

**ИНФОРМАЦИОННО-  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

**Материалы  
Всероссийской конференции  
с международным участием**

*Москва, РУДН, 24–28 апреля 2017 года*

УДК 004:007(063)  
ББК 32.81  
И74

Конференция проводится в рамках реализации Программы повышения конкурентоспособности РУДН «5-100», проект М 2.4.1.П1 «Организация и проведение НТМ, повышающих международный и всероссийский уровень признания ученых РУДН».

**Организатор конференции:** Российский университет дружбы народов.

**Соорганизаторы конференции:**

Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ);  
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН);  
Лаборатория информационных технологий Объединенного института ядерных исследований (ЛИТ ОИЯИ);  
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН).

**Программный комитет:** Самуйлов К. Е., д.т.н., проф., РУДН — председатель программного комитета; Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН — сопредседатель программного комитета; Толмачев И. Л., к.ф.-м.н., проф., РУДН — сопредседатель программного комитета; Гудкова И. А., к.ф.-м.н., доцент, РУДН — секретарь программного комитета; Андреев С. Д., к.т.н., РУДН, Tampere University of Technology, г. Тампере, Финляндия; Башарин Г. П., д.т.н., проф., РУДН; Боголюбов А. Н., д.ф.-м.н., проф., МГУ; Вишняцкий С. И., д.ф.-м.н., проф., ЛТФ ОИЯИ; Вишневецкий В. М., д.т.н., проф., ИПУ РАН; Гайдамака Ю. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Гнатич М. М., проф., Pavol Jozef Safarik University in Kosice, Словакия; Гольдштейн Б. С., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Горшенин А. К., к.ф.-м.н., доцент, ФИЦ ИУ РАН; Дружинина О. В., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Ефимушкин В. А., к.ф.-м.н., доцент, ОАО «Интеллект Телеком»; Ибрагимов Б. Г., д.т.н., проф., Азербайджанский технический университет (АЗТУ), г. Баку, Азербайджан; Кореньков В. В., д.т.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Королькова А. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Крынев А. В., д.ф.-м.н., проф., НИЯУ «МИФИ»; Кулябов Д. С., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Кучерявый А. Е., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Кучерявый Е. А., к.т.н., проф., НИУ ВШЭ; Ланев Е. Б., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Мартикайнен О. Е., проф., Service Innovation Research Institute, г. Хельсинки, Финляндия; Назаров А. А., д.т.н., проф., ТГУ; Наумов В. А., проф., Service Innovation Research Institute, г. Хельсинки, Финляндия; Осипов Г. С., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Пузынин И. В., д.ф.-м.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Пшеничников А. П., к.т.н., проф., МТУСИ; Ромашкова О. Н., д.т.н., проф., МГПУ; Севастьянов А. Л., к.ф.-м.н., РУДН; Степанов С. Н., д.т.н., проф., МТУСИ; Стрельцова О. И., к.ф.-м.н., с.н.с., ЛИТ ОИЯИ; Сущенко С. П., д.т.н., проф., ТГУ; Хачумов В. М., д.т.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Цирулев А. Н., д.ф.-м.н., проф., ТвГУ; Цитович И. И., д.ф.-м.н., доцент, ИППИ РАН; Чулуунбаатар О., д.ф.-м.н., ЛИТ ОИЯИ; Шоргин С. Я., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Щетинин Е. Ю., д.ф.-м.н., проф., СТАНКИН.

**Оргкомитет:**

*Председатель:* Васильев С. А., к.ф.-м.н. (РУДН).

*Зам. председателя:* Диваков Д. В. (РУДН); Острикова Д. Ю., к.ф.-м.н. (РУДН); Соченов И. В., к.ф.-м.н. (РУДН); Стрельцова О. И., к.ф.-м.н., с.н.с. (ЛИТ ОИЯИ).

*Члены оргкомитета:* Никитина Е. В., к.х.н., зам. декана по науке (РУДН); Малых М. Д., к.ф.-м.н. (РУДН); Демидова А. В., к.ф.-м.н. (РУДН); Тютюнник А. А. (РУДН).

**Секции:**

**Теория телеграфика и ее применения**

*Сопредседатели:* д.т.н., проф. Башарин Г. П. (РУДН), к.т.н., проф. Пшеничников А. П. (МТУСИ), к.ф.-м.н. доцент Гудкова И. А. (РУДН).

*Секретарь:* к.ф.-м.н. Острикова Д. Ю. (РУДН).

**Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура**

*Сопредседатели:* д.т.н., проф. Самуйлов К. Е. (РУДН), д.т.н., проф. Вишневецкий В. М. (ИПУ РАН), к.ф.-м.н., доцент Гайдамака Ю. В. (РУДН).

*Секретарь:* Горбунова А. В. (РУДН).

**Прикладные информационные системы**

*Сопредседатели:* д.ф.-м.н., проф. Осипов Г. С. (ФИЦ ИУ РАН), проф. Толмачев И. Л. (РУДН).

*Секретарь:* Новикова Д. С. (РУДН).

**Высокопроизводительные технологии распределенных вычислений**

*Сопредседатели:* д.т.н., проф. Кореньков В. В. (ЛИТ ОИЯИ), к.ф.-м.н., доцент Кулябов Д. С. (РУДН).

*Секретарь:* к.ф.-м.н. Демидова А. В. (РУДН).

**Математическое моделирование**

*Сопредседатели:* д.ф.-м.н., проф. Севастьянов Л. А. (РУДН), д.ф.-м.н., проф. Крынев А. В. (НИЯУ «МИФИ»), д.ф.-м.н., проф. Дружинина О. В. (ФИЦ ИУ РАН).

*Секретарь:* к.ф.-м.н. Демидова А. В. (РУДН).

И74

**Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем** : материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 24–28 апреля 2017 г. — Москва : РУДН, 2017. — 370 с. : ил.

ISBN 978-5-209-07913-2

© Коллектив авторов, 2017

© Российский университет дружбы народов, 2017

## Содержание

### Теория телетрафика и её применения

<b>Берснев Г. Б., Воронков С. С.</b> Исследование потоков графических данных в трафике компьютерного класса . . . . .	10
<b>Ботвинко А. Ю.</b> Оптимизация набора правил фильтрации в межсетевых экранах . . . . .	13
<b>Васильев А. П.</b> Построение и анализ модели с динамическим распределением каналного ресурса при обслуживании трафика реального времени и эластичного трафика данных	15
<b>Журко А. М., Степанов М. С., Степанов С. Н.</b> Построение и анализ модели call-центра с учетом навыков операторов и нетерпеливости абонентов . . . . .	18
<b>Заринова Э. Р., Чухно Н. В., Чухно О. В.</b> Разработка математической модели бизнес-процесса телекоммуникационной компании . . . . .	21
<b>Зарядов И. С., Богданова Е. В., Милованова Т. А.</b> Характеристики системы массового обслуживания с обновлением и рекуррентным обслуживанием по вложенной цепи Маркова . . . . .	24
<b>Иванова Д. В., Карнаухова Е. А., Гольская А. А., Маркова Е. В.</b> Марковская модель схемы совместного использования ресурсов со снижением скорости обслуживания в беспроводной сети . . . . .	27
<b>Калинина К. А.</b> О случайном суммировании нагрузки при оценивании эффективной пропускной способности узла высокоответственной сети . . . . .	30
<b>Киселева К. М.</b> Исследование некоторых нестационарных моделей массового обслуживания, описываемых неоднородными марковскими цепями с непрерывным временем . . . . .	33
<b>Кутбитдинов С. Ш., Лохмотко В. В.</b> Асимптотическая модель сбалансированной IP-сети с распределенной структурой. . . . .	35
<b>Мокров Е. В., Полуэктов Д. С., Гудкова И. А.</b> Вероятностная модель загрузки данных подвижному устройству в беспроводной сети LTE . . . . .	38
<b>Назаров А. А., Бронер В. И.</b> Модифицированная модель Крамера-Лундберга с релейным управлением поступлением ресурса . . . . .	41
<b>Полуэктов Д. С., Мокров Е. В.</b> Анализ времени ожидания доступа к ресурсам совместного использования в модели с эластичным трафиком и прерыванием обслуживания . . . . .	44
<b>Потатуева В. В., Лисовская Е. Ю., Моисеева С. П.</b> Асимптотический анализ системы MPPP GI ∞ с заявками случайного объема . . . . .	47
<b>Сарайкин И. В.</b> Бизнес-процесс оказания услуг профессиональной видеосъемки и монтажа как сеть массового обслуживания . . . . .	50
<b>Сопин Э. С., Самуйлов К. Е.</b> Рекуррентный алгоритм вычисления вероятностных характеристик для СМО с ограниченными ресурсами и случайными требованиями . . . . .	52
<b>Уанкло Г. Ж. К., Козырев Д. В.</b> Анализ чувствительности характеристик надёжности модели резервирования системы передачи данных к виду распределений времени безотказной работы и ремонта её элементов . . . . .	55
<b>Фёдорова Е. А.</b> Исследование RQ-системы M M 1 с нетерпеливыми заявками в условии большой загрузки . . . . .	59
<b>Филонцев Т. А.</b> Моделирование телеграфного процесса . . . . .	63
<b>Цурлуков В. В., Крупко О. С., Зарядов И. С.</b> Входящий поток, управляемый цепью Маркова (ММАР). Использование в задачах теории телетрафика . . . . .	66

<b>Чукарин А. В., Зарипова Э. Р., Смирнова Н. М.</b> Моделирование семи эталонных клиентоориентированных бизнес-процессов телекоммуникационной компании . . . . .	69
<b>Шкленник М. А., Моисеева С. П.</b> Исследование суммарного потока обращений в неоднородной системе массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих устройств и повторными обращениями . . . . .	72
<b>Штыкова Е. Н.</b> Анализ марковских сетей с доходами, положительными и отрицательными заявками . . . . .	75
<b>Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура</b>	
<b>Абаев П. О.</b> Угрозы безопасности в программно-конфигурируемых сетях . . . . .	77
<b>Абаев П. О., Царев А. С., Леон Агупанья М. К.</b> Модель для анализа показателей эффективности виртуальных сетевых функций в 5G сетях . . . . .	80
<b>Агеев К. А., Сопин Э. С.</b> Дискретизация функции распределения требований к ресурсу для анализа характеристик M2M трафика . . . . .	83
<b>Адаму А., Медведева Е. Г., Гайдамака Ю. В.</b> К анализу характеристик туманно-облачных вычислений . . . . .	86
<b>Андреев С. Д.</b> О причинах и последствиях технологической фрагментации современного интернета вещей . . . . .	89
<b>Ардилла Пинто А.</b> Процедура установления соединения по каналу случайного доступа . . . . .	92
<b>Ардилла Пинто А., Семенова О. В., Власкина А. С., Зарипова Э. Р., Гудкова И. А.</b> К разработке имитационной модели схемы установления соединения по каналу случайного доступа . . . . .	95
<b>Бегишев В. О., Молчанов Д. А., Самуйлов А. К.</b> Анализ сотовой технологии интернета вещей NarrowBand IoT . . . . .	98
<b>Бесчестный В. А.</b> Дискретная модель с групповым обслуживанием для анализа схемы доступа транспортных средств к ресурсам беспроводной сети . . . . .	101
<b>Власкина А. С., Семенова О. В., Гудкова И. А.</b> Об алгоритме использования технологий мультимедиа и прямого взаимодействия устройств для передачи данных в беспроводной сети . . . . .	104
<b>Волков А. С., Бахтин А. А., Миронов А. В., Солодков А. В., Кульпина Ю. А.</b> Применение широкополосных сигналов в сетях MANET . . . . .	107
<b>Гайдамака Ю. В., Жданков А. Н.</b> Алгоритм моделирования расположения взаимодействующих устройств для оценки интерференции в сетях беспроводной связи . . . . .	110
<b>Гайдамака Ю. В., Русина Н. В., Фомченко Т. Д., Цветкова О. О.</b> Алгоритм расчета вероятности блокировки заявок на узлах пассивной оптической сети . . . . .	113
<b>Гудкова И. А., Самуйлов К. Е.</b> К разработке модели схемы совместного доступа к ресурсам беспроводной сети с адаптивной скоростью обслуживания пользователей . . . . .	116
<b>Дараселия А. В., Сопин Э. С.</b> Анализ энергопотребления системы облачных вычислений с учетом разогрева и выключения серверов . . . . .	119
<b>Дзантиев И. Л., Харин П. А., Маркова Е. В., Гудкова И. А.</b> К разработке вероятностной модели затухания сигнала в беспроводной сети с разноудаленными от базовой станции и разновысокими устройствами . . . . .	122
<b>Ибрагимов Б. Г., Гасанов М. Г., Керимов В. Р.</b> К анализу показателей эффективности функционирования сетей NGN/IMS при оказании мультимедийных услуг . . . . .	124

<b>Ибрагимов Б. Г., Гумбатов Р. Т., Ибрагимов Р. Ф.</b> Исследование эффективности интеллектуальной сети связи при установлении соединения . . . . .	127
<b>Мацкевич И. А., Самуйлов К. Е.</b> Модель разделения нагрузки в системах туманных вычислений . . . . .	130
<b>Мачнев Е. А., Подузков Д. С., Мокров Е. В.</b> К разработке мобильного приложения для измерения качества радиоканала и моментов совершения хэндовера в беспроводной сети LTE . . . . .	133
<b>Осипов О. А.</b> Построение модели системы распределённых вычислений в виде системы массового обслуживания с делением и слиянием требований . . . . .	135
<b>Саркер М., Острикова Д. Ю.</b> К анализу вероятностных характеристик процедуры веб-браузинга в условиях ненадежности ресурсов беспроводной сети . . . . .	137
<b>Прикладные информационные системы и технологии</b>	
<b>Данилов И. Д.</b> Программная реализация графического интерфейса, направленного на моделирование инвестиционных проектов . . . . .	140
<b>Докучаев Д. А.</b> Методы решения задач распознавания изображений . . . . .	143
<b>Жарикова С.-Н. А.</b> Тематическая кластеризация новостных сообщений . . . . .	147
<b>Исаев А. А.</b> Выделение параметров для обучения ЭС, решающей задачи ТОРО . . . . .	150
<b>Каменская М. А., Храмоин И. В.</b> Разрешение референции в текстах на русском языке	153
<b>Карпов А. В., Деникин А. С., Науменко М. А., Алексеев А. П., Рачков В. А., Самарин В. В., Сайко В. В.</b> Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий . . . . .	156
<b>Кулзак О. Д. Д.</b> Интеллектуальный анализ клинических данных . . . . .	159
<b>Лорян К. А., Иванов В. Е.</b> Расширение функциональности партионного учета себестоимости в среде 1С: Предприятие . . . . .	161
<b>Лукина М. С.</b> Экспериментальные исследования задачи планирования траектории на картах специального вида . . . . .	164
<b>Панкратов А. С., Мазри А.</b> Построение интегрированной информационной системы, объединяющей базы данных компаний, обеспечивающих грузоперевозки . . . . .	167
<b>Панкратов А. С., Пшеунов А. Х.</b> Построение интегрированной информационной системы, объединяющей транспортные расписания . . . . .	170
<b>Сарибекян М. А.</b> Исследование зависимости основных макроэкономических показателей Российской Федерации с помощью корреляционно-регрессионного анализа . . . . .	173
<b>Симон К. К.</b> Сетевая защита с помощью средства машинного обучения . . . . .	176
<b>Соколова Т. А.</b> Методы автоматического извлечения и сегментации библиографических ссылок из научных текстов . . . . .	179
<b>Хамбикова Г. М.</b> Разработка метода интеллектуального анализа социально-экономических данных . . . . .	182
<b>Харитоновна А. С., Жуков В. В.</b> Сравнительный анализ статистических систем, используемых при проведении клинических и биомедицинских исследований . . . . .	185
<b>Хасаншина А. Д.</b> Анализ методов разработки диалоговых систем . . . . .	188
<b>Фомин М. Б.</b> Использование тестовых данных в процессе описания метаданных многомерных информационных систем . . . . .	191

<b>Черчик К., Меняшина А. Ю., Толмачев И. Л.</b> Технология автоматизации документо-оборота . . . . .	194
<b>Шагаев Е. А.</b> Структуры данных для хранения больших массивов данных и алгоритмы быстрого доступа к ним . . . . .	197

## Высокопроизводительные технологии распределённых вычислений

<b>Адам Г., Беляков Д. В., Валя М., Зрелов П. В., Кореньков В. В., Матвеев М. А., Подгайный Д. В., Стрельцова О. И.</b> Расширение функциональных возможностей гетерогенного кластера HybriLIT . . . . .	200
<b>Адам Г., Вальова Л., Валя М., Заикина Т. Н., Киракосян М. Х., Кутовский Н. А., Федоров К. В., Подгайный Д. В., Стрельцов А. И., Стрельцова О. И., Торосян Ш. Г.</b> Новые компоненты программно-информационной среды гетерогенного кластера hybridit . . . . .	203
<b>Александров Е. И., Башаши М. В., Беляков Д. В., Волохова А. В., Земляная Е. В., Зуев М. И., Кутовский Н. А., Матвеев М. А., Нечаевский А. В., Ососков Г. А., Подгайный Д. В., Рахмонов И. Р., Стрельцова О. И., Трофимов В. В., Шукринов Ю. М.</b> Исследование эффективности MPI-расчетов на облачной и гетерогенной инфраструктурах МИВК ОИЯИ . . . . .	206
<b>Валя М., Майоров А. В., Бутенко Ю. А.</b> Развитие сервиса Stat-HybriLIT для гетерогенного кластера HybriLIT . . . . .	209
<b>Зуев М. И., Башаши М. В., Беляков Д. В., Кутовский Н. А., Матвеев М. А., Подгайный Д. В., Стрельцова О. И.</b> Тестовый полигон для исследования эффективности проведения параллельных расчетов на облачной и гетерогенной вычислительных системах . . . . .	212
<b>Кулябов Д. С., Геворкян М. Н., Королькова А. В., Севастьянов Л. А.</b> О поддержке параллельных вычислений в языке Julia . . . . .	215
<b>Кутовский Н. А., Нечаевский А. В., Ососков Г. А., Пряхина Д. И., Трофимов В. В.</b> Моделирование MPI-приложений, выполняемых на гетерогенных вычислительных ресурсах . . . . .	218
<b>Мажитова Е. М., Балашов Н. А., Баранов А. В., Кутовский Н. А., Семенов Р. Н.</b> Использование облачных технологий в ЛИТ ОИЯИ . . . . .	221
<b>Никонов Э. Г., Казаков Д. С.</b> Механизм управления процессом сходимости итерационного метода Ньютона . . . . .	224
<b>Федосов М. Е., Коробов Н. А., Назаренко К. М.</b> Оценка временных характеристик вычислительных экспериментов с использованием квантово-химических методов . . . . .	227

## Математическое моделирование

<b>Агавелян Г. В.</b> Формирование инвестиционного портфеля по модели Г. Марковица . . . . .	229
<b>Аль-Натор М. С.</b> Задача выбора оптимального портфеля с двусторонними ограничениями и с комиссией в условиях определенности . . . . .	232
<b>Аль-Натор С. В., Новиченкова М. Г.</b> Хеджирование фьючерсными контрактами в нефтегазовой отрасли РФ . . . . .	235
<b>Амирханов И. В., Доля С. Н., Сархадов И.</b> Математическое моделирование движения протонов в сильноточном линейном ускорителе . . . . .	238
<b>Амирханов И. В., Саркар Н. Р.</b> Об одном методе исследования нелинейной самосоглазованной задачи на собственные значения с растущим потенциалом нечетной степени . . . . .	241

<b>Бугрий Г. С., Пономаренко Е. Ю.</b> Об обратной задаче потенциала для тела постоянной толщины в слоистой среде . . . . .	244
<b>Будочкина С. А.</b> Гамильтоновы и Гамильтона-допустимые уравнения, скобки Пуассона и алгебраические структуры в механике бесконечномерных систем . . . . .	246
<b>Велиева Т. Р., Королькова А. В., Кулябов Д. С.</b> Гармоническая линеаризация модели системы с управлением . . . . .	249
<b>Велиева Т. Р., Платонова А. А.</b> Программный комплекс определения значений параметров автоколебательного режима в системах с управлением . . . . .	252
<b>Веселов А. В.</b> Вычисление нормали к поверхности, заданной приближенно . . . . .	256
<b>Вiana И. К., Зарядов И. С.</b> Применение марковских моделей для анализа страховых компаний . . . . .	258
<b>Диваков Д. В., Древицкий А. С.</b> Задача численного моделирования распространения волноводных мод в регулярном однородном открытом волноводе . . . . .	261
<b>Дружинина О. В., Масина О. Н.</b> Анализ устойчивости многомерных моделей динамики популяций на основе принципа редукции . . . . .	264
<b>Емельянова Е. Ю., Исмаилов И. И., Петров В. А., Попова Е. В., Савин А. С., Хохлов А. А.</b> К задаче анализа состава тела человека . . . . .	268
<b>Ермачкова А. В., Пономаренко Е. Ю.</b> Об обратной задаче потенциала для бесконечно тонкого тела в слоистой среде . . . . .	271
<b>Ефферина Е. Г., Кулябов Д. С.</b> Элементы диаграммной техники для статистических моделей . . . . .	273
<b>Завозина А. В., Мухина Д. Б.</b> Применение метода гармонической линеаризации для определения значений параметров автоколебательного режима в системах с управлением	276
<b>Зайцева А. А., Зарядов И. С.</b> Цепи Маркова высшего порядка, их применение и построение в $R$ . . . . .	280
<b>Иванов В. В., Крянев А. В., Осетров Е. С.</b> Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в Московском регионе на основе сингулярно-спектрального анализа . . . . .	283
<b>Иванов В. В., Крянев А. В., Севастьянов Л. А., Удунян Д. К.</b> Прогнозирование временных рядов с помощью метрического анализа . . . . .	286
<b>Камнев А. В.</b> Имитационное моделирование алгоритмов с управлением . . . . .	289
<b>Карамышева А. В., Шипова Е. П.</b> Прогнозирование расходов пенсионного фонда России при увеличении пенсионного возраста . . . . .	292
<b>Касимов Ю. Ф.</b> Риск менеджмент позиций в однопериодных финансовых сделках . . . . .	295
<b>Керимов А. К., Марченко М. Н.</b> Стохастическое моделирование влияния метеофакторов на результаты электрометрического мониторинга . . . . .	298
<b>Крянев А. В., Орехов А. А., Пинегин А. А., Семенов С. В., Удунян Д. К.</b> Моделирование ксеноновых переходных процессов на основе данных реакторных экспериментов и метрического анализа . . . . .	301
<b>Кузив Я. Ю.</b> Прямая реализация псевдоспектрального метода вычисления волноводных мод . . . . .	304
<b>Кулябов Д. С., Геворкян М. Н., Королькова А. В., Демидова А. В.</b> Стохастическое моделирование ветроэнергетических установок . . . . .	307
<b>Ломидзе И. Р., Евлахов С. А.</b> Об одном методе классификации эрмитовых матриц по унитарным инвариантам . . . . .	309

<b>Малькова А. М., Зарядов И. С.</b> Скрытые марковские модели, их применение и моделирование в пакете R . . . . .	310
<b>Матюшенко С. И., Сухина Ю. И.</b> Эконометрическое моделирование зависимости между спросом и предложением на рынке дизельного топлива . . . . .	313
<b>Михеев А. В.</b> Механизмы управления риском страховых исков . . . . .	316
<b>Мусаев В. К.</b> Математическое моделирование динамических упругих напряжений в полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) с помощью волновой теории сейсмической безопасности . . . . .	319
<b>Мусаев В. К.</b> Численное моделирование динамических упругих напряжений в полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) с помощью волновой теории взрывной безопасности . . . . .	322
<b>Нсамо В. Д., Мануэль М. А., Бенто А. Э., Гаспар С., Маршалл О. И. Р.</b> Реализация генераторов псевдослучайных чисел на языке Julia . . . . .	325
<b>Пермякова Ю. С.</b> Оценка и анализ стабильности финансового состояния страховой компании . . . . .	327
<b>Петров А. А.</b> Алгоритмы поиска оптимальных траекторий для моделей управляемых технических систем . . . . .	330
<b>Полуян С. В., Ершов Н. М.</b> Разработка эффективных алгоритмов биоинформатики на основе решения модельной задачи укладки графов . . . . .	333
<b>Пузынин И. В., Пузынина Т. П., Христов И. Г., Христова Р. Д., Тухлиев З. К., Шарипов З. А.</b> Развитие непрерывно-атомистического метода для моделирования процессов взаимодействия тяжелых ионов с конденсированными средами . . . . .	336
<b>Стародубцев В. В., Мусаев А. В., Дикова Е. В., Крылов А. И.</b> Моделирование достоверности и точности импульсного воздействия в упругой полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. . . . .	339
<b>Сучков Д. А., Перепелкин Е. Е.</b> Исследование энтропии систем многих частиц в неравновесных процессах . . . . .	342
<b>Талагаев Ю. В.</b> Стабилизация класса 3D хаотических систем, представленного нечеткой моделью Такаги-Сугено. . . . .	343
<b>Тарелкин А. А., Перепелкин Е. Е.</b> Исследование поведения решения нелинейного уравнения дивергентного типа . . . . .	346
<b>Третьяков Н. П., Кафарова М. В., Кафаров Р. Р.</b> Оптимизация объема властных полномочий по критерию удельного потребления . . . . .	348
<b>Федоров А. Л., Шиянов С. М., Саликов Л. М., Блинные В. В.</b> Моделирование плоских волн при распространении импульса (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга) в упругой полуплоскости с помощью комплекса программ Мусаева В.К. . . . .	353
<b>Хведелидзе А. М., Рогожин И. А.</b> Генерация ансамблей Гильберта–Шмидта и Бура для пар кубитов и кутиров . . . . .	356
<b>Цыганкова В. С.</b> Реализация генераторов стохастических процессов. . . . .	358
<b>Щербаков А. В.</b> Анализ устойчивости нелинейной модели популяционной динамики на основе свойств дивергенции поля скоростей . . . . .	360
<b>Щетинин Е. Ю., Мартынова В. М.</b> О моделировании пространственных структур статистической зависимости экстремальных осадков . . . . .	363





# Теория телетрафика и её применения

---

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТОКОВ ГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ В ТРАФИКЕ КОМПЬЮТЕРНОГО КЛАССА

Берсенев Г.Б., Воронков С.С.

