На правах рукописи

Савелова Елена Павловна

ФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ГАЗЕ КРОТОВЫХ НОР

По специальности 01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва - 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования “Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)”.

Официальные оппоненты:	**Березин Виктор Александрович**, доктор физико-математических наук, Институт ядерных исследований РАН, старший научный сотрудник отдела теоретической физики **Грац Юрий Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, профессор кафедры теоретической физики физического факультета **Калиновский Юрий Леонидович**, доктор физико-математических наук, доцент, Объединенный институт ядерных исследований РАН, ведущий научный сотрудник Лаборатории информационных технологий
Ведущая организация:	Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится «13» сентября 2018 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 при Российском университете дружбы народов по адресу: 117923, г.Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110

С диссертацией можно ознакомиться в УНИБЦ РУДН по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «____» ______________ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент Попова В.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Современным астрофизикам хорошо известны две ключевые проблемы. Это проблемы Темной Материи (ТМ) и Темной Энергии (ТЭ). Напомним, что более чем 90% материи во Вселенной имеет небарионную темную форму, в то время как лабораторные эксперименты не дают достаточных доказательств для существования такой материи.

В простейшем представлении Темная Материя состоит из очень тяжелых частиц, которые являются холодными на момент рекомбинации, а Темная Энергия описывается просто космологической постоянной. Такое представление есть основа стандартной модели Холодной Темной Материи – ΛCDM, которая является наиболее успешной. Она достаточно корректно описывает свойства Вселенной на больших масштабах и содержит обе темные компоненты.

Однако, огромный успех ΛCDM модели на очень больших масштабах сопровождается полной неудачей на более малых (субгалактических) масштабах. Действительно, холодные частицы, которые взаимодействуют только гравитационно, неизбежно приводят к формированию каспов ($\rho_{DM} \sim 1/r$) в центрах галактик[1], тогда как наблюдения[2] показывают наличие там кора или жесткого ядра ($\rho_{DM} \sim const$). Существует два основных способа разрушить каспы и получить ядро – это либо ввести некоторое самодействие в Темную Материю, либо ее подогреть (сделать теплой). Обе возможности запрещены наблюдениями спектра флуктуаций реликтового излучения. Другими словами, достаточно сложно найти частицы способные согласовать все указанные наблюдения.

Эти факты предлагают использовать альтернативные гипотезы Темной Материи (ТМ), которые интерпретируют наблюдательные расхождения между видимой и гравитационной массами, как нарушение закона гравитации. Различные модификации общей теории относительности (ОТО) широко обсуждались в различных работах[3]. Однако, оказалось, что довольно сложно получить модификацию ОТО, которая была бы достаточно гибкой, чтобы

[1] Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. ApJ. 1996, **462**, 563; Diemand J., et.al. MNRAS. 2005, **364**, 665.

[2] Gentile G., et.al. MNRAS 2004, **351**, 903; Weldrake, D.T.F., de Blok W.J.G., Walter F. MNRAS 2003, **340**, 12.

[3] Finzi A., Pirani F. A. E. Mon. Not. RAS. 1963, **127**, 21; Drummond I.T. Phys. Rev. D. 2001, **63**, 043503; Eckhardt DH. Phys. Rev. D. 1993, **48**, 3762; Hadjimichef D., Kokubun F. Phys. Rev. D. 1997, **55**, 733; Bekenstein J.D., Milgrom M. ApJ. 1984, **286**, 7; Bekenstein J. Contemp. Phys. 2006, **47**, 387.

примирить разнообразие наблюдаемых гало ТМ в галактиках. Более того, наблюдения гравитационного линзирования на сливающемся кластере (столкновение двух галактик)[4], также как и недавнее детектирование гравитационных волн[5], запрещают практически все модификации подобного рода.

Наряду с указанными моделями существует и другое представление явления ТМ[6] основанное на том, что на квантовой стадии Вселенная имела пеноподобную топологическую структуру[7]. Не существует убедительных теоретических аргументов, почему такая структура должна после квантовой стадии исчезнуть – реликты пены могли сохраниться до наших дней, создавая некоторое распределение кротовых нор на фоне расширяющейся Вселенной. Сферически симметричные норы для устойчивости требуют экзотического вещества[8] и вряд ли могут дожить до современной эпохи. Однако время жизни менее симметричных конфигураций сравнимо с возрастом Вселенной[9].

Более того, инфляционная стадия должна была сильно растянуть характеристические масштабы реликтовой пены. Параметры пены могут произвольно изменяться в пространстве и таким образом воспроизвести все наблюдаемое разнообразие гало Темной Материи в галактиках. В подтверждение этому, была построена универсальная кривая вращения для спиральных галактик[10] для Вселенной заполненной такой пеной, которая идеально удовлетворяет наблюдательным данным.

Пространственно временная пена может быть описана газом виртуальных кротовых нор[11]. Процесс рождения кротовых нор является существенно квантовым процессом, что требует отдельного изучения (хотя феноменологически, он может быть описан при помощи духовых полей аналогичных духам Фадеева-Попова). Инфляционная стадия также сопровождается рождением реальных кротовых нор. Виртуальные кротовые норы (топологические вакуумные флуктуации) можно рассматривать как динамические объекты, у которых размер горловины растет от нуля до некоторого максимального размера и затем обратно уменьшается до нуля. До тех пор пока Вселенная расширяется достаточно медленно (адиабатически), такие флуктуации стабильны. Однако, во время инфляционной стадии, масштабный фактор ис-

---

[4]Clowe D., et al. Astrophysical Journal Lett. 2006, **648**, 109.

[5]Abbott et al. Phys. Rev. Lett. 2016, **116**, 061102.

[6]Kirillov A.A. Phys. Lett. B. 2006, **632**, 453; Kirillov A.A., Savelova E.P. Phys. Lett. B. 2008, **660**, 93; Kirillov A.A., Savelova E.P. Mon. Not. RAS. 2011, **412**, 1710.

[7]Wheeler J.A., 1964 in: *Relativity, Groups, and Topology,* B.S. and C.M. DeWitt (eds.), Gordan and Breach, New York; Hawking S.W. Nuclear Phys. B 1978, **114**, 349-362.

[8]Hochberg D., Visser M. Phys. Rev. Lett. 1998, **81**, 746.

[9]Kirillov A.A., Savelova E.P. Int. J. Mod. Phys. D. 2016, **25**, 1650075.

[10]Kirillov A.A., Turaev D. Mon. Not. RAS. Lett. 2006, **371**, 31L.

[11]Savelova E.P. Gravit. Cosmol. 2015, **21**, 48; Savelova E.P. Gen. Rel. Gravit. 2016, **48**, 85.

пытывает экспоненциальный рост. При этом часть кротовых нор, вовлеченных в общее космологическое расширение, не успевает коллапсировать, и они становятся реальными динамическими кротовыми норами. Их последующая эволюция является динамическим процессом, который требует дальнейшего изучения[12].

Кроме компоненты Темной Материи ΛCDM требует присутствия ($\sim 70\%$) Темной Энергии или космологической постоянной. Более того, существует доказательство начала фазы ускорения в эволюции Вселенной[13]. В диссертации используются виртуальные кротовые норы для оценки вклада нулевых колебаний в значение космологической постоянной. Отметим, что ранее Коулманом уже использовалась идея связать виртуальные кротовые норы (или baby universes) и космологическую константу, но в несколько ином контексте[14]. Главное, продемонстрировать, что виртуальные кротовые норы формируют конечное значение плотности энергии нулевых колебаний.

Присутствие значительного количества ТЭ (эффективной космологической постоянной) в современной Вселенной, а также и на более ранней инфляционной стадии можно расценивать, как дополнительный аргумент в пользу нетривиальной топологической структуры пространства[15]. Действительно, Темная Энергия нарушает условие энергодоминантности $\varepsilon + 3p > 0$. Кроме спекулятивных теорий (или чисто феноменологических моделей), не существует вещества, которое обладало бы таким свойством. Однако известно, что в присутствии нетривиальной топологии, вакуумные поляризационные эффекты приводят к таким формам материи[16]. Другими словами, в настоящее время существует только один строгий способ введения ТЭ – это вакуумные поляризационные эффекты на многообразии нетривиальной топологической структуры[17]. Устойчивость кротовых нор также требует наличия вещества, нарушающего условие энергодоминантности, в частности, кротовые норы могут поддерживаться поляризацией вакуума, которая в свою очередь порождается самими кротовыми норами[18].

Между реальными и виртуальными кротовыми норами имеется принципиальное отличие, которое заключается в том, что виртуальные кротовые норы

[12] Hochberg D. and Visser M. Phys. Rev. D. 1998, **58**, 044021; Hayward S.A. Phys. Rev. D. 1994, **49**, 6467; Maeda H., Harada T., Carr B.J. Phys. Rev. D. 2008, **77**, 024023.

[13] Riess A.G. et al. Astron. J. 1998, **116**, 1009; Perlmutter S. et al. ApJ. 1999, **517**, 565; Halverson N.W. et al. ApJ. 2002, **568**, 38; Netterfield C.B. et al. ApJ. 2002, **571**, 604.

[14] Coleman S.R. Nucl. Phys. B. 1988, Vol. 310. P. 643

[15] Savelova E.P. Gravit. Cosmol. 2015, **21**, 48.

[16] А.А.Гриб, С.Г.Мамаев, В.М. Мостепаненко. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях - М.: Энергоатомиздат, 1988.

[17] Grats Yu.V., Mikhailov A.S. Gravit. Cosmol. 2008, **14**, 95-99.

[18] Khatsymovsky V. Phys. Lett. B. 1994, **320**, 234–240.

существуют очень короткое время и на очень малых масштабах, и они не должны подчиняться уравнениям Эйнштейна. Поэтому, нарушение слабого энергетического условия не может запретить возникновение таких объектов.

Цели и задачи исследования. Моделирование сложной топологической структуры пространства с помощью газа кротовых нор. Исследование физических свойств газа реальных и виртуальных кротовых нор, а также моделирование различных физических эффектов, связанных с наличием сложной топологической структуры.

Научная новизна работы состоит в следующем.

Была предложена модель нетривиальной топологической структуры в виде газа кротовых нор.

Исследовано поведение функций Грина в газе, как реальных, так и виртуальных кротовых нор и обнаружено, что газ кротовых нор приводит к зависящей от масштаба перенормировке (топологическому смещению) интенсивности источников.

Вычислены поправки к закону Всемирного Тяготения для газа кротовых нор, которые можно интерпретировать как наличие гало Темной Материи вокруг каждого точечного источника.

Показано, что пекулярные движения кротовых нор приводят к искажению спектра реликтового излучения, что можно наблюдать посредством эффекта подобного эффекту Зельдовича-Сюняева.

Обнаружено, что фоновая плотность барионов генерирует массу покоя кротовой норы и получены кинетические и гидродинамические уравнения для описания газа кротовых нор и барионов, с учетом взаимного рассеяния. Вычислены сечения рассеяния. Получены динамические уравнения для возмущений плотности в газе кротовых нор.

Газ кротовых нор приводит к формированию диффузного гало вокруг каждого дискретного источника излучения, а рассеяние на одиночной кротовой норе формирует специфическую интерференционную картину рассеянного сигнала.

Газ виртуальных кротовых нор формирует конечное, зависящее от внешних классических полей, значение космологической постоянной.

Продемонстрирована возможность моделирования реальной кротовой норы когерентным набором виртуальных кротовых нор. Некогерентный, но анизотропный набор кротовых нор приводит к генерации анизотропии скорости света.

