На правах рукописи

ВОЛОТОВА
Надежда Борисовна

Полиномиальное квантование на параэрмитовых симметрических пространствах

01.01.01. – математический анализ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2003 год

Работа выполнена на кафедре математического анализа Тамбовского государственного университета им. Г.Р.Державина

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Владимир Федорович Молчанов

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Дмитрий Петрович Желобенко
доктор физико-математических наук, профессор
Вольдемар-Беренкард Константинович Рогов

Ведущая организация: Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова (механико-математический факультет)

Защита состоится "13" марта 2003 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета К 212.203.04. по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в Российском университете дружбы народов по адресу: 117923, Москва, ул. Орджоникидзе, 3, ауд. .

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.

Автореферат разослан "30" января 2003 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета К 212.203.04:
кандидат физико-математических наук,
доцент М.В.Драгнев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Гармонический анализ на однородных пространствах групп Ли представляет собой интенсивно развивающийся в настоящее время раздел функционального анализа. Основное содержание его тесно связано с теорией представлений групп Ли. С другой стороны, он взаимодействует с алгеброй, алгебраической геометрией, спектральной теорией операторов, гамильтоновой механикой, квантовой механикой и т.д. В частности, концепция квантования на эрмитовых симметрических пространствах, предложенная и развивавшаяся Ф.А.Березиным, оказалась чрезвычайно плодотворной руководящей идеей для гармонического анализа: она поставила новые задачи, вызвала к жизни новые конструкции и точки зрения.

В настоящее время теория Березина – для эрмитовых симметрических пространств и унитарных представлений – продолжает интенсивно разрабатываться (Ю.А.Неретин, A.Unterberger, H.Upmeier, G.Zhang, T.Nomura, J.Arazi, B.Ørsted, S.Sahi и др.). Для другого класса симплектических симметрических пространств – параэрмитовых симметрических пространств G/H - квантование в духе Березина было построено В.Ф.Молчановым. Пространства из этого класса (в отличие от прстранств, изучавшихся Березиным) не являются римановыми. Как известно, при переходе от риманова случая к псевдориманову трудности резко возрастают. Кроме того, развитие теории для параэрмитовых пространств привело к необходимости разрабатывать "неунитарную версию" гармонического анализа (В.Ф.Молчанов, А.В.Карабегов, G.van Dijk и др.) Именно, канонические представления, которые являются основным инструментом для изучения квантования, должны рассматриваться в значительно более широком смысле: они не обязательно унитарны, они действуют в достаточно широких классах функций, например, в обобщенных функциях. В частности, это позволило выдвинуть идею (В.Ф.Молчанов) о построении так называемого полиномиального квантования – квантования, в котором ковариантные и контравариантные символы операторов являются многочленами на пространстве G/H, реализованном как многообразие в алгебре Ли группы G.

С другой стороны, квантование (квантования) в духе Березина, рассматриваемое как своеобразная часть гармонического анализа на однородных пространствах G/H, может оказаться полезной для теоретической физики.

Цель работы. В настоящей работе предлагается схема построения полиномиального квантования для параэрмитовых симметрических пространств G/H произвольного ранга, это построение проведено в полном объеме для пространств ранга один. Необходимым средством для этого построения является исследование конечномерного гармонического анализа на таких пространствах (разложение представлений в многочленах на G/H – вплоть до аналога формулы Планшереля).

Общая методика исследования. Мы используем методы теории представлений групп Ли – как компактных, так и некомпактных, методы бесконечномерного анализа на однородных пространствах (преобразования Пуассона и Фурье, сферические функции и др.), аппарат спецфункций, комбинаторный анализ, теорию обобщенных функций, математический анализ на многообразиях.

