

На правах рукописи

Козырев Дмитрий Владимирович

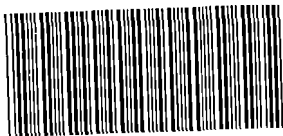
**Анализ вероятностно-временных
характеристик высоконадёжных
телекоммуникационных систем**

05.13.17 – Теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

24 ОКТ 2013



005535600

Москва – 2013

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей и математической статистики Российского университета дружбы народов.

- Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор
Рыков Владимир Васильевич
- Официальные оппоненты: **Ивницкий Виктор Аронович**, д.ф.-м.н.,
профессор, профессор кафедры автоматизированных систем управления Московского государственного университета путей сообщения,
Гайдамака Юлия Васильевна, к.ф.-м.н.,
доцент, доцент кафедры систем телекоммуникаций Российского университета дружбы народов
- Ведущая организация: Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»

Защита диссертации состоится «15» ноября 2013 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.28 при Российском университете дружбы народов по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6. (Отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу.)

Автореферат разослан «11» октября 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



М.Б.Фомин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Создание надёжных систем является стратегической целью любого индустриального общества. С момента становления надёжности как отдельной научно-технической дисциплины в задачах обеспечения надёжности сложных технических систем плодотворно применялись математические методы, которые в настоящее время составляют важную часть общей теории надёжности. При этом математическая теория надёжности развивается в соответствии с теми тенденциями¹, которые проявляются в ведущих областях техники и технологий.

Состояние современного мирового общества характеризуется бурным развитием и внедрением информационных технологий во все сферы человеческой деятельности. Развитие телекоммуникационных и информационных технологий и их интеграция привели к появлению нового класса услуг, получивших название инфокоммуникационных. Расширение спектра услуг, быстрое и непрерывное увеличение количества их потребителей и соответствующее увеличение объемов передаваемой информации выдвигает в ряд первоочередных задач повышение производительности телекоммуникационных систем при соблюдении требований высокой надёжности, которая согласно эксперту в области надёжности сетей и систем связи В.А.Нетесу^{2,3}, является одним из важнейших факторов, влияющих на качество обслуживания (Quality of Service, QoS), в силу чего требования к надёжности включаются практически во все соглашения об уровне обслуживания (Service Level Agreement, SLA).

Вопросам надёжности телекоммуникационных сетей и систем необходимо уделять серьёзное внимание по ряду причин.

Во-первых, рост требований к качеству со стороны пользователей заставляет операторов все больше заботиться о качестве обслуживания (Quality of Service, QoS).

Кроме того, постоянное обновление технологий передачи данных и реализующих их технических средств приводит к необходимости оценки влияния их надёжности на общую надёжность систем.

Наконец, свои специфические проблемы в обеспечении надёжности выдвигает идущий в настоящее время активный переход к построению сетей

¹Хуродзе Р.А. Некоторые новые подходы в математической теории надёжности // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2004. Т. LVII, № 1.

²Нетес В.А. Надёжность сетей связи в период перехода к NGN // Вестник связи. № 9. 2007.

³Нетес В.А. Надёжность сетей связи: тенденции последнего десятилетия // Электросвязь. № 1. 1998.

передачи данных следующего поколения (Next Generation Networks, NGN). На то обстоятельство, что надёжность является одной из проблемных областей при переходе к NGN и на связанные с этим риски обращали внимание в своих публикациях руководители Управления связи Федерального агентства связи.^{4,5}

Поэтому задачей данного диссертационного исследования является исследование надёжности и эффективности инфокоммуникационных сетей и систем и их подсистем которые, как правило, являются многофункциональными сложными иерархическими системами.

Однако, следует заметить, что разработанные в диссертации математические модели и методы анализа надёжности являются, в определенном смысле, универсальными и могут быть пригодны для исследования различных других технических систем и объектов.

Цель диссертационной работы.

1. Построение математической модели надёжности системы сложной иерархической структуры с произвольными законами распределения длительностей безотказной работы и восстановления элементов системы.
2. Разработка методов, алгоритмов и программных средств расчета характеристик надёжности систем различной структуры с разными типами резервирования и различными распределениями времени восстановления элементов.
3. Разработка методов, алгоритмов и программных средств оценки скорости сходимости функции распределения (ф.р.) времени безотказной работы (в.б.р.) системы к показательной при быстром восстановлении элементов и исследование скорости сходимости для систем различной структуры.
4. Разработка методов вычисления стационарных, нестационарных и квазистационарных характеристик надёжности сложных систем различной структуры и их исследование.
5. Применение теоретических результатов для моделирования и анализа гибридной системы передачи мультимедийной информации и вычисле-

⁴Леваков А.К. Особенности создания и функционирования сетей связи нового поколения//Фотон-Экспресс. 2006. № 5.

