

ГАЛИАХМЕТОВ Алмаз Мансурович



**ТОЧНО ИНТЕГРИРУЕМЫЕ МОДЕЛИ
С НЕМИНИМАЛЬНО СВЯЗАННЫМ СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ
В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА–КАРТАНА**

01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

ГОРЛОВКА — 2014

Работа выполнена на кафедре общенаучных дисциплин автомобильно-дорожного института государственного высшего учебного заведения «Донецкий национальный технический университет»

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Кречет Владимир Георгиевич,
профессор кафедры физики ФГБОУ ВПО Московского государственного технологического университета "СТАНКИН"

доктор физико-математических наук Панов Вячеслав Фёдорович,
профессор кафедры фундаментальной математики ФГБОУ ВПО "Пермский государственный национальный исследовательский университет"

доктор физико-математических наук Иващук Владимир Дмитриевич,
ведущий научный сотрудник ФГУП ВНИИ Метрологической Службы (ВНИИМС)

Ведущая организация:

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Защита состоится « 19 » февраля 2015 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании Диссертационного совета Д 212.203.34 при Российском университете дружбы народов по адресу: 115419, г.Москва, ул.Орджоникидзе, д.3, зал №1.

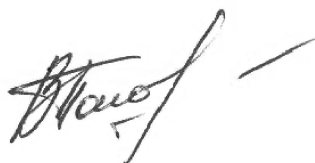
С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г.Москва, ул.Миклухо-Маклая, д.6.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2014 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

кандидат физико-математических
наук



Попова В.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Создание физической картины мира ныне связано, в частности, с построением единой теории всех фундаментальных физических взаимодействий. Важным этапом на этом пути является построение калибровочной теории гравитации. В рамках этой программы большую актуальность приобретает Пуанкаре калибровочная теория гравитации (ПКТГ) [1] и ее простейший вариант — теория Эйнштейна–Картана (ТЭК) [2], в частности. ТЭК является расширением общей теории относительности (ОТО) на пространство–время с кручением и она сводится к ОТО, когда кручение исчезает. Интерес к ТЭК связан с рядом факторов [2, 3]: во-первых, это отмеченная выше связь с калибровочной теорией гравитации; во-вторых, ТЭК, в отличие от ОТО, учитывает обе пространственно–временные характеристики материи — тензор энергии–импульса (ОТО) и спин в качестве источников поля тяготения; в-третьих, как и ОТО, теория гравитации с кручением может быть построена непосредственно из принципов относительности и эквивалентности.

ТЭК содержит нединамическое кручение, поскольку её гравитационное действие пропорционально скаляру кривизны пространства–времени Римана–Картана. В этом смысле, ТЭК — вырожденная калибровочная теория [4]. Этот недостаток отсутствует в ПКТГ, так как её гравитационный лагранжиан включает инварианты, квадратичные по тензорам кривизны и кручения. Тем не менее, ТЭК является жизнеспособной теорией гравитации, чьи наблюдательные предсказания находятся в согласии с классическими тестами ОТО [4].

ТЭК находит важные приложения в космологии, физике элементарных частиц и теории сильных взаимодействий. В последние годы интерес к кручению значительно возрос в связи с тем, что кручение естественно появляется в теориях типа Калуцы–Клейна, супергравитации и суперструнах.

$f(R)$ гравитация с кручением, которая является одним из простейших расширений ТЭК, показала [5], что кручение может быть геометрическим источником ускоренного расширения. В качестве расширения теории абсолютного параллелизма (телепараллелизма), была построена $f(T)$ гравита-

ция [6].

Интерес к ТЭК в космологии вызван тем обстоятельством, что в рамках этой теории возможно построение регулярных космологических моделей за счет нарушения кручением сильного энергетического условия теорем Пенроуза–Хокинга, принимающего в ТЭК вид [3]:

$$T_{\text{eff}}^{ik} \eta_i \eta_k \geq \frac{1}{2} T_{i \text{ eff}}^i \eta^k \eta_k ,$$

где T_{eff}^{ik} – эффективный тензор энергии-импульса материи, η_i – произвольный времениподобный вектор.

Наибольшее число космологических решений в рамках ТЭК было получено для спинирующей жидкости Вейссенхоффа–Раабе [7]. Каждый элемент этой жидкости обладает, кроме импульса, также внутренним угловым моментом $S_{\mu\nu} = -S_{\nu\mu}$. Тензор спина имеет вид

$$S_{ij}{}^k = S_{ij} u^k ,$$

где u^k – 4-скорость частицы жидкости. Большинство решений в ТЭК получено при условии Френкеля [3]

$$S_{ij} u^j = 0 ,$$

которое требует, чтобы внутренний угловой момент был пространственноподобным в системе покоя жидкости. Точное несингулярное решение со спинирующей пылью для пространственно–неоднородных моделей было получено в работе [8], а для пространственно–плоских фридмановских моделей – в работе [9].

Пространственно–плоская фридмановская модель с отскоком и ультра-релятивистской асимптотикой масштабного фактора $a|_{t \rightarrow \infty} \sim t^{1/2}$ была построена в работе [10] для спинирующей жидкости неполяризованных фермионов. Регулярные космологические модели, где источником кручения является жидкость Вейссенхоффа, поляризованная в результате взаимодействия с магнитным полем теории Прока, получены в работах [11, 12]. Динамический анализ поведения безвихревой жидкости Вейссенхоффа с использованием 1+3 ковариантного подхода проведен в работе [13]. Показано, что спиновая жидкость предотвращает сингулярность и обуславливает осцилли-

рующие модели и модели с отскоком. В работе [14] для закрытой фридмановской модели со спиновой жидкостью продемонстрировано, что возможны несингулярные модели, для которых решаются проблемы плоскостности и горизонтов.

Несингулярная модель Вселенной с кручением, индуцированным спином векторного поля, приведена в [15].

По-поводу космологических моделей со спинорным полем в рамках ТЭК отметим следующее. Космологическая сингулярность не исчезала в однородных изотропных моделях, где в качестве источника кручения выступало поле Дирака [16, 17]. Цилиндрически-симметричные модели без сингулярностей были получены в [18] для электрически заряженного нелинейного спинорного поля типа Иваненко–Гейзенберга. Для закрытой фридмановской модели с использованием дираковской формы тензора спина для фермионной материи $S_{ijk} = S_{[ijk]}$, было получено решение с отскоком [19].

В статьях [20, 21] изучались модели с неминимально связанным скалярным полем в ТЭК. Если в статье [20] полевые уравнения были выписаны некорректно, то в работе [21] был приведен лишь качественный анализ (без точного решения) одной несингулярной пространственно-плоской космологической модели с фридмановскими асимптотиками в ультрарелятивистском пределе. Точные общие решения для всех типов космологических моделей Фридмана с неминимально связанным безмассовым духовым скалярным полем в рамках аффинно-метрической теории гравитации были получены в работе [22] при фиксированном значении параметра неминимальной связи $\xi = \pm 1/6$. В некоторых моделях устраняется начальная сингулярность и возможно ускоренное расширение на поздних стадиях эволюции.

Недавние астрономические и космологические наблюдения свидетельствуют в пользу пространственно-плоской Вселенной, которая доминирована тёмной энергией и находится на стадии ускоренного расширения. Данные космического аппарата Planck показывают, что барионы составляют 5% от всей материи, невидимая материя с обычными гравитационными свойствами — тёмная материя (DM) даёт примерно 27% массы Вселенной, а оставшиеся 68% соответствуют неизвестной субстанции с отрицательным давлением, называемой тёмной энергией (DE). Объяснение ускоренного расширения Все-

ленной в настоящую эпоху и выяснение природы тёмной материи и тёмной энергии — одна из ключевых задач современной космологии.

В настоящее время установлена стандартная космологическая модель (СКМ) [23], которая хорошо описывает космологическую историю и эволюцию Вселенной начиная от инфляции (ускоренного экспоненциального расширения в раннюю эпоху) и до наших дней. В рамках СКМ канонической моделью является Λ CDM-модель, в которой доминируют холодная тёмная материя (CDM) и тёмная энергия в виде Λ -члена, который характеризует плотность энергии вакуума. Хотя Λ CDM-модель, в основном, согласуется с наблюдениями, она имеет две фундаментальные проблемы. Проблема тонкой настройки (fine-tuning problem) состоит в том, что наблюдаемое в настоящее время космологическое значение плотности энергии вакуума в 10^{45} раз меньше, чем теоретическое значение вакуумной энергии в квантовой хромодинамике. Проблема совпадений (coincidence problem) заключается в близости по величине значений плотности тёмной материи и тёмной энергии в современную эпоху, хотя никакой связи а priori между ними нет.