Научная новизна. В диссертации впервые:

а) предложена концепция полиномиального квантования на параэрмитовых симметрических пространствах первой категории;

следующие результаты получены для пространств ранга один:

б) полиномиальное квантование построено в явном виде (дано описание алгебр ковариантных и контравариантных символов, вычислено преобразование Березина, найдено преобразование операторов, дублирующее преобразование Березина, доказан принцип соответствия, описана антиинволюция алгебр ковариантных символов, являющаяся аналогом комплексного сопряжения для эрмитовых симметрических пространств);

в) предложена новая форма деформационного разложения (полного асимптотического разложения преобразования Березина), это разложение вычислено явно;

г) дано описание максимально вырожденных серий представлений алгебры Ли группы G в многочленах и в обобщенных функциях на $\mathbb{R}^{n-1}$, сосредоточенных в нуле; для конечномерных подпредставлений вычислены инвариантные билинейные формы;

д) для основной неунитарной серии, связанной с G/H, найдена в явном виде мероморфная структура сплетающего оператора как функции от параметра серии, вычислены явно собственные числа этого оператора на некоторых K-типах, вычислены собственные числа этого оператора на H-инвариантах (аналог c-функции Хариш–Чандры);

е) дано описание серии конечномерных представлений, действующих в подфакторах основной неунитарной серии, связанной с G/H (реализации в многочленах и обобщенных функциях с точечным носителем, билинейные инвариантные формы, сплетающие операторы и т.д.);

ж) дано разложение в явном виде тензорных произведений максимально вырожденных конечномерных представлений на контрагредиентные – вплоть до "формулы Планшереля";

з) построен в явном виде "конечномерный гармонический анализ" на G/H: вычислены H-инварианты, преобразования Фурье и Пуассона, сферические функции, получена соответствующая формула Планшереля;

и) получено дифференциальное выражение для преобразования Пуассона из предыдущего пункта.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация имеет теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы как в математике (они должны, в частности, послужить основой для построения полиномиального квантования на симплектических симметрических пространствах произвольного ранга, а также на некоторых не симплектических симметрических пространствах, например, гиперболоидах), так и в теоретической физике.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на:

– Международной летней школе–семинаре "Гармонический анализ на однородных пространствах", Тамбов, 1996;

– Международных семинарах по группам Ли в Твенте и Лейдене (Нидерланды), 1997 и 1998;

– Семинаре по функциональному анализу проф, В.Ф.Молчанова в Тамбовском государственном университете им. Г.Р.Державина;

– Научных конференциях преподавателей и сотрудников Тамбовского государственного университета им. Г.Р.Державина (Державинские чтения);

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 7 работах, список которых приведен в конце реферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения и 25 параграфов, объединенных в три главы. Список литературы, включенной в диссертацию, содержит 33 наименования. Объем диссертации (с оглавлением) 129 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В настоящей работе рассматривается некоторый вариант квантования в духе Ф.А. Березина на параэрмитовых симметрических пространствах первой категории G/H. Эти пространства принадлежат к очень широкому классу полупростых симметрических пространств, кроме того, они являются симплектическими многообразиями. Классификацию этих пространств (с локальной точки зрения) см. в работе В.Ф.Молчанова.[1] В частности, пространства G/H ранга 1 с точностью до накрытия исчерпываются пространствами, для которых $G = \mathrm{SL}(n, \mathbb{R})$, $H = \mathrm{GL}(n-1, \mathbb{R})$.

Напомним концепцию квантования, предложенную Березиным,[2][3][4] при этом ограничимся упрощенной версией. Пусть M – симплектическое многообразие. Тогда $C^\infty(M)$ является алгеброй Ли относительно скобки Пуассона $\{A, B\}$, $A, B \in C^\infty(M)$.

Квантование в смысле Березина состоит из двух шагов.

Шаг первый: надо построить некоторую совокупность ассоциативных алгебр $\mathcal{A}(h)$, содержащихся в $C^\infty(M)$ и зависящих от параметра $h > 0$ (называемого постоянной Планка), умножение в $\mathcal{A}(h)$ обозначается $*$, оно тоже зависит от h. Эти алгебры должны удовлетворять некоторым условиям, важнейшими из которых

---

[1] Molchanov V.F. Quantization on para-Hermitian symmetric spaces, Amer. Math. Soc. Transl, Ser. 2, vol. 175 (Adv. in the Math. Sci.–31), 1996, 81–95.

[2] Березин Ф.А. Квантование. Изв. Акад. наук СССР. Сер. мат., 1974, 38, No.5, 1116–1175.

