



На правах рукописи

Романова Екатерина Владимировна

СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ В
ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ КАРТАНА-ВЕЙЛЯ
СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ ДИРАКА

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2015

Работа выполнена на кафедре теоретической физики института физики, технологии и информационных систем ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ).

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Фролов Борис Николаевич, профессор кафедры теоретической физики института физики, технологии и информационных систем ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет» (МПГУ).

Официальные оппоненты:

д.ф.-м.н. Кречет Владимир Георгиевич, профессор кафедры физики ФГБОУ ВО Московского государственного технологического университета «СТАНКИН»

к.ф.-м.н. Портнов Юрий Алексеевич, доцент кафедры «Физика» ФГБОУ ВПО «Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ)»

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет», г. Пермь, ул. Букирева, д.15.

Защита состоится «11» февраля 2016 г. в ____ час. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 в Российском университете дружбы народов по адресу: 117923, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд.110.

С диссертацией можно ознакомиться в УНИБЦ РУДН по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «__» _____ 2015 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета

к.ф.-м.н., доцент

 В.А. Попова

Сферически-симметричная задача в теории гравитации в пространстве-времени Картана-Вейля со скалярным полем Дирака

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

В истории создания современной теории гравитации прослеживается постепенное усложнение геометрической структуры, которой наделяется пространство-время.

Первые работы, связанные с именем А. Пуанкаре, в которых предпринимались попытки обобщить теорию гравитации Ньютона путем отхода от принципа дальнего действия, основывались на геометрии плоского четырехмерного пространства Минковского. Затем А. Эйнштейн в разработанной им общей теории относительности (ОТО) наделяет четырехмерное пространство-время геометрической структурой искривленного пространства Римана. Теория Эйнштейна в настоящее время представляет собой современную общепризнанную теорию гравитационного поля. На основании ОТО строятся современные космологические модели, описывающие основные структуры наблюдаемой части Вселенной.

Уже с самого начала создания ОТО известными математиками и физиками-теоретиками Г. Вейлем, Э. Картаном, И. Схоутеном, Э. Шредингером, А. Эддингтоном предпринимались попытки обобщения ОТО на основе усложнения структуры пространства-времени. Такие попытки предпринимались и позднее, но в то время эти теории не получили должного признания.

Отношение к возможным обобщениям ОТО изменилось в конце XX и начале XXI века в связи с произошедшей научной революцией в космологии, в результате которой возникли новые представления о свойствах наблюдаемой части Вселенной. Наблюдательные открытия в космологии привели к гипотезе о существовании темной энергии, ответственной за эволюцию Вселенной. В ряде теорий темная энергия описывается космологической постоянной Эйнштейна и связывается с энергией физического вакуума [1]. Была высказана гипотеза о существовании темной материи, определяющей динамику галактик и скоплений галактик. В представлениях о темной материи нашла подтверждение наблюдательными данными высказанная Цвикки [2] еще в 30-х годах двадцатого века гипотеза о существовании в скоплениях галактик темной материи, плотность которой на порядок по массе превышает

плотность обычной барионной светящейся материи. Сравнительно недавно было высказано предположение о том, что темная материя может быть моделирована некоторым гипотетическим скалярным полем [3], [4].

Многими современными специалистами по гравитации и космологии были высказаны предположения, что открытые явления в космологии и астрофизике могут найти объяснения в обобщении теории гравитации на пространства с более сложными геометрическими структурами, характеризующимися не только кривизной, как пространство Римана в ОТО, но также кручением и неметричностью. Такие пространства носят названия постримановых пространств. К ним относятся пространство Римана–Картана с кривизной и кручением, пространство Картана–Вейля с кривизной, кручением и частным видом неметричности вейлевского вида, общее аффиннометрическое пространство с кривизной, кручением и неметричностью общего вида. Данное направление исследований в космологии некоторыми авторами названо термином «нериманова космология» [5], но с точки зрения других авторов более точно данное направление называть «постриманова космология» [6].

