УДК 531.31:62-56
DOI: 10.22363/2312-9735-2017-25-2-170-181

Управление процессом безударного захвата непредсказуемо движущегося объекта мобильным манипуляционным роботом

И. А. Мухаметзянов, О. И. Чекмарёва

Кафедра теоретической физики и механики
Российский университет дружбы народов
улица Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198

Строится алгоритм управления безударным захватом непредсказуемо движущейся цели схватом мобильного манипуляционного робота. Захват осуществляется за конечное время. Решение получено без использования информации о неуправляющих силах, в том числе возмущающих силах и силах инерции.

Задача решается в четыре этапа. Во-первых, строится главный вектор сил, обеспечивающий движение центра масс корпуса робота по принципу пропорциональной навигации при погоне за объектом. Во-вторых, строится главный момент управляющих сил относительно центра масс робота для приведения одной из главных центральных осей инерции подвижной системы координат, связанной с корпусом робота, в положение, совпадающее с линией визирования. В-третьих, определяется дополнительная управляющая сила для безударного приведения точки крепления первого звена манипулятора с корпусом робота на расстояние «вытянутой руки манипулятора» от цели по линии визирования, чтобы обеспечить захват. В-четвёртых, строятся выражения сил и моментов управления для поступательно и вращательно движущихся относительно друг друга звеньев манипулятора, позволяющие безударно захватить преследуемый объект.

Для автоматического выбора оптимального значения управления предлагается самонастраиваемый способ, осуществляемый по «принципу обратной связи по квазиускорениям» в дискретные моменты времени. Этот принцип был предложен И.А. Мухаметзяновым в статье, опубликованной в Вестнике РУДН серии «Математика. Информатика. Физика» №3 за 2013 год.

Ключевые слова: манипулятор, самонастраиваемое управление, безударный, конечное время

1. Постановка задачи

Рассмотрим упакованный в корпус робота манипулятор и сам робот в целом как одну механическую систему. С главными центральными осями инерции корпуса робота жёстко свяжем систему координат $Cxyz$. Задача заключается в построении главного вектора сил, обеспечивающего движение центра масс C корпуса робота по принципу пропорциональной навигации [1] при погоне за непредсказуемо движущимся объектом. Одновременно с этим необходимо построить аналитическое выражение главного момента управляющих сил относительно точки C для приведения одной из главных центральных осей инерции системы $Cxyz$, связанной с роботом, в положение, совпадающее с линией визирования $\overline{CC_0}$, где C_0 — центр масс преследуемого объекта. Далее необходимо построить аналитическое выражение дополнительной управляющей силы для безударного приведения точки O_0 крепления первого звена манипулятора с корпусом робота в положение точки O на линии визирования, находящейся на расстоянии «вытянутой руки манипулятора» от точки C_0 объекта преследования. Это позволяет осуществить захват цели схватом манипулятора, центр которого помещён в точку O_e конца последнего звена манипулятора. Необходимо построить также аналитическое выражение сил и моментов управления поступательно и вращательно движущимися относительно друг друга звеньями многозвенного манипулятора, которые позволяют безударно захватить преследуемый объект.

Статья поступила в редакцию 23 декабря 2016 г.
Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-08-00558-а.

2. Управление процессом приведения робота в область досягаемости цели манипулятором

2.1. Построение главного вектора управляющих сил

Определим выражение главного вектора управляющих сил F_n в правой части дифференциального уравнения движения центра масс C корпуса робота

$$m\dot{\bar{V}}_{\text{a}} = \bar{F}_n \tag{1}$$

так, чтобы движение точки C происходило по принципу пропорциональной навигации

$$\bar{\omega}_v = b\bar{\omega}_{\text{e}}, \tag{2}$$

где m — общая масса робота, $\bar{\omega}_v$ — вектор угловой скорости вращения абсолютной скорости $\bar{V}_{\text{a}}$ точки C, $\bar{\omega}_{\text{e}}$ — вектор угловой скорости линии визирования $\overline{CC}_0$, b — заданный положительный коэффициент пропорциональности.

Заметим, что вращение вектора скорости $\bar{V}_{\text{a}}$ осуществляется благодаря действию силы $\bar{F}_n$, направленной по главной нормали траектории абсолютного движения центра масс C. Определим эту силу $\bar{F}_n$, исходя из условия (2) и условия ортогональности $\bar{V}_{\text{a}}$ векторам $\bar{F}_n$ и $\bar{\omega}_v$. Вектор $\bar{\omega}_v$ имеет величину $\omega_v = V_{\text{a}}/\rho$ и направлен по орту

$$\bar{i} = \frac{(\bar{V}_{\text{a}} \times \bar{F}_n)}{V_{\text{a}} F_n},$$

где $F_n = mV_{\text{a}}^2/\rho$, ρ — радиус кривизны траектории абсолютного движения точки C. Следовательно, имеет место

$$\bar{\omega}_v = \frac{(\bar{V}_{\text{a}} \times \bar{F}_n)}{mV_{\text{a}}^2}.$$

Скалярно умножая (2) на $\bar{\omega}_{\text{e}}$, получим

$$\frac{(\bar{V}_{\text{a}} \times \bar{F}_n)}{mV_{\text{a}}^2} \cdot \bar{\omega}_{\text{e}} = b\omega_{\text{e}}^2.$$

