
Математическая теория телетрафика

УДК 621.39

Математическая модель многоскоростного ВРР трафика с учётом приоритетов

Г. П. Башарин, А. М. Коннон

*Кафедра систем телекоммуникаций
Российский университет дружбы народов
ул. Миклуто-Маклая, д.6, Москва, 117198, Россия*

В данной работе исследован ВРР (Binomial-Poisson-Pascal)-трафик с приоритетными заявками. Построена математическая модель с учётом динамического алгоритма распределения канального ресурса на основе пороговой стратегии доступа. Распределение каналов происходит в зависимости от приоритета заявок и загрузки системы. Такой алгоритм обслуживания позволяет обеспечить лучшее качество обслуживания (QoS) в многоскоростных мультисервисных сетях. Разработан алгоритм расчёта основных ВВХ системы.

Ключевые слова: ВРР-трафик, многоскоростной эластичный трафик, многоскоростной неэластичный трафик, пороговая стратегия доступа, приоритетные заявки.

1. Введение

В последние годы в связи с очередным этапом развития многоскоростных сетей с новыми мультимедийными услугами увеличилась реальная потребность в обобщении результатов теории телетрафика на новые постановки классических задач. Так, в странах Евросоюза появился ряд публикаций, основанных на понятии односкоростного ВРР (Binomial-Poisson-Pascal) трафика, охватывающего большую группу потоков трафика из трёх основных и ряда подвидов с различными названиями [1, гл. 8], [2]. В русскоязычной литературе используют и другие названия, включая чисто случайные (пуассоновские) нагрузки первого, второго, третьего типа и несколько подтипов [3, 4].

В первом разделе статьи построена математическая модель многоскоростного ВРР трафика с учётом приоритетов. Второй раздел посвящён разработке алгоритма расчёта соответствующих ВВХ. В третьем разделе приведён иллюстративный пример.

2. Построение математической модели

Рассмотрим функционирование СМО, в которой имеется C единиц канального ресурса (ЕКР) для обслуживания K различных классов заявок. Для удобства описания примем, что после группировки и упорядочивания классов заявок существуют целые числа K_1, K_2 , и K_3 такие, что $1 \leq K_1 \leq K_2 \leq K_3 = K$. Определим множества $\mathcal{K}_1 = \{1, 2, \dots, K_1\}$, $\mathcal{K}_2 = \{K_1 + 1, K_1 + 2, \dots, K_2\}$ и $\mathcal{K}_3 = \{K_2 + 1, K_2 + 2, \dots, K_3\}$ мощностью $|\mathcal{K}_1| = K_1$, $|\mathcal{K}_2| = K_2 - K_1$, $|\mathcal{K}_3| = K_3 - K_2$. Тогда $\mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2 \cup \mathcal{K}_3 = \mathcal{K}$ — множество всех классов заявок в системе мощностью $|\mathcal{K}| = K$.

Пусть каждая k -заявка имеет L_k различных значений b_{kl} требуемой ширины полосы пропускания (ШПП) [3], причём $b_{k1} > \dots > b_{kl} > \dots > b_{kL_k} > 0$. Также для k -заявки задаются L_k пороговых значений C_{kl} , $C_{kl} = \overline{1, C}$, $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$. Обозначим через β_k долю неприоритетных k -заявок, $\beta_k \in [0, 1]$, $k \in \mathcal{K}$.

На основе введённых обозначений интенсивности входящих потоков задаются, как показано в табл. 1.

Статья поступила в редакцию 8 октября 2010 г.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 10-07-00487-а).

Таблица 1

Таблица классификации заявок

Заявки	Binomial $k \in \mathcal{K}_1$	Poisson $k \in \mathcal{K}_2$	Pascal $k \in \mathcal{K}_3$	
Неприоритетные	$\beta_k(S_k - n_{k\bullet})\varepsilon_k$	$\beta_k\lambda_k$	$\beta_k(S_k + n_{k\bullet})\gamma_k$	$b_k \in \{b_{k1}, b_{k2}, \dots, b_{kL_k}\}$
Приоритетные	$(1 - \beta_k)(S_k - n_{k\bullet})\varepsilon_k$	$(1 - \beta_k)\lambda_k$	$(1 - \beta_k)(S_k + n_{k\bullet})\gamma_k$	$b_k \in \{b_{k1}, b_{kL_k}\}$
	малочувствительные к задержкам данные	трафик реального времени	допускающие задержки данные	

