АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ БАЛКИ С ОДНОЙ ЗАЩЕМЛЕННОЙ И ДРУГОЙ ШАРНИРНО НЕПОДВИЖНОЙ ОПОРАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОЧЕТАНИЯ НАГРУЗОК

И.А. Монахов[1], Ю.К. Басов[2]

[1]Кафедра промышленного и гражданского строительства
Механико-технологический факультет
Московский государственный машиностроительный университет
ул. Павла Корчагина, 22, Москва, Россия, 129626

[2]Кафедра строительных конструкций и сооружений
Инженерный факультет
Российский университет дружбы народов
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

В статье разработана методика решения задач о малых прогибах балок из идеального жесткопластического материала при действии локально распределенной нагрузки и опорных моментов с учетом предварительного растяжения-сжатия. Разработанная методика применена для исследования напряженно-деформированного состояния однопролетных балок, а также для вычисления предельной нагрузки балок.

Ключевые слова: балка, нелинейность, аналитическое.

В современном строительстве и в других отраслях промышленности наиболее распространенными видами конструкций являются стержневые, и в частности балочные. Для определения реального поведения стержневых систем (в частности, балок) и ресурсов их прочности необходим учет пластических деформаций.

Расчет конструкций при учете пластических деформаций с помощью модели идеального жесткопластического тела является наиболее простым, с одной стороны, и достаточно приемлемым с точки зрения требований практики проектирования — с другой. Если иметь в виду область малых перемещений конструктивных систем, то это объясняется тем, что несущая способность (предельная нагрузка) идеальных жесткопластических и упругопластических систем оказывается одной и той же.

В данной статье рааматриваются малые прогибы. Подобные задачи решались в работах [1; 2].

Рассматривается балка с одной защемленной и другой шарнирно неподвижной опорами под действием локально распределенной нагрузки, краевых моментов и предварительно приложенной продольной силы (рис. 1).

Уравнение равновесия балки при больших прогибах в безразмерной форме имеет вид:

$$\frac{d^2m}{dx^2}+\left(n\pm n_1\right)\frac{d^2w}{dx^2}+p=0,\ \ \frac{dn}{dx}=0, \qquad (1)$$

где $x=\frac{\overline{x}}{\overline{l}}$; $w=\frac{2\overline{w}}{h}$; $p=\frac{\overline{p}l^2}{\delta_s bh^2}$; $m=\frac{M}{\delta_s bh^2}$; $n=\frac{N}{2\delta_s bh}$; N и M — внутренние нормальная сила и изгибающий момент; $\overline{p}$ — поперечная равномерно распределенная нагрузка; $\overline{w}$ — прогиб; $\overline{x}$ — продольная координата (начало координат на левой опоре); $2h$ — высота поперечного сечения; b — ширина поперечного сечения; $2\overline{l}$ — пролет балки; δ_s — предел текучести материала.

Если N_1 задано, то усилие N является следствием действия $\overline{p}$ при имеющихся прогибах, $l_1=\frac{\overline{l}_1}{\overline{l}}$, черта над буквами означает размерность величин.

Рассмотрим малые прогибы.

При «малых» прогибах (равных нулю) образуются пластические сечения: при $x=x_2$ и на одной опоре. В сечении $x=x_2$ момент равен $m=1-n_1^2$, на защемленной опоре $m=1-n_1^2\pm\alpha$, где α — значение опорного момента (знаки «+» и «–» соответствуют положительным и отрицательным значениям). Поскольку скорость изменения кривизны равна нулю, то скорости прогибов в зонах и $x_2\le x\le 2$ равны

$$\dot{w}=\left\{\frac{w_0}{2-x_2}\right\}(2-x)\ \text{при}\ x\ge x_2,\ \dot{w}=\left\{\frac{w_0}{x_2}\right\}x\ \text{при}\ x\le x_2,$$

где w_0 прогиб при $x=x_2$, точки означают дифференцирование по времени, за которое принято p. В этом случае $w=0$, $n=0$.