Отсюда

$$\bar{F}_n \cdot (\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}}) = mV_{\text{a}}^2 b\omega_{\text{e}}^2. \tag{3}$$

Ищем решение уравнения (3) в виде $\bar{F}_n = \lambda(\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}})$, обеспечивающем коллинеарность векторов $\bar{F}_n$ и $(\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}})$, и тем самым минимальность $|\bar{F}_n|$. Подставляя $\bar{F}_n = \lambda(\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}})$ в (3), определим

$$\lambda = \frac{mV_{\text{a}}^2 b\omega_{\text{e}}^2}{(\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}})^2}.$$

Учитывая $\bar{\omega}_{\text{e}} \perp \bar{V}_{\text{a}}$, получим $\lambda = mb$. Следовательно, имеем

$$\bar{F}_n = mb(\bar{\omega}_{\text{e}} \times \bar{V}_{\text{a}}). \tag{4}$$

Теперь необходимо ответить на вопрос о том, каково влияние возмущающих сил, если таковые имеют место, на процесс преследующего движения в погоне за целью при движении по принципу пропорциональной навигации. На этот вопрос можно ответить следующим образом. Составляющие возмущающих сил, направленных по главной нормали траектории точки C, влияют на силу $\bar{F}_n$, тем самым влияя на величину коэффициента пропорциональности b. Следовательно, при достаточно больших значениях коэффициента b эти возмущения не оказывают существенного воздействия на процесс преследующего движения по данному принципу навигации. Что касается составляющих возмущающих сил, направленных по касательной к траектории точки C, то они приводят лишь к изменению величины скорости $\bar{V}_{\text{а}}$ точки C, что не оказывает влияния на угловую скорость $\bar{\omega}_v$, то есть не нарушает основного условия (2) преследования по принципу пропорциональной навигации. Таким образом, эти возмущения могут оказывать некоторое влияние лишь на время встречи точек C и C_0.

2.2. Построение главного момента управляющих сил

Известно, что вращательное движение тела вокруг центра масс в осях подвижной системы координат $Cxyz$ описывается дифференциальным уравнением

$$J\dot{\bar{\omega}}_0 = (J\bar{\omega}_0 \times \bar{\omega}_0) + \bar{M}_0 + \bar{U}, \tag{5}$$

где J — тензор инерции тела в точке C, $\bar{\omega}_0(p,q,r)$ — мгновенная угловая скорость тела, p,q,r — проекции вектора $\bar{\omega}_0$ на оси Cx, Cy, Cz, $\bar{M}_0$ — главный момент действующих на тело неуправляющих сил относительно точки C, $\bar{U}(U_p,U_q,U_r)$ — главный момент управляющих сил относительно точки C.

Вектор $\bar{U}$ определим, используя требуемое условие коллинеарности вектора $\bar{l}_0$ — орта линии визирования $\overline{CC}_0$ и вектора $\bar{k}_3$ — орта оси Cz системы координат $Cxyz$:

$$(\bar{k}_i \cdot \bar{l}_0) = 0 \quad (i = 1,2), \tag{6}$$

где $\bar{k}_i$ — орты осей Cx и Cy системы $Cxyz$.

Отклонения от условий (6) зададим вектором $\bar{\omega}$ с элементами

$$\omega_1 = (\bar{k}_1 \cdot \bar{l}_0), \quad \omega_2 = (\bar{k}_2 \cdot \bar{l}_0). \tag{7}$$

Введём квазискорости

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = \dot{\omega}_i + \mu_i(\bar{k}_i \cdot \bar{l}_0), \quad \mu_i = \text{const} > 0 \quad (i = 1,2), \tag{8}$$

где $\dot{\omega}_i$, согласно формулам Пуассона $\dot{\bar{k}}_i = \bar{\omega}_0 \times \bar{k}_i$, $\dot{\bar{l}}_0 = \bar{\omega}_{\text{е}} \times \bar{l}_0$, выражаются в виде

$$\dot{\omega}_i = \bar{\omega}_0 \cdot (\bar{k}_i \times \bar{l}_0) + \bar{\omega}_{\text{е}} \cdot (\bar{l}_0 \times \bar{k}_i).$$

Из (8) следует

$$\bar{\omega}_0 \cdot (\bar{k}_i \times \bar{l}_0) = \dot{\tilde{\omega}}_i + B_i \quad (i = 1,2), \tag{9}$$

где $B_i = -\bar{k}_i \cdot (\bar{\omega}_{\text{е}} \times \bar{l}_0) - \mu_i(\bar{k}_i \cdot \bar{l}_0)$.

