

---

# Информатика и вычислительная техника

УДК 621.39

## Алгоритм расчёта вероятностных характеристик функционирования оптических абонентских узлов в пассивной оптической сети

Г. П. Башарин, Ю. В. Гайдамака, Н. В. Русина

*Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

Одной из задач математической теории телеграфика пассивных оптических сетей (PON, Passive Optical Network) с технологией множественного доступа с разделением по времени (TDMA, Time Division Multiple Access) является распределение временного ресурса между оптическими абонентскими узлами так, чтобы работа всей сети осуществлялась оптимально. Для решения данной задачи рассматривается фрагмент пассивной оптической сети, совмещающий в себе технологию мультиплексирования по длине волны (WDM, Wavelength Division Multiplexing) и технологию множественного доступа с разделением по времени. Для данного фрагмента в статье построена модель совместного функционирования оптических абонентских узлов и решается задача распределения ограниченного числа длин волн между конечным числом оптических абонентских узлов. Предложен алгоритм для расчёта вероятности нахождения оптического абонентского узла в пассивном состоянии, то есть в состоянии, когда получение от оптического терминала и передача оптическому терминалу данных приостановлена. В заключение формулируются задачи дальнейших исследований: построение алгоритмов для расчёта вероятностей блокировок заявок в моделях передачи восходящего потока трафика в пассивной оптической сети с мультиплексированием по длине волны и технологией множественного доступа с разделением по времени.

**Ключевые слова:** пассивная оптическая сеть, оптический терминал, оптический абонентский узел, мультиплексирование с разделением по длине волны, множественный доступ с разделением по времени, стационарное распределение вероятностей.

## 1. Введение

Сеть WDM-TDMA PON – это архитектура оптического доступа, которая обеспечивает передачу различных классов сетевого трафика между оптическим линейным терминалом (OLT, Optical Line Terminal) и оптическими абонентскими узлами (ONU, Optical Network Unit) с использованием дифракционной решётки на волноводном массиве (AWG, Array Waveguide Grating), которая мультиплексирует/демультиплексирует длины волн (рис. 1) [1–4].

OLT размещается в центральном модуле (CO, Central Office) и соединяет PON с городской региональной сетью (MAN, Metropolitan Area Network) или с глобальной сетью (WAN, Wide Area Network). ONU размещается либо на стороне абонента (FTTH, Fiber To The Home, или FTTB, Fiber To The Building), либо в зоне разветвления (FTTC, Fiber To The Curb).

В соответствии с TDMA технологией [1, 2, 4] ONU может находиться в активном состоянии, т.е. осуществлять передачу данных в выделенном ему временном домене, или в пассивном состоянии, при котором передача данных приостановлена. В соответствии с WDM технологией [1–4], для передачи потока трафика от ONU к OLT выделено конечное число  $W$  длин волн. Таким образом, в сети WDM-TDMA PON решается задача распределения ограниченного числа  $W$  длин волн между конечным числом  $L$  ONU, при этом  $W \leq L$ . В случае, когда в момент

---

Статья поступила в редакцию 24 января 2015 г.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03608.

включения ONU на OLT нет свободной длины волны, происходит блокировка передачи данных в выделенном ONU временном домене. Вероятность блокировки передачи данных в выделенном ONU временном домене является одним из основных показателей эффективности функционирования сети WDM-TDMA PON.

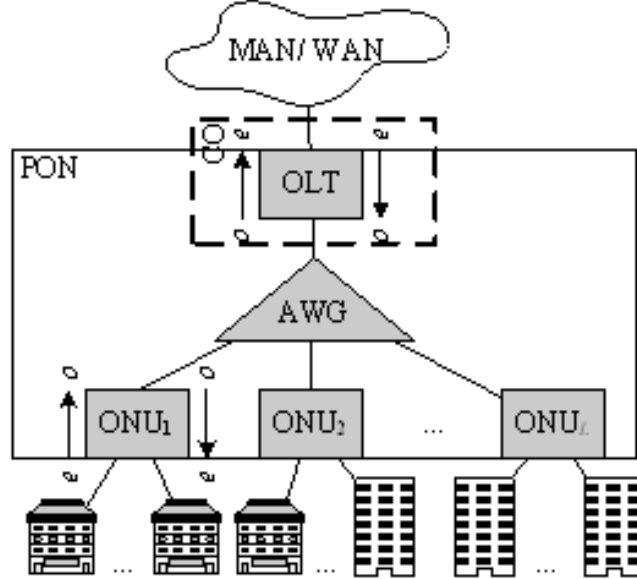


Рис. 1. Архитектура WDM-TDMA PON с топологией «дерево»

## 2. Построение модели совместного функционирования ONU

Рассмотрим фрагмент сети WDM-TDMA PON с динамическим распределением конечного числа  $W$  длин волн, содержащий  $L$  ONU.

