На правах рукописи

МИФТАХОВ РУСТЕМ ФАРИДОВИЧ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ СО СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В КОСМОЛОГИИ

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань - 2011

Работа выполнена на кафедре высшей математики и математического моделирования ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук
Игнатьев Юрий Геннадьевич

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Гальцов Дмитрий Владимирович

доктор физико-математических наук, профессор
Журавлев Виктор Михайлович

Ведущая организация:

ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Защита состоится «20» декабря 2011г. в «17.00» часов на заседании диссертационного совета Д212.203.34 в ГОУ ВПО Российском университете Дружбы народов (РУДН) по адресу: 115419 г.Москва, ул. Орджоникидзе д. 3, зал № 1.

С диссертацией можно ознакомится в научной библиотеке ГОУ ВПО Российского университета Дружбы народов (РУДН) по адресу: 117198, г.Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «17» ноября 2011г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент Лаптев Ю.П.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Статистические системы частиц со скалярным взаимодействием были введены в общерелятивистскую статистику и кинетику в 1982 году Ю.Г. Игнатьевым, [1] а затем и Г.Г. Ивановым.[2] В работах Ю.Г. Игнатьева на основе гамильтоновой формулировки получены общерелятивистские кинетические уравнения для систем со скалярным взаимодействием частиц, на основе кинетических уравнений сформулирована самосогласованная кинетическая модель самогравитирующей системы частиц со скалярным взаимодействием. Позднее Игнатьевым[3] на основе кинетических уравнений развита теория термодинамического равновесия для статистических систем со скалярным взаимодействием частиц. В работах Г.Г. Иванова было сформулировано уравнение Власова для статистических систем со скалярным взаимодействием частиц, рассмотрены равновесные статистические системы со скалярным взаимодействием частиц.

Дальнейшие исследования релятивистских статистических систем обнаружили их интересные особенности, в частности, возможность эффективного влияния скалярного поля на уравнение состояния статистической системы через механизм изменения эффективной массы частиц, неустойчивость систем частиц, обладающих разноименными скалярными зарядами, по отношению к гравитационным возмущениям, возможность нарушения скалярными взаимодействиями конформной инвариантности и т.п.

В современной космологии интерес к статистическим системам частиц со скалярным взаимодействием возрос в связи с возможными космологическими приложениями, в частности, возможностью объяснения наблюдаемого современного ускорения Вселенной. Для решения проблемы вторичного ускорения Вселенной во многих работах предлагается коренным образом изменить фундаментальные принципы физики. Однако, в последнее время появились некоторые указания на то, что сложные, многокомпонентные, классические физические системы также могут приводить ко вторичному ускорению Вселенной. При этом не возникает необходимости в пересмотре фундаментальных принципов физики. Некоторые указания на возможность такого поведения сложных систем со

[1] Игнатьев Ю.Г. Релятивистская кинетическая теория и конформные преобразования // Известия ВУЗов, Физика. – 1982. – т. 25, No 4, с.92-96.
[2] Иванов Г.Г. Релятивистские статистические системы частиц со скалярными взаимодействиями// Известия Вузов, Физика. – 1983. – т.26, No 1. – с. 32-36.
[3] Игнатьев Ю.Г. Законы сохранения и термодинамическое равновесие в общерелятивистской кинетической теории неупруго взаимодействующих частиц // Известия ВУЗов, Физика. – 1983. – т. 26, No 12. – с. 9-14.

скалярным взаимодействием частиц были даны Д.В. Гальцовым[4]. В работах В.М. Журавлева[5] исследовалась космологическая эволюция двухкомпонентной системы, состоящей из идеальной жидкости и скалярного поля. В этих работах показано, что такие космологические модели могут иметь начальную инфляционную стадию и позднее ускорение. Таким образом, космологические модели с многокомпонентной материей в состоянии описать основные наблюдательные данные о расширении Вселенной. В отличие от рассмотренных работ в данной диссертационной работе рассматриваются статистические системы скалярно заряженных частиц, в которых некоторые сорта частиц могут прямым образом взаимодействовать со скалярным полем через некоторый фундаментальный *скалярный заряд*. С другой стороны, статистическая система, обладая, ненулевым скалярным зарядом и сама являясь источником скалярного поля, может эффективно влиять на скалярное поле, управляя его поведением.

В порядке уточнения и согласования стандартного космологического сценария с наблюдательными и эксперементальными данными исследование таких систем и построение космологических моделей, основанных на представлении о космологической плазме, как системе частиц, которые могут прямым образом взаимодействовать со скалярными полями, является актуальной задачей теории гравитации и космологии.

