

---

# Радиофизика

УДК 535+621.373.8

## Моделирование волновых процессов в цепочке связанных оптических микрорезонаторов с помощью виртуальной радиочастотной модели

А. Т. Реутов

*Кафедра радиофизики  
Российский университет дружбы народов  
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*

В работе приводятся результаты радиочастотного моделирования волновых процессов в оптических волноведущих структурах, состоящих из связанных оптических микрорезонаторов. Для моделирования используется компьютерная программа Multisim 11. Созданная в среде Multisim виртуальная модель оптической волноведущей структуры представляет собой цепочку электрических колебательных контуров с трансформаторной связью между соседними контурами. Обосновывается правомерность использования результатов радиочастотного моделирования для анализа оптических волновых процессов.

**Ключевые слова:** волноведущая структура, связанные оптические резонаторы, виртуальная модель, трансформаторная связь, туннельно-связанный, коэффициент связи, фазовый набег, дисперсионное уравнение.

### 1. Введение

Оптическая волноведущая структура в виде цепочки туннельно-связанных пассивных микрорезонаторов была предложена в 1999 году известным американским физиком А. Яривом (A. Yariv) с соавторами в качестве основы для создания таких оптических элементов и устройств, как: оптические линии задержки, оптические разветвители на два и более каналов, оптические фильтры и т. п. [1, 2]. С той поры количество работ, посвящённых исследованию различных аспектов физики работы, технологии изготовления и применения таких структур непрерывно росло. Причина этого состоит в том, что с точки зрения практического применения волноведущие структуры из связанных оптических резонаторов (ВССОР) обладают рядом интересных свойств: малая групповая скорость и малые размеры, возможность изгиба под любыми углами без возникновения потерь, высокая концентрация оптической энергии в отдельных резонаторах и т. д. [2–4]. Не случайно, что авторы в цитированной выше работе [1] рассматривали ВССОР как третий тип волноведущих структур наряду с такими двумя известными оптическими волноведущими структурами, как оптические волноводы, основанные на использовании эффектов полного внутреннего отражения или брэгговского отражения.

Следует заметить, что процесс распространения света по ВССОР существенно отличается от свободного распространения волн по волноведущим структурам первых двух типов, поскольку он представляет собой постепенную, заторможенную перекачку оптической энергии из одного микрорезонатора в соседний. В случае достаточно слабой туннельной оптической связи между резонаторами и их высокой добротности групповая скорость распространения оптических сигналов по такой структуре может быть много меньше скорости света в свободном пространстве. Однако для получения малых групповой скорости и затухания требуется обеспечить достаточно точный баланс между величиной оптической связи и добротности, что предполагает высокую точность изготовления отдельных микрорезонаторов. Кроме того, неизбежные неточности изготовления могут существенно повлиять на параметры ВССОР. Наконец, экспериментальное

исследование таких структур также представляет определённые трудности, поскольку требует использования весьма совершенных методик. В частности, для исследования амплитудно- и фазочастотных характеристик ВССОР необходимы источники когерентного оптического излучения, обладающие высокой степенью монохроматичности и одновременно, позволяющие осуществлять перестройку по частоте с высокой точностью. Но даже применение таких методик не всегда позволяет достаточно детально исследовать зависимость оптических характеристик структуры от её параметров или, например, проследить за поведением оптических полей в отдельных элементах структуры. Разумеется, существуют методы анализа, основанные на компьютерном моделировании волновых процессов в подобном рода структурах. Однако процесс создания таких специализированных компьютерных программ достаточно трудоёмок и требует высокой квалификации программистов.

В связи с этим у автора настоящей статьи возникла мысль промоделировать волновые процессы в ВССОР с помощью виртуальной радиочастотной модели, сформированной из связанных электрических колебательных контуров. Достоинство метода радиочастотного компьютерного моделирования состоит в том, что он достаточно прост, гибок и позволяет легко изменять параметры структуры: добротность контуров, величину связи между ними, следить за эволюцией характеристик в зависимости от количества элементов структуры и т. п. Для моделирования могут быть использованы хорошо себя зарекомендовавшие профессиональные компьютерные программы, такие как Multisim фирмы National Instruments.

