УДК 530.12:531.51

Вакуумное рождение частиц скалярного поля в конформно-инвариантной теории гравитации. Гамильтонов формализм и квантование релятивистских систем

В. Н. Первушин*, Д. Д. Грачёв†

* *Лаборатория теоретической физики*
Объединённый институт ядерных исследований
ул. Жолио-Кюри, д.6, Дубна, Московская область, 141980, Россия
† *Научно-образовательный центр «Спинтроника»*
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д.6, Москва, 117198, Россия

В настоящей работе рассмотрена модель вакуумного рождения скалярных частиц в конформно-инвариантной модели гравитации в рамках гамильтонова (дираковского) подхода. Построены в явном виде уравнения, задающие в том числе зависимость наблюдаемой плотности числа частиц скалярного поля от начальных данных и инвариантного параметра эволюции.

Рассмотрены проблемы объединения принципов общей теории относительности (ОТО) и квантовой теории поля (КТП) на простом примере вакуумного рождения скалярных частиц в конформно-инвариантной модели гравитации. Показано, что такая модель может описать как возможный механизм такого рождения, так и способы его обобщения на более сложные модели, в том числе и на Стандартную Модель (СМ).

Сформулирован некоторый новый подход к квантованию релятивистских гравитирующих систем, суть которого заключается в квантовании фазового пространства начальных данных как интегралов движения системы, полученных путём Боголюбовской диагонализации уравнений гамильтонова формализма, и в доказательстве эквивалентности такого квантования переходу от классических пространственно-временных переменных к их некоммутирующим квантовым аналогам Вышеописанная схема может быть применена для исходного многообразия любой конечной мерности и топологии.

Ключевые слова: квантовая гравитация, квантовая теория поля, общая теория относительности.

1. Введение

Проблема построения физических теорий, непротиворечиво объединяющих принципы общей теории относительности (ОТО) и квантовой теории поля в той или иной формулировке, например, квантовополевой Стандартной Модели (СМ), а также и других моделях, поставленная ещё в работах Дирака и Эйнштейна, является и на сегодня одной из наиболее актуальных проблем в современной физике.

В частности, было показано [1–3], что в рамках конформно-инвариантных теорий, то есть теорий, инвариантных относительно изменения масштабов измерения физических величин, возможны модели, позволяющие ставить задачу объяснения происхождения всей наблюдаемой материи во Вселенной её космологическим квантовым рождением из физического вакуума [4–11]. В этом контексте проблема исследования механизма такого квантового рождения, обеспечивающего математическую непротиворечивость модели, и её согласие с имеющимися экспериментальными космологическими данными оказывается первостепенной.

В настоящей работе мы предлагаем рассмотреть проблемы объединения принципов ОТО и квантовой теории поля на простом примере вакуумного рождения скалярных частиц в конформно-инвариантной модели гравитации [1–4,11–15]. Мы покажем, что такая модель, как представляется, может описать как возможный механизм такого рождения, так и способы его обобщения на более сложные модели, в том числе и на СМ.

Статья поступила в редакцию 21 октября 2009 г.

При этом мы считаем, что наиболее приемлем здесь вариационный принцип Гильберта формулировки ОТО как теории эволюции системы со связями и гамильтонов подход Дирака к описанию такого рода систем. Это обусловлено рядом причин. Прежде всего, возможностью квантования эволюционирующей гамильтоновой системы наиболее естественным способом, а именно, по Дираку, когда гамильтониан системы задаёт её эволюцию, а производные по времени от функций поля заменяются соответствующими функциями от канонических импульсов. Такая замена позволяет уйти от выделенной роли временной координаты и обеспечить явно релятивистскую инвариантность модели.

В итоге, вариационный принцип Гильберта формулировки ОТО как теории эволюции систем со связями и их гамильтоново описание Дирака позволяют нам сформулировать некоторый новый подход к квантованию такого рода релятивистских систем. Суть этого подхода заключается в квантовании фазового пространства начальных данных как интегралов движения системы, полученных путём Боголюбовской диагонализации уравнений гамильтонова формализма, и в доказательстве эквивалентности такого квантования переходу от классических пространственно-временных переменных к их некоммутирующим квантовым аналогам [16–19].

