

## О решении задачи дифракции на цилиндрически-симметричной неоднородности

А. П. Горобец, А. Н. Половинкин, А. Р. Равин

*Кафедра радиофизики  
Российский университет дружбы народов  
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*

В данной работе рассматривается задача дифракции плоской волны на неоднородном цилиндре, распространяющейся под некоторым углом к его оси. Предлагаемый нами метод состоит в моделировании 2-мерных неоднородностей путём ступенчатой аппроксимации радиальной зависимости показателя преломления. Это позволяет получить выражения для полей дифракции как внутри, так и снаружи области неоднородности в виде ряда по цилиндрическим гармоническим.

**Ключевые слова:** дифракция, плоская волна, линза Люнеберга.

Многие задачи в таких областях науки, как физика плазмы [1], диагностика атмосферы [2], интегральная оптика [3] и т.д., сводятся к нахождению полей дифракции электромагнитных волн на цилиндрически-симметричных пространственных неоднородностях, показатель преломления которых является функцией радиальной координаты  $n(r)$ .

Большинство известных методов дают асимптотическое решение данной задачи в предположении малости длины волны  $\lambda$  по сравнению с радиусом области неоднородности  $R$  и в предположении плавности  $n(r)$ . В этих методах неоднородность рассматривается как некий фазовый трансформатор, а само фазовое преобразование рассчитывается из уравнения эйконала [1]. Естественно, это не применимо для строгого решения задач дифракции на указанных выше объектах при небольших отношениях  $R/\lambda$  и произвольной, возможно разрывной, зависимости  $n(r)$ .

Предлагаемый нами метод состоит в моделировании 2-мерных неоднородностей путем ступенчатой аппроксимации зависимости  $n(r)$ . Это позволяет получить аналитически строгое и (при определенном числе ступеней) достаточно точное решение для полей дифракции как внутри области неоднородности, так и снаружи в виде ряда по цилиндрическим гармоникам.

В данной работе рассматривается общий случай дифракции плоской волны на неоднородном цилиндре, распространяющейся под некоторым углом к его оси. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

Бесконечный круговой цилиндр радиуса  $R$  с показателем преломления  $n(r)$  расположен в среде с показателем преломления  $n_0$  и ориентирован по оси  $Z$ . Падающая волна  $E^0 H^0$  распространяется под углом  $\varphi$  к оси  $X$  в плоскости  $XOZ$ . В силу симметрии будем решать задачу в плоскости  $XOY$ , опуская везде множитель  $e^{ik_z z}$ . Радиальную зависимость показателя преломления цилиндра будем аппроксимировать системой ступенек (рис. 2). То есть фактически будем рассматривать неоднородную структуру, представляющую собой систему вложенных цилиндрических слоёв с разными показателями преломления. В пределах одного слоя показатель преломления будем считать постоянным. Подобная модель может путём увеличением числа слоёв неограниченно приближаться к исследуемому объекту.

Комплексные амплитуды поля падающей волны в декартовых координатах могут быть записаны в абсолютной системе единиц в виде (1), (2), для перпендикулярной ( $H$ -волны) и параллельной ( $E$ -волны) поляризации соответственно:

$$\begin{cases} E_y^0 = Ae^{-i\beta_0 x}, \\ H_z^0 = \frac{A}{w_0} \cos \varphi \cdot e^{-i\beta_0 x}, \\ H_x^0 = \frac{A}{w_0} \sin \varphi \cdot e^{-i\beta_0 x}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} H_y^0 = \frac{-B}{w_0} e^{-i\beta_0 x}, \\ E_z^0 = B \cos \varphi \cdot e^{-i\beta_0 x}, \\ E_x^0 = B \sin \varphi \cdot e^{-i\beta_0 x}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\beta_0 = kn_0 \cos \varphi$ ,  $w_0 = 1/n_0$ .

