

На правах рукописи



Скугорева Мария Аркадьевна

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В ОБОБЩЁННОЙ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ И ДРУГИХ МОДЕЛЯХ ТЁМНОЙ ЭНЕРГИИ

01.04.02 — Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2014

Работа выполнена в Учебно-научном институте гравитации и космологии федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования „Российский университет дружбы народов“.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор
Мельников Виталий Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Гальцов Дмитрий Владимирович,
профессор кафедры теоретической физики
физического факультета ФГБОУ ВПО
„Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова“

доктор физико-математических наук,
профессор
Червон Сергей Викторович,
главный научный сотрудник
Отдела научных исследований и инноваций
ФГБОУ ВПО „Ульяновский государственный
педагогический университет
имени И. Н. Ульянова“

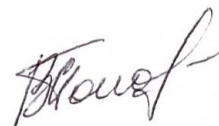
Ведущая организация: ФГАОУ ВПО „Казанский (Приволжский)
федеральный университет“

Защита состоится 18 декабря 2014 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 при Российском университете дружбы народов по адресу: 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, зал № 1.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан _____ октября 2014 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.203.34
кандидат физико-математических наук



В. А. Попова

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования и степень её разработанности

Наблюдаемая часть Вселенной находится на стадии ускоренного расширения — это на данный момент является надёжно установленным по многим независимым наблюдениям фактом. Причина современного космического ускорения до сих пор не определена. Решение этого вопроса сейчас является важнейшей задачей для космологии.

Стандартная космологическая модель (Λ CDM-модель), принятая учёными как основная для описания эволюции Вселенной и образования её структуры, удовлетворяет всему набору наблюдательных данных, но имеет при этом ряд недостатков, таких как „проблема космологической постоянной“, „проблема совпадений“. Поэтому весьма актуально изучать динамику Вселенной в других, конкурирующих с Λ CDM моделях.

Всё многообразие моделей, предложенных космологами для объяснения современного ускоренного расширения Вселенной, полностью не изучено, поэтому необходимы дальнейшие исследования для выявления наиболее реалистичных из них.

Оставаясь в рамках Общей теории относительности решения с ускоренным расширением можно получить двумя путями: **1).** вводя новые экзотические виды материи — так называемой „тёмной энергии“, **2).** без добавления новой материи пытаться использовать иные механизмы (этот вариант не так широко используется).

Если же принять, что на космологических масштабах действует какая-либо другая теория гравитации, то космическое ускорение может быть следствием изменённого закона гравитации, который действует как „эффективная“ тёмная энергия.

Модели обобщённой модифицированной гравитации с плотностью лагранжиана $f(R, R \square R)$, являющейся функцией скалярной кривизны R и её производных по времени ($\square$ — оператор Д’Аламбера), могут описывать инфляцию в ранней Вселенной, что показано в работах Готтлёбера, Шмидта, Старобинского и других 1990, 1991, 1993 годов, не требуя введения скалярных полей как в Общей теории относительности. Инфляционная стадия качественно схожа с современным ускоренным расширением Вселенной. Поэтому целесообразно рассмотреть модели обобщённой модифицированной гравитации с точки зрения современного космического ускорения и проанализировать их динамику. Заметим, что уравнения поля таких теорий содержат

шестую производную от масштабного фактора по времени (теории шестого порядка).

Модели с неминимальной связью скалярного поля и гравитации вида $F(\phi)R$ имеют преимущество по сравнению с „квинтэссенцией“, основанной на Общей теории относительности с добавлением минимально связанного скалярного поля: современное значение плотности тёмной энергии $\rho_{ТЭ}$ может достигаться для широкого диапазона начальных условий при потенциалах скалярного поля, осмысленных с точки зрения физики элементарных частиц и удовлетворяющих наблюдениям. Космологическая динамика таких моделей ещё до конца не изучена (проводились исследования некоторых частных моделей в работах Дансби, Карлони, Шидловски и других 2008, 2009, 2013, 2014 годов), поэтому продолжать её исследовать весьма актуально.

Модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля и гравитации обладают важным свойством: позволяют получать стадию современного ускоренного расширения Вселенной, а также инфляцию, в отсутствие потенциала, то есть только за счёт неминимальной кинетической связи. Это получено в работах Капоцциелло, Сушкова, Саридакиса и других 2000, 2009, 2010, 2012 годов. Имеет смысл изучить возможные типы эволюционных сценариев в более реалистичных случаях с потенциалом.

Целью диссертационной работы является изучение космологической динамики в обобщённой модифицированной гравитации шестого порядка, в модели с неминимально связанным с гравитацией скалярным полем и в модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля и гравитации для того, чтобы найти в них решения, подходящие для описания современного ускоренного расширения Вселенной, а также её инфляционной стадии.

Научная новизна

В настоящей работе впервые были получены следующие результаты:

1. С помощью методов теории динамических систем в моделях обобщённой модифицированной гравитации с плотностями лагранжиана $f(R, R \square R) = R^N + \alpha R \square R$ и $f(R, R \square R) = R + \beta R^N + \alpha R \square R$ при $N = 3$ найдено несколько новых точных и асимптотических решений и определён их характер устойчивости. В модели с $f = R + \beta R^N + \alpha R \square R$ найдены условия устойчивости решения де Ситтера. Обнаружен аналог решения Рузмайкиных с параметром Хаббла $H \propto t^{\frac{1}{3}}$ в модели с $f = R + \beta R^2 + \alpha R \square R$.