Научная и практическая значимость. Настоящая работа имеет теоретический характер и может быть использована при исследовании структуры современной Вселенной. Модель газа кротовых нор может служить адекватным описанием Темной Материи и Темной Энергии. Данная модель предлагает возможность решения проблемы нехватки барионов в видимой части Вселенной. А также дает теоретическую основу для поиска и детектирования космологических кротовых нор.

Совокупность научных положений и полученных в диссертации результатов позволяет сформировать новое перспективное научное направление в теоретической физике – физические эффекты в газе кротовых нор.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Наличие кротовых нор в пространстве ведет к топологическому смещению интенсивности источников, что можно интерпретировать как присутствие гало Темной Материи вокруг каждого источника.

2. Анализ поведения линейных возмущений плотности кротовых нор показывает, что кротовые норы можно привлечь для объяснения развитой наблюдаемой структуры Вселенной.

3. В систему уравнений Власова введен интеграл столкновения, отвечающий за передачу импульса между частицами и кротовыми норами.

4. Рассеяние электромагнитной волны на кротовой норе приводит к частичной деполяризации и появлению специфической интерференции рассеянного сигнала.

5. Получен вклад кротовых нор в космологическую постоянную и Темную Энергию. Виртуальные кротовые норы приводят к формированию конечного значения космологической постоянной.

6. Виртуальные кротовые норы под действием внешних интенсивных полей приводят к появлению анизотропии скорости света и аномальной дисперсии.

Степень обоснования результатов диссертации. Все научные положения и выводы диссертационной работы строго математически обоснованы. Полученные результаты хорошо согласуются с работами других отечественных и зарубежных авторов.

Апробация работы. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на следующих конференциях и научных школах:

XXIV конференция "Актуальные проблемы внегалактической астрономии", г. Пущино, 24-26 апреля 2007 г.; Российская школа - семинар по гравитации космологии GRACOS-2007, Казань - Яльчик, 9-16 сентября 2007 г.; Российская школа - семинар по гравитации космологии GRACOS-2009, Казань - Яльчик, 24-29 сентября 2009 г.; International Conference, RUDN-10, 27 June - 3 July 2010, PFUR, Moscow; Международная сессия–конференция секции ядерной физики ОФН РАН, НИЯФ МИФИ, Москва, 12 – 16 ноября 2012 г., Международная сессия–конференция секции ядерной физики ОФН РАН "Физика фундаментальных взаимодействий", НИЯФ МИФИ, Москва, 2014 г.;

14th Marcel Grossmann meeting, Rome, 2015.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, состоит в постановке задач, получение основных результатов и оценок.

На основании исследования проведенного автором:

1. Предложено возможное решение проблемы Темной Материи в космологии посредством газа кротовых нор;

2. Проанализирован вклад виртуальных кротовых нор в космологическую постоянную и Темную Энергию;

3. Исследованы эффекты рассеяния космических лучей и электромагнитных волн на кротовых норах, что может оказаться важным при поиске космологических кротовых нор.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 20 работах, общим объемом 18,3 п.л. (автору принадлежит 10,3 п.л.), в том числе 18 статей в журналах и изданиях, которые включены в Перечень российских рецензируемых научных журналов и изданий рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертации.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, содержит 4 рисунка. Полный объем диссертации - 195 страницы текста, набранного в издательской системе LaTeX. Список литературы содержит 168 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** дается общая характеристика проблемы построения и исследования моделей Темной Материи и Темной Энергии основанных на топологических дефектах, указывается цель работы, обсуждается ее актуальность, теоретическая и практическая значимость, перспективность проводимых исследований. Дается общая характеристика работы, ее краткое содержание по главам. Приводятся основные, выносимые на защиту, положения и сведения об апробации.

В **Первой главе** обсуждаются феноменологические эффекты связанные с газом кротовых нор. Показано, что основной эффект нетривиальной топологической структуры приводит к смещению и перенормировке интенсивности источников.

В §1 обсуждаются основные проблемы явления Темной Материи. В §2, с феноменологической точки зрения, обсуждается проблема введения топологического смещения для гравитационных источников. В простейшем случае корреляцию между Темной и Видимой Материей можно выразить в виде линейного соотношения $T^{DM}_{\mu\nu}=\widehat{B}T_{\mu\nu}=\int_{x'<x}B_{\mu\nu}\ \ {}^{\alpha\beta}\left(x,x'\right)T_{\alpha\beta}\left(x'\right)d\Omega'$. В изотропной и однородной Вселенной оператор смещения можно представить как функцию $B^{\alpha\beta}_{\mu\nu}\left(x,x'\right)=\left(\delta^{\alpha}_{\mu}\delta^{\beta}_{\nu}+\delta^{\alpha}_{\nu}\delta^{\beta}_{\mu}\right)B\left(t,x-x'\right)$, которую можно зафиксировать из анализа наблюдательных данных.

Функция смещения позволяет переписать уравнение Эйнштейна в эквивалентной форме

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=8\pi G\left(T_{\mu\nu}+F_{\mu\nu}(T_{\alpha\beta})\right). \tag{1}$$

Теперь можно прямо изучать уравнения в форме (1). Поскольку уравнения (1) не подразумевают наличие реального источника ТМ, то его можно интерпретировать как определенную модификацию закона тяготения. Большинство предложенных модификаций может быть сформулировано в форме (1).

В §3 показано, что многообразие явлений ТМ может быть приписано присутствию нетривиальной (локально неоднородной) топологической структуре пространства, которая приводит к указанному выше топологическому смещению источников. При этом не требуется вводить какой – либо модификации самой теории.

Основной эффект нетривиальной топологической структуры заключается в том, что она вырезает долю объема координатного пространства. Объем физически допустимой области становится меньше, а плотность виртуальных гравитонов/фотонов (или плотность числа силовых линий) становится выше. С точки зрения стандартного плоского пространства, это эффективно выглядит как перенормировка амплитуд источников.

Чтобы продемонстрировать этот эффект, рассмотрен источник M, вокруг него построен шар радиуса r. Физический объем шара есть $V_{ph}\left(r\right)=V_{coor}\left(r\right)-V_{w}\left(r\right)$, где координатный объем $V_{coor}=\left(4\pi/3\right)r^{3}$, а $V_{w}\left(r\right)$ – это объем всех кротовых нор, попавших в данный шар. Фактическое значение площади поверхности, которая ограничивает шар, задается с помощью $S_{ph}\left(r\right)=\frac{d}{dr}V_{ph}\left(r\right)$. Для оценки перенормировки интенсивности источника использована теорема Гаусса, которая утверждает, что $\int\limits_{r\leq R}\Delta\phi dV=\int\limits_{S(R)}n\nabla\phi dS=4\pi GM$, где G гравитационная константа, ϕ истинный потенциал источника, а $\vec{n}=\vec{R}/R$ вектор нормали к поверхности $S\left(R\right)$. Тогда, для изотропной топологической структуры, нормальная проекция силы определяется как $F_{n}\left(R\right)=\vec{n}\vec{\nabla}\phi=4\pi M/S_{ph}\left(R\right)$. Совершенно аналогично, поток излучения от точечного источника задается при помощи $\ell\left(R\right)=L/S_{ph}\left(R\right)$.

В терминах плоского координатного пространства $S_{coor}=4\pi R^{2}$, сила принимает вид $F_n(R) = GM'(R)/R^2$, где $M'(R)/M = 4\pi R^2/S_{ph}(R)$, что определяет гало вокруг источника в форме $M'(R)/M = 1 + 4\pi\int_0^R B(r)\, r^2 dr$ или

$$B(r) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\frac{r^2}{\frac{d}{dr}V_{ph}(r)}. \tag{2}$$

Таким образом видно, что нетривиальное темное гало (смещение) $B(r)$ возникает, прежде всего, благодаря разнице в поведении физического объема $V_{ph}(r)$ и координатного $V_{coor}(r)$. На масштабах, где топологическая структура (т.е. распределение кротовых нор) переходит в однородную, получается $\overline{V}_{ph}(R) = \varepsilon V_{coor}(R) = 4/3\pi R^3\varepsilon$ с постоянной величиной ε, что дает $\overline{B}(r) = 0$ и определяет перенормировку динамического значения интенсивности источника как $M'/M = 1/\varepsilon$. В общем случае могут реализовываться оба случая $\varepsilon < 1$ и $\varepsilon > 1$. Более строгое рассмотрение для газа кротовых нор в последующей главе дает такое же поведение как (2).

В §4 обсуждается проблема эмпирического определения смещения. Теоретическая функция Грина для модели Фридмана может быть найдена как решение волновых уравнений $G_0(x, y)$, а истинная (или физическая) $G(x, y)$ функция Грина может быть восстановлена из наблюдений.

В §5 в качестве заключительных замечаний дается анализ и обсуждение основных результатов полученных в данной главе.

Во **Второй главе** построено точное выражение для функции смещения интенсивности источников в газе кротовых нор, введена топологическая проницаемость пространства.

В §1 решается проблема модификации Ньютоновского закона в присутствии кротовой норы. В §1.1 Вводится гравитационная проницаемость пространства при наличии нетривиальной топологической структуры. Решается задача о нахождении функции Грина G из уравнения $\Delta G = 4\pi\delta(r - r_0)$ для нетривиальной топологии. В классическом случае функция Грина имеет вид $G_0(r) = 1/r$ – стандартный Ньютоновский закон. В случае нетривиальной топологии пространства Ньютоновский закон нарушается. Тогда правильные граничные условия, можно учесть топологическим смещением источника $\delta(r - r_0) \to \delta(r - r_0) + B(r, r_0)$, где $B(r, r_0) = \sum e_A \delta(r - f_A(r_0))$. В реальном пространстве функция $B(r, r_0)$ описывает фальшивые источники (т.е. это многочисленные образы реальных источников, многократные отражения и рассеяния сигналов реальных источников на кротовых норах), которые дают поправки к закону Ньютона. Можно и по другому учесть топологическую нетривиальность пространства. Для этого, пусть в правой части уравнения Пуассона находятся только реальные источники (без фальшивых), тогда в левую часть необходимо ввести топологическую гравитационную проницаемость $\hat{\varepsilon}$. Тогда модифицируется само уравнение Пуассона $\Delta\hat{\varepsilon}G(r,r_0) = 4\pi\delta(r-r_0)$, и из него уже находим функцию Грина $G(r,r_0) = -\hat{\varepsilon}^{-1}(1/|r-r_0|) = 1/|r-r_0| + \int B(r,r')/|r'-r_0|dV'$.

В случае проходимой кротовой норы выделяются две части топологической проницаемости: одна, которая дает $\widehat{\varepsilon} < 1$ и вторая часть с $\widehat{\varepsilon} > 1$, в то время как непроходимые норы или зеркала обладают только проницаемостью одного типа ($\widehat{\varepsilon} < 1$, т.е. анти-экранирование).

Как показано позднее, в случае зеркал, восприимчивость пространства $\chi = (\widehat{\varepsilon} - 1)/4\pi$ всегда отрицательная, т.е. поляризация среды противоположна внешнему полю. Для проходимой кротовой норы возникают оба типа поляризации ($\chi > 0$ и $\chi < 0$). По аналогии с магнитной проницаемостью, можно говорить о диа-проницаемости и пара-проницаемости пространства.