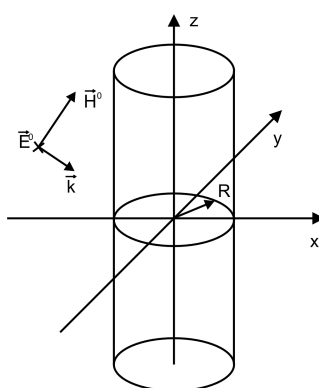


Рис. 1. Геометрия задачи

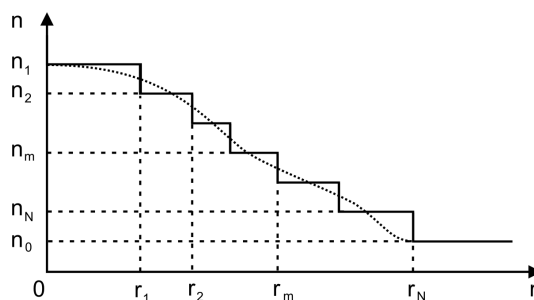


Рис. 2. Аппроксимация зависимости показателя преломления цилиндра

Будем рассматривать плоскую волну произвольной поляризации, конкретный вид которой можно задать с помощью соответствующего соотношения между амплитудными коэффициентами  $A$  и  $B$ .

В ходе решения задачи предстоит найти выражения для полей дифракции обеих поляризаций внутри  $(\vec{E}_h^+, \vec{H}_h^+)$ ,  $(\vec{E}_e^+, \vec{H}_e^+)$  и снаружи  $(\vec{E}_h^-, \vec{H}_h^-)$ ,  $(\vec{E}_e^-, \vec{H}_e^-)$  цилиндра. Полное поле во внешней области представляется в виде суммы падающего поля и внешнего поля дифракции.

Уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= i\omega n^2 \vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i\omega n^2 \vec{H} \end{aligned} \quad (3)$$

дают следующие выражения для поперечных компонент полей в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{i}{\beta^2} \left( \frac{\omega}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \alpha} - k_z \frac{\partial E_z}{\partial r} \right), & E_\alpha &= \frac{i}{\beta^2} \left( \omega \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{k_z}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \alpha} \right), \\ H_r &= \frac{i}{\beta^2} \left( \frac{n^2 \omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \alpha} + k_z \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), & H_\alpha &= \frac{i}{\beta^2} \left( \frac{k_z}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \alpha} - n^2 \omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Подстановка сюда  $H_z^0$  и  $E_z^0$  из (1) и (2) приводит к следующим выражениям для поля падающей волны [4]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_h^0 &= A \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_0 r} J_n(\beta_0 r) + \vec{\alpha}_0 i J_n'(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{H}_h^0 &= \frac{A}{w_0} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi J_n'(\beta_0 r) - \right. \\ &\quad \left. - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_0 r} \sin \varphi J_n(\beta_0 r) + \vec{z}_0 \cos \varphi J_n(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{E}_e^0 &= B \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi J_n'(\beta_0 r) - \right. \\ &\quad \left. - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_0 r} \sin \varphi J_n(\beta_0 r) + \vec{z}_0 \cos \varphi J_n(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{H}_e^0 &= \frac{-B}{w_1} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_0 r} J_n(\beta_0 r) + \vec{\alpha}_0 i J_n'(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для перехода к цилиндрическим координатам использована формула:

$$e^{-i\beta_0 r \cos \alpha} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n J_n(\beta_0 r) e^{in\alpha}. \quad (6)$$

Внешнее поле дифракции запишем при помощи подобных рядов с неизвестными коэффициентами  $c_n$ ,  $\bar{c}_n$ . В соответствии с принципом излучения будем использовать функции Ханкеля второго рода.