2. В модели с неминимальной связью скалярного поля и гравитации $F(\phi)R = (1 - 6\xi\phi^N)R$ при $N > 0$ и потенциалом скалярного поля $V(\phi) = V_0\phi^n$ с $n > 0$, $V_0 \geq 0$ проанализирована космологическая динамика, найдены новые асимптотические решения и определён их тип устойчивости для $N \neq 2$ с помощью теории динамических систем.
3. Численно получены условия устойчивости решения де Ситтера в модели с неминимально связанным скалярным полем. Показано, что на устойчивых деситтеровских решениях эффективная ньютоновская гравитационная постоянная $G_{\text{эфф}} < 0$, поэтому они не могут описывать реальную Вселенную. Численным интегрированием показано существование перед стадией де Ситтера временной „фантомной“ фазы (когда эффективный параметр уравнения состояния $w_{\text{эфф}} < -1$), на которой $G_{\text{эфф}} > 0$. Но реализация этой фазы в современную эпоху возможна только при точной подстройке начальных условий.
4. Изучена космологическая динамика в модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля $\kappa G_{\mu\nu} \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi$, где $G_{\mu\nu}$ — тензор Эйнштейна, ∇ — оператор набла, и степенным потенциалом $V(\phi) = V_0\phi^N$ при $N > 0$, $V_0 \geq 0$. Найдены некоторые новые асимптотические решения и определён их характер устойчивости с помощью теории динамических систем. Показано, что неустойчивая стадия первичной инфляции возможна только для потенциалов с $0 < N \leq 2$.

Теоретическая и практическая значимость

Результаты, полученные в настоящей диссертации, способствуют развитию космологии ранней и поздней Вселенной. Условия существования и устойчивости решения де Ситтера и квазидеситтеровских асимптотик, найденные в трёх рассмотренных космологических моделях, позволяют выделить те из них, которые наиболее реалистично описывают стадии современного ускоренного расширения и инфляцию в ранней Вселенной, и помогают дальнейшему продвижению в решении проблемы природы тёмной энергии.

Также результаты данной работы будут полезны в исследованиях по обобщённой модифицированной гравитации, скалярно-тензорным теориям и их приложениям.

Диаграммы космологических параметров („определителей состояния“), содержащих третью производную от масштабного фактора по времени, построенные в данной работе для модели с неминимальной связью скалярного поля и гравитации, показывают как можно различать названную модель от Λ CDM и „квинтэссенции“. В будущем станет возможно измерять „определители“

тели состояния“ на спутниках IV поколения, таких как Supernova Acceleration Probe (SNAP), и сравнивать теоретические графики с наблюдениями.

Применение методов теории динамических систем для исследования сложных нелинейных дифференциальных уравнений в моделях, рассмотренных в настоящей работе, будет полезно для анализа динамики сложных систем, с которыми имеют дело не только космологи, но и учёные других областей научного знания.

Методология и методы исследования

В данной работе использовались методы теории динамических систем, численное интегрирование, методы теории дифференциальных уравнений и алгебраические методы.

Апробация результатов

Основные результаты диссертации докладывались на международных и всероссийских конференциях, семинарах и школах для аспирантов и молодых учёных:

- 17th International Seminar on High Energy Physics QUARKS-2012 (Ярославль, 2012),
- 2-nd International Conference on Theoretical Physics (Москва, 2012),
- XLVIII Всероссийской конференции по проблемам физики частиц, физики плазмы и конденсированных сред, оптоэлектроники (Москва, 2012),
- Международном семинаре „Современные теоретические проблемы гравитации и космологии“ GRACOS-1012 (Казань-Яльчик, 2012),
- II Всероссийской конференции по проблемам физики частиц, физики плазмы и конденсированных сред, оптоэлектроники (Москва, 2013),
- Международной научной конференции „Фридмановские чтения“ (Пермь, 2013),
- Third International Conference on Theoretical Physics „Theoretical Physics and its Applications“ (Москва, 2013),
- Международной конференции „Физические интерпретации теории относительности“ PIRT-2013 (Москва, 2013),

- 17th International Moscow School of Physics (42nd ITEP Winter School) (Москва, 2014),
- Международной зимней школе-семинаре по гравитации, астрофизике и космологии „Петровские чтения - 2014“ (Казань, 2014),
- XXI Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых „ЛОМОНОСОВ-2014“ (Москва, 2014),
- I Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники (Москва, 2014).

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается их согласованностью с исследованиями других авторов частных случаев рассмотренных здесь более общих моделей и воспроизводимостью как численно, так и аналитически.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 9 научных работ, из которых 3 статьи изданы в журналах, рекомендованных ВАК. Список публикаций приведён в конце автореферата.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы, содержащего 126 наименований, и списка иллюстраций. Объем диссертации составляет 148 страниц текста с 22 рисунками и одной таблицей.

Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность исследования, проводимого в настоящей диссертации, сделан обзор научной литературы по изучаемой проблеме. Сформулирована цель работы, изложена схема основного метода исследования, описана структура диссертации и дано краткое содержание каждой главы.

В **Главе 1** рассматривается космологическая динамика в моделях обобщённой модифицированной гравитации шестого порядка (соответствующие уравнения гравитационного поля содержат шестую производную по времени от масштабного фактора) с лагранжианом

$$L = \sqrt{-g}(f_1(R) + f_2(R \square R)) + L_M, \quad (1)$$

где $g = \det(g_{ik}) < 0$ — определитель, составленный из компонент метрического тензора $g_{\mu\nu}$;

L_M — лагранжиан для материи с уравнением состояния $p = w\rho$,

где ρ — плотность энергии материи,

p — давление материи,

$w = \text{const} \in [-1; 1]$ — параметр уравнения состояния материи.

Функция f_2 взята в линейной форме: $f_2(R \square R) = \alpha R \square R$. Для функции $f_1(R)$ ограничились двумя случаями: $f_1 = R^N$ и $f_1 = R + \beta R^N$, $N > 0$. Здесь α, β — параметры. Выбрана пространственно плоская метрика Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера.

Было показано, что модели с $N = 3$ представляют особый случай, так как в них члены в уравнениях движения, происходящие от двух различных модификаций гравитации Эйнштейна (а именно, от R^3 и $R \square R$), одинаково важны на степенных решениях (то есть эти члены будут одного порядка по времени). Это позволило получить несколько точных и асимптотических решений и определить их характер устойчивости, используя теорию динамических систем. Результаты показывают, что общая картина динамики не изменяется по сравнению с известными моделями $f(R) = R^3$ и $f(R) = R + \beta R^3$, исследованными Дансби, Амендолой, Полярски, Тсюжикавой и другими в 2005, 2006, 2008 годах: только одна стационарная точка динамической системы является устойчивой, которой соответствует вакуумное „фантомное“ степенное решение с масштабным фактором $a(t) = a_0 |t - t_0|^A$, где $A < 0$ (A зависит от параметров α и β), и сингулярностью „Большой разрыв“ при $t \rightarrow t_0$, а все остальные — неустойчивы. В модели $f = R^3 \pm R \square R$ имеются те же степенные решения, что и для $f = R + R^3 \pm R \square R$ (в первом случае — это точные решения, а во втором — асимптотические при $R \rightarrow \infty$). Дополнительные решения в случае $f = R + R^3 \pm R \square R$ — это решение Фридмана и неустойчивое решение де Ситтера.

При $N \neq 3$ в рассматриваемых моделях появляются зоны преобладания поправок R^N (когда $N > 3$ и $R \rightarrow \infty$) или $\alpha R \square R$ (при $N < 3$ и $R \rightarrow \infty$), а также существуют переходные эпохи, когда члены R^N и $R \square R$ временно преобладают (соответственно при $N < 3$ и $N > 3$, когда R не слишком мало и не очень велико).

Однако, это не означает, что подавляемые слагаемые совсем не играют роли в некоторые эпохи. Слагаемые в полевых уравнениях с производными от скалярной кривизны высокого порядка, идущие от $R \square R$, могут влиять на тип устойчивости стационарных точек, существующих в $f(R)$ -гравитации. Здесь был детально изучен особый пример такой ситуации, а именно, устойчивость решения де Ситтера. Известно, что это решение существует и

устойчиво в модифицированной гравитации $f = R + \beta R^N$ при $N < 2$, $N \neq 1$. Члены с $R\Box R$ исчезают на деситтеровском режиме, однако, повышение размерности фазового пространства может нарушить его устойчивость. С помощью численного исследования было показано, что при $N < 1$ рассматриваемое решение неустойчиво, а для $1 < N < 2$ устойчивость зависит от констант α , β (см. Рисунок 1).

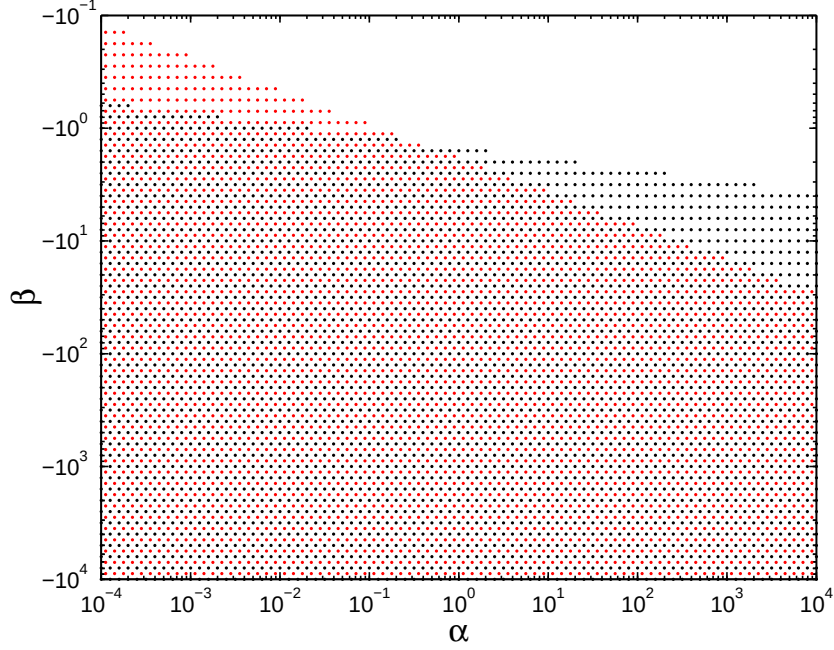


Рисунок 1. Области параметров (α, β) , для которых решение де Ситтера устойчиво, при $N = 1.2$ (чёрный цвет) и $N = 1.6$ (красный цвет).