Систему (9) из двух уравнений относительно трёх элементов вектора $\bar{\omega}_0(p,q,r)$ представим в виде

$$\Omega\bar{\omega}_0 = \dot{\tilde{\omega}} + B, \tag{10}$$

где матрица Ω определяется из

$$p(\bar{k}_1 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_1 + q(\bar{k}_1 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_2 + r(\bar{k}_1 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_3 = \dot{\tilde{\omega}}_1 + B_1,$$
$$p(\bar{k}_2 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_1 + q(\bar{k}_2 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_2 + r(\bar{k}_2 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_3 = \dot{\tilde{\omega}}_2 + B_2$$

в виде

$$\Omega = \left\| \begin{matrix} 0 & -(\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_3) & (\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_2) \\ (\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_3) & 0 & -(\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_1) \end{matrix} \right\|. \tag{11}$$

При получении (11) были учтены следующие очевидные соотношения:

$$(\bar{k}_i \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_i = 0, \quad (\bar{k}_1 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_2 = -(\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_3), \quad (\bar{k}_1 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_3 = (\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_2)$$
$$(\bar{k}_2 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_1 = (\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_3), \quad (\bar{k}_2 \times \bar{l}_0) \cdot \bar{k}_3 = -(\bar{l}_0 \cdot \bar{k}_1) \quad (i = 1, 2).$$

Решение (10) относительно $\bar{\omega}_0$ ищем в виде

$$\bar{\omega}_0 = \Omega^T \lambda, \tag{12}$$

где λ — вектор $\lambda^T(\lambda_1, \lambda_2)$.

Подставляя (12) в (10), получим $(\Omega\Omega^T)\lambda = \dot{\bar{\omega}} + B$. Отсюда $\lambda = (\Omega\Omega^T)^{-1}(\dot{\bar{\omega}} + B)$.

Подставляя λ в (12), получим

$$\bar{\omega}_0 = \Omega^T(\Omega\Omega^T)^{-1}(\dot{\bar{\omega}} + B). \tag{13}$$

Дифференцируя по t выражение (13) и подставляя $\dot{\bar{\omega}}$ в (5), получим

$$\Omega^T(\Omega\Omega^T)^{-1}\ddot{\bar{\omega}} = \tilde{U} + \tilde{B}, \tag{14}$$

где $\tilde{U} = J^{-1}U$, $\tilde{B} = J^{-1}[(J\bar{\omega}_0 \times \bar{\omega}_0) + \bar{M}_0] - M(\dot{\bar{\omega}} + B) - M\dot{B}$, $M = \Omega^T(\Omega\Omega^T)^{-1}$.

Умножая (14) на Ω, получим

$$\ddot{\bar{\omega}} = \Omega\tilde{U} + \Omega\tilde{B}. \tag{15}$$

Зависящий от вектора управления U первый член в правой части (15) зададим в виде

$$\Omega\tilde{U} = -(\mathrm{sign}\dot{\bar{\omega}})N, \tag{16}$$

где $(\mathrm{sign}\dot{\bar{\omega}})$ — диагональная матрица (2×2) с элементами $(\mathrm{sign}\dot{\bar{\omega}}_i)$, N — постоянный вектор с положительными элементами N_i, удовлетворяющими условию $N_i > |\Omega\tilde{B}|_i$, где $|\Omega\tilde{B}|_i$ — абсолютные величины элементов вектора $\Omega\tilde{B}$.

Скалярно умножая (15) на $\dot{\bar{\omega}}$, получим

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\dot{\bar{\omega}}^2}{\mathrm{d}t} = -\dot{\bar{\omega}}^T[(\mathrm{sign}\dot{\bar{\omega}})N + \Omega\tilde{B}]. \tag{17}$$

Известно [2], что в некоторый конечный момент времени $\tilde{t}_1$ наступает равенство $\dot{\bar{\omega}}(\tilde{t}_1) = 0$. При этом левая часть (8) обращается в нуль. Тогда при $t > \tilde{t}_1$ изображающая точка $N_i(\omega_i, \dot{\omega}_i)$ в фазовой плоскости $(\omega_i, \dot{\omega}_i)$ будет двигаться в скользящем режиме вдоль линии разрыва

$$\dot{\omega}_i + \mu_i\omega_i = 0 \quad (i = 1, 2), \tag{18}$$

асимптотически приближаясь к точке $\omega_i = \dot{\omega}_i = 0$ по закону $\omega_i = \omega_i(\tilde{t}_1)e^{-\mu_i(t-\tilde{t}_1)}$, но не попадая в эту точку за конечный момент времени.

Для того чтобы приведение изображающей точки в начало координат $\omega_i = \dot{\omega}_i = 0$ $(i = 1, 2)$ произошло за конечный промежуток времени, воспользуемся методом безударного приведения состояния механических систем в заданное многообразие, предложенным в [3]. Суть этого метода заключается в замене многообразия (18), начиная с момента времени $\tilde{t}_1$, другим многообразием

$$\dot{\omega}_i(\tau) - \dot{\omega}_i(\tilde{t}_1) + \frac{\dot{\omega}_i^2(\tilde{t}_1)}{2\omega_i(\tilde{t}_1)}\tau = 0 \quad (i = 1, 2), \tag{19}$$

где $\tau = t - \tilde{t}_1$.