Недавнее открытие бозона Хиггса [24], который был предсказан теорией Энглера–Браута–Хиггса [25, 26], в экспериментах на Большом адронном коллайдере в Европейском центре ядерных исследований (ЦЕРНе) подтвердило Стандартную модель физики частиц. До этого открытия модели со скалярным полем рассматривались, как гипотетические. Теперь скалярное поле может приобрести статус фундаментального поля природы. В [27] было показано, что скалярное поле Энглера–Браута–Хиггса может выступать в роли инфлатона в ранней Вселенной при условии, что оно неминимально связано с гравитацией. Необходимо отметить, что неминимальная связь естественно появляется в квантовой теории скалярного поля из требования ренормализуемости этой теории [28]. Неминимально связанное скалярное поле привлекает серьёзное внимание в современной космологии в связи с инфляционным сценарием и построением моделей тёмной энергии.

Значительно возросшая точность измерений в современной наблюдательной космологии обусловила её существенный прогресс. В этой связи, точные космологические решения, позволяющие выяснить детальную картину эволюции моделей, представляют большой интерес. Хорошо известно, что

в ОТО точные решения для фридмановских космологических моделей явились основой для сравнения теоретических предсказаний с наблюдениями.

В настоящее время большое внимание привлекают теории неминимально связанных с гравитацией полей. Ввиду того, что неминимально связанное скалярное поле достаточно широко используется как в квантовой, так и в классической теории гравитации, и ограниченного числа точных решений с этим источником в рамках ТЭК, представляется целесообразным построение точно интегрируемых моделей в ТЭК для произвольных значений параметра неминимальной связи ξ .

Открытие анизотропии реликтового излучения усилило интерес к анизотропным космологическим моделям. В данной работе исследуются космологические модели типа Бьянки I с кручением.

По-прежнему, актуально изучение космологических моделей с вращением и расширением. В диссертации построены такие модели в пространстве с кручением, которые несингулярны и допускают чередование эпох: ультрарелятивистскую, нерелятивистскую и эпоху ускоренного расширения с асимптотической изотропизацией.

Цели и задачи диссертационной работы

Список целей:

1. Получение новых точных решений с неминимально связанным скалярным полем в ТЭК.
2. Решение некоторых проблем современной космологии: сингулярности, горизонтов, темной материи и темной энергии, анизотропии, вращения.
3. Выяснение роли кручения и различных источников гравитационного поля в космологии.
4. Построение и исследование статических конфигураций в ТЭК с источником кручения в виде бесспиновой идеальной жидкости.
5. Построение двухторсионных статических и нестационарных моделей в ТЭК.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

1. Исследованы фридмановские модели с каноническим ($\alpha_s = +1$) и духо-

вым ($\alpha_s = -1$) неминимально связанным скалярным полем (НССП), НССП при учете потенциала четвертого порядка, НССП и ультрарелятивистским газом в рамках ТЭК и ОТО; многокомпонентные модели в рамках ТЭК.

2. Исследованы анизотропные модели типа I по Бьянки с НССП в рамках ТЭК и ОТО, многокомпонентные модели типа I по Бьянки в ТЭК.

3. Построены модели с вращением и расширением в ТЭК для анизотропной жидкости и НССП.

4. Построен вариант ТЭК, в котором источником кручения является бесспиновая идеальная жидкость.

5. Построены двухторсионные модели в ТЭК с НССП и идеальной жидкостью.

Научная новизна

В диссертации получены следующие новые результаты:

1. Для фридмановских моделей с НССП, НССП при учете потенциала четвертого порядка, НССП и ультрарелятивистским газом впервые получены точные общие решения для произвольных значений постоянной неминимальной связи ξ в рамках ТЭК и ОТО. Впервые найдены ограничения на ξ и выделенные значения ξ . Доказано, что в некоторых случаях решения допускают счётное число космологических моделей с отскоком. Детально проанализировано поведение моделей вблизи отскока. Впервые получены оценки величины квадрата следа кручения в современную эпоху. Показано, что возможно фантомное поведение нефантомного скалярного поля. Для многокомпонентных моделей в ТЭК выявлена роль источников гравитационного поля в космологии.

2. Для анизотропных моделей типа I по Бьянки с НССП впервые получены точные общие решения для произвольных значений ξ в рамках ТЭК и ОТО. Найдены ограничения на ξ . Впервые получены точные аналитические решения для многокомпонентных моделей типа I по Бьянки в ТЭК.

3. Впервые построены точно интегрируемые модели с вращением и расширением в ТЭК для анизотропной жидкости и НССП. Показано, что модели несингулярны и их изотропизация происходит быстрее, чем в аналогичной

задаче в ОТО с анизотропной жидкостью.

4. Разработан вариант ТЭК, в котором источником кручения является бесспиновая идеальная жидкость. Доказано, что в стационарных пространствах теория верна для жидкости с вакуумным уравнением состояния. Предложен метод генераций решений в ТЭК для двухжидкостных статических сферических конфигураций с линейной массовой функцией.

5. Разработан вариант ТЭК, в котором источниками кручения одновременно являются идеальная жидкость и НССП. В пространстве Минковского для $\xi < 0$ получены точные солитоноподобные решения для скалярного поля с полиномиальным потенциалом. Показано, что случай аксионного поля является выделенным. Построены фридмановские модели в ТЭК с двумя источниками кручения.

Теоретическая и практическая значимость

Полученные точные решения и примененные методы исследования могут быть в дальнейшем использованы для построения и изучения новых стационарных и нестационарных моделей в ТЭК и ОТО. Построенные точные космологические модели могут явиться основой для сравнения теоретических предсказаний с наблюдениями.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей с каноническим НССП учет кручения при $\xi \geq 1/6$ приводит к существованию моделей с отскоком и ускоренному расширению на поздних стадиях эволюции, а при $\xi = -1/6$ — к торможению космологической эволюции. В моделях с духовым НССП учет кручения обуславливает существование объединенной модели темной материи и темной энергии для $\xi = -3/2$, несингулярной модели для $\xi = -1/6$ и моделей с отскоком для $\xi > -1/54$, которые свободны от горизонта частиц и имеют деситтеровскую асимптотику на поздних временах.

2. Одновременный учет потенциала $V(\Phi) = C_2(\alpha_s - \xi\kappa\Phi^2)^2$ и кручения для пространственно-плоских фридмановских моделей приводит к увеличе-

нию числа моделей с отскоком, существованию моделей со степенной асимптотикой ($t^{4/3}$) для масштабного фактора на поздних этапах эволюции, фантомному поведению нефантомного скалярного поля для $\alpha_s = +1$, $V(\Phi) > 0$, $\xi > 0$; существованию объединенных моделей темной материи и темной энергии для $\xi = -\frac{3}{2}$ с деситтеровской асимптотикой на поздних стадиях космологической эволюции (для $\alpha_s = -1$ дополнительно существует асимптотика $a|_{t \rightarrow \infty} \sim t^{4/3}$).

3. Для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей с НССП и ультрарелятивистским газом учет кручения приводит к существованию моделей с отскоком без горизонта частиц и ускоренному расширению на поздних временах. Влияние ультрарелятивистского газа проявляется в увеличении числа моделей с отскоком и существованию ультрарелятивистской асимптотики.