В §1.2 рассмотрен случай одного сферического зеркала, который совпадает с непроходимой кротовой норой. Тогда правильные граничные условия могут быть удовлетворены, если поместить внутрь сферы пару лишних образов (мнимых) источников, т.е.

$$\delta(\vec{r}-\vec{r}_0) \to \delta(\vec{r}-\vec{r}_0) + \frac{b}{y}\delta(\vec{r}-\vec{r}_1) - \frac{b}{y}\delta(\vec{r}-\vec{R}), \tag{3}$$

где $\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{b^2}{y^2}\vec{y}$ $\vec{y} = \vec{r}_0 - \vec{R}$. Отрицательный источник в центре сферы добавлен для компенсации отраженного источника находящего в токе $\vec{r}_1$. Физически это означает, что зеркало само не излучает (виртуальные фотоны или гравитоны), а только перераспределяет существующее излучение. В электродинамике это означает, что такая среда (газ зеркал) обладает свойством поляризуемости, что приводит к возникновение магнитной и диэлектрической проницаемости[19]. Таким образом (3) задает топологическое смещение в форме $B\left(r,r_0\right) = B^{(+)} - B^{(-)} = \frac{b}{y}\left(\delta(\vec{r}-\vec{r}_1) - \delta(\vec{r}-\vec{R})\right)$, которое имеет свойство $\int B\left(r,r_0\right)d^3r = 0$.

Видно, что топологическое смещение определено исключительно в нефизической области пространства (внутренняя область сферы) и поэтому его значение существенно зависит от способа продолжения.

В физически допустимой области ($|\vec{r}-\vec{R}| \geq b$) точная форма функции Грина имеет вид $-G(r) = \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} + \frac{b}{y}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{b}{y}\frac{1}{\left|\vec{r}-\vec{R}\right|}$, в то время как ее форма в нефизической области пространства ($|\vec{r}-\vec{R}| < b$ существенно зависит от процедуры продолжения.

В §1.3 рассматривается случай проходимой кротовой норы. Прохождение сигнала через кротовую нору можно рассмотреть как переотражения сиг-

[19] Jackson J.D., Classical Electrodynamics, ed. (Wiley, New York, 1962).

нала от двух сферических сопряженных зеркал. А именно, в то время как сигнал будет падать на одно зеркало, отраженный сигнал будет исходить от второго сопряженного ему зеркала. Для реализации этого, необходимо заменить положительный образ источника в (3) на такой же образ в сопряженном зеркале и повернуть его с матрицей U, которая определяет процедуру склеивания. Более того, каждое изображение (мнимый источник, положительный или отрицательный) снова переотражается на сопряженном зеркале. Таким образом образуется счетное число изображений. Многократно переотраженный сигнал будет иметь вид $\vec{r}_{\pm n} = T^n_{\pm}\vec{r}_0 = \vec{R}_{\pm} + \frac{b^2}{(\ T^{n-1}_{\pm}\vec{r}_0 - \vec{R}_{\mp})^2} U^{\pm 1}(T^{n-1}_{\pm}\vec{r}_0 - \vec{R}_{\mp})$, и функция Грина в этом случае будет выглядеть как $-G(r) = 1/\left|r-r_0\right| + \sum B^{(+)}_{\pm n}/\left|r-r_{\pm n}\right| - \sum B^{(-)}_{\pm m}/\left|r-r^{(-)}_{\pm m}\right|$. При условии $b/d \ll 1$ (здесь b - это радиус горловины, а d - расстояние между горловинами) достаточно учесть только образы первого порядка. Поэтому в дальнейшем будет использоваться смещение в виде:

$$B\left(r\right) = \frac{b}{R_-}\left[\delta(\vec{r}-\vec{r}_{+1}) - \delta(\vec{r}-\vec{R}_-)\right] + \frac{b}{R_+}\left[\delta(\vec{r}-\vec{r}_{-1}) - \delta(\vec{r}-\vec{R}_+)\right] \tag{4}$$

В §2 рассматривается статический газ кротовых нор.

Для этого рассматриваются некоторые общие качественные свойства топологического смещения. Основной эффект нетривиальной топологии заключается в том, что она вырезает некоторую часть координатного пространства, поэтому объем физически допустимой области становится меньше, в то время как плотность виртуальных гравитонов/фотонов (или эквивалентно, плотность силовых линий) становится выше. С точки зрение стандартного плоского пространства эффективно это будет выглядеть так, как если бы амплитуда источника была бы перенормирована. В этом случае топологическое смещение можно записать в виде (2). Таким образом видно, что нетривиальное смещение возникает благодаря несоответствию в поведении между физическим объемом $V_{ph}\left(r\right)$ и координатным объемом $V_{coor}\left(r\right)$.

Если рассматривать разреженный газ, то проницаемость пространства ε можно оценить в линейном приближении $\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$. В плотном газе восприимчивость пространства χ претерпевает дополнительную перенормировку $\chi = \chi_0/\left(1 - 4/3\pi\chi_0\right)$, где χ_0 - линейная восприимчивость.

Удобно в формуле (4) различать две части топологического смещения $B = B_0 + B_1$

$$\begin{aligned} B_0\left(r\right) &= \textstyle\sum_{\sigma=\pm}\frac{b}{R_\sigma}\left[\delta(\vec{r}-\vec{r}_{\sigma 1}) - \delta(\vec{r}-\vec{R}_\sigma)\right], \\ B_1\left(r\right) &= b\left(\frac{1}{R_+} - \frac{1}{R_-}\right)\left[\delta(\vec{r}-\vec{r}_{-1}) - \delta(\vec{r}-\vec{r}_{+1})\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

Обе части дают разные вклады в ε и могут быть рассмотрены отдельно.

В §2.1 рассмотрена первая часть смещения (5). Предполагается, что $b/R_{\pm,n} \ll 1$, и смещение принимает вид:

$$B_0(r) = \frac{\partial h(\vec{r})}{\partial r^\alpha}\frac{\partial(-1/r)}{\partial r^\alpha} + 4\pi h(0)\,\delta(\vec{r}). \tag{6}$$

В случае зеркал $h(r) = \int b^3 F(r,b)\,db$, где $F(r,b)$ – плотность распределения зеркал. Из (6) видно, что смещение $B(r)$ приобретает нетривиальную зависимость от радиуса r только благодаря локальной неоднородности газа (т.е. первый член (6) $\sim \partial h(\vec{r})$), в то время как в случае однородного распределения $\overline{F}(R,b) = nf(b)$, находим $\overline{h}(r) = n\overline{b^3}$ (n - это плотность зеркал), первый член в (6) исчезает, и поэтому среднее значение смещения $\overline{B}_0(r)$ приводит к перенормировке интенсивности источника, что соответствует $\varepsilon = 1/\left(1+4\pi n\overline{b^3}\right) < 1$.

В случае проходимых кротовых нор смещение будет описываться функцией $h(r) = \int \frac{r^\alpha R^\beta}{R^2}\left[H^+_{\alpha\beta}\left(\vec{r},\vec{R}\right) + H^+_{\beta\alpha}\left(\vec{R},\vec{r}\right)\right]d^3R$, где $H^\pm_{\alpha\beta}(R_+,R_-) = \int b^3 U^{\pm1}_{\alpha\beta} F(R_\pm,b,U)\,dbdU$.

В §2.2 рассматривается вторая часть смещения (5). Предполагается, что горловина выглядит подобно точечному источнику $\vec{r}_{\pm1} \approx \vec{R}_\pm$, тогда топологическое смещение будет иметь вид: $\overline{B}_1(r) = 2n\int\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)f(|\vec{R}-\vec{r}|)d^3R$, где $f(X) = \frac{1}{n}\int bF(X,b)\,db$. В Фурье представлении

$$\overline{B}_1(k) = 2n\frac{4\pi\left(f(k)-f(0)\right)}{k^2}. \tag{7}$$

получаем топологическую проницаемость в виде $\varepsilon(k) = 1/(1+B(k)) = 1 - B(k)/(1+B(k))$. Таким образом, для заданного распределения кротовых нор $f(k)$ соотношение (7) определяет значение топологической поляризации пространства (значение смещения $\overline{B}(k)$) в поле внешнего источника $\phi_{ext} = -1/r$. Напомним, что d определяется в диапазоне $d = \left|\vec{R}_+ - \vec{R}_-\right| \geq 2b$. Это означает, что $f(k) \to 0$ при $k > \pi/\overline{b}$, в то время как для $k \to 0$ можно разложить смещение в ряд по малому параметру $\overline{B}(k) \approx 8\pi n\left(\frac{1}{2}f''(0)+...\right)$. Таким образом, для достаточно больших расстояний $r\to\infty$ ($k\to 0$) смещение определяет перенормировку интенсивности источника $M'/M = \left(1+4\pi nf''(0)\right)$. Как показано в дальнейшем, этот случай соответствует $f''(0) < 0$ и, поэтому, $\varepsilon = 1/\left(1+4\pi nf''(0)\right) > 1$. Так же в качестве простейшего примера рассмотрен случай, когда все кротовые норы имеют одинаковое значение $d = \left|\vec{R}_- - \vec{R}_+\right| = r_0$ и изотропное распределение.

В §4 Показано, что устойчивые космологические кротовые норы можно моделировать при помощи процедуры факторизации пространства Лобачевского по некоторой дискретной подгруппе группы движений пространства.

Сама процедура факторизации сводится к склейке по плоскостям, образованным семействами геодезических линий.

В **Главе третьей** рассмотрена кинематика рассеяния частиц на кротовых норах. Получена модифицированная система уравнений Власова, учитывающая взаимное рассеяние частиц и кротовых нор. Вычислены кинетические коэффициенты, описывающие передачу импульса между кротовыми норами и частицами. Построены модифицированные уравнения идеальной жидкости – гидродинамические уравнения с поправкой на столкновения между частицами и кротовыми норами. Рассмотрены линейные возмущения плотности частиц и кротовых нор, с целью понять, можно ли привлечь газ кротовых нор для объяснения развитой наблюдаемой структуры Вселенной. Показано, что присутствие кротовых нор приводит к усилению неустойчивости Джинса. Это дает возможность надеяться на то, что кротовые норы играют важную роль в формировании наблюдаемой структуры.

В §1 вводится кротовая нора и описываются ее общие свойства. Простейшая нора описывается метрикой

$$ds^2 = c^2 dt^2 - h^2\left(r\right)\delta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta, \tag{8}$$

где $h\left(r\right) = 1 + \theta\left(b-r\right)\left(b^2/r^2-1\right)$ и $\theta(x)$ – ступенчатая функция. Такие кротовые норы имеют нулевую длину горловины. В области $r > b$ $h = 1$ и метрика совпадает с метрикой Минковского, а область $r < b$, после преобразования $y^\alpha = \frac{b^2}{r^2}x^\alpha$ дает такую же область $y > b$ с такой же плоской метрикой. Поэтому, обе области представляют одинаковые части $r > b$ и $r < b$ пространства Минковского, склеенные по поверхности сферы S^2 с центом в точке $r = 0$ и радиусом $r = b$. Такое пространство может быть описано двузначной плоской метрикой в области $r_\pm > b$ как $ds^2 = c^2dt^2 - \delta_{\alpha\beta}dx^\alpha_\pm dx^\beta_\pm$, где знак $\pm$ в координатах $x^\alpha_\pm$ поставлен для описания двух различных листов пространства. Внутренняя и внешняя области сферы S^2 равны, что дает возможность построить кротовую нору, которая соединяет области в том же самом пространстве. Такая кротовая нора представляет стандартное плоское пространство, в котором две сферы $S^2_\pm$ (с центрами в точках $R^\alpha_\pm$) склеены по правилу:

$$x^\alpha_+ = R^\alpha_+ + U^\alpha_\beta\left(x^\beta_- - R^\beta_-\right), \tag{9}$$

где $U^\alpha_\beta \in O(3)$, а склейка представляет собой композицию трансляции и вращения плоского пространства. Таким образом, простейшая кротовая нора может быть описана набором параметров $\eta = \left(R^\alpha_+, R^\alpha_-, b, U^\alpha_\beta\right)$. В общем случае кротовая нора обладает довольно сложными свойствами. Так, например, параметры кротовой норы обладают динамикой $\eta = \eta\left(t\right)$ и, более того, (b, U^α_β) –

являются функциями координат, которые описывают конкретную структуру кротовой норы.

