
СИНТЕЗ H_∞ -РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ МОТОЦИКЛА

К.А. Пупков¹, Д.А. Андриков¹,
М.А. Синельщикова², Д.А. Андриков³

¹ Кафедра кибернетики и мехатроники
Российский университет дружбы народов
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

^{2,3} Кафедра технологий приборостроения
Кафедра систем автоматического управления
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, Россия, 105005

В работе исследован алгоритм синтеза робастного регулятора на основе H_∞ -теории управления для стабилизации движения мотоцикла. Разработана модель объекта управления. В качестве исполнительного механизма применяется гидроцилиндр с потенциометром обратной связи с токопроводящими обмотками. Для целей практической реализации регулятора учтена технологичность его конструкции.

Ключевые слова: робастное управление, мотоцикл.

Введение. Интенсивность движения автотранспорта значительно возросла за последнее десятилетие. Высока популярность, особенно среди молодежи, мотоциклов. Одной из причин высоких показателей аварийности является низкий уровень водительского мастерства. Принимая во внимание не самую высокую степень автоматизации систем управления мотоциклом, предлагается рассмотреть систему робастной стабилизации [1; 2] мотоцикла, вмешивающуюся в управление движением лишь на этапе тенденции к срыву в неустойчивость (падение мотоцикла). Робастная стабилизация позволит повысить управляемость и безопасность езды.

Модель объекта управления. В качестве расчетной модели объекта управления рассмотрим механическую систему [3], состоящую из дорожного полотна, переднего (ведомого) колеса с пневматической шиной, упруго подвешенного к корпусу мотоцикла и имеющего упругую связь с дорогой. Дорожное полотно взаимодействует с задним (ведущим) колесом без потери контакта. В качестве интересующих нас координат объекта управления примем: δ — угол поворота переднего колеса вокруг вертикальной оси, вызванного поворотом руля, и ψ — угол поворота мотоцикла вокруг его горизонтальной оси. Схема объекта управления представлена на рис. 1.

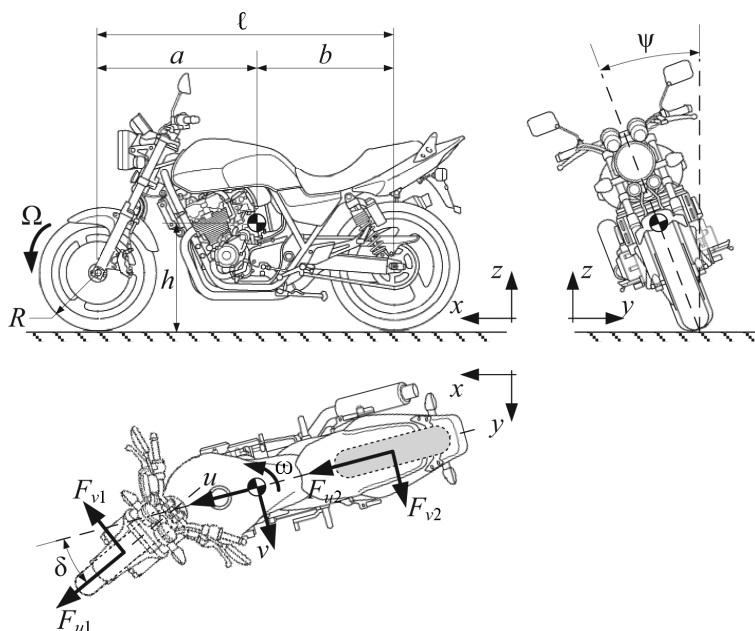


Рис. 1. Схема объекта управления

Составим систему уравнений движения мотоцикла, опираясь на второй закон Ньютона:

$$\begin{cases} m(\dot{u} - v\omega) = \Sigma F_u \\ m(\dot{v} + u\omega) = \Sigma F_v \\ J_z \dot{\omega} = \Sigma M_z \\ J_u \ddot{\psi} = \Sigma M_u \end{cases}, \begin{cases} F_u = F_{u1} \cos \delta + F_{v1} \sin \delta + F_{u2} - F_{air} \\ F_v = F_{u1} \sin \delta - F_{v1} \cos \delta + F_{v2} \\ M_z = a(F_{u1} \sin \delta - F_{v1} \cos \delta) - bF_{v2} + J_k \Omega \dot{\psi} \\ M_u = mgh \sin \psi - J_k \Omega \dot{\delta} - mu^2 \frac{1}{R_\delta} h \cos \psi, \end{cases}$$

