ПОЛЕВАЯ ПАРАДИГМА МИ – ЭЙНШТЕЙНА И ФИЗИКА ЧАСТИЦ

Ю.П. Рыбаков

Российский университет дружбы народов

Обсуждаются первые принципы, лежащие в основе полевого подхода Ми – Эйнштейна к описанию частиц как сгустков некоторого материального поля, подчиняющегося нелинейным уравнениям.

Ключевые слова: солитонные конфигурации, первые принципы, свойства симметрии, топологические инварианты.

Построение непротиворечивой теории элементарных частиц является одним из главнейших вызовов современной теоретической физике. В первую очередь, это связано с необходимостью решения проблемы расходимостей, порожденной точечным характером частиц, рассматриваемых в большинстве предлагаемых моделей частиц. Один из путей преодоления указанных трудностей состоит, на наш взгляд, в привлечении полевой парадигмы, защищавшейся Эйнштейном.

В процессе создания релятивистской теории гравитации Эйнштейн и Пуанкаре в значительной мере опирались на полевую теорию материи, предложенную в 1911–1912 годах Густавом Ми [1]. Основная идея Ми состояла в представлении частиц как сгустков электромагнитного поля, то есть регулярных образований, подчиняющихся нелинейным обобщениям уравнений Максвелла. Впоследствии такие структуры получили название *солитонов.* Эйнштейн также представлял частицы как сгустки некоторого поля, имеющего геометрическую природу [2; 3]. Он выдвинул и в течение своей жизни пытался осуществить грандиозную *программу геометризации физики,* основанную на концепции единого поля. В наши дни эта программа приобрела особый смысл в связи с широким применением в физике теории расслоенных пространств [4].

В своих более поздних работах Г. Ми [5] высказывал предположение о том, что фундаментальное поле, лежащее в основе теории, может быть связано с 8-спинорами. Важным аргументом в пользу этой гипотезы служит *требование устойчивости частиц-солитонов*. Правда, как вскоре выяснилось, в электромагнитной модели Ми солитонные решения, наделенные электрическим зарядом, оказались неустойчивыми и имеющими отрицательную энергию.

Было установлено, что для обеспечения устойчивости солитонных конфигураций необходимо наделять их нетривиальной топологией, то есть считать *топологическими солитонами*. Впервые эта идея была высказана английским физиком-ядерщиком Тони Скирмом [6], который построил нелинейную полевую модель, рассматривающую нуклоны как топологические солитоны. В модели Скирма использовалось трехкомпонентное мезонное поле, сгустки которого были наделены *топологическим зарядом*, рассматриваемым как степень отображения $S^3 \to S^3$ и отождествляемым с барионным числом. В рамках модели Скирма впоследствии удалось достаточно эффективно описать многие важные характеристики барионов и легких ядер как топологических солитонов.

Близкую идею, но уже для описания лептонов как топологических солитонов, наделенных другим специальным топологическим инвариантом – индексом Хопфа, связанным с отображением $S^3 \to S^2$, высказал Л.Д. Фаддеев [7]. В модели Фаддеева может использоваться любое физическое поле, для описания которого вводится единичный трехмерный вектор $\vec{n}$, который и определяет структуру полевого многообразия S^2, так как $\vec{n}^{\,2} = 1$. При этом лептонное число отождествлялось Фаддеевым с топологическим инвариантом Хопфа.

Таким образом, задача оказалась связанной с необходимостью построения многообразий S^3 и S^2 в рамках соответствующей полевой теории материи. Как выяснилось, подходящий математический аппарат для такой теории был разработан итальянским геометром Ф. Бриоски, который исследовал топологию многомерных геометрических структур. В частности, его особенно интересовал случай 8-мерных пространств, в которых он вводил комплексные проективные координаты – 16-спиноры, а также полуспиноры размерности 8. Напомним, что в $2n$-мерном пространстве размерность спиноров есть 2^n [8].

Заслугой Бриоски было представление знаменитого алгебраического тождества восьми квадратов [9] на языке 8-спиноров ψ. Если ввести 8-мерные матрицы Дирака γ^μ, $\mu = 0,1,2,3$, то 8-вектор Бриоски оказывается объединением 4-вектора $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ и 4-псевдовектора $\tilde{j}^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$. Тогда тождество Бриоски принимает вид

$$j_\mu j^\mu - \tilde{j}_\mu \tilde{j}^\mu = s^2 + p^2 + \vec{v}^2 + \vec{a}^2,$$

где положено

$$s = \ddot{\psi}\psi, \quad p = i\ddot{\psi}\gamma_5\psi, \quad \vec{v} = \ddot{\psi}\vec{\lambda}\psi, \quad \vec{a} = i\ddot{\psi}\gamma_5\vec{\lambda}\psi,$$

а $\vec{\lambda}$ суть матрицы Паули, выделяющие трехмерное зарядовое (изотопическое) подпространство.

