ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА КРИТИЧЕСКУЮ НАГРУЗКУ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ МЕСТНОЙ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК (современные достижения)

А. Хейдари, В.В. Галишникова

Кафедра строительных конструкций и сооружений Инженерный факультет Российский университет дружбы народов ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

Настоящая работа является попыткой синтетического подхода к проблемам расчета и проектирования сетчатых оболочек, для которых главной задачей является обеспечение устойчивости. В работе представлена современная библиография по проблеме устойчивости сетчатых куполообразных оболочек. Рассмотрены несколько видов общей потери устойчивости конструкций, а также опасное явление распространение местной потери устойчивости их элементов. Представлены экспериментальные данные и сделаны теоретические выводы.

Ключевые слова: критическая нагрузка, формы потери устойчивости, потеря устойчивости элемента, потеря устойчивости в узле, общая потеря устойчивости, распространение местной потери устойчивости.

Вторая половина XX в. может быть охарактеризована (с точки зрения инженера-строителя) как эпоха пространственных конструкций. На смену железобетонным оболочкам в последние годы пришли сетчатые оболочки, используемые для перекрытия больших пролетов без промежуточных опор, например, для спортивных стадионов, сборочных цехов и выставочных залов. Собственный вес сетчатых оболочек на единицу перекрываемой площади очень мал. Данные конструкции являются сборными и могут быть легко смонтированы на месте. Выполняются они из прямолинейных элементов, соединяемых при помощи механических систем или сварки. Получаемая в результате кривизна конструкции обеспечивает сопротивление нагрузкам, действующим из плоскости. Некоторые из известных конструкций, построенных в России, показаны ниже (рис. 1 и 2).



Рис. 1. Спортивно-оздоровительный комплекс «Динамо» (г. Москва)



Рис. 2. Московская монорельсовая транспортная система

Рассмотрим факторы, влияющие на критическую нагрузку.

Формы потери устойчивости. При определении предельной несущей способности необходимо учитывать несколько форм потери устойчивости.

Потеря устойчивости отдельного элемента может происходить в виде поперечного выпучивания или закручивания элемента, причем это явление может никак не сказаться на работе соседних элементов (рис. 3).

Это одна из простейших форм потери устойчивости, но, несмотря на проводимые исследования [4; 11; 34; 21—23; 28; 30], вопрос подбора размеров элементов сетчатых оболочек до сих пор остается открытым.



Рис. 3. Потеря устойчивости отдельного элемента

Вследствие большого количества элементов в оболочке трудно предсказать, какой из них окажется в опасном положении. Существуют методы, в которых опасный элемент выбирается на основе линейного расчета, при условии соответствия видов потери устойчивости. Уеки и др. [28—30] при использовании численных методов для упруго-пластичных балок получили значение предельной прочности при приведенной гибкости (рис. 4). Влияние геометрических несовершенств не учитывалось, но использовались два типа граничных условий: шарнирные опоры и опоры-катки (за исключением четырех углов). На рис. 4 сплошная линия со-

ответствует линейной потере устойчивости (LB), штрихпунктирная линия изображает модифицированную формулировку Данкерли (MDF), а линия штрих и два пунктира — безопасно модифицированную формулировку Данкерли (SMDF). В последней формулировке используются два коэффициента надежности Se = 2,3 для выпучивания и Sp = 1,55 для развития пластических деформаций. Можно увидеть, что для первого типа граничных условий, когда численные результаты получены комбинированным методом, экспериментальные значения находятся между MDF и SMDF, в то время как для второго типа граничных условий экспериментальные значения скорее находятся в интервале между MDF и LB.



в идеальных оболочках

Потеря устойчивости в узлах происходит тогда, когда все элементы, сходящиеся в узле, испытывают такие продольные деформации, что не могут воспринимать внешнюю нагрузку на узел (рис. 5). Надо отметить, что этот случай является наиболее изученным, так как почти все современные программы для нелинейного расчета были тестированы с использованием характеристик сетки для данного вида потери устойчивости.



Рис. 5. Потеря устойчивости в узле

Потеря устойчивости в узлах сетчатых оболочек исследовалась в работах [5—12; 18—19; 26]. Рассматривались две модели сеток. Первая модель представляет собой фрагмент сетки из шести смежных ячеек (рис. 6а), для которого остальная часть оболочки заменяется упругоподатливыми опорами.

