
УДК 533.9.01

Магнитные острова и удержание заряженных частиц в тороидальных магнитных системах

О. И. Подтурова

*Кафедра прикладной физики
Российский университет дружбы народов
ул. Миклуто-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

Представлены результаты исследования траекторий движения заряженных частиц в тороидальной магнитной конфигурации типа токамак с «магнитными островами». Траектории частиц рассчитаны с помощью трёхмерного численного кода, базирующегося на численном интегрировании точных уравнений движения. Для описания островной магнитной конфигурации использован универсальный подход в терминах функции Гамильтона. Данный подход обобщает традиционное потоковое представление магнитного поля, а также обеспечивает точное выполнение условия соленоидальности.

Для описания магнитной конфигурации с островами используется последовательная процедура, при которой исходная (базовая) магнитная конфигурация выбирается с системой вложенных магнитных поверхностей. При наложении на базовую магнитную конфигурацию малого винтового возмущения происходит расщепление рациональной поверхности, резонансной (по заходности) с наложенным возмущением. В окрестности такой поверхности происходит формирование цепочки магнитных островов. Проведённое исследование движения заряженных частиц показало, что наличие магнитного острова не оказывает качественного влияния на сечение Пуанкаре траектории запертой частицы, имеющей стандартную «банановую» форму, характерную для базовой конфигурации токамака. Что касается пролётной частицы, движущейся преимущественно вдоль силовой линии, то след её траектории в полоидальном сечении имеет островную структуру. Продемонстрировано, что и запертая, и пролётная частицы в своём движении могут пересекать сепаратрису, отделяющую магнитный остров от системы вложенных магнитных поверхностей; при этом пересечение может происходить в любой точке сепаратрисы. Показано, таким образом, что магнитный остров не обладает «барьерными» свойствами и не способен обеспечить улучшенное удержание заряженных частиц.

Ключевые слова: плазма, тороидальные конфигурации, токамак, магнитная поверхность, магнитный остров, гамильтоново описание.

1. Введение

Основные успехи в области управляемого термоядерного синтеза связаны с удержанием горячей плазмы квазистационарными магнитными полями. Системы магнитного удержания подразделяются на замкнутые и открытые конфигурации. В настоящее время наиболее перспективными для осуществления управляемого термоядерного синтеза представляются замкнутые конфигурации, к числу которых относятся токамак и стелларатор, различающиеся способом создания вращательного преобразования — проворота силовых линий магнитного поля вокруг оси плазменного шнура при обходе вдоль этой оси. В токамаке (тороидальная камера с магнитными катушками) основным магнитным полем является тороидальное поле, которое создаётся токами в катушках, охватывающих осесимметричную тороидальную плазму. Однако одним этим полем плазму не удержать. Для стационарного удержания плазмы необходимо устранить тороидальный дрейф заряженных частиц, что как раз и обеспечивается вращательным преобразованием, благодаря присутствию полоидального магнитного поля. В токамаке это поле создаётся, главным образом, током, текущим по самой плазме в тороидальном направлении. Сочетание тороидального и полоидального полей обеспечивает винтовой характер силовых линий магнитного поля в токамаке.

Статья поступила в редакцию 11 июня 2015 г.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 13-02-0064515 и грантом Президента РФ по поддержке ведущих научных школ 3328-2014-2.

В тороидальных конфигурациях магнитные силовые линии формируют систему вложенных магнитных поверхностей. Термин «магнитная поверхность» означает поверхность, образованную лежащими на ней силовыми линиями: при следовании вдоль тора силовая линия вращается и вокруг магнитной оси, покрывая, таким образом, тороидальную поверхность. Магнитные поверхности подразделяются на два типа — рациональные и иррациональные. Рациональные магнитные поверхности образуются замкнутыми силовыми линиями магнитного поля и характеризуются рациональным значением коэффициента запаса устойчивости $q = m/n$, где m и n — число оборотов замкнутой силовой линии вокруг магнитной оси и вокруг главной оси тора соответственно. В случае, когда магнитная силовая линия заполняет всю поверхность, не замыкаясь, формируется иррациональная магнитная поверхность; при этом $q = \lim_{n \rightarrow \infty} m/n$, где m — текущее число оборотов, совершаемых силовой линией вокруг магнитной оси в результате n оборотов вокруг оси тора.

Конфигурации с магнитными поверхностями более устойчивы к возмущениям магнитного поля по сравнению с замкнутыми силовыми линиями [1]. Малые статические возмущения магнитного поля приводят лишь к небольшим сдвигам и деформациям иррациональных магнитных поверхностей, тогда как рациональные поверхности расщепляются. Это расщепление приводит к образованию новой структуры — магнитных островов, представляющих собой собственную систему локально-вложенных поверхностей вокруг исходной замкнутой силовой линии. Размер этих островов зависит от магнитного шира (перекрещенности магнитных силовых линий на соседних поверхностях) и давления плазмы. С увеличением давления увеличивается размер острова, и в этом смысле рост острова может ограничивать давление удерживаемой плазмы в системе [2].

Однако роль островов может быть не только негативной. В токамаках известны режимы улучшенного удержания. Впервые такой режим был обнаружен на немецком токамаке ASDEX в 1982 году [3] и позднее достигнут практически на всех крупных установках. В режиме улучшенного удержания формируется локализованный вблизи границы плазмы транспортный барьер — относительно узкая в радиальном направлении зона, в которой наблюдается значительное изменение значений параметров плазмы. В рамках диффузионной теории описания процессов переноса это означает снижение эффективных транспортных коэффициентов, отсюда и сам термин «транспортный барьер». Позднее были получены внутренние транспортные барьеры, формирующиеся во внутренней области токамака и также улучшающие удержание плазмы. Образование внутренних транспортных барьеров обычно наблюдается вблизи рациональных магнитных поверхностей, то есть именно там, где формируются магнитные острова (см., например, [4]). Поэтому возникает естественный вопрос, обладают ли магнитные острова способностью к локализации траекторий заряженных частиц и, как следствие, к обеспечению улучшенного удержания плазмы.

