сферически-симметричное и аксиально-симметричное решения в современной теории

гравитации. Совместное решение уравнений гравитационного и скалярного полей приводит к метрике, не имеющей сингулярности, характерной для метрики Шварцшильда, но на больших расстояниях в ньютоновском приближении совпадающей с метрикой Шварцшильда. Данное решение будет модифицировать решение для черных дыр в ОТО. Аксиально-симметричное решение этих уравнений может обосновать плоский вид ротационных кривых спиральных галактик, что представляет собой одну из актуальных проблем современной галактической астрофизики.

### **Степень разработанности темы**

В работе [6] была построена калибровочная теория гравитационного поля, исходя из требования локальной инвариантности теории относительно группы Пуанкаре–Вейля и было показано, что из этого требования в пространстве-времени возникнет геометрическая структура пространства Картана–Вейля. В данной теории возникает требование необходимого существования дополнительного скалярного поля, имеющего такой же фундаментальный статус, как и метрика. Дальнейшее развитие теории показало, что данное скалярное поле по своим свойствам совпадет со скалярным полем, введенным Дираком в известной работе [5], и поэтому было названо скалярным полем Дирака. В дальнейшем на основе данного результата была построена конформная теория гравитационного поля в пространстве Картана–Вейля [2, 3], в которой эффективная космологическая постоянная (энергия вакуума) определялась скалярным полем Дирака. Применение данного подхода к космологии ранней Вселенной [2–4] позволило наметить путь решения проблемы космологической постоянной, представляющую собой важную проблему современной теоретической физики.

В [2] была высказана гипотеза о том, что скалярное поле Дирака в пространстве Картана–Вейля не только определяет величину эффективной космологической постоянной, но также играет роль основной компоненты темной материи. Данная гипотеза разрабатывалась в работе [7], в которой было найдено сферически-симметричное решение, а также получено решение

уравнений поля для скалярного поля Дирака. Разработке общего метода нахождения сферически-симметричных решений в данной теории, их получению, анализу и применению к описанию пролетной аномалии посвящена первая часть этой диссертации. Вторая часть посвящена получению приближенного аксиально-симметричного решения, его анализу и расчету периферической скорости звезд в спиральных галактиках.

### **Цель и задачи**

Целью работы является получение астрофизических следствий геометрически модифицированной теории гравитации в пространстве Картана–Вейля в рамках моделирования темной материи скалярным полем Дирака, а именно: влияния темной материи, как скалярного поля, на объекты в Солнечной системе и в околоземном пространстве, влияние распределения темной материи на профиль ротационных кривых спиральных галактик.

Для реализации обозначенной цели решаются следующие задачи:

- разработка в теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака общего метода получения сферически-симметричного решения, основанного на представлении метрики в общем сферически-симметричном виде с двумя произвольными функциями с учетом конкретизации системы координат;
- решение полученных вариационным методом уравнений гравитационного и скалярного полей и получение аналитических выражений для метрики и скалярного поля;
- постановка и решение задачи о движении пробного тела в полученной метрике и сравнение результата с наблюдательными данными;
- развивая идеи А. В. Коганова и В. Г. Кречета [8] о роли цилиндрической симметрии при объяснении ротационных кривых спиральных галактик, осуществление разработки метода получения аксиально-симметричного решения в теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака;

– получение приближенного аксиально-симметричного решения и объяснение на его основе наблюдаемого вида ротационных кривых спиральных галактик.

### **Научная новизна**

Научная новизна исследования заключается в том, что:

– на основе разработанного общего метода для теории Картана–Вейля со скалярным полем Дирака получено сферически-симметричное решение вариационных уравнений гравитационного и скалярного полей, конформное известному решению Илмаза–Розена;

– получено уравнение для скорости движения пробного тела в найденной сферически-симметричной метрике;

– показано, что вычисленная в рамках теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака асимптотически предельная скорость пробного тела не совпадает в сторону увеличения со значением данной скорости, вычисленной на основании теории Ньютона, что совпадает с наблюдательными данными по движению запускаемых с Земли космических аппаратов. Полученный результат дает возможность объяснения одной из обнаруженных аномалий движения тел в Солнечной системе, а именно, пролетной аномалии;

– из сравнения с наблюдательными данными по движению космических аппаратов получена оценка порядка свободного параметра в найденном сферически-симметричном решении;

– в рамках геометрически модифицированной теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака получено приближенное аксиально-симметричного решения;

– на основе найденного приближенного аксиально-симметричного решения предложено одно из возможных объяснений наблюдаемого плоского вида ротационных кривых спиральных галактик.