Время пребывания  $ONU_l$  в пассивном состоянии, когда передача к OLT и/или получение от OLT данных приостановлена, распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda_l$ ,  $0 < \lambda_l < \infty$ ,  $l = \overline{1, L}$ .

Время передачи к OLT и/или получение от OLT данных для  $ONU_l$  так же распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu_l$ ,  $0 < \mu_l < \infty$ ,  $l = \overline{1, L}$ .

Обозначим  $n_l \in \{0, 1\}$  состояние  $ONU_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ :

$$n_l = \begin{cases} 1, & \text{если } ONU_l \text{ находится в активном состоянии,} \\ 0, & \text{если } ONU_l \text{ находится в пассивном состоянии.} \end{cases}$$

Тогда вектор  $\mathbf{n} := (n_l)_{l=\overline{1, L}}$  определяет состояние всех ONU рассматриваемого фрагмента системы (сети WDM-TDMA PON).

Пространство состояний системы имеет вид

$$\Omega := \{\mathbf{n} := (n_l)_{l=\overline{1, L}} \mid n_l \in \{0, 1\}, \mathbf{n}_\bullet \in \{0, 1, \dots, W\}, W \leq L\},$$

$$\mathbf{n}_\bullet := \mathbf{1}^T \mathbf{n} = \sum_{i=1}^L n_i. \quad (1)$$

Подпространство состояний системы, для которых  $ONU_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ , находится в активном состоянии или может перейти в данное состояние в момент включения,

имеет вид:

$$\Omega_{l,\text{ON}} := \{n \in \Omega | n_l = 1\} \cup \{n \in \Omega | n_l = 0, n_{\bullet} < W\}. \quad (2)$$

Подпространство состояний системы, для которых в момент включения  $\text{ONU}_l$ ,  $l = \overline{1, L}$ , на OLT нет свободной длины волны, что приводит к блокировке передачи данных в выделенном  $\text{ONU}_l$  временном домене и к пребыванию его в пассивном состоянии, имеет вид

$$\Omega_{l,\text{OFF}} := \{n \in \Omega | n_l = 0, n_{\bullet} = W\}. \quad (3)$$

### 3. СтМП и формулы расчёта ВВХ

Совместное функционирование ONU будем описывать с помощью ступенчатого Марковского процесса (СтМП)  $\mathbf{X}(t) = (X_l(t))_{l=\overline{1, L}}$ , где  $X_l(t) \in \{0, 1\}$  – состояние  $\text{ONU}_l$  в момент времени  $t > 0$ .

Аналогично результату, полученному Ф. Келли для мультисервисных сетей [5], сформулируем теорему для модели сети WDM-TDMA PON с динамическим распределением длин волн.

**Теорема 1.** У СтМП  $\mathbf{X}(t)$  существует стационарное распределение вероятностей. Это распределение не зависит от начального и является мультипликативным

$$p(\mathbf{n}) = G^{-1} \prod_{l=1}^L \rho_l^{n_l}, \quad \mathbf{n} \in \Omega, \quad G = \frac{1}{p(\mathbf{0})} = \sum_{\mathbf{n} \in \Omega} \prod_{l=1}^L \rho_l^{n_l}, \quad (4)$$

где  $\rho_l := \frac{\lambda_l}{\mu_l}$ ,  $l = \overline{1, L}$ .

Зная стационарное распределение вероятностей СтМП  $\mathbf{X}(t)$ , можем найти вероятность нахождения  $\text{ONU}_l$  в пассивном состоянии:

$$p(\Omega_{l,\text{OFF}}) = \sum_{\mathbf{n} \in \Omega_{l,\text{OFF}}} p(\mathbf{n}), \quad l = \overline{1, L}. \quad (5)$$

Для расчёта нормирующей константы  $G$  в (4) применяется свёрточный алгоритм типа алгоритма Бузена [6], который широко используется по настоящее время в теории телетрафика [7, 8]. Справедливо следующее утверждение.

**Утверждение 1.** Нормирующая константа  $G$  вычисляется по формулам

$$G = \sum_{w=0}^W f(L, w), \quad (6)$$

$$f(l, w) = \begin{cases} 0, & l = 0, \quad w = \overline{1, W}, \\ 1, & l = \overline{0, L}, \quad w = 0, \\ f(l-1, w) + \rho_l f(l-1, w-1), & l = \overline{1, L}, \quad w = \overline{1, W}, \end{cases} \quad (7)$$

$$f_{-l}(w) = \begin{cases} 1, & w = 0, \\ f(L, w) - \rho_l f_{-l}(w-1), & w = 1, \dots, W. \end{cases} \quad (8)$$

Доказательство утверждения 1 аналогично доказательству, приведённому в [6].