$$\begin{aligned} \vec{E}_h^- &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n c_n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_0 r} H_n^{(2)}(\beta_0 r) + \vec{\alpha}_0 i H_n^{(2)'}(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{H}_h^- &= \frac{1}{w_0} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n c_n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi H_n^{(2)'}(\beta_0 r) - \right. \\ &\quad \left. - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_0 r} \sin \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r) + \vec{z}_0 \cos \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{E}_e^- &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \bar{c}_n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi H_n^{(2)'}(\beta_0 r) - \right. \\ &\quad \left. - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_0 r} \sin \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r) + \vec{z}_0 \cos \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\ \vec{H}_e^- &= \frac{-1}{w_0} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \bar{c}_n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_0 r} H_n^{(2)}(\beta_0 r) + \vec{\alpha}_0 i H_n^{(2)'}(\beta_0 r) \right] \cdot e^{in\alpha}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поля в произвольном кольце  $r_{m-1} < r < r_m$  также представим в виде рядов, в которых используем функции Бесселя первого и второго рода:

$$\begin{aligned}
\vec{E}_h^m &= e^{ik_z z} \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_m r} (a_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) + \right. \\
&\quad \left. + \vec{\alpha}_0 i (a_n^m \cdot J'_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N'_n(\beta_m r)) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\
\vec{H}_h^m &= \frac{1}{w_m} \cdot e^{ik_z z} \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi (a_n^m \cdot J'_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N'_n(\beta_m r)) - \right. \\
&\quad - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_m r} \sin \varphi (a_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) + \\
&\quad \left. + \vec{z}_0 \cos \varphi (a_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\
\vec{E}_e^m &= e^{ik_z z} \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 i \sin \varphi (a_n^m \cdot J'_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N'_n(\beta_m r)) - \right. \\
&\quad - \vec{\alpha}_0 \frac{n}{\beta_m r} \sin \varphi (a_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) + \\
&\quad \left. + \vec{z}_0 \cos \varphi (a_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + b_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) \right] \cdot e^{in\alpha}, \\
\vec{H}_e^m &= \frac{-1}{w_m} \cdot e^{ik_z z} \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-i)^n \left[ \vec{r}_0 \frac{n}{\beta_m r} (\bar{a}_n^m \cdot J_n(\beta_m r) + \bar{b}_n^m \cdot N_n(\beta_m r)) + \right. \\
&\quad \left. + \vec{\alpha}_0 i (\bar{a}_n^m \cdot J'_n(\beta_m r) + \bar{b}_n^m \cdot N'_n(\beta_m r)) \right] \cdot e^{in\alpha}.
\end{aligned} \tag{8}$$

При этом, чтобы при  $r = 0$  внутреннее поле дифракции не имело особенности, необходимо потребовать равенства нулю коэффициентов  $b_n^1, \bar{b}_n^1$ .

Потребуем непрерывности на границе раздела  $r = r_m$  ( $1 \leq m \leq N$ ) тангенциальных компонент поля:

$$\begin{cases} E_{h\alpha}^m + E_{e\alpha}^m = E_{h\alpha}^{m+1} + E_{e\alpha}^{m+1}, \\ H_{h\alpha}^m + H_{e\alpha}^m = H_{h\alpha}^{m+1} + H_{e\alpha}^{m+1}, \\ E_{hz}^m + E_{ez}^m = E_{hz}^{m+1} + E_{ez}^{m+1}, \\ H_{hz}^m + H_{ez}^m = H_{hz}^{m+1} + H_{ez}^{m+1}. \end{cases} \tag{9}$$

Это приведёт нас к системе линейных уравнений относительно коэффициентов  $a_n^m, \bar{a}_n^m, b_n^m, \bar{b}_n^m$ :

$$A_m \cdot \begin{pmatrix} a_n^m \\ b_n^m \\ \bar{a}_n^m \\ \bar{b}_n^m \end{pmatrix} = B_m \cdot \begin{pmatrix} a_n^{m+1} \\ b_n^{m+1} \\ \bar{a}_n^{m+1} \\ \bar{b}_n^{m+1} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где матрицы  $A_m$  и  $B_m$  имеют вид (11), (12).