Однако при этом встаёт вопрос: насколько допустимо использовать результаты исследования радиочастотных структур для анализа волновых процессов в оптических структурах? Положительный ответ на этот вопрос обусловлен тем, что колебательные процессы в квазигармонических осцилляторах, независимо от их физической природы и особенностей конструкции, описываются в рамках классической физики одними и теми же уравнениями, решения которых хорошо изучены. Здесь следует одновременно подчеркнуть и существенное различие между оптическими резонаторами и электрическими колебательными контурами. Хотя размеры оптических микрорезонаторов и составляют относительно небольшую величину порядка 10..100 мкм, всё-таки они значительно превосходят длину световой волны в свободном пространстве. Вследствие этого оптические микрорезонаторы представляют собой многоволновые, многомодовые устройства, обладающие достаточно широким дискретным спектром частот собственных колебаний. Однако согласно принципу суперпозиции полей колебания отдельных мод происходят независимо друг от друга и, следовательно, при достаточно большой добротности резонаторов возможно избирательное возбуждение только одной моды. Таким образом, если ширина полосы пропускания ВССОР достаточно мала по сравнению с расстоянием между соседними модами микрорезонаторов, можно рассматривать оптические микрорезонаторы как одномодовые колебательные системы, аналогичные электрическим колебательным контурам.

Для создания виртуальной радиочастотной модели волноведущей структуры была использована программа Multisim 11. На рис. 1 представлена принципиальная схема одного из вариантов волноведущей структуры, состоящей из электрических колебательных контуров с трансформаторной связью. Заметим, что в радиофизике такого рода структуры обычно называют полосовыми многозвенными фильтрами.

Как должно быть ясно из рис. 1, роль катушки индуктивности каждого контура играют последовательно включённые обмотки двух соседних трансформаторов. Достоинство программы Multisim 11 состоит в том, что её база данных содержит «идеальные» трансформаторы, т. е. трансформаторы, обмотки которых не обладают омическим сопротивлением и паразитными ёмкостями, а индуктивность обмоток может быть выбрана сколь угодно малой. Благодаря этому удалось обеспечить функционирование таких трансформаторов на весьма высоких частотах и получить ненагруженную добротность колебательных контуров порядка 20000, что соответствует реальной добротности оптических микрорезонаторов [4].

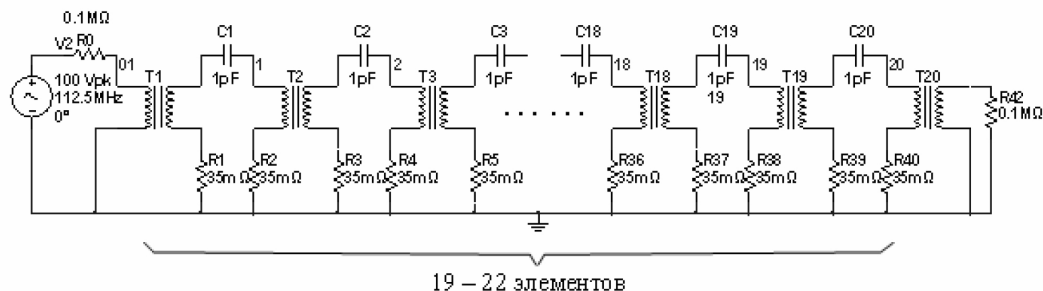


Рис. 1. Принципиальная схема модели волноведущей структуры, состоящей из электрических колебательных контуров с трансформаторной связью

Добротность контуров в виртуальной модели регулировалась подбором величины резисторов, включённых в контуры.