В табл. 1:

- 1) $n_{k\bullet} := \sum_{l=1}^{L_k} n_{kl}$ — число k -заявок в состоянии \mathbf{N} с разными b_{kl} ЕКР, генерируемых S_k источниками, ε_k — интенсивность поступления от одного источника k -потока, $k \in \mathcal{K}_1$;
- 2) $\lambda_k := \lambda_k(n_{k\bullet}) = \text{const}$ — интенсивность поступления пуассоновского потока, $n_{k\bullet}$ — суммарное число k -заявок в состоянии \mathbf{N} , $k \in \mathcal{K}_2$;
- 3) $n_{k\bullet} := \sum_{l=1}^{L_k} n_{kl}$ — число k -заявок в состоянии \mathbf{N} , параметр S_k позволяет определить суммарную интенсивность поступления при $n_{k\bullet} = 0$, γ_k — интенсивность поступления от одного источника k -потока, $k \in \mathcal{K}_3$ [1], [4, § 2.2].

Здесь матрица состояния системы

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{11} & \dots & n_{1L_1} & (0)^{L^* - L_1} \\ n_{21} & n_{21} & \dots & n_{2L_2} & (0)^{L^* - L_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n_{K1} & n_{K1} & \dots & n_{KL_K} & (0)^{L^* - L_K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} = (n_{kl})_{\substack{k \in \mathcal{K} \\ l=1, L^*}} \quad (1)$$

имеет размерность $\dim(\mathbf{N}) = K \cdot L^*$, $L^* = \max_{k \in \mathcal{K}} L_k$ [5, 6], n_{kl} — число k -заявок на обслуживании, каждая из которых занимает b_{lk} ЕКР в состоянии \mathbf{N} , т.е. число (k, l) -заявок.

Далее в работе примем

$$\Lambda_k := \begin{cases} \left(S_k - \sum_{l=1}^{L_k} n_{lk} \right) \varepsilon_k, & k \in \mathcal{K}_1, \\ \lambda_k = \text{const} & k \in \mathcal{K}_2, \\ \left(S_k + \sum_{l=1}^{L_k} n_{lk} \right) \gamma_k, & k \in \mathcal{K}_3 \end{cases}$$

При поступлении k -приоритетная заявка принимается и занимает b_{k1} ЕКР до конца обслуживания, если имеется b_{k1} свободных ЕКР, в противном случае она занимает b_{kL_k} ЕКР.

Для обслуживания неприоритетной k -заявки учитывается число v ЕКР, занятых в системе в момент её поступления и пороговые значения C_{kl} , $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$. Поступающая неприоритетная k -заявка будет принята в систему с b_{kl} ЕКР, когда $C_{k(l-1)} < v \leq C_l$, $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$.

Время занятия k -заявкой b_{kl} ЕКР распределено по экспоненциальному закону с параметром $\mu_k = \text{const}$, $k \in \mathcal{K}_2$ (многоскоростной неэластичный трафик), и μ_{kl} , $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3$ (многоскоростной эластичный трафик). При этом для эластичного трафика средняя длительность обслуживания увеличивается, когда уменьшается выделяемое число ЕКР для обслуживания, т.е. $\mu_{k1}^{-1} < \mu_{k2}^{-1} < \dots < \mu_{kL_k}^{-1}$, $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3$ и всегда выполняется условие эластичности [6, 7]:

$$b_{kl} \cdot \mu_{kl}^{-1} = \text{const}, \quad l = \overline{1, L_k}, \quad k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3. \quad (2)$$

По завершению обслуживания k -заявка одновременно освобождает все занятые ей b_{kl} ЕКР, $k \in \mathcal{K}$. Если в момент поступления любой k -заявки, $k \in \mathcal{K}$ в системе оказалось занято больше, чем $(C - b_{kL_k})$ ЕКР, то поступившая k -заявка получает отказ и теряется, не оказывая дополнительного влияния на интенсивности поступлений породившего её потока.

При определении пороговых значений целесообразно выбрать $C_{k(L_k-1)} = C - b_{k1}$ (см. рис. 1).