4. Жесткая жидкость в смеси “Каноническое скалярно-торсионное поле” + “ $V(\Phi)$ ” приводит к существованию сингулярных моделей со степенным законом расширения $a|_{t \rightarrow 0} \sim t^{1/3}$ в раннюю эпоху и деситтеровским в позднюю, а также к существованию несингулярных расширяющихся моделей с деситтеровской асимптотикой на поздних временах и существованию выделенного значения постоянной неминимальной связи ξ : $\xi = 3/8$. Асимметричные несингулярные модели с асимптотиками $a|_{t \rightarrow \infty} \sim (-t)^{1/3}$ и $a|_{t \rightarrow +\infty} \sim e^{Ht}$ справедливы в отсутствие потенциала. Влияние жесткой жидкости может быть подавлено для смеси “Жесткая жидкость” + “духовое скалярно-торсионное поле” + “ $V(\Phi)$ ” + “ультрарелятивистский газ”. В этом случае возможны несингулярные модели с асимптотиками $a|_{t \rightarrow -\infty} \sim t$ и $a|_{t \rightarrow +\infty} \sim e^{Ht}$. Новые типы сингулярных космологических моделей возникают для смеси “Духовое скалярно-торсионное поле” + “ $V(\Phi)$ ” + “ультрарелятивистский газ”, которые характеризуются линейным законом эволюции масштабного фактора в начале эволюции.

5. Для анизотропных космологических моделей типа I по Бьянки с НССП система уравнений в ОТО совместна лишь для конформно-инвариантного скалярного поля $\xi = 1/6$ и допускает сингулярные модели без изотропизации на поздних временах. Учёт кручения приводит к существованию несингулярных моделей с асимптотической изотропизацией и увеличению числа

вариантов космологической эволюции для $\xi \leq -1/6$. Присутствие жёсткой жидкости в смеси с каноническим НССП для моделей типа I по Бьянки в ТЭК приводит, в частности, к изотропизации деситтеровского типа и ограничению $\xi > 3/8$. Дополнительный источник гравитационного поля в виде отрицательного потенциала $V(\Phi) = -|C_2|(1 - \xi\kappa\Phi^2)^2$ приводит к сингулярным расширяющимся моделям с деситтеровской изотропизацией и ограничению $\xi > 3/2$. Введение положительного потенциала $V(\Phi) = C_2(1 - \xi\kappa\Phi^2)^2$ в смесь НССП и жёсткой жидкости приводит к сингулярным расширяющимся моделям с законом изотропизации $a(t) \sim b(t) \sim c(t) \sim t^{4/3}$. Когда ультрарелятивистский газ учитывается в смеси с НССП и жёсткой жидкостью, это обуславливает закон изотропизации $a(t) \sim b(t) \sim c(t) \sim t^{2/3}$ и ограничение $\xi > 1/6$.

6. ТЭК допускает несингулярные вращающиеся и расширяющиеся космологические модели с анизотропной жидкостью и каноническим НССП при учете его потенциала. Эволюция моделей содержит последовательность стадий: ультрарелятивистская, нерелятивистская и ускоренное расширение. На поздних этапах модели быстро эволюционируют к изотропному состоянию с критической плотностью вещества и плоскому типу пространства.

7. В ТЭК источником кручения может являться не только идеальная жидкость со спином (жидкость Вейссенхоффа–Раабе), но и бесспиновая жидкость. В рамках ТЭК возможны двухжидкостные сферически симметричные конфигурации с линейной массовой функцией. Одна из жидкостей является анизотропной, а другая жидкость генерирует кручение. Решения в ОТО для анизотропных релятивистских сфер с линейной массовой функцией могут генерировать решения в ТЭК для двухжидкостных моделей. Идеальная жидкость, генерирующая кручение, может выступать в качестве источника внешнего решения Шварцшильда.

8. Для пространственно–плоских фридмановских двухторсионных моделей с каноническим НССП объединенные модели тёмной материи и тёмной энергии существуют для произвольных $\xi < -3/2$, в отличие от фиксированного значения $\xi = -3/2$ для одноторсионных моделей с НССП. Закрытые фридмановские модели с духовым НССП и жёсткой жидкостью допускают осциллирующие модели. В двухторсионных моделях, в отличие от одно-

торсионных с НССП, возрастает период колебаний. Для пространственно-плоских фридмановских моделей с духовым НССП и жёсткой жидкостью присутствие двух источников кручения приводит к существованию фантомных моделей с будущим большим разрывом и существованию сингулярных расширяющихся моделей со сверхжёстким уравнением состояния на ранних стадиях эволюции.

Достоверность результатов диссертации

Достоверность результатов, полученных в диссертации обеспечивается возможностью строгой проверки точных решений. Кроме того, достоверность подтверждается совпадением общих результатов для конкретных задач с ранее опубликованными частными результатами.

Апробация работы

Основные материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

15-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (Казань, 2014); Международная конференция “Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики” RUDN-10 (Москва, 2010); 13-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (Москва, 2008); Международная конференция по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященная 90-летию проф. К.П. Станюковича (Москва, 2006 г); 12-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (Казань, 2005); Gamow memorial international conference dedicated to 100-th anniversary of George Gamow “Astrophysics and cosmology after Gamow - theory and observations” (Odessa, 2004); 2-я Харьковская конференция “Гравитация, космология и релятивистская астрофизика” (Харьков, 2003); 10-я Российская гравитационная конференция – Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации (Владимир, 1999); 9-я Российская гравитационная конференция – Теорети-

ческие и экспериментальные проблемы гравитации (Новгород, 1996); 14th international conference on general relativity and gravitation (Florence, Italy, 1995); 8-я Российская гравитационная конференция – Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации (Москва, 1993); Международная конференция “Лобачевский и современная геометрия” (Казань, 1992).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, девяти глав, заключения, одного приложения и библиографии. Общий объем диссертации 259 страниц. Библиография включает 273 наименований.

Основное содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы, перечислены основные положения диссертации, выносимые на защиту, описана структура работы.

В первой главе обсуждаются геометрические и физические основы теории гравитации Эйнштейна–Картана. Изложена теория неминимально связанного скалярного поля с дополнительными источниками гравитационного поля в теории Эйнштейна–Картана. Лагранжиан скалярного поля выбирается в виде

$$\mathcal{L}_s = (\alpha_s/2) \left[\Phi_{,k} \Phi^{,k} + \xi R \Phi^2 \right], \quad (1)$$

где $R(\Gamma)$ – скалярная кривизна связности $\Gamma_{ij}^k = \{^k_{ij}\} + S_{ij \cdot}^k + S_{\cdot ij}^k + S_{ji}^k$; $\{^k_{ij}\}$ – символы Кристоффеля 2-го рода; $S_{ij \cdot}^k = \Gamma_{[ij]}^k$ – тензор кручения; $\alpha_s = +1$ соответствует каноническому скалярному полю; $\alpha_s = -1$ отвечает духовому скалярному полю.

Духовое скалярное поле, как эффективное поле, естественно возникает из фундаментальных физических теорий, таких как теория суперструн [29] и в моделях с высшими производными [30]. Духовое скалярное поле нарушает унитарность на квантовом уровне. Но, как указано в [31]: "квантовая гравитация с поправками четвертого порядка может иметь смысл, несмотря на очевидное наличие решений с отрицательными энергиями и духами ... отклонения от унитарности для гравитации с высшими производными будут очень маленькими при низких энергиях, которые теперь имеют место во вселенной. Нужно отметить, что духовое скалярное поле нестабильно в

квантовой теории поля, но может быть стабильным в классической космологии [32].

В главе 2 исследуются фридмановские модели с НССП для произвольных значений параметра неминимальной связи ξ . Лагранжиан моделей выбирается в виде

$$\mathbb{L} = -R/2\kappa + \mathbb{L}_s , \quad (2)$$

где $\kappa = 8\pi G$, G – гравитационная постоянная Ньютона.

Для фридмановских моделей с метрикой

$$ds^2 = a^2(\eta)[-dr^2 - f(r)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) + d\eta^2] , \quad (3)$$

система уравнений ТЭК допускает первый интеграл

$$|\Phi'|(|\alpha_s - \xi\kappa\Phi^2|)^{1/2}a^2(\eta) = C_1 , \quad (4)$$

Здесь $f = r$, $\delta = 0$; $f = \sin r$, $\delta = 1$; $f = \sinh r$, $\delta = -1$ соответствует пространственно-плоским, закрытым и открытым моделям, соответственно; $C_1 > 0$ – постоянная интегрирования, штрих обозначает дифференцирование по η . Переход к космическому синхронному времени t осуществляется с помощью выражения

$$\int a(\eta)d\eta = \int dt . \quad (5)$$

В рамках ТЭК получены точные общие решения для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей. Анализ решений в ТЭК для $\alpha_s = \pm 1$ показал следующее:

- (1) Существует 12 типов моделей: 3 несингулярных и 9 сингулярных (не считая модели с зеркальными асимптотиками).
- (2) Для $\alpha_s = +1$, $\xi \geq \frac{1}{6}$ и $\alpha_s = -1$, $\xi < 0$ имеет место ускоренное расширение моделей на поздних этапах эволюции.
- (3) Для $\alpha_s = -1$, $x < 1$, $|\xi| = \frac{3}{2}$ возможно построение объединенной модели темной материи и темной энергии.
- (4) Существуют выделенные значения параметра неминимальной связи ξ
 для $\alpha_s = +1$: $\xi = -\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$
 для $\alpha_s = -1$: $\xi = -6$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$.