В §2 показано, что благодаря топологической поляризации пространства в газе кротовых нор (глава 2), наличие ненулевой средней плотности барионов автоматически генерирует массу покоя кротовой норы. Поляризация определяет смещение интенсивности источников гравитации $\delta(r-r_0) \rightarrow \delta(r-r_0)+B(r,r_0)$, которое содержит два слагаемых $B=B_0+B_1$. Для однородной Вселенной вклад в генерацию массы дает только первое слагаемое

$$B_0\left(r,r_0\right)=\frac{4\pi}{3}n\overline{b^3}\delta\left(\vec{r}-\vec{r}_0\right) \tag{10}$$

где n плотность горловин, в то время как $\frac{4\pi}{3}n\overline{b^3}$ – доля объема, вырезаемого горловинами. Каждая кротовая нора приобретает массу покоя $M_w\left(b\right)=\frac{4\pi}{3}b^3\rho$ (ρ плотность вещества). Такая масса много меньше чем масса типичного астрофизического объекта (если принять радиус горловины порядка радиуса Солнца и в качестве плотности – критическую плотность, то масса имеет порядок $M_w \sim 10kg$).

В §3 рассматривается рассеяние частиц на кротовых норах. Рассматривается падение на сферу S^2_- частицы с массой покоя m и начальной скоростью $\vec{v}$, тогда рассеяние частицы приведет к следующим преобразованиям скоростей и положений частиц:

$$\begin{cases} n^\alpha_- \rightarrow n'^\alpha_+ = U^\alpha_\beta n^\beta_-, \quad \vec{R}_\pm \rightarrow \vec{R}'_\pm = \vec{R}_\mp, \\ \vec{V}'_\pm = \vec{V}_\pm + \frac{2m}{M_w+m}\left(u_\pm n_\pm\right)\vec{n}_\pm, \\ v'^\alpha = U^\alpha_\beta\left(v^\beta - \frac{2M_w}{M_w+m}\left(u_- n_-\right)n^\beta_-\right) = V^\alpha_+ + u^\alpha_+ - \frac{2M_w}{M_w+m}\left(u_+ n_+\right)n^\alpha_+, \end{cases} \tag{11}$$

где $n^\alpha_\pm=\left(x^\alpha-R^\alpha_\pm\right)/b$ – это точки на сфере $S^2_\pm$, отношение между $\vec{V}_+$ и $\vec{V}_-$ задается таким же отношением (9) $V^\alpha_+=U^\alpha_\beta V^\beta_-$. Другими словами, поскольку обе сферы представляют одинаковые области пространства, их скорости жестко связаны, а видимое удвоение степеней свободы, относящиеся к кротовым норам, фиктивно.

Закон преобразования (11) сохраняет полную энергию $\frac{mv^2}{2}+\frac{MV_-^2}{2}+\frac{MV_+^2}{2}+\varepsilon=\frac{mv'^2}{2}+\frac{MV'^2_-}{2}+\frac{MV'^2_+}{2}+\varepsilon'$, где $\varepsilon=-\frac{1}{2}MV^2_-=-\frac{1}{2}MV^2_+$ – энергия связи и аналог закона сохранения импульса в форме $MV'^\alpha_+ + mv'^\alpha = U^\alpha_\beta\left(MV^\alpha_- + mv^\alpha\right)$.

В §4 введены уравнение движения частиц и кротовых нор в Ньютоновском приближении для расширяющейся системы координат. В расширяющейся системе координат $\vec{r}=a(t)\vec{x}$ полная скорость есть $\vec{u}=a\dot{\vec{x}}+\vec{x}\dot{a}=a\dot{\vec{x}}+H\vec{r}$, где $a\dot{\vec{x}}$ – пекулярная скорость, а $H\vec{r}$ представляет Хаббловское расширение. Система уравнений описывающая космологическую модель, заполненную частицами и кротовыми норами имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho_0(t) + \frac{3P_b(t)}{c^2}\right) a, \\ \Delta\varphi = 4\pi G \left(\delta\rho(\vec{x}, t) + \frac{3\delta P(\vec{x},t)}{c^2}\right) a^2, \\ m_A a^2 \dot{\vec{x}}_A = p_A, \\ \dot{\vec{p}}_A = -m_A \vec{\nabla}\varphi(x_A), \end{cases} \tag{12}$$

где $A = 1, ..., N$ нумерация частиц или кротовых нор.

В §5 введена система уравнений Больцмана-Власова, описывающая кинетику частиц, кротовых нор и их столкновения:

$$\frac{\partial f_A}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m_A a^2}\nabla f_A - m_A \nabla\varphi \frac{\partial f_A}{\partial \vec{p}} = \sum_B st f_{AB}, \tag{13}$$

и обобщенное уравнение Пуассона:

$$\frac{1}{a^2}\Delta\varphi = 4\pi G \left(\delta\rho(\vec{x}, t) + \int B\left(x, x'\right) \delta\rho' d^3\vec{x}'\right). \tag{14}$$

Смещение $B\left(x, x'\right)$ учитывает топологическую поляризацию пространства в присутствии газа кротовых нор, а плотность материи выражена через $f_A(\vec{x}, \vec{p}, t)$ как

$$\rho_m(\vec{x}, t) = \frac{m}{a^3}\int \delta\left(\vec{x} - \vec{x}'\right) f_m(\Gamma'_m, t) d\Gamma'_m = \rho_0(t)\left[1 + \delta_m(\vec{x}, t)\right] \tag{15}$$

и для кротовых нор $\left(M\left(\eta\right) = \frac{4}{3}\pi b^3 a^3 \rho_0\right)$

$$\rho_w(\vec{x}, t) = \frac{1}{a^3}\int M\left(\gamma\right) f_w\left(\vec{x}, \vec{P}, \gamma, t\right) d^2\vec{P} d\gamma = \rho_0(t)\left[1 + \delta_w(\vec{x}, t)\right]. \tag{16}$$

В §6 введены гидродинамические уравнения с поправкой на столкновения между частицами и кротовыми норами. Уравнение непрерывности и уравнение Эйлера:

$$\begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}\delta_A(\vec{x}, t) + \frac{1}{a}\nabla_\beta \left(\left(1 + \delta_A\right) u_\beta\right) = \frac{m_A}{\rho_b a^3} D_A, \\ \frac{\partial}{\partial t}\left(a^4 \rho_A u_{A,\alpha}\right) + \rho_A a^3 \nabla_\alpha \varphi + a^3 \nabla_\beta \left(u_{A,\alpha} u_{A,\beta} \rho_A\right) + a^3 \nabla_\alpha P = Q_{A,\alpha}, \end{array} \tag{17}$$

из которых следуют уравнения, описывающие развитие адиабатических возмущений в присутствии газа кротовых нор:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + 2H\right)\left(\frac{\partial}{\partial t}\delta_A - \frac{m}{\rho_0 a^3} D_A\right) = \frac{1}{a^2}\Delta\left(\varphi + c^2_{A,s}\delta_A\right) - \frac{1}{a^5\rho_0} Q_A \tag{18}$$

к которым следует добавить уравнение Пуассона (14). Данные уравнения отличаются от стандартных в ΛCDM наличием дополнительных членов (Q_A, D_A и смещения B в (14)). D_m описывает скорость поглощения и переизлучения барионов в единице объема газа кротовых нор (излучательная и поглощательная способности), а Q описывает передачу импульса между кротовыми норами и барионами.

В §7 вычисляются основные кинетические коэффициенты, которые описывают процесс столкновений барионов и кротовых нор. В §7.1 в предположении $M_w \gg m$, получено выражение:

$$D_m = \frac{8\pi}{ma} \int \left[K\left(R+x\right) - K\left(x\right)\right] g\left(R\right) d^3R \tag{19}$$

с функцией $K\left(x,t\right) = \int |p|\, f\left(x,p,t\right) d^3p$. Для однородного распределения частиц $K\left(x\right) = K = const$ и $D_m \equiv 0$. А коэффициент $Q_{m,\alpha}$ задается как

$$Q_{m,\alpha} = \frac{8\pi}{ma} \int \left[\frac{1}{9} K_\alpha\left(R+x\right) - K_\alpha\left(x\right)\right] g\left(R\right) d^3R, \tag{20}$$

где $K_\alpha(x) = \int p_\alpha\, |p|\, f(x,p) d^3p$ и $g(R) = \int b^2 F(R,b,U) dbdU$. Отсюда видно, что кинетические коэффициенты выражаются через моменты $K\left(x\right)$ и $K_\alpha\left(x\right)$.

В разделе §7.2 вычисляются моменты $K\left(x\right)$ и $K_\alpha\left(x\right)$. Для линейных неоднородностей, используя $\delta P = c_s^2 \delta\rho = c_s^2 \rho_0(t) \delta(\vec{x},t)$, получаем выражения для моментов:

$$\delta K \simeq \frac{1}{2} K\left(t\right) \left(1 + c_s^2 \frac{\rho_0}{P}\right) \delta(\vec{x},t), \quad \delta K_\alpha \simeq \frac{4}{3} K\left(t\right) ma u_\alpha\left(x,t\right). \tag{21}$$

В §7.3 получены явные выражения для кинетических коэффициентов D_m и Q_m в линейном приближении:

$$\begin{gathered} Q_m = -a \tfrac{32\pi}{3} K(t) \int \left[\tfrac{1}{9}\left(\tfrac{\partial}{\partial t}\delta_m - \tfrac{m}{\rho_0 a^3} D_m\right)_{(x+R)} - \left(\tfrac{\partial}{\partial t}\delta_m - \tfrac{m}{\rho_0 a^3} D_m\right)_x\right] g(R) d^3R, \\ \tfrac{m}{\rho_0 a^3} D_m \simeq 16\sqrt{2\pi} c_s \int \left[\delta\left(x+R,t\right) - \delta\left(x,t\right)\right] g\left(R\right) d^3R. \end{gathered} \tag{22}$$

Также приведены качественные оценки. Полагая $\frac{m}{\rho_0 a^3} D_m \simeq -\nu_w \delta$, оценка частоты столкновения дает $\nu_w\left(k\right) \sim \frac{6\sqrt{2}}{\pi\sqrt{\pi}} \frac{d}{b} \frac{\rho_w}{\rho_0} k c_s$ (b – средний радиус и d – расстояние между горловинами, а c_s скорость звука). Видно, что при $kc_s \to 0$ эта поправка незначительна (частота столкновения $\nu_w \to 0$), в то время как для коротких длин волн это слагаемое может давать главный вклад.

В §7.4 вычислены кинетические коэффициенты D_w и Q_w. Столкновения сохраняют локальное число горловин, что немедленно дает значение $D_w = 0$.

В случае изотропного фона второй коэффициент Q_w дает просто $Q_m = -Q_w$. Что означает сохранение средней плотности импульса. Оно выражает баланс передачи импульса между частицами и кротовыми норами.