Из уравнения равновесия (1) следуют выражения m по зонам:

$$m=\left(-pl_1+\frac{pl_1^2}{4}+pl_2-\frac{pl_2^2}{4}-\frac{1-n_1^2}{2}\right)x\pm\alpha,\qquad (0\le x\le l_1)$$

$$m=-\frac{px_2^2}{2}+\left(-\frac{pl_2^2}{4}+\frac{pl_1^2}{4}+pl_2-\frac{1-n_1^2}{2}\right)x\pm\alpha-\frac{pl_2^2}{2},\quad (l_1\le x\le l_2)$$

$$m=\left(-\frac{1-n_1^2}{2}-\frac{pl_2^2}{4}-\frac{pl_1^2}{4}\right)x+\frac{pl_2^2}{2}-\frac{pl_1^2}{2}\pm\alpha,\qquad (l_2\le x\le 2)$$

Учитывая, что $Q=0$ при $x=x_2$ получим:

$$\left.\frac{dm}{dx}\right|_{x=x_2}=-px+\left[pl_2-\frac{pl_2^2}{4}+\frac{pl_1^2}{4}-\frac{1-n_1^2}{2}\right]=0,$$

откуда следует, что $x_2=l_2-\frac{l_2^2}{4}+\frac{l_1^2}{4}-\frac{\left(1-n_1^2\right)}{2p}$.

Учитывая условие пластичности, получаем формулы для определения изгибающего момента и предельной нагрузки:

$$m\big|_{x=x_2} = 1-n_1^2 = -\frac{p}{2}\left[l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4} - \frac{1-n_1^2}{2p}\right]^2 + p\left[l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4} - \frac{1-n_1^2}{2p}\right]^2 - \frac{pl_1^2}{2} \pm \alpha,$$

откуда

$$p = \frac{\left[\left(1-n_1^2\right)\left(l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4} + 2\right) \mp 2\alpha\right]}{2\left[\left(l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4}\right) - l_1^2\right]} +$$
$$+ \frac{\sqrt{\left[\left(1-n_1^2\right)\left(l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4} + 2\right) \mp 2\alpha\right]^2 - \left(1-n_1^2\right)\left[\left(l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4}\right) - l_1^2\right]}}{2\left[\left(l_2 - \frac{l_2^2}{4} + \frac{l_1^2}{4}\right) - l_1^2\right]}. \qquad (2)$$

Задавая изгибающий момент α от –1 до 1, значение продольной силы n_1 от 0 до 1 и расстояния приложения локальной распределенной нагрузки, получим значения предельной нагрузки и изгибающего момента (рис. 1) по формуле (2). Численные результаты расчетов сведены в табл. 1—4.