где m — масса мотоцикла с мотоциклистом; u — продольная скорость мотоцикла; v — поперечная скорость мотоцикла (скорость бокового сноса); ω — угловая скорость вращения мотоцикла вокруг вертикальной оси; $J_z, J_u, F_u, F_v, M_z, M_u$ — моменты инерции, силы и моменты относительно осей соответственно; h — высота центра масс системы над дорогой; Ω — скорость собственного вращения колеса; J_k — момент инерции колеса относительно оси собственного вращения; F_{air} — сила аэродинамического сопротивления; a, b — расстояния от центра масс системы до оси переднего и заднего колеса соответственно; g — ускорение свободного падения; R_δ — радиус кривизны траектории, который будем рассчитывать приближенно через кинематическую зависимость угла поворота руля и геометрических параметров мотоцикла.

Таким образом, $R_\delta = atg(\delta/2)$.

Сигналами управления в модели будем считать: угол поворота руля $\delta(t)$ и мощность двигателя, преобразуемую в движущую силу, прикладываемую к заднему колесу F_{u2} , которая изменяется от нуля до максимума, соответствующего техническим характеристикам конкретного мотоцикла. Пренебрежем таким элементом управления, как смещение центра масс мотоциклиста для противодействия цен-

тростремительному ускорению. Подобным приемом часто пользуются профессиональные гонщики на специализированных трассах. Полагаем, что мотоциклист сам выбирает оптимальный наклон мотоцикла при прохождении поворота.

Сила аэродинамического сопротивления вычисляется без учета бокового ветра:

$$F_{air} = 1/2\rho Su^2,$$

где ρ — плотность воздуха; S — площадь лобовой поверхности.

Силы трения, возникающие в пятне контакта колеса с дорогой, зависят от скольжения σ . Считаем, что переднее и заднее колеса вращаются без проскальзывания. Следовательно, скольжение вычисляется по формуле

$$\sigma_{1u} = 0, \sigma_{1v} = \operatorname{tg}\left(\delta - \frac{v + a\omega}{u}\right), \sigma_{2u} = 0, \sigma_{2v} = \operatorname{tg}\left(-\frac{v + b\omega}{u}\right).$$

Считаем, что движение происходит без заноса. Это приводит к тому, что поперечные силы трения, возникающие в пятне контакта, не превосходят силы трения покоя. Значение силы трения, возникающей в пятне контакта, вычисляем как силу трения покоя, отнесенной к весу пропорционально развесовке

$$F_{u1} = \mu(\sigma_{u1})\frac{amg}{\ell},$$

где ℓ — колесная база мотоцикла.

Значение коэффициента трения $\mu(\sigma_{u1})$ является функцией скольжения.

Приведем систему уравнений движения к форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{u} = v\omega - \mu(\sigma_{u1})\frac{ag}{\ell}\cos\delta + \frac{F_{u2}}{m} - \frac{1}{2}\frac{\rho S}{m}u^2 \\ \dot{v} = -u\omega - \mu(\sigma_{u1})\frac{ag}{\ell}\sin\delta \\ \dot{\omega} = -a\mu(\sigma_{u1})\frac{amg}{J_z\ell}\sin\delta + \frac{J_k}{J_z}\Omega\dot{\psi} \\ \dot{\psi} = \frac{1}{J_\psi}mgh\sin\psi - \frac{J_k}{J_\psi}\Omega\dot{\delta} - \frac{1}{J_\psi}mu^2\frac{\operatorname{tg}\delta}{a}h\cos\psi \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим подробнее из модели движения мотоцикла математическую модель переднего колеса с вилкой [4]:

$$\begin{aligned} J_1\ddot{\delta} &= -h_1\dot{\delta} - c_1\delta + F_{u1}A - M_{zk} + J_k\Omega\dot{\psi}, \\ J_2\ddot{\psi} &= -h_2\dot{\psi} - c_2\psi - F_{v1}R - F_{z1}B - M_{uk} - J_k\Omega\dot{\delta}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $J_1, J_2, h_1, h_2, c_1, c_2$ — моменты инерции, коэффициенты демпфирования, коэффициенты жесткости рулевого управления и подвески мотоцикла, соответствующие измене-

ниям координат δ и ψ ; F_{u1} , F_{v1} , F_{z1} , M_{zk} , M_{uk} — силы и моменты, возникающие в пятне контакта переднего колеса с дорогой по соответствующим осям; R — радиус переднего колеса; A , B — вынос пятна контакта относительно вертикальной оси вилки переднего колеса по соответствующим осям.