Целью работы является формулировка и исследование на основе общерелятивистской кинетической теории самосогласованных космологических моделей, в которых материя содержит две компоненты: скалярное поле и статистическую систему скалярно заряженных частиц, а также выявление основных закономерностей влияния фактора скалярного заряда частиц на поведение космологических моделей.

Для достижения этой цели решались следующие **основные задачи:**

- Построение математической модели релятивистских статистических систем со скалярным взаимодействием частиц на основе общерелятивистской кинетической теории и выявление ее общих закономерностей.
- Формулировка на основе полученной математической модели полной самосогласованной системы уравнений, описывающих однородную изотропную космологическую модель, и исследование ее общих свойств.

[4] Гальцов Д.В., Давыдов Е.А. Космологическая модель с полями Янга-Мииса-Хиггса // Квантовая теория и космология. Сборник статей, посвященный 70-летию профессора А.А. Гриба. - Спб.: ООО "Ютас". – 2009. – с. 25.
[5] Журавлев В. М. Двухкомпонентные космологические модели с переменным уравнением состояния вещества и тепловым равновесием компонент // ЖЭТФ. - 2001. - т. 120. – No 5. – с. 1043-1061.

- Построение численных моделей Вселенной, заполненной вырожденной односортной материей с межчастичным скалярным взаимодействием, и установление основных свойств космологических моделей в зависимости от их параметров.

Объектом исследования является релятивистские самогравитирующие статистические системы с межчастичным скалярным взаимодействием.

Предметом исследования является процесс космологического расширения статистической системы с межчастичным скалярным взаимодействием.

Методы исследования. Методологической основой исследования является общерелятивистская кинетическая теория, релятивистская теория гравитации, риманова геометрия и тензорный анализ, теория дифференциальных уравнений, численные методы и библиотеки процедур пакета символьной математики Mathematica.

Научная новизна исследования состоит:

- В разработке космологической модели статистических систем со скалярным взаимодействием частиц на основе общерелятивистской кинетической теории;
- В построении численных моделей космологического расширения плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием;
- В установлении основных закономерностей космологических моделей, основанных на вырожденных односортных Ферми-системах с межчастичным скалярным взаимодействием.

Степень обоснования результатов диссертации. обусловлена корректностью построения математических моделей физических систем, основанных на общерелятивистской кинетической теории и ее методах; строгим использованием математического аппарата теории дифференциальных уравнений, применением апробированных численных методов решения нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на:

- 12-й Российской гравитационной конференции – Международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике. Москва. 2006.
- 3-ей Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи». Самара. 2006.

- Российской школе-семинаре «Современные проблемы теории гравитации и космологии – Gracos-2007». Казань. 2007.
- 13-й Российской гравитационной конференции – Международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике. Москва. 2008.
- 8-й молодежной научной школы-конференции. «Лобачевские чтения». Казань. 2009.
- Российской школе-семинаре «Современные проблемы теории гравитации и космологии – Gracos-2009». Казань. 2009.
- Международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». Смоленск. 2009.
- Международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». Смоленск. 2010.
- Международной конференции «Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики». Москва. 2010.
- Российском семинаре. «Нелинейные поля и релятивистская статистика в теории гравитации и космологии». Казань. 2010.
- Научных семинарах кафедры геометрии и математического моделирования ТГГПУ, итоговых конференциях ТГГПУ.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 10 работ в отечественных и международных изданиях, их список помещен в конце автореферата. Три статьи опубликованы в изданиях из перечня ВАК.

Личный вклад автора. Все основные результаты работы получены автором самостоятельно. В совместных работах с Ю.Г. Игнатьевым последнему принадлежат постановка задачи и обсуждение результатов. Использованные материалы других авторов помечены ссылками.

Структура и объем диссертации. Диссертация изложена на 108 страницах и состоит из Введения, трех глав, Заключения и Списка литературы из 112 наименований, содержит 44 рисунка.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** дается обоснование темы диссертации и ее актуальности, а также определены основные цели диссертации.

В первой главе изложены основные положения общерелятивистской кинетической теории и теории термодинамического равновесия.