[3] Березин Ф.А. Квантование в комплексных симметрических пространствах. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1975, том 39, No.2, 363–402.

[4] Березин Ф.А. Связь между ко– и контравариантными символами операторов на классических комплексных симметрических пространствах. Докл. АН СССР, 1978, том 241, No.1, 15–17.

являются следующие два, называемые *принципом соответствия*:

$$(a)\quad \lim_{h\to 0} A_1 * A_2 = A_1 A_2; \tag{1}$$

$$(b)\quad \lim_{h\to 0} \frac{i}{h}(A_1 * A_2 - A_2 * A_1) = \{A_1, A_2\}; \tag{2}$$

умножение в правой части (1) есть обычное поточечное умножение; в правой части (2) стоит скобка Пуассона;

Шаг второй: надо построить представления $A \mapsto \widehat{A}$ алгебр $\mathcal{A}(h)$ операторами в гильбертовом пространстве.

Березин исследовал случай, когда M есть эрмитово симметрическое пространство G/K.

В нашей работе мы следуем схеме из [1]. Условия, накладываемые на семейство алгебр $\mathcal{A}(h)$, нужно несколько видоизменить (опустить i в (2) и др.). Мы можем считать, что G/H есть G-орбита в алгебре Ли $\mathfrak{g}$ группы G относительно присоединенного представления группы G. Кроме того, мы можем считать, что G – простая группа Ли. В качестве переполненной системы мы берем ядро $\Phi(\xi,\eta) = \Phi_\mu(\xi,\eta)$ оператора, сплетающего представления из максимально вырожденных серий π_μ^- и π_μ^+ представлений группы G. Векторы ξ и η пробегают соответственно H-инвариантные лагранжевы подпространства $\mathfrak{q}^-$ и $\mathfrak{q}^+$ в начальной точке $x^0 = He$ (e – единица группы G) пространства G/H. Пары (ξ,η) дают координаты на G/H, за исключением многообразия меньшей размерности. Представления π_μ^- и π_μ^+ действуют соответственно в некоторых пространствах функций $\varphi(\xi)$ и $\psi(\eta)$. Аналогом пространства Фока служит пространство функций $\varphi(\xi)$.

В качестве исходной алгебры операторов мы берем алгебру операторов $D = \pi_\mu^-(X)$, где X принадлежит универсальной обертывающей алгебре $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ алгебры Ли $\mathfrak{g}$. Ковариантный символ $F(\xi,\eta)$ оператора D мы определяем формулой:

$$F(\xi,\eta) = \frac{1}{\Phi(\xi,\eta)}\, D\Phi(\xi,\eta), \tag{3}$$

где оператор D действует на $\Phi(\xi,\eta)$ как на функцию от ξ. Они являются функциями на G/H. Больше того, они являются *многочленами* на G/H (т.е. ограничениями на G/H многочленов на $\mathfrak{g}$). Для данного μ обозначим через $\mathcal{A}_\mu$ множество всех ковариантных символов, полученных указанным способом. Для μ общего положения пространство $\mathcal{A}_\mu$ есть пространство $S(G/H)$ всех многочленов на G/H.

Дальше теория развивается по схеме Березина.

Поскольку алгебры $\mathcal{A}_\mu$ в нашем случае состоят из многочленов на G/H, мы называем наш вариант квантования *полиномиальным квантованием.*

Теория, изложенная вкратце выше для пространств G/H произвольного ранга, носит незавершенный характер: некоторые утверждения еще не доказаны, некоторые формулы еще не найдены. Более подробно это развито в первой главе. Изложение здесь носит характер наброска будущей теории.

Полиномиальное квантование для пространств *ранга один* составляет основное содержание диссертации, это – материал глав II и III.