В §8 рассмотрено поведение линейных неоднородностей. Преобразование Фурье для возмущений плотности дает систему (здесь $\frac{m}{\rho_0 a^3} D_A(k) = -\nu_A(k)\,\delta_{A,\vec{k}}$):

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2H + \Omega_k\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_m(k)\right)\delta_{m,\vec{k}} + \frac{k^2 c_{m,s}^2}{a^2}\delta_{m,\vec{k}} + \frac{1}{a^2}k^2\varphi_k = 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2H\right)\frac{\partial}{\partial t}\delta_{w,\vec{k}} - \Omega_k\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_m(k)\right)\delta_{m,\vec{k}} + \frac{k^2 c_{w,s}^2}{a^2}\delta_{w,\vec{k}} + \frac{1}{a^2}k^2\varphi_k = 0, \end{cases} \tag{23}$$

и уравнение Пуассона для Ньютоновского потенциала

$$-k^2\frac{1}{a^2}\varphi_k = 4\pi G\left(1 + B(k)\right)\rho_0\left(\delta_{m,\vec{k}} + \delta_{w,\vec{k}}\right), \tag{24}$$

где использовано $\frac{1}{a^5\rho_0}Q_m(k) = -\frac{1}{a^5\rho_0}Q_w(k) = \Omega_k\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_m(k)\right)\delta_{m,\vec{k}}$, а коэффициенты связаны с фоновым распределением кротовых нор как $\nu_m(k) = (8\pi)^2 c_s\left[g(0) - g(-\vec{k})\right]$, $\nu_w(k) = 0$ и $\Omega_k = \frac{4}{3}(8\pi)^2 c_s\left[g(0) - \frac{1}{9}g(-\vec{k})\right]$, а функция $B(k)$ определяется в главе 2.

В §8.1 рассмотрены возмущения плотности кротовых нор $\delta_{w,\vec{k}}$ в отсутствии возмущения плотности барионов $\delta_{m,\vec{k}} = 0$. Второе уравнение системы (23) с учетом (24) дает $(\partial/\partial t + 2H)\,\partial\delta_{w,\vec{k}}/\partial t - 4\pi G_k\rho_0\delta_{w,\vec{k}} = 0$, где $G_k = G(1 + B(k))$. Это уравнение совпадает со стандартным уравнением для возмущений плотности частиц холодной темной материи. Отличие возникает благодаря присутствию смещения $B(k)$, которое отражает поляризуемость пространства заполненного газом кротовых нор. Формально такая поляризуемость выглядит как масштабно-зависимая перенормировка гравитационной постоянной[20].

В §8.2 рассмотрены возмущения материи $\delta_{m,\vec{k}}$ при $\delta_{w,\vec{k}} = 0$. Основное уравнение для возмущений переходит в

$$(\partial/\partial t + 2H + \Omega_k)(\partial/\partial t + \nu_m(k))\,\delta + \left[k^2 c_s^2/a^2 - 4\pi G_k\rho_0\right]\delta = 0. \tag{25}$$

Дополнительные коэффициенты $\nu_m(k)$ и Ω_k имеют ясную физическую интерпретацию. $\nu_m(k)$ – частота столкновений, которая описывает процесс поглощения и переизлучения частиц кротовыми норами. Ясно, что такие процессы сглаживают первичные неоднородности плотности числа частиц, что ведет к дополнительному затуханию[21] На очень больших расстояниях $1/k \gg d$ (где d

[20] Другими словами, на очень больших масштабах (и на линейной стадии развития возмущений) газ кротовых нор точно воспроизводит ΛCDM модель. Отличие возникает только на нелинейной стадии благодаря существованию взаимного обмена импульсом между кротовыми норами и барионами.

[21] Kirillov A.A., Savelova E.P., Zolotarev P.S. Phys. Lett. B. 2008, **663**, 372.

– характерное расстояние между горловинами) этот тип затухания исчезает $\nu_m(k) \to 0$.

Дополнительный член трения, пропорциональный Ω_k, описывает взаимный обмен импульсом между частицами и кротовыми норами. В линейном приближении существует только перенос импульса от частиц к кротовым норам, который также ведет к дополнительному затуханию неоднородностей. Более того, этот тип затухания сохраняется и в длинно-волновом приближении ($\Omega_0 \neq 0$).

В §8.3 приведены оценки для фонового распределения кротовых нор и поведения коэффициентов $\nu(k)$, Ω_k, и $B(k)$ зависящих от фонового распределения кротовых нор в пространстве. В §9 заключении обсуждаются полученные в главе результаты и обсуждаются дальнейшие перспективы.

В **Главе четвертой** рассматриваются эффекты рассеяния на кротовых норах. Исследуются особенности рассеяния частиц на газе кротовых нор. Показано, что космические лучи при рассеянии на кротовых норах испытывают топологическое затухание вдоль луча. Показано, что между затуханием и количеством темной материи в галактиках имеется сильная корреляция. Показано, что при рассеянии электромагнитного излучения на статическом газе кротовых нор возникает диффузионное гало, которое приводит к перенормировки интенсивности тока. Показано, что возникает интерференционная картина при рассеянии излучения на одиночной кротовой норе. Показано, что наличие пекулярных движений кротовых нор приводит к искажению спектра реликтового излучения.

В §1 описана простейшая модель газа кротовых нор. В §2 рассматриваются особенности распространения космических лучей во Вселенной с пеноподобной структурой на основе модели газа кротовых нор.

В §2.1 для описания распространения космических лучей в газе кротовых нор рассмотрено уравнение Больцмана, в котором учтено рассеяние на топологических дефектах, типа кротовых нор

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \dot{p}\frac{\partial f}{\partial p} = C[f] + \alpha(r,p,t) - |v| \int \beta(\Gamma, \Gamma') f(\Gamma') d\Gamma', \qquad (26)$$

где $C[f]$ означает столкновения между частицами, $\alpha(r,p,t)$ означает скорость излучения частиц в фазовом объеме $d\Gamma$, и $\beta(\Gamma, \Gamma')$ описывает рассеяния на кротовых норах. Для удобства выделен еще множитель $|v| = p/m$. Найдено явное выражение для $\beta(\Gamma, \Gamma')$ и полная матрица рассеяния

$$\beta_{\pm}^{tot}(\Gamma, \Gamma') = \int \beta_{\pm}(\Gamma, \Gamma') F(R_{\pm}, b, U)\, d^3R_+ d^3R_- dU db, \qquad (27)$$

где $F(R_{\pm}, b, U)$ - функция распределения для кротовых нор.

В §2.2 показано, что узкий луч испытывает рассеивание на топологических дефектах типа кротовых нор, что приводит к специфическому затуханию вдоль луча вида $f = e^{-\tau}\widetilde{f}$, где $\widetilde{f}$ подчиняется стандартному кинетическому уравнению без учета топологических членов, тогда как оптическая толща $\tau(t)$ описывает затухание вдоль луча $\tau(t) = \int_{t_0}^{t} \beta_1(r(t'))|v(t')|\,dt' = \int_0^{\ell} \beta_1(r(s))\,ds$, где ℓ координата вдоль луча.

В §2.3 вводится понятие топологического смещения интенсивности точечного источника в рамках кинетического подхода. Показано, что рассеяние на топологии эквивалентно смещению источника частиц $\alpha \to \alpha + \delta\alpha_{halo}$, где $\delta\alpha_{halo}(\Gamma) = \delta\alpha_{1,halo} + \delta\alpha_{2,halo}$, где первый член описывает затухание, а второй член определяет переизлучение частиц: $\delta\bar{\alpha}_{2,halo}(\vec{r},\vec{p}) = \lambda(\varepsilon)\,B_2(\vec{r})$.

В §2.4 получено упрощенное выражение для поведения динамической массы точечного источника через распределение кротовых нор в виде

$$M_{tot}(r)/M = 1 + \gamma(r)/\left(1 - \gamma(r)\right) \tag{28}$$

где $\gamma(r) = \frac{4}{3}\pi \int b^3 n(r,b)\,db$, которое можно оценить как $\gamma(r) \sim \frac{4}{3}\frac{\overline{b^3}}{\overline{b^2}}\beta_1(r)$. Из данного выражения явно видно, что обе величины затухание (т.е. оптическая толща τ) и количество ТМ ($\gamma(r)$ или смещение B) определяются через одну и ту же функцию $n(r,b)$. Соответственно, между затуханием и количеством Темной Материи в галактиках предсказывается наличие сильной корреляции.

В §3 анализируются и обсуждаются основные результаты полученные в данной главе, а также обсуждается связь газа кротовых нор с Темной Энергией.

В §3.1 дается общая постановка задачи о рассеянии электромагнитного излучения от дискретного источника на статическом газе кротовых нор, в случае когда рассеяние не сопровождается сдвигом частоты. Оказывается, что и для излучения можно говорить о топологическом смещении источников. Поскольку рассматриваются масштабы $\ell \gg b$, где b - характерный размер горловин кротовых нор, можно использовать приближение геометрической оптики. Тогда функция Грина для волнового уравнения

$$\left(k^2 + \nabla^2\right) G(r, r_0) = 4\pi\delta(r - r_0) \tag{29}$$

в присутствии кротовой норы имеет вид $G(R) = G_0(R) + u_R^+ - u_A^+ + u_R^- - u_A^-$, где $u_{A,R}^{\pm}$ - описывают поглощение и отражение горловинами $S_{\pm}^2$ соответственно. Если пренебречь размерами горловин, то члены отвечающие за отражение и поглощение сигнала вторичными источниками имеют вид: $u_A^{\pm} = \frac{k}{2\pi i}\pi b^2 G_0(R_{\pm} - r_0) G_0(r - R_{\pm})$, $u_R^{\pm} = \frac{k}{2\pi i}\pi b^2 G_0(R_{\mp} - r_0) G_0(r - R_{\pm})$. Таким образом, рассеяние на кротовых норах действительно может быть описано введением дополнительных источников, т.е. смещением интенсивности источника в выражении (29) вида $\delta(r-r_0) \to \delta(r-r_0)+B\,(r,r_0)$. Для статического газа кротовых нор функция смещения принимает вид

$$B\,(r,\omega)=\frac{\omega}{2\pi ic}\sum_m \pi b_m^2\left(\frac{e^{ikR_-^m}}{R_-^m}-\frac{e^{ikR_+^m}}{R_+^m}\right)\left[\delta(\vec{r}-\vec{R}_+^m)-\delta(\vec{r}-\vec{R}_-^m)\right]. \qquad (30)$$

В силу наличия случайных фазовых множителей данное гало имеет некогерентный (или диффузионный) характер.

Обсуждаются также экспериментальные ограничения на нарушение Лоренц-инвариантности и стандартных дисперсионных соотношений. При наличии кротовых нор астрономического масштаба в дисперсионных соотношениях поправки имеют вид $\omega^2=k^2\left(1+1/(kL_1)+1/(k^2L_2^2)+...\right)$. Экспериментальные ограничения фиксируют масштаб $L_1>(1\div 5)Kpc$, т.е., получаем тот самый масштаб, на котором начинают проявляться эффекты скрытой массы и, следовательно, плотность кротовых нор должна достигать $nL_1^3\sim 1$.