⁵Букримский С.А. Проблема обеспечения устойчивости, живучести и безопасности сетей связи - основная задача управления сетями следующего поколения//4-я Междуна. конф. "Управление сетями электросвязи - основа надёжности функционирования телекоммуникационной инфраструктуры". М., 2006

ния её вероятностно-временных характеристик на основании данных, близких к реальным.

Результаты, выносимые на защиту.

1. Разработана общая математическая модель надёжности системы сложной структуры, которая представлена в виде многомерного альтернирующего процесса. Для марковизированного процесса выведены уравнения для плотности распределения вероятностей состояний, доказаны существование и единственность их решения и получен общий вид их решения. Также найдено стационарное распределение вероятностей состояний и доказана нечувствительность стационарных вероятностей к ф.р. в.б.р. и восстановления элементов системы при их независимой работе и восстановлении.
2. Для многомерного марковского альтернирующего процесса введено понятие квазистационарных вероятностей состояний и разработаны алгоритмы и программные средства вычисления основных вероятностно-временных характеристик систем различной структуры.
3. Выполнено численное исследование скорости сходимости ф.р. в.б.р. к показательному распределению для систем различной, в том числе иерархической структуры. Показана устойчивость скорости сходимости ф.р. в.б.р. к предельному распределению.
4. Полученные теоретические результаты использованы для моделирования и анализа гибридной системы передачи мультимедийной информации на основании данных, близких к реальным.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми.

1. В отличие от предыдущих исследований предложена математическая модель анализа надёжности сложных систем с произвольными законами распределения длительностей безотказной работы и восстановления элементов на основе многомерного альтернирующего процесса. Выписаны дифференциальные уравнения Колмогорова для плотностей вероятностей состояний и найдена общая форма их решения.
2. Для марковских моделей надёжности впервые введено понятие квазистационарных вероятностей и предложен алгоритм их вычисления.

3. В отличие от известных работ по исследованию асимптотического поведения систем с быстрым восстановлением элементов разработаны алгоритмы и процедуры анализа скорости сходимости ф.р. в.б.р. системы к предельному распределению и показана её нечувствительность к виду ф.р. в.б.р. и восстановления элементов.
4. Разработанный подход применен для анализа надёжности и эффективности системы передачи мультимедийной информации новой гибридной структуры.

Методы исследования.

Поскольку отказы систем и их восстановление носят случайный характер, их изучение опирается на теоретико - вероятностные методы. Поэтому в работе используются методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории надёжности, итерационные методы решения матричных уравнений.

Обоснованность и достоверность результатов. Достоверность результатов определяется их строгими доказательствами, а также подтверждается численными расчетами и вычислительным экспериментом.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическую значимость представляют разработанные в диссертации математические методы и вычислительные алгоритмы, предназначенные для анализа характеристик производительности и надёжности сложных телекоммуникационных систем. Созданные на основе полученных теоретических результатов программы представляют практическую значимость, поскольку позволяют производить расчёт характеристик надёжности для сложных, в том числе иерархических систем при их проектировании, а также позволяют находить оценку скорости сходимости ф.р. в.б.р. к показательному распределению при быстром восстановлении элементов. Полученные теоретические результаты и разработанные программные средства были использованы для оценки надёжности и эффективности гибридной системы передачи мультимедийной информации.

Реализация результатов работы. Результаты диссертации вошли в программу для ЭВМ "Расчет характеристик надёжности иерархических систем".^{6,7}

Результаты диссертации использовались в рамках гранта Министерства образования и науки РФ, Государственный контракт №14.514.11.4071.

⁶Дата регистрации РОСПАТЕНТом в Реестре программ для ЭВМ 13.03.2013г., патент №2013612765

⁷Свидетельство о регистрации в ИНИПИ РАО ОФЭРН№О №18761 от 17.02.2012г., инвентарный номер ФГАНУ "ЦИТнС": 50201251501.

Кроме того, результаты диссертации были внедрены в учебный процесс в рамках учебной дисциплины “Прикладные задачи теории вероятностей”, читаемой студентам 3-го курса направлений “Прикладная математика и информатика” и “Компьютерные науки” РУДН.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались на

1. Шестой Международной конференции “Математические методы в теории надёжности. Теория. Методы. Приложения. (MMR-2009)” (Москва, 22–27 июня 2009 г.),
2. Четырнадцатой Международной конференции “Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: теория и приложения (DCCN-2010)” (Москва, 26–28 октября 2010 г.),
3. Научной сессии НИЯУ МИФИ-2011 (Обнинск, 24–30 января 2011 г.),
4. Пятнадцатой Международной конференции “Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: теория и приложения (DCCN-2011)” (Москва, 26–28 октября 2011 г.),
5. Первом Всероссийском семинаре “Прикладная теория вероятностей и теоретическая информатика” (Москва, 17–18 апреля 2012 г.),
6. Международной конференции “Теория вероятностей и ее приложения”, посвященной 100-летию со дня рождения Б.В.Гнеденко (Москва, 26–30 июня 2012 г.),
7. Международной конференции “Современные вероятностные методы анализа, проектирования и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей” (Минск, 28–31 января 2013 г.),
8. Всероссийской конференции (с международным участием) “Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем” (Москва, 22–26 апреля 2013 г.),
9. Втором Международном семинаре “Прикладная теория вероятностей и теоретическая информатика” в рамках XXXI Международного семинара по проблемам устойчивости стохастических моделей (Москва, 23–27 апреля 2013 г.).