Тульский государственный университет, bersgen@gmail.com

*Рассматривается задача исследования трафика компьютерного класса, использующего протокол RFB.*

Ключевые слова: информационные технологии, компьютерный класс, локальная сеть, удаленный доступ на базе VNC.

### Введение

Анализ производительности компьютерных сетей является одним из важнейших направлений исследований при создании программных систем на базе сетей. Обнаружение свойств самоподобия в сетевом трафике и, соответственно, наличия долговременных зависимостей и распределений с тяжелыми хвостами значительно усложняет возможности аналитического решения задач производительности. Множество исследований в этой области связано с определением статистических характеристик сетевого трафика различных типов и законов распределения, характерных для каждого конкретного трафика.

Компьютерные классы на базе локальных сетей используют протоколы удаленного доступа. Система VNC (Virtual Network Computing) является наиболее простой системой удаленного доступа к рабочему столу компьютера. Она использует протокол RFB (Remote FrameBuffer, удаленный кадровый буфер), в соответствии с которым управление осуществляется путём передачи нажатий клавиш на клавиатуре и движений мыши с одного компьютера на другой и ретрансляции содержимого экрана через компьютерную сеть обратно. При этом изображение экрана разбивается на прямоугольники и используются различные способы кодирования передаваемой графической информации. Именно эта графическая информация составляет основной объем данных, передаваемых в локальной сети компьютерного класса. Определение статистических характеристик потоков графических данных в сети компьютерного класса для различных видов кодировок протокола RFB является актуальной задачей.

### Объекты и инструменты для исследования

Современные компьютерные классы выполняют множество различных функций [1, 2]. Разработанная авторами версия компьютерного класса реализует большинство этих функций. Для исследования были выбраны следующие режимы работы компьютерного класса, которые можно считать критическими по объему потоков графических данных в сетевом трафике:

- режим мониторинга, при котором преподаватель на экране своего компьютера наблюдает за мониторами студенческих компьютеров, содержимое которых отображается в уменьшенном виде;
- режим виртуальной доски, когда изображение экрана студенческого компьютера передается на экран преподавателя, а с него поступает на экраны всех остальных студентов компьютерного класса.

Для возможности многократного повторения экспериментов для различных видов кодировок протокола RFB, но с одинаковыми исходными данными, был создан 10-минутный видеоролик, имитирующий реальную работу студента на компьютере при выполнении лабораторной работы (работа с электронными методическими указаниями, с инструментальными системами разработки программ, с менеджерами файлов и т.д.). Именно этот видеоролик, запущенный с определенным (случайным) интервалом на каждом студенческом компьютере (в циклическом режиме), имитировал работу студентов при анализе потоков в режиме мониторинга. Для режима виртуальной доски

этот же видеоролик выполнялся на одном из студенческих компьютеров, откуда изображение поступало на все остальные мониторы компьютерного класса. Отметим, что в компьютерном классе используются лицензированные операционные системы MS Windows – клиентские Windows 8 и серверная Windows Server 2012.

Для получения (захвата) трафика использовалась программа-сниффер WireShark, которая для очередного исследования запускалась на 10 минут на компьютере преподавателя. Полученный сниффером трафик содержал параметры IP-пакетов (время поступления, IP источника и приемника, длины пакетов и др.), причем размеры пакетов не превышали размер MTU (Maximum Transmission Unit), равный 1500 байтам для Ethernet. Поскольку нас интересуют только те объемы данных, которые периодически посылаются системой VNC, возникла необходимость решения задачи дефрагментации IP-пакетов и преобразования их в пакеты прикладного уровня. Эта задача была решена на основе алгоритма, предложенного в [3]. Таким образом, результаты работы WireShark – время поступления и длины пакетов - были преобразованы специально разработанной программой. Полученные результаты исследовались затем с помощью широко используемых программных пакетов Fractan и EasyFit 5.5 Professional.

Пакет Fractan позволяет производить фрактальный анализ временных рядов и вычислять корреляционную размерность, автокорреляционную функцию, показатель Херста (посредством  $R/S$  анализа) и другие значения, позволяющие сделать вывод о степени самоподобия процесса.

Пакет EasyFit предназначен для автоматического выбора наиболее подходящего распределения вероятностей и определения его статистических характеристик. В пакете имеется 65 различных распределений, однако задание исходных характеристик распределения (непрерывное/дискретное, ограниченное или неограниченное слева и/или справа, ограниченное фиксированным значением или данными) значительно сужает набор распределений, участвующих в аппроксимации. Тестирование законов распределения осуществляется с помощью трех критериев: Колмогорова-Смирнова, Андерсона-Дарлинга и Хи-квадрат.

### Результаты исследования потоков трафика

Результаты исследований, приведенные ниже, были выполнены для режима мониторинга компьютерного класса. Полученная после дефрагментации последовательность длин пакетов была проанализирована с помощью программы Fractan (рис. 1). Вычисленное при этом значение параметра Херста ( $H = 0,6283$ ) свидетельствует о наличии самоподобия в последовательности длин пакетов.

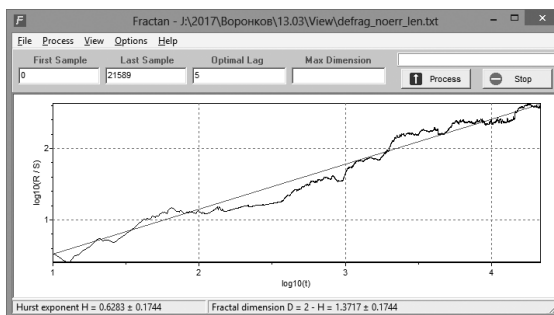


Рис. 1. Определение параметра Херста с помощью программы Fractan

В процессе исследования с использованием программы EasyFit выполнялась аппроксимация значений длин пакетов прикладного уровня и интервалов времени между

моментами появления этих пакетов на сетевых интерфейсах преподавательского компьютера. На рис. 2 приведены результаты аппроксимации последовательности длин пакетов распределениями с открытой верхней (правой) границей.

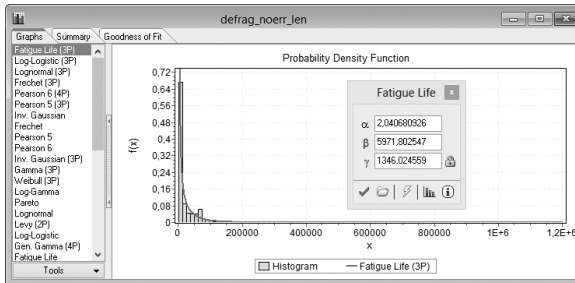


Рис. 2. Результаты аппроксимации последовательности длин пакетов

Наилучшим оказалось распределение fatigue life, более широко известное как распределение Бирнбаума-Саундерса с функцией плотности распределения

$$f(x) = \frac{\sqrt{(x-\gamma)/\beta} + \sqrt{\beta/(x-\gamma)}}{2\alpha(x-\gamma)} \cdot \phi\left(\frac{1}{\alpha} \left( \sqrt{\frac{x-\gamma}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{x-\gamma}} \right)\right)$$

и математическим ожиданием  $E[X] = \gamma + \beta(1 + \alpha^2/2)$ , где  $\phi(\cdot)$  - функция плотности нормального распределения.

Подставляя параметры распределения, приведенные на рис. 2, получим средний размер пакета прикладного уровня с графическими данными:  $E[X] = 1346 + 5971,8(1 + 2,0407^2) = 32187$  байт. Следовательно, общий объем графических данных, переданных по сети в 21589 пакетах (см. рис. 1) будет равен 694887329 байт или около 663 Мбайт.

### Выводы

Разработана методика и программное обеспечение для исследования потоков графических данных в трафике компьютерного класса.

### Литература

1. Программное обеспечение для удаленного управления и компьютерных классов – Netop. - <http://www.netop.ru>.
2. Берсенева Г.Б., Фам К.Т., Синицын Н.Ю. Разработка программного обеспечения компьютерного класса с удаленным доступом // Материалы Всероссийской конференции с международным участием. М.: РУДН, 2014. – С. 71 – 73.
3. Fras M., Mohorko J., and Cucej Z. A network traffic sources modeling method based on measured data defragmentation // IWSSIP 2010 - 17th International Conference on Systems, Signals and Image Processing. - June 17-19, 2010 Rio de Janeiro, Brazil. – Pp. 328–331.

## INVESTIGATION OF GRAPHICAL DATA FLOWS IN COMPUTER CLASSROOM TRAFFIC

Bersenev G.B., Voronkov S.S.

Tula State University, bersgen@gmail.com

*Studies of traffic in a computer class using the RFB protocol are presented.*

Key words: information technologies, computer class, local network, VNC-based remote access.

## ОПТИМИЗАЦИЯ НАБОРА ПРАВИЛ ФИЛЬТРАЦИИ В МЕЖСЕТЕВЫХ ЭКРАНАХ

Ботвинко А.Ю.

Российский университет дружбы народов, botviay@sci.pfu.edu.ru

*Проведен обзор методов оптимизации правил фильтрации межсетевых экранов, разработана имитационная модель для оценки эффективности методов оптимизации правил фильтрации.*

Ключевые слова: межсетевой экран, фильтрация трафика, сетевой трафик, имитационная модель, устойчивые статистические оценки.

### Введение

Межсетевые экран (МЭ) представляют собой программный или аппаратный комплекс, реализующий функции фильтрации сетевого трафика по некоторому набору правил, определяемых политикой безопасности. Построение набора правил фильтрации МЭ является одним из важных условий обеспечения безопасности сетевой инфраструктуры. Ошибки в конфигурировании правил фильтрации могут привести не только к ошибкам разграничения доступа, но и к дополнительным временным задержками фильтрации сетевого трафика МЭ. В работе рассмотрены и выполнено сравнение существующих методов оптимизации правил фильтрации межсетевых экранов (МЭ). Разработан метод динамической оптимизации набора с большим количеством правил, основанный на использовании статистических оценок поступающего сетевого трафика, создана имитационная модель процесса последовательного прохождения правил сетевым трафиком в МЭ для оценки эффективности методов оптимизации правил фильтрации.

### Методы оптимизации набора правил МЭ

В настоящее время существует два основных подхода к оптимизации набора правил МЭ – статическая оптимизация фильтрации и адаптивный подход, основанный на прогнозировании характеристик сетевого трафика. Статическая оптимизация правил фильтрации позволяет уменьшить время поиска правила, соответствующего фильтруемому сетевому пакету. При этом используются аппаратно-реализуемые алгоритмические и эвристические методы, основанные на специализированных структурах данных. В основе второго подхода лежит прогнозирование характеристик сетевого трафика. Здесь используются методы оптимизации ранних отказов и методы оптимизации совпадений. По результатам оптимизации ранних отказов создаются специальные фильтры малого размера для предварительной фильтрации заведомо запрещенного трафика и противодействия DDoS атакам на МЭ. В методах оптимизации совпадений минимизируется количество правил, проверяемых на соответствии входящему сетевому пакету. В этом случае уменьшение среднего времени фильтрации обеспечивается путем создания эквивалентного набор правил фильтрации, учитывающего частоту срабатывания каждого правила МЭ или частоту совпадений фильтрующих значений полей правила. Среди таких методов оптимизации совпадений – методы использующие специальные структуры данных для хранения и поиска правил (различные виды деревьев принятия решений, алфавитные деревья поиска) и методы статического и динамического упорядочивания правил с использованием статистических оценок сетевого потока трафика.

В работе предложен новый метод динамического упорядочивания правил с использованием статистических оценок потока сетевого трафика.

### Моделирование процесса прохождения правил МЭ

Для оценки эффективности методов динамического упорядочивания правил с использованием статистических оценок сетевого потока трафика разработана

имитационная модель процесса прохождения правил МЭ. Модель построена в среде имитационного моделирования Simulink с применением библиотеки дискретных состояний SimEvents, использующей аппарат теории очередей и систем массового обслуживания. С помощью разработанной модели проведена оценка эффективности методов динамического упорядочивания правил МЭ.

#### **Выводы и задачи дальнейших исследований**

Полученные результаты могут быть использованы для оценки эффективности методов оптимизации наборов правил фильтрации МЭ. Планируется разработка методов динамического упорядочивания правил, основанных на использовании устойчивых (робастных) статистических оценках потока сетевого трафика.

#### **Литература**

1. Duan Q., Al-Shaer E. Traffic-Aware Dynamic Firewall Policy Management, IEEE Communications Magazine 51(7), pp. 73-79, 2013.
2. Trabel Z., Zhang L., Zeidan S. Dynamic rule and rule-field optimisation for improving firewall performance and security. IET Inf. Secur. Vol. 8, Iss. 4, pp. 250 – 257, 2014.
3. Zhang L., Huang M. A Firewall Rules Optimized Model Based On Service-Grouping, IEEE Web Information System and Application Conference, 2015

## **FIREWALL RULESET OPTIMIZATION**

*Botvinko A.Yu.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), botviay@sci.pfu.edu.ru*

***The optimization methods of firewalls of filtering rules is considered. And the simulation model to evaluate the effective of methods is developed.***

Key words: firewall, traffic filtering, network traffic, simulation model, robust statistics.

## ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ С ДИНАМИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КАНАЛЬНОГО РЕСУРСА ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ ТРАФИКА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ И ЭЛАСТИЧНОГО ТРАФИКА ДАННЫХ

Васильев А.П.

*Московский технический университет связи и информатики, arvasil@yandex.ru*

*В работе рассматривается модель динамического распределения канального ресурса при совместном обслуживании голосового трафика и эластичного трафика передачи данных. Одной из технологий, в которой используется динамическое распределение канального ресурса, является технология LTE (Long Term Evolution). В построенной математической модели учтены следующие особенности: запросы на передачу данных поступают группами, скорость на передачу данных изменяется в соответствии с загрузкой линии, в модели имеется буфер. Использование динамического распределения канального ресурса улучшает характеристики качества обслуживания и позволяет более эффективно использовать частотный спектр в LTE.*

Ключевые слова: динамическое распределение канального ресурса, LTE, групповое поступление запросов, эластичные данные, трафик реального времени, буфер.

### Введение

Динамический способ распределения канального ресурса позволяет значительно повысить его загрузку, что представляет особую важность для сотовых сетей подвижной связи, так как диапазон радиочастот, выделяемых для образования радиоканалов, является ограниченным ресурсом. С развитием сети LTE и зоны покрытия данной технологии перед операторами мобильной связи открываются дополнительные возможности в области предоставления новых услуг. Использование пакетной технологии позволит заметно удешевить расходы абонентов на роуминг, передавать большие объемы файлов на мобильные устройства. VoLTE (Voice over LTE) с течением времени займет место, которое сейчас активно занимают OTT-сервисы (Over-to-Talk), такие как, Skype, WhatsApp, Viber. Абоненты, использующие VoLTE, смогут использовать все их возможности без установки дополнительного приложения. Технологии распределения канального ресурса в сети LTE основаны на принципе динамического распределения канального ресурса, что позволяет значительно повысить его загрузку [1, 3-6]. Функция динамической диспетчеризации реализована в радиоинтерфейсе LTE и выполняется на базовой станции (eNodeB). Базовая станция отвечает за управление радиоресурсами RRM (Radio Resource Management) распределение радиоканалов и динамическое распределение канального ресурса, диспетчеризацию ресурсов (scheduling) [1]. Динамическая диспетчеризация обеспечивает передачу данных на повышенных скоростях, задействуя для этого частотные и временные ресурсы. В сети LTE, как и в любой другой сети, могут создаваться условия, когда запросы на передачу данных, например файла, просмотра видеоролика, поступают группами. Подобная ситуация может возникнуть если на территории покрытия базовой станции (eNodeB) резко увеличивает число активных пользователей беспроводного интернета. В работе предполагается построить математическую модель распределения ресурса, учитывающую перечисленные особенности поступления и обслуживания информационных сообщений, и на ее основе разработать алгоритмы оценки показателей качества передачи трафика реального времени и эластичного трафика данных. Решение этих задач будет рассмотрено на примере анализа процесса обслуживания трафика в нисходящем канале изолированной соты сети стандарта LTE [2].

### Описание модели

Обозначим через  $C$  – скорость линии, выраженную в битах в секунду,  $g$  – скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей. Будем полагать, что значение  $C$  – делится нацело на  $g$ , и обозначим через  $v = \frac{C}{g}$  скорость линии, выраженную в единицах канального ресурса. Этот ресурс используется потоком на передачу трафика реального времени и потоком запросов на передачу данных (файлов) со скоростью, изменяемой в соответствии с загрузкой линии. Поступление запросов всех типов подчиняется закону Пуассона, а время их обслуживания имеет экспоненциальное распределение. В модели имеется  $v$  каналов, которые обслуживают поступающий пуассоновский поток на передачу трафика реального времени с интенсивностью  $\lambda_1$  и отдельных групп запросов на передачу данных интенсивности  $\lambda_2$ . Среднее время их обслуживания  $\frac{1}{\mu_1}$  и  $\frac{1}{\mu_2}$  соответственно. Будем предполагать, что объем передаваемого файла имеет экспоненциальное распределение со средним значением  $F$ , выраженным в битах. Число мест для ожидания ограничено емкостью буфера и равно  $w$ . В анализируемой системе трафик реального времени имеет абсолютный приоритет в использовании ресурса линии перед трафиком данных. Через  $T$  обозначим максимально допустимое время пребывания одного запроса на ожидании при передаче данных. Если после прошествии этого времени запрос не попал на обслуживание, то он покидает систему и считается потерянным. Будем предполагать [3], что величина  $T$  имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\sigma$ . С вероятностью  $f_k$  поступившая группа содержит  $k$  запросов на передачу файлов,  $k = 1, 2, \dots, s$ . Для удобства запиши последующих формул будем считать, что  $s = v + w$ , тогда индекс  $k$  для  $f_k$  меняется от 1 до  $v + w$ .

Обозначим через  $S = ((i_1, i_2) \in S, i_1 = 0, 1, \dots, v, i_2 = 0, 1, \dots, v + w)$  пространство состояний исследуемой модели. Динамика изменения общего числа запросов описывается случайным процессом  $r(t) = i_1(t), i_2(t)$ . Так как все случайные величины, используемые при построении модели имеют экспоненциальное распределение и не зависят друг от друга, то случайный процесс, описывающий функционирование модели обладает марковским свойством [3]. Пусть  $p(i_1, i_2)$  – стационарная вероятности состояния  $(i_1, i_2)$ . При использовании дисциплины PS (Processor Sharing) скорость линии делится поровну (с учетом имеющейся канальной структуры [2]) между всеми запросами, находящимися на обслуживании.

Качество обслуживания поступающих запросов на передачу трафика реального времени и эластичного трафика данных оценим средним временем передачи трафика. Значения этих характеристик определим с помощью формулы Литтла после вычисления среднего числа запросов, находящихся в системе. Другой важной характеристикой работы системы является доля потерянных запросов. Введенные характеристики можно найти, если известны значения доли времени  $p(i_1, i_2)$  пребывания модели в состоянии  $s = (i_1, i_2)$ ,  $i_1 = 0, 1, \dots, v, i_2 = 0, 1, \dots, v + w$ . Для вычисления значений  $p(i_1, i_2)$  необходимо составить и решить систему уравнений статистического равновесия. Для решения системы уравнений можно использовать итерационный метод Гаусса-Зейделя.

### Заключение

В ходе исследования будет построена математическая модель обслуживания трафика реального времени и эластичного трафика в нисходящей линии изолированной соты сети стандарта LTE с учетом группового поступления запросов и их буферизации; сформулированы рекомендации по практическому использованию полученных результатов, в частности, для оценки минимального ресурса передачи, необходимого для обслуживания известного объема трафика данных с заданным качеством, и оценки максимального объема трафика, который может быть передан имеющимся ресурсом с требуемыми показателями. Использование динамического распределения канального



ресурса улучшает характеристики качества обслуживания и решает проблему более эффективного использования частотного спектра.

### Литература

1. *Vasiliev A.P., Stepanov S.N.* The construction and analysis of mathematical models of a dynamic distribution channel resource for group requests of data transfer // T-Comm. 2016. Vol. 10. No.11, pp. 55–59.
2. *Степанов С.Н.* Теория телетрафика: концепции, модели, приложения. – М: Горячая линия – Телеком, 2015. – 868 с.
3. *Васильев А.П.* Построение и анализ модели с групповым поступлением данных и динамическим распределением канального ресурса // Материалы Всероссийской конференции с международным участием информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем 2016, М., РУДН, 2016 С.10-13
4. *Bonald T., Virtamo J.* A recursive formula for multirate systems with elastic traffic // IEEE Communications Letters. 2005. V. 9, pp. 753 – 755.
5. *Stasiak M., Glabowski M., Wisniewski A., Zwierzykowski P.* Modelling and dimensioning of mobile network: from GSM to LTE. – John Wiley & Sons Ltd, 2011. – 315 p.
6. *Степанов С.Н., Романов А.М.* Моделирование особенностей обслуживания трафика реального времени от конечных групп пользователей и трафика данных с динамически изменяемой скоростью передачи на линиях доступа // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2014. Том. 8. № 12. С. 91-94.

## THE CONSTRUCTION AND ANALASYS OF MODELS WITH DYNAMIC DISTRIBUTION OF CHANNEL RESOURCES FOR REAL-TIME TRAFFIC AND MULTICAST DATA TRAFFIC

Vasiliev A.P.

Moscow Technical University of Communications and Informatics, apvasil@yandex.ru

*The model of the dynamic distribution of channel resource for real-time traffic and group entry data transfer requests is constructed. The example of this technology is LTE (Long Term Evolution). The constructed model takes into account the following features: the transmission request received data groups for transmission of data rate varies according to the load line. The dynamic distribution of channel resource improves the quality of service characteristics and solves the problem of more efficient use of the frequency spectrum*

Key words: dynamic allocation of channel resource, LTE, group admission queries, elastic data traffic, real-time traffic, buffer.

## ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ CALL-ЦЕНТРА С УЧЕТОМ НАВЫКОВ ОПЕРАТОРОВ И НЕТЕРПЕЛИВОСТИ АБОНЕНТОВ

Журко А. М.<sup>1</sup>, Степанов М. С.<sup>2</sup>, Степанов С. Н.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский технический университет связи и информатики,  
hazhurko@gmail.com, stpnvsrg@gmail.com

<sup>2</sup>ПАО «Московская городская телефонная сеть», mihstep@yandex.ru

***В работе рассматривается модель call-центра типа М: с двумя входящими потоками вызовов и тремя группами агентов, обладающих разными навыками.***

Ключевые слова: call- центр, марковские модели, характеристики обслуживания заявок, нетерпеливые абоненты, навыки оператора, распределение вызовов.

### Введение

Одним из способов повышения эффективности ведения бизнеса компаний, работающих на рынке предоставления массовых услуг населению, является использование разного рода справочно-информационных служб. Если доступ пользователей услуг компании осуществляется с помощью телефонной сети общего пользования, то подобная служба носит название call-центр. Если для этих целей используются возможности сети Интернет, то применяется термин контакт-центр.

Маршрутизация на основе навыков операторов (skill based routing) – стратегия, которая повсеместно используется в контакт-центрах, для назначения входящих заявок (это могут быть не только вызовы, но и e-mail, чат сообщения, а также сообщения из социальных сетей) на наиболее подходящего оператора, вместо простого выбора следующего доступного оператора. Подобный способ распределения вызовов используется в большинстве центров обработки вызовов в целях экономии затрат при обслуживании потоков вызовов, отличающихся большим разнообразием запросов.

Усложнение характера информационного обмена между абонентом и справочной службой усложняет математическую модель, которая используется для оценки требуемого числа операторов, а также средства ее численного анализа, которые в основном сводятся к применению приближенных алгоритмов [1-9]. В работе рассмотрены особенности построения и анализа простейшей модели call-центра, которая учитывает основные характеристики функционирования справочных служб и в тоже время доступна для проведения численного анализа и точной оценки значений характеристик.

### Описание модели call-центра

Структура модели основана на результатах [1]. В модели учитывается наличие двух видов информационных запросов и трех групп операторов, которые их обслуживают. Обозначим через  $\lambda_k$  интенсивность поступления запросов  $k$ -го вида,  $k=1,2$ . Будем предполагать, что интервал времени между последовательным поступлением заявок каждого вида запросов имеет экспоненциальное распределение с соответствующим параметром. Две группы операторов обслуживают запросы только своего вида и одна группа - обслуживает все поступающие запросы. Обозначим число операторов в общей группе через  $v_z$ , а через  $v_k$  обозначим число операторов в  $k$ -ой группе,  $k=1,2$ . Время обслуживания поступившей заявки  $k$ -го типа имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_k$ , если оно выполнялось оператором из  $k$ -ой группы,  $k=1,2$ . Обслуживание заявки оператором из общей группы зависит от типа заявки и имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\alpha_k$ , если заявка имела  $k$ -ый тип,  $k=1,2$ . В модели может учитываться приоритет вызовов.

При построении модели возможны три вида отказа от обслуживания: из-за занятости операторов своей или общей группы, из-за превышения максимально допустимого времени нахождения на ожидании обслуживания и из-за занятости всех операторов и мест ожидания. В каждом из этих случаев абонент, создающий  $k$ -ый тип нагрузки, с вероятностью  $H_k$  повторяет заявку через случайное время имеющее экспоненциальное распределение с параметром  $\gamma_k$  и с противоположной вероятностью  $1 - H_k$  отказывается от попыток соединения и покидает систему без обслуживания. Число мест ожидания начала обслуживания для каждого типа абонентов ограничено. Время пребывания на ожидании ограничено случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение с параметром, зависящим от типа. Выбор ожидающего абонента на обслуживание зависит от политики, принятой администрацией call-центра и тут не рассматривается. Здесь возможны разные варианты, каждый из которых основан на применении схем абсолютного или относительного приоритета для заявок одного из анализируемых видов.

В рамках сделанных предположений, функционирование модели описывается многомерным марковским процессом с бесконечным числом состояний. Компоненты состояния, а их всего шесть описывают число заявок, находящихся на обслуживании у операторов 1-ой и 2-ой групп, а также число заявок 1-го и 2-го потока, которые обслуживаются в общей группе операторов. Также в модели фиксируется число абонентов, создающих каждый тип нагрузки, которые находятся в состоянии повторения вызова. Предполагается, что их число ограничено. В этом случае количество неизвестных в системе уравнений статистического равновесия также ограничено и ее решение может быть получено одним из методов линейной алгебры. С точки зрения экспертов одним из самых удобных алгоритмов является итерационный метод Гаусса-Зейделя. С его помощью можно решать системы уравнений равновесия для числа неизвестных порядка нескольких миллионов.

### Выводы

Для эффективной реализации этого подхода необходимо представить запись системы уравнений равновесия в виде одного соотношения с компонентами, вычисляемыми для каждого состояния в зависимости от реализуемых в рассматриваемом состоянии событий. Возможность осуществления того или иного события определяется значениями компонент состояния с помощью индикаторной функции. При реализации итерационного алгоритма Гаусса-Зейделя на ЭВМ индикаторная функция записывается с применением условного оператора.

Найденные значения стационарных вероятностей могут быть использованы для оценки показателей качества обслуживания поступающих запросов и принятия дальнейших решений по оптимизации инфраструктуры справочного центра. К подобным характеристикам относятся: доля потерянных заявок, среднее число занятых операторов, среднее время пребывания на ожидании начала обслуживания, среднее число повторных вызовов на один первичный запрос, среднее число ожидающих абонентов, доля абонентов, ожидающих начала обслуживания сверх заданного времени и т.д.

### Литература

1. *Stollenz R., Helber S.* Performance analysis of an inbound call center with skill-based routing // *OR Spectrum* – 2004 – Pp. 331-352
2. *Koole G., Jouini O., Roubos A.* Performance indicators for call centers with impatience // *IE Transactions* – V 45, N 3 – 2013 – Pp. 341-354
3. *Mandelbaum A., Momcilovic P.* Queues with many servers and impatient customers // *Inform. – V. 37. N.1.* – 2012 – Pp. 41-65.

4. Степанов С.Н., Степанов М.С. Построение и анализ обобщенной модели контакт-центра // Автоматика и телемеханика. – № 11. – 2014 – С. 55– 69.
5. Степанов С.Н., Степанов М.С. Алгоритмы оценки показателей пропускной способности обобщенной модели контакт- центра // Автоматика и телемеханика. – № 7. – 2016. – С. 86–102.
6. Степанов С.Н., Ухловская Л.Г. Моделирование потоков вызовов, поступающих и обслуженных справочно-информационными службами ГТС // Электросвязь. – № 4. – 1995 – С. 26– 29.
7. Степанов С.Н. Оптимизация численного расчета характеристик многопоточковых моделей с повторными вызовами // Проблемы передачи информации. – Том. 25. Вып. 2. – 1989. – С. 67– 78.
8. Степанов С.Н. Анализ модели с конечным числом источников нагрузки и учетом реакции абонента на отказ в обслуживании // Автоматика и телемеханика. – №4. – 1994. – С. 100–113.
9. Stepanov S.N. Generalized model with retries in case of extreme load // Queueing Systems. – V. 27. – 1998. – P.131– 151

## CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF THE CALL CENTER MODEL WITH SKILL-BASED ROUTING AND IMPATIENT CUSTOMERS

Zhurko A.M. <sup>1</sup>, Stepanov M. S. <sup>2</sup>, Stepanov S. N. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Moscow Technical University of Communication and Informatics,  
hazhurko@gmail.com, stpnvsrg@gmail.com

<sup>2</sup>MGTS, mihstep@yandex.ru

*In this paper, we consider a call center model of M type: in this model two classes of impatient customers are served by three agent skill-groups.*

Key words: call-center, Markov queueing models, performance evaluation, impatient customers, skill-groups, skill-based routing.

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ КОМПАНИИ<sup>1</sup>

*Зарипова Э.Р., Чухно Н.В., Чухно О.В.*

*Российский университет дружбы народов,*

*zaripova\_er@rudn.university, {nadezdachukhno, olga-chukhno95}@yandex.ru*

*Разработана математическая модель бизнес-процесса, объединяющая семь эталонных бизнес процессов телекоммуникационной компании. Проведен анализ среднего времени обслуживания клиентов в телекоммуникационной компании.*

Ключевые слова: расширенная карта процессов деятельности eTOM, бизнес-процесс, сеть массового обслуживания, среднее время обслуживания клиента, математическая модель.

### **Введение**

В связи с усилением конкуренции на мировых рынках телекоммуникационных услуг компаниям важно постоянно улучшать качество и стоимость предоставляемых продуктов и услуг. Один из самых известных и обсуждаемых подходов для повышения конкурентоспособности в последнее десятилетие - управление бизнес-процессами. Необходимо их четкое описание и определение функциональности [1]. Также важным фактором успеха развития телекоммуникационных компаний является уровень удовлетворенности клиентов [2]. Проанализировать эффективность работы компании можно с помощью математического моделирования [3].

### **Разработка обобщенного клиентоориентированного бизнес-процесса в виде сети массового обслуживания**

В общей сложности семь процессов представляют взаимодействие клиентов с телекоммуникационной компанией. Сквозные процессы «Запрос-Решение», «Заказ-Оплата», «Потребление-Оплата», «Запрос-Изменение», «Проблема-Решение», «Претензия-Решение», «Прекращение-Подтверждение» являются составляющими клиентоориентированного процесса (рис. 1). Они начинаются с запроса клиента и заканчиваются выполнением запроса или решением проблемы.

Бизнес-процесс «Запрос-Решение» включает в себя деятельность, отвечающую за управление запросами клиентов по всем каналам связи (интерфейсы клиентов). При проявлении интереса к конкретному продукту или услуге, процесс готовит предпродажное коммерческое предложение. Если клиент принимает данное предложение, то активируется следующий процесс - «Заказ-Оплата». Данный бизнес-процесс имеет дело с деятельностью, которая трансформирует запрос клиента или принятое им предложение в готовый к использованию продукт. После того, как продукт успешно подготовлен, заказ клиента закрывается, затем проверяется удовлетворенность клиента. Процесс «Потребление-Оплата» предоставляет услугу клиенту, согласует цены на предоставленные услуги, выставляет счет и проводит мониторинг качества обслуживания. Процесс «Запрос-Изменение» касается деятельности, которая трансформирует запрос клиента на изменение продукта/услуги в готовый к использованию продукт/услугу. За выполнение запроса на закрытие заказа клиента отвечает процесс «Прекращение-Подтверждение». Процесс «Проблема-Решение» имеет дело с технической жалобой, исходящей от клиента. Определяется источник проблемы, инициируется решение, осуществляет контроль за ходом восстановительных работ и закрывает инцидент (проблему), когда неисправность устранена. Нетехнические жалобы рассматриваются по другому сценарию - процесс «Претензия-Решение».

<sup>1</sup> Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051, 16-07-00766.

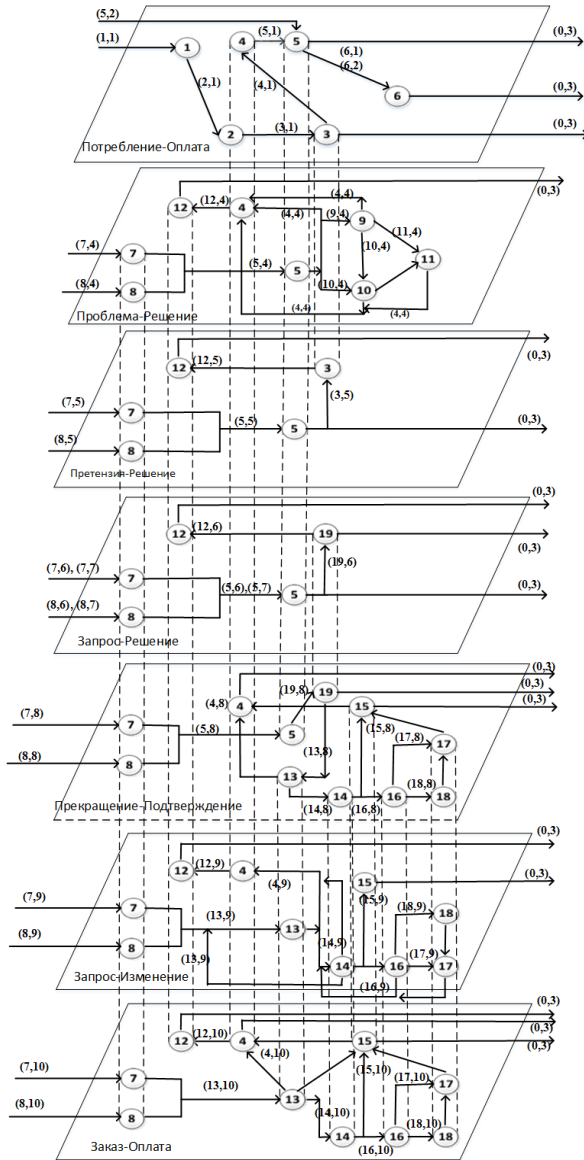


Рис. 1. Объединенная модель клиентоориентированного процесса

На рис. 1 представлена аналитическая модель процесса с разнотипными заявками в виде открытой неоднородной экспоненциальной сети массового обслуживания. Каждая из 7 плоскостей представляет собой эталонный сквозной бизнес-процесс. Модель состоит из 19 узлов, обслуживающих 10 типов заявок. Узлы соответствуют процессам или их группировкам до 4-го уровня расширенной карты eTOM. Запросы, поступающие от клиентов, являются входными потоками СеМО. В каждом узле отдельные СМО обрабатывают заявки на определенных этапах. Выходные заявки СеМО – результаты обработки запросов.

### **Выводы и задачи дальнейших исследований**

Построена математическая модель семи эталонных сквозных процессов деятельности телекоммуникационной компании. Проведен расчет среднего времени обслуживания заявки в модели в зависимости от входных данных. Проведен анализ времени выполнения процессов, функционирующих изолированно, и их влияние друг на друга в сети массового обслуживания.

Планируется оптимизировать работу телекоммуникационной компании на основе других показателей эффективности, таких как затраты на обслуживание, доход компании, доля удовлетворенных клиентов, среднее время ожидания клиента, доля выполненных запросов и т.д.

### **Литература**

1. *Чукарин А.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В.* Бизнес-процессы и информационные технологии в управлении телекоммуникационными компаниями. Монография. – М.: Альпина Паблишерз. 2016. – 619 с.: ил.
2. Сайт международного некоммерческого консорциума TeleManagementForum, релиз 16.5 [Электронный ресурс] / Режим доступа: [www.tmfforum.org](http://www.tmfforum.org), ограниченный доступ (требуется пароль).
3. *Самуйлов К.Е., Чукарин А.В., Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р.* Математическая модель и метод оптимизации времени выполнения бизнес- процесса телекоммуникационной компании // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Том 11. №1. С. 37-44.

## **CONSTRUCTION OF THE ANALYTICAL MODEL OF CUSTOMER-ORIENTED BUSINESS PROCESS OF TELECOMMUNICATION COMPANY**

*Zaripova E., Chukhno N., Chukhno O.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
zaripova\_er@rudn.university, [nadezdachukhno, olga-chukhno95]@yandex.ru*

*The analytical model of process of telecommunication company is built in work as queuing network in order for calculating the average time of service in the same process.*  
Key words: enhanced Telecom Operations Map (eTOM), business process, queueing network theory, customer service sojourn time, mathematical model.

# ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОБНОВЛЕНИЕМ И РЕКУРРЕНТНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ПО ВЛОЖЕННОЙ ЦЕПИ МАРКОВА

Зарядов. И.С.<sup>1,2</sup>, Богданова Е.В.<sup>1</sup>, Милованова Т.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов (РУДН),

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН

zaryadov\_is@rudn.university, official\_kb@mail.ru, milivanova\_ta@rudn.university

*Для системы массового обслуживания с полным обновлением и рекуррентным обслуживанием представлен ряд характеристик, полученных по вложенной цепи Маркова.*

Ключевые слова: система массового обслуживания, полное обновление, рекуррентное обслуживание, сброс заявок, вложенная цепь Маркова, вероятностные характеристики.

## Введение

В данной работе представлен ряд числовых характеристик, полученных для системы M/G/1 с обновлением. Впервые системы с обновлением были рассмотрены в работе [2], общий вариант обновления для систем с рекуррентным входящим потоком был представлен в работе [3]. В работах [4-5] авторы начали исследовать систему с рекуррентным обслуживанием и обновлением, была построена вложенная цепь Маркова, получены некоторые характеристики. В данной работе особое внимание уделено таким характеристикам исследуемой системы по вложенной цепи Маркова, средние числа заявок из оставшихся, которые будут либо обслужены, либо сброшены, среднее время ожидания начала обслуживания для обслужившийся заявки.

## Стационарное распределение по вложенной цепи Маркова

Система уравнений для вложенной по моментам окончания обслуживания цепи Маркова [4-5] имеет вид:

$$p_0 = \left( \beta_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i q \right) p_0 + \left( \beta_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i q \right) p_1 + \sum_{k=2}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i q \right) p_k \quad (1)$$

$$p_i = \beta_i p p_0 + \sum_{k=1}^{i+1} p \beta_{i+1-k} p_k, \quad i \geq 1 \quad (2)$$

Вероятность  $\beta_i$  – вероятность того, что с момента окончания обслуживания предыдущей заявки и до момента окончания обслуживания текущей заявки в систему поступило ровно  $i$  ( $i \geq 0$ ) других заявок.

## Производящая функция и вероятностно-временные характеристики

Производящая функция для системы M/G/1/∞ имеет вид:

$$P(z) = \frac{(1-z) p p_0 \beta(\lambda - \lambda z) - z q}{p \beta(\lambda - \lambda z) - z} \quad (3)$$

Здесь  $\beta(\lambda - \lambda z)$  – ПЛС в точке  $\lambda - \lambda z$ . При  $p=1$  получаем формулу Поллачека-Хинчина [1].

Пользуясь условием аналитичности производящей функции, найдем вероятность простоя:

$$p_0 = \frac{q z_0}{(1 - z_0) p \beta(\lambda - \lambda z_0)} \quad (4)$$



Здесь  $z_0$  ( $0 < z_0 < 1$ ) – единственный корень уравнения  $p\beta(\lambda - \lambda z) - z = 0$ . Устремляя  $p$  к 1 и пользуясь правилом Лопиталья, получаем  $p_0 = 1 - \lambda b$ , где  $b$  – среднее время обслуживания заявки на приборе.

Для данной системы можно отыскать такие характеристики как  $p^{(serv)}$  – вероятность того, что все заявки, находящиеся в системе в момент сразу после окончания обслуживания текущей заявки на приборе, будут обслужены.  $p^{(loss)}$  – дополнительная к  $p^{(serv)}$  вероятность того, что хотя бы одна заявка, из имеющихся в системе в момент сразу после окончания обслуживания заявки на приборе, будет сброшена.

$$p^{(serv)} = \frac{1}{1 - p_0} \sum_{i=1}^{\infty} p_i p^{i-1} = \frac{P(p) - p_0}{p(1 - p_0)} \quad (5)$$

$$p^{(loss)} = \frac{1}{1 - p_0} \sum_{i=2}^{\infty} p_i \sum_{k=i}^{i-2} q p^k = 1 - \frac{P(p) - p_0}{p(1 - p_0)} \quad (6)$$

Здесь  $P(p)$  – значение производящей функции  $P(z)$  (3) в точке  $p$ .

Формула для нахождения среднего числа  $N$  заявок в системе:

$$N = \frac{P}{q} (p_0 + \lambda b - 1) \quad (7)$$

Здесь  $\lambda b$  – среднее число поступивших в систему заявок между последовательными моментами окончания обслуживания

Среднее число заявок, которые будут обслужены (из оставшихся в момент ухода заявки с прибора):

$$N^{(serv)} = \frac{(1 - P(p))}{q} \quad (8)$$

Среднее число заявок, которые будут сброшены в дальнейшем:

$$N^{(loss)} = N - \frac{(1 - P(p))}{q} \quad (9)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания обслужившейся заявки находится из ПЛС времени ожидания для обслуженной заявки дифференцированием:

$$w^{(serv)} = -(\omega^{(serv)}(s))'_{s=0} = -\left( \frac{P(p\beta(s)) - p_0}{p\beta(s)(1 - p_0)p^{(serv)}} \right)' = b \left( \frac{P'(p)}{p^{(serv)}} - 1 \right) \quad (10)$$

Здесь  $P'(p)$  – производная производящей функции (3) в точке  $p$ .

Среднее время ожидания сброшенной заявки находится из ПЛС времени ожидания сброшенной заявки дифференцированием:

$$w^{(loss)} = -(\omega^{(loss)}(s))'_{s=0} = \frac{q}{p} \left( \frac{p\beta(s) - P(p\beta(s))}{1 - p\beta(s)} + p_0 \right) = \frac{p}{q} (1 - P(p) - P'(p)) \quad (11)$$

Графики зависимостей основных характеристик системы от различных параметров представлены на рис. 1.

### Заключение

Для исследуемой системы представлен ряд вероятностно-временных характеристик и построены их графики. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00090, 15-07-03406, 15-07-03007) и при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.A03.21.0008).

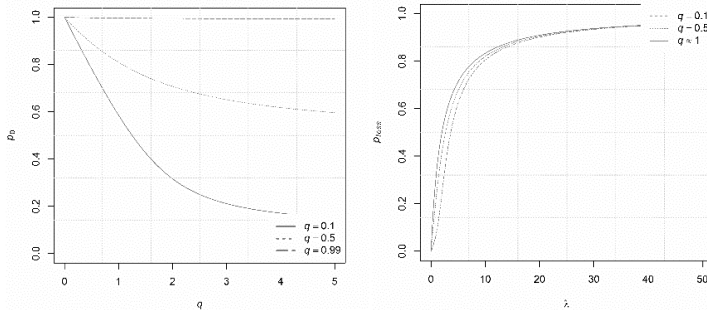


Рис. 1. Вероятность простоя  $p_0$  и вероятность обслуживания  $p^{serv}$

### Литература

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: РУДН, 1995 г.
2. Kreinin A. Queueing Systems with Renovation // Journal of Applied Math. Stochast. Analysis. Vol. 10, No 4. – 1997, pp. 431–443.
3. Zaryadov I. S., Pechinkin A. V. Stationary Time Characteristics of the  $GI/M/n/\infty$  System with Some Variants of the Generalized Renovation Discipline // Automation and Remote Control. No 12. – 2009, pp. 2085–2097.
4. Богданова Е.В., Зарядов И.С. Исследование  $M/G/1/\infty$  с полным обновлением и без дообслуживания // Материалы конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы» в рамках Международного форума информатизации (МФИ-2016) и международного конгресса «Коммуникационные технологии и сети (СТН-2016)», – Москва, 2016, с. 21–22
5. Bogdanova E.V., Milovanova T.A., Zaryadov I.S. The Analysis of Queueing System with General Service Distribution and Renovation // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: математика, информатика, физика. Т. 25, № 1. – 2017, с. 3–8.

## EMBEDDED MARKOV CHAIN CHARACTERISTICS OF QUEUEING SYSTEMS WITH GENERAL SERVICE TIME DISTRIBUTION AND RENOVATION

Zaryadov I.S.<sup>1,2</sup>, Bogdanova E.V.<sup>1</sup>, Milovanova T.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

zaryadov\_is@rudn.university, official\_kb@mail.ru, milovanova\_ta@rudn.university

*For the queueing system with general service distribution and renovation, we find probability-time characteristics based on embedded Markov chain.*

Key words: queueing system, renovation, general service, time-probability characteristics

## МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ СХЕМЫ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ СО СНИЖЕНИЕМ СКОРОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

Иванова Д.В., Карнаухова Е.А., Гольская А.А., Маркова Е.В.

Российский университет дружбы народов,

daria.i1996@gmail.com, ek.karnauhova@gmail.com, feduro.nastya@yandex.ru, markova\_ev@pfur.ru

*В связи с увеличением передаваемого трафика в мобильных сетях операторы вынуждены искать способы более эффективного использования радиоресурсов. Для решения этой проблемы разработана система совместного использования лицензированного спектра частот LSA (Licensed Shared Access). В докладе описана модель распределения радиоресурсов при использовании системы LSA, основанная на снижении скорости обслуживания пользователей.*

Ключевые слова: LTE, совместное использование радиочастот, управление доступом, LSA, снижение скорости передачи данных.