## **Теоретическая и практическая значимости работы**

Теоретическая значимость результатов диссертационного исследования состоит в том, что возможные объяснения пролетной аномалии и плоского вида ротационных кривых спиральных галактик, полученные на основе найденных сферически-симметричного и приближенного аксиально-симметричного решений, могут представлять собой подтверждение модели темной материи как скалярного поля Дирака – поля геометрической природы.

Практическая значимость диссертационного исследования определяется тем, что его результаты могут быть использованы при изучении влияния темной материи в исследованиях околоземного и околосолнечного космического пространства, так как в настоящее время является существенным учет соответствующих релятивистских поправок в связи с повышенном точности измерения координат космических аппаратов.

## **Методология и методы исследования**

Данная работа осуществлялась на основе методологии современной теоретической физики, основанной на приоритете калибровочных принципов при построении теории поля, а данном случае на приоритете нуанкаре-вейль калибровочной теории гравитации.

В работе были использованы следующие методы исследования:

- математический метод внешнего дифференциального исчисления;
- вариационный метод современной теории гравитации в формализме внешних форм;
- компьютерный метод проведения символьных вычислений в математических задачах, используемый для проверки результатов аналитических вычислений.

## **Положения, выносимые на защиту**

- 1). В рамках теории гравитации в пространстве-времени Картана-Вейля со скалярным полем Дирака разработан метод получения сфериче-



ски-симметричного решения, основанный на представлении метрики в общем сферически-симметричном виде с двумя произвольными функциями с учетом конкретизации системы координат, и выведены вариационные уравнения гравитационного и скалярного полей в сферически-симметричном случае.

2). В теории гравитации Картана–Вейля со скалярным полем Дирака получено сферически-симметричное решение уравнений гравитационного и скалярного полей (для метрики конформное известному решению Илмаза–Розсна), определяемое одним свободным параметром.

3). Получено в пространстве-времени Картана–Вейля со скалярным полем Дирака уравнение для скорости движения пробного тела в найденной сферически-симметричной метрике, на основании которого предложено возможное объяснение одной из обнаруженных аномалий движения тел в Солнечной системе, а именно, прелетной аномалии; из сравнения с наблюдательными данными по движению космических аппаратов получена оценка порядка свободного параметра в найденном сферически-симметричном решении.

4). В рамках теории гравитации в пространстве-времени Картана–Вейля со скалярным полем Дирака получены в аксиально-симметричном случае уравнения гравитационного и скалярного полей и найдено приближенное аксиально-симметричное решение этих уравнений.

5). На основе найденного приближенного аксиально-симметричного решения предложено одно из возможных объяснений наблюдаемого плоского вида ротационных кривых спиральных галактик.

### **Достоверность**

Достоверность результатов, полученных в диссертации, основывается на достоверности использованных методов современной дифференциальной геометрии и вариационного исчисления в формализме внешних форм. Ре-

зультаты, полученные в диссертации, проверены с помощью компьютерного метода символьных вычислений.

Кроме того, полученные результаты удовлетворяют методу соответствия, а именно, при переходе из геометрии Картана–Вейля к геометрии Римана найденная сферически-симметричная метрика переходит в полученную ранее известную метрику Илмаза–Розена, относящуюся к классу метрик Маджумдара–Папапетру, а найденная аксиально-симметричная метрика переходит в известную аксиально-симметричную метрику Синга.