Как уже было сказано выше, нам достаточно рассмотреть пространства G/H с $G = \mathrm{SL}(n, \mathbb{R})$, $H = S(\mathrm{GL}(n-1, \mathbb{R}) \times \mathrm{GL}(1, \mathbb{R}))$, т.е. $H \cong \mathrm{GL}(n-1, \mathbb{R})$. Здесь $n \geqslant 2$. Для удобства мы реализуем G/H не как подмногообразие в алгебре Ли $\mathfrak{g}$ ($\mathfrak{g}$ состоит из матриц из $\mathrm{Mat}(n, \mathbb{R})$ со следом нуль), а как подмногообразие матриц из $\mathrm{Mat}(n, \mathbb{R})$, у которых след и ранг равны единице. Второе подмногообразие получается из первого параллельным сдвигом в пространстве $\mathrm{Mat}(n, \mathbb{R})$ на $(1/n)E$, где E – единичная матрица. Действие группы G сопряжениями сохраняется.

Случай $n = 2$ имеет некоторые особенности, поэтому мы выделили его в отдельную главу (глава II). Пространство G/H в этом случае есть однополостный гиперболоид в $\mathbb{R}^3$.

Глава III изучает случай $n \geqslant 3$.

Сначала мы описываем две максимально вырожденные серии $\pi^-_{\mu,\varepsilon}$ и $\pi^+_{\mu,\varepsilon}$ представлений группы $G = \mathrm{SL}(n, \mathbb{R})$, здесь $\mu \in \mathbb{C}$, $\varepsilon = 0, 1$. Это – представления, индуцированные характерами (одномерными представлениями) максимальных параболических подгрупп P^- и P^+, отвечающих разбиению $n = (n-1) + 1$. Мы в основном следуем статьям В.Ф.Молчанова и Г. ван Дейка.[5][6])

[5]Dijk, G. van. Molchanov V.F. The Berezin form for rank one para-Hermitian symmetric spaces, J. Math. Pures Appl., 1998, t. 77, No. 8, 747-799.

[6]Dijk, G. van. Molchanov V.F. Tensor products of maximal degenerate series representations of the group SL(n,R). J. Math. Pures Appl., 1999, t. 78, No. 1, 99-119.

По сравнению с этими статьями следующие результаты являются новыми:

действие алгебры Ли $\mathfrak{g}$ группы G в пространстве $\mathrm{Pol}(\mathbb{R}^{n-1})$ многочленов от $x = (x_1, \dots x_{n-1})$ и пространстве Z обобщенных функций на $\mathbb{R}^{n-1}$, сосредоточенных в начале координат;

действие сплетающего оператора на этих двух пространствах (кстати, заметим, что и для $n = 2$ такая точка зрения оказывается полезной: мы рассматриваем операторы, сплетающие представления из основной неунитарной серии с представлениями, контрагредиентными представлениям из этой серии, – конечно, для $n = 2$ эти две серии совпадают, но получающиеся формулы позволяют связать представления в многочленах и дельта–функциях);

описание билинейных форм F_k на конечномерных подпространствах V_k, $k \in \mathbb{N}$, инвариантных относительно пар (π_k^-, π_k^+) или (π_k^+, π_k^-); пространство V_k состоит из многочленов от $x_1, \dots, x_{n-1}$ степени $\leqslant k$, оно инвариантно относительно представлений $\pi_{k,\varepsilon}^{\pm}$, $\varepsilon \equiv k \,(\mathrm{mod}\, 2)$, их ограничения на V_k мы обозначаем через $\pi_k^{\pm}$.

Затем мы описываем представления $T_{\sigma,\varepsilon}$, $\sigma \in \mathbb{C}$, $\varepsilon = 0, 1$, индуцированные некоторыми характерами параболической подгруппы, отвечающей разбиению $n = 1 + (n-2) + 1$. Это – основная неунитарная серия, связанная с пространством G/H. Именно по неприводимым унитарным представлениям, содержащимся в этой серии, разлагается квазирегулярное унитарное представление группы G на G/H. Мы тоже опираемся на [5],[6]. Здесь мы добавляем следующие результаты:

вычисление нормирующей функции для сплетающего оператора $B_{\sigma,\varepsilon}$, т.е. такой функции $\gamma(\sigma, \varepsilon)$, мероморфной по σ, что $\gamma(\sigma, \varepsilon)^{-1} B_{\sigma,\varepsilon}$ является целой функцией от σ;

вычисление собственных чисел оператора $B_{\sigma,\varepsilon}$ на некоторых простейших K-типах;

вычисление "собственных чисел" $j(\sigma, \varepsilon)$ оператора $B_{\sigma,\varepsilon}$ на H-инвариантах (эти "собственные числа" $j(\sigma, \varepsilon)$ являются аналогами c-функции Хариш–Чандры).