### Введение

В докладе рассматривается модель схемы совместного использования лицензированного спектра частот LSA [1] в сети LTE мобильным оператором - арендатором, имеющим доступ как к полосе индивидуального использования – собственной полосе частот, так и к полосе совместного использования – арендованной полосе, и оператором-владельцем с доступом только к полосе совместного использования [2]. Управление радиоресурсами сети построено на реализации механизма снижения скорости обслуживания [3] пользователей оператора мобильной связи на полосе совместного использования при необходимости освобождения ресурсов этой полосы для владельца.

### Описание модели

Полоса совместного использования может находиться в активном или пассивном режиме. В активном режиме ресурсы этой полосы доступны арендатору, а в пассивном – только владельцу. На полосе индивидуального использования емкостью  $C_1$  заявки обслуживаются на максимальной скорости  $d_{\max}$ , на полосе совместного использования емкостью  $C_2$  – на максимальной скорости  $d_{\max}$ , если оператору-владельцу не требуются радиоресурсы, в противном случае – на минимальной скорости  $d_{\min}$ . Входящий поток заявок имеет пуассоновское распределение с параметром  $\lambda$ . Среднее время обслуживания  $\mu^{-1}$  распределено по экспоненциальному закону. Предложенная нагрузка определяется по формуле  $\rho = \lambda / \mu$ . Управление доступом реализовано следующим образом: с интенсивностью  $\alpha$  поступают запросы владельца на освобождение ресурсов полосы совместного использования, т.е. система переходит в состояние, когда скорость обслуживания заявок на полосе совместного использования снижается до минимальной, а с интенсивностью  $\beta$  система переходит в состояние, когда обслуживание заявок на любой полосе доступно на максимальной скорости. Такие переходы возможны из любых состояний системы. Состояние системы описывает вектор  $(n_1, n_2, s)$ , где  $n_i = \{0, 1, \dots, N_i\}$

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00421 мол\_а.

– количество заявок на полосе индивидуального использования;  $n_2 = \{0, 1, \dots, N_2\}$  – количество заявок на полосе совместного использования, обслуживаемых либо с максимальной, либо со сниженной скоростью, в зависимости от состояния системы;  $s \in \{0, 1\}$  – состояние системы (0 – полоса находится в пассивном режиме, 1 – активном). Причем,  $N_1 = \lfloor C_1 / d_{\max} \rfloor$ ,  $N_2 = \lfloor C_2 / d_{\max} \rfloor$ . Пространство состояний системы имеет вид:

$$X = \{n_1 = 0, \dots, C_1; n_2 = 0, \dots, C_2; s = 0 \vee n_1 = 0, \dots, C_1; n_2 = 0, \dots, C_2; s = 1\}. \quad (1)$$

### Правила приема и обслуживания заявок

При поступлении новой заявки на обслуживание возможны следующие варианты:

- заявка поступает на полосу индивидуального использования, если на ней имеются свободные ресурсы;
- заявка поступает на полосу совместного использования, если на полосе индивидуального использования нет свободных ресурсов, а полоса совместного использования активна и имеет свободные ресурсы;
- заявка блокируется, если:
  - a. на полосе индивидуального использования нет свободных ресурсов, а полоса совместного использования находится в пассивном режиме;
  - b. полоса совместного использования находится в активном режиме, но ни она, ни полоса индивидуального использования не имеют свободных ресурсов.

Обслуживание на полосе совместного использования может происходить на максимальной скорости только тогда, когда завершено обслуживание всех заявок на минимальной скорости, и данные частоты не требуются оператору-владельцу.

С учетом сформулированных выше правил приема и обслуживания заявок элементы матрицы интенсивностей переходов определяются следующим образом:

$$a\left((n_1, n_2, s) \left( n_1', n_2', s' \right)\right) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2, s' = 0, s = 1, \\ \beta, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2, s' = 1, s = 0, \\ \lambda, & \text{если } n_1' = n_1 + 1, n_2' = n_2, s' = s, n_1 < N_1, \\ & \text{или } n_1 = N_1, n_2' = n_2 + 1, s' = s = 1, n_2 < N_2, \\ n_1 \mu, & \text{если } n_1' = n_1 - 1, n_2' = n_2, s' = s, n_1 > 0, \\ n_2 \mu, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2 - 1, s' = s, n_2 > 0, \\ *, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2, s' = s, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (2)$$

где  $*$  =  $-(\lambda \cdot I(n_1 < N_1) + \lambda \cdot I(n_1 = N_1, n_2 < N_2, s = 1) + (n_1 + n_2)\mu + \alpha \cdot I(s = 1) + \beta \cdot I(s = 0))$ .

Система уравнений глобального баланса имеет вид:

$$\begin{aligned} & [\lambda \cdot I(n_1 < N_1) + \lambda \cdot I(n_1 = N_1, n_2 < N_2, s = 1) + (n_1 + n_2)\mu + \alpha \cdot I(s = 1) + \beta \cdot I(s = 0)] \cdot p(n_1, n_2, s) = \\ & = \lambda \cdot I(n_1 > 0) p(n_1 - 1, n_2, s) + \lambda \cdot I(n_1 = N_1, n_2 > 0, s = 1) p(n_1, n_2 - 1, 1) + (n_1 + 1)\mu \cdot I(n_1 < N_1) p(n_1 + 1, n_2, s) + \\ & + (n_2 + 1)\mu \cdot I(n_2 < N_2) p(n_1, n_2 + 1, s) + \alpha \cdot I(s = 0) p(n_1, n_2, 1) + \beta \cdot I(s = 1) p(n_1, n_2, 0). \end{aligned} \quad (3)$$

Граф интенсивностей переходов представлен на рисунке 1.

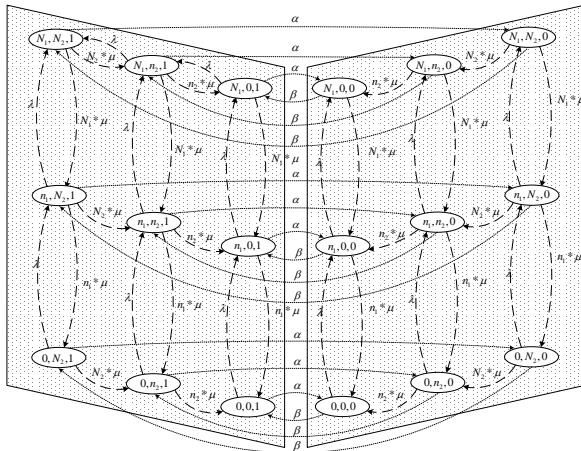


Рис. 1. Граф интенсивностей переходов

### Выводы

В дальнейшем планируется получить формулы для расчета основных вероятностных характеристик модели – вероятности блокировки, средней скорости обслуживания заявок, а также провести численный анализ этих показателей эффективности.

### Литература

1. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D. Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014. – IEEE. – 2014. – P. 490–496.
2. Gudkova I., Markova E., Masek P., Andreev S., Hosek J., Yarkina N., Samouylov K., and Koucheryavy Y. Modeling the utilization of a multi-tenant band in 3GPP LTE system with Licensed Shared Access // Proc. of the 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2016. – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2016. – P. 179–183.
3. Samouylov K., Gudkova I., Markova E., and Yarkina N. Queuing model with unreliable servers for limit power policy within Licensed Shared Access framework // Lecture Notes in Computer Science, Vol. 9870. – P. 404–413.

## MARKOV MODEL FOR ANALYZING SHARED ACCESS SCHEME WITH SERVICE BIT RATE DEGRADATION IN WIRELESS NETWORK

Ivanova D.V., Karnauhova E.A., Golskaia A.A., Markova E.V.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
 daria.i1996@gmail.com, ek.karnauhova@gmail.com, feduro.nastya@yandex.ru, markova\_ev@pfur.ru

*Mobile operators are faced with a problem of the increase of transmitted traffic. The possible solution of this problem is a framework named – licensed shared access. In this report, we describe a shared access scheme model with LSA, which are based on bit rate degradation of main band services.*

Key words: LTE, admission control, LSA, bit rate degradation.

## О СЛУЧАЙНОМ СУММИРОВАНИИ НАГРУЗКИ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ ЭФФЕКТИВНОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ УЗЛА ВЫСОКООТВЕТСТВЕННОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

Калинина К.А.

*Институт Прикладных Математических Исследований КарНЦ РАН, kalinina@senia90@gmail.ru*

**Описана идея случайного суммирования нагрузки на циклах при оценивании эффективной пропускной способности узла высокоответственной сети.**

Ключевые слова: эффективная пропускная способность; регенеративное оценивание; качество обслуживания; переоценивание; рандомизация, высокоответственная система.

### Введение

Важной задачей при разработке и поддержке современных инфокоммуникационных систем является отслеживание и контроль параметров качества обслуживания (quality of service, QoS), в зависимости от которых на характеристики, описывающие систему, накладываются определенные требования. В теории систем массового обслуживания одним из широко известных требований QoS системы является вероятность превышения стационарным процессом незавершенной работы  $W$  некоторого заданного (высокого) уровня  $b$ . Это требование является основой ряда задач, связанных с оцениванием эффективной пропускной способности (ЭПС) – такого значения мощности обслуживающего прибора, при котором выполнено условие

$$P_b := P(W > b) \leq \Gamma, \quad (1)$$

где  $\Gamma$  – заданная малая вероятность [2]. Коммуникационные системы, для которых нарушение требования (1) является крайне нежелательным (и даже критичным), назовем высокоответственными. Проблема расчета и оценивания ЭПС в таких системах решалась нами ранее в [1,2,4] с использованием метода группового среднего и регенеративной оценки. Результаты предыдущих исследований показали, что регенеративный метод оценивания ЭПС является более предпочтительным (для узлов высокоответственных систем), поскольку гарантирует выполнение условия (1) с определенным запасом (так называемое переоценивание – избыточная пропускная способность). Это превышение было обнаружено в сетях разных типов, в том числе, в тандемных сетях с различным числом узлов [1], а также в ациклических сетях [4]. Однако рациональность использования регенеративного метода зависит, в первую очередь, от значения переоценивания, так как оно влечет за собой экономические и энергетические затраты. В связи с этим в работах [2,5] были предприняты первые попытки изучить причины появления избыточной пропускной способности. Было выдвинуто предположение о том, что основной причиной переоценивания является случайное суммирование нагрузки на циклах регенерации. В этой статье мы продолжим исследовать влияние рандомизации на циклах на свойства оценки ЭПС с помощью имитационного моделирования.

### Переоценивание в регенеративном методе

Рассмотрим регенеративную оценку ЭПС узла сети, построенную по случайным циклам регенерации

$$(v_0, \dots, v_{\beta-1}), \dots, (v_{\beta_{k-1}}, \dots, v_{\beta_k-1}), \dots \quad (2)$$

которые являются н.о.р. с типичной длиной цикла  $\beta$  и входной нагрузкой  $v_i$ , поступающей в сеть на интервале времени  $[i; i+1)$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . Полагаем входной процесс

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 15-07-02354 А, № 15-07-02341 А.

$\{v_i\}$  регенеративным с моментами регенерации  $\{\beta_n\}$ . Тогда регенеративной оценкой ЭПС, построенной по естественным циклам регенерации, является

$$C_R(\theta^*) = \frac{\ln Ee^{\theta^* X}}{\theta^* E\beta}, \quad (3)$$

где  $X$  – типичная суммарная нагрузка на  $k$ -том цикле регенерации

$$X_k := \sum_{i=\beta_k}^{\beta_{k+1}-1} v_i, k \geq 0, \beta_0 = 0. \quad (4)$$

Предыдущие исследования [1,2,5] установили, что оценка (3) гарантирует выполнение условия (1) с некоторым запасом. Более точно, если уменьшить значение  $C_R$  на величину  $\Delta=10-17\%$  (в зависимости от типа исследуемой сети), то требование (1) все еще будет выполнено (см. [1,4]). Рис. 1 демонстрирует поведение переоценки в тандемной сети с двумя узлами, где первый узел создает регенеративный входной поток на второй, ЭПС которого и оценивается регенеративным методом.

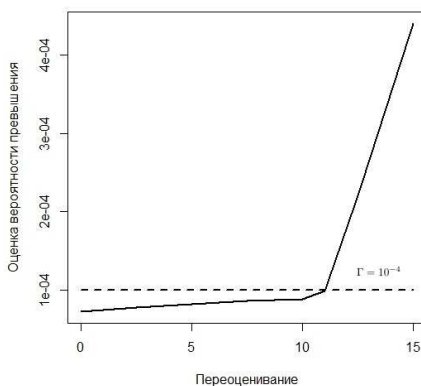


Рис. 1. Тандемная сеть из двух узлов

На рис. 1 видно, что при уменьшении регенеративной оценки (3) на  $\Delta > 11\%$ , оценка вероятности превышения  $\Gamma$  растет нелинейно, что крайне нежелательно для высокоответственных сетей.

### Рандомизация блоков при оценивании ЭПС

Поскольку метод группового среднего приводит к недооцениванию [1,4], а регенеративная оценка дает переоценивание [5], то возникает следующий естественный вопрос: можно ли определить (условную) границу, которая разделяет эти два сценария? Напомним, что ключевое отличие метода группового среднего от регенерации заключается в том, что размер блока – фиксирован, а не является случайным (как циклы регенерации). Поэтому для реализации рандомизации будем опираться на фиксированный размер блока  $B$ , а циклы  $\beta$  положим распределенными равномерно на отрезке  $[(1-p)B; (1+p)B]$ , где параметр  $p$  меняется в диапазоне от 0.07 до 0.15. Будем имитировать работу тандемной сети с двумя узлами с экспоненциальным входным потоком на первый узел с параметром  $\lambda=0.4$ , экспоненциальными временами обслуживания с параметром  $\mu=1$  и зависимыми с.в.  $v_i = v_{i-1} + x_i$ ,  $i=1, \dots, \beta$ , где  $x_i$  –

независимые равномерно распределенные на интервале  $[-v_{i-1}/2; v_{i-1}/2]$ . Мы рассчитываем оценку ЭПС на втором узле, а также оцениваем вероятность превышения.

Таблица 1. Тандемная сеть: рандомизация длины циклов,  $B=10$ ,  $\Gamma=10^{-5}$

$\rho$	$\text{Var}\beta$	$C_R$	$\Gamma_R$	$\Delta$	$\Gamma_\Delta$
0.07	0.16	3.06	$5.28 \cdot 10^{-4}$	-5%	$4.38 \cdot 10^{-5}$
0.10	0.33	3.24	$9.36 \cdot 10^{-5}$	-3%	$3.66 \cdot 10^{-5}$
0.12	0.48	3.45	$3.89 \cdot 10^{-5}$	0	-
0.15	0.75	3.54	$8.02 \cdot 10^{-6}$	6%	$2.90 \cdot 10^{-5}$

По результатам моделирования, представленным в табл. 1, видно, что при определенном значении дисперсии длины искусственного цикла (соответствующей  $\rho=0.12$ ) оценка ЭПС близка к точной. Более того, с ростом дисперсии увеличивается и переоценивание, что позволяет сделать вывод значительном слиянии случайного суммирования (рандомизации) на свойства оценки.

### Выводы

Исследование показало, что одной из основных причин переоценивания является рандомизация длин циклов, что позволяет оценивать ЭПС на основе искусственных случайных циклов в высокоответственных сетях и системах, где реализация и исследование регенерации затруднительны или невозможны.

### Литература

1. *Borodina A., Kalinina K., Morozov E.* On the accuracy of the effective bandwidth regenerative estimation, ICUMT, 2014, Saint-Petersburg, P. 652-656.
2. *Kalinina K., Morozov E., Rykov V.* Effective bandwidth estimation in highly reliable regenerative networks//The Second International Symposium on Stochastic Models in Reliability Engineering, Life Science and Operations Management, Israel, 2016: Proceedings, P. 323-327.
3. *Kelly F.* Notes on effective bandwidths//Stochastic Networks: Theory and Applications// Royal Statistical Society Lecture Notes Series, 4. - Oxford University Press, 1996. P. 141-168.
4. *Morozov E., Kalinina K.* On the effective bandwidth estimation in communication network // 29th European Conference on Modelling and Simulation 2015: Proceedings, P. 423-429.
5. *Калинина К.* Влияние случайного суммирования на регенеративную оценку эффективной пропускной способности узла сети//Вероятностные методы в дискретной математике: расширенные тезисы IX международной Петрозаводской конференции.- Петрозаводск: ИПМИ КарНЦ РАН, 2016, С. 29-31.

## ON THE RANDOMIZATION OF EFFECTIVE BANDWIDTH ESTIMATION IN HIGHLY CRITICAL NETWORK

*Kalinina K.A.*

*Institute of Applied Mathematical Research, Karelian Research Center, kalininaksenia90@gmail.ru*

*In this paper we study randomization of the workload of effective bandwidth estimation in highly critical network.*

Key words: effective bandwidth; regeneration; estimation; overestimation; QoS; randomization; highly critical system.



## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ, ОПИСЫВАЕМЫХ НЕОДНОРОДНЫМИ МАРКОВСКИМИ ЦЕПЯМИ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Киселева К.М.

*Вологодский государственный университет, ksushakiseleva@mail.ru*

*Исследуются некоторые классы нестационарных марковских моделей массового обслуживания. Применяется общий подход, основанный на использовании логарифмической нормы оператора прямой системы Колмогорова.*

Ключевые слова: система обслуживания, эргодичность, устойчивость, аппроксимация.

### Введение

Рассматриваются модели систем обслуживания, в которых число требований в системе - неоднородная марковская цепь с непрерывным временем и дискретным пространством состояний.

### СМО с групповым поступлением и групповым обслуживанием требований

Рассмотрим некоторый общий класс моделей, в которых допускаются групповое поступление и групповое обслуживание требований. Общая модель такого типа введена и исследована в [1]-[4].

В данной заметке подробнее изучается более конкретная ситуация.

Общее количество требований не превосходит  $S$ , максимальный размер группы поступающих требований равен  $N \leq S$ , интенсивность поступления группы  $k$  требований есть  $\lambda_k(t) = \frac{\lambda(t)}{k}$ . Интенсивность обслуживания группы  $k$  имеющихся в системе требований есть  $\mu_k(t) = \frac{\mu(t)}{k}$ .  $X = X(t)$ ,  $t \geq 0$ , - неоднородная марковская цепь с непрерывным временем и пространством состояний  $E = \{0, 1, \dots, S\}$ .

**Теорема 1.** *Процесс  $X(t)$ , описывающий число требований в рассматриваемой системе, слабо эргодичен при любом  $(1 \leq N \leq S)$  тогда и только тогда, когда выполнено условие:*

$$\int_0^{\infty} (\lambda(t) + \mu(t)) dt = +\infty$$

### СМО с повторными вызовами и одним сервером

Построение модели и ее исследование в однородном случае приведено в [5].

В настоящей заметке рассматривается неоднородный случай этой модели.

Новые клиенты приходят в соответствии с процессом Пуассона со скоростью  $\lambda(t)$ . Клиенты имеют независимое и одинаково распределенное экспоненциальное время обслуживания  $\{S_i\}$  с общим элементом  $S$  и скоростью  $\mu(t) = 1/ES$ . Если новый клиент находит сервер занятым, он присоединяется на орбиту бесконечного потенциала и называется вторичным клиентом. Предполагается, что орбита работает как одиночный сервер обслуживания в порядке поступления (первым прибыл - первым обслужен). Это значит, что если орбита непустая, то прежний вторичный клиент пытается попасть на сервер согласно экспоненциальному распределению со скоростью  $\mu_0(t)$ . Здесь, в отличие от классических моделей с повторными вызовами,  $\mu_0(t)$  (интенсивность перехода клиента с орбиты на сервер) не зависит от размера орбиты, то есть от количества вторичных клиентов.

**Теорема 2.** Пусть  $\sup_t \frac{\mu(t)}{\lambda(t)} < \inf_t \frac{\lambda(t)}{\mu_0(t)} + 1$ . Кроме того,  $\int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \infty$ . Тогда процесс  $X(t)$  нуль-эргодичен и справедливо следующее

$$\sum_{i=0}^N p_i(t) \leq \frac{\delta_K}{\delta_N} e^{-\int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau}$$

для любого  $t \geq 0$ , начального условия  $X(0)=k$ , и любого натурального  $N$ , где  $\varepsilon(\tau) = \min(\lambda(\tau)(1 - ab) - \mu(\tau)(b^{-1} - 1), \lambda(\tau)(1 - b) - \mu_0(\tau)(a^{-1} - 1)) > 0$

### Выводы

Для модели с групповым поступлением и групповым обслуживанием требований получены условия слабой эргодичности. Для модели с повторными вызовами и одним сервером удалось получить условия нуль-эргодичности.

### Литература

1. Сатин, Я. А., Зейфман, А. И., Коротышева, А. В., Шоргин, С. Я. Об одном классе марковских систем обслуживания // Информатика и ее применения. – 5, вып. 4. 2011. – с. 6-12.
2. Zeifman A.I., Korotysheva A., Satin Y., Korolev V., Bening V. Perturbation bounds and truncations for a class of Markovian queues. Queueing Systems, vol. 2014. – 76, Pp. 205-221.
3. Зейфман, А.И., Коротышева, А.В., Киселева, К.М., Королев, В.Ю., Шоргин, С.Я. Об оценках скорости сходимости и устойчивости для некоторых моделей массового обслуживания // Информатика и ее применения. – 8, вып. 3. 2014. – с. 19-27.
4. Zeifman A. I., Korotysheva A., Satin Ya., Shilova G., Panfilova T. On a queueing model with group services, Lecture Notes in Communications in Computer and Information Science, vol. 2013. – 356, Pp. 198-205.
5. Zeifman A., Satin Ya., Morozov E., Nekrasova R., Gorhsenin A. On the ergodicity bounds for a constant retrial rate queueing model // Proceedings of the 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2016.

## STUDYING OF SOME NON-STATIONARY QUEUEING MODELS DESCRIBED BY INHOMOGENEOUS CONTINUOUS-TIME MARKOV CHAINS

Kiseleva K.M.

Vologda State University, ksushakiseleva@mail.ru

*Some classes of nonstationary queueing models are considered in this work.*

*We employ the general approach for the study of forward Kolmogorov system via logarithmic norm of a operator function.*

Key words: queueing system, ergodicity, stability, truncation.

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СБАЛАНСИРОВАННОЙ IP-СЕТИ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Кутбитдинов С.Ш.<sup>1</sup>, Лохмотко В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Государственное унитарное предприятие Центр научно-технических и маркетинговых исследований «UNICON.UZ»,

г. Ташкент, Республика Узбекистан, kutbitdinov@unicon.uz

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,

г. Санкт-Петербурге, Российская Федерация, lvv1950@tut.by

**Показано, что баланс нагрузки и производительности серверов IP-сети достигается при равенстве первых производных среднесетевой задержки по потокам.**

Ключевые слова: сбалансированность, среднесетевая задержка пакета, распределение потоков, сервер, IP-сеть.

### Исходные предпосылки

Известно, что под «узкими» местами IP-сети понимаются сетевые элементы, разрезы и сечения на топологическом графе сети, для которых небольшое изменение интенсивности  $\lambda_i$  трафика в одном сервере приводит к резкому ухудшению интегральных и дифференциальных QoS-показателей. Напротив, в сбалансированной IP-сети, где узкие по пропускной способности места отсутствуют по определению, среднесетевая задержка  $T$  будет увеличиваться на одну и ту же величину, независимо от того, в каком сервере произошел всплеск трафика.

Поскольку в реальных условиях входящий поток IP-сети, либо неизвестен, либо меняется во времени, концепции «узкого» места придан особое внимание еще на этапе технико-экономического обоснования инвестиций.

Несмотря на наличие широкого арсенала методов, алгоритмов и стратегий управления потоками [1], задача оптимальной балансировки потоков между серверами, как способа защиты IP-сети от перегрузок, не теряет актуальности до сих пор.