Движение релятивистской частицы в скалярном поле описывается каноническими уравнениями относительно пары канонически сопряженных динамических переменных x^i - координат и P_i - обобщенного импульса:

$$\frac{dx^i}{ds}=\frac{\partial H}{\partial P_i};\qquad \frac{dP_i}{ds}=-\frac{\partial H}{\partial x^i}, \tag{1}$$

где $H(x,P)$ - релятивистски инвариантная функция Гамильтона. Полная производная от функции динамических переменных $\Psi(x^i,P_k)$ имеет вид:

$$\frac{d\Psi}{ds}=[H,\Psi], \tag{2}$$

где введены инвариантные скобки Пуассона:

$$[H,\Psi]=\frac{\partial H}{\partial P_i}\frac{\partial \Psi}{\partial x^i}-\frac{\partial H}{\partial x^i}\frac{\partial \Psi}{\partial P_i}. \tag{3}$$

Вследствие (1) функция Гамильтона является интегралом движения частицы:

$$H=Const. \tag{4}$$

Релятивистски-инвариантная функция Гамильтона частицы со скалярным зарядом q, находящейся в скалярном поле с потенциалом Φ имеет вид:

$$H(x,P)=\frac{1}{2}m\left[\frac{(P,P)}{m+q\Phi}-q\Phi\right]. \tag{5}$$

Для этой функции Гамильтона выполняется соотношение нормировки:

$$(P,P)=(m+q\Phi)^2. \tag{6}$$

Величина

$$m_*=m+q\Phi \tag{7}$$

- *эффективная масса частицы.* Канонические уравнения движения относительно функции Гамильтона (5) принимают вид:

$$\left(1+\frac{q\phi}{m}\right)\left[\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}\right]=q\Phi_{,k}\left(g^{jk}-\frac{1}{m^2}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}\right). \tag{8}$$

Основой модели статистической системы с межчастичным скалярным взаимодействием являются инвариантные общерелятивистские кинетические уравнения:

$$[H_a,f_a]=I_a(x,P_a);\quad (a=\overline{1,m+m'}). \tag{9}$$

где $f_a(x^i,P_k)$ - функция распределения частиц сорта «a» плазмы по координатам x^i и обобщенным импульсам P_k. В правой части кинетических уравнений основным членом является интеграл столкновения частиц:

$$I_a(x,P_a)=-\sum\nu_a\int'_a\delta^4(P_F-P_I)W_{IF}(Z_{IF}-Z_{FI})\prod_{I,F}{}'d\pi \tag{10}$$

$$W_{IF}=(2\pi)^4|M_{IF}|^2\,2^{-\sum\nu_A+\sum\nu'_B}$$

- матрица рассеяния ($|M_{IF}|$ - инвариантные амплитуды рассеяния, I - начальное, F - конечное состояние). Z_{IF} и Z_{FI} - статистические факторы:

$$Z_{IF}=\prod_I f(P^\alpha_A)\prod_F[1\pm f(P^{\alpha'}_B)];\quad Z_{FI}=\prod_I[1\pm f(P^\alpha_A)]\prod_F f(P^{\alpha'}_B); \tag{11}$$

Знаки “$+$” соответствуют бозонам, а “$-$” - фермионам, ν_A,ν'_B - числа частиц сортов a_A,a'_B, участвующих в реакциях:

$$\sum_{B=1}^{m'}\nu'_B a'_B\qquad \sum_{A=1}^{m}\nu_A a_A. \tag{12}$$

Инвариантная восьмимерная функция распределения частиц, $F(x,P)$, связанна с семимерной функцией распределения $f(x,P)$ с помощью δ-функции соотношением:

$$F(x,P)=f(x,P)\delta(H-\frac{1}{2}m^2). \tag{13}$$

Используя выражение (12) определим *макроскопический тензор энергии-импульса* частиц и *вектор плотности числа частиц* $n^i=nv^i$, где v^i - времениподобный единичный вектор кинематической макроскопической скорости частиц:

$$T^{ik}_p(x)=\left(1+\frac{q\phi}{m}\right)\int\limits_{P(x)}F(x,P)p^ip^kdP; \tag{14}$$

$$n^i(x)=\int\limits_{P(X)}F(x,P)p^idP. \tag{15}$$

При локальном термодинамическом равновесии (ЛТР) статистической системы ее энтропия сохраняется. В этом случае интеграл столкновений является главным членом в кинетических уравнений, что приводит функциональным уравнениям Больцмана, имеющих в качестве решений локально-равновесные функции распределения:

$$f^0(x,P)=\left\{\exp\left[\frac{-\mu_a+(v,P_a)}{\theta}\right]\mp1\right\}^{-1}, \tag{16}$$