### **Апробация**

Апробация результатов исследования осуществлялась на следующих международных и всероссийских конференциях и семинарах:

- IX Московская научно-практическая конференция «Студенческая наука», Москва, Московский Студенческий Центр, 27 октября–28 ноября 2014 г;
- 4-th International Conference on Theoretical Physics, Moscow, MSPU 3–6 July 2015;
- XIIth International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology (ICGAC–12), Moscow, PFUR, 28 June – 5 July 2015;
- Международная Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН, ОИЯИ Дубна, 12–15 апреля, 2016 г.;
- Международная конференция «Гравитация, космология и механика сплошных сред», посвященная 100-летию со дня рождения К.П. Станюковича, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 3–4 марта 2016 г.;
- LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники, Москва, РУДН, 17–19 мая 2016 г.;
- 5-я Ульяновская Международная Школа-Семинар по Теоретической и Наблюдательной космологии -- UISS-2016, Ульяновск, 19–30 сентября 2016 г.

Результаты диссертационного исследования были также апробированы при работе над научным Проектом 533п(9), Государственный контракт П797, который был реализован при выполнении федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и при выполнении проектной части государственного задания (№3.1968.2014/К) Министерства образования и науки Российской Федерации.

**Личный вклад автора** состоит в непосредственном участии в анализе исходных данных и теоретических моделей, проведении аналитических вычислений, сопоставлении полученных результатов с наблюдательными астрофизическими данными, подготовке совместно с соавторами публикаций по выполненной работе.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 8 работ, в том числе 2 статьи в журналах из списка рекомендованных ВАК, входящих также в список Web of Science, и 1 публикация в трудах международной конференции. Кроме того, опубликованы 3 тезиса докладов на международных и всероссийских конференциях и 2 публикаций сделаны в электронном архиве.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии. Объем диссертации 106 страниц. Список литературы включает 181 наименование.

### **Основное содержание работы**

Во **Введении** дается общая характеристика работы, указывается цель и задачи, обосновывается актуальности выбранной темы и определяются направления, представлены положения, выносимые на защиту, кратко излагается содержание диссертации.

**Первая глава** диссертации носит обзорный характер и подразделяется на три параграфа. Первый параграф представляет собой исторический очерк появления в теории поля такого объекта, как скалярное поле Дирака, а также обзор работ, в которых рассматриваются различные варианты взаимодействия скалярного поля с различными геометрическими структурами ностримановых пространств. Во втором параграфе рассматриваются некоторые аномалии движения тел в Солнечной системе и в галактиках. В третьем параграфе производится обзор работ, в которых исследуется предположение о том, что темная материя реализуется в виде некоторого скалярного поля.

Содержание **второй главы** представляет собой 6 параграфов. В первом параграфе этой главы излагаются основные положения теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака и проводится описание используемого математического аппарата, в частности, дифференциальной геометрии ностримановых пространств в формализме внешних форм. Во втором параграфе выписываются лагранжева плотность теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = 2f_0 \left[ (1/2)\beta^2 \mathcal{R}^a_b \wedge \eta_a^b + \rho_1 \beta^2 T^a \wedge *T_a + \rho_2 \beta^2 (T^a \wedge \theta_b) \wedge *(T^b \wedge \theta_a) + \right. \\ \left. + \rho_3 \beta^2 (T^a \wedge \theta_a) \wedge *(T^b \wedge \theta_b) + 16\xi \beta^2 Q_{ab} \wedge *Q^{ab} + 4\zeta \beta^2 Q_{ab} \wedge \theta^a \wedge *T^b + \right. \\ \left. + l_1 d\beta \wedge *d\beta + l_2 \beta d\beta \wedge \theta^a \wedge *T_a + l_3 \beta d\beta \wedge *Q \right] + \beta^4 \Lambda^{ab} \wedge (Q_{ab} - (1/4)g_{ab}Q). \end{aligned}$$

Здесь  $\wedge$  – символ внешнего умножения,  $d$  – оператор внешнего дифференцирования,  $*$  – оператор дуализации Ходжа,  $\theta^a$  – базисные 1-формы,  $\eta_a^b = *( \theta_a \wedge \theta^b )$ ,  $\mathcal{R}^a_b$  и  $T^a$  – 2-формы кривизны и кручения,  $Q_{ab}$  – 1-форма неметричности,  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \xi, \zeta, l_1, l_2, l_3$  – константы связи,  $f_0 = c^4/16\pi G$ ,  $\Lambda^{ab}$  – неопределенные множители Лагранжа, варьирование по которым обеспечивает выполнение условия Вейля на неметричность:  $Q_{ab} = (1/4)g_{ab}Q$ .