2. Постановка задачи

Существует два способа описания космологического рождения в классе конформно-плоских метрик с космологическим масштабным фактором, умноженным на квадрат интервала

$$\mathrm{d}s^2 = [(\mathrm{d}\eta)^2 - (\mathrm{d}x_i)^2], \quad \mathrm{d}\eta = e^{-2D} N_0 \mathrm{d}x_0 = e^{-2D}\mathrm{d}\tau$$

и однородной функцией хода времени. В первом способе логарифм космологического масштабного фактора рассматривается как внешнее поле, а во втором как динамическая переменная — дилатон. В рамках вариационного принципа Гильберта [1–4, 10–15] однородная функция хода времени играет роль множителя Лагранжа, а её уравнение трактуется как связь. Динамика дилатона в рамках вариационного принципа Гильберта для систем со связями начальных данных описывает нестандартную для классической механики эволюционную зависимость красного смещения (т.е. дилатона) от собственного интервала времени фотонов. Связи появляются как следствие инвариантности действия и уравнений движения относительно репараметризации координатного параметра эволюции согласно второй теореме Нётер [11, 16, 17].

Квантовая теории поля, как правило, представляется в виде суммы осцилляторов и их взаимодействий. Космологические модели имеют дело со «сжатыми» осцилляторами, когда переменная умножается на параметр сжатия, а её канонический импульс, соответственно, делится. Роль параметра сжатия выполняет космологический масштабный фактор. В результате, мы имеем дело с недиагональными уравнениями движения [1–4]. Их диагонализация путём боголюбовских преобразований, как было показано [4–9], ведёт к определению чисел заполнения квазичастиц как интегралов движения, включая вакуумные состояния, в то время как числа заполнения исходных частиц, плотность которых непосредственно наблюдается, изменяются. Возникновение чисел заполнения частиц и их эволюция интерпретируются как эффект квантового рождения из вакуума наблюдаемых частиц. В такой системе со связями преобразование Боголюбова изменяет исходные канонические импульсы. Возникает вопрос о тождественности новой теории (после преобразования) исходной (до преобразования).

И если новая и старая теории дают разные результаты, то возникает новый вопрос, когда применять это преобразование, до перехода от лагранжиана к гамильтониану, или после? И что значит преобразование Боголюбова на лагранжевом уровне? Эти вопросы об однозначности динамических следствий теории, тесно связаны с проблемой обратного влияния космологического рождения первичных бозонов на эволюцию дилатона как источника этого рождения.

Настоящая работа посвящена ответам на эти вопросы, которые становятся весьма актуальными в связи возможностью отождествления всей наблюдаемой материи как продукта распада этих первичных бозонов [1–3, 15, 18, 19].

3. Уравнения движения. Гамильтонов подход

Рассмотрим простейшую модель космологического рождения минимально взаимодействующего скалярного поля, полученную из конформно-инвариантной теории гравитации [1–4, 10–15], содержащей скалярное безмассовое поле Φ, в приближении однородного дилатонного поля D, т.е. усреднённого по 3-мерному физическому пространству поля. Действие модели может быть записано в виде

$$W=\int \mathrm{d}x^0 N_0\left\{-V_0\left(\frac{\partial_0 D}{N_0}\right)^2+\int \mathrm{d}x^3\frac{e^{-2D}}{2}\left[P_{\overline{\Phi}}^2-\left(\partial_i\overline{\Phi}\right)^2\right]\right\},\quad \overline{\Phi}\equiv e^{-D}\Phi; \qquad (1)$$

где

$$P_{\overline{\Phi}}\equiv\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_0\overline{\Phi}\right)}=\frac{e^{2\langle D\rangle}}{N_0}\left(\partial_0\overline{\Phi}+\partial_0\langle D\rangle\cdot\overline{\Phi}\right); \qquad (2)$$

P_{Φ} — обобщённый импульс скалярного поля, который в лагранжевом формализме содержит производную по времени от дилатона и описывает обратное влияние динамики материи на космическую эволюцию обобщённого импульса дилатонного поля P_D

$$P_D\equiv\frac{\partial L}{\partial(\partial_0 D)}=-\frac{2V_0}{N_0}\partial_0 D+\mathbb{C};\quad \mathbb{C}=\int \mathrm{d}x^3(P_{\overline{\Phi}}\cdot\overline{\Phi}); \qquad (3)$$