Мы придерживаемся концепции, согласно которой пространство-время наделено геометрической структурой пространства Картана–Вейля, в которой особую роль играет скалярное поле Дирака, определяющее неметричность пространства-времени вейлевского вида [6].

В связи с этим **актуальность** темы исследования определяется тем, что в настоящее время скалярное поле с успехом используется для объяснения как темной энергии, так и темной материи, существование которых в конце XX века обосновано наблюдательной космологией. С теоретической точки зрения введение скалярного поля Дирака обусловлено калибровочным подходом к теории гравитации, в котором данное скалярное поле представляет собой необходимое геометрическое дополнение метрического тензора пространства-времени.

Степень разработанности темы

В работе [7] была построена калибровочная теория гравитационного поля, исходя из требования локальной инвариантности теории относительно группы Пуанкаре–Вейля и было показано, что из этого требования в пространстве-времени возникает геометрическая структура пространства Картана–Вейля. Кроме того в данной теории возникает требование необходимого существования дополнительного скалярного поля, имеющего столь же фундаментальный геометрический статус, как и метрика. Дальнейшее развитие

теории показало, что данное скалярное поле по своим свойствам совпадает со скалярным полем, введенным Дираком в широко известной работе [8], и поэтому было названо скалярным полем Дирака [6]. В дальнейшем на основе данного результата была построена конформная теория гравитационного поля в пространстве Картана–Вейля [6], [9], в которой эффективная космологическая постоянная (энергия вакуума) определялась скалярным полем Дирака. Применение данного подхода к космологии ранней Вселенной [6], [9] позволило наметить путь решения проблемы космологической постоянной, представляющей собой важную проблему современной теоретической физики.

В [6] была высказана гипотеза о том, что скалярное поле Дирака в пространстве Картана–Вейля не только определяет величину эффективной космологической постоянной (темной энергии), но также играет роль основной компоненты темной материи. Развитие данной идеи представляет собой содержание настоящей диссертации.

Цели и задачи

В рамках гипотезы о моделировании темной материи скалярным полем Дирака целью настоящей работы является нахождение сферически симметричного решения для центральной массы в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака, что позволит описать распределение темной материи вблизи тяготеющих масс.

Для реализации сформулированной цели решаются следующие задачи:

- в рамках стандартного вариационного принципа в пространстве Картана–Вейля вывести вариационные уравнения поля в сферически-симметричном случае с учетом вида кручения и неметричности;
- провести анализ данных уравнений и осуществить их решение в пространстве Картана–Вейля для гравитационного поля и скалярного поля Дирака;
- разработать новый вариационный принцип, представляющий собой модификацию стандартного вариационного принципа в пространстве Картана–Вейля и заключающийся в том, что зависимость метрического тензора касательного пространства от скалярного поля Дирака вводится непосредственно в лагранжеву плотность с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа;
- в рамках разработанного модифицированного вариационного принципа в пространстве Картана–Вейля вывести вариационные уравнения поля в сферически-симметричном случае и осуществить их решение.

Научная новизна

Научная новизна результатов исследования заключается в том, что:

- в пространстве-времени Картана–Вейля в рамках стандартного вариационного принципа, основанного на подходе Дирака, в формализме внешних форм выведены для сферически симметричного случая вариационные уравнения гравитационного поля и скалярного поля Дирака;
- в сферически-симметричном случае в пространстве-времени Картана–Вейля найдены решения полученных уравнений поля для скалярного поля Дирака и метрики, которая конформным преобразованием сводится к метрике Папапетру–Илмаза–Розена;
- в пространстве-времени Картана–Вейля сформулирован модифицированный вариационный принцип, согласно которому зависимость метрики от скалярного поля Дирака вводится в лагранжеву плотность теории с помощью неопределенных множителей Лагранжа;
- в пространстве-времени Картана–Вейля в рамках модифицированного вариационного принципа выведены в формализме внешних форм вариационные уравнения гравитационного поля и скалярного поля Дирака, как в общем виде, так и для сферически-симметричного случая. Найдены решения этих уравнений для скалярного поля Дирака и метрики, совпадающей с метрикой Папапетру–Илмаза–Розена, и проведен анализ полученных решений.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость результатов диссертационного исследования состоит в том, что найденные в диссертации сферически-симметричные решения в постримановом пространстве Картана–Вейля способствуют дальнейшему развитию гипотезы о природе темной материи как реализации возможного существования в природе скалярного поля Дирака.

