12

На правах рукописи

Савелова Елена Павловна

ГАЗ КРОТОВЫХ НОР КАК МОДЕЛЬ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

01.04.02 — "теоретическая физика"

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Сав —

Москва - 2009

Работа выполнена в филиале Ульяновского государственного университета в г. Димитровграде.

Научный руководитель - доктор физико-математических наук профессор
Кириллов Александр Альбертович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Гальцов Дмитрий Владимирович
доктор физико-математических наук, профессор
Фролов Борис Николаевич

Ведущая организация: Федеральное Государственное Унитарное Предприятие
Всероссийский Научный Исследовательский Институт Метрологической Службы

Защита состоится "19" мая 2009 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 в Российском университете дружбы народов по адресу: 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, 3, зал №1.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.

Автореферат разослан "17" апреля 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент Будочкина С.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Существование Темной Материи (ТМ) известно давно[1]. В то время как более чем 90% материи во Вселенной имеет небарионную форму, лабораторные эксперименты не дают какого-либо свидетельства о существовани такой материи.

Существуют два основных аргумента в пользу темной материи. Во-первых, это кривая вращения галактик. Ее форма говорит о том, что большая часть всей массы галактики имеет невидимую форму материи - небарионную форму. Второй аргумент – Вселенная имеет довольно развитую структуру. В то время как данные микроволнового фона $\Delta T/T$ [2] говорят, что на момент рекомбинации флуктуации плотности барионов были недостаточными для создание развитой структуры.

Кроме некоторых феноменологических свойств Темной Материи (ТМ): ТМ проявляет себя в галактических гало, имеет небарионную природу, *и она - холодная, ничего более не известно о ее природе.* Кроме того, между распределением видимой материи и темного вещества существует довольно жесткая корреляция[3]. Все эти факты предлагают использовать в качестве альтернативной гипотезы на роль Темной Материи, возможность интерпретировать наблюдаемые расхождения между видимой и гравитационной массами как нарушение закона тяготения.

Но оказывается, что достаточно трудно получить удовлетворительную модификацию ОТО, которая бы являлась достаточно гибкой, чтобы согласовать все наблюдательные данные по ТМ. Однако, модификация теории не является единственной возможностью для нарушения закона Ньютона. Можно нарушить закон Ньютона рассмотрев топологическую структуру пространства отличную от R^3. Во первых[4], сама топологическая структура проявляет себя непосредственно как топологическое смещение всех физических источников, что эквивалентно присутствию ТМ. Во-вторых, существует веский аргумент в пользу наличия нетривиальной топологической структуры пространства. А именно, в квантовую эпоху топология пространства времени должна

[1]F. Zwicky, Helv. Phys. Acta, 6, 110 (1933); *Morphological Astronomy*, Springer-Verlag, Berlin (1954).
[2]J.D. Barrow, QJRAS 30 (1989) 163.
[3]Donato F., Gentile G., and Salucci P., 2004, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 351, L17
[4]Kirillov A.A., Phys. Lett. **B, 632**, 453 (2006)

106

подвергнуться квантовым флуктуациям[5] (так называемая пространственно-временная пена), когда температура превышала Планковскую и могла сформироваться нетривиальная топологическая структура пространства. В процессе космологического расширения, Вселенная остыла, квантово - гравитационные процессы остановились, а топологическая структура пространства закалилась. Нет очевидной причины, почему окончательная топология должна быть точно такой как R^3 - реликты пены квантовой эпохи вполне могли выжить. Таким образом, они могли создать некоторое распределение кротовых нор в пространстве. Не существует никаких убедительных теоретических аргументов, почему такая пено-подобная структура пространства должна распасться на квантовом этапе эволюции Вселенной. Более того, присутствие значительной порции Темной Энергии в современной Вселенной (и в прошлом на инфляционной стадии[6]) может служить наиболее убедительным признаком нетривиальности топологической структуры пространства.

Напомним, что Темная Энергия нарушает условие энерго-доминантности. Известно, что не существует вещества, которое бы обладало свойством нарушающим данное условие, исключая чисто феноменологические модели. А, как известно, при наличии нетривиальной топологии, эффект поляризации вакуума естественным образом приводит к таким формам материи. Другими словами, единственный строгий способ ввести Темную Энергию, заключается в рассмотрении эффекта поляризации вакуума на многообразии нетривиальной топологической структуры [7].

Отметим, что в прошлом инфляционная стадия чрезвычайно растянула все физические масштабы, и поэтому высока вероятность обнаружить реликтовую пено-подобную структуру пространства на очень больших (астрономически значимых) масштабах. Пено-подобная структура является, в свою очередь, достаточно гибкой для того, чтобы объяснить все проявления Темной Материи[8].