В тех случаях, когда плотность энергии скалярно–торсионного поля может расти вплоть до планковских величин, найдены ограничения на постоянную неминимальной связи ξ .

Показано, что на поздних этапах эволюции квадрат следа кручения $S^2 = S_k S^k$ либо убывает со временем (скалярное поле асимптотически стремится к нулю), либо принимает постоянное значение (скалярное поле асимптотически стремится к постоянной величине), которое имеет порядок величины космологической постоянной в современную эпоху. Доказано, что S^2 нельзя рассматривать в качестве эволюционирующего во времени эффективного космологического члена.

Точные общие решения аналогичной задачи в ОТО выявили следующие закономерности:

- (1) Существует 14 типов моделей: 4 несингулярных и 10 сингулярных.
- (2) Все модели на поздних стадиях эволюции имеют отрицательное ускорение.
- (3) Существует симметрия решений для $\alpha_s = +1$ и $\alpha_s = -1$, но полной симметрии нет.
- (4) Существуют выделенные значения параметра неминимальной связи ξ
 для $\alpha_s = +1$: $\xi = \frac{1}{6}, \frac{3}{16}, \frac{1}{3}$
 для $\alpha_s = -1$: $\xi = \frac{3}{16}$.

Проведен сравнительный анализ точных общих решений для пространственно–плоских космологических моделей в ТЭК и ОТО. Выявлены эффекты кручения.

Аналогичная задача в рамках ТЭК решена для открытых фридмановских моделей. Для открытых моделей в отличие от пространственно–плоских моделей показано, в частности, что для $\alpha_s = +1$ не существует реколлапсирующих моделей и выделенных значений ξ ; для $\alpha_s = -1$ существуют модели для $\xi > 0$, а для $\xi < 0$ все модели несингулярны.

В **главе 3** в рамках ТЭК и ОТО получены и проанализированы точные общие решения для пространственно–плоских однородных и изотропных космологических моделей с неминимально связанным скалярным по-

лем при учете полиномиального потенциала четвертого порядка $V(\Phi) = C_2(\alpha_s - \xi\kappa\Phi^2)^2$, где C_2 – постоянная, для произвольных значений параметра ξ . Заметим, что требование ренормализации квантовой теории скалярного поля приводит к введению неминимальной связи и потенциала указанного вида.

Лагранжиан модели выбирается в виде:

$$\mathcal{L} = -R/2\kappa + \mathcal{L}_s - V(\Phi) . \quad (6)$$

Сравнительный анализ моделей для $\alpha_s = +1$, $V(\Phi) > 0$ в ТЭК и ОТО показал, что для $\xi > 0$ одновременный учет кручения и потенциала приводит к существованию только моделей с отскоком и допустима степенная асимптотика $(t^{4/3})$ для масштабного фактора. Для $\xi = -3/2$ существует объединенная модель темной материи и темной энергии

$$a(t) = DU^{2/3}e^{-3H(t+t_0)} , \quad \Phi(t) = -BU^{-1/2} , \quad S^2(t) = (81/4)H^2U^{-2} , \quad (7)$$

где $U(t) = e^{6H(t+t_0)} - 1$, t_0 – постоянная интегрирования, H – параметр Хаббла, $B = (\kappa|\xi|)^{-1/2}$. Особенность модели состоит в том, что на асимптотиках

$$\begin{aligned} a|_{t \rightarrow -t_0} &\sim (t+t_0)^{2/3} , & \Phi|_{t \rightarrow -t_0} &\sim -(t+t_0)^{-1/2} , & S^2|_{t \rightarrow -t_0} &\sim (t+t_0)^{-2} \rightarrow \infty , \\ a|_{t \rightarrow +\infty} &\sim e^{Ht} , & \Phi|_{t \rightarrow +\infty} &\sim -e^{-3Ht} , & S^2|_{t \rightarrow +\infty} &\sim e^{-12Ht} \rightarrow 0 , \end{aligned} \quad (8)$$

скалярное поле и квадрат следа кручения убывают со временем.

Для $\alpha_s = -1$, $\xi = -3/2$, $V(\Phi) < 0$ возможны два типа объединенных моделей темной материи и темной энергии, которые при $t \rightarrow -t_0$ имеют асимптотики, совпадающие с (8). Для этих типов при $t \rightarrow +\infty$ скалярное поле асимптотически стремится к постоянной величине $\Phi|_{t \rightarrow +\infty} \simeq B$, а асимптотики масштабного фактора и квадрата следа кручения имеют вид

(1) для первого типа

$$a|_{t \rightarrow +\infty} \sim e^{Ht} , \quad S^2|_{t \rightarrow +\infty} \simeq (9/4)H^2 = const , \quad (9)$$

(2) для второго типа

$$a|_{t \rightarrow +\infty} \sim t^{4/3} , \quad S^2|_{t \rightarrow +\infty} \sim t^{-2} \rightarrow 0 . \quad (10)$$

Решение аналогичной задачи в рамках ТЭК для закрытых фридмановских моделей показало отсутствие новых типов космологических моделей по сравнению с пространственно–плоскими моделями.

В **главе 4** в рамках ТЭК и ОТО получены и проанализированы точные общие решения для пространственно–плоских фридмановских космологических моделей с неминимально связанным скалярным полем при учете ультрарелятивистского газа для произвольных значений параметра ξ .

Лагранжиан модели выбирается в виде:

$$\mathcal{L} = -R/2\kappa + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_r . \quad (11)$$

где $\mathcal{L}_r$ – лагранжиан идеальной жидкости. Идеальную жидкость выбираем с ультрарелятивистским уравнением состояния:

$$P_r = \varepsilon_r/3 , \quad \varepsilon_r = C_r a^{-4} , \quad (12)$$

где ε_r и P_r – плотность энергии и давление ультрарелятивистского газа, $C_r > 0$ – постоянная интегрирования.

Модели в ОТО описывают коллапсирующие, несингулярные и сингулярные расширяющиеся с отрицательным ускорением модели. Модели в ТЭК позволяют получить сценарии с плавным переходом от сжатия к расширению с ускоренной эволюцией деситтеровского типа на поздних временах. Учет ультрарелятивистского газа обуславливает асимптотику $a \sim \sqrt{t}$ и приводит к увеличению числа типов моделей с отскоком для духового НССП.

Точные общие решения аналогичной задачи для закрытых фридмановских моделей в ТЭК показали, что для канонического НССП и $\forall \xi > 0$ учет ультрарелятивистского газа не сказывается на характере эволюции моделей, а для духового НССП система уравнений Эйнштейна - Картана совместна лишь в присутствии ультрарелятивистского газа. В отличие от пространственно–плоских моделей существуют несингулярные осциллирующие космологические модели.

В **главе 5** в рамках ТЭК получены и проанализированы точные общие решения для пространственно–плоских однородных и изотропных многокомпонентных космологических моделей.

Лагранжиан модели выбирается в виде:

$$\mathcal{L} = -R/2\kappa + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_r + \mathcal{L}_d . \quad (13)$$

где $\mathbf{L}_\text{ж}$ – лагранжиан жесткой жидкости. Для жесткой жидкости справедливо:

$$P_\text{ж} = \varepsilon_\text{ж} = C_\text{ж} a^{-6}, \quad (14)$$

где $C_\text{ж} > 0$ – постоянная интегрирования.