Распределенные силы в пятне контакта и, следовательно, составляющие главного вектора и главного момента в первом приближении приняты пропорциональными отклонениям δ и ψ . Поэтому представим их линейными зависимостями и получим линеаризованное представление (2) в виде передаточной функции:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2 + s(\xi_1 - b_{21}) + (\omega_1^2 - c_{21})}{s^2 + s(\xi_2 - b_{12}) + \omega_2^2}, \quad (3)$$

где $Y(s)$ — преобразование Лапласа угла поворота $\delta(t)$ переднего колеса вокруг вертикальной оси; $X(s)$ — преобразование Лапласа угла поворота мотоцикла $\psi(t)$ вокруг его горизонтальной оси.

Остальные параметры зависят от массогабаритных характеристик мотоцикла и приведены в [3; 4].

Исполнительный механизм. Одним из методов противостояния интенсивному колебательному процессу на руле (эффект шимми) является оснащение вилки переднего колеса демпфером с ручной регулировкой (рис. 2).

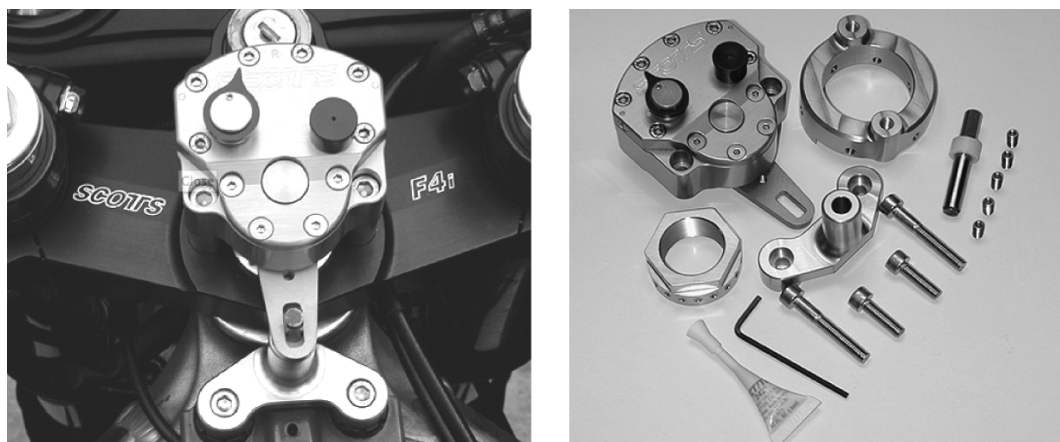


Рис. 2. Пример демпфера с ручной регулировкой упругости руля мотоцикла

Недостатком конструкции (см. рис. 2) является необходимость вручную (во время движения) изменять коэффициент демпфирования сообразно внешним воздействиям и манере движения.

В качестве исполнительного механизма стабилизации используется гидравлический цилиндр [3], закрепленный на раме мотоцикла 4 и соединенный с втулкой передней вилки 3 (рис. 3). На гидроцилиндре установлен регулятор с потенциометром обратной связи 2, содержащий подвижный контакт и токопроводящую обмотку.