При этом в качестве квазискорости принимается выражение

$$\dot{\tilde{\omega}}_i = \dot{\omega}_i(\tau) - \dot{\omega}_i(\tilde{t}_1) + \frac{\dot{\omega}_i^2(\tilde{t}_1)}{2\omega_i(\tilde{t}_1)}\tau, \tag{20}$$

а за линию разрыва, вместо (18), принимается линия

$$\omega_i(\tau) = \frac{\omega_i(\tilde{t}_1)}{\dot{\omega}_i^2(\tilde{t}_1)}[\dot{\omega}_i^2(\tilde{t}_1) - \dot{\omega}_i^2(\tau)]. \tag{21}$$

Из (20) следует, что в момент времени

$$\tau_{i0} = 2\left|\frac{\omega_i(\tilde{t}_1)}{\dot{\omega}_i(\tilde{t}_1)}\right|$$

значение $\dot{\omega}_i(\tau_{i0})$ обращается в нуль, а из (21) следует, что значение $\omega_i(\tau_{i0})$ тоже обращается в нуль в тот же момент времени τ_{i0}. Таким образом, приведение системы в положение $\omega_i = \dot{\omega}_i = 0$ произойдёт без удара.

Теперь, используя (16), определим U. Для этого $\tilde{U}$ ищем в виде

$$\tilde{U} = \Omega^T\tilde{\lambda}. \tag{22}$$

Подставляя (22) в (16), получим $(\Omega\Omega^T)\tilde{\lambda} = -(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$.

Отсюда $\tilde{\lambda} = -(\Omega\Omega^T)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$.

Теперь, учитывая $\tilde{U} = J^{-1}U$, из (22) определим

$$U = -J\Omega^T(\Omega\Omega^T)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N, \tag{23}$$

где Ω имеет вид (11), а элементы вектора $\dot{\tilde{\omega}}$ имеют вид (8) при $0 < t \leqslant \tilde{t}_1$ и вид (20) при $\tau = t - \tilde{t}_1 \geqslant 0$.

2.3. Управление роботом в режиме торможения

Выше было доказано, что при управлении (23) в конечный момент времени $\tilde{t}_2 = \tilde{t}_1 + \tau_0$, где $\tau_0 = \max\tau_{i0}$ $(i = 1, 2)$, ось Cz с ортом $\bar{k}_3$ системы координат $Cxyz$ приводится в положение, совпадающее с линией визирования $\overline{CC_0}$. В этот момент времени $\tilde{t}_2$ приложим в точку C, помимо силы $\bar{F}_n$, ещё дополнительную силу $\bar{F}_\tau$, направленную по линии визирования CC_0 против $\bar{k}_3$. Сила $\bar{F}_\tau$, называемая силой торможения, призвана привести точку O_0 крепления первого звена манипулятора к корпусу робота в точку O области досягаемости цели «рукой манипулятора». В качестве точки O примем точку линии $\overline{CC_0}$ на расстоянии $R_0 = |\overline{C_0O}|$ от точки C_0 до точки O со стороны центра масс робота C. При этом величина R_0 должна быть меньше максимально возможного расстояния $\max|\overline{O_0O_\mathrm{e}}|$, где O_e — центр схвата, прикреплённого к концу последнего звена манипулятора. Расстояние $|\overline{O_0O}|$ обозначим через S, производную S по времени через $V = \dot{S}$, а их начальные значения соответственно через S_0 и V_0. Для решения этой части задачи используем приём управления безударной стыковкой двух объектов, предложенный в работе [4].

Для этого запишем уравнение абсолютного движения центра масс C в проекции на линию визирования

$$m\frac{\mathrm{d}V_\mathrm{a}}{\mathrm{d}t} = -R' - U, \tag{24}$$

где V_a — проекция вектора абсолютной скорости точки C, m — масса робота, R' — проекция главного вектора неуправляющих сил, U — проекция силы $\bar{F}_\tau$.

При движении робота по принципу пропорциональной навигации, навязываемом силой $\bar{F}_n$, прямая $\overline{CC_0}$ движется поступательно, то есть оставаясь параллельной самой себе. Принимая скорость движения точки C_0 за переносную, уравнение относительного движения точек C и O_0 в проекции на линию визирования $\overline{CC_0}$ запишем в виде, аналогичном (24):

$$m\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -R' - ma_\mathrm{e} - U, \tag{25}$$

где V — проекция относительной скорости точек C и O_0, a_e — проекция переносного ускорения этих точек.

Искомое управление U представим в виде $U = (U_1 + U_2)$, где U_1 — постоянная составляющая, а U_2 — ступенчатая составляющая.

Силу U_1 зададим в виде

$$U_1 = m\frac{V_0^2}{2S_0}, \tag{26}$$

где S_0 — начальное расстояние между точками O_0 и O, V_0 — начальное значение проекции относительной скорости $\bar{V}$ на $|\overline{CC_0}|$.

Заметим, что в случае $R' = 0$ и $a_\mathrm{e} = 0$ уравнение (25) при управлении $U = U_1$ имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\frac{V_0^2}{2S_0}. \tag{27}$$

Интегрируя (27) по t, получим

$$V - V_0 + \frac{V_0^2}{2S_0}t = 0. \tag{28}$$

Заметим, что отсчёт времени t ведётся, начиная с момента $\tilde{t}_2$.

Из уравнения (28) определяется время $t_1 = 2S_0/V_0$, при котором S и V одновременно обращаются в нуль. Таким образом, при управлении U движение изображающей точки N в фазовой плоскости (S, V) происходит по кривой

$$S = \frac{S_0}{V_0^2}(V_0^2 - V^2) \tag{29}$$

от начальной точки $N_0(S_0, V_0)$ до начала координат $S = 0$, $V = 0$. Заметим, что эта кривая (29) следует из теоремы об изменении кинетической энергии точки в конечной форме и является ветвью параболы.