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных и научно-практических семинарах в Российском университете дружбы народов.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 13 печатных работах, из них 5 — статьи в научных журналах, причём 3 из них опубликованы в рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК. Основные результаты представлены в работах, опубликованных в изданиях, рекомендованных ВАК, и получены лично соискателем. В работах, опубликованных в соавторстве, личный вклад соискателя состоит в разработке моделей и методов их исследования, доказательстве утверждений, разработке алгоритмов и программных средств для проведения численных расчетов, численном расчете и интерпретации полученных результатов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из списка сокращений, введения, 4 глав, разделенных на разделы, заключения, списка литературы и приложений. При ссылке на раздел слева добавляется номер главы. Нумерация формул, рисунков и таблиц привязана к номерам глав. Список литературы содержит 62 наименования. Текст изложен на 128 страницах, включая 20 рисунков, 6 таблиц и 3 приложения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе дан обзор результатов классических исследований надёжности сложных систем, приведены необходимые сведения о различных подходах к построению модели надёжности сложных систем и о математическом аппарате для нахождения вероятностно-временных характеристик систем различной структуры.

В разделе 1.1 приведены результаты классических работ по исследованию надёжности систем с быстрым восстановлением элементов и изучению асимптотических свойств распределений их времени жизни. Приведена формулировка предельной теоремы Б.В.Гледенко и аналогичный предельный результат А.Д.Соловьева с другой параметризацией.

В разделе 1.2 приведены сведения о развитии В.В.Калашниковым методе исследования систем надёжности, опирающимся на теорию регенерирующих процессов. Приведен полученный им для одного частного примера результат оценки скорости сходимости распределения времени безотказной работы системы к показательному.

В разделе 1.3 дан обзор работ В.С. Королюка и А.Ф. Турбина, в которых предложен близкий к работам Гнеденко и Соловьева подход к анализу сложных систем с быстрым восстановлением, опирающийся на метод фазового упрощения состояний таких систем.

В разделе 1.4 приведены сведения о различных традиционных методах марковизации процесса, описывающего поведение системы, дан обзор работ в этой области.

Во второй главе построена модель надёжности сложной системы в виде многомерного обобщенного альтернирующего процесса, который характеризуется произвольным временем пребывания каждой компоненты в своих бинарных состояниях. Марковизация процесса, описывающего поведение системы, осуществлена путем введения дополнительной переменной с расширением пространства состояний $\mathcal{E} = E \times R_+^n$, на котором определен многомерный процесс

$$Z(t) = \{J(t), X(t)\},$$

где $J(t) \in E$ — состояние объекта; $X(t) \in R_+^n$ — время, проведенное каждой его компонентой в своём состоянии с момента последнего попадания в него. Для марковизированного процесса $Z(t)$ выведены дифференциальные уравнения Колмогорова для плотностей распределения (п.р.) вероятностей состояний $(p_j(t; \mathbf{x})dx = P\{J_i(t) = j_i, X_i(t) \in dx_i, i = \overline{1, n}\})$, доказаны существование и единственность их решения и получен общий вид их решения.

Теорема 1. Система уравнений Колмогорова для п.р. вероятностей состояний $p_j(t, \mathbf{x})$ в области $0 \leq x_j \leq t < \infty, j = 1, 2, \dots, n$ имеет вид

$$\frac{\partial p_j(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \sum_{1 \leq k \leq n} \frac{\partial p_j(t, \mathbf{x})}{\partial x_k} = -\gamma_j(\mathbf{x})p_j(t, \mathbf{x}),$$

а граничные и начальные условия с помощью δ -функции Дирака $\delta(t)$ и символа Кронекера $\delta_{j,0}$ представимы в виде

$$p_j(t; \mathbf{x}_k(0)) = \delta_{j,0}\delta(t) + \int_0^t p_{\bar{j}_k}(t; \mathbf{x}_k(u))\gamma_{(k,j_k)}(u)du \quad (j \in E).$$

Здесь использованы обозначения:

- $\bar{j}_k = (j_1, \dots, j_{k-1}, 1 - j_k, j_{k+1}, \dots, j_n)$,
- $\mathbf{x}_k(u) = (x_1, \dots, x_{k-1}, u, x_{k+1}, \dots, x_n)$,
- $\gamma_{k,j_k}(x) = \alpha_k^{1-j_k}(x)\beta_k^{j_k}(x)$,

$$\bullet \gamma_j(\mathbf{x}) = \sum_{1 \leq k \leq n} \gamma_{(k,j_k)}(x_k) = \sum_{k: j_k=0} \alpha_k(x_k) + \sum_{k: j_k=1} \beta_k(x_k).$$

Теорема 2. *Общее решение системы уравнений Колмогорова для п.р. вероятностей состояний имеет вид:*

$$p_j(t; \mathbf{x}) = h_j(t - x_1, \dots, t - x_n) \prod_{1 \leq k \leq n} (1 - A_k(x_k))^{1-j_k} (1 - B_k(x_k))^{j_k},$$

где функции $h_j(\mathbf{x})$ находятся исходя из граничных и начального условий

$$h_j(t - \mathbf{x}_k(0)) = \delta_{j,0} \delta(t) + \int_0^t h_{j_k}(t - \mathbf{x}_k(u)) c_{(k,1-j_k)}(u) du \quad (j \in E).$$

Здесь

- $A_k(x), B_k(x)$ — ф.р. времени б.р. и восстановления элементов, которые предполагаются дифференцируемыми;
- $a_k(x), b_k(x)$ — соответствующие п.р.;
- $c_{(k,j_k)}(u) = a_k^{1-j_k}(u) b_k^{j_k}(u)$ — п.р. времени, проведённого k -ой компонентой процесса в своём состоянии с момента последнего попадания в него.

С целью анализа стационарных показателей работоспособности телекоммуникационных систем получен аналитический метод нахождения стационарных вероятностей состояний системы:

$$p_j(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} p_j(t; \mathbf{x}) = C_j \prod_{1 \leq k \leq n} (1 - A_k(x_k))^{1-j_k} (1 - B_k(x_k))^{j_k},$$

где константы C_j находятся, исходя из граничных условий и условия нормировки $\sum_{j \in E} p_j = 1$, и стационарных вероятностей макро-состояний (с учетом условия нормировки):

$$p_j = \int_{\mathbf{x} \in R^n} p_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \prod_{1 \leq k \leq n} \frac{a_k^{1-j_k} b_k^{j_k}}{a_k + b_k}.$$

Показана нечувствительность p_j к виду ф.р. $A_k(x)$ и $B_k(x)$.

Для решения задачи нахождения вероятности б.р. $R_T(t)$, среднего в.б.р. ET и построения функции надёжности системы было исследовано распределение в.б.р. $T = \inf\{t : J(t) \in E_1\}$ системы, для нахождения которого следует решать систему уравнений Колмогорова, сделав множество отказовых состояний E_1 поглощающим: $F_T(t) = \mathbf{P}\{T \leq t\} = \sum_{j \in E_1} p_j(t)$.

Рассмотрен частный случай многомерного альтернирующего марковского процесса, когда ф.р. в.б.р. $A_k(x)$, $B_k(x)$ предполагаются показательными, для которого получены более детальные результаты в явном виде. В частности, с целью исследования функционирования системы до момента ее отказа на основании доказанного факта⁸ о существовании пределов $\bar{p}_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{p}_j(t)$ условных вероятностей пребывания системы в каждом из её состояний на её жизненном цикле: $\bar{p}_j(t) \equiv P\{J(t) = j | t < T\} = \frac{P_j(t)}{R(t)}$, получен аналитический метод расчета и разработан алгоритм и программные средства для вычисления квазистационарных вероятностей \bar{p}_j и связанных с ними характеристик для систем различной структуры и с разными типами резервирования.

Глава 3 посвящена численному анализу надёжности, скорости сходимости ф.р. в.б.р. к показательному распределению и расчету вероятностно-временных характеристик систем с различными распределениями времени восстановления элементов и различными типами резервирования в предположении быстрого восстановления элементов. Для проведения численных расчетов разработаны программные модули в среде MATLAB.

В разделе 3.1 рассматривается модельный пример системы облегченно-го дублирования с показательными распределенными в.б.р. и восстановления элементов с интенсивностями отказов основного и резервного элементов α и α_1 ($\alpha_1 < \alpha$), соответственно, и интенсивностями восстановления β . Для данной системы найдена равномерная оценка скорости сходимости ф.р. в.б.р. системы к показательной, проведено сравнение с приближенной оценкой, полученной В.В.Калашниковым⁹ для аналогичного частного примера.

