

*На правах рукописи*

**МОКРОВ ЕВГЕНИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ**

**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ДОСТУПА СО  
СЛУЧАЙНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ К РЕСУРСАМ  
БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ**

05.13.17 – теоретические основы информатики

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Самуйлов Константин Евгеньевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры теории вероятности и математической  
статистики Томского государственного университета  
(ТГУ)

**Моисеева Светлана Петровна**

кандидат технических наук, доцент кафедры сетей  
связи и систем коммутации Московского технического  
университета связи и информатики (МТУСИ)

**Степанов Михаил Сергеевич**

Ведущая организация: Федеральный исследовательский центр "Информатика  
и управление" Российской академии наук (ФИЦ ИУ  
РАН)

Защита диссертации состоится «23» ноября 2018 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.28 на базе Российского университета дружбы народов по адресу: Москва, ул. Орджоникидзе, дом 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, дом 6 (отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу) или на официальном сайте диссоветов РУДН по адресу: <http://dissovet.rudn.ru/>

Автореферат разослан « \_\_ » сентября 2018 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

С.А. Васильев

## Общая характеристика работы

**Актуальность проблемы.** В настоящее время продолжается активное распространение телекоммуникационных беспроводных сетей связи последующих поколений на базе технологии LTE (Long Term Evolution), поддерживающей высокие скорости передачи данных, что позволяет предоставлять широкий спектр мультимедийных услуг пользователям. Стремительный рост числа пользователей мобильной связи, а также числа интеллектуальных устройств (сенсоры применяемые в логистике, измерительные приборы для «умных» заданий, датчики для умного сельского хозяйства, фитнес-браслеты, медицинские сенсоры удаленного контроля самочувствия, датчики управления дорожным движением и безопасностью транспорта), способных подключаться к сети без участия человека, равно как и развитие концепции прямого взаимодействия устройств D2D (device-to-device), увеличение спроса на высокоскоростные услуги, такие как, например, видео с высоким качеством разрешения, приводят к экспоненциальному росту трафика, передаваемого по сетям мобильной связи.

Согласно прогнозам компании Cisco Systems, в ближайшем будущем объем трафика, передаваемого в мобильных сетях, будет составлять около 25 экзбайт ( $10^{18}$ ) в месяц. Эти данные подтверждаются прогнозами других компаний. Также наблюдается ужесточение требований пользователей к качеству предоставляемых услуг. В связи с этими тенденциями, а также с ограниченностью используемого частотного спектра, можно сделать вывод, что в эксплуатируемых на настоящий момент сетях четвертого поколения (4th Generation, 4G) в ближайшее время обозначится проблема нехватки их пропускной способности. Существует несколько вариантов решения проблемы, например, уплотнение и перераспределение спектра таким образом, чтобы мобильным операторам была доступна большая полоса частот, или расширение используемого спектра частот за счет привлечения не используемых ранее диапазонов длин волн, в том числе миллиметрового диапазона, где одним решением является использование системы совместного лицензируемого спектра (LSA, licensed shared access). Эта система предполагает совместное использование спектра несколькими участниками и позволяющей оператору беспроводной сети брать в аренду частотно-временные ресурсы у их владельца, например, государства или другого оператора, на оговоренный определенный срок. Между владельцем и арендатором заключается соглашение, в рамках которого арендатор должен использовать ресурсы, не ухудшая показатели качества обслуживания владельца. Это приводит к тому, что арендуемые на время ресурсы в случае необходимости должны быть немедленно возвращены владельцу, вызывая прерывание обслуживания пользователей, использующих эти ресурсы для передачи данных. В отличие от

задействования миллиметрового диапазона волн, данная система предполагает более плотное задействование частот, чем похоже на решение, связанное с перераспределением спектра. Однако, в отличие от перераспределения, концентрирующегося только на частотной составляющей, LSA рассматривает доступ к спектру как функцию от трех параметров – местоположения, частоты и времени. Таким образом, система позволяет задействовать частоты эффективнее, чем первый метод. Более подробно архитектура LSA приведена в первой главе данной работы.

Так как в LSA взаимодействуют две стороны, владелец и арендатор, то для каждой из сторон качество предоставления услуг определяют разные характеристики. С точки зрения оператора наибольший интерес представляет анализ показателей прерывания обслуживания в связи с изъятием LSA полосы, в то время как с точки зрения владельца основной интерес представляют уровень интерференции, получаемой им со стороны оператора, и отношение сигнал/интерференция на приемнике владельца.

Поскольку в существующих спецификациях не прописаны четкие алгоритмы использования временных ресурсов, возникает необходимость разработки моделей для анализа временного выделения ресурсов в виде схем доступа с прерыванием обслуживания для определения влияния ненадежности частотной полосы LSA на качество обслуживания на стороне оператора.

Ввиду изложенного актуальной является задача построения и анализа вероятностных моделей системы доступа со случайными требованиями к ресурсам беспроводной сети.

При анализе исследуемых в диссертационной работе показателей эффективности системы совместного лицензированного доступа, в беспроводной сети применяются и могут быть применены различные математические модели и методы, в том числе системы массового обслуживания (СМО) с ненадежными приборами и очередью, СМО с ограниченными ресурсами и модели стохастической геометрии. При анализе характеристик таких моделей используются теория вероятностей, теория случайных процессов и математическая теория телетрафика. Существенный вклад в исследования внесли Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, В.М. Вишнеvский, Ю.В. Гайдамака, Б.В. Гнеденко, Л. Клейнрок, Г.П. Климов, А.Е. Кучеряvый, С.П. Моисеева, А.А. Назаров, В.А. Наумов, А.В. Печинкин, А.П. Пшеничников, О.Н. Ромашкова, К.Е. Самуйлов, С.Н. Степанов, О.М. Тихоненко, И.И. Цитович, С.Я. Шоргин, А.Н. Dudin, V.B. Iversen, F.P. Kelly, L. Kleinrock, M.F. Neuts, M. Pagano, K.W. Ross, и др.

Имитационное моделирование и измерения в рамках диссертационного исследования проводились известными специалистами в области сетей 5G, такими как С.Д. Андреев, Е.А. Кучеряvый, А. Пяттаев, J.Gosek, P.Masek.

**Целью диссертационной работы** является построение и анализ модели системы массового обслуживания с ненадежным ресурсом, заявками с случайными требованиями к объему занимаемого ими ресурса и двумя алгоритмами потери заявки из-за нехватки ресурса, а также построение геометрической модели совместного доступа к ресурсам в условиях интерференции, создаваемой пользователями беспроводной сети на движущийся приемник, и анализ показателей эффективности системы – отношения сигнал/интерференция и скорости передачи данных пользователя.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Показатели эффективности системы совместного лицензированного доступа в беспроводных сетях 4-го и 5-го поколений могут быть исследованы с помощью многолинейной системы массового обслуживания (СМО) ограниченной емкости с ненадежным ресурсом и заявками со случайными требованиями к объему занимаемого ими ресурса.
2. Анализ экспоненциальной СМО с ненадежным ресурсом и пуассоновским входящим потоком может быть проведен матричными методами в случае дискретной функции распределения (ФР) требований заявки к объему ресурса.
3. Анализ показателей эффективности системы совместного лицензированного доступа в условиях движения приемника может быть проведен с помощью аналитической геометрической модели, задаваемой уравнения движения приемника.