Решение системы (10) запишется в виде  $\begin{pmatrix} a_n^{m+1} \\ b_n^{m+1} \\ \bar{a}_n^{m+1} \\ \bar{b}_n^{m+1} \end{pmatrix} = B_m^{-1} A_m \cdot \begin{pmatrix} a_n^m \\ b_n^m \\ \bar{a}_n^m \\ \bar{b}_n^m \end{pmatrix}$ . Обратная

матрица  $B_m^{-1}$  имеет вид (13).

$$A_m = \begin{pmatrix} i \cdot J'_n(\beta_m r_m) & i \cdot N'_n(\beta_m r_m) & -\frac{n \sin \varphi}{\beta_m r_m} \cdot J_n(\beta_m r_m) & -\frac{n \sin \varphi}{\beta_m r_m} \cdot N_n(\beta_m r_m) \\ \frac{n \sin \varphi}{w_m \cdot \beta_m r} \cdot J_n(\beta_m r_m) & \frac{n \sin \varphi}{w_m \cdot \beta_m r_m} \cdot N_n(\beta_m r_m) & \frac{i}{w_m} \cdot J'_n(\beta_m r_m) & \frac{i}{w_m} \cdot N'_n(\beta_m r_m) \\ \frac{1}{w_m} J_n(\beta_m r_m) & \frac{1}{w_m} N_n(\beta_m r_m) & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$B_m = \begin{pmatrix} i \cdot J'_n(\beta_{m+1} r_m) & i \cdot N'_n(\beta_{m+1} r_m) & -\frac{n \sin \varphi}{\beta_{m+1} r_m} \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) & -\frac{n \sin \varphi}{\beta_{m+1} r_m} \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) \\ \frac{n \sin \varphi}{w_{m+1} \cdot \beta_{m+1} r} \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{n \sin \varphi}{w_{m+1} \cdot \beta_{m+1} r_m} \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{i}{w_{m+1}} \cdot J'_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{i}{w_{m+1}} \cdot N'_n(\beta_{m+1} r_m) \\ \frac{1}{w_{m+1}} J_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{1}{w_{m+1}} N_n(\beta_{m+1} r_m) & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{12}$$

$$B^{-1} = \frac{w_{m+1} \pi \beta_{m+1} r_m}{2} \begin{pmatrix} \frac{-i}{w_{m+1}} \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) & 0 & -\frac{in \sin \varphi}{w_{m+1} \beta_{m+1} r_m} \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) & -N'_n(\beta_{m+1} r_m) \\ \frac{i}{w_{m+1}} \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) & 0 & \frac{in \sin \varphi}{w_{m+1} \beta_{m+1} r_m} \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) & J'_n(\beta_{m+1} r_m) \\ 0 & -i \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{-i}{w_{m+1}} \cdot N'_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{in \sin \varphi}{\beta_{m+1} r_m} \cdot N_n(\beta_{m+1} r_m) \\ 0 & i \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{i}{w_{m+1}} \cdot J'_n(\beta_{m+1} r_m) & \frac{-in \sin \varphi}{\beta_{m+1} r_m} \cdot J_n(\beta_{m+1} r_m) \end{pmatrix} \tag{13}$$

При последовательном сшивании полей внутреннее поле в последнем кольце можно выразить через коэффициенты поля в центральной части цилиндра:

$$\begin{pmatrix} a_n^N \\ b_n^N \\ \bar{a}_n^N \\ \bar{b}_n^N \end{pmatrix} = B_{N-1}^{-1} A_{N-1} \dots B_2^{-1} A_2 B_1^{-1} A_1 \begin{pmatrix} a_n^1 \\ 0 \\ \bar{a}_n^1 \\ 0 \end{pmatrix} = \left( \prod_{s=1}^{N-1} B_s^{-1} A_s \right) \cdot \begin{pmatrix} a_n^1 \\ 0 \\ \bar{a}_n^1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Обозначим через  $D$  следующую матрицу:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{pmatrix} = A_N \cdot \prod_{s=1}^{N-1} B_s^{-1} A_s, \quad (15)$$