Исследование траекторий заряженных частиц имеет большое значение для определения пригодности магнитной конфигурации как магнитной ловушки. Заметим, что в отсутствие столкновений осесимметричный токамак является идеальной ловушкой: в достаточно «толстой плазме» частица, стартующая из любой точки под любым углом к направлению магнитного поля, будет бесконечно долго двигаться в локальной области пространства. Столкновения приводят к изменению траекторий, поэтому от характера траекторий в значительной степени зависят и функция распределения удерживаемых частиц, и транспортные коэффициенты, определяющие скорость потерь частиц и энергии из такой конфигурации. Кроме того, свойственная таким функциям распределения неравновесность, то есть отклонение от максвелловского распределения, предопределяет возможность развития некоторых кинетических неустойчивостей, примером которых может служить неустойчивость на запертых частицах.

В настоящее время анализу траекторий заряженных частиц в токамаке посвящено довольно много работ. Впервые важность разделения частиц в токамаке на «запертые» и «пролётные» была выявлена в классической работе [5]. До этой

работы считалось, что в магнитных конфигурациях с вложенными магнитными поверхностями частицы движутся приблизительно вдоль силовых линий. Действительно, отклонение траекторий движения заряженных частиц от силовых линий и, следовательно, от магнитных поверхностей токамака из-за различных дрейфов относительно невелико. Однако в силу неоднородности магнитного поля вдоль силовой линии продольная, то есть направленная вдоль силовой линии, скорость частицы не постоянна по величине и может даже менять знак. Частица, имеющая точки поворота при движении вдоль тора, называется запертой, тогда как частица, облетающая весь тор, — пролётной. Проекция траектории запертой частицы на полоидальное сечение токамака, то есть на сечение плоскостью, проходящей через ось симметрии тора, качественно отличается от проекции траектории пролётной частицы. Последняя близка к форме сечения магнитной поверхности, тогда как траектория запертой частицы имеет форму банана, почему её ещё называют банановой. Именно на особенностях таких траекторий построена так называемая неоклассическая теория процессов переноса [6], отличие которой от классической (локально диффузионной) заключается в следующем. В сильном магнитном поле частица отклоняется от магнитной силовой линии на малую (по сравнению с поперечным размером плазмы) величину ларморовского радиуса $\rho_L = v_{\perp} mc / ZeB$, где v_{\perp} , Z и m — скорость поперёк магнитного поля, зарядовое число и масса частицы, соответственно, e — элементарный заряд, B — модуль магнитного поля, c — скорость света в вакууме. Поэтому в результате столкновений характерное смещение частицы в направлении поперёк магнитного поля — диаметр ларморовской окружности (речь идёт об усреднённом смещении на временах, превышающих период циклотронного вращения частицы). Однако в режиме редких столкновений, характерном для высокотемпературной плазмы, на временах масштаба характерного времени пролёта траектории запертая частица при движении вдоль тора смещается поперёк поля на расстояние, равное ширине банановой орбиты, которую можно оценить как удвоенный ларморовский радиус, рассчитанный по полоидальному магнитному полю $B_P \ll B$. Соответственно, коэффициент такой «неоклассической» диффузии должен быть в $(B/B_P)^2$ больше. Пролётные же частицы существенного вклада в неоклассические процессы переноса не вносят.

Вносят ли магнитные острова качественные или количественные изменения в указанную картину, — это до сих пор детально не обсуждалось, возможно, из-за необходимости трёхмерного описания (нарушения осевой симметрии) магнитной конфигурации и — тем более — траекторий частиц. Настоящая работа как раз и посвящена выявлению особенностей траекторий движения заряженных частиц в токамаке с магнитными островами, а именно проверке «барьерных» возможностей магнитного острова, т. е. возможностей радиальной локализации траекторий движения заряженных частиц в токамаке с островной структурой магнитного поля.

2. Описание магнитной конфигурации с островами

2.1. Гамильтоново описание магнитного поля

Для описания магнитной конфигурации токамака будем использовать общее представление магнитного поля в терминах функции Гамильтона [7]. Согласно этому представлению индукция произвольного магнитного поля может быть записана в виде:

$$2\pi\mathbf{B} = [\nabla\Phi \times \nabla\theta] + [\nabla\Psi \times \nabla\varphi], \quad (1)$$

где θ — полоидальный угол, φ — тороидальный угол, Φ — функция тороидального магнитного потока, Ψ — функция полоидального магнитного потока. В отличие от токамака со вложенными магнитными поверхностями, в котором тороидальный и полоидальный потоки являются функциями магнитных поверхностей, в произвольной конфигурации $\Phi \neq \Phi(\Psi)$ и может зависеть от угловых переменных

θ и φ . Это обстоятельство делает пригодной формулу (1) для описания магнитного поля любой пространственной геометрии. Уравнения магнитных силовых линий могут быть записаны в следующей форме:

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \theta}{\mathbf{B} \cdot \nabla \varphi} = - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} \right)_{\theta, \varphi = \text{const}}, \quad \frac{d\Phi}{d\varphi} = \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \Phi}{\mathbf{B} \cdot \nabla \varphi} = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)_{\Phi, \varphi = \text{const}}. \quad (2)$$

Система уравнений (2) имеет вид канонических уравнений Гамильтона, описывающих эволюцию во «времени» φ «динамической» системы с гамильтонианом $H = -\Psi$. Канонически сопряжёнными переменными здесь являются «импульс» Φ и «координата» θ .