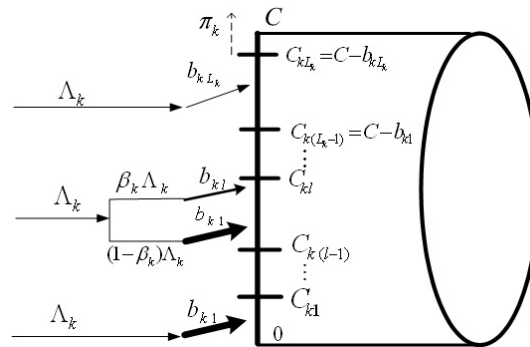


Рис. 1. Принцип функционирования модели, $k \in \mathcal{K}$

Для описания модели необходимо задать три матрицы: матрицу требований к ШПП $\mathbf{B} = (b_{kl})_{l=1, L^*}^{k \in \mathcal{K}}$, матрицу пороговых значений $\mathbf{C} = (C_{kl})_{l=1, L^*}^{k \in \mathcal{K}}$, матрицу интенсивностей обслуживания $\mathbf{M} = (\mu_{kl})_{l=1, L^*}^{k \in \mathcal{K}}$ и вектор долей неприоритетных заявок $\beta = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_K]^T$. Элементы $b_{kl} = C_{kl} = 0$ при $l = \overline{L_k + 1, L^*}$, $k \in \mathcal{K}$.

3. Расчёт ВВХ системы

3.1. Ступенчатый марковский процесс (СтМП)

Пусть $\mathbf{n} = (n_{k1}, \dots, n_{kL_k}, (0)^{L^* - L_k})$ — k -ая строка матрицы состояния \mathbf{N} , а $\mathbf{b} = (b_{k1}, \dots, b_{kL_k}, (0)^{L^* - L_k})$ — k -ая строка матрицы \mathbf{B} , $k \in \mathcal{K}$. Тогда

$$U(\mathbf{N}) = \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{b}_k^T, \quad 0 \leq U(\mathbf{N}) \leq C \quad (3)$$

— общее число занятых ЕКР в состоянии \mathbf{N} , т.е. мгновенный коэффициент использования канального ресурса.

Функционирование системы может быть представлено в виде $K \cdot L^*$ -мерного СТМП.

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11}(t) & \mathbf{X}_{11}(t) & \dots & \mathbf{X}_{1L_1}(t) & (0)^{L^*-L_1} \\ \mathbf{X}_{21}(t) & \mathbf{X}_{21}(t) & \dots & \mathbf{X}_{2L_2}(t) & (0)^{L^*-L_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{X}_{K1}(t) & \mathbf{X}_{K1}(t) & \dots & \mathbf{X}_{KL_K}(t) & (0)^{L^*-L_K} \end{bmatrix} = (\mathbf{X}_{kl}(t))_{l=\overline{1, L^*}}^{k \in \mathcal{K}}. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{X}_{kl}(t)$ — число (k, l) -заявок.

Для определения пространства состояний Ω процесса $\mathbf{X}(t)$ введём матрицы \mathbf{E}_{kl} , $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$ размерности $K \cdot L^*$, где элемент, находящийся на пересечений строки k и столбца l , равен 1, а остальные — нули.

$$\mathbf{E}_{kl} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad l = \overline{1, L_k}, \quad k \in \mathcal{K}. \quad (5)$$

Подпространства Ω_{kl} приёма (k, l) -заявок имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Omega_{k1} &= \{N : 0 \leq U(N) \leq C - b_{k1}\} \\ \Omega_{kl} &= \{N : C_{k(l-1)} < U(N) \leq C_{kl}\}, \quad l = \overline{2, L_k}, \quad k \in \mathcal{K}. \end{aligned} \quad (6)$$

Пространство всевозможных состояний процесса $\mathbf{X}(t)$ можно записать в виде:

$$\Omega = \{\mathbf{N} : 0 \leq U(\mathbf{N}) \leq C\}. \quad (7)$$

Заметим, что когда k -заявка принимается в состоянии $\mathbf{N} \in \Omega_{kl}$, $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$ значение $U(\mathbf{N})$ увеличивается на b_{kl} . Поэтому в определении Ω необходимо учитывать подпространства $\Omega_{kl} \cup \{\mathbf{N} + \mathbf{E}_{kl} | \mathbf{N} \in \Omega_{kl}\}$, охватывающие все возможные состояния, в которых имеются заявки с b_{kl} ЕКР, $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$.