Теорема 3. При $\rho = \frac{\beta}{\alpha} \rightarrow \infty$ имеет место равномерная сходимость вероятности б.р. системы за время t в масштабе его среднего в.б.р.: $\hat{R}(t) \rightarrow e^{-t}$, причем скорость сходимости имеет порядок ε :

$$|\hat{R}(t) - e^{-t}| \leq \varepsilon, \text{ где } \varepsilon = \frac{\alpha(\alpha + \alpha_1)}{(2\alpha + \alpha_1 + \beta)^2}.$$

Скорость сходимости исследована также графически с помощью графиков функций надёжности в масштабе среднего в.б.р. системы и численно с помощью квантилей уровней высокой надёжности.

В разделах 3.2 и 3.3 для исследования влияния вида распределения времени восстановления на характеристики надёжности систем исследуют-

⁸Rykov V. Multidimensional Alternative Processes as Reliability Models // Proceedings of BWWQT-2013. - 2013. P.147-156.

⁹Kalashnikov V.V. Geometric Sums: Bounds for Rare Events with Applications: Risk Analysis, Reliability, Queuing// Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1997. - 265 pages.

ся сначала поведение однородной системы многократного резервирования с восстановлением $\langle M_n^m | M | 1 \rangle$ с показательной функцией распределения длительности восстановления, а затем аналогичное исследование для системы $\langle M_n | Erlang(k) | 1 \rangle$ с временем восстановления элементов, имеющим распределение Эрланга.

В разделе 3.4 проводится сравнение характеристик надёжности систем $\langle M_n^m | M | 1 \rangle$ и $\langle M_n | Erlang(k) | 1 \rangle$ в предположении быстрого восстановления их элементов. Подтверждается вывод о нечувствительности скорости сходимости ф.р. в.б.р. системы к показательной к виду распределения длительности восстановления элементов при быстром их восстановлении.

В разделе 3.5 проводится сравнение эффективности дублированной системы с быстрым восстановлением и n -элементной системы резервирования в терминах среднего в.б.р. Были выведены рекуррентные соотношения, которые позволяют значительно упростить вычисление ПЛ п.р. в.б.р., ПЛ функции надёжности и среднего в.б.р. для систем с большим числом элементов.

Теорема 4. *Для n -элементной системы нагруженного резервирования, отказ которой происходит при отказе m из n элементов, имеет место рекуррентная формула для нахождения ПЛ плотности распределения в.б.р. системы:*

$$\tilde{f}(s) = \frac{1}{s \sum_{i=1}^m \frac{(n-m)!z_{i-1}(s)}{(n-m+i)! \alpha^i} + 1},$$

где $z_0 = 1$,

$$z_1 = (n - m + 1)\alpha + \beta,$$

$$z_k = ((n - m + k)\alpha + \beta)z_{k-1} - (n - m + k)\alpha\beta z_{k-2}, \quad k = \overline{2, m-1}.$$

Следствие 1. *В условиях теоремы 4 для нахождения среднего в.б.р. системы справедлива рекуррентная формула:*

$$ET = \sum_{k=1}^m \frac{(n-m)!z_{k-1}}{(n-m+k)! \alpha^k},$$

Следствие 2. *В условиях теоремы 4 для нахождения ПЛ функции надёжности системы справедлива рекуррентная формула:*

$$\tilde{R}(s) = \frac{1}{s + \left(\sum_{i=1}^m \frac{(n-m)!z_{i-1}(s)}{(n-m+i)! \alpha^i} \right)^{-1}}.$$

В разделе 3.6 продолжается изучение влияния вида распределения времени восстановления на характеристики надёжности систем, для чего исследуется система $\langle M_n | PH | 1 \rangle$ многократного резервирования с восстановлением с ф.р. времени восстановления элементов $B(x)$ фазового типа.

Теорема 5. *Стационарное распределение вероятностей состояний $\{p_0, \vec{p}_k, k = \overline{1, n}\}$ системы надёжности $\langle M_n | PH | 1 \rangle$ выражается в форме усеченной матрично-геометрической прогрессии:*

$$p'_k = \begin{cases} p_0 w'_0, & \text{если } k = 1, \\ p_0 w'_0 \prod_{i=2}^k W_i, & \text{если } k = \overline{2, n-1}, \\ p_0 w'_0 \prod_{i=2}^{n-1} W_i W_n, & \text{если } k = n, \end{cases} \quad (1)$$

где вектор w'_0 и матрицы $W_k, k = \overline{1, n}$ выражаются через параметры распределений в.б.р. элементов и длительности их восстановления. Вероятность p_0 определяется из условия нормировки: $\sum_{k=0}^n p_k = 1$, где $p_k = p' \vec{1}$ — стационарная вероятность того, что в системе исправны k элементов.