Учитывая диффузный характер гало в §3.2, рассмотрена перенормировка интенсивности излучения. В силу диффузного характера тока интенсивность излучения определяется квадратом тока $\overline{I(R)I^*(R')}=\left|I(R)\right|^2\delta(R-R')$. В обычном плоском пространстве интенсивность излучения $W=(E^2+H^2)/8\pi$ определяется интенсивностью тока $|I|^2$ как $W(r)\sim\int(|I(r)|^2/|r-r'|^2)d^3r'$. Учет рассеяния на кротовых норах приводит к появлению смещения или дополнительного гало, которое также обладает указанным свойством дельта-коррелированности, что и приводит к перенормировке интенсивности тока $|I_0|^2\to|\tilde{I}(r)|^2=|I_0|^2(r)+\int\tilde{B}^2(r-r')|I_0|^2(r')d^3r$, где смещение для изотропного распределения кротовых нор

$$\tilde{B}^2(R)=\frac{k^2}{2}n\int\left(\frac{1}{R^2}+\frac{1}{|X+R|^2}\right)\tilde{g}(X)d^3X \qquad (31)$$

определяет связь между реальной ℓ_0 и наблюдаемой ℓ светимостью.

В §3.3 приведены численные оценки. Оценка для относительной яркости гало $\ell/\ell_0\sim 4\frac{l}{R_\odot}\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\left[1\div 2\times 10^6\right]\times 10^{-14}$. Здесь l – линейный размер источника, вокруг которого формируется диффузионное гало, $R_\odot$ –радиус солнца, а k_0 – соответствует длине волны λ_{max} при температуре $T_\odot=6\times 10^3K$. Относительная яркость гало $\ell/\ell_0\ll 1$ и достигает значения порядка единицы только для областей размером $\left[0.5\times 10^{-6}\div 1\right]\times 10^{14}R_\odot$.

В §4 в целях обнаружения кротовых нор, рассмотрена задача о генерации интерференционной картины. Задача решена в приближении геометрической оптики, но с учетом векторного характера волны. Для интенсивности излучения рассеянной волны получено выражение ($I = (\mathbf{E}\mathbf{E}^*)$)

$$I = \frac{b^2}{4}\frac{E_0^2}{r^2}\left(1 + A\cos\left\{\psi - \Delta k\,(ct - r) - \left(2kb\sin\frac{\theta}{2} - 2k'b\sin\frac{\theta'}{2}\right)\right\}\right), \quad (32)$$

где $\cos\theta = (\mathbf{r}\mathbf{k}_0)/rk_0$, $\cos\theta' = (\mathbf{r}\mathbf{k}_0')/rk_0$, $\Delta k = c(\omega - \omega')$, и $A = (rt'^* + r^*t')(\mathbf{e}_0\mathbf{e}_0')$. Штрихованные величины соответствуют падающей волне подвергнутой преобразованию Лоренца определяющему склейку горловин, а коэффициенты отражения и прохождения $|r|^2 + |t|^2 = 1$ зависят от специфической структуры кротовой норы и состава вещества заполняющего горловину.

Наиболее сильная интерференция возникает при $A \simeq 1$ и определяется фазой $\Delta k\,(ct - r)$, которая возникает из-за относительного движения горловин $\Delta\omega \simeq k\Delta V$ – стандартный доплеровский сдвиг. Дополнительная фаза в (32) формирует и более специфическую интерференционную картину на очень больших длинах волн $\delta k \ll \Delta k$, которая может быть измерена при движении Земли вокруг Солнца. В случае, когда преобразование Лоренца сводится к чисто пространственному вращению частота остается неизменной $\omega' = \omega$. Тогда раскладывая (32) по параметру $\delta\mathbf{r}$ вблизи точки наблюдения $\mathbf{r}$, находим $I = \frac{b^2}{4}\frac{E_0^2}{r^2}\left(1 + A\cos\{\varphi_0 + (\delta\mathbf{k}\delta\mathbf{r})\}\right)$, где φ_0 – постоянная фаза и $\delta\mathbf{k} = \left[\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}} - \frac{1}{\sin\frac{\theta'}{2}}\right]\frac{2b}{r}\mathbf{k}_0$. Интенсивность имеет дополнительные осцилляции с очень большой длинной волны $\lambda \sim \lambda_0 r/b \gg \lambda_0$, где λ_0 это длина волны падающего сигнала. Данная интерференционная картина может быть использована для поиска кротовых нор и ее следует учитывать при анализе наблюдательных данных.

В §5 рассматривается вопрос о рассеянии реликтового излучения на кротовых норах. Показано, что при наличии пекулярных движений кротовые норы могут наблюдаться посредством кинематического эффекта Зельдовича-Сюняева.

В **Главе пятой** показано, какой вклад дают виртуальные кротовые норы в космологическую постоянную и Темную Энергию, и какой вклад дают реальные кротовые норы в Темную Энергию. Сначала рассмотрены общие свойства виртуальных кротовых нор. В евклидовом подходе простейшая виртуальная кротовая нора описывается пространственной частью метрики (8). С точки зрения трехмерных сечений такая нора представляет собой обычную кротовую нору рассмотренную в предыдущих разделах. Однако, размер горловины виртуальной кротовой норы меняется со временем. Другими словами, виртуальная кротовая нора ограниченна не только в пространстве, но и во времени, а пространственно-временная пена моделируется, как вакуум заполненный газом виртуальных кротовых нор. В §1 рассмотрен вопрос о производящем функционале для получения функций Грина в квантовой теории поля. При наличии пены, производящий функционал определяется как статистическая сумма по полевым конфигурациям и топологиям (кротовым норам)

$$Z_{total} = \sum_{\tau} \sum_{\varphi} e^{-S}.$$

В §2 построена двух-точечная функция Грина для скалярного поля при наличии фиксированного набора кротовых нор. Показано, что функция Грина принимает вид $G(x,y) = \int G_0(x,x')N(x',y)dx'$, где $G_0(x,x')$ –стандартная функция Грина в пространстве Евклида, а смещение можно представить в виде $N(x,x') = \delta(x-x') + B(x,x')$ и выражается через параметры кротовых нор, т.е. $N(x,x') = N(x,x',\xi_1,...\xi_N)$. В §2.1 для иллюстрации рассмотрено смещение для конкретного распределение кротовых нор при $m = 0$ и в приближении разреженного газа. Полное смещение аддитивно и для однородного и изотропного распределения нор $F(\xi) = F(b,X)$:

$$B_{total}\left(k\right) = N \int b^2 \frac{4\pi^2}{k^2} \left(F\left(b,k\right) - F\left(b,0\right)\right) \frac{J_1\left(kb\right)}{kb/2} db. \tag{33}$$

В §2.2 рассмотрена функция Грина в более общем случае. Показано, что можно ограничиться только однородными распределениями $F(\xi)$ газа кротовых нор в пространстве, $N(k,k') = N(k,\xi)\delta(k-k')$ и для производящего функционала получить выражение

$$Z_{total}\left(J\right) = \int \left[DN(k)\right] e^{-I(N)} e^{-\frac{1}{2}\frac{L^4}{(2\pi)^4}\int\left(\frac{N(k)}{k^2+m^2}|J_k|^2\right)dk}, \tag{34}$$

а двух-точечная функция Грина есть $G\left(k\right) = \frac{\overline{N}(k)}{k^2+m^2}$, где $\overline{N}(k)$ функция смещения (среднее значение смещения)[22]:

$$\overline{N}(k) = \frac{1}{Z_{total}\left(0\right)} \int \left[DN\right] e^{-I(N)} N\left(k\right). \tag{35}$$

В §3 показано, что топологическое смещение $N\left(x,x'\right)$ играет роль оператора проекции на пространство функций, которые подчиняются правильным граничным условиям на горловинах кротовых нор. Для одной кротовой норы показано, что введением специальных координат, функции становятся периодическими по одной из координат, и смещение принимает вид:

[22]В интеграл вносят вклад только предельные топологии, у которых плотность кротовых нор ($n \to \infty$).

$N(k,k') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(k-n)\,\delta(k-k')$, т.е., единичный оператор в пространстве периодических функций на R^4. Приведено обобщение на случай произвольного набора кротовых нор.

Показано, что проекционная природа оператора смещения $N(x,x')$ позволяет представить функцию смещения $\overline{N}(k)$ через динамические параметры газа кротовых нор. Рассматривая разложение интегральной меры в выражении (34) в виде $I = I_0 + \sum \lambda_1(k)\,N(k) + \frac{1}{2}\sum \lambda_2(k,k')\,N(k)\,N(k') + ...$, где $\lambda_1(k)$ включает еще вклад от $Z_0(k)$, и принимая во внимание, что $N(k) = 0,1$ ($N^2 = N$) получается выражение

$$\overline{N}(k) = \frac{1}{Z_{total}(k)} \sum_{N=0,1} e^{-\lambda_1(k)N(k)} N(k) = \frac{e^{-\lambda_1(k)}}{1+e^{-\lambda_1(k)}}. \qquad (36)$$

Показано, что среднее значение для функции смещения $\overline{N}(k)$ дает естественный инструмент для описания зависящей от масштаба размерной редукции[23], что позволяет определить эффективную спектральную размерность D пространства как $k^4\overline{N}(k) \sim k^D$. Размерность $D = 4$ соответствует лабораторным масштабам. Численные исследования в непертурбативной квантовой гравитации[24] свидетельствуют в пользу $D = 3/2$ на очень мелких масштабах, а все наблюдаемые явления Темной Материи можно приписать фрактальной спектральной размерности $D \approx 2$ начинающейся с масштаба $L \gtrsim (1 \div 5)Kpc$[25].

В §4 показано, какой вклад дают виртуальные кротовые норы в космологическую постоянную и Темную Энергию. Полная космологическая постоянная может быть представлена как

$$\Lambda_{tot} = \Lambda_0 + \Lambda_m + \Lambda_R = \Lambda_0 + 2\pi G < T > + \frac{1}{4} < R >_w$$

где $< T >$ – плотность энергии нулевых колебаний (плотность энергии вакуума) и $< R >_w = \Lambda_R$ – вклад кротовых нор в среднюю кривизну.

В §4.1 показано, что в пределе нулевой длины горловины вклад в кривизну от одной кротовой норы сводится к $\frac{1}{4}\int R\sqrt{g}d^4x = -6\pi^2 b^2$, а в случае набора кротовых нор вклад в космологическую постоянную от среднего значения кривизны определяется как

$$\Lambda_R = -12\pi^2 \int n(b)\, b^2 db < 0. \qquad (37)$$

[23]Kirillov A.A. Phys. Lett. B. 2003, **555**, 13.
[24]Laiho J. and Coumbe D. Phys. Rev. Lett. 2011, **107**, 161301.
[25]Kirillov A.A., Turaev D. Phys. Lett. B. 2002, **532**, 185.

В §4.2 показано, что вакуумное значение ТЭИ определяется функцией смещения $\langle T_{\alpha\beta}(x)\rangle = \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \int \left(1 + \frac{m^2}{k^2+m^2}\right) \overline{N}(k) \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$ и, используя (36), для безмассового случая получена оценка:

$$\Lambda_m = 2\pi G \sum^{\alpha} \int \frac{\pi^{\alpha/2}}{\pi^{\alpha/2}+k^{\alpha}} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} = \frac{\pi G}{4} \Gamma\left(\frac{\alpha-4}{\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{4}{\alpha}\right) \sim 1, \qquad (38)$$

где сумма взята по числу полей. Разделению $N(k) = 1 + B(k)$ соответствует $\Lambda_m = \Lambda_* + \delta\Lambda_m$, что для конечного распределения виртуальных кротовых нор (43) дает вклад в космологическую постоянную $\delta\Lambda_m \simeq -2\pi G n$.