Затем выписываются  $\Gamma$ -,  $\theta$ - и  $\beta$ -уравнения поля, полученные вариационным методом в формализме внешних форм в работах [2–4] при выборе в качестве независимых переменных 1-формы связности  $\Gamma^a_b$ , базисных 1-

форм  $\theta^a$  и скалярного поля Дирака  $\beta$ . В третьем параграфе излагаются результаты анализа  $\Gamma$ -уравнения поля и выводятся два важных для дальнейшего следствия этого уравнения. В сферически-симметричном случае 2-форма кручения определяется только 1-формой следа кручения:  $T^a = (1/3)T \wedge \theta^a$ . Указанные следствия  $\Gamma$ -уравнения позволяют сделать вывод, что в сферически-симметричном случае 1-формы следа кручения и следа неметричности определяются скалярным полем Дирака:  $T = sd \ln \beta$ ,  $Q = qd \ln \beta$ , где  $s, q$  — два числа, зависящие от констант связи лагранжевой плотности  $\mathcal{L}$ .

В четвертом параграфе вариационные  $\theta$ - и  $\beta$ -уравнения поля, выписанные ранее в формализме внешних форм, преобразуются в компонентную форму в координатном базисе. В пятом параграфе развивается общий подход в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака к нахождению сферически-симметричного решения, основанный на представлении метрики в общем сферически-симметричном виде с тремя произвольными функциями и затем сведении числа произвольных функций до двух при выборе «однородных» координат [9]. Здесь же выписываются  $\theta$ - и  $\beta$ -уравнения поля с помощью этих двух произвольных функций и находится аналитическое решение этих уравнений для метрики и скалярного поля, зависящее от одного произвольного параметра  $k$ , определяемого константами связи исходной лагранжевой плотности  $\mathcal{L}$ :

$$ds^2 = e^{\frac{k r_0}{r}} ds_{YR}^2, \quad k^{-2} = l_1 + \frac{1}{2}l_2 s + \frac{1}{2}l_3 q,$$

$$ds_{YR}^2 = e^{-\frac{r_0}{r}} dt^2 - e^{\frac{r_0}{r}} (dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)).$$

При выборе  $r_0 = 2MG/c^2$  ( $M$  — масса центрального тела) полученная метрика  $ds^2$  решения оказывается конформной известной метрике Илмаза–Розена  $ds_{YR}^2$  [10, 11], постньютоновский предел которой совпадает с постньютоновским пределом метрики Шварцшильда. В полученном решении возникает следующая связь между кручением и неметричностью:  $3q - 8s = 24$ .

Наконец, в последнем, шестом параграфе второй главы найденное решение применяется к исследованию радиального движения пробного тела в полученной метрике. При этом получена следующая формула

$$\frac{v_{\text{inf}}^2 - v_{\text{inf}0}^2}{c^2} = \mp k \frac{r_g}{R},$$

где  $R$  – радиус Земли, а  $r_g$  – ее гравитационный радиус. Данная формула показывает, что вычисленная в рамках теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака асимптотически предельная скорость пробного тела  $v_{\text{inf}}$  не совпадет (в сторону увеличения) со значением данной скорости  $v_{\text{inf}0}$ , вычисленной при условии  $k = 0$ , то есть на основании ньютоновского предела метрики Илмаса–Розена.

Наблюдательные данные по движению запускаемых с Земли космических аппаратов дают следующий результат по пролетной аномалии [1]:

$$v_{\text{inf}} - v_{\text{inf}0} \approx 1 \div 10 \frac{\text{ММ}}{c}$$

Из сравнения с наблюдательными данными получена оценка порядка свободного параметра в найденном сферически-симметричном решении:

$$v_{\text{inf}} - v_{\text{inf}0} \approx \frac{kc}{2\sqrt{3}} \approx 10^8 \frac{\text{М}}{c}, \quad k \approx 10^{-11} \div 10^{-10}.$$

Можно сделать предположение о том, что полученный в диссертации результат дает возможность объяснения одной из обнаруженных аномалий движения тел в Солнечной системе, а именно, пролетной аномалии.