N_0 — усреднённая по пространству функция хода времени, или функция смещения, а квадрат интервала имеет вид:

$$\mathrm{d}s^2=\left[(\mathrm{d}\eta)^2-(\mathrm{d}x_i)^2\right],\quad \mathrm{d}\eta=e^{-2D}N_0\mathrm{d}x_0=e^{-2D}\mathrm{d}\tau. \qquad (4)$$

Отметим, что, в частности, существует прямое соответствие между пространством Минковского переменных СТО и пространством полевых переменных в рассматриваемой теории, где роль времениподобной переменной пространства Минковского играет дилатон [3].

Тогда (1) запишется в виде:

$$W=\int \mathrm{d}x^0 N_0\left\{-\frac{(P_D-\mathbb{C})^2}{4V_0}+\frac{e^{-2D}}{2}\int \mathrm{d}x^3\left[P_{\overline{\Phi}}^2-\left(\partial_i\overline{\Phi}\right)^2\right]\right\}\equiv\int \mathrm{d}x^0 N_0 L; \qquad (5)$$

Вычислим гамильтониан $N_0\cdot\mathrm{H}$:

$$N_0\cdot\mathrm{H}=\sum p\cdot(\partial_0 q)-LN_0=N_0\cdot\left[-\frac{(P_D-\mathbb{C})^2}{4V_0}+e^{-2D}\mathrm{H}_{\Phi}\right], \qquad (6)$$

где

$$\mathrm{H}_{\Phi}\equiv\frac{1}{2}\int \mathrm{d}x^3\left[P_{\overline{\Phi}}^2+\left(\partial_i\overline{\Phi}\right)^2\right]. \qquad (7)$$

Определим далее

$$\mathrm{H}=\int \mathrm{d}x^3\mathrm{H}_{\overline{\Phi}}\equiv\frac{1}{2}\int \mathrm{d}x^3\left[P_{\overline{\Phi}}^2+\left(\partial_i\overline{\Phi}\right)^2\right]=\sum_k \mathrm{H}_k$$

$$L = \int \mathrm{d}x^3 L_{\overline{\Phi}} \equiv \frac{1}{2}\int \mathrm{d}x^3 \left[P^2_{\overline{\Phi}} - \left(\partial_i \overline{\Phi}\right)^2\right] = \sum_k L_k =$$

$$= \int \mathrm{d}x^3 C_{\overline{\Phi}} = \int \mathrm{d}x^3 \left(P_{\overline{\Phi}} \cdot \overline{\Phi}\right) = \sum_k C_k;$$

$$\begin{gathered} \mathrm{H}_k = \frac{\omega_k}{2}\left[\Phi^+_k \Phi^-_{-k} + \Phi^-_k \Phi^+_{-k}\right], \\ L_k = \frac{\omega_k}{2}\left[\Phi^+_k \Phi^+_{-k} + \Phi^-_k \Phi^-_{-k}\right], \quad C_k = i\frac{\omega_k}{2}\left[\Phi^+_k \Phi^+_{-k} - \Phi^-_k \Phi^-_{-k}\right], \end{gathered} \tag{8}$$

где $\Phi^\pm_k$ выражаются через соответствующие компоненты пространственного Фурье-разложения функции скалярного поля.

$$i\Phi^\pm_k = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\overline{\Phi}_k \sqrt{\omega_k} \mp i P_{\overline{\Phi}_k}\right]. \tag{9}$$

Из уравнений движения в лагранжевом формализме для $\Phi^\pm_k$ получаем:

$$\partial_\tau \Phi^\pm_k = \pm i\omega_k e^{-2D}\Phi^\pm_k - \partial_\tau D \Phi \mp. \tag{10}$$

4. Квантование системы. Уравнение эволюции системы. Диагонализация уравнений движения для операторов рождения-уничтожения. Преобразование Боголюбова и вакуумный конденсат скалярного поля

Переход к квантовой теории осуществим с помощью квантования по Дираку, то есть требуя, чтобы при переходе от классических величин к квантовым для любой физической величины её классическая скобка Пуассона с гамильтонианом переходила в соответствующий коммутатор.