Было исследовано несколько вариантов структур, состоящих из 20 ÷ 22 контуров. В одном варианте (№ 1) все контуры имели идентичные параметры. В другом варианте (№ 2) только первые 12 элементов имели одинаковые добротности, в то время как добротности следующих 8 или 10 элементов последовательно снижались посредством увеличения величины резисторов таким образом, что в последнем колебательном контуре их величина доходила до нескольких Ом. Это делалось для того, чтобы подавить отражения от выходного конца структуры.

Параметры контуров были следующими: частота собственных колебаний 112, 539 МГц, индуктивность 2 мкГн, ёмкость 1 пФ, активное сопротивление в контуре, соответствующее ненагруженной добротности  $\sim 22000$ , составляло 0, 07 Ом, величина трансформаторной связи (иначе — коэффициент передачи по напряжению) варьировалась в пределах 0, 001..0, 004.

Перейдём теперь к изложению основных результатов исследования виртуальных радиочастотных макетов.

На рис. 2 представлены амплитудно-частотные характеристики структуры № 1. Как и следовало ожидать, характеристики сильно изрезаны вследствие отражений от обоих концов структуры. Этот результат хорошо согласуется с результатом теоретического исследования ограниченной по длине ВССОР в том случае, когда от её обоих концов возникают отражения [5].

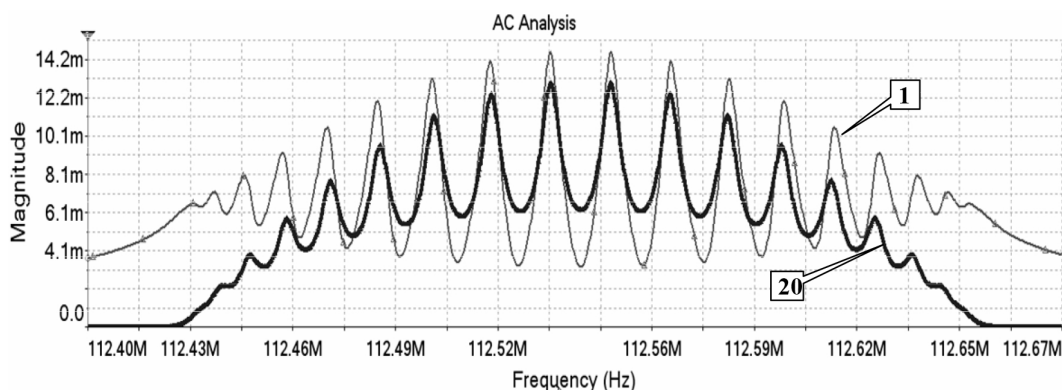
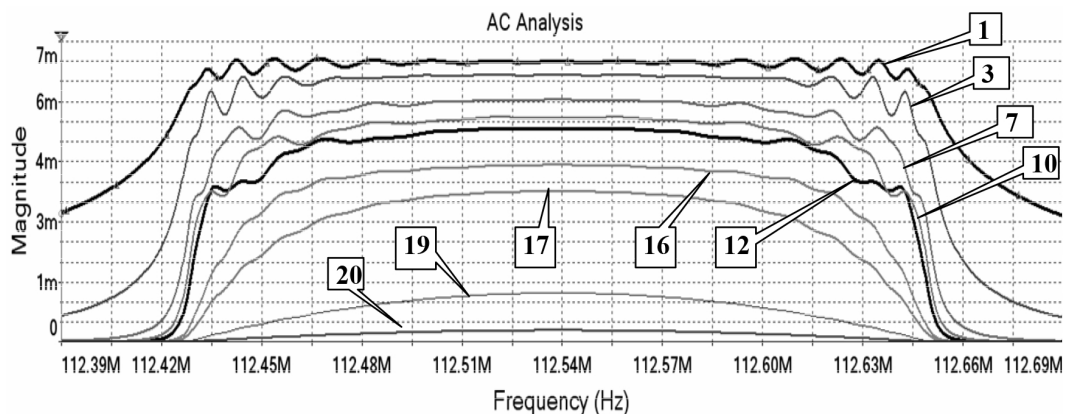


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика структуры № 1 на выходе 1-го и последнего (20-го) элементов

