

Математическое моделирование

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ БЕТА-КОЭФФИЦИЕНТОВ В ОДНОФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ШАРПА

Аль-Джанаби С.А.¹, Шуббар Х.Х.Д.²

¹Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, saeef_shlash@yahoo.com

²Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, Фонд мучеников, hhhshb@yahoo.com

Работа посвящена исследованию однофакторной модели, позволяющей упростить оптимизационные вычисления, и проверке ее эффективности на реальных данных

Ключевые слова: однофакторная модель Шарпа, рыночный индекс, бета-коэффициенты.

Введение

Ключевым моментом портфельного анализа является исследование взаимосвязи характеристик акций с различными внутренними и внешними факторами. Когда число акций в портфеле довольно большое, усложняется процесс вычислений, что затрудняет применение на практике многофакторных моделей. Данная работа посвящена исследованию однофакторной модели [1], позволяющей упростить оптимизационные вычисления, и проверке ее эффективности на реальных данных. Основное уравнение модели: $r_i = a_i + \beta_i r_M + E_i$, где r_i - доходность ценной бумаги i за данный период, r_M - доходность рыночного индекса M за тот же период, a_i - коэффициент смещения, β_i - чувствительность ценной бумаги к фактору r_M , E_i - случайная ошибка.

В индексной модели Шарпа используется тесная корреляция между изменением курсов отдельных акций. Предполагается, что необходимые входные данные можно приблизительно определить при помощи всего лишь одного базисного фактора и отношений, связывающих его с изменением курсов отдельных акций. Как правило, за такой фактор берется значение какого-либо индекса. В данной работе был использован индекс ММВБ [3].

Методы оценки бета-коэффициентов

Рассмотрим доходности акций Газпрома, входящих в наш индекс, и доходности самого индекса, на их основе строим соответствующую диаграмму рассеивания (Рис.1). Из нее видно, что наши доходности связаны тесной корреляцией, это аналитически подтверждает теорию Шарпа и дает нам почву для ее дальнейшего исследования

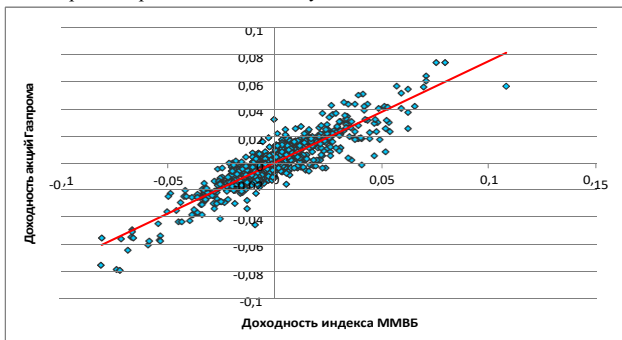


Рис. 1

Для оценки ожидаемого дохода, дисперсии и ковариации могут быть использованы следующие выражения:

$$\bar{r}_i = a_i + \beta_i \bar{r}_M, \quad \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{ei}^2, \quad \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$$

где \bar{r}_i – средняя доходность акции i (ее математическое ожидание), \bar{r}_M – средняя доходность рыночного индекса M за тот же период, σ_i^2 – совокупный риск бумаги i , σ_M^2 –

рыночный риск, σ_{ei}^2 – собственный риск, σ_{ij} – ковариация доходностей акций i и j .

Особую роль здесь играет, так называемый, бета-коэффициент. Мы рассмотрели три метода оценки данного параметра (подробнее об этих методах см. [2]):

1. Нескорректированный бета-коэффициент;
2. Бета-коэффициент Блюма;
3. Бета-коэффициент Васичека.

Эти методы были протестированы на реальных данных за период с 2009 по 2011 год. Такой промежуток времени был выбран в связи с тем, что целесообразно анализировать данные за кризисный и послекризисный периоды в совокупности. Расчеты по однодневным ценовым приращениям ведутся на предыдущем 50-дневном промежутке времени. В расчете коэффициентов используются дневные значения цен ценных бумаг и индекса (ММВБ) на момент закрытия торгов. Итак, остановимся на результатах расчетов в каждом методе.

Метод нескорректированного бета-коэффициента. При таком методе оценки возникают большие расхождения между оцененными параметрами и их реальными значениями. Это связано с тем, что бета-коэффициент не постоянен во времени.

Метод бета-коэффициента Блюма. Заметно, что этот метод расчета бета для нашего примера практически отражает реальность (Рис. 2).

Метод бета-коэффициента Васичека. Согласно проведенным расчетам этот метод дает худший результат (Рис. 3)

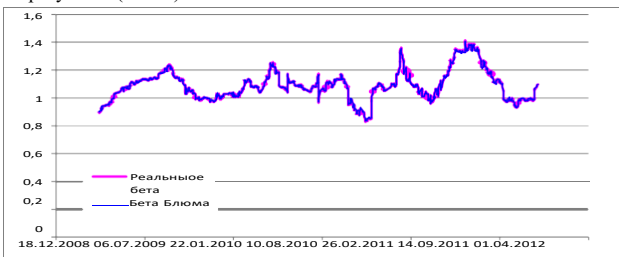


Рис. 2

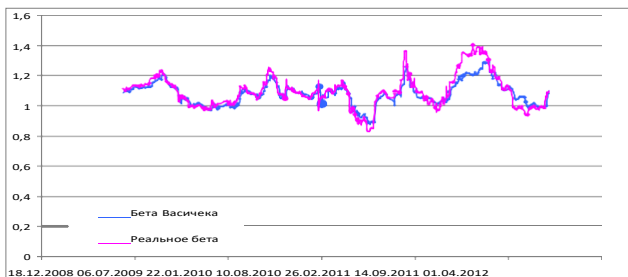


Рис. 3

Литература

1. *Бабайцев В.А., Гусин В.Б.* Математические основы финансового анализа. -М.,ФА, 2005.
2. *Yansen A.* Simplifying the portfolio optimization process via Single Index Model, Northwestern University, 2008.
3. Данные взяты с сайтов:
http://old.micex.ru/stockindices/index_analytics.html
<http://www.gazprom.ru/investors/stocks>
<http://stocks.investfunds.ru>
<http://www.rosneft.ru/Investors/instruments/quotes>

METHODS FOR ESTIMATION OF BETAS IN SHARPE-ONE-FACTOR MODEL

Al-Janabi S.A.¹, Shubbar H.H.D.²

¹*People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, saeef_shlash@yahoo.com*

²*People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, Martyrs Foundation, hhhshb@yahoo.com*

Work is devoted to the one-factor model to simplify the optimization calculation and verification of its effectiveness on real data.

Key Sharpe-factor model, market index, beta coefficients.