Для канонического НССП присутствие жесткой жидкости позволяет получить модели с отскоком, где для асимптотики $a|_{t \rightarrow -\infty} \sim t^{1/3}$ доминирует вклад жесткой жидкости, а асимптотика $a|_{t \rightarrow +\infty} \sim e^{Ht}$ обусловлена скалярно–торсионным полем. Учет потенциала $V(\Phi) = C_2(1 - \xi\kappa\Phi^2)^2$ приводит как к сингулярным моделям, где в начале эволюции выполняется закон $a|_{t \rightarrow 0} \sim t^{1/3}$, а конечные стадии могут иметь асимптотики $a|_{t \rightarrow +\infty} \sim e^{Ht}$ и $a|_{t \rightarrow +\infty} \sim t^{4/3}$, так и несингулярным моделям и моделям с отскоком с деситтеровскими асимптотиками.

Существование степенной ($a \sim t^{1/3}$) эволюции масштабного фактора в присутствии жесткой жидкости ожидаемо, но не обязательно. Это проиллюстрировано для плоских фридмановских моделей, заполненных ультрарелятивистским газом, жесткой жидкостью и духовым НССП с полиномиальными потенциалами четвертой степени. Для данной смеси показано, что такая асимптотика отсутствует ввиду того, что “кинетический член” скалярно–торсионного поля компенсирует плотность энергии жесткой жидкости.

Для пространственно–плоских однородных и изотропных моделей новых типов космологических моделей, по сравнению с уже рассмотренными выше моделями, нет для следующих смесей:

- (1) $\alpha_s = +1$, “Скалярно–торсионное поле” + “ $V(\Phi)$ ” + “ультрарелятивистский газ”,
- (2) $\alpha_s = \pm 1$, “Скалярно–торсионное поле” + “ультрарелятивистский газ” + “жесткая жидкость”.

Новые типы расширяющихся моделей существуют для смеси “Скалярно–торсионное поле” + “ $V(\Phi)$ ” + “ультрарелятивистский газ” для $\alpha_s = -1$, $\xi < 0$, $\Phi^2 > B^2$ и $V(\Phi) < 0$. Один тип характеризуется линейным законом эволюции масштабного фактора в раннюю эпоху и деситтеровским законом

в позднюю эпоху

$$\begin{aligned} a|_{t \rightarrow -t_0} &\sim t_0 + t, & \Phi|_{t \rightarrow -t_0} &\sim (t_0 + t)^{-1}, & S^2|_{t \rightarrow \pm t_0} &\sim (t_0 \mp t)^{-2} \rightarrow \infty, \\ a|_{t \rightarrow +\infty} &\sim e^{H_1 t}, & \Phi|_{t \rightarrow +\infty} &\simeq B, & S^2|_{t \rightarrow \pm\infty} &\simeq (9/4)H_1^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Второй тип отличается от первого степенной ($a \sim t^{4/3}$) эволюцией в позднюю эпоху

$$\begin{aligned} a|_{t \rightarrow -t_0} &\sim t_0 + t, & \Phi|_{t \rightarrow -t_0} &\sim (t_0 + t)^{-1}, & S^2|_{t \rightarrow -t_0} &\sim (t_0 + t)^{-2} \rightarrow \infty, \\ a|_{t \rightarrow +\infty} &\sim t^{4/3}, & \Phi|_{t \rightarrow +\infty} &\simeq B, & S^2|_{t \rightarrow +\infty} &\sim t^{-2} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (16)$$

В **главе 6** в рамках ТЭК и ОТО получены и проанализированы точные общие решения для космологических моделей с НССП при произвольных значениях параметра ξ для метрики Бианки I

$$ds^2 = -a^2(t)dx^2 - b^2(t)dy^2 - c^2(t)dz^2 + dt^2, \quad (17)$$

Доказано, что полевые уравнения ОТО, в отличие от ТЭК, допускают точные общие решения только для случая $\xi = 1/6$. Показано, что учет кручения приводит к изотропизации и ускоренному расширению моделей на поздних стадиях эволюции.

В рамках ТЭК получены и проанализированы точные частные решения для Бианки I моделей с жесткой жидкостью, ультрарелятивистским газом и каноническим НССП при учете полиномиального потенциала четвертого порядка $V(\Phi)$. Выяснена роль жесткой жидкости и ультрарелятивистского газа в эволюции моделей.

В **главе 7** в рамках ТЭК получено точное частное решение для вращающихся вселенных, заполненных анизотропной жидкостью и каноническим НССП с потенциалом $V(\Phi)$ для произвольных значений параметра ξ . Метрика модели выбрана в виде [15]

$$ds^2 = -a^2(dx^2 + ke^{2\lambda x}dy^2 + dz^2) - 2be^{\lambda x}dydt + dt^2. \quad (18)$$

Здесь $a(t)$ и $b(t)$ – масштабные факторы; k и λ – постоянные; когда $k < 0$, замкнутые времениподобные кривые проходят через каждую точку пространства–времени; когда $k > 0$, замкнутых времениподобных кривых нет и причинность восстанавливается. Параметр λ определяет интенсивность вращения.

ТЭИ идеальной анизотропной жидкости имеет вид

$$T_{ij}^{\text{fl}} = (\varepsilon^{\text{fl}} + P^{\text{fl}})u_i u_j + (P_1^{\text{fl}} - P^{\text{fl}})k_i k_j - P^{\text{fl}}g_{ij} . \quad (19)$$

Здесь ε^{fl} – плотность энергии анизотропной жидкости и $P_1^{\text{fl}}, P^{\text{fl}}$ – компоненты давления; k_i – вектор анизотропии ($k_i u^i = 0$, $k_i k^i = -1$, $k_i = \delta_i^3$); u^i – вектор 4-скорости жидкости ($u_i u^i = 1$).

Точное частное решение в квадратурах для $a(t)$, $b(t)$ и $F(t)$ можно представить в виде

$$a = D_1 F^{-m/2} , \quad b^2 = k a^2 C_1^2 (a^4 F^2 - C_1^2)^{-1} ,$$

$$\int F^{\frac{2m-5}{2}} (F - n)^{\frac{1}{4\xi(m-1)}} \sqrt{D_1^4 F^{2(1-m)} - C_1^2} dF = D_2 t , \quad (20)$$

где D_1 и D_2 – постоянные интегрирования; $F = \kappa |\xi| \Phi^2 + n$, $n = +1$ соответствует $\alpha_s \xi < 0$ и $n = -1$ соответствует $\alpha_s \xi > 0$.

Предварительный анализ показал, что знак параметра n существенно не влияет на качественный характер эволюции моделей. Поэтому не ограничивая общности, можно выбрать параметр n положительным: $n = +1$ ($\alpha_s = +1$).

Выражение для потенциала скалярного поля $V(\Phi)$ ($s \neq 2$) имеет вид

$$V(\Phi) = \sigma_1 F^{1-d} + \sigma_2 F^{-(1+3d)} + \sum_{l=0}^3 \frac{\sigma_{3+l}}{(s-2+l)(F-1)^{s-2+l}} , \quad (21)$$

где σ_i – постоянные параметры, $d = |m|$; $s^{-1} = 2\xi(m-1)$, $s > 1$, $m < 0$; $\xi < 0$. Для $s = 2$, выражение с параметром σ_3 должно быть заменено на $-\ln |F-1|$.

Для причинных моделей ($k > 0$) асимптотика для сдвига $\tilde{\sigma}$ моделей при больших значениях масштабного фактора ($\tilde{\sigma} \sim a^{-4-(3+s)/d}$) показывает, что изотропизация моделей происходит быстрее, чем в аналогичных моделях ОТО без НССП ($\sigma \sim a^{-4}$). Угловая скорость $\tilde{\omega}$ в сопутствующей системе отсчета ($\tilde{\omega} \sim a^{-3-(2/d)}$) быстрее уменьшается с расширением, чем в ОТО ($\omega \sim a^{-1}$).

Показано, что скалярно-торсионное поле в начале космологического расширения устраняет сингулярность и вызывает ускоренное расширение на поздних стадиях эволюции по степенному закону $a|_{t \rightarrow \infty} \sim t^2$. Построение

несингулярных моделей с ускоренным расширением на поздних стадиях эволюции возможно за счет выбора параметров решения. Эти модели могут содержать либо радиационно-доминированную эру ($a \sim t^{1/2}$), либо материально-доминированную эру ($a \sim t^{2/3}$). В частном случае ($s = d = 2$) эволюция модели допускает существование обеих стадий.