Практическая значимость результатов исследования определяется их возможными приложениями к исследованиям околосолнечного космического пространства, так как при современной точности измерения координат космических систем актуальным является учет соответствующих релятивистских поправок. Эти поправки связаны с отличием пост-ньютоновых приближений для полученных в диссертации метрик от соответствующих приближений метрики Шварцшильда.

Методология и методы исследования

Данная работа осуществлялась на основе методологии современной теоретической физики, основанной на приоритете калибровочных принципов при построении теории поля, в данном случае на приоритете пуанкаре-вейль калибровочной теории гравитации.

В работе были использованы следующие методы исследования:

- математический метод внешнего дифференциального исчисления;
- вариационный метод современной теории гравитации в формализме внешних форм;
- компьютерный метод проведения символьных вычислений в математических задачах, широко применяемый в настоящее время в римановой геометрии и теории гравитации, и который в настоящей работе широко использовался для проверки результатов аналитических вычислений.

Положения, выносимые на защиту

- 1) В пространстве-времени Картана–Вейля в рамках стандартного вариационного принципа в формализме внешних форм выведены для сферически-симметричного случая вариационные уравнения гравитационного поля и скалярного поля Дирака.
- 2) В сферически-симметричном случае найдены решения полученных уравнений поля для скалярного поля Дирака и метрики, которая конформным преобразованием сводится к метрике Папапетру–Илмаза–Розена.
- 3) Сформулирован модифицированный вариационный принцип, согласно которому связь метрики со скалярным полем Дирака вводится в лагранжеву плотность теории как слагаемое с неопределенными множителями Лагранжа.
- 4) В рамках модифицированного вариационного принципа в пространстве-времени Картана–Вейля выведены уравнения гравитационного поля для сферически-симметричного случая и найдены их решения для скалярного поля Дирака и метрики, совпадающей с метрикой Папапетру–Илмаза–Розена.

Достоверность и апробация полученных результатов

Достоверность результатов проведенных исследований основывается на использовании достоверных математических методов, в том числе методов современной дифференциальной геометрии, методов вариационного исчисления.

ления в формализме внешних форм, а также компьютерного метода символьных вычислений.

Апробация исследования, его выводов и результатов осуществлялась на международных и всероссийских конференциях и семинарах:

- III Российская школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии», Казань, 3–7 сентября, 2012 г.;
- Международная научная конференция «Фридмановские чтения», Пермь, ПГНИУ, 24–28 июня 2013 г.;
- Международный научный семинар «Нелинейные поля в теории гравитации и космологии» и Российская летняя школа «Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики», Казань, КФУ, 21–26 октября 2013 г.;
- 20th International conference on General Relativity and Gravitation (GR20) and 10th Amaldi Conference on Gravitational waves (Amaldi 10), Warsaw, 7–13 July 2013;
- International Scientific Meeting «Physical Interpretations of Relativity Theory (PIRT–2013)», Moscow, 1–4 July, 2013;
- XV-я Российская гравитационная конференция – «Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике» и Международная школа по гравитации и космологии «GRACOS–2014», Казань, 30 июня–5 июля 2014 г.;
- I Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники, Москва, РУДН, 14–17 мая 2014 г.;
- International Scientific Meeting «Physical Interpretations of Relativity Theory (PIRT–2015)», Moscow, 29 June – 2 July 2015;
- XIIth International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology (ICGAC–12), Moscow, PFUR, 28 June – 5 July 2015.