Кроме того, специальное внимание мы уделяем конечномерным представлениям T_m, $m \in \mathbb{N}$, действующим в подфакторах этой серии. В частности, мы находим H-инварианты в T_m и в эквивалентных представлениях в пространствах обобщенных функций.

Мы подробно изучаем – с разных точек зрения – тензорное произведение $R_k = \pi_k^- \otimes \pi_k^+$ – вплоть до "формулы Планшереля".

С одной стороны, представление R_k действует в многочленах $f(\xi,\eta)$, $\xi,\eta \in \mathbb{R}^{n-1}$, степени $\leqslant k$ по ξ и по η. Мы даем явное описание неприводимых компонент и явную формулу для разложения "тензорного квадрата" билинейной формы F_k по инвариантным билинейным формам в неприводимых компонентах. С другой стороны, пары (ξ,η) могут рассматриваться как координаты на G/H. Тогда если мы разделим указанные выше многочлены $f(\xi,\eta)$ на неподвижный относительно R_k многочлен $\Phi(\xi,\eta) = N(\xi,\eta)^k$, где $N(\xi,\eta) = 1 - \langle\xi,\eta\rangle$, через $\langle\xi,\eta\rangle$ обозначается стандартное скалярное произведение в $\mathbb{R}^{n-1}$, то представление R_k перейдет в представление U сдвигами в пространстве $\mathcal{E}_k(G/H)$ многочленов на G/H степени $\leqslant k$. Под многочленом на G/H мы понимаем ограничение на G/H многочлена от матричных элементов матриц $x \in \mathrm{Mat}\,(n,\mathbb{R})$. Это позволяет включить всю машинерию обычного (бесконечномерного) гармонического анализа на однородных пространствах: H-инварианты, преобразование Фурье, преобразование Пуассона, сферические функции, и дать другой аналог формулы Планшереля.

Кстати, заметим, что реализация представлений T_m в обобщенных функциях на $\mathbb{R}^{n-1}$, сосредоточенных в нуле, позволяет написать преобразование Пуассона в дифференциальной форме.

С точки зрения полиномиального квантования на G/H исследование "конечномерного анализа" на G/H играет вспомогательную роль. Однако, оно представляет и самостоятельный интерес.

Наконец, последний параграф в главе III посвящен собственно полиномиальному квантованию на G/H. В качестве переполненной системы мы берем ядро оператора, сплетающего представления $\pi^-_{\mu,\varepsilon}$ и $\pi^+_{\mu,\varepsilon}$, а именно функцию

$$\Phi(\xi,\eta) = \Phi_{\mu,\varepsilon}(\xi,\eta) = N(\xi,\eta)^{\mu,\varepsilon}.$$

В качестве исходной алгебры операторов мы берем операторы $D = \pi^-_{\mu,\varepsilon}(X)$, $X \in \mathrm{Env}\,(\mathfrak{g})$.

Ковариантный символ оператора D определяется формулой (3).

Для μ общего положения ($\mu \notin \mathbb{N}$) оператор D восстанавливается по своему ковариантному символу F:

$$(D\varphi)(\xi) = c \int\limits_{G/H} F(\xi,v)\,\frac{\Phi(\xi,v)}{\Phi(u,v)}\,\varphi(u)\,dx(u,v),$$

где $c = c(\mu, \varepsilon)$, этот множитель явно вычислен, $dx(u, v)$ – инвариантная мера на G/H. Ковариантные символы $F(\xi, \eta)$ являются функциями $F(x)$ на G/H и, более того, оказываются многочленами на G/H. Кроме того, они не зависят от ε. Обозначим через $\mathcal{A}_\mu$ совокупность всех ковариантных символов, полученных указанным способом. Оказывается, что если $\mu \notin \mathbb{N}$, то $\mathcal{A}_\mu$ совпадает с пространством $S(G/H)$ всех многочленов на G/H, а если $\mu \in \mathbb{N}$, то $\mathcal{A}_\mu$ совпадает с пространством $\mathcal{E}_\mu(G/H)$.