Пено-подобная Вселенная может быть представлена как стандартная модель Фридмана заполненная газом кротовых нор. Однако, не ясно, достаточно ли только присутствия такого газа для получения явления ТМ. В диссертации, мы рассмотрим простейшую точную модель пространственно

[5] Wheeler J.A., (1964) in: *Relativity, Groups, and Topology*, B.S. and C.M. DeWitt (eds.), Gordan and Breach, New York; S.W. Hawking, Nuclear Phys., **B114** 349 (1978).

[6] Е.Б. Глинер, ЖЭТФ, **49**, 542 (1965); A.A.Starobinsky, Phys. Lett. **B91**, 100 (1980); A.H.Guth, Phys. Rev. **D23**, 347 (1981); A.A. Linde, Phys. Lett. **B108**, 389 (1982).

[7] А.А.Гриб, С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях - М.: Энергоатомиздат,1988.

[8] С феноменологической точки зрения это впервые было показано в Kirillov A.A., Phys. Lett. **B, 632**, 453 (2006), а более строгое обоснование приведено в Kirillov A.A., Turaev D., Phys. Lett. **B, 656**, 1 (2007).

временной пены, которая представляет собой статический газ кротовых нор вложенных в пространство Минковского, и покажем, как можно явно оценить основные эффекты Темной Материи. Отметим, что простейшие модели пространственно временной пены уже рассматривались в литературе[9]. Однако, в этих работах в основном рассматривались топологические структуры с масштабами, которым соответствуют энергии выше чем 200 Gev вплоть до масштабов порядка Планковских. В то время, как явление Темной Материи предполагает, что характерный масштаб пространственно временной пены и соответственно кротовых нор должен быть галактического масштаба, порядка нескольких Кпс. Поэтому, единственная возможность найти реликтовую пено-подобную структуру пространства - искать ее на очень больших масштабах.

Цели и задачи исследования. Исследование свойств газа кротовых нор, а также моделирование эффектов Темной Материи топологическими дефектами. Исследование возможных новых эффектов, связанных с пено-подобной топологической структурой пространства.

Научная новизна работы состоит в следующем. Впервые вычислены поправки к закону Всемирного Тяготения для газа кротовых нор (топологическое смещение точечных источников). Данные поправки можно интерпретировать как наличие гало Темной Материи вокруг каждого точечного источника.

Впервые показана возможность частичной экранировки и анти-экранировки гравитационных зарядов (масс) в зависимости от распределения кротовых нор.

Впервые показано, что однородное распределение кротовых нор приводит к перенормировке интенсивности точечного источника (гравитационного заряда или массы), а неоднородное распределение кротовых нор приводит к зависящему от масштаба распределению скрытой массы.

Впервые показано, что газ кротовых нор приводит к дополнительному затуханию космических лучей, предсказано наличие сильной корреляции между указанным затуханием и количеством темной материи в галактиках.

Научная и практическая значимость. Настоящая работа имеет теоретический характер и может быть использована при исследовании структуры современной Вселенной. Модель газа кротовых нор может служить адекватным описанием эффектов скрытой массы (Темной Материи). Данная модель предлагает возможность решения проблемы нехватки барионов в видимой части Вселенной. В будущем, при

[9] См., например, Klinkhamer F.R., Nuclear Phys., **B578** 277 (2000); Bernadotte S., Klinkhamer F.R., Phys. Rev. **D 75**, 024028 (2007) и ссылки в них.

условии лабораторного создания кротовых нор, может представлять также практический интерес свойство экранировки и анти-экранировки гравитационного заряда.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Модель пространства в виде газа кротовых нор ведет к топологическому смещению точечных источников, что можно интерпретировать как присутствие гало Темной Материи вокруг каждого точечного источника. В общем случае плотность гало может допускать оба знака в зависимости от масштаба и заданных характеристик распределения кротовых нор.

2. Нетривиальная масштабная зависимость гало возникает только благодаря локальной неоднородности пространства. А на масштабах, где газ кротовых нор приобретает однородное распределение, смещение дает перенормировку интенсивности источника.

3. При описании распространения частиц в кинетическое уравнение Больцмана необходимо добавлять дополнительный топологический член, описывающий рассеяние на топологии.

4. Количество и распределение кротовых нор в пространстве определяет с одной стороны затухание космических лучей, а с другой стороны - количество Темной Материи в галактиках, что должно приводить к появлению значительной корреляции между количеством Темного Вещества и затуханием.

Степень обоснования результатов диссертации. Все научные положения и выводы диссертационной работы строго математически обоснованы. Полученные результаты хорошо согласуются с работами других отечественных и зарубежных авторов.