2.2. Выбор поверхностных функций

Используем вышеприведённое гамильтоново представление (1) магнитного поля для описания островной магнитной конфигурации. Функцию Φ выберем таким образом, чтобы геометрия магнитного поля обеспечивала радиальную зависимость модуля индукции магнитного поля вида $B \sim 1/r$, где r — расстояние от геометрической оси тора [8]:

$$\Phi = \frac{\rho^2}{2} \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho \cos \theta}{R} \right). \quad (3)$$

Здесь $r = R + \rho \cos \theta$, R — большой радиус токамака, ρ — радиус, отсчитываемый от магнитной оси. Функцию полоидального магнитного потока Ψ запишем в следующем виде:

$$\Psi = - \frac{\Phi}{q_0^{1/2} (q_0^{1/2} + s\Phi)} + F(\Phi) A_{3/2} \cos(2\varphi - 3\theta). \quad (4)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (4) соответствует магнитной конфигурации с вложенными магнитными поверхностями и с коэффициентом запаса устойчивости $q = (q_0^{1/2} + s\Phi)^2$, где q_0 — значение коэффициента запаса устойчивости на оси и s — варьируемый коэффициент, определяющий профиль коэффициента запаса устойчивости в невозмущённой магнитной конфигурации. В присутствии одного винтового возмущения, как в нашем случае, рациональная магнитная поверхность, на которой угол вращательного преобразования отвечает заходности возмущения и поэтому находится в резонансе с этим возмущением, расщепляется с образованием цепочки магнитных островов. Коэффициент $A_{3/2}$ в выражении (4) определяет амплитуду резонансного винтового возмущения с $m = 3$ и $n = 2$ — номерами полоидальной и тороидальной гармоник винтового возмущения соответственно, а функция $F(\Phi)$ задаёт радиальную зависимость возмущения.

2.3. Сечение Пуанкаре магнитной конфигурации

Рассмотрим сечения Пуанкаре, то есть совокупность точек, образующихся от пересечения силовых линий магнитного поля рассматриваемой конфигурации с плоскостью $\varphi = \text{const}$.

Построим сечения Пуанкаре магнитной конфигурации, заданной с помощью функций Φ (3) и Ψ (4). В данной конфигурации амплитуда возмущения $A_{3/2}$ регулирует размер острова. Профиль коэффициента запаса устойчивости невозмущённой системы ($A_{3/2} = 0$) и, соответственно, положение рациональных магнитных поверхностей можно варьировать за счёт изменения параметра s .

На рис. 1 представлена зависимость коэффициента запаса устойчивости от радиальной координаты ρ , нормированной на малый радиус токамака, при $q_0 = 1$ и значениях $s = 0,5, 2$ и 4 . Значение $\rho = 0$ соответствует магнитной оси, $\rho = 1$ — границе плазмы.

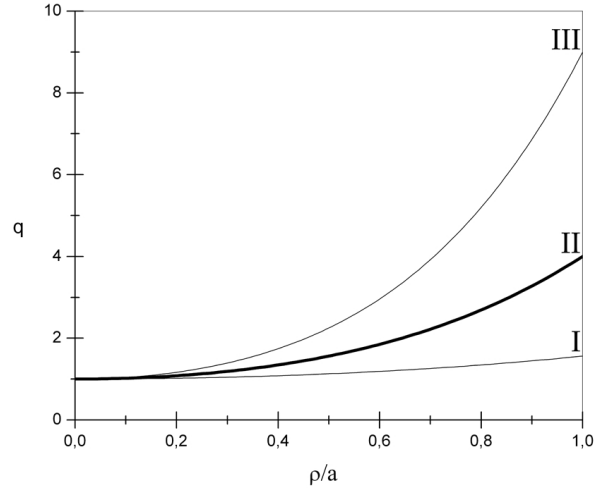


Рис. 1. Зависимость коэффициента запаса устойчивости от расстояния от магнитной оси при разных значениях s : I — $s = 0,5$; II — $s = 2$; III — $s = 4$.
Здесь $q_0 = 1$, $\theta = \pi/2$

На рис. 2а показано сечение Пуанкаре для невозмущённой магнитной конфигурации, представляющей собой систему вложенных магнитных поверхностей, с $s = 2$: $q = 4$ на краю. При наложении на такую конфигурацию резонансного возмущения с $m = 3$ и $n = 2$ происходит расщепление соответствующей рациональной поверхности с $q = 3/2$ с образованием цепочки островов.

На рис. 2б–2г представлены сечения Пуанкаре возмущённой конфигурации (4) с $F(\Phi) = \Phi(1 - 2\Phi)$ при значениях амплитуды $A_{3/2} = 0,003, 0,01$ и $0,04$ соответственно. Данный выбор функции F обеспечивает зануление возмущения на оси системы и на границе плазмы. Можно заметить, что с ростом амплитуды возмущения размер острова увеличивается.

Дальнейший анализ влияния островов на движение заряженных частиц проведён для магнитной конфигурации, изображённой на рис. 2в.

3. Движение заряженных частиц

Основная трудность численного моделирования движения заряженных частиц в электромагнитном поле трёхмерной геометрии заключается в присутствии существенно различных пространственных и временных масштабов, определяющих траектории. Для геометрии токамака можно выделить три характерных масштаба: быстрое циклотронное вращение с характерным временем $\sim \omega_B^{-1}$, где циклотронная частота $\omega_B = ZeB/mc$, и размером порядка ларморовского радиуса ρ_L , движение вдоль «банановой» орбиты, характерное для запертых частиц, меняющих знак скорости на траектории, и, наконец, медленную прецессию такой орбиты.

Из электродинамики известно, что в однородном стационарном магнитном поле траектория движения заряженной частицы представляет собой спираль; при этом ведущий центр частицы движется с постоянной скоростью вдоль магнитного поля. В тороидальной системе типа токамак движение ведущего центра частицы складывается из перемещения вдоль силовой линии и дрейфа, обусловленного

