

О МЕТОДЕ РАСЧЕТА МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ БУФЕРИЗАЦИИ В ПОТОКОВЫХ P2P СЕТЯХ¹

Самуйлов А.К.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: asam1988@gmail.com

Приведен метод расчета матрицы переходных вероятностей для цепи Маркова, описывающей процесс обмена данными в потоковой одноранговой сети.

Ключевые слова: P2P-сеть, одноранговая сеть, потоковое видео, аналитическая модель.

Введение

На сегодняшний день предложено несколько моделей расчета основных характеристик потоковых P2P-сетей [1-3], таких как вероятность непрерывного просмотра и задержка начала воспроизведения. Однако, в них применяются приближенные формулы для их расчета. Задачей данной работы являлась разработка точного метода вычисления матрицы переходных вероятностей для модели, предложенной в [4] для расчета основных характеристик потоковых P2P-сетей.

Матрица переходных вероятностей

Обозначим X^l состояние сети в момент $t_l - 0$, где $X = x(n)_{n=1, \dots, N}$ – матрица, описывающая состояния буферов всех N пользователей сети, а t_l – момент окончания такта l в модели, предложенной в [4]. Последовательность $\{X^l, l \in \mathbb{N}\}$ образует цепь Маркова над пространством состояний $X = \{0, 1\}^{N(M+1)}$. Пусть $n^l(X)$ – абсолютная вероятность того, что ЦМ $\{X^l\}_{l \geq 0}$ на такте l находится в состоянии X , т.е. $n^l(X) = P\{X^l = X\}$, а $P^{l+1}(X, Y) = P\{X^{l+1} = Y | X^l = X\}$ – переходная вероятность ЦМ на шаге $l \in \mathbb{N}$, $X, Y \in X$.

Абсолютные вероятности $n^l(X)$ ЦМ $\{X^l\}_{l \geq 0}$ удовлетворяют уравнениям Колмогорова-Чепмена:

$$n^{l+1}(Y) = \sum_{X \in X} n^l(X) P^{l+1}(X, Y), Y \in X, l \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Как показано в [4], вероятность непрерывного просмотра для n -пользователя соответствует вероятности того, что n -пользователь в конце такта на M -месте буфера имеет порцию данных для воспроизведения видео потока, и вычисляется по формуле $V(n) = p_1(n, M)$, где $p_1(n, \tau) = P\{x^\tau(n) = 1\} = \sum_{X \in X: x(n)=1} n^\tau(X)$.

Таким образом, для вычисления вероятности непрерывного просмотра необходимо решить уравнение (1). Для этого нужно вычислить матрицу переходных вероятностей P^{l+1} .

Введем вспомогательную матрицу $A = X^{l+1} - S X^l$, каждый элемент которой показывает какие именно изменения произошли с m -местом буфера n -пользователя на l -такте: $A(n, \tau) = 0$, если не было изменений; $A(n, \tau) = 1$, если n -пользователь успешно загрузил порцию данных на m -место своего буфера; $A(n, \tau) = 1$, если соответствующая порция данных «исчезла» из буфера пользователя.

Заметим, что $A(n, 0)$ будет равно 1, если n -пользователь на l -такте получил порцию данных непосредственно от сервера. Таким образом, $\sum_n A(n, 0) ::= 1$.

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 13-07-00953-а, 14-07-00090-а.

Если $\sum_{\tau=0}^M A(n, \tau) = 0$, то на l -такте n -пользователь не загрузил ни единой порции данных. Это могло произойти по причине отсутствия пустых мест в буфере пользователя, или если данный пользователь неудачно выбрал другого пользователя и у него не было нужных для загрузки порций данных. А если $\sum_{\tau=1}^M A(n, \tau) = 1$, то n -пользователь смог успешно загрузить порцию данных на l -такте.

Теперь определим следующие множества пар $(X, Y) \subset X \times X$:

- Множество $X_{<1} = \{(X, Y): \exists n \in N, \exists \tau \in M Y(n, \tau) - SX(n, \tau) = -1\}$, описывающее те переходы из состояния X в состояние Y , в которых хотя бы одна порция данных «исчезла» из буфера хотя бы одного пользователя;
- Множество $X_{>1} = \{(X, Y): \exists n \in N, \sum_{\tau \in M} (Y(n, \tau) - SX(n, \tau)) \geq 2\}$, описывающее переходы, при которых хотя бы один пользователь скачал больше одной порции данных.