При этом, пользуясь результатом (6), можно записать уравнение эволюции в гамильтоновой (Дираковской) форме для волновой функции всей системы (Вселенной) Ψ_U (Wheeler-DeWitt) [16], считая дилатонное поле параметром эволюции.

$$\begin{gathered} \left\{\left(P_D^2 - \mathbb{C}^2\right) - E_U\right\}\Psi_U = 0; \quad E_U = 4V_0 H_\Phi + E_V^2, \\ \Psi_U = \exp\left(-i\int \mathrm{d}D C_\Phi\right)\frac{1}{\sqrt{2E_U}}\left[A^+_U + A^-_U\right]. \end{gathered}$$

Такая запись позволяет в дальнейшем строить S-матрицу системы, используя, например, методы функционального интегрирования по дилатонному полю. Построенная таким образом S-матрица будет описывает переход от состояния с нулевыми начальными значениями динамических переменных скалярного поля к состояниям с ненулевыми наблюдаемыми значениями этих величин.

В (8) классические функции $\Phi^\pm_k$ станут бозонными операторами, а из уравнений движения в виде (12), используя (10), получаем

$$\begin{gathered} \partial_\tau : \mathrm{H}_k := 2\partial_\tau D L_k, \quad \partial_\tau C_k = 2e^{-2D}L_k, \\ \partial_\tau L_k = 2\partial_\tau D\left[: H_k : + \frac{\omega_k}{2}\right] - 2e^{-2D}C_k, \quad \varpi = e^{-2D}\omega_k. \end{gathered} \tag{11}$$

Здесь $: H_k :$ означает запись операторов в нормальной форме.

Определим операторы b^+_k и b^-_k с помощью преобразования Боголюбова:

$$\Phi^+_k = \alpha b^+_k + \beta^* b^-_k, \quad \Phi^-_k = \beta b^+_k + \alpha^* b^-_k, \quad |\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1. \tag{12}$$

Выберем параметры преобразования Боголюбова в виде:

$$\alpha = ie^{-i\vartheta}\operatorname{ch}(r), \quad \beta* = ie^{-i\vartheta}\operatorname{sh}(r). \tag{13}$$

Тогда, диагонализуя (10), получим два уравнения для параметров преобразования Боголюбова в виде:

$$\partial_\tau\vartheta = -\partial_\tau D\sin(2\vartheta)\operatorname{cth}(2r) - \varpi_k, \quad \partial_\tau r = \partial_\tau D\cos(2\vartheta). \tag{14}$$

Кроме того,

$$\omega_{bk} = [\varpi_k ch(2r) + \partial_\tau\vartheta - \partial_\tau D\sin(2\vartheta)\operatorname{sh}(2r)] = \\ = \{\varpi_k(\operatorname{ch}(2r)-1) - \partial_\tau D\sin(2\vartheta)[\operatorname{sh}(2r)+\operatorname{cth}(2r)]\}. \tag{15}$$

В этом случае оператор числа квазичастиц $N_b = b_k^+ b_k^-$ сохраняется, $\partial_\tau N_b = 0$; а стабильный вакуум квазичастиц определяется в виде $b_k^- \left|0\right\rangle_b = 0$;

Вычислим средние значения H_k, L_k, C_k по стабильному вакууму квазичастиц $\left|0\right\rangle_b$, где $\Phi^\pm = \Phi^\pm(b^-, b^+)$. Используем обозначения:

$$\mathrm{H}_k = \left\langle 0\right|_b H_k \left|0\right\rangle_b, \quad \mathbb{C}_k = \left\langle 0\right|_b C_k \left|0\right\rangle_b, \quad \Lambda_k = \left\langle 0\right|_b L_k \left|0\right\rangle_b.$$

Тогда имеем:

$$\mathrm{H}_k = \frac{\omega_k}{2}[\operatorname{ch}(2r)-1], \quad \mathbb{C}_k = -\frac{\omega_k}{2}\operatorname{sh}(2r)\sin(2\vartheta), \quad \Lambda_k = \frac{\omega_k}{2}\operatorname{sh}(2r)\cos(2\vartheta). \tag{16}$$