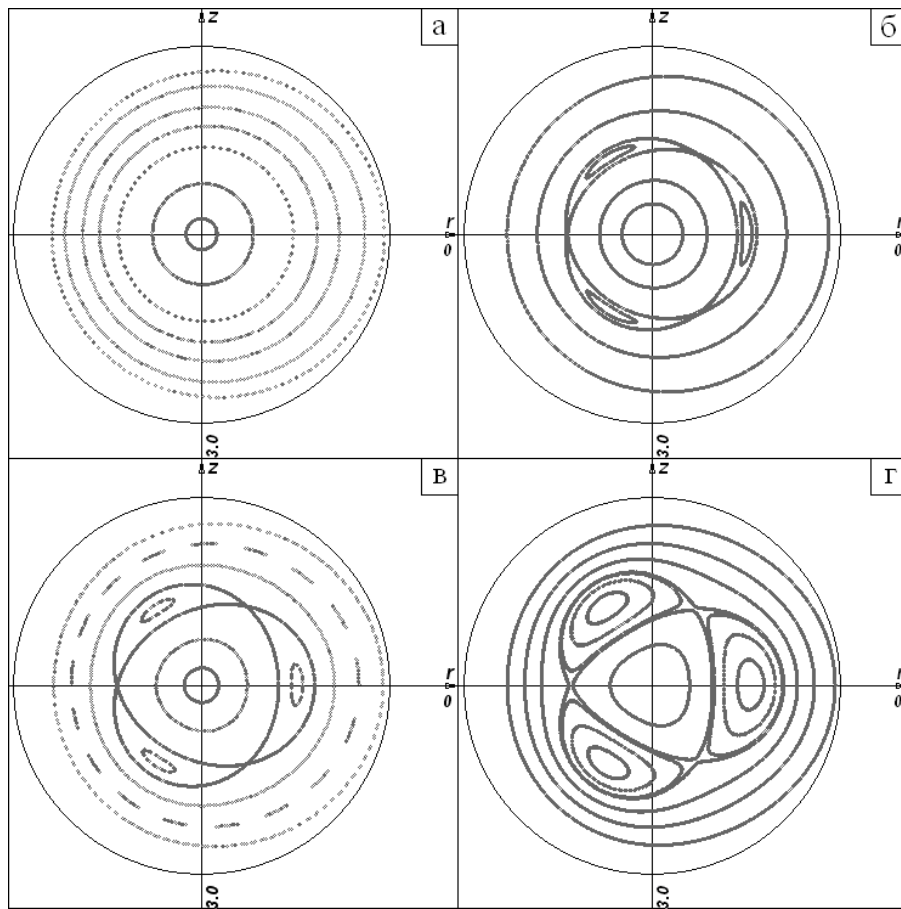


Рис. 2. Сечения Пуанкаре магнитной конфигурации с островами $\varphi = \pi/2$, $F(\Phi) = \Phi(1 - 2\Phi)$: (а) — $A_{3/2} = 0,0$; (б) — $A_{3/2} = 0,003$; (в) — $A_{3/2} = 0,01$; (г) — $A_{3/2} = 0,04$.

неоднородностью магнитного поля. Напряжённость поля больше на тех участках силовых линий, которые находятся ближе к центру системы и меньше на периферии при больших радиусах. Можно сказать, что мы имеем здесь своеобразный аналог пробкотрона. А это означает, что частицы, имеющие недостаточно высокую продольную скорость, будут отражаться от пробок на внутреннем обводе тора — это и есть упомянутые выше запертые частицы. Частицы, свободно перемещающиеся по тору вдоль винтовых силовых линий магнитного поля, получили название пролётных.

Значительное различие в характерных частотах циклотронного вращения и движения вдоль силовых линий позволяет использовать метод разделения движений по аналогии с методом Ван-дер-Поля. В физике плазмы такой подход принято называть дрейфовой теорией [9]. Применение дрейфовой теории позволяет исключить из рассмотрения быстрое ларморовское вращение частицы и следить лишь за медленной динамикой её дрейфового центра, что значительно упрощает расчёты, а в некоторых случаях даже позволяет решить задачу аналитически.

Тем не менее, при изучении вопроса о возможности прохождения заряженной частицы сквозь магнитный остров использование такого подхода не вполне эффективно, поскольку в отличие от дрейфового центра частица может попадать в остров, тогда как дрейфовый центр остаётся снаружи и наоборот. Особенно важно учитывать конечность ларморовского радиуса, если его величина достигает значений, сравнимых с шириной острова, поскольку в этом случае частица может

«не чувствовать» наличие острова. Вот почему в данной работе траектории частиц были рассчитаны с помощью трёхмерного численного кода EPTrajectory [10], базирующегося на численном интегрировании точных уравнений движения. Этот код совмещает расчёт и визуализацию сечений Пуанкаре силовых линий магнитного поля и *точных* трёхмерных траекторий движения заряженных частиц.