В §4.3 рассмотрены предельные топологии, т.к. для получения конечного значения космологической постоянной $\Lambda_m = \Lambda_* + \delta\Lambda_m < \infty$ необходим предел $n \to \infty$ (бесконечная плотность виртуальных кротовых нор). Имеется очевидное ограничение $\int 2n(b)\frac{\pi^2}{2} b^4 db < 1$ (где $\frac{\pi^2}{2} b^4$ – объем одной горловины, кротовые норы не могут вырезать более чем весь объем пространства). Тогда в качестве вакуумного распределения можно принять $F(b, X) = \frac{1}{b^2}\delta(b)\,\nu(X)$, где $\nu(X) = \int b^2 F(b,X)\,db$, а плотность точечно-подобных кротовых нор $\int \frac{1}{b^2}\nu(X)\,d^4X = n \to \infty$. Здесь доля объема вырезанного кротовыми норами обращается в нуль, и приближение разреженного газа работает очень хорошо. С помощью этого определятся смещение $\overline{N}(k) = 1 - \frac{4\pi^2}{k^2}\left(\widetilde{\nu}(0) - \widetilde{\nu}(k)\right)$ и вклад в среднюю кривизну $\Lambda_R = -12\pi^2 \widetilde{\nu}(0)$.

Таким образом, полное значение космологической константы, учитывающее вклад виртуальных кротовых нор, имеет вид

$$\Lambda_{tot} = \Lambda_0 + 2\pi G \int \left(1 - \frac{4\pi^2}{k^2}\left(\widetilde{\nu}(0) - \widetilde{\nu}(k)\right)\right) \frac{d^4k}{(2\pi)^4} - 12\pi^2 \widetilde{\nu}(0)\,. \qquad (39)$$

Все члены входящие в данное выражение конечны. Чтобы не противоречить уравнениям Эйнштейна, следует потребовать в отсутствии внешних классических полей $\Lambda_{tot}(J=0) = 0$, что однозначно фиксирует значение Λ_0 в (39)

В §4.4 рассмотрен вопрос об изменении распределения виртуальных кротовых нор в присутствии внешнего тока J^{ext}. Тогда $\widetilde{\nu}(k, J) = \widetilde{\nu}(k) + \delta\widetilde{\nu}(k, J)$ и для $\delta\widetilde{\nu}$ получено выражение

$$\frac{4\pi^2}{k^2}\left(\delta\widetilde{\nu}(0, J) - \delta\widetilde{\nu}(k, J)\right) = \frac{1}{2}\sigma_k^2 \frac{4\pi^2}{k^2} \left|J_k^{ext}\right|^2, \qquad (40)$$

где $\sigma^2(k,p) = \frac{1}{Z_{total}(0)} \int [DN]\, e^{-I(N)} \Delta N^*(k)\, \Delta N(p)$ определяет дисперсию вакуумных флуктуаций топологии ($\Delta N = N - \overline{N}$), которая на масштабах $k, p \gg k_{pl}$ сводится к $\sigma^2(k,p) \to \sigma_k^2 \delta(k-p)$. Такие поправки нарушают условие энерго-доминантности и образуют некоторый тип Темной Энергии.

Часть энергии имеет форму космологической постоянной и может определять неисчезающее (соответствующее наблюдаемому) значение, которое и является вкладом виртуальных кротовых нор в Темную Энергию

$$\delta\Lambda_{tot} = -2\pi G \int \frac{4\pi^2}{k^2} \left\langle \delta\widetilde{\nu}\,(0, J) - \delta\widetilde{\nu}\,(k, J) \right\rangle \frac{d^4k}{(2\pi)^4} - 12\pi^2 \delta\widetilde{\nu}\,(0, J)\,,$$

где $\langle \delta\widetilde{\nu}\,(k, J) \rangle$ обозначает усреднение по вращениям. Оставшаяся неоднородная часть обладает динамикой. В §4.5 приведены соображения о возможности формирования на ее основе реальных кротовых нор.

В §5 рассмотрен вклад в Темную Энергию от газа реальных кротовых нор, показано, что главный вклад приходит от средней кривизны.

Поскольку реальная кротовая нора образуется склейкой пары сопряженных цилиндров $T^3_\pm = S^2_\pm \times R^1$, в §5.1 она моделируется когерентным набором виртуальных кротовых нор (бусы виртуальных нор $T^3_\pm \to \cup_n S^3_{\pm,n}$). Тогда, учитывая выражение (33), получается выражение для смещения:

$$B\,(k) = -\int n\,(b)\, b^2 \frac{4\pi^2}{k^2} \left(1 - \frac{\sin |\mathbf{k}|\, r_0}{|\mathbf{k}|\, r_0} \right) \frac{J_1\,(kb)}{kb/2} db, \tag{41}$$

где $k = (k_0, \mathbf{k})$. Здесь первый член точно совпадает с аналогичным в (44) и дает вклад в космологическую постоянную $\delta\Lambda/(8\pi G) = -n/4 = -2\widetilde{n}/\,(3\pi b)\,,$ тогда как второй член описывает поправку, которая рассмотрена в следующем разделе. Так в §5.2 найден тензор энергии импульса, который позволяет получить выражения для уравнения состояния $p = -\left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{b}{r_0} \right)^2 \right) \varepsilon$ (где $\varepsilon \simeq -\frac{n}{4} = -\frac{2\widetilde{n}}{3\pi b}$), которое при $\frac{b}{r_0} \ll 1$ ведет себя подобно космологической постоянной. Однако, при $b \gg \ell_{pl}$ данная постоянная является чрезвычайно малой и ей можно пренебречь, в то время как главный вклад приходит от средней кривизны.

В §5.3 вычислена средняя кривизна. В случае набора кротовых нор и однородного и изотропного распределения горловин, получен $R^\beta_\alpha = \frac{1}{3} R \delta^\beta_\alpha$, где $R = -8\pi G T = \sum \frac{8}{b_i} \delta\,(b_i - |r - R_i|) = 32\pi \int b\widetilde{n}(b) db$, и T – след ТЭИ, который нужно добавлять к уравнениям Эйнштейна для устойчивости таких кротовых нор. Понятно, что такой источник нарушает слабое энергетическое условие и, следовательно, он воспроизводит форму Темной Энергии, т.е., $T^0_0 - \frac{1}{2} T = \frac{1}{2}(\varepsilon + 3p) < 0$. В случае когда плотность такого источника (и соответственно плотность кротовых нор) достаточно высока, то это будет приводить к наблюдаемому[26] ускорению масштабного фактора для пространства

[26] Riess A.G. et al. Astron. J. 1998, **116**, 1009; Perlmutter S. et al. Astrophysical Journal. 1999, **517**, 565.

Фридмана как $\sim t^{\alpha}$ с $\alpha = \frac{2\varepsilon}{3(\varepsilon+p)} = \frac{2\varepsilon}{2\varepsilon+(\varepsilon+3p)} > 1$. В терминах 4-мерной плотности кротовых нор $n = \frac{8}{3\pi b}\widetilde{n}$ получаем $R \sim b^2 n \gg 8\pi G n \quad$ при $\quad b \gg \ell_{pl}$ и, следовательно, главный вклад действительно приходит от средней кривизны.

В §6 получены оценки на параметры газа кротовых нор. Для плотности числа кротовых нор – $\widetilde{n} \sim 1/L^3 \sim (3 \div 0.024) \times 10^{-65} cm^{-3}$, для типичного размера горловин – $\bar{b} \sim \frac{2}{3}(1 \div 125) \times 10^{-3} R_{\odot}\Omega_{DE}h_{75}^2$ и для типичной массы кротовой норы – $M_w \sim 1,7 \times (1 \div 125) \times 10^2 M_{\odot}\Omega_{DM}h_{75}^2$ (где $R_{\odot}, M_{\odot}$ радиус и масса Солнца, $h_{75} = H/(75km/(secMpc))$, H постоянная Хаббла, $\Omega_{DE/DM}$ отношение плотности темной энергии/темной материи к критической плотности). Масса M_w определяет момент, когда горловина кротовой норы отделяется от космологического расширения. Последняя оценка показывает, что если кротовые норы формируются благодаря развитию неоднородностей в экзотической материи, то этот процесс должен начаться намного раньше чем формирование галактик.

В **Главе шестой** рассматривается газ виртуальных кротовых нор. Показано, что когерентный набор виртуальных кротовых нор позволяет моделировать реальную кротовую нору, а некогерентный набор с анизотропным распределением генерирует анизотропию скорости света, в результате чего скорость света может превышать вакуумное значение и возникает аномальная дисперсия.

В §1 описывается модель простейшей евклидовой кротовой норы, полученная с помощью процедуры склейки.

В §2 построено точное решение для функции Грина для кротовой норы, соединяющей два евклидовых пространства $G = G_0 + \Delta G$. Для этого были использованы четырехмерные сферические гармоники

$$G(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^{l} Q^*_{nlm}(\Omega') g_n(r, r') Q_{nlm}(\Omega),$$

где $g_n = g_n^0(r, r') + \Delta g_n$, и $\Delta g_n^{\pm} = \frac{1}{2}\left(\beta_n(b, r') \pm (2\alpha_n(b, r') - \beta_n(b, r'))\right) g_n^0(r, b)$.

В §3 показано, что истинная функция Грина может быть получена посредством решения стандартного уравнения в Евклидовом пространстве со смещенным источником $G_{\pm}(x, x') = G_0^{\pm}(x, x') + \Delta G_{\pm}(x, x')$, где $\Delta G_{\pm}(x, x') = \sum \sigma^{\pm}_{nlm}(b, x') g_n^0(r, b) Q_{nlm}(\Omega)$ и $\sigma^{\pm}_{nlm}(b, x') = \frac{1}{2}\left(\beta_n(b, r') \pm (2\alpha_n(b, r') - \beta_n(b, r'))\right) Q^*_{nlm}(\Omega')$. Действительно, каждый источник генерирует набор дополнительных источников на внешней и внутренней поверхностях горловины по правилу $\delta(x - x') \to \delta(x - x\prime) + B(x, x')$, где $B(x, x') = B_+(x, x')$ на внешней стороне поверхности горловины и $B(x, x') = B_-(x, x')$ на внутренней стороне соответственно, где смещение представляется в форме $B_{\pm}(x,x') = \frac{1}{b^3}\delta(r-b)\sum_{n=1}^{\infty} B_n^{\pm}(b,r')Q_n(\widetilde{\chi})$.

В §4 предложена процедура построения решения для модели кротовой норы, соединяющей различные области в одном и том же Евклидовом пространстве. Получена итерационная схема для построения полного смещения $B_{tot}(x,x') = \sum_{s=0}^{\infty} B_s$ и полная функция Грина $G_{total}(x,x') = G_0 + \int G_0(x,x'')B_{tot}(x'',x')d^4x''$. Функция Грина представлена в виде сходящихся рядов.

В §5 используется схема, предложенная в предыдущих параграфах главы шесть для построения функции Грина для скалярного поля при наличии газа кротовых нор. Для однородного газа она имеет вид:

$$G_{true} = \frac{4\pi^2}{k^2 + m^2 + 4\pi^2\nu\left(k\right)}, \tag{42}$$

где функция ν характеризует поляризацию виртуальных кротовых нор, и определяет перенормировку заряда и массы частиц.

