

На правах рукописи

Молотков

Молотков Вячеслав Иванович

**СОЛИТОНЫ В СПИНОРНОЙ МОДЕЛИ
СКИРМА - ФАДДЕЕВА**

Специальность 01.04.02 —
«Теоретическая физика»

25 ОКТ 2016

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук



Москва — 2016

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и механики факультета физико-математических и естественных наук федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН).

Научный руководитель: д. ф.-м. н., проф.
Рыбаков Юрий Петрович

Официальные оппоненты: **Кечкин Олег Вячеславович**,
д. ф.-м. н., проф.,
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ,
старший научный сотрудник

Саха Биджан,
д. ф.-м. н.,
Объединенный институт ядерных исследований,
ведущий научный сотрудник

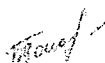
Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук

Защита состоится 8 декабря 2016 г. в 15-30 на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 на базе Российского университета дружбы народов по адресу: 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д.3, ауд. № 110.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6 или на официальном сайте диссертационных советов РУДН по адресу: <http://dissovet.rudn.ru>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2016 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.203.34, канд. физ.-мат. наук



Попова Вера Анатольевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В современной физике элементарных частиц при описании структуры частиц господствуют составные модели, в которых частицы конструируются из бесструктурных объектов (кварков, глюонов). Существенным недостатком таких моделей является предположение о бесструктурности исходных элементов частиц, что приводит к появлению расходимостей, уменьшающих предсказательную силу теории.

В связи с этим особое значение приобретают попытки описать структуру частиц вне рамок составных моделей. Одним из направлений такого рода является физика солитонов, в которой частицы описываются регулярными решениями некоторых нелинейных уравнений.

Среди моделей такого рода хорошо известны модель Скирма в ядерной физике и модель Фаддеева в физике лептонов, которые рассматривают для описания структуры частиц топологические солитоны, т.е. полевые конфигурации, наделенные специальными топологическими зарядами (инвариантами). В модели Скирма таким зарядом является степень отображения $Q = \text{deg}(S^3 \rightarrow S^2)$, интерпретируемая как барионное число, служащее генератором гомотопической группы $\pi_3(S^3) = \mathbb{Z}$. Аналогично в модели Фаддеева в качестве топологического инварианта используется индекс Хопфа Q_H , который является генератором гомотопической группы $\pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ и интерпретируется как лептонное число.

Целью данной диссертации является попытка объединенного описания лептонов и барионов в рамках нелинейной спинорной теории. При этом ставится задача реализации гомотопических групп $\pi_3(S^3)$ и $\pi_3(S^2)$, соответствующих описанию барионного и лептонного секторов.

В работе получены следующие **основные результаты, выносимые на защиту:**

1. При использовании тождества Бриоски в 8-спинорной модели найдено несколько возможных групп симметрий, характеризующих объединенную модель.
2. С помощью найденных групп симметрий построены S^2 и S^3 многообразия, которые могут служить для описания лептонов и барионов.

3. Найдено состояние, общее для барионного и лептонного секторов, которое может служить вакуумом.
4. Как для лептонного, так и для барионного секторов выписана σ -модельная часть функции Лагранжа и найден вид оператора электрического заряда Γ_e . Для системы уравнений Лагранжа - Эйлера в сферических координатах получено решение, справедливое на малых расстояниях.

Научная новизна. При построении модельного описания элементарных частиц, относящихся к классу барионов и лептонов, возникла необходимость отыскания S^2 и S^3 многообразий с общей компонентой, играющей роль вакуума. В работе впервые в рамках 8-спинорной модели элементарных частиц были найдены S^2 и S^3 многообразия, пригодные для описания лептонов и барионов. В рамках этой теории впервые был построен вакуум и найден вид генератора электрического заряда Γ_e . Исследована σ -модельная часть функции Лагранжа. Впервые получено решение системы уравнений Лагранжа - Эйлера, справедливое на малых расстояниях.

Методы исследования. Аналитические методы, использованные в диссертации, связаны с теорией групп и с решением системы дифференциальных уравнений Лагранжа - Эйлера.

В первой главе для описания элементарных частиц с помощью солитонов приходится использовать методы дифференциальной топологии и, в частности, язык топологических инвариантов и аппарат теории гомотопических групп.

Во второй главе с помощью теории групп были найдены S^2 и S^3 многообразия.