Прямо дифференцируя (16) и учитывая уравнения (11), получаем

$$\begin{gathered}\partial_\tau\mathrm{H}_k = 2\partial_\tau D\Lambda_k, \quad \partial_\tau\mathbb{C}_k = 2\omega_k e^{-2D}\Lambda_k, \\ \partial_\tau\Lambda_k = 2\partial_\tau D\left[\mathrm{H}_k + \frac{\omega_k}{2}\right] - 2e^{-2D}\omega_k\mathbb{C}_k.\end{gathered} \tag{17}$$

Видим, что уравнения (17) по форме совпадает с уравнениями (11), что означает их инвариантность относительно преобразований Боголюбова, диагонализующих уравнения движения для операторов рождения-уничтожения, и параметры которых удовлетворяют системе уравнений (14).

Таким образом, путём прямых вычислений мы показали, что преобразования Боголюбова в виде (13) не нарушают гамильтоновости исходной системы. Данный результат был не вполне очевиден, поскольку он, вообще говоря, зависит от процедуры квантования, то есть, выбора правила соответствия классических величин квантовым операторам.

Таким образом, преобразования Боголюбова (13) квантовых операторов соответствуют (при квантовании по Дираку) некоторым каноническим преобразованиям в классическом гамильтоновом формализме. Иначе говоря, параметрическое многообразие, которое образуют преобразования Боголюбова (13), топологически гомеоморфно (а алгебраически гомоморфно) некоторому многообразию классических канонических преобразований. Заметим, что для подробного изучения структуры морфизмов необходимо более детальное рассмотрение алгебраической и групповой структуры этих многообразий. На данном этапе мы констатируем их наличие.

Видим, что, в отличии от классического случая, в квантовом случае могут существовать ненулевые решения системы уравнений (17) при нулевых начальных условиях.

Таким образом, ненулевые вакуумные средние в (11) являются источником рождения из физического вакуума скалярных частиц, для которых мы можем определить наблюдаемые числа заполнения N_k:

$$N_k = \langle 0|_b \, \Phi_k^- \Phi_{-k}^+ \, |0\rangle_b = \mathrm{sh}(r)^2. \quad (18)$$

Вакуумный конденсат c_k скалярных частиц

$$c_k = \frac{C_k}{\omega_k} = \frac{i}{2} \langle 0|_b \, \Phi_k^- \Phi_{-k}^+ - \Phi_k^- \Phi_{-k}^+ \, |0\rangle_b = -\,\mathrm{sh}(2r)\sin(2\vartheta). \quad (19)$$

Переходя к дилатонной переменной $y = D$, из (17) можно получить

$$\partial_y^2 N_k = (4N_k + 1) + 2\varpi_k e^{-2y} c_k, \quad \partial_y c_k = -2\varpi_k e^{-2y} \partial_y N_k. \quad (20)$$

Можно видеть, что существует зависимость $N_k(y = 0) = N_{k_0}(y_I)$ при нулевых начальных данных: $N_k(y_I) = c_k(y_I) = 0$; $\partial_y N_k(y_I) = \partial_y c_k(y_I) = 0$. Это означает, что в рассматриваемой модели имеет место вакуумное рождение скалярных частиц, число которых N_k явным образом зависит от параметра эволюции y, роль которого в данном случае играет дилатонное поле.

Рассмотренная здесь модель, содержащая дилатонное и скалярное поле, может быть обобщена, например, до СМ. В этом случае уравнения типа (20) для числа частиц могут быть решены численно. В результате мы можем получить необходимые количественные оценки для сравнения их с имеющимися экспериментальными космологическими данными, а также данными из экспериментов по нуклеосинтезу.

Видим, что указанный подход может быть реализован не только для СМ, но и для любой модельной системы, обладающей гамильтонианом и соответствующей симплектической структурой.

Отметим здесь одно обстоятельство. В результате реализации программы по обобщению обсуждаемого подхода на СМ, а также и на другие возможные модели, гравитация, таким образом, будет являться единственным источником происхождения всей наблюдаемой материи, а скалярная кривизна будет пропорциональна плотности полного гамильтониана Вселенной.