где верхний знак соответствует бозонам, нижний - фермионам, $\theta(x)$ - локальная температура, одинаковая для всех сортов частиц, v^i - единичный времениподобный вектор макроскопической скорости статистической системы, $\mu_a(x)$ - химические потенциалы, удовлетворяющие системе линейных алгебраических уравнений химического равновесия:

$$\sum_{B=1}^{m'} \nu'_B \mu_B = \sum_{A=1}^{m} \nu_A \mu_A .$$

В случае ЛТР выражения для компонент вектора плотности числа частиц и компоненты тенора энергии-импульса частиц имеют вид:

$$n_a^i(x) = n_a(x) v^i; \tag{17}$$

$$T^{ik}(x) = (\varepsilon_a + P_a) v^i v^k - P_a g^{ik}, \tag{18}$$

где скаляр плотности числа частиц, плотность энергии и давление соответственно :

$$n_a(x) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \left\{ \exp\left[\frac{-\mu_a + (v, P_a)}{\theta} \right] \mp 1 \right\}^{-1} P^2 dP; \tag{19}$$

$$\varepsilon_a(x) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \left\{ \exp\left[\frac{-\mu_a + (v, P_a)}{\theta} \right] \mp 1 \right\}^{-1} \sqrt{m_*^2 + P^2}\, P^2 dP; \tag{20}$$

$$P_a(x) = \frac{\rho}{6\pi^2} \int_0^\infty \left\{ \exp\left[\frac{-\mu_a + (v, P_a)}{\theta} \right] \mp 1 \right\}^{-1} \frac{P^4 dP}{\sqrt{m_*^2 + P^2}}. \tag{21}$$

Когда функции распределения (16) являются точными решениями кинетических уравнений (9), статистическая система находится в *глобальном термодинамическом равновесии (ГТР)*. Кинетические уравнения примут вид:

$$[H_a, \phi_a] = 0, \tag{22}$$

где $\phi_a(x,P) = (\xi, P) - \lambda_a(x)$ - инвариантный приведенный химический потенциал. Для обеспечения ГТР должен существовать линейный интеграл движения, причем ξ^i - времениподобный вектор. Система необходимых и достаточных условий существования ГТР имеет вид:

$$\underset{\xi}{L} g_{ik}(m_a + q_a \Phi) = 0; \quad m_a \neq 0 \tag{23}$$

$$\underset{\xi}{L} \sigma g_{ik} = 0; \quad m_a = 0, \tag{24}$$

где σ - некоторая скалярная функция, $\underset{\xi}{L}$ - производная Ли от объекта u^α вдоль направления ξ .

Эта глава также содержит обзор результатов исследований релятивистских кинетических моделей Вселенной и обзор работ с классическим скалярным полем в теории гравитации и космологии.

Вторая глава диссертации посвящена описанию статистических систем со скалярным взаимодействием частиц в космологии, на основе общерелятивистской кинетической теории. Построена математическая модель космологической эволюции вырожденной плазмы со скалярным взаимодействием частиц.

В дальнейшем в качестве статистической системы рассматривается полностью вырожденный Ферми-газ. Условие полного вырождения

$$\frac{\mu}{\theta} \to \infty. \tag{25}$$

В этом случае локально-равновесная функция распределения имеет вид:

$$f^0(x,P) = \begin{cases} 0, & \mu \le \sqrt{m_*^2 + p^2}; \\ 1, & \mu > \sqrt{m_*^2 + p^2} \end{cases}, \tag{26}$$

а интегрирование макроскопических плотностей (20) - (21) представимо в элементарных функциях:

$$\varepsilon = \frac{m_*^4}{8\pi^2} \left[\psi \sqrt{1+\psi^2}\,(1+2\psi^2) - \ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2}\,) \right]; \tag{27}$$

$$P = \frac{m_*^4}{24\pi^2} \left[\psi \sqrt{1+\psi^2}\,(2\psi^2 - 3) + 3\ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2}\,) \right]; \tag{28}$$

$$T = \varepsilon - 3P = \frac{m_*^4}{2\pi^2} \left[\psi \sqrt{1+\psi^2} - \ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2}\,) \right]; \tag{29}$$

$$\sigma = \frac{q \cdot m_*^3}{2\pi^2} \left[\psi \sqrt{1+\psi^2} - \ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2}\,) \right]; \tag{30}$$

где $\psi = p_F / |m_*|$ - отношение импульса Ферми к эффективной массе.