Данные результаты получили также апробацию в процессе работы над научным Проектом № 2.1.1/11190, который был осуществлен в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 годы)»; над Проектом 533п(9), Государственный контракт П797, который был реализован в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы; а также при выполнении государственного задания (проектная часть №3.1968.2014/К) Министерства образования и науки Российской Федерации.

Личный вклад автора

Основные результаты, приведенные в диссертации, получены лично автором в совместных исследованиях с научным руководителем, доктором физико-математических наук, профессором Б.Н. Фроловым, которому принадлежат формулировка задачи исследования, контроль аналитических вычислений, анализ и обсуждение полученных результатов.

Публикации

По материалам диссертационной работы имеется 12 публикаций, в том числе 2 работы в журналах из списка рекомендованных ВАК. Список публикаций приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 144 наименований. Общий объем составляет 108 страниц.

Основное содержание работы

Во **Введении** дается общая характеристика работы, указывается ее цель, обосновывается актуальность решаемых проблем и определены направления исследования, представлены положения, выносимые на защиту, а также кратко излагается содержание глав диссертации.

Первая глава диссертации носит обзорный характер и состоит из двух параграфов. Первый параграф представляет собой исторический очерк появления в теории поля такого объекта, как скалярное поле Дирака, а также обзор работ, в которых рассматриваются различные варианты взаимодействия скалярного поля с различными постримановыми геометрическими структурами. Во втором параграфе производится обзор работ, в которых темная материя описывается в рамках теории Вейля, и исследуется предположение о том, что темная материя реализуется в виде некоторого скалярного поля.

Вторая глава состоит из шести параграфов и посвящена получению сферически-симметричного решения для центральной массы в конформной теории гравитационного поля [6], [9] в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака β в формализме внешних дифференциальных форм. В первом параграфе излагаются основные понятия, описывающие различные

постримановы геометрические структуры в формализме внешних дифференциальных форм, такие как 2-форма кривизны R^a_b , 2-форма кручения T^a , 1-форма неметричности Q_{ab} , 1-форма следа неметричности Q (1-форма Вейля) и 1-форма следа кручения T . Вводится понятие пространства Картана-Вейля SW_4 , являющееся связным четырехмерным ориентированным дифференцируемым многообразием с метрикой касательного пространства g_{ab} лоренцевой сигнатуры, линейной связностью Γ , удовлетворяющей условию Вейля $Q_{ab} = (1/4)g_{ab}Q$ и 4-формой объема η . Излагается вариационная процедура в формализме внешних дифференциальных форм в постримановых пространствах, основанная на лемме о результате коммутации операторов варьирования и дуализации Ходжа [6], [10].

Во втором параграфе строится 4-форма лагранжевой плотности теории:

$$\begin{aligned} L = 2f_0 \Big[& (1/2)\beta^2 R^a_b \wedge \eta_a^b + \rho_1 \beta^2 T^a \wedge *T_a + \rho_2 \beta^2 (T^a \wedge \theta_b) \wedge *(T^b \wedge \theta_a) + \\ & + \rho_3 \beta^2 (T^a \wedge \theta_a) \wedge *(T^b \wedge \theta_b) + 16\xi \beta^2 Q_{ab} \wedge *Q^{ab} + 4\zeta \beta^2 Q_{ab} \wedge \theta^a \wedge *T^b + \\ & + l_1 d\beta \wedge *d\beta + l_2 \beta d\beta \wedge \theta^a \wedge *T_a + l_3 \beta d\beta \wedge *Q \Big] + \\ & + \beta^4 \Lambda^{ab} \wedge (Q_{ab} - (1/4)g_{ab}Q). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\wedge$ – символ внешнего умножения, d – оператор внешнего дифференцирования, $*$ – дуальное сопряжение Ходжа, θ^a – базисные 1-формы, $\eta_a^b = *(\theta_a \wedge \theta^b)$, Λ^{ab} – неопределенные множители Лагранжа (3-формы), $f_0 = c^4/16\pi G$, ρ_i, ξ, ζ, l_i – константы связи ($i = 1, 2, 3$).