**Научная новизна** исследований, представленных в диссертационной работе, заключается в следующем.

1. Построена модель беспроводной сети, использующей систему совместного лицензированного доступа в виде многолинейной СМО с ограниченным ресурсом и заявками с случайными требованиями к объему занимаемого ими ресурса, которая в отличие от известных ранее моделей учитывает ненадежность ресурса, заключающуюся в отключении его части в случайные моменты времени на период случайной длительности.
2. Предложены два алгоритма сброса заявок в моменты отключения части ресурса (сброс последней поступившей заявки и сброс заявки максимального объема), получены формулы для вероятности успешной эвакуации заявки, вероятности прерывания обслуживания заявки и вероятности блокировки заявки для алгоритма сброса последней поступившей заявки.
3. Построена геометрическая модель совместного доступа к ресурсам, которая в отличие от известных учитывает подвижность приемника в условиях интерференции, создаваемой пользователями беспроводной сети.

**Методы исследования.** В диссертационной работе применяются методы теории вероятностей, теории марковских случайных процессов, теории массового обслуживания и математической теории телетрафика.

**Обоснованность и достоверность результатов,** полученных в диссертации, следует из применяемых строгих математических методов теории вероятностей, теории марковских случайных процессов, теории массового обслуживания и математической теории телетрафика. Обоснование полученных результатов проведено с помощью численного и практического экспериментов на примере близких к реальным исходных данных. Полученные на основе аналитической модели результаты соответствуют результатам имитационного моделирования и практического эксперимента.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Разработанная модель и полученные в диссертационной работе формулы для вычисления вероятностных характеристик СМО предназначены для расчета показателей эффективности беспроводных сетях связи 4-го и 5-го поколений и могут быть применены проектными организациями и операторами сетей связи при планировании ресурсов для обеспечения необходимого качества обслуживания пользователей.

Результаты работы использованы в исследованиях по грантам РФФИ № 18-37-00231 «Разработка моделей и алгоритмов для анализа схем совместного использования радиочастот в беспроводных мультисервисных сетях с произвольным расположением устройств в пространстве», № 18-00-01555 «Комплекс моделей и алгоритмов распределения ресурсов гетерогенной беспроводной сети с подвижными объектами в решении задач цифровизации экономики умного города», № 16-37-00421 «Разработка комплекса марковских моделей для анализа показателей эффективности схем доступа в беспроводных мультисервисных сетях с приоритетным обслуживанием», № 15-07-03608 «Разработка методов решения задач управления доступом в широкополосных беспроводных инфокоммуникационных сетях на основе нелинейного анализа и математической теории телетрафика».

**Реализация результатов работы.** Результаты диссертации использовались в научно-исследовательских работах, проводимых в РУДН, Технологическом университете города Брно (Чехия) и Технологическом университете города Тампере (Финляндия).

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались на научных конференциях и семинарах: XXXI конференция «European Conference on Modelling and Simulation» (Будапешт, Венгрия, 2017); VII международный конгресс «International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems» (Брно, Чехия, 2015); XXXV конференция «IEEE Global Communications Conference»

(Вашингтон, США, 2016); VII всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (Москва, 2017); XI международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ-образование» (Москва, 2016); X международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества» (Москва, 2016); II молодежная научная конференция «Задачи современной информатики» (Москва, 2015); IX международный семинар «Applied Problems in Theory of Probabilities and Mathematical Statistics related to modeling of information systems» (Тампере, Финляндия, 2015).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 13 печатных изданиях, из которых издания [4;7;9;12] рекомендованы ВАК РФ, а издания [1, 2, 3, 4, 5, 10, 13] входят в базу данных SCOPUS. Получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

В работах, выполненных в соавторстве, соискателю принадлежит: в [1, 11] – метод заполнения инфинитезимальной матрицы, первая формула эвакуации и проведение анализа вероятностных характеристик модели; в [2] – реализация алгоритма снижения мощности, проведение измерений и обработка результатов, в [3, 7, 9, 10] – математическая модель соты беспроводной сети, использующей технологию LSA, метод анализа показателей эффективности; в [4, 6] – формализация лексикографического порядка; в [5] – формулы для блоков инфинитезимальной матрицы; в [8] – построение математической модели доступа оператора к полосе совместного использования, формулировка и целевая функция полезности для задачи поиска оптимального размера диапазона зарезервированных радиоресурсов; в [11, 13] – математическая модель системы облачных вычислений в виде СМО, формализация лексикографического порядка, метод анализа ВВХ модели; в [12] – математическая модель системы совместного лицензированного доступа в виде ресурсной СМО, формализация лексикографического порядка, метод анализа ВВХ модели, вывод системы уравнений равновесия (СУР) для непрерывной и дискретной модели. Все выносимые на защиту результаты получены автором лично.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии из 166 наименований. Диссертация изложена на 104 страницах текста, содержит 26 рисунков.

### **Содержание работы**

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследований, представлены основные результаты диссертации, дана

характеристика результатов по главам, изложена их научная новизна и практическая ценность.

В главе 1 описывается общая архитектура системы LSA, а также приводится обзор работ, посвященных исследованию принципов функционирования данной системы и методы ее анализа.

В разделе 1.1 подробно изложена архитектура системы LSA, а также ограничения, испытываемые сторонами, использующим данную систему. В разделе также изложены особенности построения геометрической модели главы 3 для анализа отношения сигнал/интерференция.

Раздел 1.2 посвящен особенностям построения вероятностной модели системы совместного доступа в виде многолинейной СМО. В частности, приведен метод введения лексикографического порядка для пространства состояний МП с несколькими компонентами. Для этого в разделе предложен подобный метод, примененный для системы облачных вычислений с  $K$  поставщиками услуг, каждый из которых имеет  $R_k$  ресурсов. Запрос, посылаемый пользователем в такую систему, разбивается на некоторое число подзапросов, согласно числу поставщиков услуг облачных вычислений. По окончании обработки подзапроса  $k$ -й поставщик отправляет клиенту результат. После получения результатов обработки всех подзапросов считается, что пользователь получил ответ (отклик) на свой запрос. Для данной системы вводится МП. Ввиду того, что состояния введенного МП представляют собой вектора размерности  $K$ , для более удобной их нумерации введен лексикографический порядок, используя который можно записать инфинитезимальную матрицу в блочном трехдиагональном виде со смещенной верхней диагональю. Аналогичным образом лексикографический порядок вводится для представленной в главе 2 системы, описывающей функционирование системы совместного доступа.