Определим подпространства Ω_k приёма и $\overline{\Omega}_k$ блокировки k -заявок:

$$\begin{aligned} \Omega_k &= \{N : 0 \leq U(N) \leq C - b_{kL_k}\}, \\ \overline{\Omega}_k &= \Omega \setminus \Omega_k = \{N : C - b_{kL_k} < U(N) \leq C\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Введём функцию-индикатор $\delta_{kl}(v)$ приёма k -заявок с b_{kl} ЕКР в состоянии v , $k \in \mathcal{K}$.

$$\delta_{k1}(v) = \begin{cases} 1, & b_{k1} \leq v \leq C, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (9a)$$

$$\delta_{kl}(v) = \begin{cases} 1, & C_{k(l-1)} + b_{kl} \leq v \leq C_{kl} + b_{kl}, \quad l = \overline{2, L_k} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (9b)$$

3.2. Равновесное распределение вероятностей

Для рассматриваемого процесса не выполняется свойство мультипликативности по критерию Колмогорова [8]. Таким образом, точный расчёт ВВХ может

быть выполнен лишь с помощью составления и решения СУГБ, что весьма трудоёмко при больших значениях структурных параметров. Поэтому на основе работ [2,9] мы предлагаем следующий модифицированный рекуррентный алгоритм.

Предположим, что выполняется частичный баланс между соседними состояниями системы и $q(v)$ — макровероятность того, что в системе занято ровно v ЕКР.

Прежде всего, невозможно напрямую использовать рекуррентный алгоритм типа Кауфмана–Робертса для расчёта макровероятностей, так как $q(v)$ зависит от интенсивности предположенной нагрузки, которая в своей очереди зависит от состояния системы v при $k \in \mathcal{X}_1 \cup \mathcal{X}_3$ (см. табл. 2). Поэтому рассмотрим сначала распределение Эрланга числа занятых ЕКР в отдельности.

Распределение Эрланга: при $\rho_{kl} = \lambda_k/\mu_k = \text{const}$ имеет место

$$q(v) = \frac{1}{v} \sum_{k \in \mathcal{X}_2} \sum_{l=1}^{L_k} b_{kl} \rho_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v), \quad v = \overline{1, C}, \quad l = \overline{1, L_k}, \quad k \in \mathcal{X}_2. \quad (10)$$

Существование частичного баланса позволяет вычислить [2,9] среднее число всех kl -заявок в состоянии v , $v = \overline{0, C}$, $k \in \mathcal{X}_2$, $l = \overline{1, L_k}$:

$$E(X_{kl}|v, \rho_{kl}) = \begin{cases} \rho_{kl} q(v - b_{kl}) / q(v), & 1 \leq v \leq C \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (11)$$

Распределение Энгсета: $\tilde{\rho}_{kl} = \varepsilon_k / \mu_{kl}$.

Предположим, что предположенная (k, l) -нагрузка в состоянии v , $v = \overline{0, C}$, эквивалентна нагрузке, предположенной от бесконечного числа источников (как в случае Эрланга) с постоянной интенсивностью $S_k \tilde{\rho}_{kl}$, т.е.:

$$\rho_{kl}(v) \approx S_k \tilde{\rho}_{kl} = \text{const}, \quad v = \overline{0, C}, \quad l = \overline{1, L_k}, \quad k \in \mathcal{X}_1.$$

Тогда примем на основе (11), что:

$$n_{k\bullet}(v) = \sum_{l=1}^{L_k} n_{kl}(v) \approx \sum_{l=1}^{L_k} E(X_{kl}|v, S_k \tilde{\rho}_{kl}) =: E(X_{k\bullet}|v), \quad v = \overline{0, C}, \quad k \in \mathcal{X}_1. \quad (12)$$

Распределение Паскаля: $\hat{\rho}_{kl} = \gamma_k / \mu_{kl}$.

Аналогично предыдущему случаю примем, что:

$$n_{k\bullet}(v) = \sum_{l=1}^{L_k} n_{kl}(v) \approx \sum_{l=1}^{L_k} E(X_{kl}|v, S_k \hat{\rho}_{kl}) =: E(X_{k\bullet}|v), \quad v = \overline{0, C}, \quad k \in \mathcal{X}_3. \quad (13)$$

Тогда ненормированные макровероятности системы удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению:

$$vq(v) = \sum_{k \in \mathcal{X}_1} \sum_{l=1}^{L_k} (S_k - E(X_{k\bullet}|v)) \tilde{\rho}_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \\ + \sum_{k \in \mathcal{X}_2} \sum_{l=1}^{L_k} b_{kl} \rho_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \sum_{k \in \mathcal{X}_3} \sum_{l=1}^{L_k} (S_k + E(X_{k\bullet}|v)) \hat{\rho}_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v). \quad (14)$$

С целью уменьшения погрешности из-за сделанных упрощений, воспользуемся следующим итерационным рекуррентным методом.