Вторая модель представляет собой симметричную сетку из двенадцати треугольных ячеек с шарнирно-неподвижными опорами в углах ячеек (рис. 6б). На рис. 7 показаны диаграммы поведения для двух типов сеток. В обоих случаях наблюдается явление прощелкивания узлов, причем наибольшее влияние это явление оказывает на первую модель.



Рис. 7. Потеря устойчивости в виде прощелкивания узлов

Потеря устойчивости в узлах исследовалась для следующих видов нагружения (рис. 8): 1) только один узел загружен силой P_m ; 2) ко всем узлам приложена сила P, за исключением контрольного узла, к которому приложена сила P_m ; 3) ко всем узлам приложены равные силы P [2].

На рис. 9 представлена кривая зависимости критической нагрузки от соотношения между центральной силой P_m и силами P, приложенными в остальных узлах. Можно увидеть, что, если силы равны, потеря устойчивости происходит вследствие бифуркации и достигается максимальное значение критической нагрузки. Наоборот, при увеличении значения силы P_m по отношению к другим силам значение критической нагрузки уменьшается. Причину этого уменьшения можно понять при сравнении горизонтального смещения узла 1. В случае загружения только центрального узла горизонтальное перемещение w_i в точке 1 влечет за собой его прощелкивание. Даже малое значение $w_i = 0,1h$ (где h — стрела подъема купола) приводит к снижению критической нагрузки на 38%. В то же время при уменьшении критической нагрузки отмечается снижение влияния несовершенств конструкции [32].



Рис. 9. Зависимость критической нагрузки от вида нагружения

Критическая нагрузка потери устойчивости в узле зависит от жесткостных характеристик соседних узлов. На рис. 10 можно увидеть уменьшение предельной нагрузки с увеличением площади оболочки, подверженной явлению потери устойчивости. Следовательно, невозможно определить предельную нагрузку, при которой происходит потеря устойчивости в узле, используя простейшую оболочку. Необходимо рассчитывать большую часть оболочки либо секцию с упруго-податливыми опорами, заменяющими остальную часть оболочки.



Рис. 10. Влияние соседних узлов

Потеря устойчивости при кручении в узле (рис. 11) происходит, когда размер узла велик, а жесткость элементов при изгибе в плоскости относительно мала. Такой вид потери устойчивости характерен для металлических сетчатых оболочек со вставными соединениями или деревянных с вертикальными вставными соединениями [24; 25; 28]. На рис. 11б представлены два возможных вида потери устойчивости при кручении.



Рис. 11. Потеря устойчивости при кручении в узле

Основные траектории потери устойчивости для идеальной конструкции с различным соотношением размеров узлов и стержней представлена на рис. 12. Поведение конструкции также изменяется в зависимости от жесткости элементов из плоскости. Теоретические подходы были успешно доказаны экспериментальным путем. Однако требуется дальнейшее изучение данного вида неустойчивости, поскольку для должного проектирования информации недостаточно, особенно в том, что касается влияния начальных закручиваний в узлах [25; 38].



Рис. 12. Влияние геометрических характеристик узлов и стержней на вид потери устойчивости в сетчатой оболочке

Потеря устойчивости группы элементов проявляется, когда все узлы в кольце купола (рис. 13а) или образующая цилиндрического свода (рис. 13б) и примыкающие к ней элементы вовлечены и теряют устойчивость. Данное явление в куполах было изучено Штутцки [37], а в цилиндрическом своде — Джионку и др. [10—13]. Выводы были сделаны такие же, как и для потери устойчивости в узлах, но этот вид потери устойчивости является более опасным из-за исчезновения благоприятных эффектов горизонтальных стержней, которые придают устойчивость во время прощелкивания в узле.

Общая потеря устойчивости происходит, когда все узлы и элементы оболочки большой площади задействованы при проявлении выпучивания (рис. 14). Это происходит, когда длина волны выпучивания значительно больше длины элемента.



Рис. 13. Потеря устойчивости группы стержней



Рис. 14. Общая потеря устойчивости

Одновременная потеря устойчивости происходит, когда значения критических нагрузок, соответствующих двум разным формам потери устойчивости (обычно потеря устойчивости элементов или узлов), близки и явление выпучивания включает обе формы (рис. 15).