Полученная на основе кинетической теории модель, описывающая статистическую самогравитирующую систему частиц со скалярным взаимодействием[6], представляет собой замкнутую самосогласованную систему уравнений. Состоящую из инвариатных кинетических уравнений (9), уравнений Эйнштейна для статистической системы скалярно заряженных частиц:

$$R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} = 8\pi (T_p^{ik} + T_s^{ik}) ; \qquad (31)$$

И уравнений типа Клейна-Гордона для скалярного поля:

$$\Box\Phi + \mu^2 \Phi = -\frac{4\pi}{(m+q\Phi)^2} qT. \qquad (32)$$

Рассмотрим космологическую ситуацию, когда материя представлена лишь вырожденной Ферми - системой скалярно взаимодействующих частиц и связанных с ними скалярным полем, описываемых уравнением (32). В качестве метрики выберем метрику пространственно-плоской модели Фридмана:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \qquad (33)$$

Математическая модель космологической эволюции вырожденной плазмы со скалярным взаимодействием частиц, в метрике (33), представляет собой самосогласованную систему, состоящую из уравнения Эйнштейна и уравнения поля:

$$\frac{1}{a^3}\frac{d}{dt}\left(a^3 \frac{d\Phi}{dt}\right) + \mu_s^2 \Phi = -4\pi\sigma \qquad (34)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}\varepsilon}, \qquad (35)$$

Полагая

$$\Phi = \Phi(t); \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon(t);\ P = P(t),$$

получим структуру суммарного тензора энергии-импульса скалярного поля в форме тензора энергии-импульса идеальной жидкости с макроскопической скоростью v^i и плотностью энергии E_S и давлением P_S :

$$\varepsilon_s = \frac{1}{8\pi}(\dot{\Phi}^2 + \mu_s^2 \Phi^2); \quad P_s = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{3}\dot{\Phi}^2 - \mu_s^2 \Phi^2\right). \qquad (36)$$

Из уравнений (27), (28) можно получить соотношение для макроскопических плотностей Ферми-частиц:

---

6 Игнатьев Ю. Г. Релятивистские кинетические уравнения для неупруго взаимодействующих частиц в гравитационном поле // Известия ВУЗов, Физика. – 1983. – т. 26, No 8. – с. 19-23.

$$P_f = \frac{1}{3}\varepsilon_f - \frac{m_*^4}{24\pi^2}\left[4\psi\sqrt{1+\psi^2} - 3\ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2})\right]. \qquad (37)$$

При этом для Ферми-частиц и скалярного поля соответственно выполняются неравенства:

$$0 \le P_f \le \frac{1}{3}\varepsilon_f; \quad P_s \le \frac{1}{3}\varepsilon_s. \qquad (38)$$

В результате найдем *коэффициент баротропы:*

$$\kappa(t) = \frac{1}{3} - \frac{m_*^4\left[4\psi\sqrt{1+\psi^2} - 3\ln(\psi + \sqrt{1+\psi^2})\right] + 4\pi\mu^2\Phi^2}{24\pi^2(\varepsilon_s + \varepsilon_f)}. \qquad (39)$$

Таким образом, для исследуемой системы всегда выполняется соотношение:

$$\Rightarrow -1 \le \kappa(t) \le \frac{1}{3}. \qquad (40)$$

Выражение для космологического ускорения имеет вид:

$$\Omega = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2}(1+3\kappa). \qquad (41)$$

Из соотношение (37) следует:

$$-1 \le \omega \le 1. \qquad (42)$$

Третья глава посвящена численному моделированию космологической эволюции вырожденной плазмы со скалярным взаимодействием частиц. Прямое численное интегрирование в системе компьютерной математики наталкивается на проблемы, вызванные комбинированным влиянием факторов нелинейности дифференциальных уравнений и многозначности функций источников. Для преодоления этих трудностей в диссертации получены интерполяционные формулы источников, выраженные в однозначных аналитических функциях.