В этом случае гамильтонова симплектическая и метрическая структуры Вселенной будут иметь один и тот же источник и будут морфны (топологически гомео-, и алгебраически гомо-).

При этом если:

1) до квантования метрическая структура системы (вселенной) морфна симплектической гамильтоновой (алгебраически это гомо-, а топологически — гомео-), и тогда преобразования из любой релятивистской группы (включая конформную) морфны некоторым каноническим преобразованиям в гамильтоновом формализме;
2) после процедуры квантования (где квантование проведено по Дираку) канонические преобразования в классическом гамильтоновом формализме соответствуют некоторым преобразованиям Боголюбова в квантовой теории,

то любая релятивистская группа должна быть морфна (гомео-, гомо-) некоторой группе преобразований Боголюбова, осуществляющих связь между различными алгебраически полными наборами образующих операторов, на базе которых строятся все динамические переменные квантовой теории. Но тогда есть основания считать, что пространственные и временная координаты в квантовой теории, вообще говоря, некоммутативны. Собственно, они становятся динамическими переменными «на общих основаниях». При этом любое классическое релятивистское преобразование соответствует некоторому преобразованию Боголюбова квантовых некоммутирующих переменных. Тогда, например, компоненты метрического тензора, тензоров Риччи, или кривизны будут, вообще говоря, операторнозначными, а их наблюдаемые значения — результатом некоторого усреднения по состоянию. В этом случае сама процедура квантования в релятивистской теории есть переход к некоммутативным пространственно-временным переменным. Однако при этом можно сделать соответствующее расслоение 3×1 исходного четырёхмерного многообразия так, что чисто трёхмерные метрика и кривизна останутся обычными c-числовыми структурами. Получается, в частности, что невозможно одномоментное точное измерение «пространственной» и «временной» переменной, это есть всегда результат усреднения. В этой теории энергия и 3-импульс не коммутируют. Однако коммутируют энергия и 3-координаты на любом 3-многообразии из соответствующего расслоения. Интересна ситуация с дилатонным полем. Это поле, порождая через вакуум все физические поля, при квантовании становится некоммутирующим с ними всеми (подобно «временной» и «пространственным» переменным). Физический вакуум приобретает дополнительную «зернистую» структуру, на которой проводится усреднение. В такой теории исчезает проблема сингулярностей, связанных со стремящимися к нулю измеряемыми значениями пространственно-временных объёмов и, соответственно, бесконечными значениями плотности энергии. В дальнейшем будет рассмотрена проблема замены уравнений поля и уравнений эволюции на соответствующие аналоги в функциональных производных.

Вышеописанная схема может быть применена для исходного многообразия любой конечной мерности и топологии (струны открытые и замкнутые, браны любой конечной мерности и топологии), и, видимо, с любой разумной группой внутренней симметрии (и суперсимметрии), лишь бы на нем можно было навести симплектическую гамильтонову структуру.

5. Заключение

Для ответа на вопросы об однозначности динамических следствий теории вакуумного рождения, поставленные в начале настоящей работе, и решения проблемы обратного влияния космологического рождения первичных бозонов на эволюцию дилатона как источника этого рождения, было рассмотрено вакуумное рождения скалярных частиц в простой конформно-инвариантной модели гравитации в рамках гамильтонова (Дираковского) подхода. Мы дали положительные ответы на эти вопросы путём перехода к билинейным переменным плотности гамильтониана или лагранжиана.

Было показано, что гамильтонова форма уравнений движения для билинейных величин теории инвариантна относительно преобразований Боголюбова, диагонализующих уравнения движения для операторов рождения-уничтожения. При этом двумерное параметрическое многообразие, которое образуют указанные преобразования Боголюбова, морфно некоторому многообразию канонических преобразований исходной классической гамильтоновой системы и имеет геометрию пространства Лобачевского.

В работе предложен диффеоинвариантный способ построения S-матрицы, которая обеспечивает переход от начальных состояний системы, имеющих нулевые наблюдаемые значения динамических величин, к состояниям, где эти величины отличны от нуля.