С учётом (6)–(8) вероятность  $p(\Omega_{l,\text{OFF}})$  нахождения  $\text{ONU}_l$  в пассивном состоянии может быть рассчитана по формуле

$$p(\Omega_{l,\text{OFF}}) = G^{-1} f_{-l}(W). \quad (9)$$

#### 4. Заключение

В настоящей статье построена математическая модель совместного функционирования  $\text{ONU}$  в WDM-TDMA PON и предложен алгоритм нахождения вероятности пребывания  $\text{ONU}_l$  в пассивном состоянии.

Авторы предполагают использовать представленный в статье подход для построения алгоритмов расчёта вероятностей блокировок заявок для модели передачи восходящего потока трафика в WDM-TDMA PON.

#### Литература

1. *Mukherjee B.* Optical WDM Networks. — Springer, 2006.
2. *Ramaswami R., Sivarajan K. N., Sasaki G. H.* Optical Networks a Practical Perspective, Third Edition. — Morgan Kaufmann.
3. *Луствин В. Н., Трещиков В. Н.* DWDM-системы, научное издание. — М.: Издательский дом «Наука», 2013.
4. *Basharin G., Rusina N.* Multirate Loss Model for Optical Network Unit in Passive Optical Networks // Distributed Computer and Communication Networks: Communications in Computer and Information Networks. — Springer, 2014. — Pp. 219–228.
5. *Kelly F. P.* Mathematical Models of Multiservice Networks. — 1995. — Pp. 221–234.
6. *Busen J. P.* Computational Algorithms for Closed Queuing Networks with Exponential Servers // Communications of the ACM. — 1973. — Vol. 16, No 9. — Pp. 527–531.
7. *Basharin G. P., Gaidamaka Y. V., Samouylov K. E.* Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks // Automatic Control and Computer Sciences. — 2013. — Vol. 47, No 2. — Pp. 62–69.
8. *Башарин Г. П.* Лекции по математической теории телеграфика. Изд. 3-е, перераб. и доп. — М.: РУДН, 2009.

UDC 621.39

#### Probability Characteristic Computation Algorithm of ONUs Functioning in PON

G. P. Basharin, Yu. V. Gaidamaka, N. V. Rusina

*Department of Applied Probability and Informatics  
Peoples' Friendship University of Russia  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russia, 117198*

A problem in the mathematical teletraffic theory of passive optical networks (PON) with time division multiple access (TDMA) is to divide timing budget between optical network units to optimize the network performance. For the task we examine a segment of the passive optical network with wavelength division multiplexing (WDM) and time division multiple access technologies. An extend model of the segment is developed and an allocation problem of wavelength finite number between optical network units is resolved in the article. The optical network unit does not receive data from optical line terminal and send data to optical line terminal being in passive state. The algorithm for calculating of the probability of being each optical network unit in passive state is proposed. Finally, a problem for further research

is formulated. It is the algorithm for calculation of call blocking probability in upstream traffic models for WDM-TDMA PON.

**Key words and phrases:** Passive Optical Network (PON), Optical Line Terminal (OLT), Optical Network Unit (ONU), Wavelength Division Multiplexing (WDM), Time Division Multiple Access (TDMA), stationary probability distribution.

## References

1. B. Mukherjee, *Optical WDM Networks*, Springer, 2006.
2. R. Ramaswami, K. N. Sivarajan, G. H. Sasaki, *Optical Networks a Practical Perspective*, Third Edition, Morgan Kaufmann.
3. V. N. Listvin, V. N. Treschikov, *DWDM-systems*, scientific publication, Publishing house "Science", Moscow, 2013, in Russian.
4. G. Basharin, N. Rusina, *Multirate Loss Model for Optical Network Unit in Passive Optical Networks*, Springer, 2014, pp. 219–228.
5. F. P. Kelly, *Mathematical Models of Multiservice Networks* (1995) 221–234.
6. J. P. Busen, *Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers*, *Communications of the ACM* 16 (9) (1973) 527–531.
7. G. P. Basharin, Y. V. Gaidamaka, K. E. Samouylov, *Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks*, *Automatic Control and Computer Sciences* 47 (2) (2013) 62–69.
8. G. P. Basharin, *Lectures on Mathematical Teletraffic Theory*. The 3-rd edition, PFUR, Moscow, 2009, in Russian.