Апробация работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на следующих конференциях и научных школах:

XXIV конференция "Актуальные проблемы внегалактической астрономии", г. Пущино, 24-26 апреля 2007 г.; Российская школа - семинар по гравитации космологии GRACOS-2007, Казань - Яльчик, 9-16 сентября 2007 г.

Личное участие. Автору принадлежит участие в постановке задачи, получение основных аналитических результатов и оценок.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 4 работах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, содержит 1 рисунок. Полный объем диссертации

- 73 страниц текста, набранного в издательской системе LaTeX. Список литературы содержит 67 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** дается общая характеристика проблемы построения и исследования моделей Темной Материи основанных на топологических дефектах, указывается цель работы, обсуждается ее актуальность, теоретическая и практическая значимость, перспективность проводимых исследований. Дается общая характеристика работы, ее краткое содержание по главам. Приводятся основные, выносимые на защиту, положения и сведения об апробации.

Первая глава Топологическое смещение

В §1 обсуждаются основные проблемы явления Темной Материи. В §2, с феноменологической точки зрения, обсуждается проблема введения топологического смещения для гравитационных источников. В простейшем случае корреляцию между темной и видимой материей можно выразить в виде линейного соотношения

$$T^{DM}_{\mu\nu} = \widehat{B}T_{\mu\nu} = \int_{x'<x} B_{\mu\nu}{}^{\alpha\beta}\left(x,x'\right) T_{\alpha\beta}\left(x'\right) d\Omega', \tag{1}$$

В простейшем случае изотропной и однородной Вселенной можно представить оператор смещения как функцию $B^{\alpha\beta}_{\mu\nu}\left(x,x'\right) = \left(\delta^{\alpha}_{\mu}\delta^{\beta}_{\nu} + \delta^{\alpha}_{\nu}\delta^{\beta}_{\mu}\right) b\left(t, x-x'\right)$, которая в принципе может быть зафиксирована исходя из анализа наблюдательных данных.

Уравнение смещения позволяет переписать уравнение Эйнштейна в эквивалентной форме

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G\left(T_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}(T_{\alpha\beta})\right). \tag{2}$$

Теперь можно прямо изучать уравнения в форме (2), поскольку уравнения (2) не подразумевают наличие реального источника ТМ. Следовательно, можно интерпретировать (2) как определенную модификацию закона тяготения. Большинство предложенных модификаций может быть сформулировано в форме (2).

В §3 показано, что многообразие явлений ТМ может быть приписано присутствию нетривиальной (локально неоднородной) топологической структуре пространства, которая приводит к указанному выше топологическому смещению источников [10]. При этом не требуется вводить какой- либо модификации самой теории.

Основной эффект нетривиальности топологической структуры заключается в том, что она вырезает некоторую долю объема координатного пространства. Объем физически допустимой области становится меньше, а плотность виртуальных гравитонов/фотонов (или плотность числа силовых линий) становится выше. С точки зрения стандартного плоского пространства, это эффективно выглядит как перенормировка амплитуд источников.

Пусть M источник и рассмотрим шар радиуса r вокруг источника. Тогда физический объем шара есть $V_{ph}(r) = V_{coor}(r) - V_w(r)$, где координатный объем $V_{coor} = (4\pi/3)\,r^3$ и $V_w(r)$ может быть рассмотрен как объем всех кротовых нор, которые попадают в данный шар. Поэтому фактическое значение поверхности, которая ограничивает шар, задается при помощи $S_{ph}(r) = \frac{d}{dr}V_{ph}(r)$. Теперь для оценки перенормировки источника можно использовать теорему Гаусса, которая утверждает, что $\int\limits_{r\leq R} \Delta\phi dV = \int\limits_{S(R)} n\nabla\phi dS = 4\pi GM$, где G гравитационная константа, ϕ настоящий потенциал точечного источника, а $\vec{n} = \vec{R}/R$ вектор нормальный к поверхности $S(R)$. Тогда, для изотропной топологической структуры, нормальная проекция силы определяется как $F_n(R) = \vec{n}\vec{\nabla}\phi = 4\pi M/S_{ph}(R)$. Совершенно аналогично, поток излучения от точечного источника задается при помощи $\ell(R) = L/S_{ph}(R)$.