В третьей главе строится приближенное решение системы уравнений Лагранжа - Эйлера. Это система весьма сложна. Даже в простейшем аксиально-симметричном случае приходится решать систему четырех уравнений с переменными коэффициентами, зависящими как от радиальной, так и от угловой переменной. Применяется метод разделения переменных. Для части уравнений получены точные решения, выраженные через стандартные специальные функции, для других построены приближенные решения. В итоге, благодаря использованию водородоподобной подстановки получено

приближенное решение, относящееся к σ -модельной части функции Лагранжа.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью примененных математических методов. Работа опирается на результаты из теории групп и методы решения систем дифференциальных уравнений.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих научных конференциях:

- International Student Conference “Science and Progress” (Petergof, 14-18 november, 2011).
- 54-й научная конференция (Долгопрудный, МФТИ, 10-30 ноября 2011).
- 11-я Курчатовская молодёжная научная школа (Москва, НИЦ “Курчатовский институт”, 12-15 ноября 2013).
- Конференция-конкурс молодых физиков (Москва, Физический институт им. П.Н. Лебедева, 3 февраля 2014).
- V Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектронники (Москва, РУДН, 13-16 мая 2014).
- Конференция-конкурс молодых физиков. (Москва, Физический институт им. П.Н. Лебедева, 2 марта 2015)
- VI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектронники (Москва, РУДН, 12-15 мая 2015).
- Third International Conference “Modeling of Non-Linear Processes and Systems” (Moscow, Moscow State University of Technology “STANKIN”, 22-26 June 2015).
- Конференция-конкурс молодых физиков (Москва, Физический институт им. П.Н. Лебедева, 2 марта 2016).
- VII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектронники (Москва, РУДН, 17-19 мая 2016).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 печатных изданиях [1-9], 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1-5], 4 – в других печатных изданиях [6-9].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и одного приложения.

Полный объём диссертации составляет 68 страниц с 3 рисунками. Список литературы содержит 41 наименование.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы её цель, задачи и положения, выносимые на защиту. Кратко изложена структура и содержание работы, даётся характеристика научной новизны.

Глава 1. 'Особенности описания солитонных решений в нелинейных спинорных моделях' посвящена обзору предшествующих работ и описанию концепции Эйнштейна, отождествляющей элементарные частицы с солитонами в трехмерном пространстве.

В п. 1.1 показано, что по своим свойствам солитоны во многом напоминают частицы. Численные эксперименты показали, что при столкновениях солитоны могут взаимодействовать упруго и неупруго, образовывать связанные состояния (резонансы), излучать избыточную энергию в виде волн малой амплитуды. На основе солитонной концепции в рамках модели Скирма удастся правдоподобно воспроизводить спектр масс барионов, давая топологическую интерпретацию барионного числа.

Далее, в п. 1.2 описываются предшествующие киральные модели - модель Скирма [10, 11] и модель Фаддеева [12, 13]. В модели Скирма, описывающей внутреннюю структуру барионов и легких ядер, в качестве топологического заряда $Q = \text{deg}(S^3 \rightarrow S^3)$ используется барионное число B . Оно служит генератором гомотопической группы $\pi_3(S^3) = \mathbb{Z}$. Аналогично в модели Фаддеева для описания лептонов используется индекс Хопфа Q_H , который служит генератором гомотопической группы $\pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ и интерпретируется как лептонное число.

В п. 1.3 для объединения моделей Скирма и Фаддеева вводится 8-спинорное поле [14] и на его основе записывается тождество Бриоски [15, 16]. В 8-спинорной модели получен явный вид для квадратичных спинорных величин, входящих в это тождество, что существенно для дальнейших вычислений.

В п. 1.4 подведены итоги исследований в данной главе.

Глава 2. 'Разыскание симметрий, отвечающих различным гомотопическим группам (лептонная и барионная фазы)'. В этой главе рассматриваются различные варианты S^2 и S^3 многообразий, из которых в дальнейшем выбирается та пара многообразий, которая имеет общую компоненту. Это соответствует описанию лептонов и барионов с общим вакуумом.

В п. 2.1 описаны основные этапы исследований в данной главе.

В п. 2.2 осуществляется поиск групп симметрий, соответствующих двум секторам с нетривиальным топологическим зарядом. Первый сектор соответствует гомотопической группе $\pi_3(S^3) = \mathbb{Z}$ (модель Скирма), а второй - $\pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ (модель Фаддеева).

В п. 2.3 для объединения двух секторов ищется вакуумное состояние, которое сохраняет лишь по одной компоненте как в барионном, так и в лептонном секторах. В качестве такой компоненты используется скалярная билинейная величина из тождества Бриоски.

В п. 2.4 дано описание индекса Хопфа Q_H , топологического заряда в модели Фаддеева. Лептонный заряд вычисляется с помощью интеграла Уайтхеда. Явный вид индекса Хопфа можно получить двумя способами: из известного интеграла зацеплений Гаусса или с помощью обратного отображения Хопфа $S^3 \rightarrow S^2$.

