

ПРИМЕНЕНИЕ И РАСЧЕТ ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК В АРХИТЕКТУРЕ И СТРОИТЕЛЬСТВЕ

М.И. Рынковская

Кафедра прочности материалов и конструкций
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье дается краткий обзор практики применения геликоидальных поверхностей в архитектуре и строительстве, а также методик их расчета. Геликоидальные оболочки нашли применение в архитектуре в виде рампы, винтовых лестниц, элементов фасадов, а иногда и формы здания в целом. Для расчета геликоидальных оболочек в основном применяются численные методы. В статье приводится краткая история аналитических методов расчета, а также предлагаются к использованию реализованные в MathCad 13 авторские программы для расчета прямого и развертывающегося геликоидов. Для расчета прямого геликоида автором была откорректирована методика В.Г. Рекача и впервые получены численные результаты по этой методике. Предложенный С.Н. Кривошапко аналитический метод малого параметра для расчета тонкого тора-геликоида был упрощен автором с применением чисел Бернулли при интегрировании уравнений. Приводится краткий анализ полученных результатов и вывод о целесообразности применения методов к расчету строительных конструкций.

Ключевые слова: геликоидальная поверхность, архитектура, винтовая лестница, пандус, тора-геликоид, метод малого параметра.

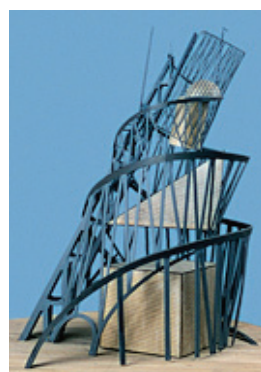
Самыми известными примерами применения геликоидальных оболочек в архитектуре здания в целом можно назвать открытую спиральную рампу автостоянки в башнях многофункционального комплекса Марина-Сити (рис. 1 а), построенных в 1960 г. в США в г. Чикаго, а также здание музея современного искусства им. Гугенхайма, построенного в 1959 г. в Нью-Йорке. Стремление максимально увеличить пропускную способность музея привело к решению запроектировать здание в форме постепенно поднимающейся спиральной рампы (рис. 1 б). По пути к стеклянному куполу рампа делает шесть витков. Интересным примером могла бы стать башня В.Е. Татлина (рис. 1 в), спроектированная им еще в 1920 г., когда пандусы стали излюбленным приемом конструктивизма и служили заменой лестницам в общественных зданиях Дворцов труда, однако проект не был реализован.



а) Марина-Сити,
г. Чикаго (США), 1960 г.



б) музей им. Гугенхайма
в г. Нью-Йорк (США), 1959 г.



в) модель «Башня Татлина»,
1920 г.

Рис. 1. Примеры применения геликоидальных оболочек
в архитектуре прошлого века

Современное воплощение геликоидальных оболочек можно было наблюдать на выставке ЭКСПО–2010 в Шанхае (Китай), где павильон Дании был представлен в виде пешеходного пандуса с дорожками для велосипедистов (рис. 2 а), а павильон Непала украшала эффектная винтовая полоса (рис. 2 б).



а)



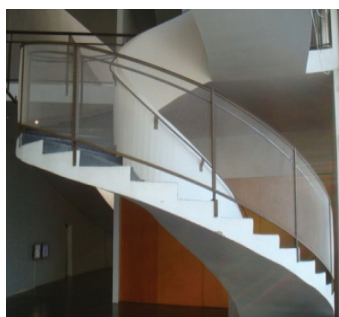
б)

Рис. 2. Павильоны Дании и Непала на ЭКСПО–2010 в г. Шанхай, Китай
(<http://gr.nftegaz.ru/ru/content/news/442.html>)

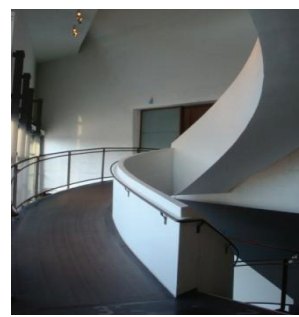
Классическими вариантами применения геликоидов в архитектуре остаются пандусы автостоянок и разнообразные винтовые лестницы (рис. 3), которые не только удовлетворяют функциональным требованиям, но и служат украшением интерьера или экстерьера (рис. 3 е).