В терминах плоского координатного пространства $S_{coor} = 4\pi R^2$, сила принимает вид $F_n(R) = GM'(R)/R^2$, где $M'(R)/M = 4\pi R^2/S_{ph}(R)$, что определяет смещение, т.е. гало вокруг источника, в форме

$$M'(R)/M = 1 + 4\pi \int_0^R b(r)\,r^2 dr$$

или

$$b(r) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\frac{r^2}{\frac{d}{dr}V_{ph}(r)}. \qquad (3)$$

Таким образом мы видим, что нетривиальное темное гало (смещение) $b(r)$ возникает, прежде всего, благодаря разнице в поведении физического объема $V_{ph}(r)$ и координатного $V_{coor}(r)$. На масштабах, где топологическая структура (т.е. распределение кротовых нор) переходит в однородную, мы получаем $\overline{V}_{ph}(R) = \varepsilon V_{coor}(R) = 4/3\pi R^3\varepsilon$ с некоторой постоянной величиной ε. Отметим, что в общем могут реализовываться оба случая $\varepsilon < 1$ и $\varepsilon > 1$.

[10]Kirillov A.A., Phys. Lett. **B**, **632**, 453 (2006).

В §4 обсуждается проблема эмпирического определения смещения. А именно, теоретическая функция Грина для модели Фридмана может быть легко найдена как решение волновых уравнений $G_0(x,y)$, а реальная (или физическая) $G(x,y)$ функция Грина может быть восстановлена из наблюдений. Так, например, для состояния теплового равновесия флуктуационно - диссипативная теорема дает связь между функцией Грина и флуктуациями поля в среде $(\varphi_1\varphi_2)_\omega = -cth\frac{h\omega}{2T}ImG^R(\omega,x_1,x_2)$. Отметим, что эта задача может быть решена и в более общем случае, например, в сейсмологии - когда нет теплового равновесия, но присутствуют случайные неоднородности. Тогда связь между функциями $G_0(x,y)$ и $G(x,y)$ дает возможность эмпирического определения смещения $G(X_1,X_2) = \int G_0(X_1,Y)\,K(Y,X_2)\,dY$. Кроме того, обсуждается, что исходя из анализа наблюдательных данных, в качестве эмпирической функции смещения с хорошей точностью можно принять выражение[11] $\bar{b}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{\mu}{2\pi^2|r-r'|^2}(1-\cos(\mu|r-r'|))$.

В §5 в качестве заключительных замечаний дается анализ и обсуждение основных результатов полученных в данной главе.

Глава вторая.

В §1 решается проблема модификации Ньютоновского закона в присутствии кротовой норы. В §1.1 Вводится гравитационная проницаемость пространства при наличии нетривиальной топологической структуры. Решается задача о нахождении функции Грина G из уравнения $\Delta G = 4\pi\delta(r-r_0)$ для нетривиальной топологии. Известно, что в классическом случае функция Грина имеет вид $G_0(r) = 1/r$ - стандартный Ньютоновский закон. В случае нетривиальной топологии пространства Ньютоновский закон нарушается. В этом случае нетривиальную топологию пространства, т.е. правильные граничные условия, можно учесть топологическим смещением источника $\delta(r-r_0) \to \delta(r-r_0) + b(r,r_0)$, где $b(r,r_0) = \sum e_A\delta(r-f_A(r_0))$. В реальном пространстве функция $b(r,r_0)$ описывает фальшивые источники (т.е. это многочисленные образы реальных источников, многократные отражения и рассеяния сигналов реальных источников на кротовых норах), которые дают коррекцию Ньютоновского закона. Можно и по другому учесть топологическую нетривиальность пространства. Для этого, пусть в правой части уравнения Пуассона находятся только реальные источники (без фальшивых), тогда в левую часть необходимо ввести топологическую

[11] Это выражение, предложено впервые в работе Kirillov, A.A., Phys. Lett. **B**, **632**, 453 (2006) и использовано в Kirillov A.A., Turaev D., 2006, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **371**, L31 для построения семейства кривых вращения галактик. Оказывается, что данное выражение очень хорошо описывает эффекты Темной Материи как на масштабах галактик, так и выше.

гравитационную проницаемость $\hat{\varepsilon}$. В этом случае модифицируется само уравнение Пуассона $\Delta\hat{\varepsilon}G(r,r_0) = 4\pi\delta(r - r_0)$ и из него уже находим вид функции Грина $G(r,r_0) = -\hat{\varepsilon}^{-1}(1/|r-r_0|) = 1/|r-r_0| + \int b(r,r')/|r'-r_0|dV'$.

В случае проходимой кротовой норы различаются два типа топологической проницаемости: одна, которая дает $\widehat{\varepsilon} < 1$ и вторая часть с $\widehat{\varepsilon} > 1$, в то время как непроходимые норы или зеркала обладают только проницаемостью одного типа ($\widehat{\varepsilon} < 1$, т.е. анти-экранирование).

Как это будет показано позднее, в случае зеркал проницаемость пространства $\chi = (\widehat{\varepsilon} - 1)/4\pi$ всегда отрицательная, т.е. поляризация среды противоположна внешнему полю. В то время как для проходимой кротовой норы здесь возникает два типа поляризации ($\chi > 0$ и $\chi < 0$). По аналогии с магнитной проницаемостью, можно говорить о диа-проницаемости и пара-проницаемости пространства.