Наконец, в модели с $f = R + \beta R^2 + \alpha R\Box R$ было найдено асимптотическое решение с параметром Хаббла $H(t) = H_0 t^{\frac{1}{3}}$, где $H_0 = \sqrt[3]{-\frac{1}{144\alpha}}$, $\alpha < 0$, являющееся модификацией решения Рузмайкиных $H(t) \propto t$, существующего в $R + \beta R^2$ гравитации. Кроме этого, получено несколько асимптотических степенных решений.

Глава 2 посвящена исследованию космологической динамики в модели с неминимальной связью скалярного поля и гравитации с лагранжианом

$$L = \frac{1}{2}\sqrt{-g} \left(\frac{R}{8\pi G} - (g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi + \xi RB(\phi) + 2V(\phi)) \right) + L_M, \quad (2)$$

где G — гравитационная постоянная;

ϕ — скалярное поле;

$\nabla_i = \frac{\partial}{\partial x^i}$ — оператор набла (Гамильтона);

$B(\phi) = \phi^N$ — неминимально связанная с кривизной функция скалярного поля с параметром $N > 0$;

ξ — константа неминимальной связи;

$V(\phi) = V_0\phi^n$ — потенциал скалярного поля с параметрами $V_0 \geq 0$, $n > 0$; L_M — лагранжиан для материи, уравнение состояния которой $p = w\rho$, где $w = \text{const} \in [-1; 1]$.

Была выбрана метрика Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера с пространственной кривизной равной нулю.

С помощью методов теории динамических систем путём введения новых безразмерных переменных было найдено несколько асимптотических решений и определён их характер устойчивости. Среди вакуумных решений обнаружено одно с весьма интересным поведением: $\dot{H} = 0$ ($w_{\text{эфф}} = \frac{p+p_\phi}{\rho+\rho_\phi} = -1$), а скалярное поле ϕ экспоненциально растёт, за счёт чего эффективная ньютоновская гравитационная постоянная $G_{\text{эфф}} = \frac{6}{8\pi(1-6\xi\phi^N)}$ спадает по экспоненте. Данное решение отличается от истинного решения де Ситтера, на котором $G_{\text{эфф}}$ остаётся константой.

Система дифференциальных уравнений в новых безразмерных переменных не позволяет выявить настоящего деситтеровского режима, который существует в рассматриваемой модели. Причина этому — равенство нулю знаменателя системы дифференциальных уравнений в новых переменных на решении де Ситтера. Поэтому для его исследования бралась исходная система полевых уравнений. Было показано, что на решении де Ситтера эффективная ньютоновская гравитационная постоянная $G_{\text{эфф}}$ положительна только при условии $n < 2N$. С другой стороны, численно найдено условие устойчивости данного решения: $n \geq 2N + 1$, где $N = 2, 4, 6, \dots$, $n = 5, 7, 9, \dots$. Также, с помощью численного интегрирования было показано, что начав со стадии доминирования материи, система перед выходом на устойчивый режим де Ситтера проходит через кратковременную фантомную фазу с $w_{\text{эфф}} < -1$, в конце которой $G_{\text{эфф}}$ меняет знак с положительного на отрицательный. Это приводит в будущем ко Вселенной с доминирующим „духом“ (см. Рисунок 2). Однако, возможно подобрать начальные данные для интегрирования так, чтобы фантомная фаза с $G_{\text{эфф}} > 0$ проходила в современную эпоху и эффективный параметр уравнения состояния согласовался с наблюдаемым значением, а „духовая“ фаза сместилась в будущее.

В 1981 году Старобинский продемонстрировал, что в точке перехода к режиму с $G_{\text{эфф}} < 0$ фридмановская Вселенная становится неустойчивой. В этой точке, где эффективная ньютоновская гравитационная постоянная меняет знак на отрицательный, имеется сингулярность кривизны, поэтому переход через неё невозможен.

В этой главе было также получено, что решение де Ситтера для $N = 2$ имеет те же свойства, что и при $N > 2$. Остальные решения, найденные для $N = 2$ для рассматриваемой модели, являются теми же, что были

получены ранее другими авторами (Дансби и его соавторами в 2008 году) в модели без эйнштейновского члена R в лагранжиане. То есть полученные асимптотические режимы существуют в пределе больших ϕ и малых R , тогда скалярной кривизной можно пренебречь. При $N > 2$ решения для модели с $N = 2$ обобщаются, и исчезает зависимость от константы неминимальной связи ξ .