### Постановка задачи

Пусть для IP-сети произвольной структуры, моделируемой СеМО  $M/M/1/\infty$ , заданы:

$\Xi$  – топология, описываемая  $n$ -вершинным,  $m$ -реберным графом;

$n$  – число серверов, различающихся производительностью  $\{\mu_i\}$ ,  $i = 1, n$ , [пакет/с];

$\Lambda$  – внешний трафик сети, как сумма  $\Lambda = \sum_{\xi k} \gamma_{\xi k}$  адресных потоков всех пар  $\xi, k$ ;

$\lambda_{\Sigma}$  – сетевой трафик (внешний + транзитный), обрабатываемый серверами IP-сети.

Предполагается, что средняя длина  $\pi$  маршрута в IP-сети определяется как

$\pi = \lambda_{\Sigma} / \Lambda = \sum_i \lambda_i / \sum_{\xi k} \gamma_{\xi k}$ , а остаточная пропускная способность  $\Delta R$  сети

$$\Delta R = R - \lambda_{\Sigma} = \sum_i \mu_i - \sum_i \lambda_i. \quad (1)$$

Требуется найти потоковый вектор (серверный трафик)  $\{\lambda_i\}$ ,  $i = 1, n$ , доставляющий минимум среднесетевой задержки  $T$  пакета с сохранением условия сбалансированности IP-сети в широком диапазоне изменения загрузок  $0 < \rho_i < 1$ ,  $i = 1, n$  серверов.

### Основные расчетные соотношения

Решением Лагранжиана, как свертки функции среднесетевой задержки пакета

$$T = \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot T_i = \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i} \quad (2)$$

и ограничения-равенства на суммарный серверный трафик  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda_\Sigma$ , для стратегии балансировки серверных потоков по критерию быстродействия определяются:

– оптимальное распределение интенсивности (входящих) потоков по серверам

$$\lambda_i = \sqrt{\mu_i} \cdot \left( \sqrt{\mu_i} - \Delta R / \sigma \right), \quad (3)$$

– минимально достижимая среднесетевая задержка пакета

$$T_{\min} = \Lambda^{-1} \cdot \left( \sigma^2 / \Delta R - m \right), \quad (4)$$

– условие сбалансированности потоков серверов IP-сети

$$\frac{\partial T}{\partial \lambda_1} = \dots = \frac{\partial T}{\partial \lambda_i} = \dots = \frac{\partial T}{\partial \lambda_n} = \frac{\sigma^2}{\Lambda (\Delta R)^2} = \frac{\left( \sum_i \sqrt{\mu_i} \right)^2}{\Lambda (\Delta R)^2} = \text{const}, \quad (5)$$

закрывающиеся в равенстве первых производных среднесетевой задержки по потокам всех серверов, как между собой, так и равенстве производных вычисляемой константе.

Область допустимых значений модели (3) – (5) исключает перегрузку сети ( $\Delta R > 0$ ), а также отрицательные значения потоков  $\lambda_i$ , что ограничивает диапазон переменной  $\mu_i$

$$\mu_i > \sigma^2 / \Delta R^2. \quad (6)$$

Как альтернатива стратегии балансировки (5) рассматривается стратегия равномерной загрузки серверов  $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_n = \rho$ . С учетом равенства загрузок формула [2] среднего времени пребывания пакета в  $i$ -м сервере в соответствии с СМО  $fB / G / 1 / \infty$  (для произвольного ( $G$ ) закона распределения времени обслуживания самоподобного входящего ( $fB$ ) трафика типа «фрактальное броуновское движение»), принимает вид

$$T_i = \frac{1}{\mu_i} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{d} \cdot \left[ \frac{\rho}{(1-\rho)^{2H}} \right]^{2(1-H)} \right\} = \frac{1+k}{\mu_i}, \quad \rho < 1, \quad (7)$$

где:  $H$  – показатель Херста, определяющий степень самоподобия входящего потока;

$d = 2 / (1 + C_b^2)$  – масштабный множитель, определяемый коэффициентом  $C_b$

вариации времени обслуживания;

$\rho = \lambda V / C$  – коэффициент использования сервера, как функция интенсивности  $\lambda$  входящего потока, среднего объема  $V$  пакета и битовой скорости  $C$ ;

$k$  – варианта, легко вычисляемая по условиям данной задачи.

Формула (7) обобщает известные пуассоновские модели задержки, соответствующие:

при  $H = 0,5$  и  $C_b = 0$  – СМО  $M/D/1/\infty$  с детерминированным обслуживанием;

при  $H = 0,5$  и  $C_b = 1$  – СМО  $M/M/1/\infty$  с экспоненциальным обслуживанием;

при  $H = 0,5$  и произвольном  $C_b$  – модели СМО типа  $M/G/1/\infty$ .

Исходя из (2), (7) и условия равенства загрузок получается минимум среднесетевой задержки пакета для стратегии равномерной загрузки серверов

$$T^* = m \cdot \rho \cdot (1 + k) \cdot \Lambda^{-1}, \quad (8)$$

оптимальные значения потоков  $\lambda_i = \mu_i \cdot \lambda / \Sigma$  и загрузки серверов  $\rho = \lambda / \Sigma$ .

### Основные результаты

Задачи сокращения времени выполнения запроса к серверам и повышения устойчивости IP-сети к перегрузкам отождествляются с задачей устранения «узких» по пропускной способности мест сети путем балансировки входящих потоков (серверов).

На базе СеМО  $M/M/1/\infty$  построена модель (3)–(6) сбалансированной IP-сети, названная асимптотической по причине использования предельных значений сетевых параметров. Модель позволяет по известной производительности серверов IP-сети находить оптимальные значения сетевых параметров (потоки, загрузки серверов, задержки, длины очередей и т.п.), а также определить условие сбалансированности потоков, гарантирующее достижение минимальной среднесетевой задержки пакета.

К достоинствам асимптотической модели следует отнести ориентацию на аналитическое моделирование и проведение многовариантных экспресс-расчетов, автоматическую кластеризацию серверов, выполняемую в соответствии с условием (6). Недостатком является необходимость в reengineering исходных данных при трансформации исходной сети в многокластерную структуру.

Численное сравнение моделей (3) – (6) с (7) и (8) для экспоненциального случая показало, что стратегия балансировки серверных потоков по правилу (5) дает малозаметный эффект (в плане быстродействия сети) по сравнению с более простой в практической реализации стратегии выравнивания загрузок серверов IP-сети.

### Литература

1. *Gerald R. Ash. Traffic Engineering and QoS Optimization of Integrated Voice & Data Networks*, Morgan Kaufmann Publishers, 2006. – 478 p.
2. *Кутбитдинов С.Ш.* Модель оценки гарантированной битовой скорости передачи мультисервисного самоподобного трафика /С.Ш. Кутбитдинов, В.В. Лохмотко, С.Р. Рудинская // Инфокоммуникации: Сети-Технологии-Решения. – 2016.– № 1. – С. 5–11.

## ASYMPTOTIC MODEL OF A BALANCED IP NETWORK WITH A DISTRIBUTED STRUCTURE

*Kutbitdinov S.Sh.<sup>1</sup>, Lokhmotko V.V.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Scientific Engineering and Marketing Research Center "UNICON.UZ", Tashkent, Republic of Uzbekistan, kutbitdinov@unicon.uz*

<sup>2</sup>*The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, St. Petersburg, Russian Federation, lvv1950@tut.by*

***It is shown that the balance of load and performance of IP-network servers is achieved when the first derivatives of the average latency delay over the streams are equal.***

Key words: balance, average packet delay, distribution of streams, server, IP-network.

## ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ЗАГРУЗКИ ДАННЫХ ПОДВИЖНОМУ УСТРОЙСТВУ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ LTE<sup>1</sup>

Мокров Е.В.<sup>1</sup>, Полуэктов Д.С.<sup>1</sup>, Гудкова И.А.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,

mokrov\_ev@rudn.university, poluektov\_dmitri@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university

*В работе рассмотрена передача данных в пределах одной соты LTE с различными уровнями качества обслуживания и найдено среднее время передачи файла заданной длины при наличии одного пользователя в системе.*

Ключевые слова: LTE, передача данных, уровни качества, среднее время передачи.

### Введение

Рассмотрим соту подвижной связи с  $N$  абонентами и  $M$  уровнями качества обслуживания зависящими от местоположения абонентов в соте. Обозначим  $J_n(t)$  - уровень качества обслуживания  $n$ -го абонента. Предположим, что процессы  $J_1(t), J_2(t), \dots, J_N(t)$  являются независимыми в совокупности одинаково распределёнными процессами размножения и гибели с вероятностями рождения  $\alpha_i$  и гибели  $\beta_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ ,  $\alpha_1 = \beta_M = 0$ . От качества обслуживания, предоставляемого каждому абоненту, зависит объём  $F(t)$  информации, передаваемой сотой в интервале времени  $(0, t)$ . Поскольку процессы накопления уже давно используются для моделирования производственных процессов и процессов передачи информации [1]. В качестве математической модели передачи информации мы рассмотрим процесс накопления  $(C(t), F(t))$ ,

$$F(t) = \int_0^t f(C(u)) du, \quad (1)$$

в котором скорость накопления  $f(C(u))$  в момент времени  $u$  определяется состоянием управляющего процесса  $C(u) = \min_n \{J_n(u)\}$ , являющегося самым низким из уровней качества обслуживания абонентов.

### Выбор управляющего процесса

Введем управляющий марковский процесс  $X(t) = L(t)$ , где  $L(t) = (L_1(t), L_2(t), \dots, L_M(t))$ . Такой управляющий процесс  $X(t)$  имеет пространство состояний  $\mathcal{X} = \mathcal{L}$ , где:

$$\Lambda = \{(n_1, n_2, \dots, n_M) \mid n_i = 0, 1, \dots, N, i = 1, \dots, M, \sum_{i=1}^M n_i = N\}. \quad (2)$$

При этом множество состояний процесса имеет мощность  $|\mathcal{L}| = \hat{C}_M^N = C_{M+N-1}^N$ .

Определяющее отображение  $\varphi(\mathbf{x})$  разбиение пространства состояний  $\Lambda$  на непересекающиеся подмножества в этом случае имеет следующий вид:

$$\Lambda_m = \{n \in \Lambda \mid n_m > 0, n_i = 0, i = 1, \dots, m-1\}.$$

Процесс можно рассматривать как процесс описывающий некую замкнутую сеть массового обслуживания с  $N$  заявками и  $M$  узлами неограниченной ёмкости - уровнями качества обслуживания. В этой сети длительности обслуживания заявок в узле  $i$  имеют экспоненциальное распределение с параметром  $\tau_i^{-1}$ , а матрица вероятностей переходов заявок по узлам имеет следующий вид:

$$P_{ij} = \begin{cases} \alpha_i, & j = i + 1 \\ \beta_i, & j = i - 1. \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (3)$$

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол. а. мос, РФФИ в рамках научного проекта № 17-07-00845 а, Минобрнауки России (СП-2987.2016.5).

В таблице 1 колонка  $\tau$  показывает время, проведенное заявкой в соответствующем узле, также можно видеть, что  $\alpha_i + \beta_i = 1$ .

Отсюда в случае нахождения в системе одного пользователя матрицу интенсивностей переходов можно выразить как:

$$A = (a_{ij}) = \begin{cases} \frac{\alpha_i}{\tau_i}, & j = i + 1 \\ \frac{\beta_i}{\tau_i}, & j = i - 1 \\ -\frac{1}{\tau_i}, & j = i \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}, i, j = 1, \dots, M. \quad (4)$$

Таблица 1. Значения переходных вероятностей процесса  $L(t)$  для различных моделей движения пользователей

RANDOM DIRECTION			
$i$	$\beta$	$\alpha$	$\tau$
1	0	1	19,5767024
2	0,52164538	0,47835462	2,41971014
3	0,50902381	0,49097619	2,27639087
4	0,52680159	0,47319841	2,375875
5	0,51526158	0,48473842	2,26825802
6	0,51786942	0,48213058	2,3093704
7	0,51931762	0,48068238	2,35096343
8	0,53313697	0,46686303	2,30312347
9	0,52232143	0,47767857	2,14816468
10	0,5297491	0,4702509	2,39229391
11	0,54026217	0,45973783	2,26161049
12	0,581875	0,418125	2,5695122
13	0,64589372	0,35410628	2,82693237
14	0,62166667	0,37833333	2,79
15	1	0	2,63461538

### Характеристики момента достижения уровня

Обозначим  $B = [b_{k,n}]$  матрицу интенсивностей переходов процесса  $Y(x)$ . Если  $Y(x) = k$  в некотором интервале  $a \leq x \leq b$ , то  $X(t) = k$  и процесс  $F(t)$  возрастает со скоростью  $r(k)$  в интервале времени  $T(a) \leq t \leq T(b)$  [2]. Следовательно  $T(b) = T(a) + \frac{b-a}{r(k)}$  и значит  $T(x)$  возрастает на интервале  $a \leq x \leq b$  со скоростью  $\frac{1}{r(k)}$ .

Поэтому среднее время пребывания процесса  $X(t)$  в состоянии  $k$  в  $r(k)$  раз меньше среднего времени пребывания процесса  $Y(x)$  этом состоянии. Соответственно, интенсивность выхода  $a_k = -a_{k,k}$  процесса  $X(t)$  из состояния  $k$  связана с интенсивностью выхода  $b_k = -b_{k,k}$  процесса  $Y(x)$  из состояния  $k$  равенством  $a_k = b_k \tau_k$ . При этом процессы  $X(t)$  и  $Y(x)$  имеют одинаковые вероятности переходов  $\frac{a_{k,n}}{a_k} = \frac{b_{k,n}}{b}$  в момент выхода из состояния  $k$ . Таким образом матрицы интенсивностей переходов этих процессов связаны простым равенством  $B = R^{-1}A$ , а матрица переходных вероятностей процесса  $Y(x)$  даётся формулой  $Q(x) = e^{R^{-1}Ax}$  [3].

Процессы  $X(t)$  и  $Y(x)$  имеют одно и тоже начальное распределение  $p$ . Поэтому формула для первого центрального момента достижения  $T(x)$  уровня  $x$  имеет вид:

$$w(x) = pQ(x)R^{-1}1. \quad (5)$$

Здесь в качестве начального распределения  $p$  мы берем стационарное распределение вероятностей, полученное решением СУР:  $\begin{cases} Ap = 0 \\ p1 = 1 \end{cases}$

Тогда при заданной матрице интенсивностей переходов для  $M=15$  уровней качества и скоростях, взятых из [4] можно получить графики для различных полос (рассмотрены полосы 10, 15 и 20 МГц) и значениях размеров загрузочного блока 5. Таким образом, соответствующие скорости рассчитываются как  $v_i = c_i \cdot b$ , где  $c$  – это скорость из таблицы 2, а  $b$  соответствует рассматриваемой ширине полосы. Результаты для случая одного пользователя в системе представлены на Рис. 1

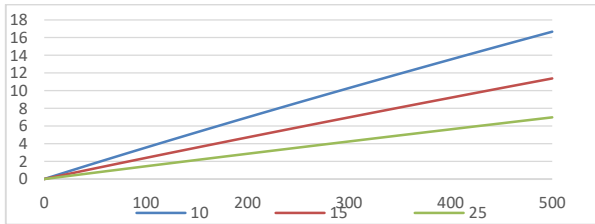


Рис 1. Первый момент для модели движения random direction (сценарий одного пользователя)

### Выводы

В работе построена модель для расчета среднего времени передачи файла в рассмотренной системе при наличии в ней одного пользователя. Полученная модель также может быть применена для получения других характеристик системы, таких как, например, средний объем данных, переданных за указанное время. В дальнейшем планируется модификация построенной модели для случая наличия в системе нескольких пользователей.

### Литература

1. Howard R.A. Dynamic Probabilistic Systems, Volume II: Semi-Markov and Decision Processes //Wiley, New York – 1971 – 564 p.
2. Blaabjerg S., Anderson H., Anderson H. Approximating the Heterogeneous Fluid Queue with a Birth-Death Fluid Queue // IEEE Transactions on Communications – Vol. 43 no. 5 – May 1995 – Pp.1884–1887.
3. Naumov V., Emstad P. Analysis of Losses in a Bufferless Transmission Link, in Managing Traffic Performance in Converged Networks // Proc. 20th Int. Teletraffic Congress – Springer – 2007 – Pp.913-924.
4. 3GPP 36.212 Technical Specification Multiplexing and Channel Coding (FDD) - (Release 14).

## PROBABILITY MODEL FOR ANALYZING DATA TRANSMISSION TO A MOBILE DEVICE IN WIRELESS LTE NETWORK

Mokrov E.V.<sup>1</sup>, Poluektov D.S.<sup>1</sup>, Gudkova I.A.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>2</sup> Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

mokrov\_ev@rudn.university, poluektov\_dmitri@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university

*In the paper, data transmission within one LTE cell with different levels of service quality is considered and the average transmission time of a file of a given length is found with one user in the system.*

Key words: LTE, data transmission, CQI, average transmission time.



## МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ КРАМЕРА-ЛУНДБЕРГА С РЕЛЕЙНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ПОСТУПЛЕНИЕМ РЕСУРСА

Назаров А.А., Бронер В.И.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Российский университет дружбы народов, valsubbotina@mail.ru

*Строится и исследуется модифицированная математическая модель Крамера-Лундберга системы управления запасами с релейным управлением объемом поступающего ресурса и гиперэкспоненциальными объемами потребления.*

Ключевые слова: математическое моделирование, управление запасами, релейное управление, гиперэкспоненциальное распределение.

### Математическая модель

Особый интерес к математическим моделям управления запасами проявляется в последние десятилетия. В работах отечественных авторов рассматриваются различные математические модели управления запасами. Под запасами могут подразумеваться как пищевые продукты, модные товары, водные или другие виды природных ресурсов, так и финансы, например, организации.

В работах отечественных авторов [1-3] рассматриваются математические модели деятельности фонда социального страхования с релейным управлением капиталом фонда при различных предположениях, например, экспоненциально распределенных страховых выплатах. Такие модели так же можно проинтерпретировать, как модели управления запасами.

В [4-5] исследуется математическая модель управления запасами с постоянной скоростью поступления ресурса и кусочно-постоянной интенсивностью потока моментов поступления заявок на потребление ресурса при гиперэкспоненциальном и Эрланговском распределениях объемов заявок на потребление.

Представляет интерес изучение различных математических моделей управления запасами при неэкспоненциальных объемах потребления и релейном управлении уровнем накопленных запасов в системе.

### Математическая модель

Рассмотрим систему управления запасами (рис. 1).

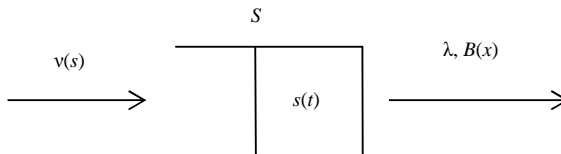


Рис. 1. Система управления запасами

Обозначим объем, накопленных ресурсов в системе к моменту времени  $t$  через  $s(t)$ . Будем полагать, что запросы на потребление ресурса будут поступать в случайные моменты времени, а величины запросов – партии случайного объема.

Пусть на вход системы поступают ресурсы с кусочно-постоянной скоростью  $v(s)$ , зависящей от значений  $s(t) = s$ , здесь

$$v(s) = \begin{cases} v_1, s < S, \\ v_2, s \geq S. \end{cases}$$

где  $S$  – некоторое пороговое значение уровня запасов  $s(t)$ . Моменты потребления образуют пуассоновский поток с постоянной интенсивностью  $\lambda$ , а объемы потребления,

то есть величины запроса на потребление ресурсов, имеют гиперэкспоненциальную функцию распределения  $B(x)$

$$B(x) = \sum_{k=1}^m q_k \left(1 - e^{-\mu_k x}\right).$$

где  $\mu_k > 0$  и  $q_k > 0$ , причем

$$\sum_{k=1}^m q_k = 1.$$

Будем полагать, что возможна ситуация, когда процесс  $s(t)$  принимает отрицательные значения, то есть  $s(t) < 0$ , система продолжает функционировать, интерпретируя это как отложенное исполнение заявки на потребление ресурсов.

Для данной системы условие существования стационарного режима имеет вид

$$v_1 > \lambda b > v_2, \quad (1)$$

где  $b$  – среднее значение объема одной партии на потребление ресурсов.

Из описания математической модели, очевидно, что случайный процесс  $s(t)$  является марковским с непрерывным временем  $t$  и непрерывным множеством значений  $-\infty < s < \infty$ .

Для стационарной плотности распределения  $P(s) = \partial P\{s(t) < s\} / \partial s$  запишем уравнение

$$P(s + v(s)\Delta t) = P(s)(1 - \lambda\Delta t) + \lambda\Delta t \int_0^{\infty} P(s+x)dB(x) + o(\Delta t),$$

преобразуя которое получим

$$P(s) - v(s)\Delta t P'(s) + o(\Delta t) = P(s) + \lambda\Delta t P(s) + \lambda\Delta t \int_0^{\infty} P(s+x)dB(x).$$

Окончательно получим уравнение Колмогорова для стационарной плотности  $P(s)$  распределения вероятностей значений процесса  $s(t)$

$$v(s)P'(s) + \lambda P(s) = \lambda \int_0^{\infty} P(s+x)dB(x), \quad s \neq S, \quad -\infty < s < \infty. \quad (2)$$

Решение  $P(s)$  которого удовлетворяет краевым условиям

$$P(-\infty) = P(\infty) = 0. \quad (3)$$

Сформулируем теорему о виде функции  $P(s)$ .

Теорема. Решение  $P(s)$  уравнения (2) имеет вид

$$P(s) = \gamma \frac{\lambda b_1 - v_2}{v_1 - v_2} \begin{cases} \sum_{n=1}^m x_n e^{\tilde{z}_n(s-S)}, & s < S, \\ e^{-\gamma(s-S)}, & s > S, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\gamma$  единственный положительный корень уравнения

$$\lambda - v_2 \gamma = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\gamma x} dB(x),$$

$\tilde{z}_n$  положительные корни уравнения

$$v_1 z + \lambda = \lambda \sum_{k=1}^m q_k \frac{\mu_k}{\mu_k - z},$$

$x_n$  компоненты вектора  $\mathbf{X}$ . Этот вектор является решением системы линейных уравнений

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{h},$$

где  $A_{kn}$  – элементы матрицы  $\mathbf{A}$  и  $h_k$  – элементы вектора  $\mathbf{h}$  имеют вид

$$A_{kn} = \frac{1}{\mu_k - z_n}, \quad h_k = \frac{1}{\mu_k + \gamma}, \quad n = \overline{1, m}, k = \overline{1, m}. \quad (20)$$

Сформулированная теорема о виде функции  $P(s)$  полностью решает задачу управления запасами при релейном управлении скоростью поступающих ресурсов и гиперэкспоненциальном распределении объемов потребления.

### Выводы

В данной работе построена модифицированная математическая модель Крамера-Лундберга системы управления запасами. Сформулирована теорема о виде плотности распределения вероятностей значений процесса  $s(t)$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке МОН РФ (Соглашение №02.а03.21.0008 от 24 июня 2016 г.).

### Литература

1. *Китаева А.В., Терпугов А.Ф.* Управление капиталом фонда социального страхования // Вестник Томского государственного университета. 2006. 290. С. 167-168.
2. *Лившиц К.И., Шифердекер И.Ю.* Математическая модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом // Вестник ТГУ. Приложение. 2006. 18. С. 302-308.
3. *Лившиц К.И., Сухотина Л.Ю., Шифердекер И.Ю.* Пуассоновская модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом // Вестник ТГУ. Приложение. 2006. 19. С. 302-312.
4. *Назаров А.А., Бронер В.И.* Система управления запасами с гиперэкспоненциальным распределением объемов потребления ресурсов // Вестн. Том. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 1(34). С. 43–49.
5. *Nazarov A., Broner V.* Inventory Management System with Erlang Distribution of Batch Sizes // Information Technologies and Mathematical Modelling Communications in Computer and Information Science Vol. 638, 2016, pp 273-280.

## MODIFIED CRAMER-LUNDBERG MODEL WITH ON/OFF CONTROL OF RATE OF INCOMING PRODUCT FLOW

*Nazarov A.A., Broner V.I.*

*Tomsk State University, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
valsabbitina@mail.ru*

*A modified Cramer-Lundberg mathematical model of inventory management system with On/Off control of the rate of incoming product flow and hyperexponential volumes of purchases values of demand are considered.*

Key words: mathematical modeling, inventory management, on/off control, hyperexponential distribution.