Построены в явном виде уравнения, задающие в том числе зависимость наблюдаемой плотности числа частиц скалярного поля от начальных данных инвариантного параметра эволюции. Предложен новый метод вычисления конечной плотности энергии наблюдаемых частиц, как продукта рождения из вакуума, суть которого состоит к переходу от рассмотрения наборов одночастичных гамильтонианов к вычислению полного гамильтониана системы в конечном объёме. Это, позволяет, в частности, избежать ультрафиолетовых расходимостей, неизбежно требующих не всегда возможных перенормировок.

В рамках рассмотренной модели было установлено, что источником рождения из вакуума частиц скалярного поля ненулевое значение вакуумного среднего полного гамильтониана (энергия Казимира) (аналогичный результат для гравитонов был получен также в [19]).

Указывается, что в результате реализации программы по обобщению обсуждаемого подхода на СМ, а также и на другие возможные модели, гравитация, таким образом, будет являться причиной происхождения всей наблюдаемой материи, а скалярная кривизна будет локально пропорциональна плотности полного гамильтониана Вселенной. В этом случае гамильтонова симплектическая и метрическая структура Вселенной будут иметь один и тот же источник и будут морфны (топологически гомео-, и алгебраически гомо-).

Это позволяет сформулировать некоторый новый подход к квантованию релятивистских гравитирующих систем, суть которого заключается в переходе к некоммутирующим пространственно-временным переменным, и который даёт возможность в рамках гамильтонова формализма последовательно провести их квантование.

Вышеописанная схема может быть применена для исходного многообразия любой конечной мерности и топологии (струны открытые и замкнутые, браны любой конечной мерности и топологии) и, видимо, с любой разумной группой внутренней симметрии (и суперсимметрии), в случае, если на нем существует симплектическая гамильтонова структура. При этом вопрос о том, всякая ли физическая система (вселенная) является гамильтоновой, может также быть обсуждён.

В заключение авторы благодарят Ю.П. Рыбакова, Л.А. Севастьянова и С.И. Виницкого за полезные замечания и обсуждения.

Литература

1. *Pervushin V. N.* Astrophysical Data and Conformal Unified Theory // International Conference, Hadron Structure'02. — Herl'any, Slovakia: 2002.
2. *Pervushin V. N.* Astrophysical Data and Conformal Unified Theory // Proceeding of Hadron Structure 2002, Acta Physica Slovakia. — Vol. 53. — 2003. — P. 237. — [arXiv:hep-ph/0211002].
3. Космологическое рождение векторных бозонов и реликтовое излучение / Д. Б. Блашке, С. И. Виницкий, А. А. Гусев и др. // Ядерная физика. — 2004. — № 67. — С. 1074. [Kosmologicheskoe rozhdenie vektornihkh bozonov i reliktovoe izluchenie / D. B. Blashke, S. I. Vinickiyj, A. A. Gusev и др. // Yadernaya fizika. — 2004. — No 67. — C. 1074.]
4. *Тагиров Э. А., Черников Н. А.* Конформно-инвариантная космология. Препринт P2-3777. — Дубна: ОИЯИ, 1968. [*Tagirov Eh. A., Chernikov N. A.* Konformno-invariantnaya kosmologiya. Preprint P2-3777. — Dubna: OIYaI, 1968.]
5. *Parker G. L.* Particle Creation in Expanding Universes // Phys. Rev. Lett. — 1968. — Vol. 21. — P. 562.
6. *Гриб А. А., Мамаев С. Г.* К теории поля в пространстве Фридмана // Ядерная физика. — 1969. — Т. 10. — С. 1276. [*Grib A. A., Mamaev S. G.* K teorii polya v prostranstve Fridmana // Yadernaya fizika. — 1969. — T. 10. — C. 1276.]
7. *Sexl R. U., Urbantke H. K.* Production of Particles by Gravitational Fields // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 179. — P. 1247.
8. *Зельдович Я. В.* Рождение частиц в космологии // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — № 12. — С. 443. [*Zeljdovich Ya. V.* Rozhdenie chastic v kosmologii // Pisjma v ZhEhTF. — 1970. — No 12. — C. 443.]
9. *Зельдович Я. Б., Старобинский А. А.* Рождение частиц и поляризация вакуума в анизотропном гравитационном поле // ЖЭТФ. — 1971. — № 61. — С. 2161–2175. [*Zeljdovich Ya. B., Starobinskiyj A. A.* Rozhdenie chastic i polyarizaciya vakuuma v anizotropnom gravitacionnom pole // ZhEhTF. — 1971. — No 61. — S. 2161–2175.]
10. *Зельдович Я. Б., Старобинский А. А.* О скорости рождения частиц в гравитационных полях // Письма в ЖЭТФ. — 1977. — № 26. — С. 373. [*Zeljdovich Ya. B., Starobinskiyj A. A.* O skorosti rozhdeniya chastic v gravitacionnihkh polyakh // Pisjma v ZhEhTF. — 1977. — No 26. — C. 373.]
11. *Pervushin V. N., Smirichinski V. I.* Bogoliubov quasiparticles in constrained systems // J. Phys. A: Math.Gen. — 1999. — No 32. — P. 6191.