тогда граничные условия на последней границе  $r = r_N$ , с учётом равенства нулю коэффициентов  $b_n^1, \bar{b}_n^1$ , приведут нас к системе линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения внешнего поля дифракции  $c_n, \bar{c}_n$  и внутреннего поля дифракции в первой области ( $r < r_1$ )  $a_n^1, \bar{a}_n^1$ :

$$\begin{aligned} d_{11}a_n^1 + d_{13}\bar{a}_n^{-1} - i \cdot H_n^{(2)'}(\beta_0 r_N) c_n + \frac{n \sin \varphi}{\beta_0 r_N} \cdot H_n^{(2)}(\beta_0 r_N) \bar{c}_n &= \\ &= A \cdot i \cdot J_n'(\beta_0 r_N) - B \cdot \frac{n \sin \varphi}{\beta_0 r_N} \cdot J_n(\beta_0 r_N), \\ d_{21}a_n^1 + d_{23}\bar{a}_n^{-1} + \frac{n \sin \varphi}{\beta_0 r_N} \cdot H_n^{(2)}(\beta_0 r_N) c_n + \frac{i}{w_0} \cdot H_n^{(2)'}(\beta_0 r_N) \bar{c}_n &= \\ &= -A \frac{n \sin \varphi}{w_0 \beta_0 r_N} \cdot J_n(\beta_0 r_N) + B \cdot \frac{i}{w_0} J_n'(\beta_0 r_N), \\ d_{31}a_n^1 + d_{33}\bar{a}_n^{-1} - \cos \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r_N) \bar{c}_n &= B \cos \varphi \cdot J_n(\beta_0 r_N), \\ d_{41}a_n^1 + d_{43}\bar{a}_n^{-1} - \frac{1}{w_0} \cdot \cos \varphi H_n^{(2)}(\beta_0 r_N) c_n &= \frac{A}{w_0} \cdot \cos \varphi \cdot J_n(\beta_0 r_N). \end{aligned} \quad (16)$$

Коэффициенты разложения внутреннего поля дифракции в произвольном слое  $r_m$  могут быть вычислены по формуле:

$$\begin{pmatrix} a_n^m \\ b_n^m \\ \bar{a}_n^m \\ \bar{b}_n^m \end{pmatrix} = \left( \prod_{s=1}^{m-1} B_s^{-1} A_s \right) \cdot \begin{pmatrix} a_n^1 \\ 0 \\ \bar{a}_n^1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

Таким образом, определены все параметры для расчёта полей дифракции внутри и снаружи неоднородного цилиндра.

Данный метод был опробован на цилиндрических обобщённых линзах Люнеберга, радиальная зависимость показателя преломления которых описывается уравнениями [5]

$$n(r) = n_0 \cdot \exp[\omega(\rho, s)], \quad \text{где} \quad \omega(\rho, s) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arcsin(k/s)}{\sqrt{(k^2 - \rho^2)}} dk, \quad \rho = \frac{r \cdot n(r)}{R \cdot n_0},$$

где  $s$  — фокусное расстояние, нормированное на радиус линзы.

На рис. 3 и 4 представлены рассчитанные распределения модуля электрической компоненты поля вдоль направления распространения  $OX$  при  $y = 0$

(рис. 3) и в области фокуса  $x = 15$  перпендикулярно направлению распространения (рис. 4) для линзы Люнеберга с  $s = 1,5$  при  $\lambda = 1$  мкм,  $R = 10$  мкм,  $n_0 = 1,5$ . Рассматривалась дифракция волны  $TE$ -поляризации, амплитуда была принята равной 1, угол падения  $\varphi = 40^\circ$ . На этих рисунках пунктирные кривые — поле исходной  $TE$ -поляризации, штрихпунктирные — появившееся в результате дифракции поле  $TM$ -поляризации и сплошные кривые — суммарное поле. На рис. 5 и 6 представлены аналогичные распределения полей для нормального падения  $\varphi = 0^\circ$ . В дифрагированном поле присутствует только  $TE$ -поляризация.