## АНАЛИЗ ВРЕМЕНИ ОЖИДАНИЯ ДОСТУПА К РЕСУРСАМ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В МОДЕЛИ С ЭЛАСТИЧНЫМ ТРАФИКОМ И ПРЕРЫВАНИЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ <sup>1</sup>

*Полуэктвов Д.С., Мокров Е.В.*

*Российский университет дружбы народов, poluektov\_dmitri@mail.ru, mokrov\_ev@rudn.university*

***В работе проведено моделирование соты сети LTE с системой LSA в виде СМО с ненадежным прибором и конечной очередью. Численный эксперимент направлен на оценку работы одного из самых популярных приложений в мобильных сетях – оценку времени загрузки Web-страниц.***

**Ключевые слова:** дисциплина разделения процессора, LSA, поглощающее состояние, система массового обслуживания, просмотр веб-страниц.

### Введение

Дисциплина разделения процессора (Processor Sharing, PS) является важной дисциплиной обслуживания, используемой в реальных системах массового обслуживания (СМО), при которой прибор обслуживает одновременно и с одинаковой скоростью все заявки, находящиеся в системе. Самый простой и самый известный подкласс дисциплины PS – дисциплина эгалитарного разделения процессора (Egalitarian Processor Sharing, EPS), в которой один прибор обслуживает каждую заявку системы со скоростью обратно пропорциональной числу заявок, – был введен Клейнроком [1].

В простейших СМО с дисциплиной эгалитарного разделения процессора рассматривается входящий поток Пуассона и предполагается, что времена обслуживания распределены экспоненциально. В работе предложена модель соты сети LTE с системой LSA (Licensed Shared Access), толераным к задержкам трафиком, пример которого – просмотр Web-страниц. Модель представлена в виде СМО с ненадежным прибором и конечной очередью, заявки из которой обслуживаются согласно дисциплине разделения процессора EPS и с условием, что одновременно не может быть обслужено более некоторого фиксированного количества заявок. Для анализа оценки наиболее важных характеристик при загрузке веб-страницы – среднего времени ожидания загрузки и среднего времени непосредственной загрузки – применен алгоритм, подобный [2].

### Построение модели

Рассмотрим СМО, состоящую из одного прибора и  $g$  мест для ожидания. Периоды работоспособности и восстановления прибора экспоненциально распределены с параметрами  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. В систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , длины заявок имеют экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$ . Заявка при поступлении помещается в очередь, и обслуживаются согласно дисциплине EPS, причем одновременно может быть обслужено не более  $N$  заявок,  $0 < N \leq g$ . Другими словами, если в системе находятся  $k$  заявок, то обслуживаются только  $k^* = \min\{k, N\}$  из них, а остальные  $k - k^*$  заявок ожидают обслуживания. Если при поступлении заявки все места ожидания заняты, то заявка теряется.

Поведение системы с ненадежным прибором описывается марковским процессом  $\xi(t)$  с матрицей интенсивностей переходов  $\mathbf{Q}$ , которая описана в работе [2].

Вектор стационарных вероятностей  $\mathbf{q}^T = (q_{00}, q_{01}, \dots, q_{0r}, q_{10}, q_{11}, \dots, q_{1r})$  процесса  $\xi(t)$  находится из системы уравнений равновесия (СУР)  $\mathbf{q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{q}^T \mathbf{1} = 1$ , где  $\mathbf{1}$  вектор единиц соответствующего размера  $(2r + r)$  [2].

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00421 мол\_a.

Время ожидания загрузки имеет функцию распределения  $F(x)$  фазового типа [1]. Для того, чтобы ее найти, рассмотрим цепь Маркова (ЦМ)  $\chi(t)$ , которая описывает систему с момента поступления в неё некоторой заявки до ухода этой заявки из системы. Эта ЦМ имеет одно поглощающее состояние  $\omega$ , в которое она попадает после перехода на обслуживание рассматриваемой заявки. Кроме него, ЦМ  $\chi(t)$  имеет состояния  $(n, k, s), k = 0, 1, \dots, r, n = k + N, \dots, r, s = 0, 1$ . Первая компонента  $n$  обозначает число заявок в системе,  $k > 0$  указывает на то, что заявка занимает  $(N + k)$ -ое место в очереди,  $s = 0$  указывает на то, что прибор доступен, а  $s = 1$  на то, что он недоступен.

При таком лексикографическом порядке матрица интенсивностей переходов  $A$  процесса  $\chi(t)$  имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} C & c \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где вектор  $c$  вектор выхода в поглощающее состояние,

$$C = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} \\ C_{10} & C_{11} \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} c_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Блоки  $C_{01}$  и  $C_{10}$  являются диагональными матрицами ( $C_{01} = \alpha I, C_{10} = \beta I$ ), а  $C_{00}$  и  $C_{11}$  имеют следующий вид:

$$C_{11} = \begin{bmatrix} A_1 & & & & & \\ B_2 & A_2 & \dots & & & 0 \\ & B_3 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \dots & & A_{r-N-1} & & 0 \\ & & & B_{r-N} & & A_{r-N} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$C_{00} = \text{diag}(D_k), k = 1, \dots, r - N, \quad (4)$$

Матрицы  $A_k, D_k, k = 1, \dots, r - N$  и  $B_k, k = 2, \dots, r - N$  имеют точно такую же структуру как в работе [2]. Размер матриц  $A_k$  и  $D_k$  равен  $(r + 1 - N - k) \times (r + 1 - N - k)$ . А матрицы  $B_k$  имеют размер  $(r + 1 - N - k) \times (r + 2 - N - k)$ . Вектор  $c_0$  имеет вид

$$c_0^T = [\mu \ \dots \ \mu \ 0 \ \dots \ 0], \quad (5)$$

где  $(r - N)$  строк равны  $\mu$ , что соответствует размеру матрицы  $A_1$ .

В силу свойства PASTA [5], стационарное распределение процесса  $\xi(t)$  совпадает со стационарным распределением ЦМ  $\xi(t_n - 0)$ , вложенной сразу перед моментами поступления заявок  $t_n, n = 1, 2, \dots$  и вероятность потери вызова равна  $\pi = q_{r0} + q_{r1}$ .

Утверждение 1. Начальное распределение вероятностей  $\psi$  ЦМ  $\chi(t)$  имеет следующий вид:

$$\psi(n, k, s) = \begin{cases} \frac{q(n-1, s)}{1-\pi}, & \text{если } k = n - N, N < n \leq r \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (6)$$

Утверждение 2. Средне время ожидания загрузки ЦМ  $\xi(t)$  равно

$$m_q = \psi u, \quad (7)$$

где вектор  $u = -C^{-1} \mathbf{1}$  единственное решение системы уравнений  $Cu = -\mathbf{1}$ .

Тогда среднее время загрузки страницы

$$m_s = m - m_q, \quad (8)$$

где  $m_q$  время пребывания в очереди,  $m$  – общее время загрузки, полученное в [2].

### Численный анализ

В этой статье мы рассмотрим случай аэронавигационной телеметрии. В связи с этим предположим, что длительность периода доступности канала равна  $\alpha^{-1}$ , когда аэропорту не нужна полоса частот для телеметрии. Длительность периода недоступности канала равно  $\beta^{-1}$ , времени когда аэропорту требуется полоса частот для связи с самолетами. Предположим также, что пользователи неподвижны и выполняют просмотр Web-страниц [3], средний размер которой равен  $b$ . Значение среднего времени ответа ограничено порогом  $T_r$ , который равен 2 секундам согласно [3]. Согласно рекомендации МСЭ [4],

просмотр веб-страниц составляет около 9% от общего объема мобильного трафика. Поэтому наш численный эксперимент учитывает не общую скорость передачи нисходящего канала, а только ту ее часть, которая соответствует просмотру веб-страниц.

Исходные данные для рассматриваемого примера взяты из [2], чтобы гарантировать, что результаты, полученные в данной работе, дополняют результаты, полученные ранее.

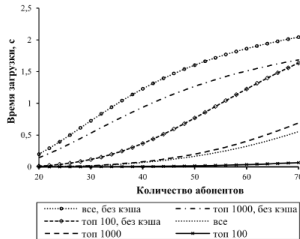


Рисунок 1. Среднее время ожидания загрузки страниц разных размеров

Для топ 100 URL-адресов (с кэшем), находясь в сети с полосой пропускания 20 МГц и MIMO 2x2, Web-страницы будут загружаться после короткой задержки менее 1 с. Для всех страниц (с кэшем) может потребоваться до 0,5 с для загрузки, после задержки 1 с.

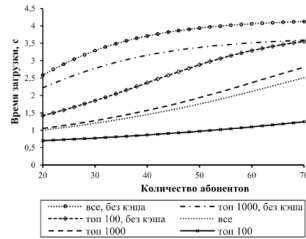


Рисунок 2. Среднее время загрузки страницы разных размеров

### Выводы

В этой статье мы проанализировали время ожидания загрузки и время самой загрузки Web-страницы в системе с использованием цепи Маркова, теми же начальными данными, что и в [2]. Это позволяет нам получить более полное представление о времени загрузки Web-страницы, изученном в статье [2], предоставив его нам как время ответа и задержку. Таким образом, мы можем получить время, которое займет страница, чтобы фактически быть загружены и отображены в рассматриваемой системе, и время, когда клиент должен ждать, не загружая никаких данных.

### Литература

1. Kleinrock, L. Time-shared systems: a theoretical treatment // J. ACM 14(2) – 1967 – Pp.242-261.
2. Samouylov, K.; V. Naumov; E. Sopin E.; I. Gudkova; and S. Shorgin S. Sojourn time analysis for processor sharing loss system with unreliable server // Lecture Notes in Computer Science 9247 – 2016 – Pp.284-297.
3. ITU-T G.1030 Estimating end-to-end performance in IP networks for data applications // 2014.
4. ITU-T M.2370 IMT traffic estimates for the years 2020 to 2030 // 2015.
5. Wolff, R.W. Poisson arrivals see time averages. // Oper. Res. 30(2) – 1982 – 223-231.

## ANALYZING WAITING TIME FOR MODEL WITH ELASTIC TRAFFIC AND INTERRUPTIONS DUE TO SHARED ACCESS TO RESOURCES

Poluektov D.S., Mokrov E.V.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
poluektov\_dmitri@mail.ru, mokrov\_ev@rudn.university

*The modelling of the LTE network cell with the LSA system in the form of a QS with unreliable server. A numerical experiment is aimed at evaluating the performance of one of the most popular applications in mobile networks - estimating the load time of Web pages.*

Key words: Processor Sharing, LSA, absorbing state, queuing system, web browsing.

## АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ММРР|GI $\infty$ С ЗАЯВКАМИ СЛУЧАЙНОГО ОБЪЕМА

Потапуева В.В., Лисовская Е.Ю., Моисеева С.П.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
ekaterina\_lisovs@mail.ru

*В работе проведено исследование бесконечнолинейной системы массового обслуживания требований случайного объема с входящим ММРР-поток. Получена асимптотическая характеристическая функция распределения вероятностей числа занятых приборов и суммарного объема требований в системе в стационарном режиме.*

Ключевые слова: Марковски модулированный пуассоновский поток, бесконечнолинейная система массового обслуживания, заявки случайного объема, асимптотический анализ, растущее время обслуживания.

### Введение

Задача исследования систем массового обслуживания (СМО), в которых каждая поступающая в систему заявка имеет случайный объем [2, 5-6], играет важную роль при моделировании работы самых разнообразных технических устройств, в частности современных информационно-вычислительных систем. Актуальными являются исследования систем с непуассоновскими входящими потоками [1, 3].

Настоящая работа посвящена исследованию системы обслуживания с неограниченным числом приборов, входящим марковски модулированным потоком заявок случайного объема и произвольным временем обслуживания (не зависящем от объема заявок).

### Математическая модель

Рассмотрим СМО с неограниченным числом обслуживающих приборов. На вход системы поступает ММРР-поток заявок, управляемый цепью Маркова  $k(t)$  с конечным числом состояний,  $k(t) = 1, 2, \dots, K$ , заданной матрицей инфинитизимальных характеристик  $\mathbf{Q}$ , и диагональной матрицей условных интенсивностей  $\Lambda$ . Предполагаем, что каждое требование характеризуется некоторым случайным объемом  $v > 0$ , и  $G(y) = P\{v < y\}$  – функция распределения случайной величины  $v$ . Объемы различных требований независимы.

Поступающая заявка занимает любой свободный прибор, где обслуживается в течение случайного времени, имеющую функцию распределения  $B(x)$ . По окончании обслуживания требование покидает систему и «уносит» свой объем.

Пусть  $i(t)$  – число заявок в системе, то есть число приборов, занятых в момент времени  $t$ . Обозначим  $V(t) = \sum_{i=0}^{i(t)} v_i$  – суммарный объем заявок, находящихся в системе в момент времени  $t$ .

Поставим задачу нахождения характеристик двумерного случайного процесса  $\{i(t), V(t)\}$ .

### Метод динамического просеивания

Зафиксируем некоторый момент времени  $T$ . Полагается, что заявка входящего потока, поступившая в момент времени  $t > T$  с вероятностью  $S(t) = 1 - B(T - t)$  формирует событие просеянного потока, а с вероятностью  $1 - S(t)$  заявка в просеянном потоке не рассматривается.

Обозначим  $n(t)$  – число событий просеянного потока, наступивших до момента  $t$ .

Если в некоторый начальный момент времени  $t_0 < T$  система была свободна, то для момента времени  $T$  выполняется равенство  $P\{i(T) = m\} = P\{n(T) = m\}$ .

Для распределения вероятностей  $P(k, n, z, t) = P\{k(t) = k, n(t) = n, V(t) < z\}$  запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова в матричном виде

$$\frac{\partial \mathbf{P}(n, z, t)}{\partial t} = \left[ \int_0^z \mathbf{P}(n-1, z-y, t) dG(y) - \mathbf{P}(n, z, t) \right] \Lambda S(t) + \mathbf{P}(n, z, t) \mathbf{Q}. \quad (1)$$

Введем характеристическую функцию

$$\mathbf{H}(u_1, u_2, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 n} \int_0^{\infty} e^{ju_2 z} P(n, z, t)$$

с начальным условием  $\mathbf{H}(u_1, u_2, t_0) = \mathbf{r}$ , здесь и далее  $\mathbf{r}$  – вектор-строка стационарного распределения управляющей цепи Маркова, определяемая системой линейных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{r}\mathbf{Q} = 0 \\ \mathbf{r}\mathbf{e} = 1 \end{cases},$$

здесь и далее  $\mathbf{e}$  – единичный вектор-столбец.

Перепишем уравнение (1)

$$\frac{\partial \mathbf{H}(u_1, u_2, t)}{\partial t} = \mathbf{H}(u_1, u_2, t) \left[ e^{ju_1} G^*(u_2) - 1 \right] \Lambda S(t) + \mathbf{Q}, \quad (2)$$

где

$$G^*(u_2) = \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} dG(y).$$

Для решения системы (2) применим метод асимптотического анализа [4] в условии растущего времени обслуживания.

### Асимптотический анализ

Обозначим среднее время обслуживания

$$b_1 = \int_0^{\infty} x dB(x) = \int_0^{\infty} (1 - B(x)) dx.$$

Тогда асимптотическое условие растущего времени обслуживания имеет вид  $b_1 \rightarrow \infty$ , для которого справедлива следующая теорема.

**Теорема.** Асимптотическая характеристическая функция второго порядка распределения вероятностей процесса  $\{i(t), V(t)\}$  в стационарном режиме имеет вид:

$$\begin{aligned} h(u_1, u_2) = \exp \left\{ j\kappa_1 (u_1 + u_2 a) b_1 + \frac{(ju_1)^2}{2} (\kappa_1 b_1 + \kappa_2 b_2) + \right. \\ \left. + \frac{(ju_2)^2}{2} (\kappa_1 a b_1 + \kappa_2 a^2 b_2) + (ju_1)(ju_2) (\kappa_1 a b_1 + \kappa_2 a b_2) \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\kappa_1 = \mathbf{r} \Lambda \mathbf{e}$ ,  $a_1 = \int_0^{\infty} y dG(y)$ ,  $a_2 = \int_0^{\infty} y^2 dG(y)$ ,  $b_2 = \int_0^{\infty} (1 - B(x))^2 dx$ , величина  $\kappa_2$

определяется равенством  $\kappa_2 = 2\mathbf{f}(\Lambda - \kappa_1 \mathbf{I})\mathbf{e}$ , а вектор  $\mathbf{f}$  является решением системы уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{f}\mathbf{Q} = \mathbf{r}(\kappa_1 \mathbf{I} - \Lambda) \\ \mathbf{f}\mathbf{e} = 1 \end{cases}.$$



Из вида функции (3) очевидно, что двумерный процесс  $\{i(t), v(t)\}$  является асимптотически гауссовским с вектором математических ожиданий  $\mathbf{a} = [\kappa_1 b_1, \kappa_1 a_1 b_1]$  и ковариационной матрицей

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \kappa_1 b_1 + \kappa_2 b_2 & \kappa_1 a_1 b_1 + \kappa_2 a_1 b_2 \\ \kappa_1 a_1 b_1 + \kappa_2 a_1 b_2 & \kappa_1 a_2 b_1 + \kappa_2 a_1^2 b_2 \end{bmatrix}.$$

### Выводы

В работе получена асимптотическая характеристическая функция второго порядка распределения вероятностей исследуемого процесса в стационарном режиме. Показано, что она совпадает с характеристической функцией двумерного гауссовского распределения. Найдены числовые характеристики числа занятых приборов в системе и суммарного объема заявок.

*Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00292 мол.а.*

### Литература

1. *Lisovskaya E., Moiseeva S., Pagano M.* The total capacity of customers in the MMPP/GI/ $\infty$  queueing system // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь (DCCN-2016) материалы Девятнадцатой международной научной конференции: в 3 томах. Под общей редакцией В. М. Вишневого и К. Е. Самуйлова. – 2016. – С. 313-325.
2. *Александров А.М., Кац Б.А.* Обслуживание потоков неоднородных требований // Изв. АН СССР. Технич. кибернетика. – №2. – 1973. – С.47-53.
3. *Кононов И.А., Лисовская Е.Ю.* Исследование бесконечнолинейной СМО MAP|GI| $\infty$  с заявками случайного объема /И.А. Коновалов, Е.Ю. Лисовская // ИТММ: Материалы 15-й Международной конференции имени А. Ф. Терпугова: 12-15 сентября 2016 г. –Томск: Изд-во Том. Ун-та. – 2016. – 67-71 с.
4. *Назаров А.А., Моисеева С.П.* Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ. – 2006. – 112 с.
5. *Ромм Э.Л., Скитович В.В.* Об одном обобщении задачи Эрланга // Автоматика и телемеханика. – №6. – 1971. – С.164-167.
6. *Тихоненко О.М.* Моделирование процессов и систем обработки информации : курс лекций / О.М. Тихоненко. – Минск : БГУ, 2008. – 148 с.

## ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE MMPP|GI| $\infty$ QUEUEING SYSTEM WITH RANDOM CUSTOMERS CAPACITY

*Potatueva V., Lisovskaya E., Moiseeva S.P.*

*Tomsk State University, ekaterina\_lisovs@mail.ru*

*In the paper, the infinite-server queueing system with MMPP arrival process and with random customers capacity is studied. The asymptotic characteristic function of the probability distribution of the customers numbers and the total customers capacity in the steady-state regime is obtained.*

Key words: Markovian Modulated Poisson Process, infinite-server queueing system, random capacity of customers, asymptotic analysis, growing service time.

## БИЗНЕС-ПРОЦЕСС ОКАЗАНИЯ УСЛУГ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ВИДЕОСЪЕМКИ И МОНТАЖА КАК СЕТЬ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Сарайкин И.В.

Российский университет дружбы народов, ilya.saraykin@mail.ru

**В данном научном исследовании рассматривается бизнес-процесс оказания услуг профессиональной видеосъемки и монтажа с целью сокращения времени выполнения данного бизнес-процесса, что приведет к улучшению эффективности работы видеостудии. В качестве основного математического аппарата использована теория массового обслуживания.**

Ключевые слова: бизнес-процесс, теория массового обслуживания, проведение конференции.

### Введение

В наше время ни одна компания не обходится без аналитики бизнес-процессов, которые осуществляются внутри организации. Для четкого понимания, а также отлаженной работы любой деятельности требуются бизнес-процессы, их анализ и качественный реинжиниринг. В данном научном исследовании будет рассматриваться бизнес-процесс оказания услуг профессиональной видеосъемки и монтажа, который ранее был описан при помощи нотации BPMN (Business Process Model and Notation), где на основе формализованной модели бизнес-процесса был произведен анализ, после чего были предложены варианты реинжиниринга, которые не до конца решили проблемы функционирования видеостудии. Более подробно бизнес-процесс представлен на рис. 1.

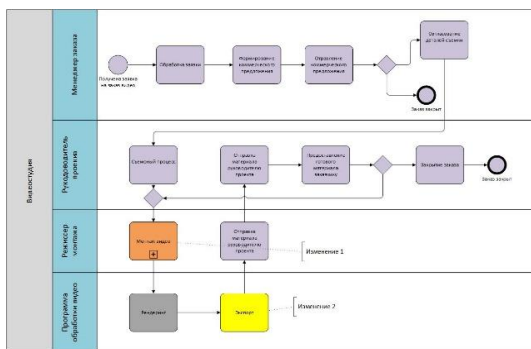


Рис 1. Бизнес-процесс оказания услуг профессиональной видеосъемки и монтажа

### Сеть массового обслуживания

Для расчета среднего времени выполнения бизнес-процесса будет использован математический метод для однородной экспоненциальной сети массового обслуживания, который предполагает, что входящий поток заявок является пуассоновским и время обслуживания заявок на каждом узле распределено экспоненциально. Более подробно схема бизнес-процесса в виде сети массового обслуживания представлена на рис. 2.

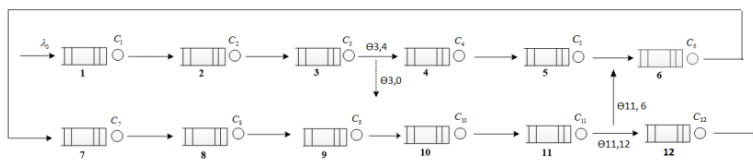


Рис 2. Схема бизнес-процесса в виде СеМО

На данной схеме бизнес-процесса вероятность перехода заявки после обслуживания из узла  $i$  в узел  $j$  обозначается через  $\theta_{ij}$  ( $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ). Внешняя среда обозначается в качестве узла с индексом 0, а вероятность того, что заявка покинет сеть обозначается как  $\theta_{0-1} = \theta_j$ . Далее будет произведен анализ среднего времени выполнения бизнес-процесса, затем на основе полученных данных будет построена имитационная модель в среде VIMP, после чего будет произведен анализ эффективности бизнес-процесса. Следующим шагом будет разработка вариантов реинжиниринга бизнес-процесса, что поможет сделать процесс оказания услуг профессиональной видеосъемки и монтажа эффективней.

### Выводы

Таким образом, на основе модели бизнес-процесса, который был формализован в нотации BPMN, была построена модель сети массового обслуживания.

### Литература

1. Самуйлов К.Е., Чукарин А.В., Яркина Н.В. Бизнес-процессы и информационные технологии в управлении телекоммуникационными компаниями: Монография. – М.: Альпина Паблшерз, 2016. – 619 с.
2. Samouylov K., Gaidamaka Y., and Zaripova E. Analysis of business process execution time with queueing theory models // Communications in Computer and Information Science. – Vol. 638. – 2016. – P. 315-326.
3. Dumas M., La Rosa M., Mendling J., and Reijers H. Fundamentals of business process management // Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. – 399 P. (доступ к дополнительным материалам: <http://fundamentals-of-bpm.org/>).

## BUSINESS PROCESS OF PROVIDING SERVICES OF PROFESSIONAL VIDEOGRAPHY AND VIDEO EDITING AS QUEUEING NETWORK

Saraykin I.V.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), ilya.saraykin@mail.ru

*This research study examines the business process of providing professional video and video editing services in order to reduce the time of this business process execution, which will lead to better performance of the video studio. The queueing theory was used as the basic mathematical apparatus.*

Keywords: business process, queueing theory, holding a conference.

## РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ СМО С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ И СЛУЧАЙНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ<sup>1</sup>

Сопин Э.С., Самуйлов К.Е.

*Российский университет дружбы народов, sopin\_es@rudn.university, samuylov\_ke@rudn.university*

*Для анализа вероятностных характеристик системы массового обслуживания с ограниченными ресурсами и случайными требованиями разработан рекуррентный алгоритм для вычисления нормировочной константы.*

Ключевые слова: СМО с ограниченным ресурсом, требования случайного объема, нормировочная константа, рекуррентный алгоритм, гетерогенная сеть.

### Введение

В сетях связи 4-го поколения наблюдаются устойчивые тенденции роста мобильного трафика данных и числа активных пользовательских устройств. Экспоненциальный рост нагрузки в беспроводных сетях передачи данных требует более эффективного использования имеющихся ограниченных радиоресурсов. В качестве одного из методов управления нагрузкой на базовых станциях макросот предлагается устанавливать сессии с маломощными станциями микросот, расположенными на близком расстоянии от устройств. Более того, предлагается также отказаться от традиционной ассоциации восходящего и нисходящего каналов передачи данных с одной и той же базовой станцией в пользу разделения этих каналов. В качестве модели разделения ресурсов в восходящем (ВК) и нисходящем (НК) беспроводных каналах гетерогенной сети, или сети с неоднородным покрытием, рассматривается модель макросоты с возможностью подключения устройств к пикосоте, расположенной внутри границ зоны покрытия макросоты. Предполагается, что объем радиоресурсов, выделяемых пользователю в ВК и НК, задается случайной величиной. Для обслуживания пользователя будет выделено некоторое количество ресурсных блоков в ВК и НК, которые снова станут доступны по завершении обслуживания.

### Описание модели

Впервые модели с требованиями случайного объема были представлены в [1]. В [2] исследуется общая модель с несколькими типами потоков, ограниченным ресурсом и случайными требованиями нескольких типов. Модель анализируется в виде СМО с  $L$  входящими потоками,  $N$  приборами и вектором доступных ресурсов  $\vec{R} = (R_1, \dots, R_M)$ . Поступившая в систему  $k$ -ая заявка требует случайный вектор  $\vec{r}_k = (r_{1k}, \dots, r_{Mk})$  ресурсов, где  $r_{ik}$  – требование к ресурсу  $i$ -го типа. Если в момент прихода заявки в системе недостаточно ресурсов или нет свободных приборов, то заявка теряется. Для исследования предложенной СМО необходимо знать объем занимаемых заявкой ресурсов, тип заявки, время, оставшееся до конца ее обслуживания, и время до момента поступления следующей заявки. Дальнейшее исследование системы затруднялось ввиду размерности пространства состояний, поэтому было предложено отслеживать только общий объем занятых ресурсов в системе, что позволило сократить количество параметров случайного процесса, описывающего СМО.

В [3] были найдены стационарные вероятности для системы с однотипными заявками и вектором занимаемых ресурсов каждой из заявок, а также для упрощенной системы с общим объемом занятых ресурсов всеми заявками. Было доказано, что стационарные

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 16-11-10227.

вероятности и вероятностные характеристики обеих систем эквивалентны для пуассоновского входящего потока и экспоненциального времени обслуживания и дальнейшее исследование упрощенной модели не приводит к потере точности.

В [4-5] исследуется упрощенная СМО с дискретным ресурсом, несколькими типами заявок и ресурсов. Были получены аналитические формулы для нахождения стационарных вероятностей (1) и (2):

$$q_{1,\dots,L}^n(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_L) = q_0 p_{1,\vec{r}_1}^{(k_1)} \dots p_{L,\vec{r}_L}^{(k_L)} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!}, \quad (1)$$

$$q_0 = \left( \sum_{n=0}^N \sum_{k_1+\dots+k_L=n} \sum_{\vec{r}_1+\dots+\vec{r}_L=\vec{R}} p_{1,\vec{r}_1}^{(k_1)} \dots p_{L,\vec{r}_L}^{(k_L)} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \dots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Полученные формулы для нахождения стационарных вероятностей СМО в предположении о пуассоновском входящем потоке и экспоненциальном времени обслуживания заявок позволили объединить  $L$  поступающих потоков в один, (3), (4) со средневзвешенным требованием (5):

$$q^n(\vec{r}) = q_0 p_{\vec{r}}^{(n)} \frac{\rho^n}{n!}, \quad (3)$$

$$q_0 = \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\vec{r}=0}^{\vec{R}} p_{\vec{r}}^{(n)} \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1}. \quad (4)$$

$$p_{\vec{r}} = \sum_{l=1}^L \frac{\rho_l}{\rho} p_{l,\vec{r}_l}. \quad (5)$$

Объединение потоков позволило существенно упростить вычисление стационарных вероятностей, однако при больших значениях  $N$  для вычисления  $q_0$  потребуются найти все  $n$ -кратные свертки вероятности  $p_{\vec{r}}$  по формуле (6):

$$p_{\vec{r}}^{(n)} = \sum_{j=0}^{\vec{R}} p_{\vec{r}}^{(n-1)} p_{\vec{r}}. \quad (6)$$

#### Алгоритм вычисления нормировочной константы

Чтобы сократить время вычисления стационарных вероятностей (3), (4) был разработан рекуррентный алгоритм для нахождения нормировочной константы  $G = G(N, \vec{R})$  (7), аналогичный известному алгоритму [6].

$$G(N, \vec{R}) = \sum_{n=0}^N \sum_{\vec{r}=0}^{\vec{R}} p_{\vec{r}}^{(n)} \frac{\rho^n}{n!}. \quad (7)$$

Для функции  $G(n, \vec{r}) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{\vec{r}} p_j^{(k)} \frac{\rho^k}{k!}$  был найден шаг рекурсии в виде разности между соседними значениями  $G(n, \vec{r})$  и  $G(n-1, \vec{r})$ , который позволил определить начальные условия алгоритма (8), (9) и задать рекуррентное соотношение (10):

$$G(0, \vec{r}) = 1, \vec{r} \geq 0, \quad (8)$$

$$G(1, \vec{r}) = 1 + \rho \sum_{j=0}^{\vec{r}} p_j, \quad (9)$$

$$G(n, \vec{r}) = G(n-1, \vec{r}) + \frac{\rho}{n} \sum_{j=0}^{\vec{r}} p_j (G(n-1, \vec{r}-j) - G(n-2, \vec{r}-j)). \quad (10)$$

С помощью нормировочной константы  $G(N, \vec{R})$  были получены вероятностные характеристики системы (11), (12), (13) соответствующие ключевым параметрам качества сети:

$$B = 1 - G^{-1}(N, \vec{R}) \sum_{j=0}^{\vec{R}} p_j G(N-1, \vec{R}-j) \quad (11)$$

$$\vec{b} = \vec{R} - G^{-1}(N, \vec{R}) \sum_{m=1}^M \vec{e}_m \sum_{i=1}^{R_m} G(N, \vec{R} - i \vec{e}_m) \quad (12)$$

$$\vec{\sigma}^2 = \vec{b}^{(2)} - \vec{b}^2, \quad (13)$$

где  $\vec{b}^2 = (b_1^2, \dots, b_M^2)$ , а  $\vec{b}^{(2)} = 2 \left[ \vec{b} + G^{-1}(N, \vec{R}) \sum_{\vec{r}=0}^{\vec{R}} \vec{r} (G(N, \vec{R}) - G(N, \vec{r})) \right]$ .

#### Выводы

Для модели с ограниченными ресурсами и случайными требованиями были получены формулы для нахождения стационарных вероятностей и предложен рекуррентный алгоритм вычисления нормировочной константы, существенно упрощающий анализ модели и нахождение ее основных вероятностных характеристик.

Модели со случайным требованием применимы для анализа параметров качества беспроводных сетей связи 4-го и 5-го поколений, в которых особое внимание уделяется задаче эффективного распределения ограниченных радиоресурсов. Предложенная модель с несколькими типами ресурсов позволяет оценить объем доступных ресурсов в восходящем и нисходящем беспроводных каналах в современных гетерогенных сетях.

### Литература

1. *Tikhonenko M.* Destricted Capacity Queueing Systems: Determination of their Characteristics // Automation and Remote Control – Vol. 58. – № 6. – 1997 – Pp. 969–973.
2. *Наумов В.А., Самуйлов К.Е.* О моделировании систем массового обслуживания с множественными ресурсами // Вестник РУДН. Информатика, Математика и Физика – №3 – 2014 – с. 58–62.
3. *Наумов В.А., Самуйлов А.К., Самуйлов К.Е.* О суммарном объеме ресурсов, занимаемых обслуживаемыми заявками // Автоматика и телемеханика – Выпуск №8 – 2016 – с. 125-135.
4. *Samouylov K., Sopin E., Vikhrova O.* Analyzing Blocking Probability in LTE Wireless Network via Queueing System with Finite Amount of Resources // 14th International Scientific Conference – ITMM 2015 – 2015 – Pp. 393–403.
5. *Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Вихрова О.Г.* К разработке эффективных алгоритмов вычисления вероятности блокировки в СМО со случайными // 15-ая Международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» – ITMM 2016 – 2016 – с. 192–196.
6. *Buzen J.P.* Computational algorithms for closed queueing networks with exponential servers // Communications of the ACM 16 (9) – 1973 – P. 527.

## RECURRENT ALGORITHM FOR PROBABILITY CHARACTERISTICS EVALUATION IN QUEUEING SYSTEM WITH RANDOM REQUIREMENTS

*Sopin E.S., Samuylov K.E.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
sopin\_es@rudn.university, samuylov\_ke@rudn.university*

***We suggest a recurrent algorithm for calculating the normalization constant for probability characteristics of a multiserver queueing system with random resource requirements. The algorithm significantly improve computing time and usage of memory resources.***

Key words: queueing system with random requirements, limited resource, convolution algorithm, normalization constant, heterogeneous networks.

## АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЁЖНОСТИ МОДЕЛИ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ К ВИДУ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВРЕМЕНИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ И РЕМОНТА ЕЁ ЭЛЕМЕНТОВ<sup>1</sup>

*Уанкпо Г.Ж.К., Козырев Д.В.  
Российский университет дружбы народов,  
gibsonhouankpo@yahoo.fr, kozyrev\_dv@rudn.university*

*Рассматривается система  $\langle M_3/GI/1 \rangle$  холодного резервирования с экспоненциальной функцией распределения (ФР) времени безотказной работы (в.б.р.) и произвольной ФР времени ремонта её элементов. Получены явные аналитические выражения для стационарного распределения вероятности состояний системы и для стационарной вероятности б.р. системы. Проведено имитационное моделирование системы на основе дискретно-событийного подхода. Численные и графические результаты имитационного моделирования хорошо аппроксимируют аналитическую модель системы, а значит она может быть использована в тех случаях, когда не удастся получить выражения для стационарных вероятностей состояний системы в явном аналитическом виде.*

*Ключевые слова: надежность резервированных систем, стационарные вероятности, чувствительность, математическое и имитационное моделирование.*

### Введение

Постоянное развитие компьютерных сетей и систем передачи данных подчеркивает увеличивающуюся потребность в адекватных математических моделях и инструментальных средствах, позволяющих проводить исследование их функционирования. Необходимо иметь помощь как на этапах проектирования (для сравнения решений), так и эксплуатации (управление качеством сервиса) сетевых систем. Действительно, разработка сложной технической системы требует не только качественного моделирования, чтобы проверять, насколько логически правильно она построена, но требуется также и априорная проверка производительности системы на этапе проектирования.

Целью работы является проведение аналитического и имитационного моделирования системы  $\langle M_3/GI/1 \rangle$ .

### Модель и аналитические результаты

Рассмотрим случайный процесс  $v(t)$  - число отказавших элементов в момент времени  $t$ , множество состояний системы  $E = \{0, 1, 2, 3\}$ . Для описания поведения системы с помощью марковского процесса, введём дополнительную переменную  $x(t) \in R_+^2$  - время, затраченное в момент  $t$ , на ремонт отказавшего элемента. Получим двумерный процесс  $(v(t), x(t))$ , с расширенным пространством состояний  $\varepsilon = \{(0), (1, x), (2, x), (3, x)\}$ .

Обозначим  $p_0(t)$  - вероятность того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $i = 0$ ,  $p_i(t; x)$  - плотность распределения (по непрерывной компоненте) вероятностей того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), и время, затраченное на ремонт отказавшего элемента, находится в интервале  $(x, x + dx)$ .

$$\begin{aligned} p_0(t) &= p\{v(t) = 0\}, \\ p_1(t, x)dx &= p\{v(t) = 1, x < x(t) < x + dx\}, \\ p_2(t, x)dx &= p\{v(t) = 2, x < x(t) < x + dx\}. \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-07-00142.

$$p_3(t, x)dx = p\{v(t) = 3, x < x(t) < x + dx\}.$$

С помощью формулы полной вероятности перейдем к выводу системы уравнений Колмогорова, а с предельным переходом при  $\Delta \rightarrow 0$  и в предположении что процесс имеет стационарное распределение при  $t \rightarrow \infty$ , получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова (СДУК) с граничными условиями в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha \cdot p_0 &= \int_0^{\infty} p_1(x) \cdot \delta(x) dx \\ \frac{dp_1(x)}{dx} &= -(\alpha + \delta(x)) \cdot p_1(x) \\ \frac{dp_2(x)}{dx} &= -(\alpha + \delta(x)) \cdot p_2(x) \\ \frac{dp_3(x)}{dx} &= -\delta(x) \cdot p_3(x) + \alpha \cdot p_2(x) \\ p_1(0) dx &= \alpha \cdot p_0 + \int_0^{\infty} p_2(x) \cdot \delta(x) dx \\ p_2(0) &= \int_0^{\infty} p_1(x) \alpha dx + \int_0^{\infty} p_3(x) \cdot \delta(x) dx \end{aligned} \right.$$

Отсюда получаем стационарные вероятности состояний системы, используя метод вариации постоянной.

$$p_0 = \frac{\tilde{b}^2(\alpha)}{\rho^{-1}(1 - \tilde{b}(\alpha)) + \tilde{b}(\alpha)}, \quad p_1 = \frac{\tilde{b}(\alpha)(1 - \tilde{b}(\alpha))}{\rho^{-1}(1 - \tilde{b}(\alpha)) + \tilde{b}(\alpha)}, \quad p_2 = \frac{(1 - \tilde{b}(\alpha))^2}{\rho^{-1}(1 - \tilde{b}(\alpha)) + \tilde{b}(\alpha)}$$

$$p_3 = \frac{(1 - \tilde{b}(\alpha))(\rho^{-1} - 1 + \tilde{b}(\alpha))}{\rho^{-1}(1 - \tilde{b}(\alpha)) + \tilde{b}(\alpha)}, \quad \text{где } \rho^{-1} = b \cdot \alpha.$$

На рисунке 1 представлены графики зависимости стационарной в.б.р. системы от относительной скорости восстановления.

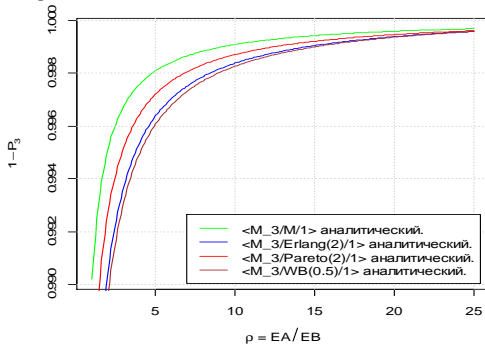


Рис.1. Графики зависимости стационарности вероятности б.р.  $1 - p_3$  от  $\rho$  для различных ФР времени ремонта

### Сравнение и анализ результатов математического и имитационного моделирования

В таблице 1 приведены значения стационарных вероятностей состояний, вычисленные



как методом имитационного моделирования, так и по аналитическим формулам.

$GI$		$EXP\left(\beta = \frac{1}{EB}\right)$		$Erlang\left(\beta = \frac{k=2}{EB}\right)$		$Pareto\left(k, \frac{k-1}{EB}\right)$		$WB\left(\beta = \frac{k=2}{EB}, \frac{1}{2}\right)$	
$M_2$	$EXP\left(\alpha = \frac{1}{EA}\right)$	Имитац.	Аналит.	Имитац.	Аналит.	Имитац.	Аналит.	Имитац.	Аналит.
$\rho = 1;$ $EA = 5$ $EB = 5$	$p_0$	0.21603	0.25	0.19947	0.19753	0.13503	0.19643	0.47748	0.80219
	$p_1$	0.22039	0.25	0.25341	0.24691	0.26411	0.24678	0.21202	0.09346
	$p_2$	0.25692	0.25	0.31883	0.30864	0.35479	0.31002	0.094906	0.01089
	$p_3$	0.30666	0.25	0.22829	0.24691	0.24607	0.24678	0.21559	0.09346
$\rho = 10;$ $EA = 50$ $EB = 5$	$p_0$	$8.9307 \cdot 10^{-1}$	0.90009	$9.0553 \cdot 10^{-1}$	0.89783	$9.0791 \cdot 10^{-1}$	0.90091	$9.332 \cdot 10^{-1}$	0.98502
	$p_1$	$9.5768 \cdot 10^{-1}$	0.09001	$8.9362 \cdot 10^{-2}$	0.09203	$8.0737 \cdot 10^{-2}$	0.08928	$5.845 \cdot 10^{-2}$	0.0136
	$p_2$	$1.0167 \cdot 10^{-2}$	0.00900	$5.1098 \cdot 10^{-3}$	0.00943	$1.0331 \cdot 10^{-2}$	0.00885	$6.7836 \cdot 10^{-3}$	0.00019
	$p_3$	$9.9769 \cdot 10^{-4}$	0.00090	0	0.00071	$1.0263 \cdot 10^{-3}$	0.00097	$1.574 \cdot 10^{-3}$	0.00119
$\rho = 100;$ $EA = 500$ $EB = 5$	$p_0$	$9.8974 \cdot 10^{-1}$	0.99	$9.9202 \cdot 10^{-1}$	0.98998	$9.872 \cdot 10^{-1}$	0.99006	$9.9481 \cdot 10^{-1}$	0.99857
	$p_1$	$1.0261 \cdot 10^{-2}$	0.0099	$7.9853 \cdot 10^{-3}$	0.00993	$1.28 \cdot 10^{-2}$	0.00984	$5.190 \cdot 10^{-3}$	0.00141
	$p_2$	0	$9.9 \cdot 10^{-5}$	0	$9.949 \cdot 10^{-5}$	0	$9.7867 \cdot 10^{-5}$	0	$1.995 \cdot 10^{-6}$
	$p_3$	0	$9.9 \cdot 10^{-7}$	0	$7.4682 \cdot 10^{-7}$	0	$1.5464 \cdot 10^{-6}$	0	$1.214 \cdot 10^{-5}$

На рисунке 2 представлены графики зависимости вероятности б. р. системы от модельного параметра  $\rho$ , построенные по результатам имитационного моделирования.

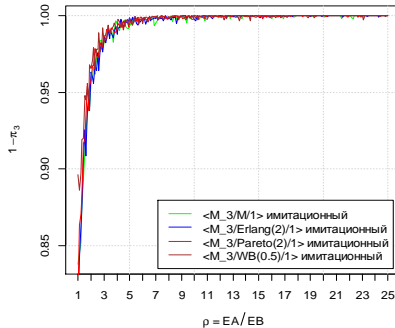


Рис.2. Графики зависимости вероятности безотказной работы системы  $1 - p_3$  от модельного параметра  $\rho$  по результатам имитационного моделирования.

### Выводы

Были получены явные аналитические выражения для стационарного распределения вероятностей состояний системы и для стационарной в.б.р. системы как в общем случае, так и для некоторых частных случаев распределений. Полученные формулы показывают наличие явной зависимости этих характеристик от вида ФР времени ремонта её элементов. Однако численные исследования и анализ построенных графиков показали, что эта зависимость становится исчезающе малой при «быстром» восстановлении, то есть с ростом относительной скорости восстановления  $\rho$ .

Было проведено имитационное моделирование системы  $\langle M_3/GI/1 \rangle$  на основе дискретно-событийного подхода. Численное и графическое сравнение результатов, полученных при помощи обоих подходов, показывает высокую степень сходства, что позволяет применять как аналитическое решение, так и имитационную модель (например, в составе более сложных имитационных моделей).

### Литература

1. *Vishnevsky V.M., Kozyrev D.V., Semenova O.V.* Redundant queuing system with unreliable servers // International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. IEEE Xplore, 2015. Pp. 283-286
2. *Козырев Д.В.* Анализ вероятностно-временных характеристик высоконадёжных телекоммуникационных систем: диссертация ... кандидата физико-математических наук Москва, 2013.- 128 с.: ил. РГБ ОД, 61 13-1/1005
3. *Гнеденко Б.В.* О ненагруженном дублировании // Изв. АН СССР. Тех. кибернетика. 1964. № 4. С. 3–12.
4. *Гнеденко Б.В.* О дублировании с восстановлением // Изв. АН СССР. Тех. кибернетика. 1964. № 5. С. 111–118.
5. *Соловьёв А.Д.* Резервирование с быстрым восстановлением // Изв. АН СССР. Тех. кибернетика. 1970. № 1. С. 56–71.
6. *Рыков В., Чан Ань Нгуа.* О чувствительности характеристик надежности систем к виду функций распределения времени безотказной работы и восстановления их элементов. Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика. Информатика. Физика. № 3 (2014), стр.65-77.

## SENSITIVITY ANALYSIS OF STEADY STATE RELIABILITY CHARACTERISTICS OF A REPAIRABLE COLD STANDBY DATA TRANSMISSION SYSTEM TO THE SHAPES OF LIFETIME AND REPAIR TIME DISTRIBUTIONS OF ITS ELEMENTS

*Houankpo H. G. K., Kozyrev D. V.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
gibsonhouankpo@yahoo.fr; kozyrev\_dv@rudn.university*

***We consider the problem of sensitivity analysis of reliability characteristics of a repairable cold standby data transmission system to shapes of the input distributions. Discrete-event simulation model is introduced to obtain results in case of a general (non-exponential) distribution of repair time of the elements.***

Keywords: reliability of redundant systems, the stationary probabilities, sensitivity, mathematical and simulation modeling.

## ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ M/M/1 С НЕТЕРПЕЛИВЫМИ ЗАЯВКАМИ В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАГРУЗКИ

Фёдорова Е.А.

Томский государственный университет, Российский университет дружбы народов  
moiskate@mail.ru

*В работе исследована RQ-система M/M/1 с нетерпеливыми заявками методом асимптотического анализа. Найдено распределение числа заявок на орбите и пропускная способность системы.*

Ключевые слова: RQ-система, нетерпеливые заявки, метод асимптотического анализа, большая нагрузка.

### Введение

RQ-системы (Retrial Queueing System [1, 2]) являются математическими моделями, широко используемые в инфо-коммуникационных системах. Такие модели учитывают ситуации повторных обращений заявок к обслуживающему прибору спустя некоторое случайное время. В данной работе рассматривается RQ-система M/M/1 с нетерпеливыми заявками, т.е. имеют место потери заявки в следствии ожидания.

Для исследования RQ-системы предлагается использовать метод асимптотического анализа в условии большой загрузки [3], позволяющий получить аналитические результаты для систем массового обслуживания различной сложности, в том числе для систем с входящим MMPP-потокотом заявок, какие планируется рассмотреть в дальнейшем.

### Математическая модель

Рассмотрим однолинейную RQ-систему, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром  $\lambda$ , время обслуживания каждой заявки распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$  (рис. 1). Если поступившая заявка застаёт прибор свободным, то оно занимает его для обслуживания. Если прибор занят, то заявка переходит на орбиту (иначе в источник повторных вызовов), где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\sigma$ . С орбиты после случайной задержки заявка вновь обращается обслуживающему прибору с повторной попыткой. Если прибор свободен, то заявка с орбиты занимает его для обслуживания, в противном случае мгновенно возвращается на орбиту для реализации следующей задержки. После случайного времени ожидания заявка с орбиты покидает систему с динамической интенсивностью  $\alpha/i$  (т.е. зависящей от числа заявок на орбите).

Ставится задача нахождения распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов такой системы.