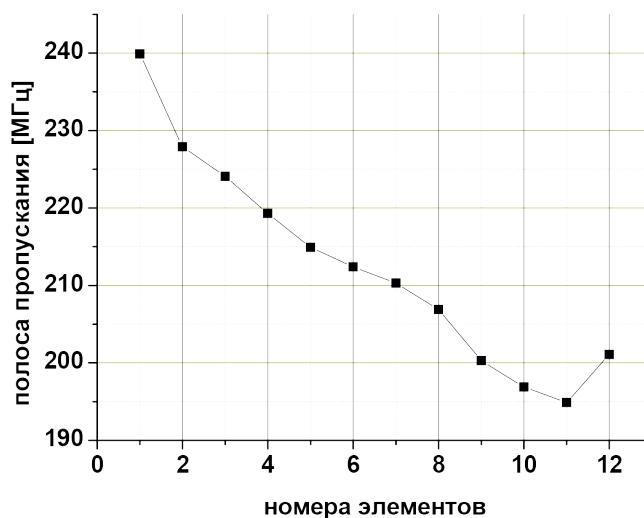
На рис. 3 представлена аналогичная характеристика в случае структуры № 2. Графики приведены для 9 из 20 элементов. Характер графиков в их центральной части свидетельствует о том, что в этом случае отражения от выходного конца структуры были в значительной степени подавлены. Только на границах полосы

пропускания возникают небольшие осцилляции, обусловленные изменением ширины полосы пропускания структуры от элемента к элементу по мере их удаления от входного конца структуры.



**Рис. 3.** Амплитудно-частотная характеристика структуры № 2 на выходе 9 элементов структуры, обозначенных соответствующими цифрами. Графики первого и последнего (12-го) элементов однородной части структуры выделены более жирными линиями

На рис. 4 приведён график зависимости ширины полосы пропускания однородной части структуры от номера элемента. Ширина полосы пропускания определялась по уровню 0,707 от максимума.



**Рис. 4.** График зависимости ширины полосы пропускания от номера элемента структуры № 2

Согласно графику на рис. 4 минимальная ширина полосы пропускания (на выходе 11-го элемента) составляет ~195 кГц, что в ~1,23 раза меньше полосы пропускания на выходе первого элемента. Некоторое увеличение ширины полосы пропускания на 12-м элементе объясняется, по-видимому, влиянием следующего элемента, в котором было увеличено затухание.

Графики на рис. 5 показывают распределения амплитуд колебаний по элементам на центральной частоте полосы пропускания в случаях структур № 1 и № 2.

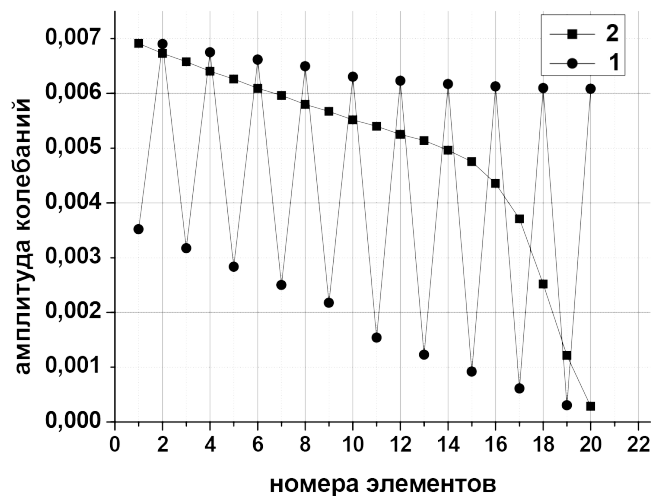


Рис. 5. Распределение амплитуд колебаний по элементам в структурах № 1 и № 2

Монотонный характер уменьшения амплитуды колебаний структуры № 2 по мере удаления от входа дополнительно свидетельствует о хорошем подавлении отражений от выходного конца. Напротив, из графика структуры № 1 видно, что по длине структуры устанавливается стоячая волна, причём пучности и узлы стоячей волны приходятся на соседние элементы структуры. Таким образом, период стоячей волны равен трём элементам. Этот результат согласуется с выводом теории ВССОР, согласно которому фазовый набег на один элемент структуры составляет  $\pi/2$  на центральной частоте полосы пропускания структуры. Подтверждение этого можно увидеть на теоретическом графике, представленном на следующем рис. 6.