Рис. 15. Потеря устойчивости стержнями и узлами

Существует лишь небольшое количество теоретических работ, посвященных изучению этого сложного явления. Информации о каких-либо систематических экспериментальных исследованиях в технической литературе нет. В моделях, изученных Ленза [16; 17], разрушение происходило из-за потери устойчивости элементов и узлов, что можно охарактеризовать как наложение форм потери устойчивости.



Рис. 16. Одновременная потеря устойчивости стержнем и узлом

Теория наложения форм потери устойчивости хорошо известна. Доказано как теоретически, так и экспериментально, что величина критической нагрузки весьма чувствительна к геометрическим несовершенствам.

Для сетчатых оболочек Джионку [3] предложил следующую классификацию степени чувствительности: слабое взаимодействие (сокращение меньше чем на 10%), умеренное взаимодействие (менее 30%), сильное взаимодействие (менее 50%) и очень сильное (более 50%).

Нам рис. 16 показано взаимное влияние потери устойчивости элементов и узлов. При значении параметра S \approx 3 происходит наложение форм потери устойчивости.

Распространение местной потери устойчивости. Одной из наиболее опасных форм неустойчивости сетчатых оболочек может оказаться местная потеря устойчивости, вызванная неустойчивостью узла или элемента. Местная потеря устойчивости обладает сильным динамическим эффектом вследствие прощелкивания и может стать причиной обрушения большой площади оболочки. Первые шаги по изучению этого вопроса были предприняты Ленза [14—17].

В случае потери устойчивости элемента важным является вопрос о том, повлечет ли она за собой распространение выпучивания по поверхности оболочки. На практике в сжатых элементах часто наблюдается хрупкая потеря устойчивости (рис. 17), особенно в элементах круглого сечения, где напряжение резко уменьшается [3].

Хейдари А., Галишникова В.В. Факторы, влияющие на критическую нагрузку и распространение...



Рис. 17. Хрупкая потеря устойчивости

Во время процесса выпучивания осевые силы в элементах конструкции изменяют свое значение, и соседним элементам приходится воспринимать часть нагрузки, вместо элемента, потерявшего устойчивость. Изучить данное поведение конструкции можно на примере простейшей модели односетчатой конструкции, представленной на рис. 18a [27]. На рис. 18b представлены два различных вида поведения элемента под нагрузкой. В первом случае дополнительная нагрузка на соседние элементы, возникшая при выпучивании центрального элемента, достаточно мала и может быть ими воспринята. Конструкция в целом остается устойчивой. Во втором случае возрастание нагрузки происходит настолько внезапно, что окружающие элементы не могут включиться в работу и конструкция теряет устойчивость. Для двухсетчатых оболочек это явление, при котором после потери устойчивости первого элемента остальные элементы также теряют устойчивость, известно как эффект домино [3].



Рис. 18. Кривая взаимного влияния для совмещенной потери устойчивости

Возможно, что похожее явление может произойти и в сетчатых оболочках. К сожалению, существует мало экспериментов, доказывающих это предположение. В основном в большинстве случаев элементы моделей имели слишком большие размеры (представляется сложным уменьшить размеры элементов модели в реальных пропорциях), таким образом, происходила потеря устойчивости только узлов либо общая потеря устойчивости. Среди немногих доказательств необходимо отметить экспериментальные работы Маринеску [35] и Ленза [16; 17]. Экспериментальная модель купола Маринеску была выполнена из стальной проволоки диаметром 2,6 мм. Потеря устойчивости оболочки происходит вследствие потери устойчивости сжатых элементов и внезапного прощелкивания, при этом конструкция приобретала зеркальную форму (рис. 19). Первый же элемент, терявший устойчивость, вызывал обрушение оболочки, показывая тем самым, что конструкция не способна адаптироваться к закритическому состоянию. Похожие результаты были получены в экспериментальной работе Ленза. При использовании элементов уменьшенного сечения (диаметром 1,5-2,0 мм) они теряли устойчивость, за которой следовала потеря устойчивости в узлах, и вследствие сил инерции далее распространялось по большой поверхности оболочки. В обоих случаях наблюдается эффект домино.