В §1.2 рассмотрен случай одного сферического зеркала, который совпадает с непроходимой кротовой норой.

В случае одного сферического зеркала правильные граничные условия могут быть удовлетворены, если поместить внутрь сферы пару лишних образов (мнимых) источников, т.е.

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \to \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + \frac{a}{y}\delta(\vec{r} - \vec{r}_1) - \frac{a}{y}\delta(\vec{r} - \vec{R}), \tag{4}$$

где $\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{a^2}{y^2}\vec{y}$ $\vec{y} = \vec{r}_0 - \vec{R}$. Отрицательный источник в центре сферы добавляется здесь для компенсации отраженного источника находящего в токе $\vec{r}_1$. Физически это означает, что зеркало само не излучает (виртуальные фотоны или гравитоны), а только перераспределяет существующее излучение. В электродинамике это означает, что такая среда (газ зеркал) обладает свойством поляризуемости, что приводит к возникновение магнитной и диэлектрической проницаемости [12]. Таким образом (4) задает топологическое смещение в форме $b\,(r, r_0) = b^{(+)} - b^{(-)} = \frac{a}{y}\left(\delta(\vec{r} - \vec{r}_1) - \delta(\vec{r} - \vec{R})\right)$, которое имеет свойство $\int b\,(r, r_0)\, d^3r = 0$.

Мы видим, что топологическое смещение определено исключительно в нефизической области пространства (внутренняя область сферы) и поэтому его значение существенно зависит от способа продолжения.

В физически допустимой области ($|\vec{r} - \vec{R}| \geq a$) точная форма функции Грина имеет вид $-G(r) = \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} + \frac{a}{y}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{a}{y}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{R}|}$, в то время как ее форма в нефизической области пространства ($|\vec{r} - \vec{R}| < a$ существенно зависит от процедуры продолжения.

[12] Jackson J.D., Classical Electrodynamics, ed. (Wiley, New York, 1962).

В §1.3 рассматривается случай проходимой кротовой норы. Прохождение сигнала через кротовую нору можно рассмотреть как переотражения сигнала от двух сферических сопряженных зеркал. А именно, в то время как сигнал будет падать на одно зеркало, отраженный сигнал будет исходить от второго сопряженного ему зеркала. Таким образом, мы должны заменить положительный образ источника в (4) на такой же образ в сопряженном зеркале и повернуть его с некоторой матрицей U, которая определяет процедуру склеивания. Более того, каждое изображение (мнимый источник, положительный или отрицательный) снова переотражается на сопряженном зеркале, и таким образом образуется счетное число изображений. Многократно переотраженный сигнал будет иметь вид $\vec{r}_{\pm n} = T_{\pm}^{n}\vec{r}_0 = \vec{R}_{\pm} + \frac{a^2}{(T_{\pm}^{n-1}\vec{r}_0 - \vec{R}_{\mp})^2} U^{\pm 1}(T_{\pm}^{n-1}\vec{r}_0 - \vec{R}_{\mp})$, и функция Грина в этом случае будет выглядеть как $-G(r) = 1/|r - r_0| + \sum b_{\pm n}^{(+)}/|r - r_{\pm n}| - \sum b_{\pm n}^{(-)}/\left|r - r_{\pm n}^{(-)}\right|$. Как оказалось, при условии $a/d \ll 1$ (здесь a - это радиус горловины, а d - расстояние между горловинами) достаточно учитывать только образы первого порядка. Поэтому в дальнейшем будем использовать смещение в виде:

$$b(r) = \frac{a}{R_-}\left[\delta(\vec{r} - \vec{r}_{+1}) - \delta(\vec{r} - \vec{R}_-)\right] + \frac{a}{R_+}\left[\delta(\vec{r} - \vec{r}_{-1}) - \delta(\vec{r} - \vec{R}_+)\right] \qquad (5)$$

В §2 рассматривается статический газ кротовых нор. Для этого рассмотрим некоторые общие качественные свойства топологического смещения. Основной эффект нетривиальной топологии заключается в том, что она вырезает некоторую часть координатного пространства. Поэтому объем физически допустимой области становится меньше, в то время как плотность виртуальных гравитонов/фотонов (или эквивалентно, плотность силовых линий) становится выше. С точки зрение стандартного плоского пространства эффективно это будет выглядеть так, как если бы амплитуда источника была бы перенормирована. В этом случае топологическое смещение можно записать в виде $b(r) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\frac{r^2}{\frac{d}{dr}V_{ph}(r)}$. Таким образом мы видим, что нетривиальное смещение возникает благодаря несоответствию в поведении между физическим объемом $V_{ph}(r)$ и координатным $V_{coor}(r)$.