Тождество Бриоски становится рабочим аппаратом, если использовать идею *спонтанного нарушения симметрии*, то есть предположение о том, что группа симметрии вакуума (основного состояния) является подгруппой группы симметрии лагранжиана. Обычно это обеспечивается подбором *потенциала Хиггса V*, включаемого в лагранжиан. В свете вышесказанного наиболее естественно это можно осуществить, рассмотрев в качестве фундаментального поля 16-спинор Ψ и выбрав потенциал Хиггса вида

$$V = \frac{\sigma^2}{8}\left(J_\mu J^\mu - \kappa_0^2\right)^2,$$

где $J_\mu = \ddot{\Psi}\Gamma_\mu\Psi$, Γ_μ – 16-мерные матрицы Дирака, а σ и κ_0 – некоторые постоянные параметры. Тогда многообразия S^3 и S^2, порождающие топологические заряды, возникают как следствие граничного условия на пространственной бесконечности:

$$\lim_{r\to\infty} J_\mu J^\mu = \kappa_0^2, \quad r = |\vec{x}|.$$

Например, S^2 – многообразие (лептонный сектор) может возникать из условия $\vec{v}^2 = const$, а S^3 – многообразие (барионный сектор) – из условия

$$s^2 + \vec{a}^2 = const \ .$$

При этом ставится новая задача: выделить соответствующие 8-полуспиноры, определяющие барионный и лептонный секторы. Один из простейших путей решения этой задачи состоит в использовании *зеркальной симметрии* [10]. Например, пространственная зеркальная симметрия:

$$\vec{x} \to -\vec{x}, \quad \Psi \to \Gamma_0\Psi$$

может определять лептонный сектор, а зеркальная симметрия в зарядовом пространстве:

$$\Psi \to \Gamma_0\Gamma_5\Gamma_2\lambda_2\Psi^*$$

может задавать барионный сектор, поскольку сильные взаимодействия зарядово независимы.

При этом структура лагранжиана соответствующей 16-спинорной модели может строиться по аналогии с моделями Скирма и Фаддеева [11], а взаимодействие с физическими полями (электромагнитным, гравитационным и другими), дающими вклад в массу солитона-частицы, можно осуществить на основе *принципа калибровочной инвариантности* [12]. Согласно этому принципу, производная от поля Ψ заменяется на ковариантную производную, структура которой определяется путем локализации соответствующей группы симметрии модели.

Таким образом, взаимодействие с электромагнитным полем включается путем локализации группы

$$U(1): \quad \Psi \to \exp\,(-i\alpha)\,\Psi\ ,$$

а взаимодействие с полем Янга–Миллса A_μ^a, $a = 1, 2, 3,$ – путем локализации группы вращений в изотопическом пространстве, с генераторами $\vec{\lambda}$, использованными ранее в тождестве Бриоски. Наконец, взаимодействие с гравитационным полем получается путем включения в ковариантную производную спинорной аффинной связности [13].

Возникающие таким образом модели могут допускать существование солитонных конфигураций, динамика которых в точечном приближении, когда размер солитонов пренебрежимо мал по сравнению с размером атома, требует стохастического описания. Как было показано [11; 14], выводы соответствующей стохастической теории согласуются с квантовой механикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mie G.* Grundlagen einer Theorie der Materie // Ann. d. Physik. – 1912. – B. 39. – Heft 1. – S. 1-40.
2. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. – Т. 2. – М.: Наука, 1966. – С. 725.
3. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. – Т. 4. – М.: Наука, 1967. – С. 168.
4. *Faddeev L.D.* Einstein and several contemporary tendencies in the theory of elementary particles // Relativity, Quanta, and Cosmology in the Development of the Scientific Thought of Albert Einstein. Ed. F. de Finis. – N.Y., S. Fr., Lond.: Johnson Repr. Corp. – 1979. – Vol. 1. – P. 247–266.
5. *Mie G.* Die Geometrie der Spinoren // Ann. d. Physik. – 1933. – B. 17. – Heft 5. – S. 465–500.
6. *Skyrme T.H.R.* A unified field theory of mesons and baryons // Nucl. Phys. – 1962. – Vol. 31. – No. 4. – P. 556–569.
7. *Фаддеев Л.Д.* Калибровочно-инвариантная модель электромагнитного и слабого взаимодействия лептонов // Докл. АН СССР. – 1973. – Т. 210. – № 4. – С. 807–810.
8. *Картан Э.* Теория спиноров. – Волгоград: Платон, 1997. – 223 с.
9. *Конвей Дж.Х., Смит Д.А.* О кватернионах и октавах, об их геометрии, арифметике и симметриях. – М.: Изд-во МЦНМО, 2009. – 182 с.
10. *Вигнер Е.* Этюды о симметрии. – М.: Мир, 1971. – 320 с.
11. *Rybakov Yu.P.* Topological solitons in the Skyrme – Faddeev spinor model and quantum mechanics // Gravitation and Cosmology. – 2016. – Vol. 22. – No. 2. – P. 179–186.
12. *Yang C.N., Mills R.L.* Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance // Phys. Rev. – 1954. – Vol. 96. – P. 191–195.
13. *Фок В.А.* Геометризация дираковской теории электрона // Альберт Эйнштейн и теория гравитации: сб. статей. – М.: Мир, 1979. – С. 415–432.
14. *Рыбаков Ю.П.* Солитоны и квантовая механика // Динамика сложных систем. – 2009. – № 4. – Т. 3. – С. 3–15.

FIELD PARADIGME BY MIE – EINSTEIN AND PARTICLE PHYSICS

Yu.P. Rybakov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

We discuss some first principles forming the basis of the field approach by Mie – Einstein to the description of particles as clots of some material field satisfying nonlinear equations.

Keywords: soliton configurations, first principles, symmetry properties, topological invariants.