**Третья глава** состоит из двух параграфов. В первом параграфе конкретизируется общий вид аксально-симметричной метрики, зависящий от трех произвольных функций:

$$ds^2 = e^{-2(U+\mu)} dt^2 - e^{2(-U+\mu+\nu)} (d\rho^2 + dz^2) - \rho^2 e^{2(-U+\mu)} d\phi^2,$$

где  $\mu(r)$ ,  $U(\rho, z)$ ,  $\nu(\rho, z)$ ,  $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ .

Для данной метрики производится вычисление полученных во второй главе компонентных представлений  $\theta$ - и  $\beta$ -уравнений поля теории грави-

тации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака, в предположении, что 2-форма кручения определяется только своим следом. При этом из следствий  $\Gamma$ -уравнения, как и в сферически-симметричном случае, вытекает, что 1-формы следа кручения и следа неметричности определяются скалярным полем Дирака:  $T = sd \ln \beta$ ,  $Q = qd \ln \beta$ . Необходимым следствием  $\theta$ -уравнения является связь между кручением и неметричностью:  $3q - 8s = 24$ , полученная также ранее в сферически-симметричном случае.

Положим по аналогии со сферически-симметричным случаем  $\mu(r) = m/r$ . В результате  $\theta$ - и  $\beta$ -уравнения сведутся к четырем уравнениям в частных производных для двух неизвестных функций  $U(\rho, z)$ ,  $v(\rho, z)$ . Если наложить дополнительное ограничение на константы связи  $\rho_2 s^2 (1 - 2\rho_1) = 0$ , то  $\beta$ -уравнение сведется к уравнению

$$U''_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} U'_\rho + U''_{zz} = 0.$$

С учетом последующего применения представим частное решение этого уравнения в виде ( $m, R, h = \text{const}$ ):

$$U(\rho, z) = -\frac{m}{R} \ln \left( \frac{\rho}{R} \right) \left( 1 - \frac{|z|}{h} \right), \quad \frac{m}{R} \ll 1, \quad \frac{|z|}{h} \ll 1, \quad \frac{R}{\rho} < 1.$$

Учитывая, что при указанных условиях малости справедливо  $|U'_\rho| \ll 1$ ,  $|U'_z| \ll 1$ , будем искать приближенное решение указанной ранее системы уравнений в частных производных, которая с точностью до выражения первого порядка малости сведется к двум уравнениям в частных производных для функции  $v(\rho, z)$ . Частное решение этой приближенной системы равно  $v(\rho, z) = -\frac{m^2 \rho^2}{2r^4}$ .

В результате приближенное решение поставленной аксиально-симметричной задачи может быть представлено в виде, конформном аксиально-симметричному решению общей теории относительности [9]:

$$ds^2 = \exp\left(\frac{2m}{R} \ln\left(\frac{\rho}{R}\right)\left(1 - \frac{|z|}{h}\right)\right) ds_{GR}^2,$$

$$ds_{GR}^2 = e^{\frac{2m}{r}} c^2 dt^2 - e^{-\frac{m^2 \rho^2}{r^4}} (d\rho^2 + dz^2) + \rho^2 d\phi^2.$$

Далее, следуя идеям, высказанным А. В. Когановым и В. Г. Кречетом [8], полученное приближенное аксиально-симметричное решение применяем для описания движения звезд в спиральных галактиках.

Центр цилиндрической системы координат поместим в центр галактики. Величину  $R$  интерпретируем как радиус балджа – сферондальной области вокруг ядра галактики размером порядка  $10^3$  парсека и массой порядка  $10^{10}$  масс Солнца. От балджа отходят спиральные рукава до расстояния  $10^4$  парсека. Галактику окружает гало почти сферической формы, радиус которого примерно совпадает с радиусом спирального рукава. Величину  $m$  положим равной  $m = GM/c^2 = r_g/2$ , где  $M$  – масса звезд, составляющих балдж. Величину  $h$  интерпретируем как радиус гало галактики, тогда  $R/h \ll 1$ .