Таблица 2

Таблица изменений интенсивности предложенной нагрузки

$k \setminus v$	$0 \leq v \leq C_{k1}$	$C_{k1} < v \leq C_{k(L_k-1)}$	$C_{k(l-1)} \leq v \leq C_{kl}$ $l = 2, L_k - 1$	$C_{k(L_k-1)} \leq v \leq C$
	$\rho_{k1}(v)$		$\rho_{kl}(v)$	$\rho_{kL_k}(v)$
$k \in \mathcal{K}_1$	$(S_k - n_{k1}) \frac{\varepsilon_k}{\mu_{k1}}$	$(1 - \beta_k) \left(S_k - \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\varepsilon_k}{\mu_{k1}}$	$\beta_k \left(S_k - \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\varepsilon_k}{\mu_{kl}}$	$\left(S_k - \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\varepsilon_k}{\mu_{kl}}$
$k \in \mathcal{K}_2$	$\frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$(1 - \beta_k) \frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$\beta_k \frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$\frac{\lambda_k}{\mu_k}$
$k \in \mathcal{K}_3$	$(S_k + n_{k1}) \frac{\gamma_k}{\mu_{k1}}$	$(1 - \beta_k) \left(S_k + \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\gamma_k}{\mu_{k1}}$	$\beta_k \left(S_k + \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\gamma_k}{\mu_{kl}}$	$\left(S_k + \sum_{i=1}^{L_k-1} n_{ki} \right) \frac{\gamma_k}{\mu_{kl}}$

Таблица 3

Модифицированные интенсивности поступления

$k \setminus v$	$0 \leq v \leq C_{k1}$	$C_{k1} < v \leq C_{k(L_k-1)}$	$C_{k(l-1)} \leq v \leq C_{kl}, l = 2, L_k - 1$	$C_{k(L_k-1)} \leq v \leq C$
	$\rho_{k1}(v)$		$\rho_{kl}(v)$	$\rho_{kL_k}(v)$
$k \in \mathcal{K}_1$	$S_k \frac{\varepsilon_k}{\mu_{k1}}$	$(1 - \beta_k) S_k \frac{\varepsilon_k}{\mu_{k1}}$	$\beta_k S_k \frac{\varepsilon_k}{\mu_{kl}}$	$S_k \frac{\varepsilon_k}{\mu_{kl}}$
$k \in \mathcal{K}_2$	$\frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$(1 - \beta_k) \frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$\beta_k \frac{\lambda_k}{\mu_k}$	$\frac{\lambda_k}{\mu_k}$
$k \in \mathcal{K}_3$	$S_k \frac{\gamma_k}{\mu_{k1}}$	$(1 - \beta_k) S_k \frac{\gamma_k}{\mu_{k1}}$	$\beta_k S_k \frac{\gamma_k}{\mu_{kl}}$	$S_k \frac{\gamma_k}{\mu_{kl}}$

3.3. Рекуррентный алгоритм расчёта макровероятностей

1. Предполагаем, что интенсивности предложенной нагрузки, как в случае пуассоновского потока, не зависят от числа заявок в системе для всех k -потоков, $k \in \mathcal{K}$. Тогда табл. 2 примет упрощённый вид, показанный в табл. 3. Приняв $q(v) = 0$, $v < 0$, вычисляем для $v = \overline{1, C}$ макровероятности:

$$vq(v) = \sum_{k \in \mathcal{K}_1} \sum_{l=1}^{L_k} S_k \tilde{\rho}_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \sum_{k \in \mathcal{K}_2} \sum_{l=1}^{L_k} b_{kl} \rho_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \sum_{k \in \mathcal{K}_3} \sum_{l=1}^{L_k} S_k \hat{\rho}_{kl} q(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v). \quad (15)$$