Согласно модели, переходы между состояниями, входящими в описанные множества, невозможны.

Далее определим вероятности событий, происходящих при переходе системы из состояния X в состояние Y :

- $P_{XY}^s(n)$ – n -пользователь получил порцию данных непосредственно от сервера;
- $P_{XY}^- (n)$ – n -пользователь не получил ни единой порции данных, ни от сервера, ни от любого другого пользователя;
- $P_{XY}^+ (n)$ – n -пользователь успешно скачал порцию данных согласно стратегии Latest First.

Вероятности данных событий вычисляются по формулам (2)-(4).

$$P_{xy}^s(n) = \frac{1}{N} \tag{2}$$

$$P_{xy}^-(n) = \frac{1}{N-1} \cdot \prod_{h \in N \setminus \{n\}} \prod_{\tau \in M} (1 - SX(h, \tau)) \cdot SX(h, \tau) = 0 \tag{3}$$

$$P_{xy}^+(n) = \frac{1}{N-1} \times \prod_{\tau \in M \setminus \{0\}} \prod_{i=1}^{\tau-1} [(Y(n, \tau) - SX(n, \tau)) \cdot \prod_{h \in N \setminus \{n\}} SX(h, \tau) \cdot \prod_{i=1}^{\tau-1} (1 - SX(n, i)) \cdot SX(h, i) = 0 \tag{4}$$

Таким образом, переходные вероятности рассчитываются согласно следующему утверждению.

Утверждение 1. Пусть $X^l = X$ и $X^{l+1} = Y$, тогда

$$P^{l+1}(X, Y) = 0, \text{ если } X = Y = X_0; P^{l+1}(X, Y) \neq 0, \text{ если } (X, Y) \in X_{<1} \cup X_{>1}; P^{l+1}(X, Y) = \prod_{n \in N} (A(n, 0) = 1) : P_{xy}^s(n) + I(\sum_{\tau \in M} A(n, \tau) = 0) \cdot P_{xy}^-(n) + I(\sum_{\tau \in M \setminus \{0\}} A(n, \tau) = 1) \cdot P_{xy}^+(n), \text{ если } (X, Y) \in X \setminus \{X_{<1} \cup X_{>1}\} \tag{5}$$

Согласно формуле (5), матрица переходных вероятностей Π не зависит от l , т.е. $\Pi^{l+1}(X, Y) = \Pi(X, Y) \forall l \geq 0, (X, Y) \in X \times X$. Следовательно, формула (5) позволяет рассчитать матрицу Π и стационарные вероятности $\pi(X), X \in X \subset M \{X^l, I \geq 0\}$.

Выводы

Разработанный метод позволяет рассчитать матрицу переходных вероятностей ЦМ для расчета вероятности непрерывного просмотра видео пользователем в потоковой одноранговой сети. Целью дальнейшей работы является разработка метода для упрощения расчетов при больших значениях количества пользователей в сети.

Литература

1. *Yipeng Zhou, Dah M. Chiu, Lui J.C.S.* A Simple Model for Analyzing P2P Streaming Protocols // Proc. of the 15th IEEE International Conference on Network Protocols (ICNP 2007), Oct. 16-19, 2007. - Beijing, China. - Pp. 226-235.
2. *Zhao Y., Shen H.* A simple analysis on P2P streaming with peer playback lags. Proc. of the 3rd International Conference on Communication Software and Networks (IEEE ICCSN 2011), May 27-29, 2011. - Xi'an, China. - Pp. 396-400.
3. *Kumar R., Liu Y., and Ross K. W.* Stochastic fluid theory for P2P streaming systems // Proc. of the IEEE INFOCOM, 2007. – P. 919-927.
4. *Adamu A., Gaidamaka Yu., Samuylov A.* Discrete Markov Chain Model for Analyzing Probability Measures of P2P Streaming Network. Lecture Notes in Computer Science. Germany, Heidelberg: Springer. 2011. Vol. 6869. - Pp. 428-439.

CALCULATION OF TRANSITION PROBABILITIES MATRIX FOR VIDEO DATA BUFFERING IN STREAMING P2P NETWORK

Samuylov A.K.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
e-mail: asam1988@gmail.com*

A method for calculating a transition probabilities matrix for the discrete Markov chain describing the process of video data exchange between users of P2P streaming network is obtained.

Key words: P2P network, live streaming video, download strategy, Markov chain.