В разделе 1.3 проведен краткий обзор работ, посвященных исследованию системы совместного доступа, показано, что в большей части работ заявка всегда требует один и тот же объем ресурса. Также подробно рассмотрена работа, в которой система совместного доступа была представлена в виде СМО с двумя пулами приборов, соответствующих надежной полосе из  $C_1$  приборов и ненадежной из  $C_2$  приборов, а также с очередью размера  $r$ , в которую поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Каждая заявка занимает один обслуживающий прибор. При этом, в случае наличия в системе свободных приборов в обоих пулах, первыми занимают надежные приборы. Предполагается, что находящиеся на ненадежных приборах заявки сохраняют за собой место в очереди. Ненадежные приборы отказывают с интенсивностью  $\alpha$ , а затем восстанавливаются с интенсивностью  $\beta$ . Время безотказной работы и время восстановления распределены по экспоненциальному закону.



Обслуживание имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$ . Если в момент поступления заявки в системе нет свободных приборов, то заявка помещается в очередь, если очередь полна, заявка теряется. Если ненадежные приборы отказывают, то обслуживающиеся на них заявки немедленно занимают свободные надежные приборы и на них дообслуживаются. В случае отсутствия свободных мест на надежных приборах заявки переходят в очередь для ожидания. После восстановления ненадежных приборов, либо появления свободных мест на надежных приборах прерванные заявки продолжают обслуживаться с того места, на котором были прерваны.

При разработке разделов 1.1 – 1.3 использовались публикации [1, 11, 13] с участием автора.

В **главе 2** строится математическая модель системы совместного доступа со случайными требованиями к ненадежному ресурсу в виде СМО и приводятся формулы для расчета показателей эффективности такой системы.

В **разделе 2.1** задается функционирование системы в виде СМО без очереди, в которой имеется  $C$  приборов и ресурс объёма  $R_1$ . На систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Обслуживание заявок происходит по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ , причем каждая принятая в систему заявка занимает один прибор и ресурс случайного объёма, случайная величина (с.в.) которого распределена в соответствии с ФР  $F(x)$ , причем  $F(x) = 0, x < 0$ . В зависимости от того, является данная ФР дискретной или непрерывной, будем называть рассматриваемую СМО соответственно СМО с дискретным или СМО с непрерывным ресурсом. Ресурс может находиться в одном из  $s \in \{0,1\}$  состояний, переход между которыми происходит в случайные моменты времени, распределенные согласно экспоненциальному закону. С интенсивностью  $\alpha$  осуществляется переход из состояния  $s = 1$  в состояние  $s = 0$  и с интенсивностью  $\beta$  переход из состояния  $s = 0$  в состояние  $s = 1$ . В нормальных условиях функционирования системы ( $s = 1$ ) заявкам доступен ресурс объёма  $R_1$ , а при отказе ( $s = 0$ ) его объем уменьшается до величины  $R_0 \leq R_1$ .

Если для обслуживания вновь поступившей заявки в системе нет свободных приборов и/или отсутствует в достаточном объеме свободный ресурс, то заявка теряется.

В случае, когда в системе находится  $n$  заявок, каждая из которых занимает  $r_i$  ресурсов ( $i = 1, \dots, n$ ) и система переходит из состояния  $s = 1$  в состояние  $s = 0$ , в случае, если суммарное занятый объем ресурсов  $r. = \sum_{i=1}^n r_i > R_0$ , часть заявок теряется. Выбор потерянных заявок производится по одному из двух алгоритмов:

*Алгоритм 1 (A1). Потеря последней поступившей заявки.* Алгоритм предлагает в случае нехватки ресурса терять заявки, поступившие в систему последними. Таким

образом, будут теряться те заявки, которые провели в системе меньше всего времени, и оставаться на обслуживании те заявки, которые провели в системе больше времени. Алгоритм начинает работу при смене состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$ . Шаги алгоритма A1 приведены ниже.

*Шаг 1.* Проверить суммарный объем занятого ресурса, если  $r. \leq R_0$  закончить работу, иначе перейти к шагу 2.

*Шаг 2.* Найти заявку с минимальным временем пребывания в системе. Если таких заявок несколько, равновероятно выбрать любую из них.

*Шаг 3.* Освободить занимаемый выбранной заявкой ресурс и прибор, удалить заявку из системы, перейти к шагу 1.

*Алгоритм 2 (A2). Потеря заявки максимального объема.* Алгоритм предлагает в случае нехватки ресурса терять заявки, занимающие максимальный объем ресурса. Таким образом, алгоритм минимизирует число потерянных заявок, поскольку каждый раз при потере заявки достигается максимальный выигрыш в освобождаемом ресурсе. Алгоритм также начинает работу при смене состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$  и работает аналогично предыдущему.

*Шаг 1.* Проверить суммарный объем занятого ресурса, если  $r. \leq R_0$  закончить работу, иначе перейти к шагу 2.

*Шаг 2.* Найти заявку с максимальным объемом занимаемых ресурсов. Если таких заявок несколько, равновероятно выбрать любую из них.

*Шаг 3.* Освободить занимаемый выбранной заявкой ресурс и прибор, удалить заявку из системы, перейти к шагу 1.

В отличие от первого алгоритма, в котором порядок поступления заявок задается ее порядковым номером  $n$ , во втором алгоритме необходимо перенумеровывать заявки при каждом поступлении новой заявки, поскольку при этом будет случайно разыгрываться объем требуемого заявке ресурса.

Далее, не ограничивая общности анализа и изложения, будем рассматривать алгоритм A1 потери заявок, для чего введем случайный процесс (СП)  $X(t) = (n(t), (r_1(t), \dots, r_n(t)), s(t))$ , где  $n(t)$  – число заявок в системе,  $(r_1(t), \dots, r_n(t))$  – вектор объемов ресурсов, занимаемых заявками,  $s(t) \in \{0,1\}$  – состояние, в котором находится система в момент  $t$ . По построению процесс  $X(t)$  является марковским на пространстве состояний

$$X = \left\{ (n, (r_1, \dots, r_n), s) : 0 \leq n \leq C, s \in \{0,1\}, r. = \sum_{i=0}^n r_i \leq R_s \right\}. \quad (1)$$

Основными вероятностными характеристиками системы в случае алгоритма A1 будем считать *вероятность успешной эвакуации*

$$P := P\{X(t) = (n, (r_1, \dots, r_n), 0) | X(t - \Delta) = (n, (r_1, \dots, r_n), 1)\}, \quad (2)$$

как вероятность того, что при изъятии ресурса ни одна заявка не будет потеряна, а также *вероятность прерывания*

$$Q := P\{X(t) = (n, (r_1, \dots, r_n), 0) | X(t - \Delta) = (m, (r_1, \dots, r_m), 1), m > n\}, \quad (3)$$

как вероятность того, что при изъятии ресурса будет потеряна хотя бы одна заявка.