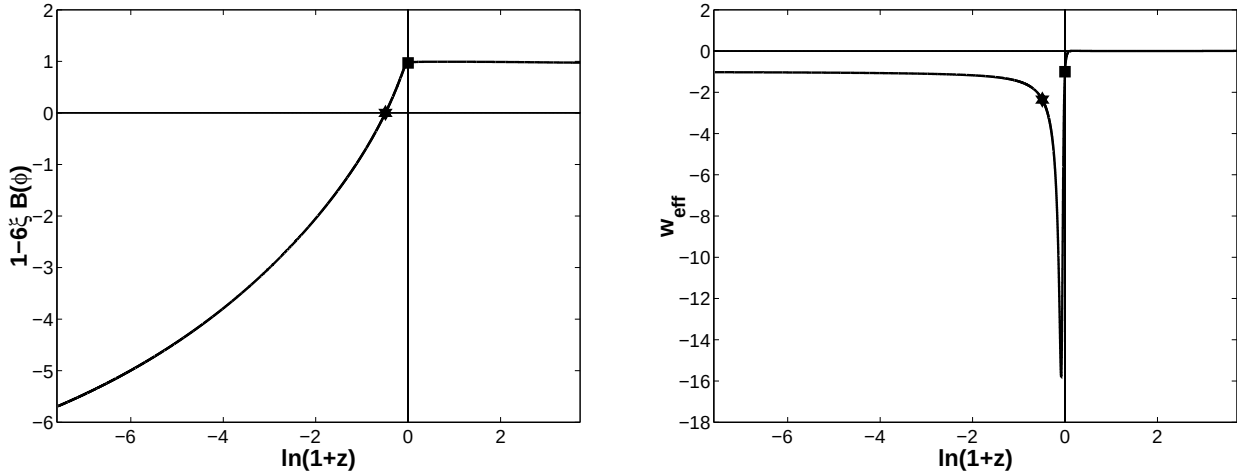


Рисунок 2. Зависимость величин $1-6\xi B(\phi)$ и $w_{\text{эфф}}$ от $\ln(1+z)$, где z — красное смещение. Начальные данные для интегрирования брались $\phi(0) = -0.3$, $\dot{\phi}(0) = -0.001$, $H(0) = 2.034$, $\ln(z+1)(0) = 3.7372$ при параметрах $N = 4$, $n = 9$, $\xi = 0.5$, $V_0 = 1$. Звездой обозначен момент смены знака $G_{\text{эфф}}$, а квадратом — момент $z = 0$. Начальное $\ln(z+1)(0)$ подобрано так, чтобы при $z = 0$ было $w_{\text{эфф}} \approx -1$.

В данной главе было показано, что система с неминимально связанным скалярным полем может описывать современное ускоренное расширение Вселенной. Однако, этот сценарий реализуется лишь на короткий период времени и требует точной подстройки начальных данных. За переходной фазой следует устойчивый режим де Ситтера с отрицательной эффективной гравитационной постоянной, которого нельзя достичь из реальной Вселенной из-за сингулярности кривизны, разделяющей области с $G_{\text{эфф}} > 0$ и $G_{\text{эфф}} < 0$.

Наконец, поведение рассматриваемой модели на диаграммах параметров „определителей состояния“ $r(s)$ и $r(q)$, где $q = -\frac{\ddot{a}}{aH^2}$ — параметр замедления, $r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}$, $s = \frac{r-1}{3(q-\frac{1}{2})}$, было изучено и графически представлено (см. Рисунок 3).

В **Главе 3** изучается космологическая динамика в модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля с лагранжианом

$$L = \sqrt{-g} \left(\frac{R}{8\pi G} - (g^{\mu\nu} + \kappa G^{\mu\nu}) \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - 2V(\phi) \right), \quad (3)$$

где $V(\phi) = V_0\phi^N$ — потенциал скалярного поля с параметрами $N > 0$, $V_0 \geq 0$,
 $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ — тензор Эйнштейна,
 κ — константа неминимальной кинетической связи.

Была выбрана пространственно плоская метрика Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера.