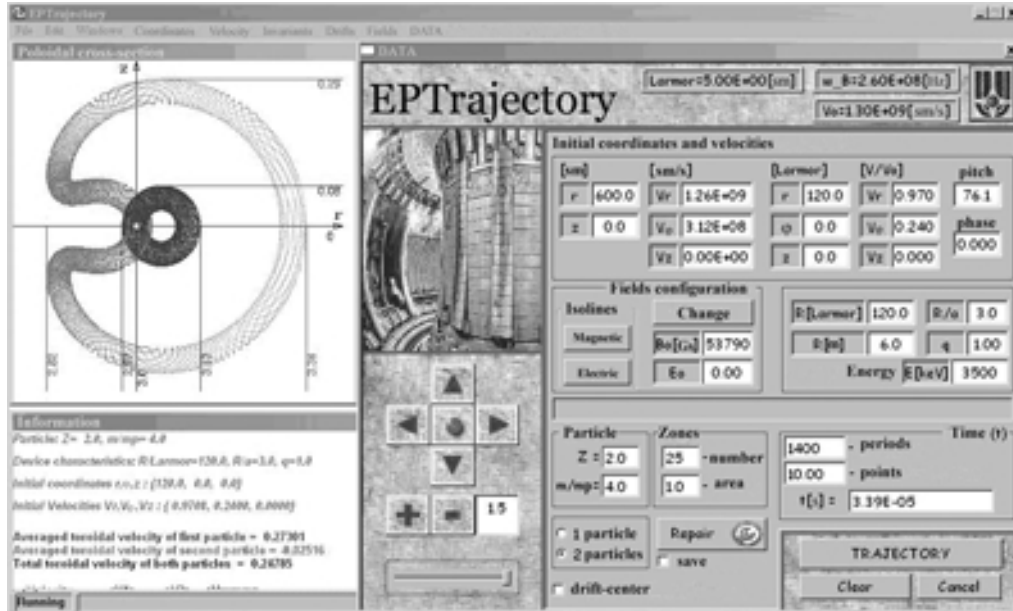


Рис. 3. Интерфейс кода EPTrajectory

Интерфейс кода EPTrajectory представлен на рис. 3. В качестве исходных данных для расчёта траекторий выступают три проекции координаты $\{r, \varphi, z\}$ и три проекции скорости $\{v_r, v_\varphi, v_z\}$ в цилиндрической системе координат. В качестве альтернативы направление скорости может быть задано по начальному питч-углу частицы (углу между вектором скорости и вектором, касательным к магнитной силовой линии в точке старта) и начальной фазе ларморовского вращения. Входными параметрами задачи также служат большой радиус токамака R , аспектное отношение установки $A = R/a$, где a — малый радиус токамака, поле на магнитной оси B_a , энергия, заряд и масса частицы, значение коэффициента запаса устойчивости в центре плазменного шнура. В расчётной процедуре кода решаются безразмерные уравнения движения, расстояние в которых нормировано на ларморовский радиус, время — на обратную циклотронную частоту, а скорость — на тепловую скорость частиц.

Сечения Пуанкаре или фазовые портреты магнитных силовых линий гамильтониана (4) рассчитываются путём численной трассировки уравнений (2).

4. Результаты численных расчётов

Для изучения влияния магнитного острова на траекторное движение заряженной частицы были построены полоидальные сечения Пуанкаре траекторий, т. е. совокупность точек пересечения траектории частицы с выбранной плоскостью $\varphi = \text{const}$. Это сечение сопоставлялось с аналогичным сечением, рассчитанным для базовой магнитной конфигурации (т. е. в отсутствие островов), и с сечением Пуанкаре самой возмущённой магнитной конфигурации (т. е. построенным по пересечениям силовых линий с данной плоскостью) — см. рис. 4. Частицы выпускались из центра острова, при этом варьировались их энергия и значение

стартового питч-угла. Для определённости рассчитывались траектории протонов с энергией 3 кэВ в исследуемой магнитной конфигурации с величиной индукции магнитного поля на магнитной оси $B_a = 2$ Тл, $R/a = 3$.

На рис. 4а–4б начальное положение частицы в центре острова отмечено точкой 1; сечение Пуанкаре возмущённой магнитной конфигурации показано серым цветом; точками 2 показан след траектории частицы в островной конфигурации, а сплошной линией 3 — след траектории частицы в конфигурации без острова.

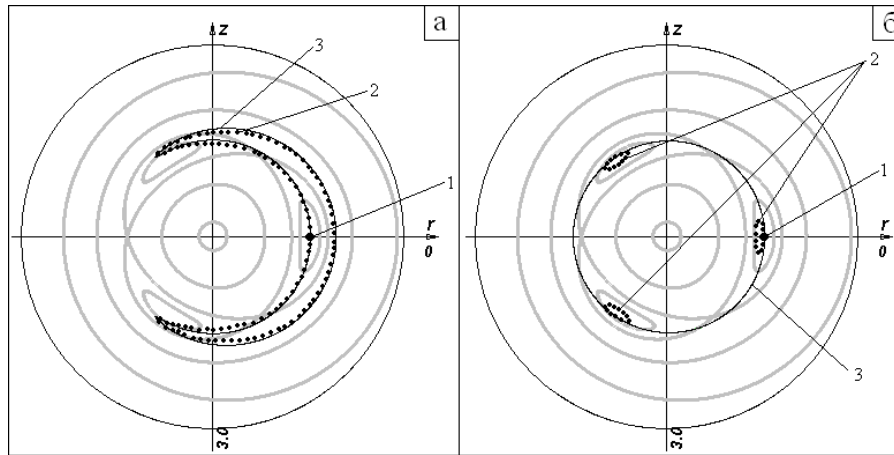


Рис. 4. Типичные сечения Пуанкаре траекторий заряженных частиц (а) запертой и (б) пролётной. Точкой 1 показано начальное положение частицы; точками 2 — сечения в островной магнитной конфигурации; сплошными линиями 3 — сечения в базовой магнитной конфигурации вложенных магнитных поверхностей

Из этих рисунков видно, что даже для малых значений энергии частиц, когда ширина острова в радиальном (по малому радиусу) направлении сопоставима с характерной шириной «банановой» орбиты, сечение Пуанкаре траектории запертой частицы имеет вид обычной банановой траектории, как и в токамаке со вложенными магнитными поверхностями — см. рис. 4а. Таким образом, наличие магнитного острова не оказывает качественного влияния на вид орбиты запертой частицы.

След траектории пролётной частицы имеет островную структуру, тем самым заметно отличаясь от орбиты пролётной частицы в конфигурации вложенных магнитных поверхностей — см. рис. 4б. Различное воздействие островной структуры магнитного поля на траектории пролётных и запертых частиц объясняется спецификой их движения. Запертая частица «прослеживает» лишь небольшой участок силовой линии магнитного поля, меняя направление движения при отражении от магнитных пробок. Пролётная частица, напротив, движется преимущественно вдоль силовой линии, отклоняясь от неё лишь в меру градиентного дрейфа и конечного ларморовского радиуса; тем самым успевая «почувствовать» её интегральный ход. Поэтому неудивительно, что именно сечение Пуанкаре для траекторий пролётных частиц напоминает такое сечение для магнитных силовых линий.

Ниже рассматривается возможность прохождения частицы сквозь границу магнитного острова. Выполнены расчёты, в которых частица выпускается снаружи магнитного острова вблизи его сепаратрисы. В различных полоидальных сечениях токамака текущее положение частицы сравнивается с положением сепаратрисы острова в этом же полоидальном сечении. Если в каком-либо сечении траектория частицы и сепаратриса пересекаются, делается вывод о возможности прохождения частицей границы острова.