Варьирование производится по независимым переменным: 1-формам неголономной связности Γ^a_b , базисным 1-формам θ^a , скалярному полю β и неопределенным множителям Лагранжа Λ^{ab} . В результате выводятся вариационные Γ -, θ - и β -уравнения, которые анализируются в третьем и четвертом параграфах. Затем в пятом параграфе полученные вариационные уравнения поля рассматриваются в сферически-симметричном случае. Показывается, что как следствие Γ -уравнения кручение и неметричность приобретают вид $T \equiv s d\ln\beta$, $Q \equiv q d\ln\beta$, где s и q – постоянные числа. Метрика выводится в виде

$$ds^2 = e^{-2U(r)} \left[e^{-\mu(r)} dt^2 - e^{\mu(r)} (dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)) \right], \quad (2)$$

где $U(r) = \ln \beta(r)$. В шестом параграфе этой главы решаются уравнения поля в сферически-симметричном случае. Возникает пространство Картана-Вейля со значением $q = -8$, и выражениями для скалярного поля Дирака

и метрики: $\beta(r) = \beta_0 \exp(\pm k r_0/2r)$, $\mu(r) = r_0/r$, где r_0 и β_0 – произвольные константы интегрирования. При $\beta_0 = 1$ получаем метрику:

$$ds^2 = e^{\pm \frac{k r_0}{r}} ds_{PIR}^2, \quad (3)$$

$$ds_{PIR}^2 = e^{-\frac{r_0}{r}} dt^2 - e^{\frac{r_0}{r}} (dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)). \quad (4)$$

Находится выражение константы k в метрике (3) через константы связи лагранжевой плотности (1), а также ограничения на эти константы, при которых реализуются найденные решения.

Метрика (4) известна как метрика Папапетру–Илмаза–Розена (PIR) [11–13], поэтому метрику (3) найденного решения можно назвать обобщенной метрикой PIR. Конформным преобразованием метрику (3) можно перевести в стандартный вид метрики PIR (4), при этом пространство Картана–Вейля переходит в пространство Римана–Картана.

В третьей главе сформулирован новый, предложенный автором, вариационный принцип в пространстве Картана–Вейля SW_4 . При реализации использованного во второй главе вариационного принципа скалярное поле β вводится в лагранжеву плотность «руками» независимо от метрического тензора. Предложенная в данной главе модификация вариационного принципа сводится к тому, что зависимость метрического тензора касательного пространства от поля β : $g_{ab} = \beta^2(x) g_{ab}^M$ (g_{ab}^M – метрический тензор пространства Минковского) вводится в лагранжеву плотность с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Данное представление метрического тензора касательного пространства вытекает из результатов калибровочной теории гравитационного поля для локальной группы Пуанкаре–Вейля [7], и поэтому в значительной степени определяется идеями калибровочной теории Вейля.

Модифицированный вариационный принцип излагается в первом параграфе третьей главы, получаемые на его основе вариационные уравнения гравитационного поля трех типов (Γ -уравнение, θ -уравнение и g -уравнение) – во втором параграфе этой главы. В третьем параграфе анализируется Γ -уравнение и находятся два его следствия, не зависящие от неопределенных множителей Лагранжа и играющих важную роль при нахождении решений вариационных уравнений. В четвертом параграфе анализируются θ -уравнение и g -уравнение, которые записываются в компонентах. Находится след g -уравнения, не зависящий от неопределенных множителей Лагранжа. В пятом параграфе θ - и g -уравнения записываются для определенного вида сферически-симметричной метрики, находятся решение этих уравнений для

метрики и скалярного поля Дирака. Решение для метрики имеет вид (4), но уже при произвольных константах связи при квадратах кручения и неметричности в исходной лагранжевой плотности.