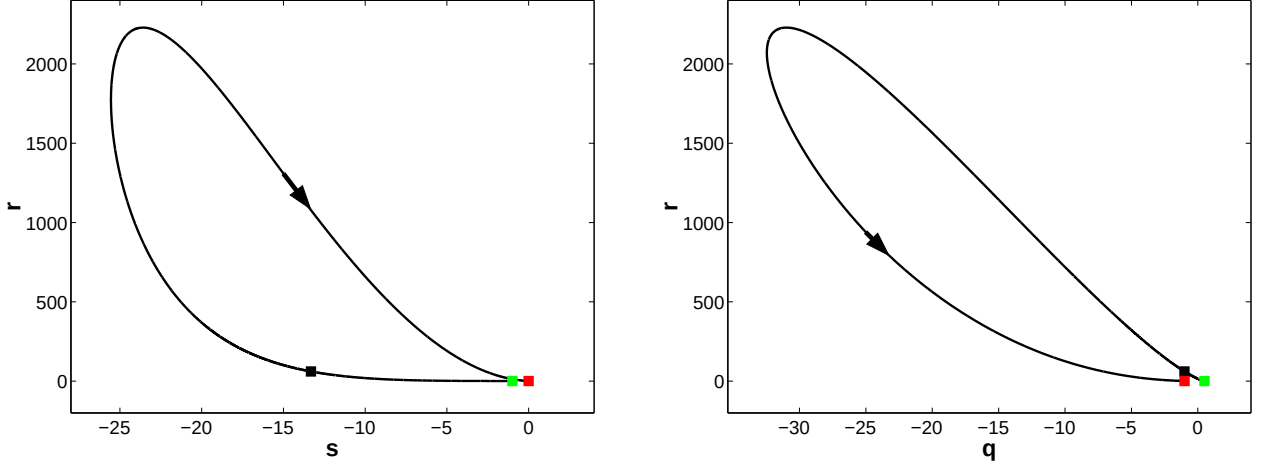


Рисунок 3. Одна траектория с устойчивым решением де Ситтера на диаграммах параметров $r(s)$, $r(q)$. Начальные данные для интегрирования взяты $\phi(0) = -0.3$, $\dot{\phi}(0) = -0.001$, $H(0) = 2.034$, $\ln(z+1)(0) = 4.5404$ с параметрами $N = 2$, $n = 5$, $\xi = 0.5$, $V_0 = 1$. Зелёным квадратом обозначена начальная точка интегрирования с $r = 1$, $s = 0$, $q = 0.5$, когда доминирует материя, красным квадратом — конечная точка с $r = 1$, $s = 1$, $q = -1$, соответствующая устойчивой стадии де Ситтера, чёрным квадратом обозначен момент $z = 0$. Начальное $\ln(z+1)(0)$ подобрано так, чтобы при $z = 0$ было $w_{\text{эфф}} \approx -1$. Стрелка показывает направление эволюции.

Одно из интересных свойств этой модели, найденных ранее Сушковым и Саридакисом в 2009, 2010, 2012 годах — существование инфляционного поведения с постоянным параметром Хаббла $H = \frac{1}{3\sqrt{\kappa}}$ на ранних временах в случаях с нулевым и постоянным потенциалами скалярного поля, то есть только благодаря неминимальной кинетической связи. Такой режим существует только при положительной константе связи κ . В данной главе изучено влияние на динамику модели степенного потенциала скалярного поля.

Было найдено, что для случая квадратичного потенциала, наиболее интересного с физической точки зрения, существует от одного до трёх (в зависимости от значений параметров V_0 , κ) асимптотических решений с $H = \text{const}$ и экспоненциальным поведением $\phi(t)$.

Для потенциалов с другими степенями с помощью методов теории динамических систем получено **два** новых асимптотических режима. **Первый** — это устойчивый степенной режим $a(t) = a_0|t - t_0|^{\frac{3N+2}{3(2-N)}}$, $\phi(t) = \phi_0|t - t_0|^{\frac{4}{2-N}}$

($t \rightarrow t_0$, $N > 2$) с сингулярностью „Большой разрыв“, который существует для потенциалов круче квадратичного. В этом случае инфляционных режимов нет, так что крутые потенциалы разрушают сценарий, найденный Сушковым в 2012 году.

С другой стороны, для потенциалов менее крутых, чем квадратичный, инфляционный режим появляется точно такой же, как и в случаях с нулевым и постоянным потенциалами. Кроме того, появляется новый (это **второй**) асимптотический режим, который представляет собой экспоненциальное увеличение масштабного фактора (параметр Хаббла $H = \frac{1}{\sqrt{3\kappa}}$) и степенной рост скалярного поля $\phi = \phi_0 |t - t_0|^{\frac{2}{2-N}}$, $t \rightarrow \infty$. Он устойчив или неустойчив в зависимости от начальных данных и параметров V_0 , κ . С точки зрения динамики, когда это решение устойчиво — это вечная инфляция, с которой выход невозможен. В этом состоит опасность рассматриваемой модели. Численные исследования показали, однако, что для широкого диапазона начальных данных и параметров V_0 и κ , траектории, выходящие с начальной инфляции, заканчивают эволюцию не на вторичной инфляции, а приходят к устойчивому колебательному режиму (см. Рисунок 4). Итак, когда потенциал менее крутой чем квадратичный, сценарий начальной инфляции, управляемый неми-