а) двусторонняя деревянная лестница в ресторане «Детинец» в г. Великий Новгород, Россия



б) винтовая лестница в музее современного искусства Kiasmo в г. Хельсинки, Финляндия



в) пандус в музее современного искусства Kiasmo в г. Хельсинки, Финляндия



г) винтовая лестница в торговом центре «Калужский» в г. Москва, Россия



д) лестница «в небо» в процессе строительства (<http://www.yellowtrace.com.au/2011/07/08/stairway-to-heaven/>)



е) винтовая лестница в речном порту г. Ярославль, Россия

Рис. 3. Примеры винтовых лестниц

Современные музеи, рестораны, торгово-развлекательные комплексы часто используют интересные архитектурные элементы в своих конструкциях. Так, в стесненных условиях древней башни, в которой расположен ресторан «Детинец» в г. Великий Новгород, логичным решением оказалось устройство двусторонней деревянной винтовой лестницы для соединения входной группы и зала ресторана (рис. 3 а). Дерево органично вписывается в старинный интерьер, а двусторонняя конструкция лестницы увеличивает пропускную способность. В музее современного искусства Kiasmo в Финляндии представлено сразу несколько винтовых элементов (рис. 3 б, в), лаконично вписанных в интерьер музея, что позволяет плавно перемещаться по экспозиции выставки с выбором личного маршрута, а также решает проблему комфортного посещения выставки маломобильными группами населения.

Винтовые лестницы могут служить не только украшением помещения или здания, но и выполнять производственные функции. Например, стальные винтовые лестницы используются как транспортные коммуникации для обслуживающего персонала различного рода промышленных и гражданских сооружений. Они устанавливаются также внутри высоких скульптур, чтобы специалисты имели возможность следить за состоянием стенок скульптуры. Кроме того, их используют для подъема обслуживающего персонала на верхнюю площадку стальных цилиндрических резервуаров. Внутренний контур винтовой лестницы крепится к наружной стороне стального резервуара вдоль винтовой линии.

В автостоянках большой вместимости и этажности чаще всего применяются спиральные ramпы в форме прямого геликоида (рис. 4). Пространство внутреннего кольца ramпы может быть использовано для размещения лифтов и лестничных клеток. Круговые или овальные в плане спиральные ramпы бывают полные или неполные, т.е. подъем на этаж совершается по ramпе в виде полного витка или полувитка. В торговом центре «Калужский» в г. Москве применена схема устройства автостоянки, в которой открытый наружный винтовой пандус с железобетонными ограждающими перилами примыкает к блоку автостоянки, а внутри торгового блока располагается эффектная винтовая лестница на три этажа (рис. 3 г).

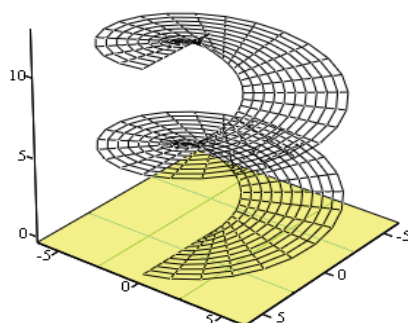


Рис. 4. Прямой геликоид

В мировой практике широкое распространение получило включение в плотную городскую застройку винтообразных искусственных сооружений как элементов многоярусных транспортных пересечений, которые позволяют не только сэко-

номить особо ценные в условиях города территории, но и внести значительное разнообразие в архитектуру сложившихся городов и планирование новых районов.

В автодорожном строительстве возможно применение развертывающегося геликоида (рис. 5) в качестве геометрических моделей откосов насыпи при подъеме и закруглении дороги. Эта поверхность проектируется как поверхность одинакового ската.

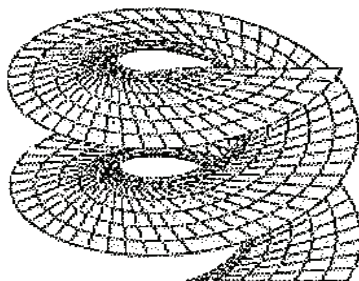


Рис. 5. Торс-геликоид

Первыми двумя работами, посвященными расчету на прочность геликоидальных оболочек, являются статья Д. Тейлора (D.W. Taylor, США), опубликованная в 1933 г., и книга Д.Ю. Панова (ЦАГИ), вышедшая в 1937 г. [1]. Позже в 1944 г. В. Розинг (W.H. Rösingh) предложил свою формулу для подсчета максимального напряжения, возникающего в поперечном сечении гребного винта в форме прямого геликоида, а в 1945 г. Г. Биезено (G.G. Biezeno) опубликовал результаты экспериментального определения напряжений в поперечных сечениях гребных винтов [1].

Пик публикаций по аналитическим методам расчета геликоидальных оболочек в линейной постановке пришелся на 1950-е гг. В диссертации Л.И. Соломона [2], написанной в 1953 г., рассматривалась одномерная задача для геликоидальной оболочки со срединной поверхностью в виде прямого геликоида с несколькими витками, а в 1954 г. Л.И. Соломон установил, что система расчетных линейных дифференциальных уравнений теории тонких оболочек распадается на две группы с двумя группами неизвестных величин, и показал, что для оболочки отрицательной гауссовой кривизны система уравнений безмоментной теории есть система гиперболического типа, и для нее нельзя ставить задачу Дирихле.