Теперь можно рассмотреть газ из кротовых нор. Если рассматривать довольно разряженный газ, то проницаемость пространства ε можно оценить в линейном приближении $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$. Если рассмотреть плотный газ то восприимчивость пространства χ будет претерпевать перенормировку $\chi = \chi_0/(1 - 4/3\pi\chi_0)$, где χ_0 - линейная восприимчивость.

Удобно в формуле (5) различать две части топологического смещения $b =$

$b_0 + b_1$

$$b_0\left(r\right) = \sum_{\sigma=\pm} \frac{a}{R_\sigma} \left[\delta(\vec{r} - \vec{r}_{\sigma 1}) - \delta(\vec{r} - \vec{R}_\sigma)\right], \tag{6}$$

в то время как оставшаяся часть дается как

$$b_1\left(r\right) = a\left(\frac{1}{R_+} - \frac{1}{R_-}\right)\left[\delta(\vec{r} - \vec{r}_{-1}) - \delta(\vec{r} - \vec{r}_{+1})\right]. \tag{7}$$

Обе части дают разные вклады в ε и могут быть рассмотрены отдельно.

В §2.1 рассмотрена первая часть смещения (6). В этом случае будем предполагать, что $a/R_{\pm,n} \ll 1$ и смещение примет вид:

$$b_0(r) = \frac{\partial h\left(\vec{r}\right)}{\partial r^\alpha}\frac{\partial\left(-1/r\right)}{\partial r^\alpha} + 4\pi h\left(0\right)\delta\left(\vec{r}\right). \tag{8}$$

В случае зеркал $h\left(r\right) = \int a^3 F\left(r, a\right) da$, где $F(r,a)$ - плотность распределения зеркал. Из (8) мы видим, что смещение $b(r)$ приобретает нетривиальную зависимость от радиуса r только благодаря локальной неоднородности газа (т.е. первый член (8) $\sim \partial h\left(\vec{r}\right)$), в то время как в случае однородного распределения $\overline{F}\left(R, a\right) = nf\left(a\right)$, мы находим $\overline{h}\left(r\right) = n\overline{a^3}$ (n - это плотность зеркал), первый член в (8) исчезает, и поэтому среднее значение смещения $\overline{b}_0\left(r\right)$ приводит к перенормировки точечного источника, что соответствует $\varepsilon = 1/\left(1 + 4\pi n\overline{a^3}\right) < 1$.

В случае проходимых кротовых нор смещение будет описываться функцией

$$h\left(r\right) = \int \frac{r^\alpha R^\beta}{R^2}\left[H^+_{\alpha\beta}\left(\vec{r}, \vec{R}\right) + H^+_{\beta\alpha}\left(\vec{R}, \vec{r}\right)\right] d^3R.$$

где $H^\pm_{\alpha\beta}\left(R_+, R_-\right) = \int a^3 U^{\pm 1}_{\alpha\beta} F\left(R_\pm, a, U\right) da dU$.

В §2.2 рассматривается вторая часть смещения (7). В этом случае будем предполагать, что горловина выглядит подобно точечному источнику $\vec{r}_{\pm 1} \approx \vec{R}_\pm$. Тогда топологическое смещение будет иметь вид: $\overline{b}_1\left(r\right) = 2n\int\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) f(|\vec{R} - \vec{r}|) d^3R$, где $f\left(X\right) = \frac{1}{n}\int aF\left(X, a\right) da$. В Фурье представлении

$$\overline{b}_1\left(k\right) = 2n\frac{4\pi\left(f\left(k\right) - f\left(0\right)\right)}{k^2}. \tag{9}$$

Тогда топологическая проницаемость задана как $\varepsilon(k) = 1/\left(1 + b\left(k\right)\right) = 1 - b\left(k\right)/\left(1 + b\left(k\right)\right)$. Таким образом, для специфического распределения кротовых нор $f\left(k\right)$ соотношение (9) определяет значение топологической поляризации пространства (значение смещения $\overline{b}\left(k\right)$) в поле внешнего источника $\phi_{ext} = -1/r$. Напомним, что d определяется в диапазоне $d = \left|\vec{R}_+ - \vec{R}_-\right| \geq 2a$. Это означает, что $f\left(k\right) \to 0$ при $k > \pi/\overline{a}$, в то время как для $k \to 0$ можно разложить в ряд по малому параметру $k\ \bar{b}(k) \approx 8\pi n\left(\frac{1}{2}f''(0)+...\right)$. Таким образом, для достаточно больших расстояний $r \to \infty$ ($k \to 0$) смещение просто определяет перенормировку точечного источника $\frac{M'}{M} = \left(1+4\pi n f''(0)\right)$. Как показано в дальнейшем, этот случай соответствует $f''(0) < 0$ и, поэтому, $\varepsilon = 1/\left(1+4\pi n f''(0)\right) > 1$. Так же в качестве простейшего примера рассмотрен случай, когда все кротовые норы имеют одинаковое значение $d = \left|\vec{R}_- - \vec{R}_+\right| = r_0$ и изотропное распределение.