Теперь обоснуем необходимость введения в управление кусочно-постоянной составляющей U_2 и определим её выражение. При $a_\mathrm{e} \neq 0$, $R' \neq 0$ в правой части уравнения (27) появляются слагаемые, при котором правая часть уравнения (28) не будет равняться нулю. Поэтому, с целью наделения решений уравнения (25) свойствами (28) и (29), предлагается следующая процедура.

Введём квазискорость

$$\tilde{V} = V - V_0 + \frac{V_0^2}{2S_0}t, \tag{30}$$

представляющую собой правую часть (28) при $a_\mathrm{e} \neq 0$ и $R' \neq 0$.

Выразим V через $\tilde{V}$:

$$V = \tilde{V} + V_0 - \frac{V_0^2}{2S_0}t. \tag{31}$$

Подставляя (31) и $U = U_1 + U_2$ в (25), в силу (26) получим

$$m\frac{\mathrm{d}\tilde{V}}{\mathrm{d}t} = -U_2 - ma_\mathrm{e} - R'.$$

Умножая это уравнение на $\tilde{V}$ и внося $\tilde{V}$ под знак дифференциала, получим

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m\tilde{V}^2}{2}\right) = -\tilde{V}(U_2 + ma_\mathrm{e} + R'). \tag{32}$$

Функцию $m\tilde{V}^2/2$, являющуюся знакоопределённой положительной, примем в качестве функции Ляпунова для стабилизации невозмущённого состояния (28).

Зададим U_2 в виде

$$U_2 = U_0 \mathrm{sign}\tilde{V}, \tag{33}$$

где U_0 — положительная величина, удовлетворяющая условию

$$U_0 > |ma_\mathrm{e} + R'| + \delta, \quad \delta = \mathrm{const} > 0. \tag{34}$$

При этом правая часть (32) становится определённо отрицательной. В этом случае значение $\tilde{V}$ обращается в нуль за конечный промежуток времени [2].

3. Управление манипулятором при захвате цели

3.1. Конструктивные особенности манипулятора

В момент времени t_2 после приведения точки O_0 в точку O начинается управление манипулятором для безударного захвата цели C_0. Прежде чем приступить к решению этой задачи, кратко опишем основные конструктивные особенности манипулятора [5].

Пусть манипулятор состоит из цепочки n пар тел T'_ν и T''_ν ($\nu = 1, 2, \ldots, n$), в которой T'_ν вращается относительно тела $T'_{(\nu-1)}$ предыдущей пары вокруг цилиндрического шарнира $O_{(\nu-1)}$, а T''_ν перемещается относительно T'_ν по заданной направляющей. Начало отсчёта перемещения S_ν тела T''_ν относительно T'_ν обозначим через D_ν. Введём также обозначения: $\bar{l}_\nu = \overline{O_{(\nu-1)}D}_\nu$, $\bar{S}_\nu = \overline{D_\nu O_\nu}$, φ_ν — углы поворотов звеньев друг относительно друга вокруг шарниров.

Будем считать, что вращения тел T'_ν вокруг шарниров $O_{(\nu-1)}$, также как и перемещения T''_ν относительно T'_ν, осуществляются электрическими двигателями, помещёнными со своими редукторами в точках $O_{(\nu-1)}$ и D_ν. Следовательно, управление манипулятором осуществляется $2n$ двигателями.

3.2. Программа движения схвата

В качестве программы движения схвата манипулятора примем закон движения центра схвата, помещённого в точку O_e на продолжении конца последнего звена манипулятора:

$$\overline{O_0O}_e = \bar{L}(t). \tag{35}$$

Вектор $\overline{O_0O}_e$ выразим через $\bar{l}_\nu$ и $\bar{S}_\nu$:

$$\overline{O_0O}_e = \sum_{\nu=1}^{n} (\bar{l}_\nu + \bar{S}_\nu).$$

Тогда условие (35) можно представить в следующем виде:

$$\sum_{\nu=1}^{n} (\bar{l}_\nu + \bar{S}_\nu) - \bar{L}(t) = 0. \tag{36}$$

3.3. Уравнения движения манипулятора

Принимая углы φ_ν и перемещения S_ν в качестве обобщённых координат в поступательно движущейся системе координат по закону движения точки C_0 преследуемого объекта, движение манипулятора в целом можно представить системой $2n$ уравнений Лагранжа второго рода:

$$\begin{gathered}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T_C}{\partial \dot{\varphi}_\nu}\right) - \frac{\partial T_C}{\partial \varphi_\nu} = Q'_\nu + (-C'_\nu \dot{\varphi}_\nu + a'_\nu U'_\nu) K'_\nu, \\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T_C}{\partial \dot{S}_\nu}\right) - \frac{\partial T_C}{\partial S_\nu} = Q''_\nu + (-C''_\nu \dot{S}_\nu + a''_\nu U''_\nu) K''_\nu, \\
(\nu = 1, 2, \ldots, n),
\end{gathered} \tag{37}$$

где T_C — кинетическая энергия манипулятора относительно подвижной системы координат $Cxyz$ с ортами $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, $\bar{k}_3$, Q'_ν, Q''_ν — обобщённые неуправляющие силы, в том числе переносные силы инерции и силы тяжести элементов манипулятора, C'_ν, C''_ν — коэффициенты сопротивления на валу двигателей, K'_ν, K''_ν — передаточные числа редукторов, a'_ν, a''_ν — коэффициенты пропорциональности между управляющими моментами двигателей и управляющими сигналами U'_ν, U''_ν.