12. *Линде А. Д.* Физика элементарных частиц и инфляционная космология. — М.: Наука, 1990. [*Linde A. D.* Fizika ehlementarnihkh chastic i inflyacionnaya kosmologiya. — M.: Nauka, 1990.]
13. Description of Supernova Data in Conformal Cosmology without Cosmological Constant / D. Behnke, D. Blaschke, V. N. Pervushin, D. Proskurin // Phys. Lett. B. — 2002. — Vol. 530. — P. 20. — [gr-qc/0102039].
14. Hamiltonian a General Relativity in Finite Space and Cosmological Potential Perturbations / B. M. Barbashov, V. N. Pervushin, A. F. Zakharov, V. A. Zinchuk // Int. Jour. Mod. Phys. — 2006. — Vol. A 21. — P. 5957.
15. *Pervushin V. N., Proskurin D., Gusev A.* Cosmological Particle Origin in Standard Model // Gravitation & Cosmology. — 2002. — Vol. 8. — P. 181.
16. *Wheeler J. A.* Batelle Recontres in Lectures in Mathematics and Physics / Ed. by C. DeWitt, J. A. Wheeler. — New York: Benjamin, 1968.
17. *Misner C.* Quantum Cosmology // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 186. — P. 1319.
18. *Pervushin V. N., Zinchuk V. A.* Bogoliubov's integrals of motion in quantum cosmology and gravity // Physics of Atomic Nuclei. — 2007. — Vol. 70, No 3. — P. 590. — E-Print Archive: gr-qc/0601067.
19. General relativity and the standard model in scale-invariant variables / B. Arbuzov, B. M. Barbashov, A. Borowiec et al. // Gravitation and Cosmology. — 2009. — Vol. 15, No 3. — P. 199.

UDC 530.12:531.51

Vacuum Creation of Scalar Field Particles in Conformal-invariant Theory of Gravitation. Hamiltonian Formalism and Quantization of Relativistic Systems

V. N. Pervushin*, D. D. Grachev†

* *Laboratory of Theoretical Physics*
Joint Institute for Nuclear Research
Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russia
† *Scientifically-Educational Centre "Spintronics"*
Peoples' Friendship University of Russia
Mikluho-Maklaja str. 6, 117198, Moscow, Russia

In the present work the model of a vacuum creation of scalar particles in conformal-invariant model of gravitation in the frameworks of the Hamiltonian (Dirac) approach is considered. The equations, setting dependence of observable density of number of scalar particles on the initial data and invariant parametre of evolution, are constructed in an explicit form.

Problems of unification of principles of the General Theory of Relativity (GTR) and the Quantum Theory of Fields (QTF) within a simple example of a vacuum creation of scalar particles in conformal-invariant model of gravitation [1-3,10-14] are considered. It is shown that such model can describe both possible mechanism of such creation, and ways of its generalisation to more complex models, including Standard Model (SM).

It allows to formulate some new approach to quantization of the relativistic gravitational systems, which essence is in quantization of the phase space of initial quantities as integrals of motion of the system, obtained by Bogoljubov diagonalization of the motion equations in Hamiltonian formalism, and in the proof of equivalence of such quantization to transition from classical commutative variables to their noncommutative quantum analogues.

The above described scheme can be applied to initial manifolds of any finite dimension and topology.

Key words and phrases: quantum gravitation, quantum field theory, general theory of relativity.