Выражения для макроскопических плотностей (27)-(30) с точностью до умножения на множитель $1/a^4$ являются элементарными функциями лишь одной безразмерной функции, ψ : $m_*^4 = \left(\frac{a_0 p_F^0}{a\psi}\right)^4$. Как раз это факт и позволяет найти интерполяционные выражения для соответствующих конформных плотностей:

$$\tilde{P}_f = a^4 P_f; \quad \tilde{\varepsilon}_f = a^4 \varepsilon_f; \quad \tilde{\sigma} = a^4\sigma; \quad \tilde{\Phi} = a\Phi. \qquad (43)$$

Указанные интерполяционные формулы имеют вид:

$$8\pi^2 \tilde{P}_f = \frac{8}{15} e^{-2\psi}\psi + \frac{2\psi^2}{3(1+\psi^2)}; \tag{44}$$

$$24\pi^2 \tilde{\varepsilon}_f = \frac{\left(1-e^{-2\psi-2\psi^2}\right)\left(\frac{38}{15}+\frac{4}{3\psi^2}+\frac{8\psi^2}{15}\right)}{1+\frac{4\psi^2}{15}}; \tag{45}$$

$$2\pi^2 \tilde{\sigma} = \frac{\left(1-e^{-2\psi-2\psi^2}\right)\left(\frac{38}{15}+\frac{4}{3\psi^2}+\frac{8\psi^2}{15}\right)\psi}{1+\frac{4\psi^2}{15}} - \frac{8}{5} e^{-2\psi}\psi^2 - \frac{2\psi^3}{1+\psi^2}. \tag{46}$$

В области определения $t \geq 0$ графики макроскопических плотностей и смоделированных асимптотических выражений совпадают с точностью не хуже 1%.

В итоге космологическая эволюция статистической системы частиц со скалярным взаимодействием описывается двумя уравнениями, относительно функций $\Phi(t)$, $a(t)$: уравнением скалярного поля (34) и уравнением Эйнштейна (35) вкупе с выражениями для макроскопических плотностей (44)-(46).

Эта система уравнений была исследована в прикладных математических пакетах Mathematica и Maple. В результате численного интегрирования было обнаружено множество типов поведения космологической модели, основанной на статистической Ферми-системе со скалярным взаимодействием частиц, которая чрезвычайно сильно зависит о поведения космологической модели от фундаментальных констант q, μ, m. Как известно, эффективной характеристикой космологической модели является эффективный коэффициент баротропы, κ(ε), определяющий, в свою очередь, космологическое ускорение, Ω. Исследования показали, что эффективное уравнение состояния космологической модели может меняться от квазивакуумного до ультрарелятивистского (-1≤κ(ε)≤1/3). При этом существуют области фундаментальных констант и начальных условий, в которых космологические модели асимптотически выходят на постоянные значения этих характеристик.

На Рис. 1, Рис. 2 показаны временные эволюции коэффициента баротропы и космологического ускорения с выходом на постоянное ультрарелятивистское состояние.

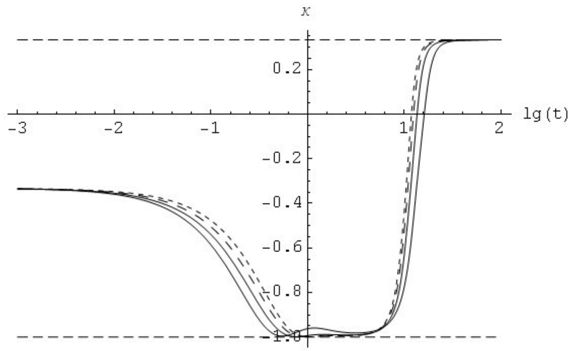

Рис.1. Эволюция коэффициента баротропы, в зависимости от скалярного заряда Ферми-частиц: пунктирная линия q=0; разреженная пунктирная линия q=0,3; сплошная линия q=1; сплошная жирная линия q=5.

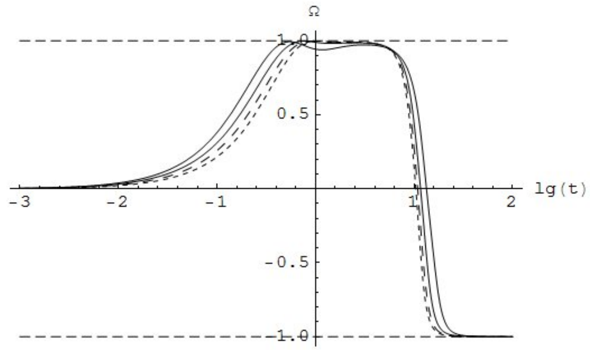

Рис.2. Эволюция космологического ускорения, в зависимости от скалярного заряда Ферми-частиц: пунктирная линия q=0; разреженная пунктирная линия q=0,3; сплошная линия q=1; сплошная жирная линия q=5.

Были также получены решения, в которых коэффициент баротропы и космологическое ускорение модели асимптотически стремятся к близким к нулю значениям, Рис. 3 и Рис. 4.