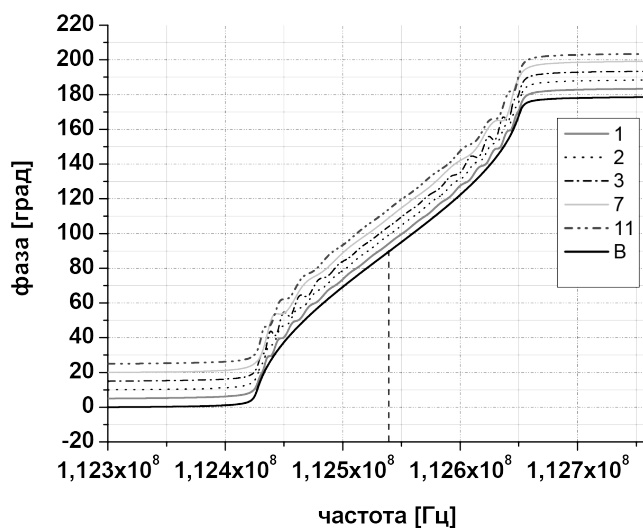


Рис. 6. Частотные зависимости действительной части фазового набег на один элемент структуры для 5 элементов структуры, рассчитанные на основании экспериментально полученных зависимостей фазы от частоты для структуры № 2. Центральная частота полосы пропускания отмечена прерывистой вертикальной линией

Таким образом, при пробеге вперёд и назад получается сдвиг фаз между двумя соседними элементами, равный целому числу  $\pi$ . Учитывая тот факт, что период стоячей волны в два раза меньше длины бегущей волны, можно сделать вывод, что длина бегущей волны на центральной частоте полосы пропускания должна составлять 6 элементов структуры независимо от её параметров.

Зависимости от частоты действительной части фазового набега на один элемент структуры № 2 с амплитудным коэффициентом связи 0,002 показаны на рис. 6. Графики получены путём вычитания соответствующих пар фазочастотных характеристик соседних контуров. При наложении всех графиков друг на друга оказалось, что они практически совпадают в центральной части полосы пропускания. На том же рис. 6 для сравнения приведён график (В), рассчитанный с использованием дисперсионного уравнения, которое получено для случая бесконечной ВССОР в приближении малой связи:

$$\varphi(f) = \arccos \left[ \frac{f_0^2 - f^2}{2mf^2} + \frac{i}{2mQ} \right]. \quad (1)$$

Резонансная частота ( $f_0$ ) и добротность контуров ( $Q$ ) при расчёте взяты были такими же, как и в виртуальной модели структуры, а величина параметра связи ( $m$ ) подобрана таким образом, чтобы теоретический и экспериментальные графики максимально совпадали. Как оказалось, это достигалось при параметре связи в теоретическом случае в два раза меньшем ( $m = 0,001$ ). С тем, чтобы на рис. 6 можно было различить отдельные графики, каждая из экспериментальных зависимостей (1, 2, 3, 7, 11) сдвинута по вертикали вверх на 5 градусов относительно предыдущей. Как можно заметить, небольшое расхождение между экспериментальными дисперсионными кривыми имеет место только на краях полосы пропускания.

На рис. 7 для сравнения представлены зависимости от частоты коэффициента передачи по напряжению на выходе 11-го элемента относительно 1-го элемента в случае радиочастотной модели с коэффициентом связи 0,002 и аналогичная теоретическая зависимость, рассчитанная с использованием дисперсионного уравнения (1) при значении  $m = 0,001$ .