В п. 2.5 подведены итоги исследований в данной главе.

Глава 3. 'Структура генератора электрического заряда и лагранжиана в спинорной модели Скирма - Фаддеева' является центральной и посвящена получению явного вида лагранжевой плотности и электрического зарядового оператора Γ_e для найденных секторов.

В п. 3.1 перечислены основные этапы исследований в главе.

В п. 3.2 записывается явный вид компонент 4-тока для 8-спинора. Сохраняется лишь нулевая компонента тока, она является универсальной в барионном и лептонном секторах.

В п. 3.3, используя предположение о безмассовости фотона, определяется структура зарядового оператора Γ_e .

В п. 3.4 и п. 3.5 рассматривается конкретный вид лагранжиана для 8-спинорной модели и используется аналогия с моделями Скирма и Фаддеева. Выписывается σ -модельный член $\overline{D}_\mu \psi \gamma^\alpha j_\alpha D^\mu \psi$, устанавливается, что он

оказывается универсальным, т.е. одинаковым для барионного и лептонного секторов. Также показывается, что в вакуумном состоянии σ -модельный член лагранжиановой плотности тождественно равен нулю.

В п. 3.6 и п. 3.7 выписывается уравнение Лагранжа - Эйлера для σ -модельного члена в сферических координатах. Для упрощения уравнения рассматривается аксиально-симметричное поле, инвариантное относительно поворотов по азимутальному углу ω . В данном случае рассматривается группа инвариантности, включающая комбинированные пространственные S и изотопические I повороты вокруг третьей оси. Действие генератора этой группы инвариантности приводит к уравнению для нахождения компонент 8-спинора. Решая это уравнение, находим 8-спиноры для лептонного и барионного секторов в аксиально-симметричном случае. Подставив выражения для лептонного 8-спинора и зарядового оператора Γ_e , получаем систему уравнений Эйлера - Лагранжа для лептонного сектора. Рассуждения для барионного сектора аналогичны.

В п. 3.8 предполагается, что можно отделить угловые координаты в системе уравнений Эйлера - Лагранжа. Это предположение подсказано аналогией с теоремой Коулмена-Пале. Далее, разделив переменные в первом уравнении, переходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Используя подстановку $\zeta = \cos \beta$, преобразуем одно из получившихся уравнений к стандартному уравнению Лежандра, что позволяет записать его решение в виде комбинации двух независимых решений. Предположение о том, что на малых расстояниях функция тока $j(r)$ не зависит от радиуса, позволяет решить и второе уравнение. Таким образом, используя водородоподобную подстановку, было получено решение на малых расстояниях в предположении что ток j на таких расстояниях не зависит от радиуса r .

В п. 3.9 подведены итоги исследований в данной главе.

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Исследована 8-спинорная нелинейная полевая модель. Получен явный вид для квадратичных спинорных величин, входящих в тождество Бриоски.
2. В этой модели найдены S^2 и S^3 многообразия, которые могут служить для описания лептонов и барионов.

3. Найдено состояние с общей компонентой для барионного и лептонного секторов, которое может служить вакуумом.
4. Найден вид зарядового оператора G_c .
5. Выписан σ -модельный член функции Лагранжа, для которого получена система уравнений Лагранжа - Эйлера в сферических координатах. Используя водородоподобную подстановку, найдено решение на малых расстояниях в предположении, что ток j на этих расстояниях не зависит от радиуса r .

В приложении А приводятся примеры найденных симметрий S^2 и S^3 .

Публикации из списка, рекомендованного ВАК РФ:

1. V.I. Molotkov. Description of Lepton and Baryon Phases in Skyrme-Faddeev Spinor Model // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series Mathematics. Information Sciences. Physics. (Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика») — 2015. — no. 2. — Pp. 73-77.
2. V.I. Molotkov. Lagrangian Density of Lepton and Baryon Phases in Nonlinear 8-Spinor Model // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series Mathematics. Information Sciences. Physics. (Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика») — 2016. — no. 1. — Pp. 86-90.
3. В.И. Молотков. Структура нелинейной спинорной модели элементарных частиц // Физическое образование в вузах. Труды конференции-конкурса молодых физиков. — 2014. — Т. 20, № 1С. — С. 10.
4. В.И. Молотков, Ю.П. Рыбаков. Описание барионного и лептонного секторов в 8-спинорной модели элементарных частиц // Физическое образование в вузах. Труды конференции-конкурса молодых физиков. — 2015. — Т. 21, № 1С. — С. 34.
5. В.И. Молотков. Описание барионного и лептонного секторов в 8-спинорной модели // Физическое образование в вузах. Труды конференции-конкурса молодых физиков. — 2016. — Т. 22, № 1С. — С. 16-18.