Рис. 19. Прощелкивание вследствие потери устойчивости элемента

Несомненно, эта экспериментальная работа представляет только качественное подтверждение, так как стальная проволока не может моделировать поведение реального элемента. Для правильного решения требуются дальнейшие теоретические и экспериментальные работы.

Тот же вопрос возникает при потере устойчивости узла: имеет ли это явление только местный характер, или возможно его распространение на большую площадь оболочки? При расчете простейшей фермы с линейной податливой опорой в центральном узле можно получить характеристическое прогнозирование (рис. 20а) [17]. Когда центральная нагрузка достигает предельного значения, геометрия внезапно меняется с динамическим эффектом. Площадь А представляет кинетическую энергию, которую приобретает система во время прощелкивания. Эта энергия преобразуется в импульс, который распространятся на соседние узлы. На рис. 20b можно заметить, что с увеличением жесткости податливой опоры возрастает предельная нагрузка, в то время как кинетическая энергия, выражаемая площадью А, значительно уменьшается. Для определенной жесткости можно достичь нулевого значения площади А, в этом случае пропадает динамический эффект. Динамический анализ позволяет определить значения ускорения при прощелкивании (рис. 20с). Итак, мы можем отметить взаимосвязь между кинетической энергией, приобретаемой при потере устойчивости узла, и максимальной инерцией при прощелкивании.



при прощелкивании

Сетчатая оболочка может быть схематически представлена в виде системы, состоящей из простейших ферм, подобных рассмотренной ранее. На рис. 21 показаны секции положительной, нулевой и отрицательной Гауссовой кривизны и соответствующие кривые прогибов. Можно заметить, что максимальный эффект прощелкивания наблюдается для положительной кривизны, в то время как для отрицательной данный эффект отсутствует.

Для сетчатой оболочки положительной кривизны Ленза [14—17] и Джионку, используя динамические уравнения равновесия, показали большое значение инерциального воздействия во время потери устойчивости узла. Максимальное значение ускорения равнялось примерно 16g, что являлось причиной распространения выпучивания по большой поверхности (рис. 22). Первое обрушение узлового соединения происходило вследствие потери устойчивости элемента, при этом происходило наложение на неустойчивость узла и, следовательно, прощелкивание с динамическим эффектом.



Рис. 21. Влияние кривизны на динамическое поведение



Рис. 22. Распространение местной неустойчивости

Для сетчатого цилиндрического свода динамический расчет дает значение ускорения около 6g, менее критичное по сравнению с оболочкой положительной кривизны [13; 15; 16]. Следует отметить другое, более важное отличие. В то время как для оболочки положительной кривизны прощелкивание происходит только при потере устойчивости одного элемента, в случае цилиндрического свода многие продольные элементы могут потерять устойчивость, прежде чем это произойдет в узлах, из чего следует, что затем незамедлительно произойдет общая потеря устойчивости, т.е. силы инерции, возникающие при прощелкивании в узле, являются всего лишь последней каплей.

Для оболочек формы гиперболического параболоида в процессе экспериментальных испытаний подобного поведения не наблюдалось.