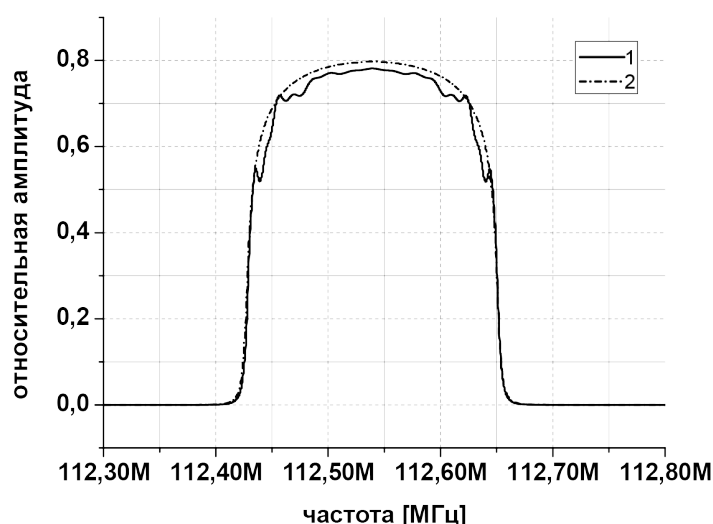
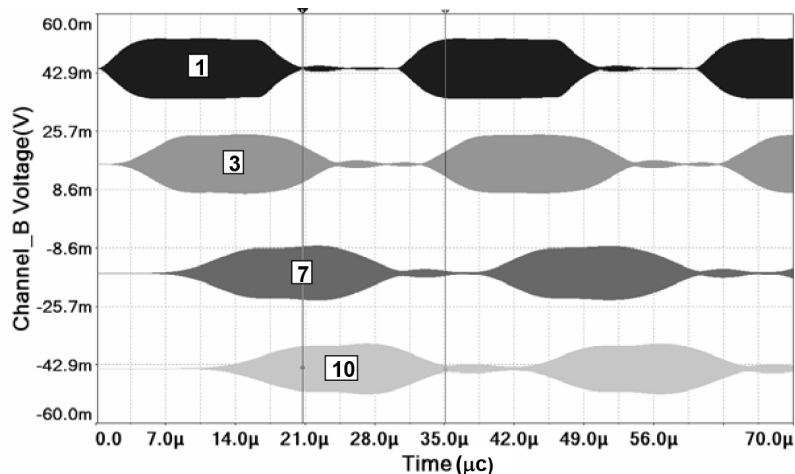


Рис. 7. Зависимости от частоты коэффициента передачи по напряжению: (1) — зависимость, полученная в процессе эксперимента на радиочастотной модели для 11-го элемента, (2) — теоретическая зависимость, рассчитанная с использованием дисперсионного уравнения (1)

Как можно видеть, графики почти полностью совпадают, за исключением небольшого расхождения в значениях максимального коэффициента передачи. Это подтверждает правильность выбора указанного выше параметра связи.

Наконец, на рис. 8 представлены результаты численного моделирования процесса распространения трапецеидальных импульсов по структуре № 2. На рис. 8 показаны мгновенные положения импульсов на четырёх элементах структуры.



**Рис. 8.** Временные эпоры импульсов в 1-м, 3-м, 7-м и 10-м элементах структуры № 2. Параметры исходных импульсов: фронты 1 мкс, длительность 15 мкс, период следования 30 мкс

Среднее значение групповой задержки на один элемент структуры составляло  $\sim 1,6$  мкс. Как можно видеть, форма импульсов заметно искажается по мере их распространения по структуре: крутизна фронтов увеличивается, а углы сглаживаются. Следует заметить, что в случае импульсов с длительностью 30 мкс и с фронтами по 10 мкс каждый, искажение импульсов заметно уменьшалось.

Обсудим полученные результаты радиочастотного моделирования волновых процессов в оптических волноведущих структурах на основе туннельно-связанных микрорезонаторов.