4.1. Запертые частицы

Выпустим запертую частицу с заданными энергией и стартовым питч-углом снаружи магнитного острова вблизи его X -точки, характеризуемой нулевым значением полоидальной компоненты магнитного поля (см. рис. 5а), и проследим дальнейшее изменение её положения относительно сепаратрисы. Для этого последовательно построим сечения Пуанкаре сепаратрисы магнитного острова в плоскостях $\varphi = \varphi_1, \dots, \varphi_n$ и в этих же плоскостях отметим точку, отвечающую текущему положению частицы — см. рис. 5а–5г. Здесь серым цветом показано сечение Пуанкаре возмущённой магнитной конфигурации для текущего значения φ , чёрная линия соответствует проекции траектории частицы на начальное полоидальное сечение, выколота точка соответствует начальному положению частицы, чёрная точка — текущему положению частицы.

Из рис. 5 видно, что при некотором значении тороидального угла запертая частица, отклоняясь за счёт градиентного дрейфа внутрь от стартовой магнитной поверхности, пересекает сепаратрису, отделяющую магнитный остров от системы вложенных магнитных поверхностей.

Аналогичным образом ведёт себя запертая частица, стартующая снаружи магнитного острова вблизи его O -точки.

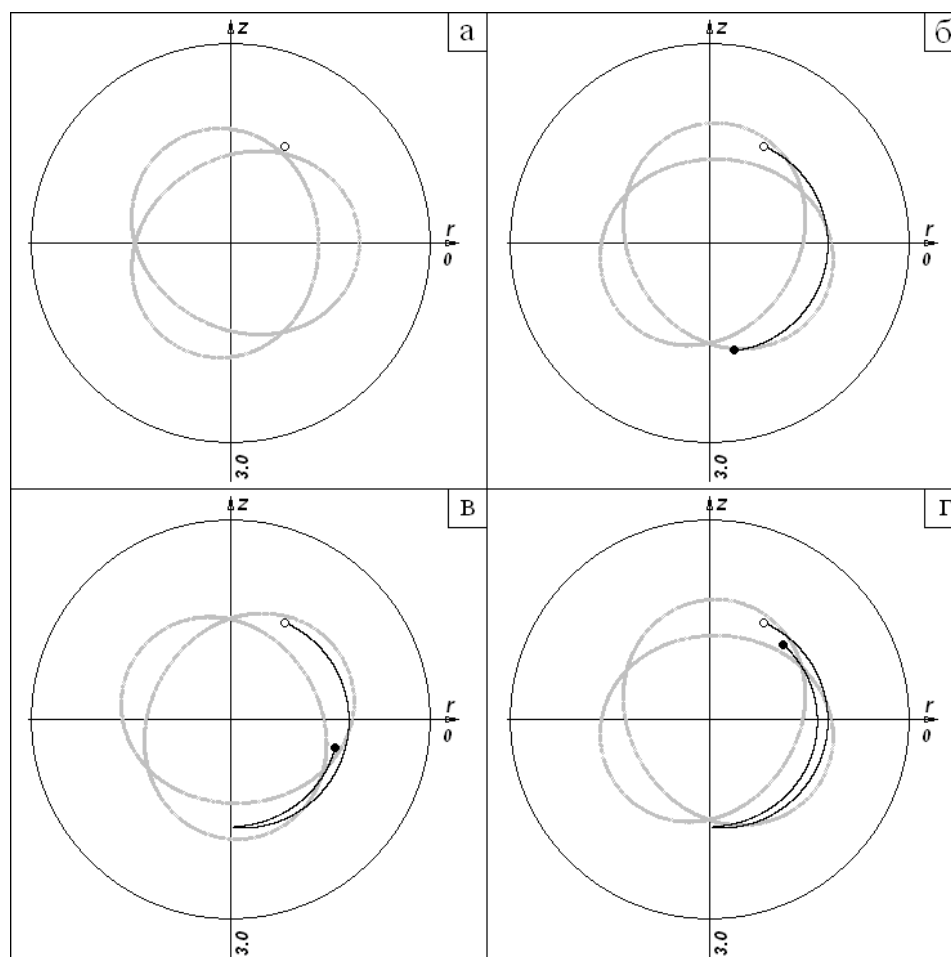


Рис. 5. Прохождение запертой частицы сквозь границу магнитного острова. Сечения (а) — $\varphi = 90^\circ$, (б) — $\varphi = -136,6^\circ$, (в) — $\varphi = -44,1^\circ$, (г) — $\varphi = 43,6^\circ$

На графике, изображённом на рис. 6, по оси ординат отложено значение радиальной координаты (расстояния от магнитной оси), а по оси абсцисс — последовательные значения тороидального угла, взятые вдоль траектории движения заряженной частицы с шагом $\approx 23^\circ$. Сплошными линиями 1 и 2 обозначены координаты сепаратрисы. Смыкание линий 1 и 2 в начальной точке соответствует X -точке магнитного острова. Пунктирными линиями 3, 4 и 5 показаны радиальные смещения траекторий трёх запертых частиц, выпущенных снаружи магнитного острова вблизи его X -точки с различными значениями стартового питч-угла. Из рисунка видно, что для всех трёх траекторий при некотором значении φ их радиальная координата становится меньше радиальной координаты сепаратрисы, что означает проникновение заряженных частиц в остров.