Утверждение 1. Вероятности блокировки, успешной эвакуации и вероятность прерывания определяются соответственно следующими формулами.

$$\begin{aligned} B = & \int_{x \leq R_1} p_C(dx_1, \dots, dx_C) + \int_{x \leq R_0} q_C(dx_1, \dots, dx_C) + \\ & + \sum_{n=0}^{C-1} \left( \int_{x \leq R_1} p_C(dx_1, \dots, dx_n)(1 - F(R_1 - r.)) + \right. \\ & \left. + \int_{x \leq R_0} q_C(dx_1, \dots, dx_n)(1 - F(R_0 - r.)) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$P = \sum_{n=0}^C \int_{x \leq R_0} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda F(R_1 - r.) + n\mu} p_n(dx_1, \dots, dx_n) \quad (5)$$

$$Q = \sum_{n=1}^C \int_{x > R_0} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda F(R_1 - r.) + n\mu} p_n(dx_1, \dots, dx_n), \quad (6)$$

где  $q_n(r_1, \dots, r_n), n = 0, \dots, C$  – стационарная вероятность того, что система находится в состоянии  $s = 0$  и в ней находится  $n$  заявок, причем  $k$ -я заявка занимает ресурс объема  $r_k, k = 1, \dots, n$ ,  $p_n(r_1, \dots, r_n)$  – стационарная вероятность того, что система находится в состоянии  $s = 1$  и в ней находится  $n$  заявок, причем  $k$ -я заявка занимает ресурс объема  $r_k, k = 1, \dots, n$ .

В случае системы с дискретным ресурсом для упрощения вычислений можно ввести другой СП  $Y(t) = (n(t), r(t), s(t))$  с пространством состояний

$$\mathcal{Y} = \{(n, r, s): 0 \leq n \leq C, s \in \{0, 1\}, r \leq R_s\}. \quad (7)$$

Этот СП фиксирует только суммарный объем занятого ресурса, а не объем, занятый каждой заявкой. В связи с этим в момент окончания обслуживания заявки, а также при потере заявки в связи с изменением состояния системы, ресурс, освобождаемый этой заявкой, будет переразыгрываться согласно формуле условной вероятности.

Утверждение 2. Система уравнений равновесия (СУР) для СП  $Y(t)$  может быть записана в следующем виде.

$$q_0(0)(\lambda F(R_1) + \beta) = \mu \sum_{j=0}^{R_0} q_1(j) +$$

$$+ \alpha \left( \sum_{i=1}^C \sum_{j=R_0+1}^{R_1} p_i(j) \sum_{k=R_0+1}^j \frac{p(k)p(j-k)^{(i-1)}}{p(j)^{(i)}} + p_0(0) \right), \quad (8)$$

$$p_0(0)(\lambda F(R_1) + \alpha) = \mu \sum_{j=0}^{R_1} p_1(j) + \beta q_0(0), \quad (9)$$

$$q_n(r)(\lambda F(R_1 - r) + n\mu + \beta) =$$

$$= \lambda \sum_{j=0}^r p(j)q_{n-1}(r-j) + \mu \sum_{j=0}^{R_0-r} \frac{p(j)p(r)^{(n)}}{p(r+j)^{(n+1)}} q_{n+1}(r+j) +$$

$$+ \alpha \left( \sum_{i=n+1}^C \sum_{j=R_0+1}^{R_1} p_i(j) \sum_{k=R_0-r+1}^{j-r} \frac{p(r)^{(n)}p(k)p(j-r-k)^{(i-n-1)}}{p(j)^{(i)}} + p_n(r) \right),$$

$$n = 1, \dots, C-1, \quad (10)$$

$$p_n(r)(\lambda F(R_1 - r) + n\mu + \alpha) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)p_{n-1}(r-j) +$$

$$+ \mu \sum_{j=0}^{R_1-r} \sum_{i=1}^{n+1} i \frac{p(j)^i (1-p(j))^{(n+1-i)}}{p(r+j)^{(n+1)}} p_{n+1}(r+j) + \beta q_n(r), n = 1, \dots, C-1, \quad (11)$$

$$q_C(r)(n\mu + \beta) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)q_{C-1}(r-j) + \alpha p_C(r), \quad (12)$$

$$p_C(r)(n\mu + \alpha) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)p_{C-1}(r-j) + \beta q_n(r), \quad (13)$$

где  $p(r)^{(n)}$  –  $n$ -кратная свертка, определяющая вероятность того, что  $n$  заявок займут ресурс объема  $r$ .

В [разделе 2.2](#) приведен компактный матричный вид для последней СУР из [раздела 2.1](#). Для этого пространство состояний  $\mathcal{Y}$  представлено в виде непересекающихся подмножеств

$$\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_0 \cup \mathcal{Y}_1 \cup \mathcal{Y}_2, \quad (14)$$

где

$$\mathcal{Y}_s = \cup_{i=0}^C \mathcal{Y}_{is}, s = 0, 1, \quad (15)$$

$$\mathcal{Y}_{0s} = \{0, s\}, \mathcal{Y}_{js} = \{(j, 0, s), \dots, (j, R_0, s)\}, s = 0, 1, \quad (16)$$

$$\mathcal{Y}_{j2} = \{(j, R_0 + 1, 1), \dots, (j, R_1, 1), j = 1, \dots, C\}. \quad (17)$$

Здесь подмножество  $\mathcal{Y}_0$  соответствует состоянию системы  $s = 0$ , а подмножества  $\mathcal{Y}_1$  и  $\mathcal{Y}_2$  соответствуют состоянию  $s = 1$ . С учетом введенного разбиения пространства состояний системы  $\mathcal{Y}$  матрицу интенсивностей переходов  $A$  процесса  $Y(t)$  можно представить в следующем блочном виде

$$A = \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где  $A_{00}$  – матрица, описывающая переходы между состояниями системы, когда она находится в состоянии отказа  $s = 0$  с объёмом ресурса  $R_0$ , т.е. в состоянии недоступности LSA полосы. Матрица  $A_{01}$  «отвечает» за восстановление системы, т.е. возвращение LSA полосы. Матрица  $A_{02}$  соответствует переходам системы из состояния, когда LSA полоса недоступна, в состояние, когда в системе LSA полоса доступна и на основной полосе не хватит ресурсов для всех заявок, находящихся в системе. Поскольку такой переход невозможен, данная подматрица всегда равна нулю. Матрица  $A_{10}$  описывает случай успешной эвакуации всех заявок в случае изъятия LSA полосы. Матрица  $A_{11}$  описывает поступление и обслуживание заявок при доступности LSA полосы, при условии, что обслуживание ни одной заявки не будет прервано. Матрица  $A_{12}$  описывает случай, когда при изъятии LSA полосы будет отказано в приеме новой заявки в СМО. Матрица  $A_{20}$  описывает прерывания обслуживания в случае изъятия LSA полосы. Матрица  $A_{21}$  описывает случай, когда в результате обслуживания объём занятых в системе ресурсов не грозит прерыванием обслуживания в случае изъятия LSA полосы. Матрица  $A_{22}$  описывающая поступление и обслуживание заявок в моменты времени, когда в системе задействована LSA полоса и в случае ее изъятия будет потеряна часть заявок.