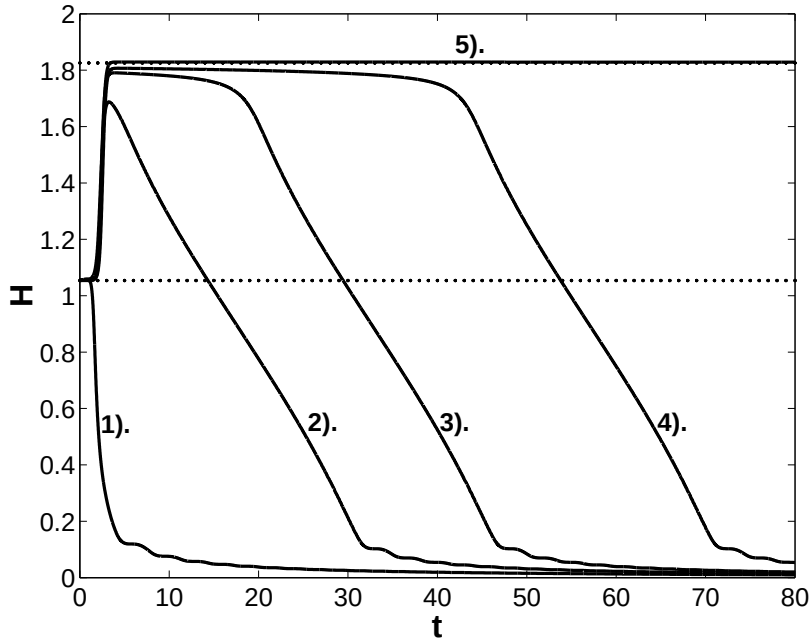


Рисунок 4. Зависимость параметра Хаббла H от времени t для потенциала $V(\phi) = 0.1|\phi|^{\frac{3}{2}}$ при параметре $\kappa = 0.1$ и пяти различных начальных условиях:
 1). $\phi(0) = 32$, $\dot{\phi}(0) = -100$, 2). $\phi(0) = 320$, $\dot{\phi}(0) = -1000$,
 3). $\phi(0) = 3200$, $\dot{\phi}(0) = -10000$, 4). $\phi(0) = 32000$, $\dot{\phi}(0) = -100000$,
 5). $\phi(0) = 3200000$, $\dot{\phi}(0) = -11000000$. Пунктирными линиями показаны две асимптоты для H : $H_1 = \frac{1}{3\sqrt{\kappa}} \approx 1.0541$, $H_2 = \frac{1}{\sqrt{3\kappa}} \approx 1.8257$.

нимальной кинетической связью, выживает для широкого диапазона параметров V_0 , κ .

В **Заключении** приведены основные результаты работы, которые выносятся на защиту, и перспективы дальнейшей разработки темы.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В моделях обобщённой модифицированной гравитации шестого порядка с плотностью лагранжиана $f(R, R \square R) = R^N + \alpha R \square R$ и $f(R, R \square R) = R + \beta R^N + \alpha R \square R$ для $N = 3$, $\beta = 1$, $\alpha = \pm 1$ было найдено несколько асимптотических и точных решений и определён их характер устойчивости для обеих моделей. Показано, что при $N = 3$ члены с R^N и $R \square R$ одинаково важны на степенных решениях. По сравнению с моделями $f(R) = R^3$ и $f(R) = R + R^3$ картина динамики при добавлении члена с $\pm R \square R$ меняется количественно, качественных изменений нет.
2. Получено, что решение де Ситтера в модели обобщённой модифицированной гравитации $f(R, R \square R) = R + \beta R^N + \alpha R \square R$ устойчиво только при $1 < N < 2$, в то время как в модели $f = R + \beta R^N$ аналогичное условие есть $N < 2$. Численно показана зависимость устойчивости данного решения от констант α , β . При $N = 2$ найден аналог решения Рузмайкиных с параметром Хаббла $H \propto t^{\frac{1}{3}}$ и несколько асимптотических степенных решений.
3. В модели с неминимальной связью скалярного поля и гравитации $F(\phi)R = (1 - \xi \phi^N)R$ и степенным потенциалом $V(\phi) = V_0 \phi^n$, где $N > 0$, $n > 0$, $V_0 \geq 0$ для $N \neq 2$ получено несколько асимптотических решений и проанализирован их характер устойчивости. При $N = n$ существует устойчивый квазидеситтеровский режим с $H = const$, на котором эффективная ньютоновская гравитационная постоянная $G_{\text{эфф}}$ экспоненциально уменьшается.
4. Численно определены условия устойчивости решения де Ситтера ($H = H_0$, $\phi = \phi_0$) в модели с неминимально связанным скалярным полем. Данное решение устойчиво при N — чётном, $n \geq 2N + 1$ — нечётном, $\xi > \xi_0 > 0$, $H_0 > 0$, $\phi_0 < 0$. Получено, что на устойчивых решениях де Ситтера $G_{\text{эфф}} < 0$, поэтому данные решения не могут описывать реальную Вселенную. Численный анализ показал наличие перед деситтервской стадией фантомной фазы ($w_{\text{эфф}} < -1$) с $G_{\text{эфф}} > 0$. Подбором начальных данных можно добиться смещения устойчивой

стадии де Ситтера с $G_{\text{эфф}} < 0$ в будущее, чтобы иметь фантомную фазу в настоящем. Но при этом появляется проблема точной подстройки начальных данных.