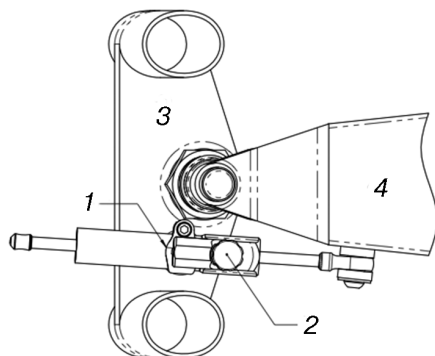


Рис. 3. Закрепление исполнительного механизма на раме к передней вилке:
1 — гидроцилиндр; 2 — регулятор; 3 — передняя вилка; 4 — рама мотоцикла

Разделение регулятора с потенциометром 2 и гидроцилиндра 1 за счет выполнения резьбового соединения штока с поводком и установки регулировочных шайб между фланцем каркаса и крышкой позволяет проводить автономную регулировку и тарировку потенциометра при согласовании среднего положения поршня с нейтральным положением подвижного контакта на обмотке, что улучшает технологичность сборки гидроцилиндра [6]. Поводок изготовлен в виде упругого стержня, один конец которого снабжен резьбой и размещен в резьбовом отверстии штока, а другой конец закреплен посредством шарнира. Регулировочные шайбы установлены между крышкой гидроцилиндра и привалочной плоскостью фланца потенциометра обратной связи [7].

Учет технологичности исполнительного механизма влияет на линейность и высокую точность обработки управляющих сигналов, что позволяет учитывать исполнительный механизм как коэффициент усиления.

Синтез робастного регулятора. В рамках представленного исследования и ограничений модели [4] будем рассматривать сигнальную неопределенность в виде возмущающих воздействий, ограниченных по норме [5]. В качестве синтеза используем два независимых алгебраических уравнения Риккати [2]:

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty (B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T) X_\infty + C_1^T C_1 = 0,$$

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty (C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0.$$

где A , $B_{1,2}$, $C_{1,2}$ — соответствующие матрицы в расширенном описании пространства состояния [2] модели (3); γ — уровень толерантности; X_∞ , Y_∞ — решения соответствующих уравнений Риккати.

Для поиска оптимального решения необходима итерационная процедура. Алгоритм формирования регулятора приведен в [2]. Для исключения итераций при расчете применяем субоптимальный алгоритм, который базируется на применении оценки уровня толерантности. Она показывает, что значение уровня для рассматриваемого случая равно: $\lim \gamma = \hat{\gamma} < \gamma_{opt}$, $\hat{\gamma} = 2,52$. Проведем оценку влияния выбора уровня толерантности. Для этого промоделируем реакцию на ступенчатое

воздействие на систему (3) для диапазона от $\hat{\gamma} = 2,52$ и выше с шагом 0,1. Результаты моделирования представлены на рис. 4, *а*.

На рис. 4, *б* построены реакции на ступенчатое воздействие замкнутой системы с робастным регулятором, синтезированным для уровней толерантности $\hat{\gamma} + \Delta$, принимающих значения от 0,1 и выше с шагом 0,1, для обратной передаточной функции, которая показывает, как передаются возмущения от угла поворота корпуса на руль.