В заключение следует отметить, что динамическое распространение местного обрушения, несомненно, является опасным явлением в однослойных сетчатых оболочках, особенно с положительной Гауссовой кривизной. Необходимы дальнейшие исследования для полного изучения этого сложного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Galishnikova G., Dunaiski P., Pahl P.J.* Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames. Sun Press, Stellenbosch, 2009.
- [2] *Kani I.M., Heidari A.* (2007) Automatic Two-Stage Calculation of Bifurcation Path of Perfect Shallow Reticulated Domes, ASCE // Journal of Structural Engineering, 133(2), 185—194.
- [3] Gioncu V. Buckling of Reticulated Shells, State-of-the-Art // Int. J. of Space Structure, Vol. 10, No. 1, 1995.
- [4] Kato S., Yamada S., Takashima H., Shibata R. Buckling stress of a member in a rigidly jointed single-layer reticular dome. In Spatial Structure at the Turn of the Millennium, Proc. IASS Symp., Copenhagen, 1991, 109—116.
- [5] Aquilar R.J. Snap-through buckling of framed triangular domes // J. Struct. Div. 93. ST 2. 1967, 301—317.
- [6] Aquilar R.J. Huang T. The snap-through buckling of triangular lattice domes under the simultaneous application of concentrated loads. In space structure (ed. R.M. Davies) Blackwell Sc. Publ., Oxford. 1967.
- [7] *Balut N., Porumb D., Rennon N.* The nonlinear analysis of reticulated shells (in Romanian). The 2nd conf. on steel structures, Timisoara, 1970, Vol. 1.
- [8] Balut N., Porumb D., Gioncu V. Some aspect concerning the behavior and analysis of singlelayer latticed roof structures. In stability of metal structures, Int. Coll. Paris, 1983, Prelim. Raport, 133—140.
- [9] Carpenter W.C., Ely J.F., Bramer C.R. The joint instability of latticed structures under generalized load. In space structures (ed. R.M. Davies). Blackwell Sci. publ., Oxford, 1967.
- [10] *Gioncu V., Balut N., Rennon N.* Interaction between different instability modes of lattice roof structures. 3rd Int. Coll. Stability, Timisoara, 1982, 262–272.
- [11] Gioncu V., Balut N., Porumb D., Renon N. Instability behavior of triangulated barrel vaults. In Analysis. Design and construction of Braced barrel Vaults (ed. Z.S. Makowski) Elsevier, London, 1985, 159—182.
- [12] Gioncu V., Ivan M. Buckling of Shell Structures (in Romanian), Ed. Academiei, Bucharest, 1978.
- [13] Gioncu V., Lenza P. Propagation of local buckling in reticulated shells. In space structures 4 (ed. G.A.R. Parke, C.M. Howard), Conf. Guildford, Sept. 1993, th. Telfors publ., London, 1993, 147—155.
- [14] Lenza P. Some developments in shells structural analysis. Proc. IASS Congr., Madrid. Vol. 1989.
- [15] *Lenza P.* Sul comportamento non linear di volte reticulari cilindriche. Gior. Ital. della Costr. In Acciao, Capri, 1989.
- [16] Lenza P. Non-linear behavior of reticulated cylindrical vaults. In spatial Structures at the Turn of the millennium. IASS Symp., Copenhagen, Vol. 3, 1991, 143—150.
- [17] *Lenza P.* Instability of single layer doubly curved vaults. Int. J. Space Structures. Vol. 7, No. 4, 1992, 253—264.