Построение ф.р. в.б.р. системы, функции надёжности системы и нахождение среднего в.б.р. системы достигается путем исследования соответствующего процесса $\hat{X}(t)$ с отказовым множеством в качестве поглощающего множества состояний. Для этого находится решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова в терминах преобразований Лапласа (ПЛ) :

$$\vec{p}'(s)(\mathbf{I}s - \Lambda) = \mathbf{b}' \quad (2)$$

с матрицей интенсивностей переходов $\hat{\Lambda}$ модифицированного процесса с поглощающим множеством отказовых состояний, единичной матрицей \mathbf{I} , вектором $\mathbf{b}' = (1, 0, \dots, 0)$ размерности $(nt + 1)$ и квадратной невырожденной матрицей блочно-диагонального вида $\mathbf{I}s - \hat{\Lambda}$ размерности $(nt + 1) \times (nt + 1)$.

В качестве иллюстрации приводится численный пример резервированной системы из двух одинаковых элементов, находящихся в горячем резерве, с одним ремонтным устройством и трехфазным восстановлением отказавших элементов, приводятся результаты численного анализа, график функции надёжности системы, таблица временных квантилей высоких уровней надёжности, стационарные и квазистационарные вероятности состояний.

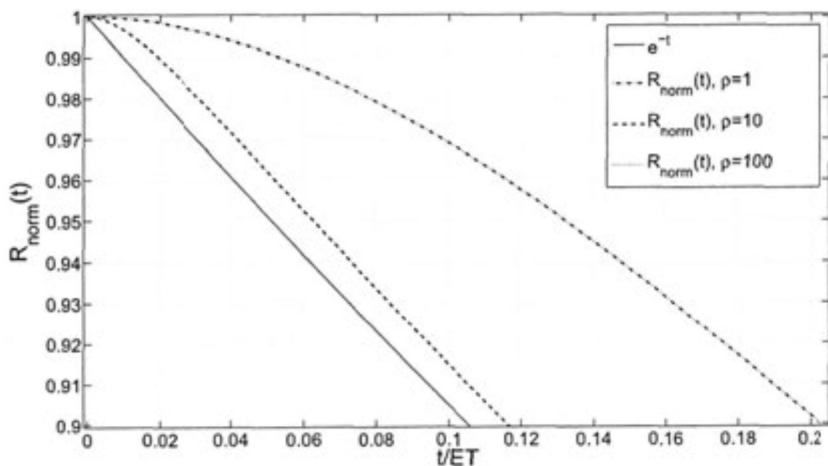


Рис. 1. Сходимость нормированной функции надежности системы $\langle M_2|PH|1 \rangle$ к e^{-t} с ростом относительной скорости восстановления ρ . Увеличенный масштаб.

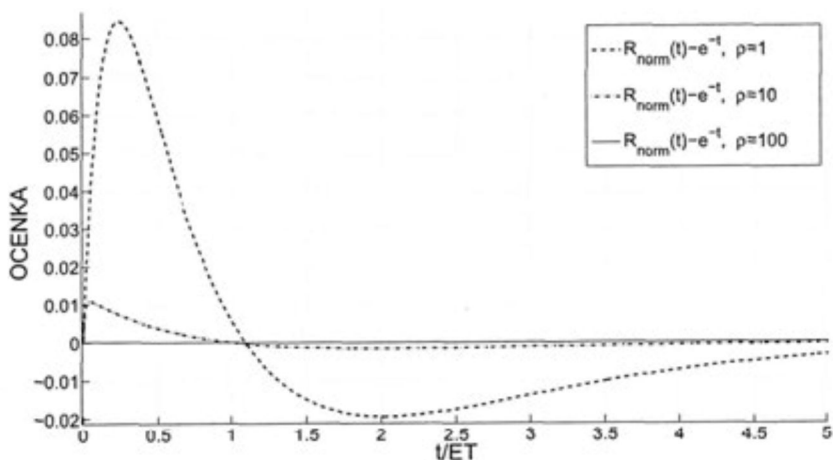


Рис. 2. Равномерная сходимость функции надежности системы $\langle M_2|PH|1 \rangle$ в масштабе ее среднего в.б.р. к предельной функции e^{-t} с ростом ρ .

В разделе 3.7 в качестве содержательного примера применения аппарата многомерных альтернирующих процессов для изучения надёжности неоднородных телекоммуникационных систем рассматривается восстанавливаемая гибридная система беспроводной передачи мультимедийной информации, состоящая из трёх атмосферных оптических линий связи: лазерного канала, радиоканала миллиметрового диапазона и радиоканала сантиметрового диапазона (под управлением IEEE 802.11n). Рассматривалось два типа резерви-



Рис. 3. Блок-схема гибридной системы передачи мультимедийной информации

рования третьего канала (Wi-Fi) — холодный и горячий резерв, которые, как следует из результатов численного анализа, практически не влияют на пропускную способность гибридной системы, однако среднее в.б.р. в случае холодного резерва в 12,5 раз больше. Для вычислений использовались данные, полученные в результате продолжительного натурального эксперимента.¹⁰

В четвертой главе в разделах 4.1 и 4.2 построена общая модель надёжности сложной иерархической многокомпонентной системы. Эта система составлена из блоков нескольких уровней. Каждый блок и следующие за ним блоки образуют иерархическую структуру того же типа, что и основная система. Блоки самых нижних уровней (элементы) подвержены постепенным отказам своего типа, т.е. распределения длительностей б.р. элементов зависят от их типов.