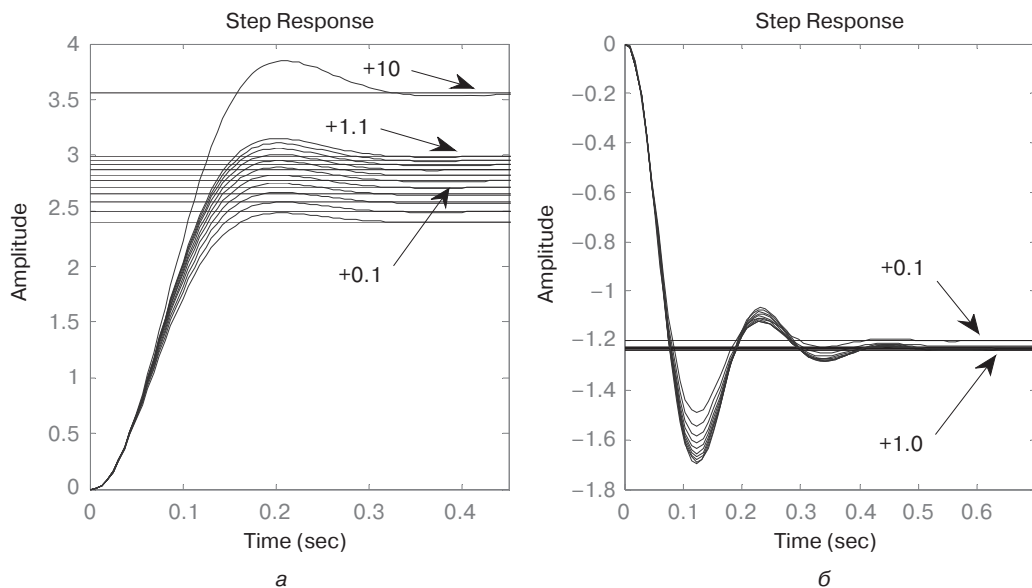


Рис. 4. Иллюстрация влияния уровня толерантности γ

На рис. 4, *а* видно, что рост уровня толерантности приводит к росту влияния вредных возмущений от поворота руля δ до поворота мотоцикла в вертикальной плоскости ψ . Рис. 4, *б* доказывает, что динамические свойства исходной системы нечувствительны к выбору уровня толерантности. Чем ближе уровень толерантности к $\hat{\gamma}$, тем эффективнее управление, т.е. меньше угол наклона мотоцикла при имитации внешнего воздействия.

Результаты моделирования. В пакете MATLAB создаем модель системы (1) и (3). Для линеаризованной модели (3) синтезируем робастный регулятор по алгоритму, указанному в [2]. Уровень толерантности назначаем $\hat{\gamma}$.

Для расчетной модели применяем параметры объекта управления: масса мотоцикла и мотоциклиста 250 кг, начальная скорость 60 км/ч, база 1500 мм, высота центра масс на дорожке 800 мм, мощность двигателя 45 кВт. Оценим реакцию системы (3) на ступенчатое и импульсное воздействия (рис. 5).

Оценим, как ведет себя система (3) при воздействии S на рис. 6. Таким образом, мы получим имитацию воздействия шимми и протестируем, как ведет себя мотоцикл в период так называемой раскачки. Рассмотрим два варианта раскачки (рис. 6): рулем и корпусом.

Пунктирная линия на рис. 6, *а* соответствует критическим углам поворота корпуса. Без регулятора раскачка приводит к падению мотоциклиста. На рис. 6, *б*

видно, что после боковой раскачки в системе без регулятора (A) возникает так называемый эффект шимми — автоколебания переднего колеса, передающиеся на руль.

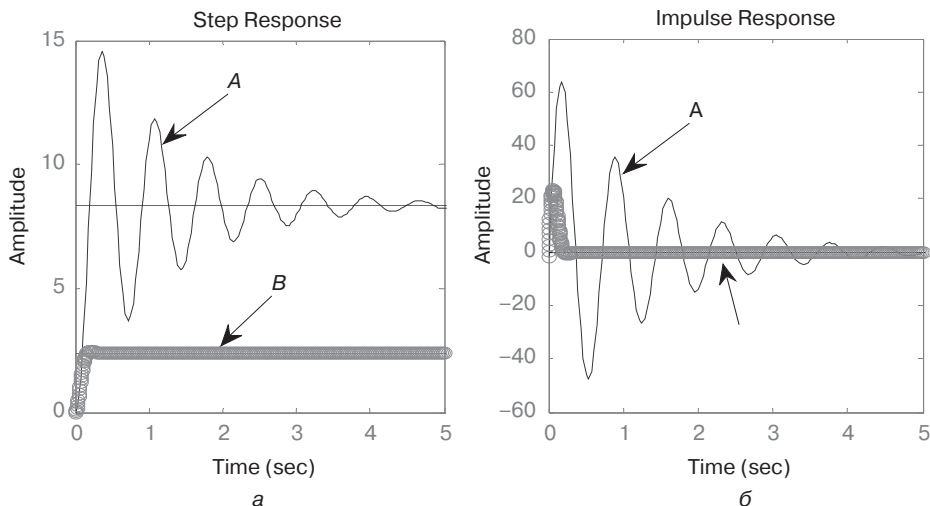


Рис. 5. Реакция системы на воздействия: а — на «ступеньку», б — на «импульс» (A — реакция без регулятора; B — реакция с регулятором)