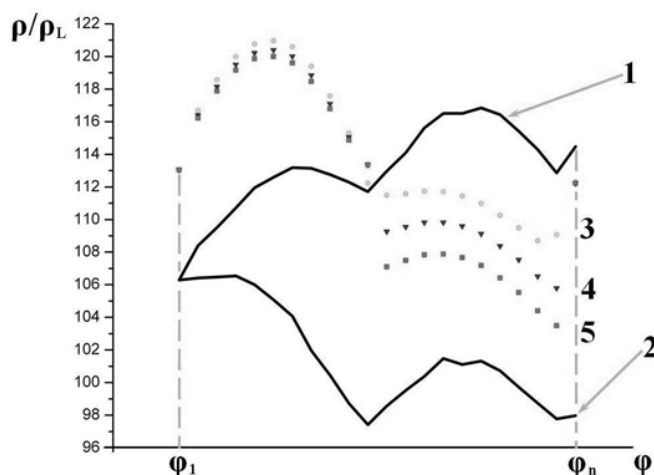


Рис. 6. Положение запертой частицы относительно границ магнитного острова в зависимости от тороидального угла. (3) — $v_\varphi/v_0 = -0,1$; (4) — $v_\varphi/v_0 = -0,2$; (5) — $v_\varphi/v_0 = -0,3$

Таким образом, запертая частица, стартующая вблизи границы магнитного острова на расстоянии, не превышающем ширину банановой орбиты, способна пересечь его границу; при этом пересечение может происходить в любой точке сепаратрисы.

4.2. Пролётные частицы

Проведём аналогичные расчёты для пролётной частицы. На рис. 7 показано совмещение проекций траектории пролётной частицы на полоидальные сечения токамака с соответствующими последовательными сечениями Пуанкаре сепаратрисы магнитного острова. Здесь частица стартует снаружи магнитного острова вблизи его O -точки. Из рисунков видно, что пролётная частица так же, как и запертая, может пересечь сепаратрису магнитного острова. Однако поскольку отклонение пролётной частицы от стартовой магнитной поверхности заметно уступает ширине банановой орбиты, внутрь острова способны проникнуть только те пролётные частицы, которые стартуют непосредственно вблизи его границы.

График на рис. 8 аналогичен графику на рис. 6. Старт частицы — вблизи O -точки магнитного острова. Сплошными линиями 1 и 2 обозначена сепаратриса. Пунктирной линией 3 показана радиальная координата траектории заряженной частицы. При некотором значении φ радиальная координата траектории частицы становится больше радиальной координаты сепаратрисы, то есть заряженная частица проникает в остров. Впоследствии она может его покинуть.

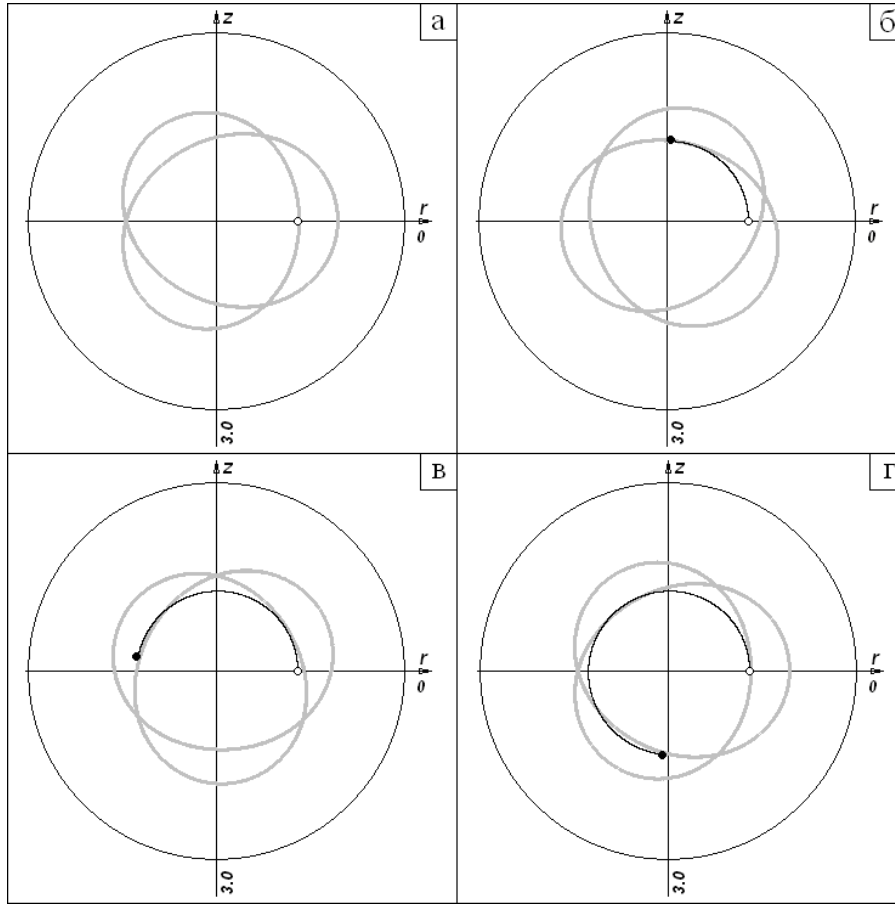


Рис. 7. Прохождение пролётной частицы сквозь границу магнитного острова. Сечения (а) — $\varphi = 90^\circ$, (б) — $\varphi = 202,0^\circ$, (в) — $\varphi = 314,9^\circ$, (г) — $\varphi = 449,9^\circ$

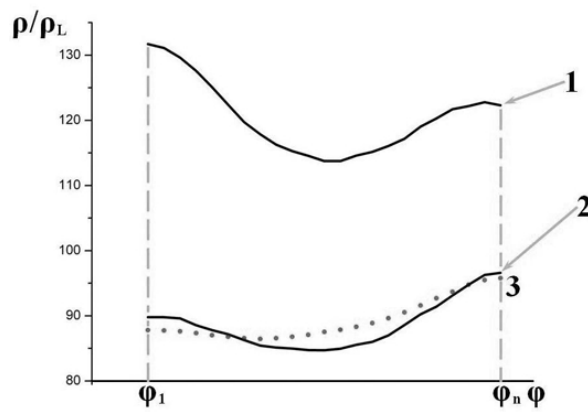


Рис. 8. Положение пролётной частицы ($v_\varphi/v_0 = 0,5$) относительно границ магнитного острова в зависимости от тороидального угла

5. Заключение

Проведено сравнение траекторий движения заряженных частиц в токамаке со вложенными магнитными поверхностями и с расщеплением рациональной поверхности с образованием магнитных островов. Показано, что наличие магнитного острова не оказывает качественного влияния на сечение Пуанкаре траектории запертой частицы. Для запертой частицы это сечение имеет вид обычной банановой орбиты, как и в токамаке со вложенными магнитными поверхностями. Пролётная же частица движется преимущественно вдоль силовой линии магнитного поля, поэтому след её траектории в полоидальном сечении повторяет островную структуру магнитных силовых линий. Продемонстрировано, что и запертая, и пролётная частицы в своём движении могут пересекать сепаратрису, отделяющую магнитный остров от системы вложенных магнитных поверхностей. Показано, что пересечение может происходить в любой точке сепаратрисы, а не только в окрестности X -точки. Таким образом, можно считать доказанным, что магнитный остров не обладает «барьерными» свойствами ни по отношению к запертым, ни по отношению к пролётным частицам и поэтому не способствует улучшению удержанию заряженных частиц.