В §3 рассмотрен случай излучающего источника. В этом случае тоже можно говорить о топологическом смещении источников. В рамках геометрической оптики решена задача по нахождению функции Грина для уравнения Гельмгольца $\left(k^2+\nabla^2\right)G(r,r_0) = 4\pi\delta(r-r_0)$ в присутствии кротовой норы. Напомним, что такое уравнение описывает распределение излучения на частоте $\omega = kc$ (т.е. любую компоненту E, H или векторный потенциал A). Решая эту задачу находим релятивистское обобщение топологического смещения источников $b(r,\omega) = \frac{\omega}{2ic}n\int\left(\frac{e^{ikR}}{R}-\frac{e^{ikr}}{r}\right)\left[g(R,r)+g(r,R)\right]d^3R$ где $g = \frac{1}{n}\int a^2F(R_-,R_+,a)\,da$. И выражение для смещения в Фурье представлении:

$$\bar{b}(k,\omega) = \frac{\omega}{ic}n\frac{4\pi\left(g(k)-g(0)\right)}{k^2-\frac{1}{c^2}(\omega+i\varepsilon)^2} \tag{10}$$

где $g(k)$ образ Фурье для функции $g(d) = \frac{1}{n}\int a^2F(d,a)\,da$.

Так же в этом параграфе обсуждается модификация дисперсионных соотношений для фотонов. Показано, что модификация дисперсионных соотношений для фотонов происходит только на масштабах порядка нескольких Кпс.

В §4 в качестве заключительных замечаний дается анализ и обсуждение основных результатов полученных в данной главе.

Глава третья. В этой главе рассматриваются особенности распространения космических лучей во Вселенной с пено-подобной структурой на основе модели газа кротовых нор.

В §1 для описания распространения космических лучей в газе кротовых нор вводится уравнение Больцмана, в котором учтено рассеяние на топологических дефектах, типа кротовых нор

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\dot{r}\frac{\partial f}{\partial r}+\dot{p}\frac{\partial f}{\partial p} = C[f]+\alpha(r,p,t)-|v|\int\beta(\Gamma,\Gamma')f(\Gamma')d\Gamma' \tag{11}$$

где $C[f]$ означает столкновения между частицами, $\alpha(r,p,t)$ означает скорость излучения частиц в фазовом объеме $d\Gamma$, и $\beta(\Gamma,\Gamma')$ описывает рассеивание на кротовых норах. Для удобства выделен еще множитель $|v| = p/m$. В данной главе находится явное выражение для $\beta(\Gamma, \Gamma')$:

$$\beta(\Gamma, \Gamma') = \beta_+(\Gamma, \Gamma') + \beta_-(\Gamma, \Gamma'),$$

где $\beta_\pm(\Gamma, \Gamma') = \delta(\xi_\pm - a)\left[\delta(r - r')\,\delta(p - p') - \delta(r_\pm - r')\,\delta(p_\pm - p')\right]$. Это выражение для одной кротовой норы. Здесь мы использовали следующие обозначения $\vec{\xi}_\pm = \vec{r} - \vec{R}_\pm$, $\vec{r}_\pm = \vec{R}_\mp + U^{\mp 1}\vec{\xi}_\pm$, $\vec{p}_\pm = U^{\mp 1}\left(\vec{p} - 2\left(pn_\pm\right)\vec{n}_\pm\right)$.

Тогда полная матрица рассеивания описывается как

$$\beta_\pm^{tot}(\Gamma, \Gamma') = \int \beta_\pm(\Gamma, \Gamma') F\left(R_\pm, a, U\right) d^3R_+ d^3R_- dU da, \tag{12}$$

где $F\left(R_\pm, a, U\right)$ - функция распределения для кротовых нор.

В §2 показано, что узкий луч испытывает рассеивание на топологических дефектах типа кротовых нор, что приводит к специфическому затуханию вдоль луча вида $f = e^{-\tau}\tilde{f}$, где $\tilde{f}$ подчиняется стандартному кинетическому уравнению без учета топологических членов, тогда как оптическая толща $\tau(t)$ описывает затухание вдоль луча $\tau(t) = \int_{t_0}^{t} \beta_1\left(r(t')\right)|v(t')|\,dt' = \int_0^{\ell} \beta_1\left(r(s)\right)ds$, где ℓ координата вдоль луча.