В ньютоновском приближении гравитационный потенциал галактики будет иметь следующий вид

$$\frac{\varphi}{c^2} \approx \frac{m}{R} \ln\left(\frac{\rho}{R}\right)\left(1 - \frac{|z|}{h}\right) - \frac{m}{r}, \quad r = \sqrt{\rho^2 + z^2}.$$

Под действием радиальной составляющей гравитационной силы звезды в спиральном рукаве будут обращаться вокруг центра галактики со скоростью

$$v^2 = \frac{GM}{R} \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) + \frac{GM}{r} \left(\frac{\rho}{r}\right)^2.$$

Первое слагаемое здесь не зависит от расстояния звезды до центра галактики, и именно оно обеспечивает постоянную (начиная с окончания балджа) величину скорости обращения звезд. Если в эту формулу подставить приведенные выше примерные данные о типичных галактиках, то для скоро-



сти обращения звезд вокруг центра получим  $v \approx 290 \text{ км/с}$ , что с достаточной точностью соответствует наблюдательным данным.

Таким образом, найденное приближенное аксиально-симметричное решение в теории гравитации в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака представляет собой один из возможных способов решения проблемы ротационных кривых спиральных галактик.

В **Заключении** сформулированы результаты диссертации, выносимые на защиту.

### Список литературы

1. Iorio, L. Gravitational anomalies in the solar system? / L. Iorio // *International Journal of Modern Physics D*. – 2015. – V. 24, No. 6. – 1530015, 37 p.
2. Бабурова О. В., Фролов Б. Н. Математические основы современной теории гравитации. – М.: МПГУ, Прометей, 2012.
3. Babourova, O. V. Theory of gravity with a Dirac scalar field in the exterior form formalism and cosmological constant problem / O.V Babourova, B.N. Frolov, K.N. Lipkin // *Gravitation and Cosmology*. – 2012. – V.18. – № 4. – P. 225–231.
4. Babourova, O. V. Dark energy as a cosmological consequence of existence of the Dirac scalar field in Nature / O.V. Babourova, B. N. Frolov // *Physics Research International*. – 2015. – V. 2015. – Article ID 952181, 6 p.
5. Dirac, P. A. M. Long range forces and broken symmetries / P. A. M. Dirac // *Proceedings of Royal Society A*. – 1973. – V. 333. – P. 403–418.
6. Babourova, O. V. Gauge Field Theory for Poincarè–Weyl Group / O. V. Babourova, B. N. Frolov, V. Ch. Zhukovsky // *Physical Review D*. – 2006. – V. 74. – P. 1–12.
7. Бабурова, О. В. Сферически-симметричное решение теории гравитации со скалярным полем Дирака в пространстве Картана–Вейля / О. В. Ба-

бурова, Б. П. Фролов, Е. В. Фебрес // Известия вузов. Физика. – 2014. – Т. 57. – С. 131–132.

8. Коганов, А. В. О новом подходе к проблеме структуры спиральных галактик / А. В. Коганов, В. Г. Кречет // Ярославский педагогический вестник. – 2012. – Том III (Естественные науки). – № 3. – С. 65–71.
9. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 432 с.
10. Yilmaz, H. New approach to general relativity / H. Yilmaz // Physical Review. – 1958. – V. 111. – P. 1417–1420.
11. Rosen, N. A bi-metric theory of gravitation / N. Rosen // General Relativity and Gravitation. – 1973. – V. 4. – P. 435–447.

#### **Список работ, опубликованных автором по теме диссертации**

1. Кудлаев, П. Э. Аксиально-симметричное решение теории гравитации Вейля–Картана и проблема ротационных кривых галактик / О. В. Бабурова, П. Э. Кудлаев, Б. Н. Фролов // Известия вузов. Физика. – 2016. – Т. 59. – № 8. – С. 175–177 (O. V. Babourova, P. E. Kudlaev, B. N. Frolov Axially Symmetric Solution of the Weyl–Cartan Theory of Gravity and the Problem of the Rotation Curves of Galaxies // Russian Physics Journal. – 2016. – V. 59. – N. 8. – P. 1321–1323).

2. Kudlaev, P. E. Spherically Symmetric Solution of the Weyl–Dirac Theory of Gravitation and its Consequences / O. V. Babourova, B. N. Frolov, P. E. Kudlaev, E. V. Romanova // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2016. – N. 4. – P. 84–92.