- [18] Lind N.C. Stability criteria for reticulated shells. IASS. Congr. Large span shells, Leningrad, Vol. 1, 1966.
- [19] *Lind N.C., Puranik B.* The stability analysis of reticulated domes with grid discontinuities. Int. Conf. on Space Structures (ed. R.M. Davies), 1966, 439–444.
- [20] *Mateescu D., Gioncu V., Konrad C.* Stability of symmetrical load latticed cylindrical roofs. The 3rd Int. Coll. on Stability, Timisoara, 1982.
- [21] Matsushita F., Ohya T., Mukaiyana Y., Matsue Y. Study of the elasto-plastic buckling of single-layer domes. In space structures 4 (ed. G.A.R. Parke, C.M. Howard). Guildford Conf., Sept. 1983, Th telford publ., London 1993, 167—175.
- [22] Mutoh I., Kato S. Comparison of buckling loads between single-layer lattice domes and spherical shells. In space structures 4 (eds G.A.R. Parke, C.M. Howard), Guildford Conf. Sept. 1993, The. Telford Publ., London, 176—185.
- [23] Mutoh I., Ueki T., Kato S. On estimation of the buckling load of lattice domes by generalized slenderness. In Innovative large span structures (eds. N.K. Srivastava et al.), IASS congress, 1992. Toronto, 564—575.
- [24] Oda K., Hangai Y. Snap-through buckling and tensional buckling of joint of single layer lattice shell. In Innovative Large Span Structures (eds. N.K. Srivastava et al.) IASS Congress, Toronto, 1992, 487–496.
- [25] Oda K., Hangai Y., Ohya S. Loading test of torisonal buckling of joint of six member unit dome. In Nonlinear Analysis and Design for Shell and Spatial Structures (eds. Y. Hangai et al.) IASS Symp., Oct. 1993, Tokyo. 189—196.
- [26] *Savelyev V.A., Lombardo I.V.* Study of non-symmetrical forms of buckling in single-net domes. In tension Structures and space frames, IASS Symp., Tokyo-Kyoto, 1971.
- [27] *Supple W.J., Collins I.* Limit state analysis of double-layer grids. In Analysis and construction of double layer grids (ed. Z.S. Makowaski), Appl. Sci. Publ., London, 1981, 93—117.
- [28] Ueki T., Mukaiyama Y., Kubodera I., Kato S. Buckling behavior of single layered domes composed of members with axial and bending springs at both ends. IASS Congr., Vol. 4, Madrid, 1989.
- [29] Ueki T., Kato S., Kubodera I., Mukaiyama Y. Study on the elastic and elasto-plastic buckling behavior of single layered domes composed of members having axial and bending springs at the ends. In Spatial Structures at the Turn of the Millennium, IASS Symp., Copenhagen. Vol. 3, 1991, 93—100.
- [30] Ueki T., Matsushita F., Shibata R., Kato S. Design procedure for large single-layer latticed domes. In space Structures 4 (eds. G.A.R. Parke, C.M. Howard) Guildford Conf., Sept. 1993. Th. Telford publ., London, 237—246.
- [31] Janko L. Initial postbukling behavior of shallow saddle shaped hyper shells support by shear diaphragms under uniform load // Acta Techn. Acad. Sci. Hung., 97, No. 1—4, 1984, 133—175.
- [32] Kato S., Takashima H., Shibato R. Effect of geometrical initial imperfections, relaxation at connectors and additional loads on ultimate strength of a semi-rigidly jointed single-layer reticular dome. Proc. 3rd summer coll. On shell and spatial structures, Taegu, Korea, 1990, 481—492.
- [33] *Kato S., Yamanda S., Takashima H., Shibata R.* buckling stress of a member in a rigidly jointed single-layer reticular dome. In spatial structure at the turn of the millennium, proc. IASS Symp., Copenhagen, 1991, 109—116.
- [34] *Kato S., Shibata R., Ueki T., Matushita F.* Buckling load estimation for single layer domes by the concept of column strength curves. In public Assembly structures from Antiquity to the present. IASS Symp., Istanbul, 1993, 507—512.
- [35] Marinescu Gh. Reticulated shells (in Romanian) Ph.D Thesis, Bucharest.
- [36] *Sugizaki K., Kohmura S.* Experimental study on buckling behavior of a triodetic aluminum space frame. In Nonlinear Analysis and Design for shell and spatial structure (eds. Y. Hangai et al.) IASS Symp., Oct. 1993, Tokyo, 205, 212.

- [37] *Stutzki Ch.* Influence of connection stiffness on the stability of lattice shells. Int. Coll. Bolited and Special Structural Connections, Moscow, 1989.
- [38] Zingali A. Analisi nonlineare e postbuckling delle coperture reticulari. Ist. di Sci. delle Costr., Univ. di Roma, Publ. II–215, 1977.

FACTORS INFLUENCING THE CRITICAL LOAD AND PROPAGATING OF BUCKLING IN SHALLOW RETICULATED DOMES (state-of-the-art)

A. Heidari, V.V. Galishnikova

Department of Building Structures and Constructions Engineering faculty Peoples' Friendship University of Russia Ordshonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

Shallow lattice domes can be used to cover large support-free, e. g. assembly halls, sports stadium and exhibition halls. Over the last four decades the problem of buckling of shallow lattice domes has grown in importance because of several interrelated developments. The need to cover larger spans without intermediate supports with lightweight structures has made buckling behavior a determining factor in their design. For a buckling problem it is very important to define the concept concerning the loss of stability and the method to determine the collapse load. Several instability modes can occur in the behavior of the reticulated shells which must be taken into account in determining the limit bearing capacity. The secondary paths, especially in unstable buckling can play the most important role in collapse of these structures [1; 2].

The present report is an attempt to offer a synthetic view of the analysis and design problems for which the consideration of buckling is the main purpose. Another purpose of this report is to present the up-to-date bibliography on the buckling of reticulated shells. Several instability modes has been presented and the propagation of local buckling which is the most dangerous forms of instability has been discussed and many valuable theoretical and experimental studies have been carried out [3].

Key words: critical load, buckling modes, node buckling, member buckling, torsional buckling, general buckling, buckling propagation.