В последнем параграфе третьей главы проводится анализ полученных сферически-симметричных решений. Метрика Папапетру–Илмаза–Розена (4) при больших значениях r приводит в первом приближении к тем же самым экспериментальным результатам, как и метрика Шварцшильда, если константу интегрирования выбрать равной гравитационному радиусу центрального тела $r_0 = r_g = 2Gm / c^2$. При этом метрика (4) не содержит особенностей на гравитационном радиусе, что вызывает интерес к этой метрике [12]. Вместе с тем для больших расстояний, например, в пределах Солнечной системы или на галактических расстояниях, PPN-приближения для метрик (3) и (4) будут отличаться от PPN - приближения метрики Шварцшильда. Это приводит к тому, что траектории движения космических аппаратов в Солнечной системе и движение звезд в галактиках будут отличаться от тех, которые определяются метрикой Шварцшильда.

Решение для скалярного поля Вейля–Дирака $\beta(r) = \beta_0 \exp(\pm r_0 / 2\sqrt{l}r)$, определяется гравитационной константой и в обратной зависимости константой связи l при слагаемом с квадратами производной от скалярного поля. Решение имеет два возможных знака в экспоненте. Выбор одного знака приводит к решению, сингулярному в начале координат. Выбор противоположного знака приводит к решению, конечному в начале координат, что вызывает значительный интерес в связи с возможными следствиями данного решения. Выбор знака в решении для скалярного поля Дирака зависит от соответствия приложений выбранного решения экспериментальным данным.

Выяснилось, что в сферически-симметричном случае уравнения поля в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем Дирака не определяют полностью величины кручения. Это связано с тем, что кручение определяется спинowymi свойствами материи, а спин квантов скалярного поля равен нулю. Показано, что при значениях для следов кручения и неметричности $s = -3$ и $q = -8$ в сферически-симметричном случае кручение и неметричность компенсируют друг друга, а при незначительном отклонении от сферической симметрии будут влиять на движение тел как малые добавки.

В **Заключении** сформулированы результаты диссертации, выносимые на защиту.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

1. Бабурова О.В., Фролов Б.Н., Фебрес (Романова) Е.В. Сферически-симметричное решение теории гравитации со скалярным полем Дирака в пространстве Картана–Вейля // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т. 57. – № 9. – С. 131–132 (Babourova O.V., Frolov B.N., Febres (Romanova) E.V. Spherically symmetric solution of gravitation theory with a Dirac scalar field in the Cartan–Weyl space // Russian Physics Journal. – 2015. – V. 57. – N 9. – P. 1297–1299).
2. Бабурова О.В., Фролов Б.Н., Фебрес (Романова) Е.В. О вариационном принципе в пространстве Картана–Вейля // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2015. – Т. 58 – № 2. – С. 129–130 (Babourova O.V., Frolov B.N., Febres (Romanova) E.V. On the Variational Principle in the Cartan–Weyl Space // Russian Physics Journal. – 2015. – V. 58. – P. 283–285).
3. Фебрес (Романова) Е. В., Фролов Б. Н. Сферически-симметричное решение теории гравитации со скалярным полем Дезера–Дирака в пространстве Римана–Вейля / В сб.: Труды Российской летней школы по гравитации и космологии и Международного семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии». 3–7 сентября 2012 г., Казань – Яльчик. / под ред. Ю.Г. Игнатьева. – Казань: Казанский университет, 2012. – С. 92–93.
4. Frolov B., Febres (Romanova) E. Spherically symmetric solution of gravitation theory with a Deser–Dirac scalar field in the Riemann–Weyl space / In: «GR20/Amaldi10 Abstract, Abstracts «20th International conference on General Relativity and Gravitation (GR20) and 10th Amaldi Conference on Gravitational waves (Amaldi 10). Warsaw, July 6, 2013. – 2013. – P. 14–15.
5. Фролов Б.Н., Фебрес (Романова) Е.В. Сферически-симметричное решение теории гравитации со скалярным полем Дезера–Дирака в пространстве Римана–Вейля / В сб.: Фридмановские чтения: тезисы докладов международной научной к (Пермь, 24 июня–28 июня 2013 г.) / гл. ред. В.Ф. Панов. – Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – 2013. – С. 88.
6. Фролов Б.Н., Фебрес (Романова) Е.В. Получение сферически-симметричного решения конформной теории гравитации со скалярным полем Дезера–Дирака аналитическими и компьютерными символьными методами / В сб.: Труды Российской летней школы. Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики (ММ СКМ-4) и Российского семинара. Нелинейные поля и релятивистская статистика в теории гравитации и космологии. 21–26 октября 2013, Казань. – 2013. – С. 75.