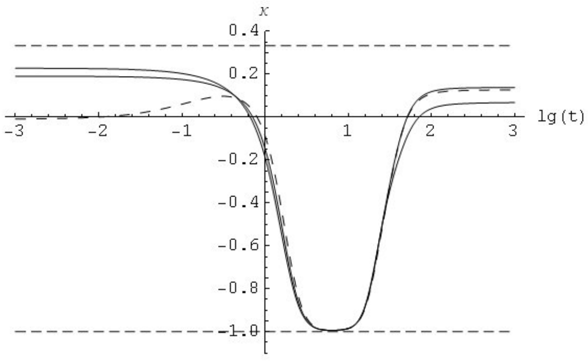

Рис.3. Эволюция коэффициента баротропы, в зависимости от начального значения масштабного фактора, $a(t)$: пунктирная линия $a(t)$=1,2; разреженная пунктирная линия $a(t)$=1,5; сплошная линия $a(t)$=3.

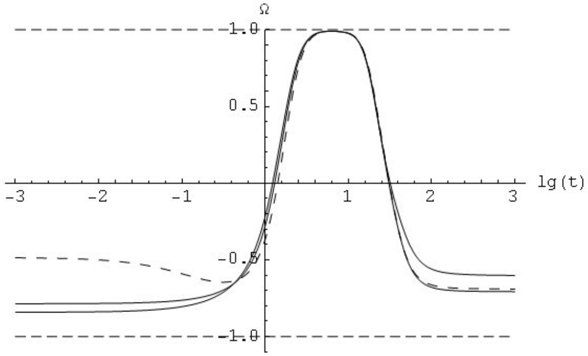

Рис.4. Эволюция космологического ускорения, в зависимости от начального значения масштабного фактора, $a(t)$: пунктирная линия $a(t)$=1,2; разреженная пунктирная линия $a(t)$=1,5; сплошная линия $a(t)$=3.

В третьем типе поведения модели космологическое ускорение асимптотически стремится к инфляционному или близкому к нему значению (Рис. 5 и Рис. 6.). В большинстве случаев такое поведение наблюдается при больших значениях массы Ферми-частиц m и малых значениях заряда q.

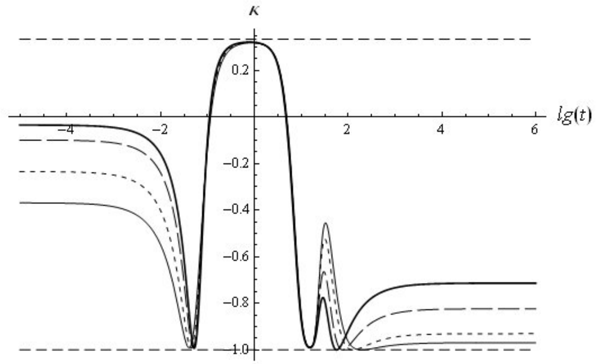

Рис.5. Эволюция коэффициента баротропы, в зависимости от массы Ферми-частиц m: пунктирная линия m=1; разреженная пунктирная линия m=0,95; сплошная линия m=1; сплошная жирная линия m=1,1.

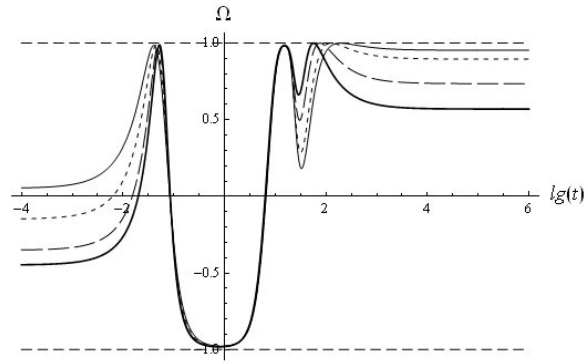

Рис.6. Эволюция коэффициента баротропы, в зависимости от массы Ферми-частиц m: пунктирная линия m=1; разреженная пунктирная линия m=0,95; сплошная линия m=1; сплошная жирная линия m=1,1.

Особенным типом поведения космологическая модель является поведение с колебательной стадией и последующим выходом на некоторое постоянное значение (Рис. 7).