Кинетическая энергия манипулятора имеет вид:

$$T = \frac{1}{2}\dot{\bar{\varphi}}^T A(\bar{\varphi})\dot{\bar{\varphi}}, \tag{38}$$

где $A(\bar{\varphi})$ — симметричная определённо положительная матрица $(2n \times 2n)$, $\bar{\varphi}$ — $2n$-мерный вектор обобщённых координат φ_ν, S_ν $(\nu = 1, 2, \ldots, n)$.

Систему уравнений (37) можно привести к виду:

$$A\ddot{\bar{\varphi}} = f(\bar{\varphi}, \dot{\bar{\varphi}}, t) + BU, \tag{39}$$

где B — матрица $(2n \times k)$ распределения k-мерного вектора управления U между $2n$ уравнениями системы (37), $k \leqslant 2n$, f — вектор неуправляющих сил, в том числе возмущающих сил и сил инерции.

3.4. Построение выражения программного многообразия

Дифференцируя (36) по времени, получим

$$\dot{\bar{L}}(t) = \sum_{\nu=1}^{n}(\dot{\bar{l}}_\nu + \dot{\bar{S}}_\nu). \tag{40}$$

Представим векторы $\bar{l}_\nu, \bar{S}_\nu$ в виде $\bar{l}_\nu = l_\nu \bar{i}_\nu$, $\bar{S}_\nu = S_\nu(t)\bar{j}_\nu$, где $\bar{i}_\nu$, $\bar{j}_\nu$ — орты векторов $\bar{l}_\nu$, $\bar{S}_\nu$. Учитывая, что $l_\nu = |\bar{l}_\nu| = \mathrm{const}$, получим

$$\dot{\bar{l}}_\nu = l_\nu \dot{\bar{i}}_\nu, \quad \dot{\bar{S}}_\nu = \dot{S}_\nu \bar{j}_\nu + S_\nu \dot{\bar{j}}_\nu. \tag{41}$$

Воспользуемся формулами Пуассона

$$\dot{\bar{i}}_\nu = \sum_{\eta=1}^{\nu} \bar{\omega}_\eta \times \bar{i}_\nu, \quad \dot{\bar{j}}_\nu = \sum_{\eta=1}^{\nu} \bar{\omega}_\eta \times \bar{j}_\nu. \tag{42}$$

Подставляя в (42) $\bar{\omega}_\eta = \dot{\varphi}_\eta \bar{k}_\eta^0$, где $\bar{k}_\eta^0$ — орты векторов $\bar{\omega}_\eta$, получим

$$\dot{\bar{i}}_\nu = \sum_{\eta=1}^{\nu}(\bar{k}_\eta^0 \times \bar{i}_\nu)\dot{\varphi}_\eta, \quad \dot{\bar{j}}_\nu = \sum_{\eta=1}^{\nu}(\bar{k}_\eta^0 \times \bar{j}_\nu)\dot{\varphi}_\eta. \tag{43}$$

Теперь подставим (43) в (41), а затем (41) в (40). Тогда (40) примет следующий вид:

$$\dot{\bar{L}} = \sum_{\nu=1}^{n}\left\{\left[\bar{k}_\eta^0 \times \sum_{\eta=1}^{\nu}(\bar{l}_\eta + \bar{S}_\eta)\right]\dot{\varphi}_\eta + \dot{S}_\nu \bar{j}_\nu\right\}. \tag{44}$$

Потребуем, чтобы проекции вектора $\dot{\bar{L}}$ на оси с ортами $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$ были равны нулю:

$$\dot{\bar{L}} \cdot \bar{k}_1 = 0, \quad \dot{\bar{L}} \cdot \bar{k}_2 = 0, \tag{45}$$

а проекция на ось с ортом $\bar{k}_3$ изменялась по закону

$$V = V_0 - \frac{V_0^2}{2S_0}t,$$

где S_0 — расстояние между точками O и C_0 в начальный момент времени t_2, V_0 — начальное значение скорости сближения точки O_e с точкой C_0.