В разделе 2.3 проведен численный анализ показателей эффективности для полученной модели при начальных данных  $R_0 = 40, R_1 = 60, \mu^{-1} = 15, \alpha^{-1} = 120, \beta^{-1} = 60, F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$ . Для этого примера получены численные значения характеристик системы при различных значениях нагрузки. Результаты численного анализа значений вероятностей эвакуации и прерывания приведены на Рис. 1.

Также в этом разделе показано, что построенная модель с ненадежным ресурсом является обобщением модели с двумя пулами приборов без ресурсов.

Утверждение 3. Если ФР имеет вид  $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq d \\ h, & x > d \end{cases}, d \geq 0$ , то рассматриваемая система может быть сведена к системе с двумя пулами приборов (надежным и ненадежным) без ресурсов, в которой имеется  $\tilde{C} = \min \left\{ \left\lceil \frac{R_1}{h} \right\rceil, C \right\}$  приборов, среди

которых можно выделить  $\tilde{C}_0 = \min \left\{ \left\lfloor \frac{R_0}{h} \right\rfloor, C \right\}$  надежных приборов и  $\tilde{C}_1 = \min \left\{ \left\lfloor \frac{R_1}{h} \right\rfloor, C - \tilde{C}_0 \right\} = \min \left\{ \left\lfloor \frac{R_1}{h} \right\rfloor, C \right\} - \tilde{C}_0$  ненадежных приборов.

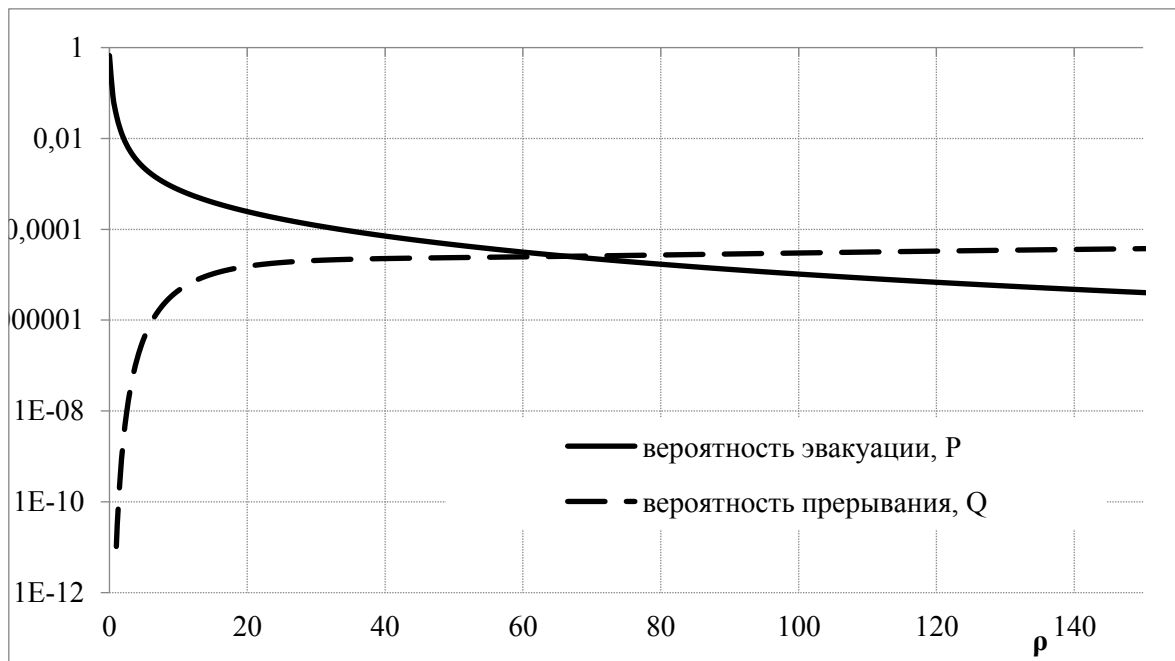


Рис. 1. Вероятности эвакуации и прерывания для СМО с ненадежным дискретным ресурсом.

Разделы 2.1 – 2.3 разработаны на основе публикаций [1, 4, 5, 8, 9, 12] с участием автора.

**Глава 3** диссертационной работы посвящена анализу отношения сигнал/интерференция для подвижного приемника владельца полосы, находящегося внутри покрытия мобильного оператора во время использования системы LSA.

В разделе 3.1 строится математическая модель для определения отношения сигнал/интерференция для движущегося приемника при проходе приемника через соты оператора. Рассматривается сценарий, в котором владельцем полосы является аэропорт, а в качестве подвижного приемника выступает самолет, поскольку данный случай особенно интерес при практических применениях. Пусть в момент времени  $t$  самолет имеет координаты  $(x(t), y(t), z(t))$ . Зная начальное положение самолета и его начальные данные, мы можем определить его координаты  $x(t), y(t), z(t)$  согласно уравнениям его движения.

Расстояние от самолета до базовой станции (БС) выражается формулой

$$d_c(t) = \sqrt{(x(t) - x_c)^2 + (y(t) - y_c)^2 + z^2(t)}, \quad (19)$$

а расстояние от самолета до ближайшего пользователя, расположенного на краю соты, формулой

$$d_u(t) = \sqrt{\left( \sqrt{d_c^2(t) - z^2(t)} - r_c \right)^2 + z^2(t)}. \quad (20)$$

Рис. 2 иллюстрирует траекторию движения самолета от точки взлета  $(x_a, y_a, 0)$  до точки  $(x(t), y(t), z(t))$  в направлении вектора  $j$ . Ось абсцисс  $0i$  показывает направление взлета по взлетно-посадочной полосе. Изображен случай, когда после взлета самолет не меняет направления движения. На рисунке показаны основные параметры модели. Передатчик аэропорта, расположенный в точке с координатами  $(x_a, y_a)$ , посылает сигналы телеметрии самолету на частоте  $f$ . Самолет взлетает со скоростью отрыва от земли  $v_0$  и ускорением  $a$  под углом  $\beta$  к горизонту и продолжает движение по траектории  $j$  как это показано на Рис. 2. Мобильный оператор (МО), расположенный в районе аэропорта, использует LSA полосу на той же частоте, что и аэропорт. Радиосигнал от пользователей сети, передающих данные с мощностью  $p_u$ , может интерферировать с сигналом, получаемым взлетающими самолетами. Рассматривается худший случай, когда интерферирующий с самолетом пользователь расположен в ближайшей к позиции самолета точке соты. Соты аппроксимируются кругами радиуса  $r_c$ , при этом центром круга является базовая станция (БС), имеющая координаты  $(x_c, y_c)$ . Радиотень самолета показана на Рис. 2 кругом радиуса  $r_a$  с серой заливкой.