1. Как было показано в работах [5, 6] и подтверждено в проведённом эксперименте с виртуальной радиотехнической моделью, ограниченный по длине участок волноведущей структуры, при наличии заметных отражений от обоих концов, ведёт себя как аналог интерферометра Фабри–Перо. По длине структуры при этом может установиться стоячая волна и, соответственно, возникнуть резонансы на частотах, для которых суммарный фазовый набег на длине структуры окажется равен целому числу  $\pi$ . При этом на центральной частоте полосы пропускания период бегущей по структуре волны равен шести элементам независимо от параметров структуры. Амплитудно-частотная характеристика при этом оказывается сильно изрезанной, причём максимумы характеристики соответствуют резонансам мод этого своеобразного интерферометра Фабри–Перо.
2. Как показал эксперимент со структурой № 2, проблема подавления отражений от выходного конца структуры весьма важна и для надёжного их подавления приходится достаточно плавно уменьшать добротность элементов структуры по мере их приближения к выходному концу. В результате этого протяжённость структуры значительно возрастает (с 12 до 20 элементов). Попытка подобрать одно согласованное сопротивление, подключённое к вторичной обмотке выходного трансформатора, при котором заметно уменьшались бы отражения, не увенчалась успехом. В равной мере не удалось достичь достаточно полного подавления отражений за счёт последовательного снижения добротности элементов при их количестве, меньшем семи-восьми.

3. Как и следовало ожидать, полоса пропускания структуры заметно сужается по мере удаления элемента от начала структуры, но, вероятно, не достигает своего равновесного значения даже на 11-ом элементе.
4. Несколько неожиданным результатом является практически полная независимость действительной части фазового набега на один элемент структуры от положения элемента ближе к краям структуры или к её центральной части. Следует также отметить хорошее совпадение экспериментальных графиков частотной зависимости фазового набега с соответствующим теоретическим графиком. Вопрос о том, насколько величина фазового набега, рассчитанная для случая бесконечной структуры по формуле (1), может быть использована для случая ограниченной по длине структуры с достаточно малым количеством элементов, стоял перед авторами цитированной выше статьи [5] в процессе её написания. Тогда было решено, что при достаточно малой величине связи между элементами можно приближённо не учитывать влияния концов структуры на её фазочастотную характеристику. Приведённые выше результаты подтверждают это предположение, разумеется, при условии достаточно хорошего подавления отражений от концов структуры.
5. Эксперимент с импульсным возбуждением волноведущей структуры продемонстрировал значительное влияние дисперсии структуры на условия распространения импульсов по структуре. В самом деле, при длительности импульсов 15 мкс ширина их спектра по первым нулям должна составлять всего  $\sim 133$  кГц, что почти в 1,5 раза меньше ширины полосы пропускания. Тем не менее, уже на седьмом элементе структуры возникало заметное искажение формы импульса.
6. Воспользуемся результатами радиочастотного моделирования для оценки параметров соответствующей ВССОР. Выберем длину волны света, равной 1,55 мкм. При этом резонансная частота одной из мод микрорезонаторов, образующих ВССОР, должна быть  $1,93548 \times 10^{14}$  Гц, что в  $\sim 1,72 \times 10^6$  раз больше радиочастоты. Соответственно ширина полосы пропускания оптической структуры должна равняться  $\sim 3,35 \times 10^{11}$  Гц. При этом групповая задержка на один элемент структуры будет  $\sim 0,93 \times 10^{-12}$  с. Возьмём за основу конструкцию экспериментального образца ВССОР, построенного на основе связанных кольцевых интегрально-оптических резонаторов, которая была описана в работе [4]. Радиус кольцевых резонаторов в этой работе равнялся 60 мкм. Оценим расстояние между двумя соседними модами такого кольцевого резонатора по формуле