В силу быстрого восстановления элементов системы, произвольные распределения времени восстановления элементов и подсистем асимптотически показательны с параметрами, обратными к соответствующим средним в.б.р.

¹⁰В.М.Вишневикий, О.В.Сезенова. Об одной модели оценки производительности широкополосного гибридного канала связи на основе лазерной и радиотехнологий // Проблемы информатики. 2010. Т. 6, № 2. С. 43–58.

элементов. Элементы с несколькими состояниями могут быть модифицированы в соответствующие бинарные подсистемы. Поэтому, для простоты ограничиваемся случаем систем с бинарными элементами и подсистемами.

Отдельно рассмотрены случаи однородных и неоднородных систем. Для исследования надёжности всей системы разработан и программно реализован итерационный метод: сначала исследуется надёжность ее подсистем, начиная с нижних уровней, а затем вычисленные характеристики надёжности подсистем становятся исходными данными для подсистем следующего уровня иерархии и т.д. Расчет вероятностно-временных характеристик подсистем производится на основании результатов, полученных в рамках моделей одноуровневых систем, исследованных в главах 2 и 3, в зависимости от типа системы и вида ф.р. времени восстановления элементов.

В разделе 4.3 для однородной иерархической системы с быстрым восстановлением элементов получены рекуррентные формулы для расчета среднего в.б.р. системы в двух возможных случаях:

- 1) относительная скорость восстановления постоянна для любого уровня иерархии, т.е. $\rho_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} = \rho = const$; в этом случае среднее в.б.р. подсистемы k -го уровня определяется рекуррентно следующим образом:

$$ET_k = \frac{3 + \rho}{2} EW_{k-1} = \dots = \left(\frac{3 + \rho}{2}\right)^{k-1} EW_1 = \left(\frac{3 + \rho}{2}\right)^k \frac{1}{\alpha}.$$

- 2) относительная скорость восстановления возрастает с каждым уровнем, т.е. $\rho_k = \frac{\beta_k}{\alpha_k} = \frac{\beta}{\alpha_k}$; в этом случае среднее в.б.р. подсистемы k -го уровня определяется через среднее в.б.р. $(k - 1)$ -ого уровня:

$$ET_k = \frac{3}{2} ET_{k-1} + \frac{\beta}{2} ET_{k-1}^2 = \frac{3 + \rho_k}{2} ET_{k-1}.$$

В разделе 4.4 в качестве иллюстрации приводятся численные модельные примеры неоднородных иерархических резервированных систем, для которых вычисляются основные вероятностно-временные характеристики, исследуется скорость сходимости ф.р. в.б.р. системы при быстром восстановлении элементов, приводятся графики вероятности б.р. как функции времени и проводится сравнительный анализ однородных и неоднородных иерархических систем различной структуры.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Козырев Д.В.* Методика анализа дерева отказов как общепринятый инструмент описания сложных технологических систем и универсальное средство общения для специалистов в области исследования надёжности и анализа риска // Информационные технологии и научно-технический перевод: Сборник статей. – М.: РУДН, 2008, 4 с.
2. *Kozyrev D., Rykov V.* Reliability model for hierarchical systems // VI Международная конференция Mathematical Methods in Reliability (MMR-2009): Расширенные тезисы докладов (Москва, 22-29 июня 2009г.) – Москва, изд-во РУДН, 2009. – С. 207–213, 7 с.
3. *Козырев Д.В., Рыков В.В.* Анализ надёжности иерархических систем: регенеративный подход// М.: Автоматика и телемеханика, №7, 2010, 14 с.
4. *V. V. Rykov, D. V. Kozyrev.* Reliability model for hierarchical systems: Regenerative approach// Automation and Remote Control, July 2010, Volume 71, Issue 7 , pp 1325–1336
5. *Козырев Д.В.* К анализу скорости сходимости характеристик надёжности систем с быстрым восстановлением// 14-я Международная конференция Distributed Computer and Communication Networks (DCCN-2010): Тезисы докладов (Москва, 26-28 октября 2010г.) – С.232–238, 7 с.
6. *Kozyrev D., Rykov V.* On the Reliability Modeling of Hierarchical Systems// Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability. Applications to Medicine, Finance, and Quality Control, изд-во «Birkhauser», серия «Statistics for Industry and Technology», 2010. – 14 с.
7. *Козырев Д.В.* Анализ асимптотического поведения характеристик надёжности дублированных систем при «быстром восстановлении»// Вестник Российского университета дружбы народов, серия «Математика. Информатика. Физика.» – №3. М: Изд-во РУДН, 2011 – С. 49–57, 9 с.
8. *Козырев Д.В.* Численный анализ систем надёжности при быстром восстановлении и многократном резервировании// 15-я Международная конференция Distributed Computer and Communication Networks (DCCN-2011): Тезисы докладов (Москва, 26-28 октября 2011г.) С. 122–129, 8 с.
9. *Козырев Д.В., Рыков В.В.* Многомерные альтернирующие процессы и их применение в моделях надёжности// Всероссийская конференция «Прикладная теория вероятностей и теоретическая информатика» (Москва, 17-18 апреля 2012 г.) – М.: Институт проблем информатики, РАН, С. 44–45, 2 с.
10. *Козырев Д.В., Рыков В.В.* Многомерный обобщенный альтернирующий процесс как модель надёжности// Международная конференция «Тео-