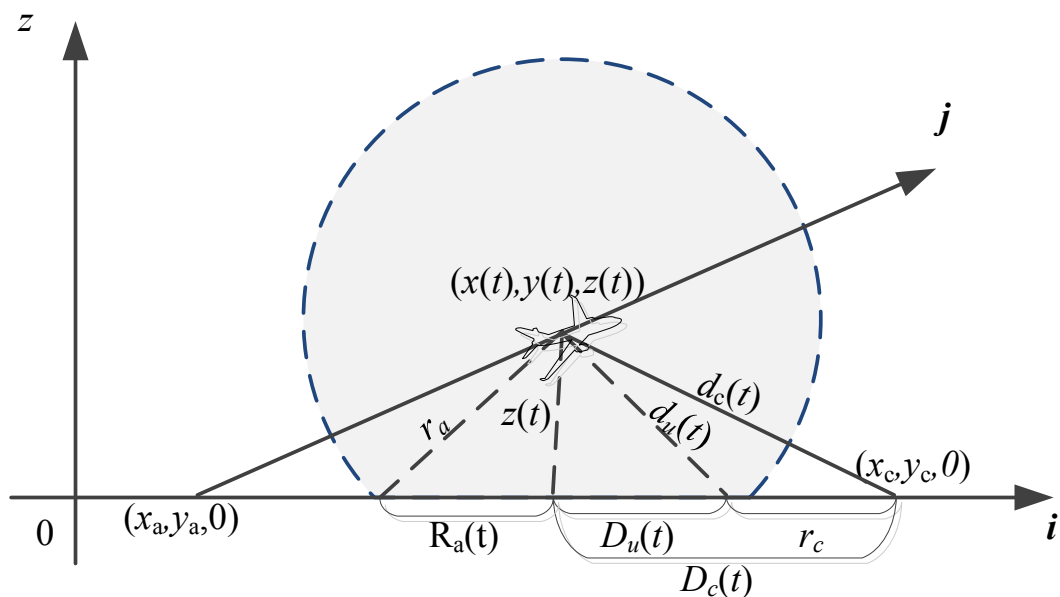


Рис. 2. Проекция движения самолета

Для расчета сигнала, принимаемого самолетом со стороны БС, воспользуемся формулой затухания сигнала в свободном пространстве

$$\psi(d) = 20 \lg \left( \frac{4\pi f d}{c} \right). \quad (21)$$

Используя введенные ранее обозначения, можно сформулировать алгоритм снижения мощности. Используя уравнение (21) можно получить мощность сигнала, получаемого самолетом со стороны клиентского устройства в момент времени  $t$  как

$$I(t) = p_u(t) - \psi(d(t)). \quad (22)$$

Далее, из уравнения (22) можно выразить расстояние как

$$d_u(t) = \psi^{-1}(p_u(t) - I(t)) = \frac{c}{4\pi f} 10^{\frac{p_u(t) - I(t)}{20}}. \quad (23)$$

Поскольку рассматривается случай, когда интерференция на самолет достигает порогового значения  $I(t) = I_0$  для определения радио тени самолета, можно получить радиус радио тени как

$$r_a = \frac{c}{4\pi f} 10^{\frac{p_u - I_0}{20}}. \quad (24)$$

Определим проекции, показанные на Рис. 2:  $D_c(t) = \sqrt{d_c^2(t) - z^2(t)}$  – проекция расстояния от самолета до БС (т.е. вектора  $d_c(t)$ ) на ось абсцисс,  $R_a(t) = \sqrt{r_a^2 - z^2(t)}$  – проекция радиуса радиотени самолета на ось абсцисс, т.е. проекция расстояния от самолета до ближайшей к аэропорту точки касания границы его радиотени с осью абсцисс,  $D_u(t) = |D_c(t) - r_c|$  – проекция расстояния от самолета до границы соты ( $d_u(t)$ ) на ось абсцисс.

Теперь можно оценить интервал времени  $[t_{in}, t_{out}]$ , в течение которого интерференция, получаемая самолетом со стороны соты, может достигать порогового значения, как положительные решения уравнения

$$D_c(t) = R_a(t) + r_c. \quad (25)$$

В случае, если уравнение (25) не имеет положительных решений, это означает, что траектория самолета лежит достаточно далеко от рассматриваемой соты, и сигнал клиентского устройства пользователя соты не превышает порогового значения. Если же уравнение (25) имеет единственное положительное решение, это означает, что радио тень самолета лишь касается границы соты, не пересекая ее. В этом случае интерференция со стороны пользователя достигает порогового значения, но не превосходит его. Таким образом, в обоих этих случаях нет необходимости снижения мощности в соте.

Также возможен случай, когда уравнение (25) имеет одно положительное и одно отрицательное решения. Данный случай соответствует ситуации, когда радио тень самолета уже пересекала границу соты в момент взлета, и тогда мы полагаем  $t_{in} = 0$ , поскольку самолет испытывает достаточно высокую интерференцию со стороны соты уже в момент отрыва от земли.

Определим теперь расстояние между самолетом и ближайшим пользователем соты. Возможны три случая. *Случай А.*  $D_c(t) \leq r_c$ , т.е. самолет находится непосредственно над сотой. Тогда,  $d(t) = z(t)$ . *Случай Б.*  $r_c < D_c(t) < R_a(t) + r_c$ , т.е. самолет расположен достаточно близко к соте, чтобы получать заметную интерференцию с ее стороны, однако, при этом не находится непосредственно над



сотой. В этом случае  $d(t) = d_u(t)$ . *Случай В.*  $R_a(t) + r_c \leq D_c(t)$ , т.е. самолет расположен достаточно далеко от соты, чтобы не получать от нее заметной интерференции. В этом случае  $d(t) = d_u(t)$ .