Соответствие $D \mapsto F$ является $\mathfrak{g}$-эквивариантным, оно сплетает представления ad в Env $(\mathfrak{g})$ и представление сдвигами U в $S(G/H)$.

Умножение операторов порождает умножение ковариантных символов, обозначим его $*$. А именно,

$$(F_1 * F_2)(\xi, \eta) = \int_{G/H} F_1(\xi, v) F_2(u, \eta) \mathcal{B}(\xi, \eta; u, v)\, dx(u, v), \qquad (4)$$

где

$$\mathcal{B}(\xi, \eta; u, v) = c\, \frac{\Phi(\xi, v)\, \Phi(u, \eta)}{\Phi(\xi, \eta)\, \Phi(u, v)}.$$

В терминах матриц ядро Березина $\mathcal{B}$ есть

$$\mathcal{B} = c\, \{\mathrm{tr}\,(xy)\}^{\mu, \varepsilon}.$$

Итак, пространство $\mathcal{A}_\mu$ является ассоциативной алгеброй с единицей относительно умножения (4).

Далее определяем *контравариантные символы.* В соответствии с общей схемой функция $F(\xi, \eta)$ есть контравариантный символ для следующего оператора A (действующего на функции $\varphi(\xi)$):

$$(A\varphi)(\xi) = c \int_{G/H} F(u, v)\, \frac{\Phi(\xi, v)}{\Phi(u, v)}\, \varphi(u)\, dx(u, v).$$

Таким образом, мы получили два отображения $D \mapsto F$ ("ко") и $F \mapsto A$ ("контра"), связывающие операторы D и A, действующие в функциях от ξ, и многочлены F на G/H.

Композицию $\mathcal{B} =$ (ко)$\circ$(контра), т.е. переход от контравариантного символа оператора к его ковариантному символу назовем *преобразованием Березина.*

Преобразование Березина $\mathcal{B}$ является интегральным оператором, ядро которого есть ядро Березина:

$$F_1(\xi,\eta) = \int \mathcal{B}(\xi,\eta;u,v)F(u,v)\,dx(u,v),$$

или

$$F_1(x) = \int \mathcal{B}(x;y)F(y)\,dy.$$

Преобразование Березина определено на $\mathcal{A}_{-\mu-n}$. Оно коммутирует с представлением U. Мы можем выразить его через оператор Лапласа–Бельтрами Δ на G/H. А именно, рассмотрим следующую функцию $\Lambda(\mu,\tau)$ от двух комплексных переменных μ,τ:

$$\Lambda(\mu,\tau) = \frac{\Gamma(-\mu+\tau)\,\Gamma(-\mu-\tau-n+1)}{\Gamma(-\mu)\,\Gamma(-\mu-n+1)}.$$

Эта функция фактически есть функция от μ и $\tau(\tau+n-1)$. На подпространстве $S_m(G/H)$ многочленов степени m преобразование Березина $\mathcal{B}$ есть умножение на число $b_m(\mu) = \Lambda(\mu,m)$.

Отсюда получаем искомое выражение через Δ:

$$\mathcal{B} = \Lambda(\mu,\tau)|_{\tau(\tau+n-1)=\Delta}$$

и выводим асимптотическое разложение для $\mathcal{B}$ при $\mu\to-\infty$:

$$\mathcal{B} \sim 1 - \frac{1}{\mu}\Delta.$$

Из этого разложения следует, что для семейства алгебр $\mathcal{A}_\mu$ справедлив *принцип соответствия*, в качестве постоянной Планка надо взять $h=-1/\mu$.

Более того, мы можем написать разложение преобразования Березина:

$$\mathcal{B} = \sum_{s=0}^{\infty}\frac{1}{s!}\prod_{p=0}^{s-1}\Big\{\Delta - p\,(p+n-1)\Big\}\cdot\frac{1}{(-\mu-n)^{(s)}},$$

где $a^{(s)} = a(a-1)\ldots(a-s+1)$.