Обнаружено, что пространственная метрика модели с увеличением масштабного фактора быстро стремится к изотропной метрике и плотность вещества в современную эпоху равна критической плотности ($\rho = \rho_c$).

Глава 8 посвящена построению варианта ТЭК с источником кручения в виде идеальной бесспиновой жидкости.

Лагранжиан модели определяется как

$$\mathbb{L} = -R/2\kappa + \mathbb{L}_{\text{fl}}^t, \quad (22)$$

где $\mathbb{L}_{\text{fl}}^t$ – лагранжиан идеальной бесспиновой жидкости.

Выберем лагранжиан идеальной бесспиновой жидкости в виде

$$\mathbb{L}_{\text{fl}}^t = -\rho(1 + \Pi(\rho, e)) + k \overset{\Gamma}{\nabla}_i (\rho u^i) + k_1(u_i u^i - 1) + k_2 u^i \partial_i X + k_3 u^i \partial_i e. \quad (23)$$

Здесь ρ – плотность массы жидкости; $\Pi(\rho, e)$ – ее внутренняя энергия; k, k_1, k_2, k_3 – лагранжевы множители, обеспечивающие сохранение числа частиц, нормировку 4-скорости, тождественность частиц и сохранение энтропии; $\overset{\Gamma}{\nabla}_i$ – ковариантная производная в пространстве Римана–Картана. Отметим, что подобный лагранжиан, но в пространстве с вейлевской неметричностью, рассматривался в работе [33].

Лагранжиану (22) соответствует замкнутая подсистема уравнений в ОТО:

$$G_{ij}(\{\}) = \kappa T_{ij}^{\text{fl}} + \Lambda_{ij}, \quad (24)$$

$$(\Theta u^i)_{;i} = -(\varepsilon_{\text{fl}} + P_{\text{fl}}), \quad (25)$$

где

$$T_{ij}^{\text{fl}} = (\varepsilon_{\text{fl}} + P_{\text{fl}})u_i u_j - P_{\text{fl}} g_{ij}, \quad (26)$$

$$\Lambda_{ij} = (8/3)S_i S_j - (4/3)S_k S^k g_{ij}. \quad (27)$$

Здесь ε_{fl} и P_{fl} – плотность энергии и давление идеальной жидкости; $\Theta = k\rho$; $S^k = (3/4)\kappa\Theta u^k$.

Исследована возможность существования статических сферических конфигураций с линейной массовой функцией в ТЭК. Для двухжидкостных моделей, которые содержат изотропную и анизотропную компоненты, предложен способ генерации решений в ТЭК из известных решений в ОТО.

В **главе 9** построен вариант ТЭК с двумя источниками кручения: идеальной жидкостью и НССП.

Лагранжиан модели выбирается в виде:

$$\mathbb{L} = -R/2\kappa + \mathbb{L}_s - V(\Phi) + \mathbb{L}_{\text{fl}}^t . \quad (28)$$

Получены точные аналитические решения для стационарных распределений материи в пространстве Минковского для $\xi < 0$. Потенциал скалярного поля выбирается в полиномиальном виде:

$$V(\Phi) = \tilde{\beta} \frac{m^2}{2} \Phi^2 + \frac{\tilde{\lambda}}{4!} \Phi^4 + \frac{\nu}{6!} \Phi^6 . \quad (29)$$

Здесь m , $\tilde{\lambda}$, ν – постоянные интегрирования; $\tilde{\beta} = +1$ соответствует массивному скалярному полю, $\tilde{\beta} = -1$ соответствует хиггсовской нелинейности.

Показано, что в пространстве Минковского для $\xi < 0$ возможны солитоноподобные решения для скалярного поля с полиномиальным потенциалом. Показано, что случай аксионного поля ($\alpha_s = -1$, $\xi = -1/6$, $V(\Phi) = -\frac{1}{2}m^2\Phi^2$) является выделенным.

Получены точные внутренние решения для статических сфер в ТЭК. Потенциал скалярного поля выбирается в виде (29) с $\nu = 0$.

Исследованы пространственно–плоские фридмановские модели с двумя источниками кручения. Идеальную жидкость, которая генерирует кручение, выбирается с вакуумным уравнением состояния $P_{\text{fl}(1)} = -\varepsilon_{\text{fl}(1)} = -C_{\text{fl}(1)}$, где $C_{\text{fl}(1)} > 0$. Для Θ в метрике фридмановских моделей справедливо $\Theta = C_{\Theta} a^{-3}$, где $\Theta > 0$ – постоянная. Потенциал скалярного поля выбирается в виде

$$V(\Phi) = \pm \frac{\mu^2}{2} \Phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \Phi^4 . \quad (30)$$

Здесь μ и λ – постоянные; знак “+” соответствует массивному скалярному полю ($\alpha_s \xi < 0$), знак “–” соответствует хиггсовской нелинейности ($\alpha_s \xi > 0$).

Для пространственно–плоских фридмановских моделей выявлены следующие закономерности:

- В двухторсионных моделях с лагранжианом (28) ускоренное расширение поздних этапов эволюции определяет какой-либо из источников кручения.
- Для $\alpha_s = +1, \xi < 0, \forall \Phi$ объединенные модели темной материи и темной энергии возможны для произвольных значений $|\xi| > 3/2$, в отличие от одноторсионных ($|\xi| = 3/2$).
- Для $\alpha_s = +1, \xi > 0, \Phi^2 > B^2$ существуют объединенные модели темной материи и темной энергии, которые отсутствуют в одноторсионных моделях.
- Для $\alpha_s = +1, \xi > 0, \Phi^2 < B^2$ в моделях с отскоком скорость расширения на поздних стадиях эволюции больше, чем в одноторсионных моделях со скалярным полем.
- Для $\alpha_s = -1, \xi < 0, \Phi^2 < B^2$ в присутствии жесткой жидкости, в отличие от одноторсионных моделей, допустимы
 - фантомные модели с будущим большим разрывом (Big Rip),
 - сингулярные расширяющиеся модели со сверхжестким уравнением состояния на ранних стадиях эволюции.

Для закрытых фридмановских моделей в присутствии жесткой жидкости возможно построение осциллирующих вселенных для $\alpha_s = +1, \xi < 0, \forall \Phi$. В этом случае, в отличие от аналогичных одноторсионных моделей с НССП, в двухторсионных моделях возрастает период колебаний и максимальное (минимальное) значение масштабного фактора:

$$T^{2torsion} = T^{1torsion}(1 + \chi_2)^{3/4}, \quad a_{\max}^{2torsion} = a_{\max}^{1torsion}(1 + \chi_2)^{1/4}, \quad (31)$$

где $T^{1torsion}$ – период колебаний моделей, содержащих только скалярно-торсионное поле; $a_{\max}^{1torsion}$ – максимум для моделей, содержащих только скалярно-торсионное поле; $\chi_2 > 0$ – параметр модели, $\chi_2^{1torsion} = 0$.

Основные результаты

1. Найдены и исследованы точные общие решения в ТЭК и ОТО для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей с

НССП при произвольных значениях постоянной неминимальной связи ξ . Сравнительный анализ точных общих решений в ТЭК и ОТО показал, что учет кручения приводит к

- уменьшению числа типов космологических моделей для $\xi > 0$ и увеличению для $\xi < 0$;
- существованию моделей с отскоком, причем, для $\alpha_s = -1$, $\xi > -1/54$ модели свободны от горизонта частиц;
- существованию несингулярной модели для $\alpha_s = -1$, $\xi = -1/6$;
- замедлению космологической эволюции для $\alpha_s = +1$, $\xi = -1/6$;
- существованию объединенной модели темной материи и темной энергии для $\alpha_s = -1$, $x < 1$, $\xi = -3/2$;
- ускоренному расширению моделей на поздних стадиях космологической эволюции для $\alpha_s = +1$, $\xi \geq 1/6$ и $\alpha_s = -1$, $\xi < 0$;
- существованию других выделенных значений ξ :
 для $\alpha_s = +1$: $\xi = -\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$ в ТЭК и $\xi = \frac{1}{6}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{3}$ в ОТО,
 для $\alpha_s = -1$: $\xi = -6$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$ в ТЭК и $\xi = \frac{3}{16}$ в ОТО.