Заметим, что отсчёт времени t ведётся, начиная с момента t_2, то есть $t \geqslant t_2$, где t_2 — момент времени совпадения точек O_0 и O. Следовательно, к условиям (45) присоединяется условие

$$\dot{\bar{L}} \cdot \bar{k}_3 = V_0 - \frac{V_0^2}{2S_0}t. \tag{46}$$

Условия (45) и (46) после замены $\dot{\bar{L}}$ правой частью (44) представим в виде

$$\Omega\dot{\bar{\varphi}} = \bar{C}, \tag{47}$$

где Ω — прямоугольная матрица-строка $(3 \times 2n)$ с элементами

$$\Omega_{1\nu} = \left[\bar{k}_\nu^0 \times \sum_{\eta=1}^{\nu} (\bar{l}_\eta + \bar{S}_\eta)\right] \cdot \bar{k}_1 + (\bar{j}_\nu \cdot \bar{k}_1),\ \Omega_{2\nu} = \left[\bar{k}_\nu^0 \times \sum_{\eta=1}^{\nu} (\bar{l}_\eta + \bar{S}_\eta)\right] \cdot \bar{k}_2 + (\bar{j}_\nu \cdot \bar{k}_2),$$
$$\Omega_{3\nu} = \left[\bar{k}_\nu^0 \times \sum_{\eta=1}^{\nu} (\bar{l}_\eta + \bar{S}_\eta)\right] \cdot \bar{k}_3 + (\bar{j}_\nu \cdot \bar{k}_3), \quad (\nu = 1, 2, \ldots, 2n), \tag{48}$$

$\dot{\bar{\varphi}}$ — $2n$-мерный вектор-столбец с элементами $\dot{\bar{\varphi}}_\nu$, $\bar{C}$ — трёхмерный вектор-столбец $\bar{C}^T(0, 0, C_3)$,

$$C_3 = V_0 - \frac{V_0^2}{2S_0} t. \tag{49}$$

Таким образом, искомое программное многообразие выражается в виде (47).

3.5. Построение вектора управления манипулятором

Представим (47) в виде

$$\dot{\bar{\omega}} = \Omega \dot{\bar{\varphi}} - \bar{C}. \tag{50}$$

Задача заключается в построении вектора управления манипулятором так, чтобы центр O_e схвата манипулятора, начиная движение с начальной скоростью V_0 от точки O, пришёл в точку C_0 с нулевой скоростью относительно точки C_0, то есть в момент совпадения точек O_e и C_0 абсолютные скорости этих точек должны быть одинаковы. При этом встреча точек O_e и C_0 произойдёт без удара. Для этого вектор управления U в (39) необходимо построить так, чтобы вектор $\dot{\bar{\omega}}$ в (50) обратился в нуль за конечный промежуток времени при любых непрерывных и ограниченных значениях неуправляющих сил $f(\bar{\varphi}, \dot{\bar{\varphi}}, t)$ в (39).

Для решения такой задачи продифференцируем (50) по t и получим:

$$\Omega \ddot{\bar{\varphi}} = \ddot{\bar{\omega}} - \dot{\Omega} \dot{\bar{\varphi}} + \dot{\bar{C}}. \tag{51}$$

Определим решение трёх уравнений (51) относительно $2n$ элементов вектора $\ddot{\bar{\varphi}}$. Для этого ищем $\ddot{\bar{\varphi}}$ в виде

$$\ddot{\bar{\varphi}} = \Omega^T \lambda, \tag{52}$$

где λ — искомый трёхмерный вектор.

Подставляя (52) в (51), получим $(\Omega\Omega^T)\lambda = \ddot{\bar{\omega}} - \dot{\Omega}\dot{\bar{\varphi}} + \dot{\bar{C}}$. Отсюда

$$\lambda = \left(\Omega\Omega^T\right)^{-1} (\ddot{\bar{\omega}} - \dot{\Omega}\dot{\bar{\varphi}} + \dot{\bar{C}}). \tag{53}$$

Теперь, определяя $\ddot{\bar{\varphi}}$ из (39) в виде $\ddot{\bar{\varphi}} = A^{-1}BU + A^{-1}f$ и подставляя в левую часть (52), получим

$$A^{-1}BU = \Omega^T \left(\Omega\Omega^T\right)^{-1} \ddot{\bar{\omega}} + X, \tag{54}$$

где X — члены, не содержащие $\ddot{\bar{\varphi}}$ и U.

Умножая (54) на Ω, получим $\ddot{\bar{\omega}} = \Omega A^{-1}BU - \Omega X$. Теперь, скалярно умножая на $\dot{\bar{\omega}}$, получим $\dot{\bar{\omega}}^T \ddot{\bar{\omega}} = \dot{\bar{\omega}}^T \Omega A^{-1}BU - \dot{\bar{\omega}}^T \Omega X$. Отсюда

$$\frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}\dot{\bar{\omega}}^2}{\mathrm{d}t} = \dot{\bar{\omega}}^T \Omega A^{-1}BU - \dot{\bar{\omega}}^T \Omega X. \tag{55}$$

Выберем значение $\Omega A^{-1}BU$ в первом члене правой части кусочно-постоянным в виде

$$\Omega A^{-1}BU = -(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N, \tag{56}$$

где $\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}}$ — диагональная матрица с элементами $\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}}_i$ $(i = 1, 2, 3)$, N — трёхмерный вектор с постоянными положительными элементами

$$N_i \geqslant \delta_i + |\Omega X|_i, \quad (i = 1, 2, 3), \tag{57}$$

где δ_i — отличные от нуля заданные положительные постоянные, $|\Omega X|_i$ — абсолютные значения элементов трёхмерного вектора ΩX.