7. Frolov B.N., Febres (Romanova) E.V. Spherically symmetric solution of gravitation theory with Deser–Dirac scalar field in Riemann–Weyl space. / In: Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of International Meeting. Moscow, 1–4 July 2013. / Ed. by M. C. Duffy, V. O. Gladyshev, A. N. Morozov, V. Pustovoit, P. Rowlands. – Moscow: BMSTU, 2013. – 470 p.– 2014. – P. 68–70.

8. Babourova O.V., Lipkin K.N., Febres (Romanova) E.V., Frolov B.N. The existence of the Dirac scalar field in nature and dark energy and dark matter problems / В сб: L Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Москва, РУДН, 13-16 мая 2014 г. Тезисы докладов – М.: Изд-во РУДН, – 2014. – С. 110–114.

9. Babourova O.V., Lipkin K.N., Febres (Romanova) E.V., Frolov B.N. Dark energy and dark matter problems and the existence of the Dirac scalar field in nature / В сб.: Материалы XV-й Российской гравитационной конференции – «Международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике» и Международной школы по гравитации и космологии «GRACOS–2014». 30.06 – 5.07 2014, Казань. / Под общей редакцией заслуженного деятеля науки РТ, доктора физ.-мат. наук, проф. Ю.Г. Игнатьева – Казань: Казанский университет, 2014. – 248 с. – С. 13–14.

10. Babourova O.V., Frolov B.N., Romanova E.V. Spherically symmetric solution with Dirac scalar field in Cartan–Weyl space / In: Physical Interpretations of Relativity Theory: International Scientific Meeting (Moscow, BMSTU, 29 June – 2 July 2015): Abstracts / Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University. – Moscow: BMSTU, 2015. – P. 8–9.

11. Babourova O.V., Frolov B.N., Romanova E.V. Spin-Dilaton Dark Matter in Cartan–Weyl Space / In: Physical Interpretations of Relativity Theory: International Scientific Meeting (Moscow, BMSTU, 29 June – 2 July 2015): Abstracts / Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University. – Moscow: BMSTU, 2015. – P. 9–10.

12. Babourova O. V., Frolov B. N., Romanova E. V. Spherically symmetric solution in Cartan–Weyl space with Dirac scalar field / ICGAS-12: тезисы XII Международной конференции по гравитации, астрофизике и космологии, посвященной столетию общей теории относительности Эйнштейна. Россия, Москва, РУДН, 28 июня – 5 июля 2015 г. – Москва: РУДН, 2015. – С. 40.