рия вероятностей и ее приложения» (Москва, 26-30 июня 2012 г.) – Москва: ЛЕНАНД, С. 254–255, 2 с.

11. *Вишневецкий В.М., Козырев Д.В., Рыков В.В.* К оценке надёжности гибридной системы передачи мультимедийной информации// Международная научная конференция «Современные вероятностные методы анализа, проектирования и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей» (Минск, 28–31 января 2013 г.) Минск: Издат. центр БГУ, С. 192–203, 12 с.

12. *Вишневецкий В.М., Козырев Д.В., Рыков В.В.* О нестационарных характеристиках надёжности телекоммуникационных систем связи гибридной структуры// Всероссийская научная конференция с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (Москва, 22-26 апреля 2013 г.) – М: Изд-во РУДН, С. 83–85, 3 с.

13. *Kozyrev D.* Analysis of a repairable redundant system with PH distribution of restoration times of its elements// XXXI International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models (23 – 27 April 2013, Moscow) – Moscow: Institute of Informatics Problems, RAS, Pp.43–44.

ДРУГИЕ НАУЧНЫЕ ТРУДЫ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Козырев Д.В.* Расчет характеристик надёжности иерархических систем (электронный ресурс)// ИНИПИ РАО ОФЭРНиО (свидетельство о регистрации №18761 от 17 декабря 2012г.), ФГАНУ «ЦИТИС» (инвентарный номер 50201251501)

2. *Козырев Д.В.* Расчет характеристик надёжности иерархических систем (программа для ЭВМ)// Бюллетень Роспатента №2, патент №2013612765.

Козырев Дмитрий Владимирович

Анализ вероятностно-временных характеристик высоконадежных телекоммуникационных систем

В диссертации разработана математическая модель надёжности системы сложной структуры с произвольными законами распределения длительностей безотказной работы и восстановления элементов, которая представлена в виде многомерного альтернирующего процесса. Для марковизованного процесса выведены уравнения для плотности распределения вероятностей состояний, доказано существование и единственность их решения и получен общий вид их решения. Найдены стационарные вероятности состояний и доказана их нечувствительность к ф.р. в.б.р. и восстановления элементов системы. В марковском случае доказано существование квазистационарных вероятностей состояний, и разработаны алгоритмы и программные средства расчета основных вероятностно-временных характеристик. Выполнено численное исследование скорости сходимости ф.р. в.б.р. к показательному распределению для систем различной, в том числе иерархической структуры и показана её устойчивость. Полученные теоретические результаты использованы для моделирования и анализа гибридной системы передачи мультимедийной информации на основании данных, близких к реальным.

Kozyrev Dmitry Vladimirovich

Analysis of probability-time characteristics of high-reliability telecommunication systems

In this thesis multivariate alternating process is applied to the development of the reliability model of complex systems with generally distributed failure-free times and recovery times of their elements. For the Markovized process the equations for the state probabilities density functions are derived, the unique existence of their solution is proved and the general form of their solution is obtained. The stationary distribution of state probabilities is worked out and its insensitivity to the distributions is proved. In Markov case the existence of quasi-stationary state probabilities is proved and efficient numerical algorithms and programs are developed for calculation of main probability-time characteristics for systems of different structure. Numerical analysis of the convergence rate of the system's lifetime distribution to the exponential distribution is held and its insensitivity is demonstrated. The obtained theoretical results were applied to modeling and analysis of the hybrid multimedia data transmission system with the use of experimental data.

114



Подписано в печать: 07.10.2013

Заказ № 8825 Тираж - 100 экз.

Печать трафаретная. Объем: 1 усл.п.л.

Типография «11-й ФОРМАТ»

ИНН 7726330900

115230, Москва, Варшавское ш., 36

(499) 788-78-56

www.autoreferat.ru