2. Получены и исследованы точные общие решения в ТЭК и ОТО для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей с НССП при учете потенциала $V(\Phi) = C_2(\alpha_s - \xi\kappa\Phi^2)^2$. Показано, что учет кручения и потенциала $V(\Phi)$ приводит к

- увеличению числа моделей с отскоком;
- существованию моделей со степенной асимптотикой $(t^{4/3})$ на поздних этапах эволюции;
- фантомному поведению нефантомного скалярного поля для $\alpha_s = +1$, $V(\Phi) > 0$, $\xi > 0$;
- существованию объединенных моделей темной материи и темной энергии для $\xi = -3/2$: с деситтеровской асимптотикой для $\alpha_s = +1$, $V(\Phi) > 0$; с деситтеровской и степенной $(t^{4/3})$ асимптотиками для $\alpha_s = -1$, $V(\Phi) < 0$ на поздних стадиях космологической эволюции.

3. Получены и исследованы точные общие решения в ТЭК и ОТО для пространственно-плоских однородных и изотропных космологических моделей с НССП и ультрарелятивистским газом. Обнаружено, в частности, что учет кручения приводит к устранению сингулярностей и существованию ускоренного расширения на поздних этапах эволюции. Вклад ультрарелятивистского газа состоит в увеличении числа моделей с отскоком и существованию ультрарелятивистской асимптотики.

4. Найдены и исследованы точные аналитические решения в ТЭК для пространственно-плоских фридмановских многокомпонентных моделей. Для НССП при учете потенциала $V(\Phi)$ и жёсткой жидкости получены сингулярные и несингулярные модели для $\alpha_s = +1$, где на асимптотиках доминирует либо вклад жёсткой жидкости, либо вклад НССП. Доказано существование новых типов космологической эволюции для моделей с НССП при учете потенциала $V(\Phi)$ и наличии, в одном случае, ультрарелятивистского газа, в другом случае — жёсткой жидкости.

5. Получены и исследованы точные общие решения в ТЭК и ОТО для анизотропных космологических моделей типа I по Бьянки с НССП. Доказано, что система уравнений в ОТО совместна лишь для конформно-инвариантного скалярного поля. Обнаружено, что учёт кручения приводит к существованию несингулярных моделей с асимптотической изотропизацией и увеличению числа вариантов космологической эволюции.

6. Для многокомпонентных моделей типа I по Бьянки в ТЭК с $\alpha_s = +1$ показано, что присутствие жёсткой жидкости в смеси с НССП приводит, в частности, к изотропизации деситтеровского типа и ограничению на ξ : $\xi > 3/8$. Дополнительный источник гравитационного поля в виде отрицательного потенциала $V(\Phi) = -|C_2|(1 - \xi\kappa\Phi^2)^2$ приводит к сингулярным расширяющимся моделям с деситтеровской изотропизацией и ограничению $\xi > 3/2$. Введение положительного потенциала $V(\Phi) = C_2(1 - \xi\kappa\Phi^2)^2$ в смесь НССП и жёсткой жидкости приводит к сингулярным расширяющимся моделям с законом изотропизации $t^{4/3}$. Когда ультрарелятивистский газ учитывается в смеси с НССП и жёсткой жидкостью, это обуславливает закон изотропизации $t^{2/3}$ и ограничение $\xi > 1/6$.

7. Получены и исследованы точные аналитические решения в ТЭК для

нестационарных вращающихся космологических моделей с анизотропной жидкостью и НССП при учете его потенциала. Показано, что модели несингулярны и их эволюция допускает последовательность стадий: ультрарелятивистская, нерелятивистская и ускоренное расширение. На поздних этапах модели быстро эволюционируют к изотропному состоянию с критической плотностью вещества и плоскому типу пространства.

8. Построен вариант ТЭК, в котором источником кручения является бесспиновая идеальная жидкость. Показано, что решения ОТО для анизотропных релятивистских сфер с линейной массовой функцией могут генерировать решения в ТЭК для двухжидкостных моделей.

9. Построен вариант ТЭК, в котором источниками кручения одновременно являются идеальная бесспиновая жидкость и НССП. Получены точные внутренние решения для статических сфер в ТЭК с двумя источниками кручения. Построены точно интегрируемые космологические модели в ТЭК с двумя источниками кручения. Показано, в частности, что для пространственно-плоских моделей с $\alpha_s = +1$ объединенные модели тёмной материи и тёмной энергии существуют для произвольных $\xi < -3/2$, в отличие от фиксированного значения $\xi = -3/2$ для НССП. Для закрытых фридмановских моделей с $\alpha_s = +1$ и жёсткой жидкостью построены осциллирующие модели. Показано, что в двухторсионных моделях, в отличие от одноторсионных с НССП, возрастает период колебаний. Для пространственно-плоских моделей с $\alpha_s = -1$ и жёсткой жидкостью показано, что присутствие двух источников кручения приводит к существованию фантомных моделей с будущим большим разрывом и существованию сингулярных расширяющихся моделей со сверхжёстким уравнением состояния на ранних стадиях эволюции.

Список литературы

- [1] Frolov B.N. *On foundations of Poincare–Gauge theory of gravity* // Gravitation & Cosmology.—2004.—V.10.—P.116-120.
- [2] Hehl F. W., Heyde P., Kerlick G. D., Nester J. M. *General relativity with spin and torsion: foundations and prospects* // Reviews of Modern Physics.—

1976.—V.48.—P.393-416.

- [3] Пономарёв В. Н., Барвинский А. О., Обухов Ю. Н., *Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий*.—М.: Энергоатомиздат.—1985.—168 с.
- [4] Hehl F. W., Obukhov Yu. N. *Elie Cartan's torsion in geometry and in field theory, an essay* // Annales de la Fondation Louis de Broglie.—2007.—V.32.—P.157-195.
- [5] Capozziello S., Cianci R., Stornaiolo C., Vignolo S. *$f(R)$ cosmology with torsion* // Physica Scripta.—2008.—V.78.—0605010.
- [6] Bamba K., Geng C. Q., Lee C. C., Luo L. W. *Equation of state for dark energy in $f(T)$ gravity* // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.—2011.—V.1101.—021.
- [7] Weyssenhoff J., Raabe A. *Relativistic dynamics of spin-fluids and spin-particles* // Acta Phys. Polon.—1947.—V.9.—P.7-18.
- [8] Kopczyński W. A. *A non-singular universe with torsion* // Phys. Lett. A.—1972.—V.39.—P.219-220.
- [9] Kuchowich B. *Methods of deriving exact solutions of spherical symmetry in the Einstein-Cartan theory for a perfect fluid with a “classical description” of spin* // Acta Phys. Polon. B.—1975.—V.6.—P.173-196.
- [10] Gasperini M. *Repulsive gravity in the very early universe?* // General Relativity and Gravitation.—1998.—V.30.—P.1703-1709.
- [11] Кречет В. Г., Пономарёв В. Н., *Космология в теории Эйнштейна-Картана* // *Новое в теории относительности и гравитации* / Под ред. Д. Д. Иваненко.—М.: Наука.—1977.—66-72 с.
- [12] Teixeira A. *Homogeneous, nonsingular, closed Einstein-Cartan cosmological model* // Physical Review D.—1985.—V.31.—P.2132-2134.
- [13] Brechet S. D., Hobson M. P., Lasenby A. N. *Classical big-bounce cosmology: dynamical analysis of a homogeneous and irrotational Weyssenhoff fluid theory* // Classical and Quantum Gravity.—2008.—V.25.—245016.