Для астрофизических выводов (когда характерная ширина луча $L \gg a$) выражение для $\beta_1(r)$ принимает вид

$$\beta_1(r) = \pi \sum_{n,s=\pm} a_n^2 \delta\left(\vec{R}_s^n - \vec{r}\right) = \pi \int a^2 n(r, a) da, \tag{13}$$

где $n = n_+ + n_-$, и $n_s(r, a) = \int \delta\left(\vec{R}_s - \vec{r}\right) F\left(R_\pm, a, U\right) d^3R_+ d^3R_- dU$.

В §3 вводится понятие топологического смещения точечного источника в рамках кинетического подхода. Показано, что рассеяние на топологии эквивалентно смещению источника частиц $\alpha \to \alpha + \delta\alpha_{halo}$, где $\delta\alpha_{halo}(\Gamma) = \delta\alpha_{1,halo} + \delta\alpha_{2,halo}$, где первый член описывает затухание, а второй член определяет переизлучение частиц: $\delta\bar{\alpha}_{2,halo}(\vec{r}, \vec{p}) = \lambda(\varepsilon)\, B_2(\vec{r})$, где

$$B_2(\vec{r}) = \int \frac{\pi a^2}{\left|\vec{R} - \vec{r}_0\right|^2} N(r, R, a)\, d^3R da, \tag{14}$$

где $N(r, R, a) = N_+ + N_-$ и $N_s = \int \delta\left(\vec{R} - \vec{R}_{-s}\right)\delta\left(\vec{r} - \vec{R}_s\right) F\left(R_\pm, a, U\right) d^3R_+$ $d^3R_-\, dU$.

В §4 получено упрощенное выражение для поведения динамической массы точечного источника через распределение кротовых нор в виде

$$\frac{M_{tot}(r)}{M} = 1 + \frac{\gamma(r)}{\left(1 - \gamma(r)\right)} \tag{15}$$

где $\gamma(r) = \frac{4}{3}\pi \int a^3 n\,(r,a)\,da$ которое можно оценить как $\gamma(r) \sim \frac{4}{3}\frac{\overline{a^3}}{\overline{a^2}}\beta_1\,(r)$. Из данного выражения явно видно, что обе величины затухание (т.е. оптическая толща τ) и количество ТМ ($\gamma(r)$ или смещение b) определяются через одну и ту же функцию $n\,(r,a)$. Соответственно, между затуханием и количеством темной материи в галактиках предсказывается наличие сильной корреляции.

В §5 дается анализ и обсуждение основных результатов полученных в данной главе, а также обсуждается связь газа кротовых нор с темной энергией. Поскольку кротовые норы для своего существования требуют вещества, нарушающего условие энерго-доминантности т.е. $T = \varepsilon + 3p < 0$. Каждая кротовая нора дает вклад $\int Tr^2dr \sim a$ в темную энергию, в то время как плотность темной энергии есть $\epsilon = \int an(a,r)da \sim \gamma/\bar{a}^2$. Таким образом, количество кротовых нор удается связать с количеством темной энергии во Вселенной.

Выводы Сформулированы основные выводы.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Кириллов А.А., Савелова Е.П. *Астрофизические эффекты пространственно временной пены*, Труды Российской школы семинара по гравитации и космологии GRACOS-2007, Казань-Яльчик С.193.

2. Kirillov, A.A, Savelova E.P., Astrophysical effects of spacetime foam// Gravitation and Cosmology **Vol. 14**,No3, pp. 256-261 (2008).

3. Kirillov, A.A, Savelova E.P., Dark Matter from a gas of wormholes// Phys. Lett. **B, 660**, pp.93-99 (2008).

4. Kirillov, A.A, Savelova E.P. Zolotarev P.S., Propagation of cosmic rays in the foam-like Universe// Phys. Lett. **B, 663**, pp. 372-376 (2008).

5

Савелова Елена Павловна

"Газ кротовых нор как модель Темной Материи"

Рассмотрена модель пространства в виде газа кротовых нор. Показано, что такая модель дает топологическое смещение источников, что можно интерпретировать как наличие Темной Материи. Рассмотрены особенности распространения космических лучей во Вселенной с пено-подобной структурой на основе газа кротовых нор. Обсуждается связь кротовых нор с Темной Энергией.

Savelova Elena

"Gas of wormholes as the model of Dark Matter"

The model of space in the form of a gas of wormholes is considered. The model is shown to provide the topological bias of sources. The bias can be interpreted as the presence of Dark Matter. Peculiarities of the cosmic ray propagation through the foam-like structure of the Universe, modelled by the gas of wormholes, is considered. The relation between the gas of wormholes and Dark Energy is discussed.