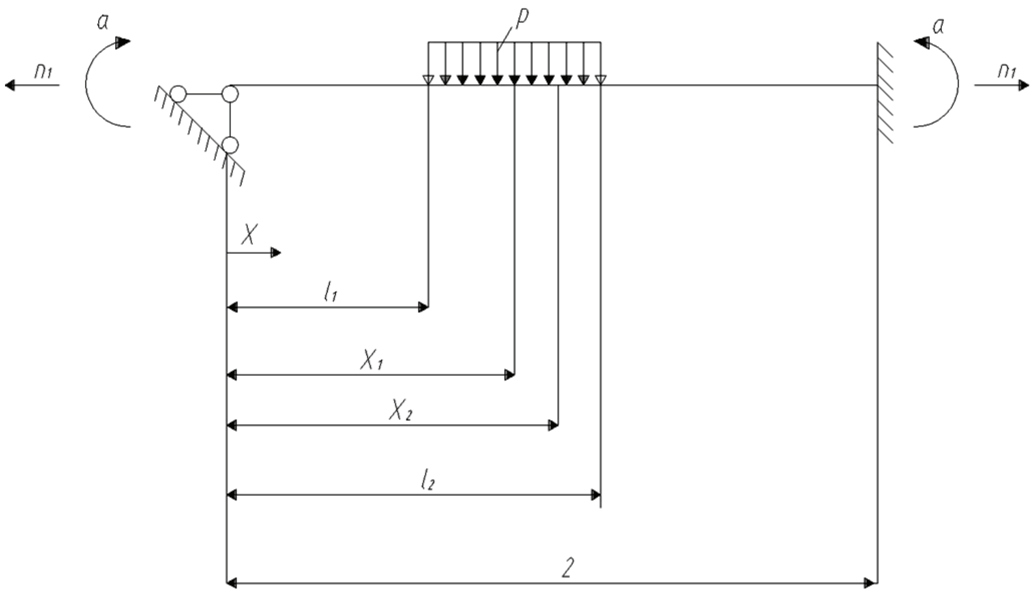

Рис. 1. Расчетная схема балки

Таблица 1

$l_1 = 0,2$ $l_2 = 0,4$

n_1	α				
	–0,4	–0,2	0	0,6	0,8
0	32,63	28,50	24,35	11,86	7,61
0,2	31,66	27,52	23,37	10,87	6,59
0,4	28,73	24,58	20,44	7,89	3,39

Таблица 2

$l_1 = 0,2$ $l_2 = 1,6$

n_1	α				
	–0,4	–0,2	0	0,6	0,8
0	4,12	3,67	3,21	1,81	1,31
0,2	3,99	3,53	3,08	1,67	1,16
0,4	3,59	3,14	2,68	1,25	0,61

Таблица 3

$l_1 = 0,6$ $l_2 = 1,6$

n_1	α				
	–0,4	–0,2	0	0,6	0,8
0	5,12	4,57	4,02	2,35	1,76
0,2	4,96	4,41	3,86	2,18	1,58
0,4	4,46	3,92	3,37	1,66	1,02

Таблица 4

$l_1 = 1,6$ $l_2 = 1,8$

n_1	α				
	–0,4	–0,2	0	0,6	0,8
0	45,66	41,53	37,39	24,97	20,83
0,2	44,16	40,03	35,89	23,47	19,32
0,4	39,67	35,53	31,40	18,97	14,81

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Басов Ю.К., Монахов И.А.* Аналитические решения задачи о больших прогибах жестко-пластической защемленной балки под действием ллокальной распределенной нагрузки, опорных моментов и продольной силы // Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования». — 2012. — № 3. — С. 120—125. [*Basov Yu.K., Manakhov I.A.* Analiticheskoe reshnie zadachi o bolshih prigibah zhestkoplasticheskoj zashcemlennoj balki pod dejstviem lokalnij raspredelennoj nagruzki, oponyh momentov I prodolnoj sily // Vestnik RYDN. Seriya «Inzhenernye issledovaniya». — 2012. — № 3. — S. 120—125.]

[2] *Савченко Л.В., Монахов И.А.* Большие проибы физически нелинейных круглых пластинок // Вестник Инжекона, серия: технические науки. — 2009. — Вып. 8 (35). — С. 132—134. [*Savchenko L.V., Monakhov I.A.* Bolshie progiby fizicheski nelinejnyh kruglyh plastinok // Vestnik INZHEKONA, seria: tehnicheskie nauki. — 2009. — Vyp. 8(35). — S. 132—134].

THE LITTLE DEFLECTIONS OF THE PREVIOUSLY INTENSE IDEAL PLASTIC BEAMS WITH THE REGIONAL MOMENTS AND LOAD DISTRIBUTION

I.A. Monakhov[1], U.K. Basov[2]

[1]Department of Industry and civil engineering
Building Faculty
Moscow State Machine-building University
Pavla Korchagina str., 22, Moscow, Russia, 129626

[2]Depatment of Building Structures and Facilities
Engineering Faculty
Peoples' Friendship University of Russia
Ordzonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

In the work up the technique of the decision of problems about the little deflections of beams from ideal heard-plastic material, with various kinds of fastening, for want of action of the asymmetrically distributed loads with allowance for of preliminary stretching-compression is developed. The developed technique is applied for research of the strained-deformed condition of beams, and also for calculation of a deflection of beams with allowance for of geometrical nonlinearity.

Key words: beam, analytic, nonlinearity.