- [14] Popławski N. J. *Cosmology with torsion: an alternative to cosmic inflation* // Physics Letters B.—2010.—V.69.—P.181-185.
- [15] Кречет В. Г., *Проблемы гравитационного взаимодействия физических полей в пространствах аффинной связности: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.02.*—Ярославль, ЯГПИ им. Ушинского—1984.—279 с.
- [16] Kerlick G. D. *"Bouncing" of simple cosmological models with torsion* // Annals Phys.—1976.—V.99.—P.127-141.
- [17] Tafel J. *Cosmological models with a spinor field* // Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. math. astron.—1977.—V.25.—P.593-598.
- [18] Кречет В. Г. *Спинорное и электромагнитные поля в пространстве с кручением* // Изв. Вузов. Физика - 1978. - №11. - С.31-35
- [19] Popławski N. J. *Nonsingular, big-bounce cosmology from spinor-torsion coupling* // Physical Review D.—2012.—V.85.—107502.
- [20] De Ritis R., Scudellaro P., Stornaiolo C. *A non-minimally coupled theory with torsion* // Physics Letters A.—1988.—V.126.—P.389-392.
- [21] Jha R., Lord E. A., Sinha K. P. *A singularity-free cosmological model in ECKS theory* // General Relativity and Gravitation.—1988.—V.20.—P.565-571.
- [22] Krechet V. G., Sadovnikov D. V. *Cosmology in an affine-metric theory of gravity with a scalar field* // Gravitation & Cosmology.—1997.—V.3.—P.133-140.
- [23] Долгов А. Д. *Космология: от Померанчука до наших дней* // Успехи физических наук.—2014.—Т.184.—С.211–221.
- [24] Chatrchyan S. et al. (CMS Collaboration) *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC* // Physics Letters B.—2012.—V.716.—P.30-61.
- [25] Englert F., Brout R. *Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons* // Physical Review Letters.—1964.—V.13.—P.321-323.

- [26] Higgs P. W. *Broken symmetries and the massess of gauge bosons* // Physical Review Letters.—1964.—V.13.—P.508-509.
- [27] Bezrukov F. *The Higgs field as an inflation* // Classical and Quantum Gravity.—2013.—V.30.—214001.
- [28] Faraoni V. *Non-minimal coupling of the scalar field and inflation* // Physical Review D.—1996.—V.53.—P.6813-6823.
- [29] Aref'eva I. Y., Koshelev A. S., Vernov S. Y. *Exact solution in a string cosmological model* // Theor. Math. Phys.—2006.—V.148.—P.895-909.
- [30] Pollock M. D. *On the initial conditions for super-exponential inflation* // Physics Letters B.—1988.—V.215.—P.635-641 .
- [31] Hawking S. W., Hertog T. *Living with ghosts* // Physical Review D.—2002.—V.65.—103515.
- [32] Astashenok A. V., Nojiri S., Odintsov S. D., Yurov A. V. *Phantom cosmology without Big Rip singularity* // Physics Letters B.—2012.—V.709.—P.396-403.
- [33] Кречет В. Г., Мельников В. Н. *О геометрической природе возможно нового взаимодействия* // Изв. Вузов. Физика - 1991. - №2. - С.75-79

Список основных работ по теме диссертации

Статьи в ведущих рецензируемых научных журналах

входящих в перечень ВАК

1. Galiakhmetov A. M. *Multi-component Bianchi I cosmologies with torsion* // International Journal of Modern Physics D.—2014.—V.23.—1450034.
2. Galiakhmetov A. M. *Spatially flat FRW models with torsion* // Gravitation & Cosmology.—2014.—V.20.—P.90-98.
3. Galiakhmetov A. M. *Einstein–Cartan and general relativity cosmologies with a nonminimally coupled ghost scalar field* // General Relativity and Gravitation.—2013.—V.45.—P.275-303.

4. Galiakhmetov A. M. *Multi-component Einstein–Cartan cosmologies* // International Journal of Theoretical Physics.—2013.—V.52.—P.765-778.
5. Galiakhmetov A. M. *Nonminimally coupled scalar field and perfect fluid in Einstein–Cartan cosmology* // General Relativity and Gravitation.—2012.—V.44.—P.1043-1056.
6. Galiakhmetov A. M. *Spatially flat FRW models with a nonminimally coupled ghost scalar field and perfect fluid in Einstein–Cartan theory* // International Journal of Modern Physics D.—2012.—V.21.—1250001.
7. Galiakhmetov A. M. *Cosmology with polynomial potentials of the fourth degree in Einstein–Cartan theory* // Classical and Quantum Gravity.—2011.—V.28.—105013.
8. Galiakhmetov A. M. *Exact isotropic scalar field cosmologies in Einstein–Cartan theory* // Classical and Quantum Gravity.—2010.—V.27.—055008.
9. Galiakhmetov A. M. *Exact rotating and expanding cosmologies in Einstein–Cartan theory* // Gravitation & Cosmology.—2009.—V.15.—P.250-255.
10. Galiakhmetov A. M. *Bianchi - I cosmologies with a scalar field and ultrarelativistic gas in Einstein–Cartan theory* // Gravitation & Cosmology.—2008.—V.14.—P.190-196.
11. Galiakhmetov A. M. *Exact anisotropic scalar field cosmologies in Einstein–Cartan theory* // Gravitation & Cosmology.—2007.—V.13.—P.217-223.
12. Galiakhmetov A. M. *Scalar field potential in Einstein–Cartan cosmology* // Gravitation & Cosmology.—2006.—V.12.—P.147-150.
13. Galiakhmetov A. M. *Exact solutions in Einstein–Cartan cosmology with scalar field* // Gravitation & Cosmology.—2004.—V.10.—P.300-304.
14. Галиахметов А.М. *Космологические следствия двух источников кручения в теории Эйнштейна–Картана* // Изв. Вузов. Физика - 2001. - №12. - С.60-64
15. Galiakhmetov A. M. *Cosmology in the Einstein–Cartan theory with two sources of torsion* // Gravitation & Cosmology.—2001.—V.7.—P.327-331.

16. Galiakhmetov A. M. *On Einstein-Cartan theory with two sources of torsion* // Gravitation & Cosmology.—2001.—V.7.—P.33-36.

Статьи в других изданиях

17. Galiakhmetov A. M. *Stiff fluid in accelerated universes with torsion* // Journal of Gravity—V. 2013.— <http://dx.doi.org/10.1155/2013/306417>.
18. Galiakhmetov A. M. *Integrable cosmological models in the Einstein–Cartan theory with two sources of torsion* // Ukr.J. Phys.—2005.—V.50.—P.643-648.
19. Galiakhmetov A. M. *Exact cosmological solutions of the Einstein–Cartan equations* // Ukr. J. Phys.—2005.—V.50.—P.5-10.
20. Galiakhmetov A. M. *Exact solutions for two-component cosmological models in the Einstein–Cartan theory* // Ukr. J. Phys.—2004.—V.49.—P.105-109.
21. Galiakhmetov A. M. *Two-fluid static spherical configurations with linear mass function in the Einstein–Cartan theory* // Укр. фіз. журн.—2002.—Т.47.—№12.—С.1118-1122.
22. Galiakhmetov A. M. *Exact interior solutions for static spheres in the Einstein–Cartan theory with two sources of torsion* // Укр. фіз. журн.—2002.—Т.47.—№11.—С.1011-1015.
23. Galiakhmetov A. M. *Two-fluid cosmological models in the Einstein–Cartan theory with two sources of torsion* // Укр. фіз. журн.—2001.—Т.46.—№12.—С.1235-1238.

Галиахметов Алмаз Мансурович

**Точно интегрируемые модели с неминимально связанным
скалярным полем в теории гравитации Эйнштейна–Картана**

В диссертационной работе построены статические и нестационарные точно интегрируемые модели с неминимально связанным скалярным полем в теории гравитации Эйнштейна–Картана. Разработан вариант этой теории, в котором бесспиновая идеальная жидкость является источником кручения. В космологии Эйнштейна–Картана исследуются проблемы сингулярности, горизонтов, тёмной материи и тёмной энергии, анизотропии и вращения.

Galiakhmetov Almaz Mansurovich

**Exactly integrable models with a nonminimally coupled scalar field
in the Einstein–Cartan theory of gravitation**

Static and nonstationary exactly integrable models with a nonminimally coupled scalar field in the Einstein–Cartan theory of gravitation are constructed in this work. A variant of this theory, in which the spinless perfect fluid is the source of torsion, is formulated. The problems of singularity, horizons, dark matter and dark energy, anisotropy and rotation are investigated in the Einstein–Cartan cosmology.

Подписано в печать 14.11.2014

Формат 60 x 84 1/16 Печ. л. 2.

Тираж 100 экз.

Казанский университет

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужи́на, 1/37