2. Используя формулы (11)–(13) и (15) для $v = \overline{1, C}$, находим $E^{(0)}(X_{k\bullet}|v, S_k)$ — начальное условие итерации, $k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3$.
3. На шаге $r = 1, 2, \dots$ вычисляем макровероятности $q^{(r)}(v)$, $v = \overline{1, C}$ с помощью рекуррентной формулы:

$$vq^{(r)}(v) = \sum_{k \in \mathcal{K}_1} \sum_{l=1}^{L_k} (S_k - E^{(r-1)}(X_{k\bullet}|v)) \tilde{\rho}_{kl} q^{(r)}(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \sum_{k \in \mathcal{K}_2} \sum_{l=1}^{L_k} b_{kl} \rho_{kl} q^{(r)}(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v) + \sum_{k \in \mathcal{K}_3} \sum_{l=1}^{L_k} (S_k + E^{(r-1)}(X_{k\bullet}|v)) \hat{\rho}_{kl} q^{(r)}(v - b_{kl}) \delta_{kl}(v).$$

4. Получив $q^{(r)}(v)$, $r = 1, 2, 3, \dots$, находим $E^{(r)}(X_{k\bullet}|v, S_k)$, $k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3$, повторяя шаг 3 до выполнения неравенства

$$\left| \frac{E^{(r-1)}(X_{k\bullet}|v) - E^{(r)}(X_{k\bullet}|v)}{E^{(r)}(X_{k\bullet}|v)} \right| \leq \delta, \quad k \in \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_3.$$

Здесь δ определяет порядок точности вычисления.

5. Вычисляем нормирующую константу и нормированное распределение

$$G = \sum_{v=0}^C q'(v), \quad q(v) := \frac{q'(v)}{G}, \quad v = \overline{0, C}.$$

Теперь легко вычислить следующие ВВХ:

$$\pi_k = \sum_{v=C-b_k L_k+1}^C q(v) \quad (16)$$

— вероятности потерь по времени k -заявок, $k \in \mathcal{K}$,

$$UTIL = \sum_{v=1}^C vq(v) \quad (17)$$

— среднее число занятых ЕКР в системе.

4. Пример

В качестве иллюстративного примера рассмотрим систему, в которой имеется $C = 8$ ЕКР. Пусть система поддерживает $K = 2$ класса услуг, причём $\mathcal{K}_1 = \{1\}$, $\mathcal{K}_2 = \{2\}$. Пусть $L_1 = 3$, $L_2 = 1$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 0,7 \\ 0,7 \end{bmatrix}$.

Тогда $L^* = 3$. На рис. 2 показана схема приёма заявок на основе пороговой стратегии доступа.

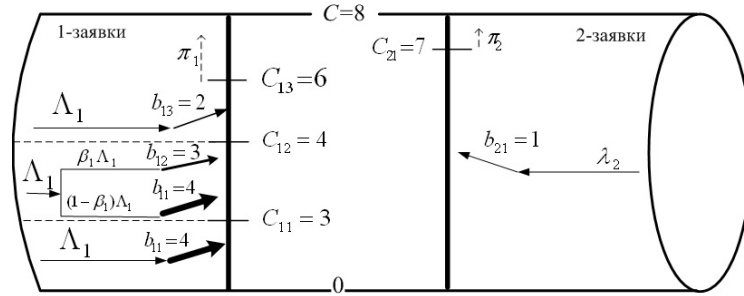


Рис. 2. Принцип функционирования модели для примера, $k \in \{1, 2\}$

Пространство Ω возможных состояний и пространства $\bar{\Omega}_k$ блокировки k -заявок имеют соответственно следующий вид:

$$\Omega = \{\mathbf{N} : U(\mathbf{N}) = \overline{0,8}\}, \bar{\Omega}_1 = \{\mathbf{N} \in \Omega : U(\mathbf{N}) = 7,8\}, \bar{\Omega}_2 = \{\mathbf{N} \in \Omega : U(\mathbf{N}) = 8\}.$$

Данный пример позволяет сделать вывод о том, что приоритет k -заявок учитывается, когда определено как минимум 3 пороговых значения ЕКР (т.е. $L_k \geq 3$, $k \in \mathcal{K}$).

В рассматриваемой модели допускается обслуживание приоритетных k -заявок с минимальным требованием b_{kL_k} , чтобы снизить их вероятность потерь (в примере минимальная потеря у 2-заявок, так как $b_{21} = 1$). В случае трафика, допускающего задержки, применение такой схемы обслуживания не влияет на QoS, но для трафика реального времени она приведёт к ухудшению качества восприятия пользователем.