Список литературы

- [1] Глинер Э.Б. Раздувающаяся вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172. – № 2. – С. 221–227.
- [2] Zwicky F. On the masses of nebulae and of clusters of nebulae // Astrophysical Journal. – 1937. – V.86. – P. 217–246.
- [3] Matos T., Urena-Lopez L.A. Scalar Field Dark Matter and Planck-Scale Physics // Phys. Lett. – 2002. – V. B538. – P. 246–250.
- [4] Mota D. F., Salzano V., Capozziello S. Unifying static analysis of gravitational structures with a scale-dependent scalar field gravity as an alternative to dark matter // Phys. Rev. D. – 2011. – V. 83. – P. 084038.
- [5] Puetzfeld D. Status of non-Riemannian cosmology // New Astron. Rev. – 2005. – V. 49. – P. 59–64.
- [6] Бабурова О.В., Фролов Б.Н. Математические основы современной теории гравитации. – М.: МПГУ, Прометей, 2012.
- [7] Babourova O.V., Frolov B.N., Zhukovsky V.Ch. Gauge Field Theory for Poincarè–Weyl Group // Phys. Rev. D. – 2006. – V. 74. – P. 1–12.
- [8] Dirac P. A. M. Long range forces and broken symmetries // Proc. Roy. Soc. A. – 1973. – V. 333. – P. 403–418.
- [9] Babourova O.V., Frolov B.N., Lipkin K.N. Theory of gravity with a Dirac scalar field in the exterior form formalism and cosmological constant problem // Gravitation and Cosmology. – 2012. – V.18. – № 4. – P. 225–231.
- [10] Babourova O.V., Frolov B.N., Klimova E.A. Plane torsion waves in quadratic gravitational theories in Riemann–Cartan space // Class. Quantum Grav. – 1999. – V. 16. – P. 1149–162.
- [11] Papapetrou A. A static solution of the equations of the gravitational field for an arbitrary charge distribution // Proc. Roy. Irish Acad. – 1947. – V. A51. – P. 191–204.
- [12] Yilmaz H. New approach to general relativity // Phys. Rev. – 1958. – V. 111. – P. 1417–1420.
- [13] Rosen N. A bi-metric theory of gravitation // Gen. Rel. Grav. – 1973. – V. 4. – P. 435–447.
- [14] Muench U., Gronwald F., Hehl F.W. A small guide to variations in teleparallel gauge theories of gravity and the Kaniel–Itin model // Gen. Rel. Grav. – 1998. – V. 30. – P. 933–961.

Аннотация

Романова Екатерина Владимировна

Сферически-симметричная задача в теории гравитации в пространстве-времени Картана–Вейля со скалярным полем Дирака

Рассмотрена сферически-симметричная задача в теории гравитации в пространстве-времени Картана–Вейля при наличии скалярного поля Дирака с использованием двух вариационных принципов. При использовании стандартного вариационного принципа получены вариационные уравнения поля в сферически-симметричном случае и найдены их решения для скалярного поля Дирака и метрики, которая конформным преобразованием сводится к метрике Папаетру–Илмаза–Розена. В сформулированном модифицированном вариационном принципе в пространстве-времени Картана–Вейля связь метрики со скалярным полем Дирака вводится в лагранжеву плотность теории как слагаемое с неопределенными множителями Лагранжа. В рамках данного принципа выведены уравнения гравитационного поля и найдены их решения в сферически-симметричном случае для скалярного поля Дирака и метрики, совпадающей с метрикой Папаетру–Илмаза–Розена. Произведен анализ полученных решений.

Abstract

Romanova Ekaterina Vladimirovna

Spherically symmetric problem in the theory of gravitation in Cartan–Weyl spacetime with the Dirac scalar field

The spherically symmetric problem in the theory of gravitation in Cartan–Weyl spacetime at presence of Dirac scalar field is considered with use of two variational principles. Using of the standard variational principle, the variational field equations in a spherically symmetric case are received and their solutions for the Dirac scalar field and the metrics (which is reduced to the Papapetrou–Yilmaz–Rosen metrics by a conformal transformation) are found. The modified variational principle in Cartan–Weyl spacetime is formulated, in which the connection of the metrics with the Dirac scalar field is introduced in the Lagrangian density of the theory with Lagrange multipliers. Within the framework of the given principle, the equations of a gravitational field are deduced and their solutions in a spherically symmetric case for the Dirac scalar field and the metrics (coincident with the Papapetrou–Yilmaz–Rosen metrics) are found. The analysis of the received solutions is made.