$$\Delta f_q = \frac{c}{4\pi Rn},$$

где  $R$  — радиус кольца,  $n$  — эффективный показатель преломления при распространении света по кольцу. Взяв из работы [4] значение  $n = 1,42$ , получим расстояние между двумя соседними модами  $\sim 2,8 \times 10^{11}$  Гц, что меньше указанной выше полосы пропускания оптической структуры. В связи с этим следует уменьшить радиус кольцевых резонаторов. Если взять расстояние между модами в два раза больше, чем ширина полосы пропускания оптической структуры, то получится радиус  $\sim 25$  мкм. При таком радиусе групповая скорость должна быть намного меньше скорости света в вакууме, а именно  $\sim 5,3 \times 10^9$  м/с. Оценим теперь длительность световых импульсов. Исходя из длительности импульсов при радиочастотном моделировании 15 мкс, получаем, что длительность соответствующих оптических импульсов должна быть  $8,7 \times 10^{-12}$  с. Как было отмечено выше, при длительности импульсов 30 мкс с фронтами по 10 мкс каждый, искажение импульсов заметно уменьшалось. В связи с этим минимальная длительность оптических импульсов, при которой влияние дисперсии структуры будет достаточно слабым, должна быть порядка 17 пс.



## 2. Заключение

В заключение можно сделать вывод, что методика радиочастотного моделирования волновых процессов в волноведущих структурах оптического диапазона показала свою эффективность. Результаты моделирования находятся в достаточно хорошем согласии с результатами теоретического анализа, при котором используется дисперсионное уравнение вида (1).

## Литература

1. Coupled-Resonator Optical Waveguide: a Proposal and Analysis / A. Yariv, Y. Xu, R. K. Lee, A. Scherer // *Optics Letters*. — 1999. — Vol. 24, No 11. — Pp. 711–713.
2. Designing Coupled-Resonator Optical Waveguide Delay Lines / J. K. S. Poon, J. Scheuer, Y. Xu, A. Yariv // *Opt. Soc. Am. B*. — 2004. — Vol. 21, No 9. — Pp. 1665–1673.
3. Schwelb O. Advances in the Design of Microring-Based Photonic Devices // *Electrical and Computer Engineering*. Concordia University. — 2004. — Vol. 21, No 9. — Pp. 1–14. — [www.ece.concordia.ca/~otto/publications](http://www.ece.concordia.ca/~otto/publications).
4. Polymer Microring Coupled-Resonator Optical Waveguides / J. K. S. Poon, L. Zhu, G. A. DeRose, A. Yariv // *J. of Lightwave Technology*. — 2006. — Vol. 24, No 4. — Pp. 1843–1849.
5. Вальдеррама Д., Реутов А. Т. Анализ процесса распространения света по нерегулярным волноведущим структурам в виде цепочек связанных оптических микрорезонаторов // *Радиотехника и электроника*. — 2010. — Т. 55, № 3. — С. 1–10. [Valderamma D., Reutov A.T. Propagation of Light over Irregular Waveguiding Structures Formed That Are Chains of Coupled Optic Microresonators // *Journal of Communications Technology and Electronics*. — 2010. — Vol. 55, No 3. — P. 340–349.]
6. Steinberg B. Z., Boag A. Propagation in Photonic Crystal Coupled-Cavity Waveguides with Discontinuities in their Optical Properties // *J. Opt. Soc. Am. B*. — 2006. — Vol. 23, No 7. — Pp. 1442–1450.

UDC 535+621.373.8

### Wave Processes Simulation in a Chain of Coupled Optical Microresonators Using a Virtual Radiofrequency Model

A. T. Reutov

*Department of Radiophysics  
Peoples' Friendship University of Russia  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

Some results of wave processes simulation in chains of coupled optical microresonators by means of radiofrequency modeling are presented. Multisim 11 program was used to realize the optical processes simulation using a radiofrequency model. Several virtual models consisting of chains of electrical circuits with inductive coupling was created and studied. The validity of radiofrequency simulation results in application to the optical frequency range is discussed.

**Key words and phrases:** waveguide structure, coupled optical resonators, virtual model, inductive coupling, evanescent wave coupling, coupling coefficient, phase shift, dispersion equation.