Предположим, что размерность вектора U не меньше трёх. Тогда значение $A^{-1}BU$ в левой части (56) можно искать в виде

$$A^{-1}BU = \Omega^T\tilde{\lambda}. \tag{58}$$

Подставляя в (56), получим $(\Omega\Omega^T)\tilde{\lambda} = -(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$. Отсюда $\tilde{\lambda} = -\left(\Omega\Omega^T\right)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$.

Подставляя в (58), получим $A^{-1}BU = -\Omega^T\left(\Omega\Omega^T\right)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$. Умножая на A, получим $BU = -A\Omega^T\left(\Omega\Omega^T\right)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N$. Умножая на B^T, получим

$$U = -\left(B^TB\right)^{-1}B^TA\Omega^T\left(\Omega\Omega^T\right)^{-1}(\mathrm{sign}\dot{\tilde{\omega}})N.$$

4. Заключение

Построены аналитические выражения главного вектора и главного момента сил, управляющих движением мобильного робота, оснащённого многозвенным манипулятором. При этих управляющих силах достигается движение робота по принципу пропорциональной навигации при погоне за непредсказуемо движущимся объектом. При этом точка крепления манипулятора к корпусу робота в конечный промежуток времени приводится в точку, находящуюся от преследуемого объекта на расстоянии досягаемости цели схватом манипулятора, чтобы избежать удара при контакте схвата с захватываемым объектом. Построены соответствующие аналитические выражения сил и моментов управления поступательно и вращательно движущимися друг относительно друга звеньями манипулятора. При решении этой задачи используется лишь информация о расстоянии между схватом манипулятора и преследуемым объектом, благодаря применению методов, предложенных в работах [2–4]. Решение получено без использования информации о характере неуправляющих сил, в том числе возмущающих сил и сил инерции.

Литература

1. *Кан В. Л., Кельзон А. С.* Теория пропорциональной навигации. — Л.: Судостроение, 1965. — 423 с.
2. *Пятницкий Е. С.* Принцип декомпозиции в управлении механическими системами // Доклады АН СССР. — 1988. — Т. 300, № 2. — С. 300–303.
3. *Мухаметзянов И. А.* Самонастраиваемое управление процессом безударного приведения состояния механических систем в заданное многообразие // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. — 2013. — № 3. — С. 105–112.
4. *Мухаметзянов И. А., Чекмарёва О. И.* Самонастраиваемое управление процессом безударной стыковки двух подвижных объектов // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. — 2013. — № 4. — С. 154–160.

5. *Мухаметзянов И. А., Мухарлямов Р. Г.* Уравнения программных движений манипуляционных систем. — М.: Изд-во РУДН, 1989. — 60 с.

UDC 531.31:62-56
DOI: 10.22363/2312-9735-2017-25-2-170-181

Control over the Process of Unstressed Capture of Unpredictably Moving Target by the Robotic Arm

I. A. Mukhametzyanov, O. I. Chekmaryova

Department of Theoretical Physics and Mechanics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho–Maklaya str., Moscow, Russia, 117198

An algorithm is constructed for controlling a non-impact capture of unpredictably moving target by the robotic arm. Capture is performed in a finite time. The solution is obtained without the use of the information on the non-control forces, including the disturbing forces and forces of inertia.

The object is achieved in four stages. First, the principal vector of the forces is obtained, which provides movement of the center of mass of the robot body in the mode of persecution on the basis of proportional navigation in the pursuit of the object. Second, the principal moment of the forces about the center of mass of the body is obtained, which provides bringing of the one of the principal central axes of inertia of the moving coordinate system associated with the robot's body, in a position coinciding with the line of sight. Third, an additional driving force is determined, which provides the unstressed bringing of the attachment point of the first link of the arm with a robot body at a distance of "manipulator arm" from the target on the line of sight to provide capture. Fourth, the expression of forces and moments is constructed for the management of the translational and rotational motion of the links of the manipulator relative to each other, allowing bumpless capture of the pursued object.

The self-adjusting method is proposed to automatically select the optimal values of the control. It is carried out by the "principle of feedback on the quasi-acceleration" at discrete points in time. This principle was first proposed by I.A. Mukhametzyanov in an article published in the Bulletin of Peoples' Friendship University series "Mathematics. Information Sciences. Physics", No 3, 2013.

Key words and phrases: robotic arm, self-tuning control, unstressed, final time

References

1. V. L. Kan, A. S. Keljzon, Theory of Proportional Navigation, Sudostroenie, Leningrad, 1965, in Russian.
2. E. S. Pyatnitsky, Principle of Decomposition in the Management of Mechanical Systems, DAN SSSR 300 (2) (1988) 300–303, in Russian.
3. I. A. Mukhametzyanov, Process Self-Adjusting Control of Non-Impact Bringing of the Condition of Mechanics Systems to Given Set, PFUR Bulletin. Series: Mathematics. Information Sciences. Physics (3) (2013) 105–112, in Russian.
4. I. A. Mukhametzyanov, O. I. Chekmaryova, Self-Adjusting Control of Non-Impact Docking of Two Moving Objects, PFUR Bulletin. Series: Mathematics. Information Sciences. Physics (4) (2013) 154–160, in Russian.
5. I. A. Mukhametzyanov, R. G. Mukharlyamov, The Equations of Motion Program of Robotic Systems, PFUR, Moscow, 1989, in Russian.