Характерной особенностью рассматриваемой задачи является то, что при углах падения отличных от нуля появляются отраженные волны обеих поляризацій, практически отсутствующие при нормальном падении.

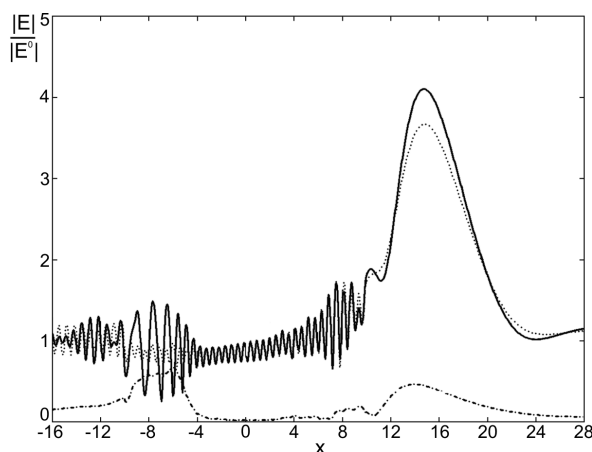


Рис. 3. Распределение модуля электрической компоненты поля вдоль направления распространения  $OX$  при  $y = 0$

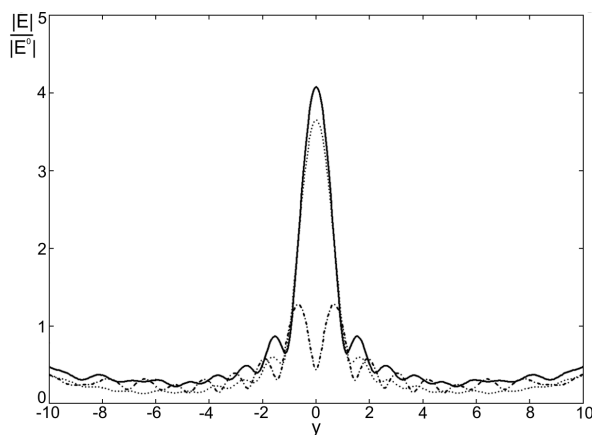
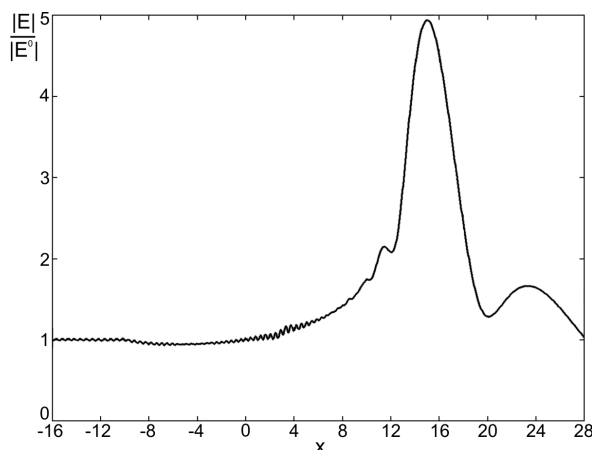
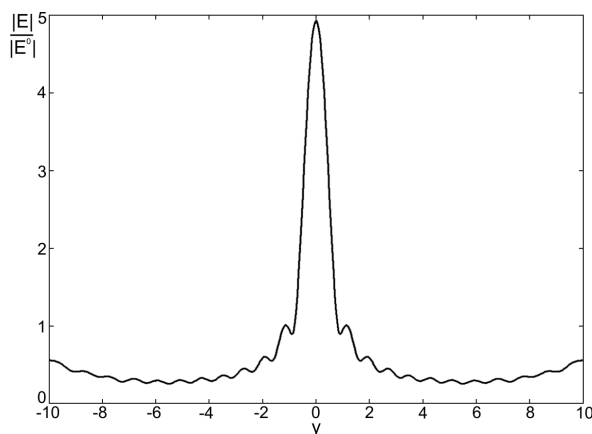