В §6 рассмотрены два примера распределения плотности виртуальных кротовых нор. *Пример конечной плотности кротовых нор*

$$F\left(b,X\right) = \frac{n}{2\pi^2 r_0^3}\delta\left(b-b_0\right)\delta\left(X-r_0\right), \tag{43}$$

где $n = N/V$ плотность кротовых нор, что дает

$$B\left(k\right) = -nb^2\frac{4\pi^2}{k^2}\left(1 - \frac{J_1\left(kr_0\right)}{kr_0/2}\right)\frac{J_1\left(kb_0\right)}{kb_0/2}. \tag{44}$$

Тогда функция Грина $G_{true} = G_0\left(k\right)N\left(k\right) = G_0\left(k\right)\left(1 + B\left(k\right)\right)$. В коротко-волновом пределе получаем (kb, $kr_0 \gg 1$) $B\left(k\right) \to 0$ и следовательно $N(k) \to 1$. Это означает, что на очень мелких масштабах пространство, заполненное кротовыми норами конечной плотности, выглядит как обычное Евклидово пространство. В длинно-волновом пределе $k \to 0$ мы получаем $J_1\left(kr_0\right)/\frac{kr_0}{2} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{kr_0}{2}\right)^2 + ...$, что дает $B\left(k\right) \approx -\pi^2 nb^2 r_0^2/2$, что приводит к конечной перенормировке (уменьшению) зарядов $N(k) \leq 1$.

Рассмотрен также пример *предельных топологий или распределений с бесконечной плотностью кротовых нор.* Поскольку каждая горловина вырезает конечную порцию объема $\frac{\pi^2}{2}b^4$, этот случай требует предела $b \to 0$ (т.е., кротовые норы вырождаются в точки). Тогда $b^2F(b,X) \to \delta\left(b\right)\nu\left(X\right)$ и выражение (33) переходит в $B_{total}\left(k\right) = \frac{4\pi^2}{k^2}\left(\widetilde{\nu}\left(k\right) - \widetilde{\nu}\left(0\right)\right)$, где $\widetilde{\nu}\left(k\right) = \int \nu\left(X\right)e^{ikX}d^4X$, и функция $N(k) = 1 - \frac{4\pi^2}{k^2}\left(\widetilde{\nu}\left(0\right) - \widetilde{\nu}\left(k\right)\right)$. В этом случае пространство уже не является локально Евклидовым и выбор $\widetilde{\nu}\left(k\right)$ позволяет задавать $N(k)$ как произвольную функцию от k. Другими словами, здесь получен класс предельных топологий, где функции Грина $G_{true} = G_0(k)\,N(k)$ может иметь хорошее ультра-фиолетовое поведение, а квантовая теория поля в таких пространствах – конечна.

В §7 рассмотрен вопрос о генерации анизотропии скорости света.

В §7.1 показано, что дополнительный когерентный набор виртуальных кротовых нор

$$F(\xi, \delta n) = \int F(\xi, y)\,\delta n(y) d^4 y \tag{45}$$

может моделировать работу реальной кротовой норы. А именно, рассматривая различные возмущения плотности $\delta n(y)$, можем получить различного вида кротовые норы. Реальная кротовая нора не зависит от времени. Простой пример – это аналог астрофизической кротовой норы, которую можно моделировать сферически симметричной функцией δn. Другой простой пример может быть назван "Звездные врата", когда плотность $\delta n(\vec{r})$ концентрируется на двумерном диске.

В §7.2 рассмотрена ситуация, когда дополнительные кротовые норы не образуют когерентный набор, но имеют анизотропное распределение. Рассмотрен набор кротовых нор ориентированных по направлению X_0, для них можно выбрать однородное распределение вида $f(b,k) = \delta n \delta(b - b_0)\cos(kX_0)$, которое дает функцию Грина (в длинно-волновом приближении) вида:

$$\frac{1}{G(k)} \approx k_\perp^2 + (1 + 2\pi^2 \delta n b^2 X_0^2) k_\parallel^2 + m^2 = 0,$$

из которой получается дисперсионное соотношение. Это дисперсионное соотношение определяет поведение групповой скорости (именно она имеет физическое значение). Если X_0 имеет только пространственное направление $X_0 = (0, \vec{r}_0)$, то дисперсионное соотношение соответствует пространству с анизотропной скоростью света $c_\perp = 1, \quad c_\parallel^2 = 1 + 2\pi^2 \delta n b^2 r_0^2$. Превышает ли продольная составляющая скорости света $c_\parallel$ или нет вакуумное значение ($c_\parallel > 1$ или $c_\parallel < 1$) зависит от знака возмущения δn. Если $\delta n > 0$, то $c_\parallel > 1$ и скорость света превышает вакуумное значение, т.е., такая среда обладает аномальной дисперсией. Если $X_0 = (T_0, 0)$ имеет времени-подобное направление, то скорость света остается изотропной, а изменения возникают благодаря $c^2 = 1/(1 + 2\pi^2 \delta n b^2 T_0^2) \simeq 1 - 2\pi^2 \delta n b^2 T_0^2$. Это универсальная ситуация: скорость света растет $c > 1$, если $\delta n < 0$, и скорость света уменьшается $c < 1$, когда $\delta n > 0$. В этом случае массы частиц тоже перенормируются $m^2 \to m^2(1 - 2\pi^2 \delta n b^2 T_0^2)$. Таким образом показано, что с помощью внешнего поля можно управлять функцией распределения виртуальных кротовых нор, и тем самым влиять на свойства пространства. Также указано, что данный механизм может приводить к вариации констант взаимодействия в релятивистской астрофизике.

Выводы Сформулированы основные выводы.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Kirillov, A.A, Savelova E.P. Astrophysical effects of spacetime foam. // Gravitation and Cosmology. 2008. Vol.14, Issue 3, P. 256-261 (0,8/0,4 п.л.).

2. Kirillov, A.A, Savelova E.P., Dark Matter from a gas of wormholes. // Phys. Lett. B. 2008. Vol. 660. P.93-99 (1,2/0,6 п.л.).

3. Kirillov, A.A, Savelova E.P. Zolotarev P.S., Propagation of cosmic rays in the foam-like Universe. // Phys. Lett. B. 2008. Vol. 663. P. 372-376 (0,9/0,3 п.л.).

4. Кириллов А.А., Савелова Е.П., Шамшутдинова Г.Д. О топологическом смещении дискретных источников в газе кротовых нор. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Том 90, Вып. 9. С. 663-667 (0,6/0,2 п.л.).

5. Kirillov A.A., Savelova E.P. Density perturbations in a gas of wormholes. // Mon. Not. RAS. 2011. Vol. 412. P. 1710-1720 (2,1/ 1 п.л.).

6. Kirillov A.A., Savelova E.P. On scattering of electromagnetic waves by a wormhole. // Phys. Lett. B. 2012. Vol. 710. P. 516-518 (0,4/0,2 п.л.).

7. Kirillov A.A., Savelova E.P. On the value of the cosmological constant in a gas of virtual wormholes. // Gravitation and Cosmology. 2013. Vol. 19, Issue 2. P. 92-100 (1/0,5 п.л.).

8. Savelova E.P. Gas of wormholes as a model for dark energy. // Gravitation and Cosmology. 2013. Vol. 9, Issue 2. P. 101-105 (0,7 п.л.).

9. Кириллов А.А., Савелова Е.П. О возможности генерации искусственной квантовой кротовой норы. // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т 4, № 9-10. С. 932-936 (0,6/0,3 п.л.).

10. Kirillov A.A., Savelova E.P. On the possible dynamical realization of the Pauli-Villars regularization. // Physics of Atomic Nuclei. 2015. Vol. 78, Issue 9. P. 1069-1073 (0,6/0,3 п.л.).

11. Savelova E.P. Gas of wormholes in Euclidean quantum field theory. // Gravitation and Cosmology. 2015. Vol. 21, Issue 1. P. 48-56 (1,2 п.л.).

12. Kirillov A.A., Savelova E.P. Effective action for a free scalar field in the presence of spacetime foam. // General Relativity and Gravitation. 2015. Vol. 47, Issue 9. P. 97 (0,95 /0,45 п.л.).

13. Кириллов А.А., Савелова Е.П. Темная материя как эффект фрактальности топологической структуры пространства. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 6. С. 110-121 (0,75/0,4 п.л.).

14. Кириллов А.А., Савелова Е.П. Об искажении спектра реликтового излучения при рассеянии на кротовых норах. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 5. С. 96-104 (0,5/0,25 п.л.).

15. Kirillov A.A., Savelova E.P. Cosmological wormholes. // International Journal of Modern Physics D. 2016. Vol. 25, Issue 6. P. 1650075 (0,9/0,45 п.л.).

16. Savelova E.P. On possible original of an anisotropy in the speed of light in vacuum. // General Relativity and Gravitation. 2016. Vol. 48. Issue 7. P. 85 (0,95 п.л.).

17. Kirillov A.A., Savelova E.P. Modification of gravity by a spherically symmetric wormhole. // International Journal of Modern Physics D. 2017. Vol. 26, Issue 13. P. 1750145 (0,75/0,4 п.л.).

18. Kirillov A.A., Savelova E.P. Effects of Scattering of Radiation on Wormholes. // Universe. 2018, Vol. 4, Issue 2. P. 35 (2,4/1,2 п.л.).

19. Kirillov A.A., Savelova E.P. On scattering of CMB radiation on wormholes: Kinematic SZ-effect. // Proceedings of the MG 14 Meeting on the General Relativity University of Rome "La Sapienza", Italy, 12 - 18 July 2015. Eds. M. Bianchi, R.T. Jantzen, R. Ruffini, WSP, Singapore, 2017. P. 2167-2172 (0,4/0,2 п.л.).

20. Kirillov A.A., Savelova E.P. Origin of the logarithmic correction to the Newton's law in the presence of a homogeneous gas of wormholes. // Proceedings of the MG 14 Meeting on the General Relativity University of Rome "La Sapienza", Italy, 12 - 18 July 2015. Eds. M. Bianchi, R.T. Jantzen, R. Ruffini, WSP, Singapore, 2017. P. 1481-1486 (0,4/0,2 п.л.).

Савелова Елена Павловна

“Физические эффекты в газе кротовых нор”

Рассмотрена модель пространства в виде газа кротовых нор. Показано, что такая модель дает топологическое смещение интенсивности источников, что можно интерпретировать как наличие Темной Материи. Рассмотрены особенности распространения космических лучей во Вселенной с пено-подобной структурой на основе газа кротовых нор. Рассмотрен вопрос о поведении возмущений плотности в газе кротовых нор. Показано, что кротовые норы воспроизводят результаты ΛCDM моделей и решают проблему каспов в центрах галактик. Показано, что кротовые нору формируют диффузное гало вокруг каждого дискретного космического источника, а рассеяние на одиночной кротовой норе формирует специфическую интерференционную картину. Показано, что газ виртуальных кротовых нор формирует конечное значение космологической постоянной. Явным образом показано, что реальные кротовые норы можно моделировать когерентным набором виртуальных кротовых нор. Получены оценки параметров газа кротовых нор во Вселенной.

Savelova Elena

“Physical effects in a gas of wormholes”

The model of space in the form of a gas of wormholes is considered. The model is shown to provide the topological bias of sources. The bias can be interpreted as the presence of Dark Matter. Peculiarities of the cosmic ray propagation through the foam-like structure of the Universe, modeled by the gas of wormholes, is considered. The problem of the behavior of density perturbations in a gas of wormholes is considered. It is shown that wormholes reproduce results of ΛCDM models and solve the problem of cusps in centers of galaxies. It is shown that wormholes form a diffuse halo around any discrete cosmic source, while the scattering on a single wormhole forms a specific interference picture. It is shown that a gas of virtual wormholes forms a finite value of the cosmological constant. It is explicitly shown that actual wormholes can be modeled with a coherent set of virtual wormholes. Estimates for basic parameters of a gas of wormholes in the Universe are also obtained.