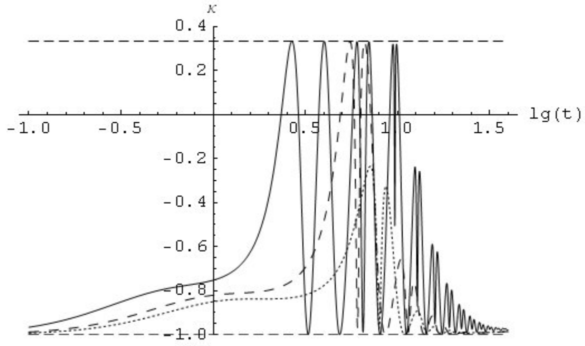

Рис.6. Эволюция коэффициента баротропы, в зависимости от массы скалярного поля: частая пунктирная линия: μ =1, пунктирная линия: μ =1.2, сплошная линия: μ =2.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации:

1. На основе общерелятивистской кинетической теории построена математическая модель статистических систем со скалярным взаимодействием частиц.
2. Построена численная модель космологического расширения вырожденной Ферми-системы со скалярным взаимодействием частиц.
3. Установлены и исследованы общие закономерности поведения и свойства моделей в зависимости от их параметров и начальных условий. В частности, исследованы динамика космологического ускорения и изменение коэффициента баротропы космологической модели.

В **приложении** представлены программные процедуры численного исследования космологической модели статистической системы частиц со скалярным взаимодействием в пакете компьютерной математики Mathematica.

Список Литературы содержит 112 наименований.

Основные результаты диссертации опубликованы в нижеследующих работах.

В научных журналах, рекомендованных ВАК:

1. Yu.G. Ignatyev and R.F. Miftakhov. Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology. // Gravitation & Cosmology. – Vol. 12**,** No 3. – 2006. – pp. 179-185.
2. Yu.G. Ignatyev and R.F. Miftakhov. Cosmological Evolutions of a Completely Degenerate Fermi System with Scalar Interactions Between Particles. // Gravitation & Cosmology. – Vol. 17, No 2. – 2011. – pp. 190-193.
3. Р.Ф. Мифтахов. Математическое моделирование космологической эволюции вырожденной ферми-системы со скалярным взаимодействием. // Вестник ТГГПУ. Физико-математические науки. No 21. – 2010. – стр. 49-51.

В других научных журналах и материалах научных конференций

4. Ю.Г. Игнатьев, Р.Ф. Мифтахов. Математическая модель статистических систем со скалярным взаимодействием в космологи. // Труды третьей Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи». – Самара: СамГТУ. – 2006. – стр. 48-51.
5. Р.Ф. Мифтахов. Качественное исследование динамических систем с использованием пакета Maple 8. // Материалы международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». – Смоленск: СмолГУ. – 2007.
6. Р.Ф. Мифтахов. Статистические системы частиц в стационарном гравитационном поле. // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. – Т. 34. – 2007. – стр. 112-114.
7. Р.Ф. Мифтахов. Вырожденные космологические решения для Ферми-системы со скалярным взаимодействием частиц. // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. – Т. 37. – 2008. – стр. 123-125.
8. Р.Ф. Мифтахов. Качественное исследование статистических систем со скалярным взаимодействием в космологии. // Труды Российской школы-семинара по гравитации и космологии GRACOS-2007. – Казань: Фолиантъ. – 2007. – стр. 130-132.
9. Р.Ф. Мифтахов. Качественное исследование динамической системы с помощью пакета Maple. // Материалы международной научно-практической конференции ИТО Поволжье-2007. – Казань: Фолиантъ. – 2007. – стр. 400-402.
10. Ю.Г. Игнатьев, Р.Ф. Мифтахов. Космологическая эволюция полностью вырожденной Ферми-системы со скалярным взаимодействием частиц. // Труды международного семинара GRACOS-2009. – Казань: Фолиантъ. – 2009. – стр. 76-84.

Мифтахов Рустем Фаридович

Статистические системы частиц со скалярным взаимодействием в космологии

Рассмотрена космологическая ситуация, когда материя представлена двухкомпонентной самосогласованной системой, состоящей из массивного скалярного поля и частиц, имеющих скалярный заряд, с помощью которого статистическая система может управлять фундаментальным скалярным полем. Построены и исследованы методами общерелятивистской кинетической теории модели космологической эволюции статистической системы со скалярным взаимодействием частиц.

Miftakhov Rustem Faridovich

Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology

Let's consider a cosmological situation when the substance is presented by two-componental self-coordinated system. Consisting of a massive scalar field and particles with a scalar charge, with which the statistical system can control the fundamental scalar field. By means of common relativistic kinetic theory there formed and investigated cosmological models of statistical systems of particles with scalar interaction.