В 1957 г. В.Г. Рекач [3] использовал параметрические уравнения винтовых поверхностей для вычисления геометрических характеристик срединной поверхности прямого геликоида, взяв за основу два дифференциальных уравнения Е. Рейснера (E. Reissner, США), затем свел их к одному дифференциальному уравнению в частных производных восьмого порядка и искал решение полученного уравнения в тригонометрических рядах Фурье, что сделало возможным получить бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка для определения коэффициентов тригонометрических рядов Фурье. Исследование пологих прямых геликоидальных оболочек методом Фурье было проведено также в 1984 г. в статье [4], однако этот расчет пологих прямых геликоидальных оболочек, так же как и в [3], не был доведен до численного результата.

Позднее в 2006 г. М.И. Рынковская уточнила методику В.Г. Рекача для прямого геликоида и реализовала ее в программе MathCad 13, доведя до численных результатов [5].

В.Г. Рекач [4] исследовал также пологие оболочки в виде длинных косых геликоидов, используя два дифференциальных уравнения Марквера. Решение двух уравнений, приведенных к одному обыкновенному уравнению четвертого порядка, было принято в виде степенных рядов. Численных результатов получено не было.

В 1960 г. Дж.К. Кноулес (J.K. Knowles) и Е. Рейсснер изучали кручение и осевое растяжение полосы с начальной закруткой, срединная поверхность которой является частью поверхности прямого геликоида. В 1962 г. и 1963 г. О'Масуна (O'Mathuna Diarmuid) исследовал упругую оболочку со срединной поверхностью в форме прямого геликоида в рамках линейной теории тонких упругих оболочек. Позднее, в 1999 г., статическая задача расчета квазисимметричной прямой геликоидальной оболочки рассматривалась Ж. Кнабелем (J. Knabel) и Т. Левинским (T. Lewinski). В 1975 г. Е.И. Михайловский и С.Я. Колтунов расширили метод Соломона [2] на случай квазисимметричной деформации геликоидальной оболочки в виде прямого геликоида с жестким закреплением одного винтового края и с опирающимся на винтовую балку другим краем. Наибольшая погрешность была связана с касательным усилием [1].

В 1980-х гг. появился ряд связанных с геликоидальными оболочками работ таких авторов, как Я. Пличка (J. Plička), Б.М. Меерсон, С.П. Гавель, Д.И. Шарапова, Е. Мансфилд, И.А. Биргер и др. [1]. В 1985 г. Г.Ч. Баджорией (G.Ch. Vajoria) впервые была решена одномерная задача для пологого торса-геликоида с двумя жестко заделанными винтовыми краями. Г.Ч. Баджория в целях упрощения вычислений принял материал оболочки с коэффициентом Пуассона равным нулю ($\nu = 0$). Взяв за основу систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка в перемещениях, Г.Ч. Баджория решил ее численным методом и нашел значения перемещений, внутренних усилий и моментов [1]. Позже С.Н. Кривошапко и Кумудини Джаявардена (Kumudini Jayawardena) [6] изучали поведение непологий оболочки в форме длинного торса-геликоида с несколькими витками с произвольным коэффициентом Пуассона.

В 1994 г. был сделан расчет тонких винтовых оболочек в форме торсов-геликоидов, когда одномерная задача для оболочки в виде развертывающегося геликоида была решена при помощи асимптотического метода малого параметра [7]. В 2000-х гг. С.Н. Кривошапко [8] при расчете пологого торса-геликоида было предложено для численного решения системы восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в перемещениях применить метод Рунге—Кутты, изложенный в версии Mathcad 7. В 2004 г. С.Н. Кривошапко [9] предложил модифицированную версию метода малого параметра применительно к торсу-геликоиду.

В 2009 г. М.И. Рынковская показала целесообразность применения в расчете торса-геликоида по методу малого параметра чисел Бернулли [10; 11], а также аналитически получила численные результаты, сопоставимые с результатами, полученными полуаналитическим методом. В 2009 г. вышла монография С.Н. Криво-

шапко [12], в которой приведена обширная информация по геометрии и расчету торсовых поверхностей, в том числе и по торсам-геликоидам.

В 2012 г. М.И. Рынкoвской по результатам аналитических исследований, в том числе и по [10; 11], была составлена программа на языке Mathcad 13, с помощью которой был проведен анализ влияния угла наклона прямолинейных образующих и коэффициента Пуассона на возникающие в оболочке усилия и перемещения. В работе [6] также было проведено исследование влияния коэффициента Пуассона на напряженно-деформированное состояние геликоидальной оболочки в виде развертывающегося геликоида, рассчитанного по методу малого параметра, однако анализ производился с применением только первого члена ряда, что не позволяло оценить влияние коэффициента Пуассона на продольные усилия. М.И. Рынкoвской были получены следующие члены ряда и написана программа с учетом первых трех членов ряда, что помимо получения уточненных результатов позволило провести указанное выше исследование.