3. Kudlaev, P. E. Spherically symmetric solution in Cartan–Weyl space with Dirac scalar field / O. V. Babourova, B. N. Frolov, P. E. Kudlaev, E. V. Romanova // Proceedings of the Twelfth Asia-Pacific International Conference on Gravitation, Astrophysics, and Cosmology. Dedicated to the Centenary of Einstein’s General Relativity / ed. V. Melnikov, J.-P. Hsu. – 2016. – P. 191–195.

4. Кудлаев, П. Э. О проблеме темной материи во Вселенной / П. Э. Кудлаев // Студенческая наука Московская научно-практическая конференция 2014; сборник тезисов / А. Р. Савелов, М. Ю. Лайко. – М.: Московский Студенческий Центр. – 2015. – С. 774.

5. Кудлаев, П. Э. О возможном влиянии темной материи на движение космических аппаратов в теории гравитации Вейля–Дирака / О. В. Бабурова, П. Э. Кудлаев, Б. Н. Фролов // LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники, Москва, 17–19 мая 2016 г.: сборник тезисов – М.: Изд-во РУДН, – 2016. – С. 73–74.

6. Kudlaev, P. E. Weyl–Dirac theory of gravitation and its consequences / P. E. Kudlaev, B. N. Frolov // 5-я Ульяновская Международная школа-семинар «Проблемы теоретической и наблюдательной космологии»: сборник тезисов / Под общей ред. Проф. С. В. Червона. – Ульяновск. – 2016. – С. 24–25.

7. Kudlaev, P. E. Spherically symmetric solution of the Weyl–Dirac theory of gravitation and possible influence of dark matter on the interplanetary spacecraft motion [Электронный ресурс] / O. V. Babourova, B. N. Frolov, P. E. Kudlaev, E. V. Romanova // arXiv:1610.09525 [gr-qc]. – 2016. – 9 с. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1610.09525v1.pdf>.

8. Kudlaev, P. E. Approximate axially symmetric solution of the Weyl–Dirac theory of gravitation and the spiral galactic rotation problem [Электронный ресурс] / O. V. Babourova, B. N. Frolov, P. E. Kudlaev // arXiv:1611.08251 [gr-qc]. 2016. – 7 с. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1611.08251.pdf>.

## Аннотация

Кудлаев Павел Эдуардович

### **Некоторые астрофизические приложения теории гравитации в пространстве Картана–Вейля**

Рассмотрен общий случай сферически-симметричной задачи в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака. В рамках вариационных принципов, найдены вариационные уравнения поля в сферически-симметричном случае. Найдены решения при произвольном параметре для скалярного поля и метрики, конформной метрике Илмаза–Розена. Получены следствия уравнений, позволяющие оценить константы связи лагранжиана, исходя из оценки наблюдательных данных по пролетной аномалии, возможное описание которой предложено в диссертационной работе в рамках существующей теории. С использованием дополнительных упрощающих предположений получено приближенное аксиально-симметричное решение для метрики и скалярного поля, конформное метрике Синга. Произведен анализ полученных решений. Предложен способ учета скалярного поля Дирака в аксиально-симметричном случае для построения ротационных кривых спиральных галактик.

## Abstract

Kudlaev Pavel Eduardovich

### **Some astrophysical applications of the gravitational theory in Cartan–Weyl space-time**

A general case of spherically-symmetric problem in Cartan–Weyl space with a Dirac scalar field is considered. With the use of the variational principles field equations have been obtained in spherically-symmetric case. The solutions with an arbitrary parameter for the scalar field and the metric, conformal to Yilmaz–Rosen metric, has been derived. Consequences of field equations allowing to evaluate the Lagrangian coupling constants using observations on flyby anomaly are obtained. The possible description of the flyby anomaly is proposed. An axial-symmetric solution for metric and scalar field with the help of supplementary simplifying assumptions, conformal to Singh metric, has been derived, and the analysis of the solutions has been realized. A way of accounting the Dirac scalar field in axial-symmetric case for the problem of rotation curves of spiral galaxies has been proposed.

Подписано в печать: 11.04.2017

Заказ № 11929 Тираж - 100 экз.

Печать трафаретная.

Типография «11-й ФОРМАТ»

ИНН 7726330900

115230, Москва, Варшавское ш., 36

(977) 518-13-77 (499) 788-78-56

[www.autoreferat.ru](http://www.autoreferat.ru) [riso@mail.ru](mailto:riso@mail.ru)