Можно заметить, что в случаях Б и В расстояние до ближайшего абонента рассчитывается одинаковым образом. Однако, в случае В значение получаемой самолетом интерференции не ведет к снижению мощности передачи сигнала на КУ. Таким образом, расстояние до ближайшего пользователя получено в виде

$$d(t) = \begin{cases} z(t), D_c(t) \leq r_c, \\ d_u(t), r_c < D_c(t). \end{cases} \quad (26)$$

Отметим теперь, для каждого момента времени из найденного интервала  $t \in [t_{in}, t_{out}]$  можно получить значение интерференции, получаемой самолетом со стороны соты как

$$I(t) = \begin{cases} p_u(t) - \psi(d(t)), t \in [t_{in}, t_{out}], \\ I_0, t \notin [t_{in}, t_{out}]. \end{cases} \quad (27)$$

Наконец, подставив в уравнение (25) пороговое значение интерференции, а также используя уравнения (21) – (22), можно задать уровень снижения мощности для пользователей в соте как

$$p_u(t) = \begin{cases} I_0 + \psi(d_u(t)), t \in [t_{in}, t_{out}], \\ p_u, t \notin [t_{in}, t_{out}]. \end{cases} \quad (28)$$

Также используем формулу Шеннона для вычисления новой максимальной пропускной способности на нисходящем канале пользователю, расположенному на границе соты:

$$w(t) = C \cdot \ln \left( 1 + 10^{\frac{p_u(t) - \psi(r_c) - I}{10}} \right). \quad (29)$$

Здесь интерференция  $I$ , испытываемая пользователем, может быть принята за константу, получаемую из начальной пропускной способности, т.е.

$$I = p_u - \psi(r_c) - 10 \lg \left( e^{\frac{w}{C}} - 1 \right). \quad (30)$$

Тогда, уравнение (29) можно переписать в виде

$$w(t) = C \cdot \ln \left( 1 + \left( e^{\frac{w}{C}} - 1 \right) 10^{-\frac{p_u - p_u(t)}{10}} \right). \quad (31)$$

В разделе 3.2 приведен численный эксперимент на базе полученных формул и дано сравнение аналитических результатов с результатами имитационного моделирования, выполненного на симуляторе исследовательской группы W.I.N.T.E.R. Group\*. На Рис. 3 показаны графики, полученные по формулам раздела 3.1 (пунктирные линии) и имитационным моделированием (маркеры), проведенным на симуляторе. Кривые разного цвета соответствуют мощности в различных сотах. Сплошная красная

\* <http://winter-group.net/>

линия соответствует минимальной мощности оператора в зоне покрытия, рассчитанной по аналитическим формулам.

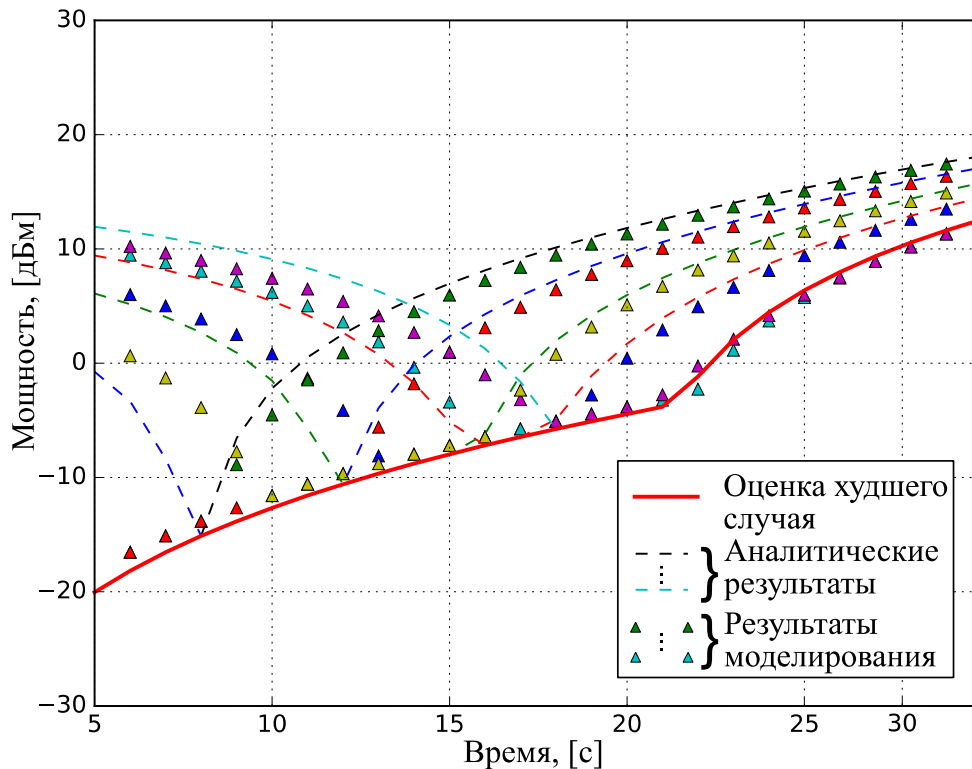


Рис. 3. Мощность передачи в сотах, лежащих вдоль траектории самолет

В разделе 3.3 описан практический эксперимент для проверки полученных результатов, выполненный с участием автора диссертационной работы на действующем оборудовании технологии LTE Технологического университета города Брно [2]. Данное оборудование включало в себя 2 соты LTE, ядро сети и 4 клиентских устройства. В рамках данного эксперимента диссертантом был разработан и написан программный комплекс по конфигурации мощностей в сотах тестовой сети (Oracle сервер). Во время эксперимента приемник, на котором измерялась интерференция, передвигался сквозь соты сети LTE, в которых были размещены мобильные устройства, передающие постоянный поток данных. В рамках эксперимента применялся алгоритм, основанный на расчетах аналитической модели, и фиксировались данные о получаемой приемником интерференции и скорости передачи данных каждым мобильным устройством. Пороговое значение интерференции равнялось  $I_0 = -85$  дБм. На Рис. 4 представлены графики мощностей, устанавливаемых Oracle сервером для каждой соты покрытия.

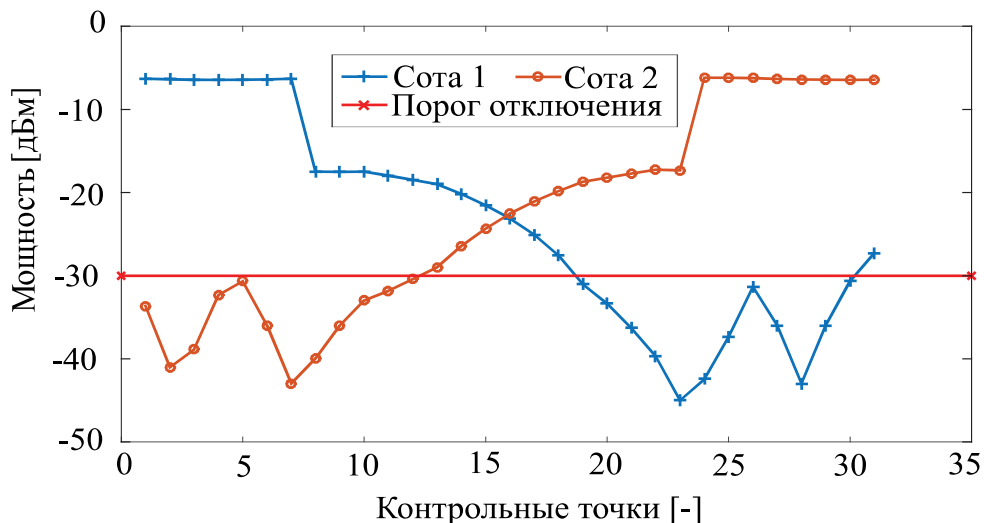


Рис. 4 Установленные максимальные мощности передачи по сотам

При разработке разделов 3.1 – 3.3 использовались публикации [2, 3, 6, 7, 10] с участием автора.