Дополнительные публикации:

6. V.I. Molotkov. The effective 8-spinor model of elementary particles // Conference abstracts of International Student Conference "Science and Progress". — St. Petersburg – Peterhof: 2011. — P. 202.
7. В.И. Молотков. Эффективная восьмиспинорная модель элементарных частиц // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». Общая и прикладная физика. — М.: МФТИ, 2011. — С. 117.
8. В.И. Молотков. Формализация лептонного сектора в модели Скирма-Фаддеева // I Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектронники: тезисы докладов. — 2014. — С. 102–106.
9. В.И. Молотков. Описание барионного и лептонного секторов в модели Скирма-Фаддеева // II Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектронники: тезисы докладов. — 2015. — С. 118–119.

Цитируемая литература:

10. T.H.R. Skyrme. A Non-Linear Field Theory // Proc. Roy. Soc. Ser. A vol. 260. — 1961. — Pp. 127–138.
11. T.H.R. Skyrme. A Unified Field Theory of Mesons and Baryons // Nucl. Phys. — 1962. — Vol. 31, no. 4. — Pp. 556–569.
12. L.D. Faddeev. Einstein and Several Contemporary Tendencies in the Theory of Elementary Particles // In: Relativity, Quanta, and Cosmology in the Development of Scientific Thought of Albert Einstein. Ed. F. de Finis. N. Y., S. Fr., Lond. Johnson Repr. Corp. — 1979. — Vol. I. — Pp. 247–266.
13. L.D. Faddeev. Gauge-Invariant Model of Electromagnetic and Weak Interactions of Leptons // Reports of Ac. of Sc. USSR. — 1973. — Vol. 210, no. 4. — Pp. 807–810.
14. G. Mie. Die Geometrie der Spinoren // Ann. der Physik. — 1933. — no. 17. — P. 465.

15. Э. Картап. Теория спиноров. — М.: Платон, 1997.
16. Yu.P. Rybakov. Structure of topological solitons in nonlinear spinor model // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2015. — Vol. 12. — Pp. 420–422.

Подписано в печать: 06.10.2016

Заказ № 11585 Тираж - 100 экз.

Печать трафаретная.

Типография «11-й ФОРМАТ»

ИНН 7726330900

115230, Москва, Варшавское ш., 36

(977) 518-13-77 (499) 788-78-56

www.autoreferat.ru

11

Вячеслав Иванович Молотков (Россия)

Солитоны в спинорной модели Скирма-Фаддеева

Для объединения моделей Скирма и Фаддеева, описывающих соответственно барионы и лептоны как топологические солитоны, предлагается использовать 8-спинорное поле. Использование специального 8-спинорного тождества Бриоски позволяет рассматривать лептоны и барионы как состояния, принадлежащие к секторам в общей спинорной модели. В 8-спинорном пространстве построены группы симметрий, порождающие S^2 - и S^3 - подмногообразия в S^8 -многообразии. Для этих подмногообразий найдено единое вакуумное состояние. В результате получается 8-спинорная модель, единым образом описывающая барионы и лептоны. Для этой модели найден вид зарядового оператора Γ_e и выписан σ -модельный член функции Лагранжа, для которого получена система уравнений Лагранжа - Эйлера в сферических координатах. Используя водородоподобную подстановку, найдено решение уравнений Лагранжа - Эйлера на малых расстояниях в предположении, что плотность тока j на этих расстояниях не зависит от радиуса r .

Viacheslav Ivanovich Molotkov (Russia)

Solitons in Skyrme-Faddeev Spinor Model

The 8-spinor field is suggested to unify Skyrme and Faddeev models describing baryons and leptons as topological solitons. The special 8-spinor Brioschi identity is used to consider leptons and baryons as states in two sectors of the effective spinor field model. In this 8-spinor model we find the symmetry groups, which generate S^2 - and S^3 - submanifolds in the general S^8 -manifold. As a result we have the homotopy groups $\pi_3(S^2)$ and $\pi_3(S^3)$, which classify lepton and baryon phases. To unify these two sectors, we find a common vacuum state. Finally, we obtain the resulting 8-spinor model giving unifying description of baryons and leptons. In this model, the charge generator Γ_e is found and the σ -model part of the Lagrange function is investigated. For this part the system of the Lagrange - Euler equations in spherical coordinates is studied. Using the hydrogen-line substitution we can find the solution of the problem at small distances, the current j being assumed constant in this domain.