Литература

1. *Морозов А. И.* Введение в плазмодинамику. — М.: Физматлит, 2006.
2. *Furth H. P., Killeen J., Rosenbluth M. N.* Finite Resistivity Instabilities of a Sheet Pinch // *Phys. Fluids*. — 1963. — Vol. 6. — Pp. 459–484.
3. Regimes of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heating Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak / F. Wagner, G. Becker, K. Behringer et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — Vol. 49. — Pp. 1408–1411.
4. *Razutova K. A. et al.* Tokamak Plasma Self-Organization — Synergetics of Magnetic Trap Plasmas // *Nucl. Fusion*. — 2011. — Vol. 51. — P. 083024.
5. *Кадомцев Б. Б., Погуце О. П.* Неустойчивость плазмы на запертых частицах в тороидальной геометрии // *ЖЭТФ*. — 1966. — Т. 51, № 6. — С. 1734–1746.
6. *Галеев А. А., Сагдеев Р. З.* Вопросы теории плазмы, вып. 7 / под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1973. — С. 205–273.
7. *Ильгисонис В. И., Скворода А. А.* Магнитное поле в тороидально ограниченной области пространства // *ЖЭТФ*. — 2010. — Т. 137, № 5. — С. 1018–1030.
8. *Подтурова О. И., Ильгисонис В. И., Сорокина Е. А.* Магнитные острова и удержание заряженных частиц в токамаке // Сборник тезисов докладов. XLII Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и УТС. — М.: РАН, 2015. — С. 108.
9. *Сивухин Д. В.* Вопросы теории плазмы, вып. 1 / под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1963. — С. 7–97.
10. *Сорокина Е. А.* EPTrajectory. — Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010611301. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 15 февраля 2010. — 2010.

UDC 533.9.01

Magnetic Islands and Confinement of Charged Particles in Toroidal Magnetic Systems

O. I. Podturova

*Department of Applied Physics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198*

Results of the study of charged particle trajectories in a toroidal magnetic configuration like tokamak with “magnetic islands” are presented. Particle trajectories are calculated using the three-dimensional numerical code based on numerical integration of exact equations

of motion. Magnetic configuration is described analytically with use of an universal approach in terms of Hamiltonian function. This approach generalizes the traditional streaming presentation of magnetic field and guaranties the solenoidality condition being satisfied exactly.

To describe magnetic configuration with islands, iterative procedure is used; the initial (basic) magnetic configuration is chosen to have nested magnetic surfaces. Small helical perturbation splits the rational surface resonant with the perturbation helicity. In the vicinity of such surface the chain of magnetic islands is formed. Our study of the motion of charged particles showed that the existence of the magnetic island has no qualitative impact on the Poincare cross-section of the trapped particle trajectory for having a standard “banana” form, typical for basic tokamak configuration. As for passing particle, which moves predominantly along the magnetic field line, its trace of the trajectory has an island structure in the poloidal cross-section. It is shown that both trapped and passing particles in their motion can cross the separatrix between magnetic island and nested magnetic surfaces; the crossing can happen in any point of separatrix. Thus, it is shown that the magnetic island has no “barrier” properties and isn’t capable to provide the improved confinement of charged particles.

Key words and phrases: plasma, toroidal configurations, tokamak, magnetic surface, magnetic island, Hamiltonian description.

References

1. A. I. Morozov, Introduction to Plasma Dynamics, Fizmatlit, Moscow, 2006, in Russian.
2. H. P. Furth, J. Killeen, M. N. Rosenbluth, Finite resistivity instabilities of a sheet pinch, *Phys. Fluids* 6 (1963) 459–484.
3. F. Wagner, G. Becker, K. Behringer, D. Campbell, et al., Regimes of improved confinement and high beta in neutral-beam-heating divertor discharges of the asdex tokamak, *Phys. Rev. Lett.* 49 (1982) 1408–1411.
4. K. A. Razumova, et al., Tokamak plasma self-organization — synergetics of magnetic trap plasmas, *Nucl. Fusion* 51 (2011) 083024.
5. B. B. Kadomtsev, O. P. Pogutse, Plasma instability due to particle trapping in a toroidal geometry, *JETP* 24 (6) (1967) 1172–1179.
6. A. A. Galeev, R. Z. Sagdeev, Reviews of Plasma Physics, Vol.7, Consultants Bureau, New York, 1979, Ch. Theory of Neoclassical Diffusion.
7. V. I. Ilgisonis, A. A. Skovoroda, Magnetic field in a finite toroidal domain, *JETP* 110 (5) (2010) 890–900.
8. O. I. Podturova, V. I. Ilgisonis, E. A. Sorokina, Magnetic islands and confinement of charged particles in a tokamak, in: Book of abstracts, XLII International Zvenigorod Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion, RAS, Moscow, 2015, p. 108, in Russian.
9. D. V. Sivukhin, Reviews of Plasma Physics, Vol.7, Consultants Bureau, New York, 1963, Ch. Motion of Charged Particles in Electromagnetic Fields in the Drift Approximation.
10. E. A. Sorokina, Eptrajjectory, Certificate of state registration of the computer program No 2010611301. Registered in the Registry of the computer programs on February 15, 2010 (2010).