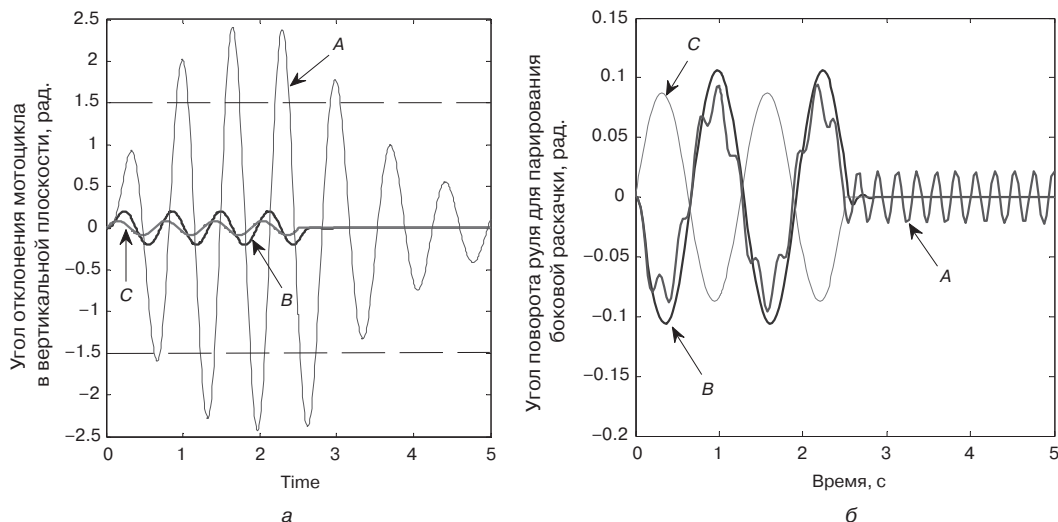


Рис. 6. Реакция системы на раскачку: а — рулем, б — корпусом (A — реакция без регулятора; B — реакция с регулятором; C — входное воздействие)

Сравним реакцию исходной системы (1) с регулятором и без него (рис. 7, а). В качестве входного воздействия используем синусоидальные повороты руля. Проведем оценку применимости регулятора для исходной системы на случай стабилизации от бокового удара (рис. 7, б). Боковой удар промоделируем кратковременным (в течение 0,01 с) воздействием в виде момента силы на продольную ось мотоцикла.

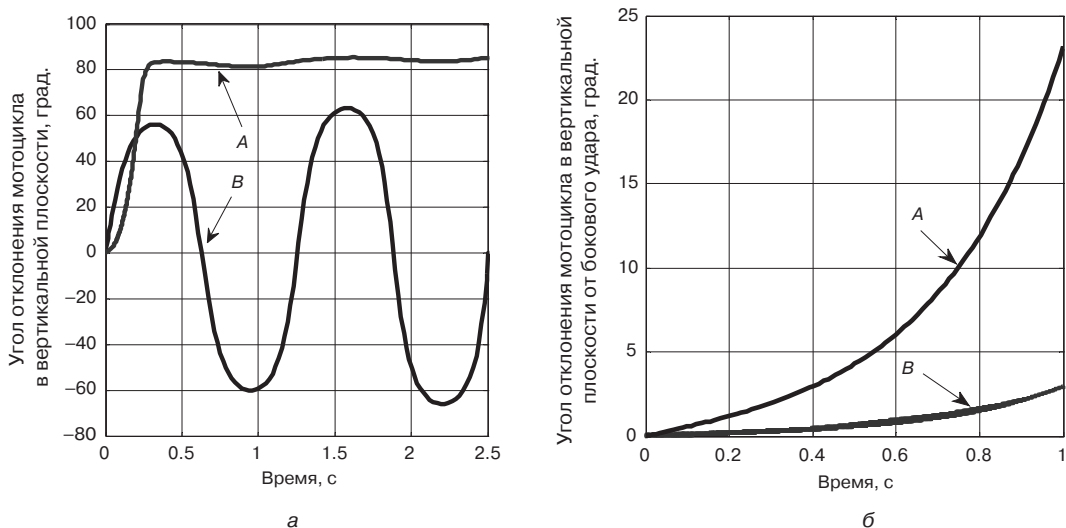


Рис. 7. Реакция исходной системы: а — на раскачку рулем, б — на боковой удар (А — реакция без регулятора; В — реакция с регулятором)

Из рис. 7, а видно, что применение регулятора позволяет провести поворот на углах, близких к критическому, и не переключать вес для сохранения стабильного движения в случае отсутствия регулятора. На рис. 7, б показано, что регулятор позволяет эффективнее парировать боковой удар за счет дополнительного автоматического воздействия рулем, а при отсутствии регулятора боковой удар выводит угол наклона мотоцикла почти до 25° в течение 1 с.