Таким образом, с помощью построенной модели оператор может эффективно урегулировать динамическое распределение каналов, подбирая адекватные значения C_{kl} и b_{kl} , $l = \overline{1, L_k}$, $k \in \mathcal{K}$.

5. Заключение

В настоящей статье построена математическая модель многоскоростного эластичного и неэластичного ВРР трафика. Обслуживание заявок организовано по принципу динамического распределения канального ресурса с учётом приоритета заявок и загруженности системы. Построен алгоритм расчёта основных вероятностно-временных характеристик системы. Модель с приоритетными заявками, в отличие от традиционных моделей пороговой стратегии доступа, позволяет учитывать качество восприятия (QoE) на уровне пользователя и качество обслуживания (QoS) на уровне владельца сети [3, закл.], [10, гл. 2].

Литература

1. Iversen V. B. Teletraffic Engineering Handbook. — ITU/D Study Group 2. question 16/2, 2008. — <http://oldwww.com.dtu.dk/teletraffic/handbook.html>.

2. *Glabowski M.* Modelling of State-Dependent Multirate Systems Carrying BPP Traffic // *Ann. Telecom.* — 2008. — Vol. 63. — Pp. 393–407.
3. *Башарин Г. П.* Лекции по математической теории телеграфика. — 3-е, перераб. и доп. издание. — М.: РУДН, 2009. — 342 с. [*Basharin G. P.* Lekcii po matematicheskoy teorii teletrafika. — 3-e, pererab. i dop. izdanie. — М.: RUDN, 2009. — 342 s.]
4. *Степанов С. Н.* Основы телеграфика мультисервисных сетей. — М.: Эко-Трендз, 2010. — 392 с. [*Stepanov S. N.* Osnovih teletrafika muljtiservisnihkh seteyj. — М.: Ehko-Trendz, 2010. — 392 s.]
5. *Basharin G. B., Konnon A. M.* Analytical Model of Adaptive Traffic Carrying Signal Power Control // *IEEE, ICUMT. Moscow, Russia, 18-20 October.* — 2010. — <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/mostRecentIssue.jsp?punumber=5340227>.
6. *Клапоуцак С. Н.* Математическая модель соты ССПС 3G с эластичным трафиком и пороговой стратегией доступа. Автореферат диссертации к.ф.-м.н., РУДН. — 2010. [*Klapouthak S. N.* Matematicheskaya modelj sotih SSPS 3G s ehlastichnihm trafikom i porogovoyj strategiej dostupa. Avtoreferat dissertacii k.f.-m.n., RUDN. — 2010.]
7. *Vassilakis V. G., Moscholios I. D., Logothetis M. D.* Call-Level Performance Modelling of Elastic and Adaptive Service-Classes with Finite Population // *IEICE Transactions on Communications.* — 2008. — Vol. E91-B, No 1. — Pp. 151–163.
8. *Kelly F. P.* Reversibility and Stochastic Networks. — N.-Y.: Wiley, 1979.
9. *Stasiak M., Zwierzykowski P., Wiewiora J.* Analytical Modeling of the WCDMA Interface with Packet Scheduling // *Journal of Telecommunication and Information Technology.* — 2009. — Vol. 3. — Pp. 103–110.
10. Системы сигнализации в сетях с коммутацией каналов и пакетов / А. И. Летников, А. П. Пшеничников, Ю. В. Гайдамака, А. В. Чукарин. — М.: МТУСИ, 2008. — 121 с. [Sistemih signalizacii v setyakh s kommutaciej kanalov i paketov / A. I. Letnikov, A. P. Pshenichnikov, Yu. V. Gayjdamaka, A. V. Chukarin. — М.: MTUSI, 2008. — 121 s.]

UDC 621.39

Mathematical Model of Multi-Rate BBP Traffic with Priorities Policy

G. P. Basharin, A. M. Konnon

*Telecommunication Systems Department
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

In this paper we investigate a multi-rate elastic and non-elastic BBP (Binomial-Poisson-Pascal) traffic with prioritized calls. A mathematical model taking into account a threshold-based dynamical resource allocation scheme is developed. The allocation and service scheme are dependent on calls priority and system load. This algorithm offers new possibilities for QoS levels guaranty in multi-rate systems. The equilibrium probabilities and formulas for different parameters are derived.

Key words and phrases: BPP-traffic, multi-rate elastic traffic, multi-rate non-elastic traffic, threshold-based access control, prioritized calls.