5. Показано отличие модели с неминимально связанным скалярным полем с устойчивым решением де Ситтера от других популярных моделей тёмной энергии на диаграммах параметров „определителей состояния“.
6. В модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля и гравитации $\kappa G_{\mu\nu} \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi$, где $G_{\mu\nu}$ — тензор Эйнштейна, и степенным потенциалом $V(\phi) = V_0 \phi^N$ ($N > 0$, $V_0 \geq 0$) получено несколько асимптотических режимов и определён их характер устойчивости. Аттракторные решения качественно отличаются для случаев с $0 < N \leq 2$ ($H = \text{const}$) и $N > 2$ ($H \propto \frac{1}{(t-t_0)} \rightarrow \infty$, $t \rightarrow t_0$).
7. Показано, что в модели с неминимальной кинетической связью неустойчивый инфляционный режим в ранней Вселенной с $H = \frac{1}{3\sqrt{\kappa}}$ и экспоненциальным ростом ϕ существует только при $0 < N < 2$. Таким образом, потенциалы с высокими показателями степеней $N > 2$ разрушают инфляцию.
8. В модели с неминимальной кинетической связью в случаях $N = 2$ и $N = \frac{3}{2}$ численно показано, что для широкого диапазона начальных данных и параметров (V_0, κ) осуществим реалистичный сценарий выхода с инфляции на колебательный режим.

Итоги исследования и перспективы

Проведённое в настоящей диссертации исследование показало, какие возможны типы эволюционных сценариев в трёх рассмотренных моделях тёмной энергии. По итогам данной работы можно предложить некоторые задачи для будущего изучения, такие как количественная оценка длительности по времени найденных здесь динамических режимов, условий их смены и другие. Результаты настоящей диссертации позволяют выделить наиболее реалистичные из рассмотренных моделей и помогут будущим исследователям продвинуться в решении проблемы природы тёмной энергии.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

Публикации в журналах, рекомендованных ВАК

1. Skugoreva M. A., Toporensky A. V., Tretyakov P. V. Cosmological dynamics in sixth-order gravity // Gravitation and Cosmology. — April 2011. — Vol. 17, № 2. — P. 110-118.
2. Cosmological dynamics of a nonminimally coupled scalar field system and its late time cosmic relevance / Skugoreva M. A. [et al.]. // Physical Review D. — November 2012. — Vol. 86, № 10. — P. 103532.
3. Skugoreva M. A., Sushkov S. V., Toporensky A. V. Cosmology with nonminimal kinetic coupling and a power-law potential // Physical Review D. — October 2013. — Vol. 88, № 8. — P. 083539.

Публикации в сборниках тезисов конференций

4. Skugoreva M. A. Dynamical regimes in the cosmological model with a scalar field non-minimally coupled to gravity // XLVIII Всероссийская конференция по проблемам физики частиц, физики плазмы и конденсированных сред, оптоэлектроники: тезисы докладов. М.: Издательство РУДН, 2012. С. 221-224.
5. Скугорева М. А. Космологическая динамика в модели Вселенной с неминимальной кинетической связью скалярного поля и гравитации // II Всероссийская конференция по проблемам физики частиц, физики плазмы и конденсированных сред, оптоэлектроники: тезисы докладов. М.: Издательство РУДН, 2013. С. 44-47.
6. Skugoreva M. A., Toporensky A. V. Cosmological dynamics of non-minimally coupled scalar field system and its late time cosmic relevance // Фридмановские чтения: тез. докл. междунар. конф. Пермь: Издательство ПНИГУ, 2013. С. 41.
7. Skugoreva M. A. Cosmological dynamics in the model with nonminimal kinetic coupling // Теоретическая физика и её новые приложения: избранные доклады 3-й международной конференции по теоретической физике 24-28 июня 2013 г. М.: Издательство МФТИ, 2014. С. 176-179.

8. Скугорева М. А. Космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации // Международная зимняя школа-семинар по гравитации, астрофизике и космологии „Петровские чтения-2014“: Аннотации лекций, тезисы докладов. Казань: Издательство КФУ, 2014. С. 24-25.
9. Скугорева М. А. Космологическая динамика в модели с неминимально связанным скалярным полем и её отношение к современному ускоренному расширению Вселенной // XXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам „Ломоносов-2014“. Секция „Физика“. Сборник тезисов. М.: Издательство физического факультета МГУ, 2014. С. 12-13.

Аннотация

Скугорева Мария Аркадьевна

Космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации и других моделях тёмной энергии

Изучена космологическая динамика в обобщённой модифицированной гравитации, в модели с неминимально связанным с гравитацией скалярным полем и в модели с неминимальной кинетической связью скалярного поля и гравитации. Для каждой из этих трёх моделей получено несколько новых асимптотических решений и определён их характер устойчивости с помощью методов теории динамических систем. Кроме того, в рассматриваемых моделях найдены условия существования и устойчивости решения де Ситтера и некоторых квазидеситтеровских асимптотик. Из полученных решений выделены решения, описывающие современное ускоренное расширение Вселенной, а также её инфляционную стадию.

Abstract

Skugoreva Maria Arkadyevna

Cosmological dynamics in generalized modified gravity and other dark energy models

Cosmological dynamics in generalized modified gravity, in the model with a scalar field nonminimally coupled to gravity and in the model with nonminimal kinetic coupling of a scalar field and gravity was studied. For each of these three models several new asymptotic solutions were found and its type of stability was obtained using methods of dynamical system theory. Moreover, conditions of an existence and a stability of the de Sitter solution and some quasi de Sitter asymptotics were found for considered models. Solutions describing the late time accelerated expansion of the Universe and also its the inflation stage were singled out from the obtained solutions.