Выводы. Проведен синтез робастного регулятора для стабилизации движения мотоцикла. Особенностью данного объекта управления является его исходная неустойчивость: центр масс выше точки опоры, ведущее колесо находится позади центра масс. В результате сравнения реакций системы, полученных в ходе моделирования, установлено, что без регулятора система неустойчива, а с робастным регулятором — устойчива. При этом в качестве возмущения выбран сигнал, про который сделано предположение лишь о норме.

Результаты исследования (см. рис. 5—7) показали возможность синтеза субоптимального робастного H_∞ -решения для сложного неустойчивого объекта управления — двухколесного мотоцикла. Применение представленного подхода к выбору соответствующего уровня толерантности для синтеза робастного регулятора делает систему нечувствительной к возмущениям.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Методы классической и современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, Е.М. Воронов, В.Г. Коньков и др. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 252 с.
- [2] Пупков К.А., Егунов Н.Д. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 744 с.
- [3] Semi-active steering damper control in two-wheeled vehicles / P. de Filippi, M. Tanelli, M. Corno etc. // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2010. Vol. 19, no. 5. P. 1003—1020.
- [4] Алфутов Н.А., Колесников К.С. Устойчивость движения и равновесия. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 253 с.

- [5] Podgorski W.A., Krauter A.I., Rand R.H. The wheel shimmy problem: Its relationship to wheel and road irregularities // *Vehicle System Dynamics*. 1975. No. 4. P. 9—41.
- [6] Бекиров Я.А. Технология производства следящего гидропривода. М.: Машиностроение, 1977. 224 с.
- [7] Пат. 2329411 РФ. Гидроцилиндр рулевой машины / В.В. Чеканов, И.В. Усков // Бюл. 2008. № 20. Pat. 2329411 RF. Gidrotsilindr rulevoy mashiny / V.V. Chekanov, I.V. Uskov // Byul. 2008. N 20.

SYNTHESIS OF H_∞ -ROBUST CONTROLLER FOR MOTORBIKE STABILIZATION

¹K.A. Pupkov, ¹D.A. Andrikov, ²M.A. Sinelshchikova, ³D.A. Andrikov

¹ Engineering Faculty, Cybernetics and Mechatronics Department
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

² Radioelectronics and Laser Techniques Faculty, Instrumentation Technologies Department
Bauman Moscow State Technical University
2nd Baumanskaya str., 5, Moscow, Russia, 105005

³ Informatics and Control Systems Faculty, Automatic Control Systems Department
Bauman Moscow State Technical University
2nd Baumanskaya str., 5, Moscow, Russia, 105005

The paper presents the influence of level of tolerance as main parameter of H_∞ -robust control theory. The model of control object is developed. The actuator is a hydraulic cylinder with a feedback potentiometer with conducting windings. For practical application technological effectiveness of actuator's design is considered.

Key words: robust control, motorbike.

REFERENCES

- [1] Methods of the classical and modern theory of automatic control / K.A. Pupkov, E.M. Voronov, V.G. Konkov and etc. М.: Bauman MSTU, 2004. 252 p.
- [2] Pupkov K.A., Egupov N.D. Methods of robust, neuro and fuzzy and adaptive control. М.: Bauman MSTU, 2001. 744 p.
- [3] Semi-active steering damper control in two-wheeled vehicles / P. de Filippi, M. Tanelli, M. Corno etc. // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2010. Vol. 19, no. 5. P. 1003—1020.
- [4] Alfutov N.A., Kolesnikov K.S. Stability of the movement and balance. М.: Bauman MSTU, 2003. 253 p.
- [5] Podgorski W.A., Krauter A.I., Rand R.H. The wheel shimmy problem: Its relationship to wheel and road irregularities // *Vehicle System Dynamics*. 1975. No. 4. P. 9—41.
- [6] Bekirov Ya.A. The production technology of the hydraulic servo drive. М.: Mashinostroenie, 1977. 224 p.
- [7] Pat. 2329411 RF. Hydraulic servo drive / V.V. Chekanov, I.V. Uskov // *Blt*. 2008. N 20.