В **заключении** представлены основные результаты диссертационной работы.

### Основные результаты и выводы

1. Для экспоненциальной СМО с ограниченным ненадежным ресурсом и заявками со случайными требованиями к объему занимаемого ими ресурса получены система уравнений равновесия для стационарного режима для случая функции распределения требований объема ресурсов общего вида.
2. Для случая дискретной функции распределения требований заявки к объему ресурса получена матрица интенсивностей переходов марковского процесса и проведен анализ вероятностно временных характеристик – вероятности успешной эвакуации заявки, вероятности прерывания обслуживания заявки и вероятности блокировки заявки для алгоритма сброса последней поступившей заявки.
3. Разработана геометрическая модель для анализа системы совместного лицензированного доступа для приемника, движение которого задается аналитическими уравнениями.
4. Проведен численный эксперимент для оценки отношения сигнал/интерференция, скорости и мощности передачи как с помощью аналитической геометрической модели, так и путем измерений на фрагменте беспроводной сети LTE. Аналитическая модель и измерения показали схожие результаты, близкие к реальности.

Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 18 опубликованных работах [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13], из которых издания [4;7;9;12] рекомендованы ВАК РФ, а издания [1, 2, 3, 4, 5, 10, 13] входят в базу данных SCOPUS.

1. Gudkova I., Samouylov K., Ostriкова D., Mokrov E., Ponomarenko-Timofeev A., Andreev S., Koucheryavy E. Service Failure and Interruption Probability Analysis for Licensed Shared Access Regulatory Framework // Seventh Int. Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015. IEEE. 2015.
2. Masek P., Mokrov E., Pyattaev A., Zeman K., Ponomarenko-Timofeev A., Samouylov A., Sopin E., Hosek J., Gudkova I., Andreev S., Novotny V., Koucheryavy Y., Samouylov K. Experimental Evaluation of Dynamic Licensed Shared Access Operation in Live 3GPP LTE System // Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE. 2016.
3. Mokrov E., Ponomarenko-Timofeev A., Gudkova I., Masek P., Hosek J., Andreev S., Koucheryavy Y., Gaidamaka Y. Modeling Transmit Power Reduction for a Typical Cell with Licensed Shared Access Capabilities // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2017. Vol. 67. №6. P. 5505 - 5509.
4. Наумов В. А., Мокров Е. В., Самуйлов К. Е. Анализ временных характеристик процесса передачи данных подвижным пользователям в соте сети LTE // Информатика и ее применения. М.: ИПИ РАН. 2017. Т. 11. № 4. С. 79-84
5. Mokrov E., Sopin E., Markova E., Poluektov D., Gudkova I., Shorgin S., Hosek J., Masek P., Samouylov K. Modeling and Response Time Analysis For Web Browsing Under Interruptions in LTE Network // 31st European Conference on Modelling and Simulation (ECMS). 2017.
6. Мокров Е.В., Полуэктов Д.С., Гудкова И.А. Вероятностная Модель Загрузки Данных Подвижному Устройству В Беспроводной Сети LTE // VII Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» ИТТММ-2017: Тезисы докладов. М.: РУДН. 2017. С. 38-40.
7. Mokrov E., Gudkova I. Performance Evaluation of Dynamic LSA Operation through a model of a stand-alone cell // XI Международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ-образование»: Сборник трудов. М.: МГУ. 2016. №1. С. 35-41.
8. Гудкова И.А., Мокров Е.В. К расчету оптимального размера диапазона зарезервированных радиочастот при прерывании обслуживания в сети LTE с системой совместного использования спектра // X Международная отраслевая

научно техническая конференция «Технологии информационного общества»: Тезисы докладов. М.: МГУСИ. 2016. С. 30-31.

9. Мокров Е.В., Гудкова И.А. Модель для расчета уровня снижения мощности в сети 3GPP LTE с совместным использованием частот телеметрии аэропорта // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2015. Т.2 №11. С.199-204.
10. Mokrov E., Gudkova I. Performance Evaluation of Dynamic LSA Operation Through a Model of a Stand-Alone Cell // First International Scientific Conference Convergent Cognitive Information Technologies. 2016. Moscow. P. 35-41
11. Мокров Е.В., Чукарин А.В. Анализ показателей эффективности системы облачных вычислений с миграцией серверов // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. 2014. № 8. С. 64-67.
12. Мокров Е.В., Самуйлов К.Е. Среда совместного лицензированного доступа в беспроводной сети как система массового обслуживания с ненадежным ресурсом // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2018. № 44. (принято в печать).
13. S Shorgin, S., Pechinkin, A., Samouylov, K., Gaidamaka, Y., Sopin, E. and Mokrov, E. Queuing systems with multiple queues and batch arrivals for cloud computing system performance analysis // 2014 First International Science and Technology Conference (Modern Networking Technologies) (MoNeTeC). 2014.

**Мокров Евгений Владимирович. (Россия)**

**Построение моделей и анализ показателей эффективности системы доступа со случайными требованиями к ресурсам беспроводной сети**

В диссертации представлены математические модели для анализа показателей эффективности функционирования сети LTE, использующей систему совместного лицензируемого доступа в виде системы массового обслуживания и геометрической модели. Получены система уравнений равновесия для стационарного режима, а также метод расчета вероятности успешной эвакуации, вероятности прерывания обслуживания и вероятности блокировки, как основных характеристик функционирования системы совместного доступа.

Также в работе разработана геометрическая модель для анализа системы совместного лицензированного доступа для приемника, движение которого задается аналитическими уравнениями. Для данной модели проведен численный эксперимент для анализа отношения сигнал/интерференция, скорости и мощности передачи как с помощью аналитической геометрической модели, так и путем измерений на фрагменте беспроводной сети LTE.

**Mokrov Evgeny (Russia)**

**Models for analyzing probability characteristics of device-to-device and streaming peer-to-peer networks**

In this thesis, mathematic models for analyzing performance measures of an LTE network with LSA framework are introduced in form of a Queueing theory system and geometrical model. A steady-state equilibrium equation system and computational method for non-interrupting probability, interrupting probability and blocking probability, as the main performance measures for LSA system.

The work also covers geometrical model for analyzing the performance measures of an LSA system for a mobile receiver, moving according to a set of analytical equations. A numerical experiment to analyze signal-to-interference ratio, bitrate and transmission power was conducted using analytical geometrical model as well as measurement trial on a fragment of wireless LTE network.