По результатам анализа был сделан вывод, что первых трех членов рядов при расчете по методу малого параметра может быть достаточно для ориентировочного расчета торса-геликоида с углом наклона образующих φ в пределах 15° . При необходимости расчета менее пологих оболочек требуется решать задачу с применением следующих членов ряда. Однако в связи с тем что наиболее распространенные в архитектуре геликоиды — железобетонные пандусы — имеют по эксплуатационным требованиям небольшой поперечный уклон, на практике указанного метода с учетом только первых трех членов ряда вполне достаточно для прикидочного расчета большинства строительных конструкций в виде геликоида, что является его явным преимуществом по сравнению с другими аналитическими методами, требующими нахождения большего количества членов рядов, а также по сравнению с дорогостоящими расчетными программами.

Анализ истории развития исследований в области аналитических методов расчета оболочек показывает, что активное изучение аналитических методов расчета оболочек началось в 1950-х гг., но в 1960-х гг. прервалось почти на 20 лет. Развитие же численных методов началось в 1970-х гг. В настоящее время большинство расчетных программных комплексов основано на численных методах, в то время как аналитические методы нечасто реализуются в виде расчетных программ. Однако ужесточение лицензионной политики и большая стоимость расчетных комплексов, основанных на численных методах, делает аналитические исследования все более актуальными, и, возможно, аналитические методы расчета смогут составить конкуренцию численным методам и найти практическое применение в ближайшем будущем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кривошапко С.Н. Расчет и проектирование винтообразных конструкций, применяемых в строительстве и строительных машинах // Строительные конструкции и материалы. — Вып. 1—2. — М., 2006.
- [2] Соломон Л.И. К расчету геликоидальных оболочек: Дисс. ... канд. техн. наук. — М.: МИСИ, 1953.

- [3] Рекач В.Г. Расчет пологих винтовых (геликоидальных) оболочек // Сб. тр. МИСИ. — 1957. — № 27. — С. 113—132.
- [4] Рекач В.Г., Кривошапка С.Н. Расчет оболочек сложной геометрии. — М.: Изд-во УДН, 1988.
- [5] Рынковская М.И. К вопросу расчета прямых геликоидальных оболочек по методу В.Г. Рекача // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. — 2006. — № 2. — С. 63—66.
- [6] Кумудини М.К.А.Д. Решение задач расчета тонких упругих оболочек в форме разворачивающихся геликоидов: Дисс. ... канд. техн. наук. — М, 1992.
- [7] Кривошапка С.Н., Абдельсалам М.А. К вопросу о применении метода малого параметра для расчета тонкой оболочки в форме длинного торса-геликоида // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений: Межвуз. сб. научных трудов. — М.: МБКА Биоконтроль, 1994. — Вып. 4. — С. 3—11.
- [8] Krivoshapko S.N. Stress-strain analysis of thin elastic open helicoidal shells // Shells in architecture and strength analysis of thin-walled civil-engineering and machine-building constructions of complex forms. July, 4—8. — М., 2001. — P. 193—201.
- [9] Кривошапка С.Н. Применение асимптотического метода малого параметра для аналитического расчета тонких упругих торсов-геликоидов // Пространственные конструкции зданий и сооружений: Сб. статей МОО «Пространственные конструкции». — Вып. 9. — М.: ООО «Девятка Принт», 2004. — С. 36—44.
- [10] Рынковская М.И. О применении чисел Бернулли к расчету тонких упругих торсов-геликоидов по асимптотическому методу малого параметра // Пространственные конструкции зданий и сооружений (Исследования, расчет, проектирование и применение): Сб. статей. Вып. 12 / МОО «Пространственные конструкции». — М., 2009. — С. 59—64.

ON APPLICATION AND ANALYSIS OF HELICOIDAL SHELLS IN ARCHITECTURE AND CIVIL ENGINEERING

M. Rynkovskaya

Department of Strength of Materials and Structures
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

There is the review article of application and calculation of helicoidal shells in architecture and civil engineering. Helicoidal shells are used as ramps, winding staircases, screws, elements of bore machines and so on. Different numerical methods are widely used nowadays, but analytic methods need research. There is also information about author's computer programs written in MathCad for analysis of shallow right and open helicoids. The method of Rekach was corrected by the author and led to numerical results. Analytical method of S.N. Krivoshapko was simplified by author due to the application of Bernoulli numbers in the process of integration of equations. The author suggests using mentioned programs for rough analyses of helicoids instead of expensive program complexes based on numerical methods.

Key words: геликоидальная поверхность, архитектура, винтовая лестница, пандус, торс-геликоид, метод малого параметра.