Рис. 4. Распределение модуля электрической компоненты поля вдоль направления распространения  $OX$  в области фокуса  $x = 15$  перпендикулярно направлению распространения

Вычислительные эксперименты показали, что для хорошей аппроксимации плавных распределений перепад показателей преломления в двух соседних слоях ступенчатой модели должен составлять  $\Delta n \sim 10^{-3}$ . При дальнейшем уменьшении  $\Delta n$  дифракционная картина перестаёт изменяться. Количество членов рядов (9)

Рис. 5. Распределение поля для нормального падения  $\varphi = 0^\circ$  при  $y = 0$ Рис. 6. Распределение поля для нормального падения  $\varphi = 0^\circ$  в области фокуса  $x = 15$ 

$N$  выбиралось по количеству ненулевых коэффициентов разложения  $c_n$ . Было установлено, что  $N \sim \beta_0 R \cos(\varphi)$ . Так, для линзы с приведёнными выше параметрами количество членов ряда составило 104 при нормальном падении плоской волны. Было отмечено также, что для линз Люнеберга малых радиусов с приведённым фокусным расстоянием  $s < 1,7$  наблюдается хорошее совпадение дифракционного максимума с расчётным фокусным расстоянием, несмотря на то, что их зависимость  $n(r)$  получена из геометрической оптики.

Таким образом, в настоящей работе предложена методика решения задач дифракции на плавных цилиндрически-симметричных неоднородностях. Проведён анализ получаемых решений на примере обобщённой линзы Люнеберга. К достоинствам метода следует отнести аналитическую строгость получаемого решения и его хорошую алгоритмируемость. Недостатком метода, ограничивающим его применимость, является быстрый рост количества членов разложения (9) с увеличением отношения радиуса исследуемых объектов к длине волны. Однако в области больших  $R/\lambda$  хорошую точность дают асимптотические методы.



## Литература

1. Вайнштейн Л. А., Тищенко Э. А. Интеграл по траекториям и коротковолновая диагностика цилиндрической плазмы // ЖТФ. — 1976. — Т. 46, № 11. — С. 2271. [*Vaynshteyjn L. A., Tishenko Eh. A. Integral po traektoriyam i korotkovolnovaya diagnostika cilindricheskoyj plazmih // ZhTF. — 1976. — Т. 46, № 11. — С. 2271. ]*
2. Завадский И. Ю. Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах. — Наука, 1972. [*Zavadskijj I. Yu. Vihchislenie volnovihkh polej v otrihitihkh oblastyakh i volnovodakh. — Nauka, 1972. ]*
3. В. И. Аникин, Л. Н. Дерюгин, Д. А. Летов и др. // ЖТФ. — 1978. — Т. 48, № 5. — С. 1005–1009. [*V. I. Anikin, L. N. Deryugin, D. A. Letov и др. // ZhTF. — 1978. — Т. 48, № 5. — С. 1005–1009. ]*
4. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. — Наука, 1989. [*Nikoljskijj V. V., Nikoljskaya T. I. Ehlektrodinamika i rasprostranenie radiovoln. — Nauka, 1989. ]*
5. *Morgan P. S. General Solution of the Luneburg Lens Problem // J. Appl. Phys. — 1958. — Vol. 29, No 9. — P. 1358.*

UDC 537.874.6

### On Solution of Diffraction Problem for Cylindrically Symmetric Inhomogeneity

A. P. Gorobets, A. N. Polovinkin, A. R. Ravin

*Department of Radiophysics  
Peoples' Friendship University of Russia  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

In this paper we consider the problem of diffraction of obliquely incident plane wave by an inhomogeneous cylinder. To simulate the two-dimensional inhomogeneities, we propose the method of stepwise approximation of a radial dependence of the refractive index. This allows us to obtain expressions for the fields of diffraction, both inside and outside the area of inhomogeneity, in the form of a series of the cylindrical harmonics.

**Key words and phrases:** diffraction, plane wave, Luneburg lens.