Отсюда видно, что на подпространстве $\mathcal{E}_k(G/H)$ многочленов на G/H степени $\leqslant k$ преобразование $\mathcal{B}$ есть дифференциальный оператор (некоторый многочлен от Δ).

Композиция $\mathcal{O}$ = (контра) $\circ$ (ко), отображающая оператор в оператор, не рассматривалась в теории Березина. В нашем случае мы даем явное описание этого преобразования. В терминах ядер оно состоит в перестановке аргументов ξ и η и замены σ на $-\sigma - n$.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору В.Ф.Молчанову за постановку задачи, большую помощь и внимание к работе.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОПУБЛИКОВАНЫ

1. Волотова Н.Б. Тензорные произведения конечномерных представлений группы $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$. // Державинские чтения: Материалы научн. конф., изд–во ТГУ, –Тамбов, – 1995. – С. 29–30.

2. Волотова Н.Б. Преобразование Пуассона для тензорных произведений конечномерных представлений группы $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$. // Державинские чтения II: Материалы научн. конф., изд–во ТГУ, – Тамбов, – 1996. – С. 15–16.

3. Волотова Н.Б. Тензорные произведения конечномерных представлений группы $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$: формула Планшереля. // Державинские чтения III: Материалы научн. конф., изд–во ТГУ, – Тамбов, – 1998. – С. 4–6.

4. Волотова Н.Б. Преобразование Пуассона для пространства $\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})/\,\mathrm{GL}(n-1,\mathbb{R})$: дифференциальная формула. // Державинские чтения V: Материалы научн. конф., изд–во ТГУ, – Тамбов, – 2000. – С. 10–11.

5. Волотова Н.Б. Конечномерный анализ на симплектическом полупростом симметрическом пространстве. // Вестник Тамбовского Университета, 2002, том 7, вып. 1. – С. 43–44.

6. Волотова Н.Б. Полиномиальное квантование на пространстве $\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})/\mathrm{GL}(n-1,\mathbb{R})$. // Вестник Тамбовского Университета, 2002, том 7, вып. 5. – С. 40–41.

7. Molchanov V.F., Volotova N.B. Finite dimensional analysis and polynomial quantization on a hyperboloid of one sheet. Вестник Тамбовского Университета, 1998, том 3, вып. 1, 65–78.

В совместной работе автору принадлежит примерно половина построений и вычислений.

Волотова Надежда Борисовна (Россия, Тамбов)

"Полиномиальное квантование на параэрмитовых симметрических пространствах"

В диссертации предлагается схема построения полиномиального квантования на параэрмитовых симметрических пространствах G/H. Для пространств ранга один это построение проведено в полном объеме: получено выражение преобразования Березина через оператор Лапласа–Бельтрами, доказана справедливость принципа соответствия, предложена новая форма полного разложения преобразования Березина, которая позволила вычислить его (разложение) в явном виде, определено и вычислено преобразование операторов, дублирующее преобразование Березина. Необходимым средством для построения полиномиального квантования является исследование конечномерного анализа на пространствах G/H (разложение представлений группы G в многочленах на G/H – вплоть до аналога формулы Планшереля).

Volotova Nadezhda Borisovna (Russia, Tambov)

"Polynomial quantization on para–Hermitian symmetric spaces."

In the dissertation a scheme of the construction of polynomial quantization on para–Hermitian symmetric spaces G/H is offered. For rank one spaces, this construction is carried out completely. Namely, we obtain an expression of the Berezin transform in terms of the Laplace–Beltrami operator, prove that the correspondence principle is true, give a new form of a full decomposition of the Berezin transform which allows to write it (decomposition) explicitly, define and compute a transformation of operators which duplicates the Berezin transform. For the construction of polynomial quantization, we need to study finite dimensional harmonic analysis on spaces G/H (the decomposition of representations of the group G on polynomials on G/H – right up to an analogue of Plancherel formula).

Подписано в печать 16.12.2002 г. Формат 60x84/16. Объем 0,8 п.л. Тираж 100. Заказ № 1286. Бесплатно. Издательство Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина. 392008, г. Тамбов, Советская, 181а.