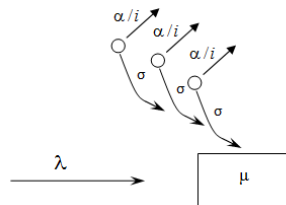


Рис. 1. RQ-система M/M/1 с нетерпеливыми заявками

Пусть  $i(t)$  – число заявок на орбите, а  $k(t)$  – определяет состояние прибора (0, если прибор свободен, 1, если прибор занят). Очевидно, что процесс  $\{k(t), i(t)\}$  изменения состояний данной системы во времени является марковским.

Обозначим  $P\{k(t)=k, i(t)=i\}=P(k,i,t)$  – вероятность того, что прибор в момент времени  $t$  находится в состоянии  $k$  и на орбите находится  $i$  заявок. Для распределения вероятностей  $P_k(i) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_k(i,t)$  составим систему уравнений Колмогорова, которую запишем в стационарном режиме.

$$\begin{cases} -\lambda P_0(0) + \mu P_1(0) + \alpha P_0(1) = 0, \\ -(\lambda + \mu)P_1(0) + \lambda P_0(0) + \sigma \cdot P_0(1) + \alpha P_1(1) = 0, \\ -(\lambda + i\sigma + \alpha)P_0(i) + \mu P_1(i) + \alpha P_0(i+1) = 0, \quad i \geq 1 \\ -(\lambda + \mu + \alpha)P_1(i) + \lambda P_0(i) + (i+1)\sigma \cdot P_0(i+1) + \lambda P_1(i-1) + \alpha P_1(i+1) = 0, \quad i \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Перейдем к частичным характеристическим функциям  $H_k(u) = \sum_i e^{jui} P_k(i)$ .

Введем параметр  $\rho = \lambda / \mu$ , характеризующий загрузку системы. Тогда имеем следующую систему:

$$\begin{cases} -(\rho + \frac{\alpha}{\mu})H_0(u) + j \frac{\sigma}{\mu} H_0'(u) + H_1(u) + \frac{\alpha}{\mu} e^{-ju} H_0(u) = \frac{\alpha}{\mu} P_0(0)(e^{-ju} - 1), \\ -(\rho + 1 + \frac{\alpha}{\mu})H_1(u) + \rho H_0(u) - j \frac{\sigma}{\mu} e^{-ju} H_0'(u) + \rho e^{ju} H_1(u) + \\ + \frac{\alpha}{\mu} e^{-ju} H_1(u) = \frac{\alpha}{\mu} P_1(0)(e^{-ju} - 1). \end{cases} \quad (2)$$

Полученную систему предлагается решать методом асимптотического анализа в условиях большой загрузки  $\rho \uparrow S$ , где  $S$  – пропускная способность системы или при  $\varepsilon \downarrow 0$ , где  $\varepsilon = S - \rho > 0$  – бесконечно малая величина.

**Теорема.** Пусть  $i(t)$  – число заявок на орбите RQ-системы M|M|1 с нетерпеливыми заявками, функционирующей в стационарном режиме, тогда

$$\lim_{\rho \rightarrow S} M e^{jw(S-\rho)i(t)} = \left(1 - \frac{jw}{\beta}\right)^{-\gamma},$$

где  $S = 1 + \frac{\alpha}{\mu}$  – пропускная способность системы и  $\beta = \frac{S}{S - \rho}$ ,  $\gamma = 1 + \frac{\mu}{\sigma S}$ .

**Доказательство.** Обозначим  $\rho = S - \varepsilon$ ,  $u = \varepsilon w$ ,  $H_0(u) = \varepsilon F_0(w, \varepsilon)$ ,  $H_1(u) = F_1(w, \varepsilon)$ ,  $P_k(0) = \varepsilon \pi_k$ . Тогда система (2) переписывается в виде:

$$\begin{cases} -(S - \varepsilon + \frac{\alpha}{\mu})\varepsilon F_0(w, \varepsilon) + j \frac{\sigma}{\mu} \frac{\partial F_0(w, \varepsilon)}{\partial w} + F_1(w, \varepsilon) + \frac{\alpha}{\mu} e^{-jw\varepsilon} \varepsilon F_0(w, \varepsilon) = \frac{\alpha}{\mu} \varepsilon \pi_0 (e^{-jw\varepsilon} - 1), \\ -(S - \varepsilon + 1 + \frac{\alpha}{\mu})F_1(w, \varepsilon) + (S - \varepsilon)\varepsilon F_0(w, \varepsilon) - j \frac{\sigma}{\mu} e^{-jw\varepsilon} \frac{\partial F_0(w, \varepsilon)}{\partial w} + \\ + (S - \varepsilon)e^{jw\varepsilon} F_1(w, \varepsilon) + \frac{\alpha}{\mu} e^{-jw\varepsilon} F_1(w, \varepsilon) = \frac{\alpha}{\mu} \varepsilon \pi_1 (e^{-jw\varepsilon} - 1). \end{cases} \quad (3)$$

Будем использовать следующие разложения:

$$F_k(w, \varepsilon) = F_k(w) + \varepsilon \cdot f_k(w) + O(\varepsilon^2), \quad (4)$$

где  $O(\varepsilon^2)$  – бесконечно малая величина порядка  $\varepsilon^2$ .

Подставив (4) в систему (3) не трудно получить следующую систему:

$$\begin{cases} j\frac{\sigma}{\mu}F_0'(w) + F_1(w) = 0, \\ -SF_0(w) + j\frac{\sigma}{\mu}f_0'(w) + f_1(w) = 0, \\ -f_1(w) + SF_0(w) + j\frac{\sigma}{\mu}jwF_0'(w) - j\frac{\sigma}{\mu}f_0'(w) + (S - \frac{\alpha}{\mu})jwF_1(w) = 0, \\ -j\frac{\sigma}{\mu}F_0'(w) - SF_1(w) + \frac{\alpha}{\mu}F_1(w) = 0, \\ -j\frac{\sigma}{\mu}f_0'(w) - (jwS - 1)F_1(w) - Sf_1(w) + \frac{\alpha}{\mu}f_1(w) + \frac{\alpha}{\mu}F_0(w) = \frac{\alpha}{\mu}(\pi_0 + \pi_1). \end{cases} \quad (5)$$

Асимптотическая характеристическая функция в условиях большой загрузки определяется равенством:

$$h(u) = \lim_{\rho \rightarrow S} M e^{ju(S-\rho)t} = F_1\left(\frac{u}{1-\rho}\right) + O(\epsilon). \quad (6)$$

Таким образом, из системы (5) необходимо найти лишь функцию  $F_1(w)$ .

Для этого из первого уравнения системы (5) выразим  $F_1(w) = -j\frac{\sigma}{\mu}F_0'(w)$  и подставим в четвертое уравнение. Откуда получим:

$$S = 1 + \frac{\alpha}{\mu}. \quad (7)$$

Выразив из второго уравнения системы (5)  $j\frac{\sigma}{\mu}f_0'(w) = -f_1(w) + SF_0(w)$ , подставим полученные выражения в последнее уравнение.

$$-(jwS - 1)F_1(w) + F_0(w) = \frac{\alpha}{\mu}(\pi_0 + \pi_1).$$

Дифференцируя последнее выражение, в ходе преобразований получили:

$$F_1(w) = C \cdot (1 - jwS)^{-1 - \frac{\mu}{\sigma S}}$$

Подставляем полученное выражение в (6), получив из начального условия  $C = 1$ .

$$h(u) = \left(1 - \frac{j u}{\beta}\right)^{-\gamma}, \quad (8)$$

где  $\beta = \frac{S}{S - \rho}$ ,  $\gamma = 1 + \frac{\mu}{\sigma S}$ , что и требовалось доказать.

### Выводы

Таким образом, в работе было проведено исследование RQ-системы массового M/M/1 с нетерпеливыми заявками в условии большой загрузки. Была доказано, что асимптотическая характеристическая функция числа заявок на орбите имеет вид характеристической функции гамма-распределения (8). Кроме того, было найдено значение пропускной способности (7), откуда условие существования стационарного режима рассмотренной системы:  $\rho < 1 + \alpha/\mu$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00292 мол\_а.

### Литература

1. *Artalejo J.R., Gomez-Corral A.* Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. – Berlin: Springer, 2008. – 267 p.
2. *Falin G.L., Templeton J.G.C.* Retrial queues. – London: Chapman & Hall, 1997. – 328 p.
3. *Мусеева Е.А., Назаров А.А.* Исследование RQ-системы MMPP|GI|1 методом асимптотического анализа // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – №4 (25). – 2013. – С. 84-94.

## STUDY OF RETRIAL QUEUEING SYSTEM M|M|1 WITH IMPATIENT CALLS UNDER HEAVY LOAD CONDITION

*Fedorova E.A.*

*Tomsk state university, RUDN University, moiskate@mail.ru*

***In the paper the retrial queue M|M|1 with impatient calls is studied by the asymptotic analysis method under heavy load condition. The probability distribution of number of calls in the orbit and the system throughput are obtained.***

Key words: retrial queue, impatient calls, asymptotic analysis, heavy load.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЛЕГРАФНОГО ПРОЦЕССА

Филонец Т. А.

Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II (МИИТ),  
tfilonets@gmail.com

**Методами компьютерного моделирования рассмотрен телеграфный процесс со временем, распределенным с тяжелыми хвостами.**

Ключевые слова: компьютерное моделирование, случайный процесс, телеграфный процесс, распределение с тяжелыми хвостами.

### Введение

Моделирование реальных движений с помощью случайных процессов интересовало различных ученых с самого начала современной физики. В начале XX века Л. Башелье, М. Смолуховский, А. Эйнштейн и другие ввели строгое объяснение Броуновского движения. Чуть позже Н. Винер и П. Леви подробно изучили этот процесс и нашли его основные математические свойства.

Однако Броуновское движение не описывает все возможные процессы в технических приложениях. В 1926 В. А. Фок предложил альтернативную модель движения с конечной скоростью, связанного с телеграфным уравнением. В 1951 С. Гольдштейн изучил телеграфный процесс и опубликовал свои результаты в журнале математической физики. Данный материал привлек внимание таких выдающихся ученых как М. Кац и М. С. Барглетт.

Несколько позже телеграфный процесс претерпел глубокий анализ, и некоторые из его основных свойств были получены разными авторами, такими как С.К. Фунг, С. Канно и М. Пинский.

### Телеграфный процесс

Случайный телеграфный процесс  $X(t)$  представляет собой совокупность прямоугольных волн, принимающих два значения  $\pm c$ , причем перемены знака внутри интервала  $(t, t + \Delta t)$  не зависят от событий, происходящих вне этого интервала [4].

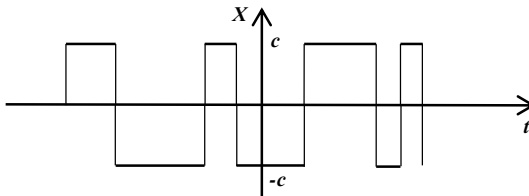


Рис. 1. Телеграфный процесс

### Экспоненциальное распределение времени переключения

Телеграфный процесс определяется следующей формулой

$$X(t) = c \int_0^t (-1)^{N(s)} ds, \quad (1)$$

где  $N(t)$  – суммарное число событий в однородном Пуассоновском процессе с параметром  $\lambda > 0$ .  $V(0)$  и  $N(t)$  предполагаются независимыми.

Процесс (1) можно трактовать как положение частицы, чья скорость равна  $c$ , а направление движения имеет знак  $(-1)^{N(t)}$ , т.е.

$$V(t) = (-1)^{N(t)} c. \quad (2)$$

Это подразумевает, что время переключения скорости имеет экспоненциальное распределение, т.е. переключение происходит в момент скачков Пуассоновского процесса.

Фактически телеграфный процесс – это положение частицы, которая движется с постоянной скоростью  $c$  и переключает направление движения в моменты времени скачков Пуассоновского процесса.

Известно [1], что плотность распределения процесса (1) есть решение следующей начально-краевой задачи для телеграфного уравнения

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2\lambda \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \\ p(x,0) = \delta(x) \\ p_t(x,0) = 0 \end{cases}. \quad (3)$$

Решение задачи (3) записывается в виде

$$p(x,t) = \frac{e^{-\lambda t}}{2c} \left[ \lambda I_0 \left( \frac{\lambda}{c} \sqrt{c^2 t^2 - x^2} \right) + \frac{\partial}{\partial t} I_0 \left( \frac{\lambda}{c} \sqrt{c^2 t^2 - x^2} \right) \right] + \frac{e^{-\lambda t}}{2} [\delta(x-ct) + \delta(x+ct)]$$

для  $|x| \leq ct$ , (4)

где  $\delta(x)$  - дельта-функция и

$$I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2}. \quad (5)$$

Данный результат был получен с помощью аналитических методов (см. [2], [3]).

### Распределение времени переключения с «тяжелыми хвостами»

Вместо Пуассоновского процесса можно рассмотреть произвольный процесс восстановления с произвольным распределением времени восстановления (см. [5]).

Рассмотрим ситуацию, когда момент переключения – это величина, которая имеет распределение с «тяжелыми хвостами», т.е. распределение этого времени не имеет экспоненциальных моментов.

Например, возьмем такую функцию распределения:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{(1+x)^k}, \quad k > 3. \quad (6)$$

При моделировании телеграфного процесса с таким временем переключения было получено распределение телеграфного процесса при  $k=4$  в различные моменты времени.

Распределение телеграфного процесса в момент времени  $t$  имеет носитель  $(-t, t)$ ; для удобства мы нормируем телеграфный процесс делением на  $\sqrt{t}$ . В этом случае, как хорошо известно, распределение нормированного телеграфного процесса сходится к нормальному распределению.



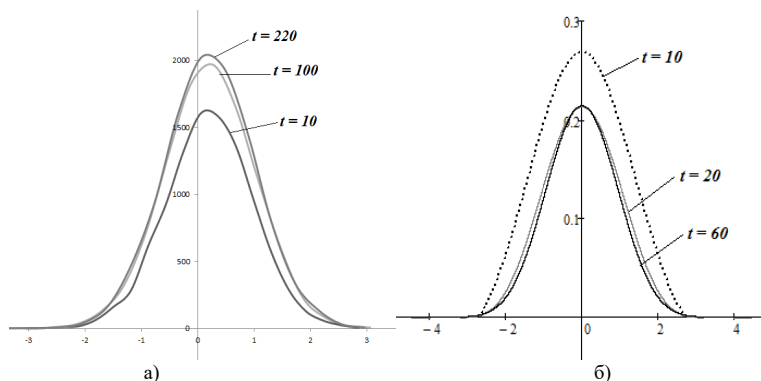


Рис. 1. Распределение телеграфного процесса: а) - с "тяжелыми хвостами", б) - классическое

### Выводы

Численным моделированием телеграфного процесса с «тяжелыми хвостами» установлено, что скорость сходимости нормированного телеграфного процесса с «тяжелыми хвостами» намного меньше, чем для «классического» телеграфного процесса. Можно предположить, что эта скорость сходимости имеет степенной порядок, тогда как скорость сходимости «классического» телеграфного процесса имеет экспоненциальный порядок.

Автор благодарит Зверкину Г.А. за постановку задачи и консультации.

### Литература

1. *Beghin L., Orsingher E.* Random motions at finite velocity and their connections with hyperbolic equations // *Recent Research Developments in Statistical Physics – Vol. RRDSP-2.* – 2002. – Pp 1-20.
2. *Orsingher E.* Probability law, flow function, maximum distribution of wave-governed random motions and their connections with Kirchoff's laws // *Stochastic Processes and their Applications – Vol. SPA-34.* – Jun. 1990. – Pp 49-66.
3. *Pinsky M.* Lectures on random evolution. World Scient. Publ. Co., River Edge, NY, 1990.
4. *Кляцкин В.И.* Очерки по динамике стохастических систем. Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, 2011.
5. *Кокс Д.Р., Смит В.Л.* Теория восстановления. Издательство «Советское радио», Москва, 1967.

## MODELING OF TELEGRAPH PROCESS

*Filonets T.A.*

*Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), tfilonets@gmail.com*

***By means of methods of computer modeling we consider the telegraph process with time which has heavy-tailed distribution.***

Key words: random process, telegraph process, heavy-tailed distribution.

## ВХОДЯЩИЙ ПОТОК, УПРАВЛЯЕМЫЙ ЦЕПЬЮ МАРКОВА (ММАР). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ТЕЛЕТРАФИКА

Цурлуков. В.В.<sup>1</sup>, Крупко О.С.<sup>1</sup>, Зарядов. И.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов, dober.vvt@gmail.com, alesiakrupko@yandex.ru

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН, zaryadov\_is@rudn.university

*Представлены три вида входящего потока, управляемого цепью Маркова. Показано их применение в задачах теории телетрафика.*

Ключевые слова: Markov Modulated Arrival Process (ММАР), ММРР, ММВР, ММФР.

### Введение

В стандартных задачах теории телетрафика рассматриваются математические модели систем, в которых входящий поток является либо пуассоновским, либо рекуррентным общего типа (системы типа  $M/././$  и  $G/././$  в классификации Башарина-Кендалла) [1-3] в предположении о независимости интервалов времени между моментами поступления заявок в систему друг от друга и от процессов обслуживания. Но при построении математических моделей реальных телекоммуникационных систем (сети, работающие в асинхронном режиме передачи данных (Asynchronous Transfer Mode – АТМ), широкополосные сети) [4] вышеупомянутые предположения о независимости не действуют (моменты поступления могут быть коррелированы и зависеть от характеристик и типа входящего трафика).

При построении математической модели реального мультимедийного трафика используют входящий поток, управляемый цепью Маркова (Markov Modulated Arrival Process (ММАР)), а точнее следующие его разновидности, управляемые цепью Маркова (марковским процессом): пуассоновский поток (Markov Modulated Poisson Process) [5-7], процесс Бернулли (Markov Modulated Bernoulli Process) [6,8] и жидкостной поток (Markov Modulated Fluid Flow) [9].

### Пуассоновский входящий поток, управляемый цепью Маркова (ММРР)

Термин «пуассоновский входящий поток, управляемый цепью Маркова» был введён Ньютоном [5] в работе 1989 года, хотя задачи этого типа решались и ранее. Используется также название «марковски-модулированный пуассоновский поток» [10]. В ММРР моделях интенсивность поступления зависит от состояния, в котором находится управляющая неразложимый марковский процесс (МП) (непрерывная цепь Маркова). Марковски-модулированный пуассоновский поток задается инфинитесимальным генератором (матрицей)  $A$  МП, вектором интенсивностей входящего пуассоновского потока  $\vec{\lambda}$  и вектором  $\vec{\varphi}$  начального распределения ММРР. С точки зрения теории случайных процессов, ММРР – это дважды стохастический пуассоновский процесс [11], чья интенсивность зависит от непрерывной по времени функции (в роли этой функции выступает управляющая ЦМ).

ММРР модели используются для анализа систем, в которых интенсивность входящего потока зависит от времени и, кроме того, моменты поступления коррелированы (видео трафик, суперпозиция трафика), а также для систем с повторными обращениями (RQ – Retrial Queues) [10]. Кроме того, ММРР модели применяются для анализа: алгоритмов семейства RED [12], системы облачных вычислений [13], беспроводной сети связи [14], модели управления перегрузками в сетях SIP-серверов [15], систем с гистерезисом [16]

Интерес представляет применение ММРР модели для анализа систем с ограниченным объемом ресурсов [17].

### Поток Бернулли, управляемый цепью Маркова (ММВР)

Процесс Бернулли, управляемый цепью Маркова (Markov Modulated Bernoulli Process) – это дискретный аналог ММРР. Время, непрерывное в случае ММРР, для ММВР разбито

на слоты фиксированной длины и число слотов (время) пребывания процесса Бернулли в каждом состоянии управляющей цепи Маркова подчинено геометрическому распределению, переход из одного состояния ММВР в другое определяется матрицей переходных вероятностей управляющей цепи Маркова.

Процесс Бернулли, управляемый цепью Маркова, применяется для анализа IP-трафика [8], а также для анализа активных алгоритмов управления трафиком [12,18].

### **Жидкостной поток, управляемый марковским процессом (ММФФ)**

При анализе телекоммуникационных систем с помощью жидкостных моделей моменты поступления и окончания обслуживания не рассматриваются как в предыдущих моделях как дискретные моменты. В жидкостных моделях рассматривается не отдельная поступающая заявка (пакет данных), а непрерывный поток. Аналогично – и для обслуживания (непрерывный поток пакетов, исходящих из системы).

ММФФ модели применяются, если нагрузка рассматриваемой системы очень велика (как правило больше 90%), то есть когда время ожидания обслуживания несравнимо больше времени обслуживания, а также когда в систему поступает взрывной трафик [9,19-20], для анализа работы Р2Р протоколов [21], оптической пачечной коммутации [22], а также для анализа моделей контроля коллизий [23].

### **Выводы**

Представлены три основных разновидности моделей, в которых входящий поток управляется цепью Маркова. Сформулированы основные идеи и приведены примеры применения данных моделей. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 15-07-03406, 15-07-03007) и при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### **Литература**

1. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях – М.: Наука, Физматлит, 1989. - 336 с.
2. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. – М.: Изд. РУДН, 3-е изд., испр. и доп. — М.: РУДН, 2009. — 342 с.: ил.
3. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: РУДН, 1995 г.
4. Ng Chee-Hoc, Soong Boon-Hee Queueing Modelling Fundamentals with Applications in Communication Networks. 2nd Edition. – John Wiley & Sons Ltd, 2008.
5. Neuts, M.F. Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications. – Marcel Dekker, Inc., 1989.
6. Prabhu N.U., Zhu Y. Markov-Modulated Queueing Systems // Queueing Systems – 5 – 1989. – Pp. 215–246.
7. Fischer W., Meier-Hellstern K. The Markov-modulated Poisson Process (MMPP) Cookbook // Performance Evaluation –18 – 1993. – Pp.147–171.
8. Smiesko J. IP Traffic Description by Markov Modulated Bernoulli Process. // Journal of Information, Control and Management Systems –Vol. 11, No. 2 – 2013 – Pp.119-127.
9. Elwalid A.I., Mitra D. Fluid Models For The Analysis and Design of Statistical Multiplexing With Loss Priority On Multiple Classes of Bursty Traffic // IEEE INFOCOM '92 – 1992. – Pp. 415–425.
10. Назаров А.А., Мусеева Е. А. Исследование RQ-системы ММРР[M] методом асимптотического анализа в условии большой загрузки // Известия Томского политехнического университета – № 2. Том 322. – 2013 – С. 19-23.
11. Grandell J. Doubly Stochastic Poisson Processes. – Springer-Verlag, 1976.
12. Nejat Ince, Arnold Bragg. Recent Advances in Modeling and Simulation Tools for Communication Networks and Services. – Springer Science & Business Media, 2007.
13. Fatima Oumellal, Mohamed Hanini, Abdelkrim Haqiq. MMPP/G/m/m+r Queueing System Model to Analytically Evaluate Cloud Computing Center Performances // British Journal of Mathematics & Computer Science – 4(10) – 2014. – Pp. 1301-1317.

14. Анисимов А.В., Тюрликов А.М., Андреев С.Д. Моделирование входящего трафика в беспроводной сети связи – [http://andrey-turlikov.narod.ru/journals/2011\\_Modeling\\_of\\_input\\_traffic\\_in\\_wireless\\_networks.pdf](http://andrey-turlikov.narod.ru/journals/2011_Modeling_of_input_traffic_in_wireless_networks.pdf).
15. Абаев П.О. Модели управления перегрузками в сетях SIP-серверов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления – 2014 – <http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/prcdngs/8649.pdf>.
16. Печинкин А.В., Разумчик П.В. Стационарные характеристики системы  $M_2|G|1|_r$  с гистерезисной политикой управления интенсивностью входящего потока // Информационные процессы – Том 3, № 3 – 2013. – С. 125–140.
17. Naumov V, Samuoylov K., Yarkina N., Sopin E., Andreev S., Samuylov A. LTE performance analysis using queuing systems with finite resources and random requirements. // ICUMT 2015.
18. Saaidah A., Jali Z., Marhusin F., Abdel-jaber H. Markov-modulated Bernoulli-based performance analysis for BLUE algorithm under bursty and correlated traffics // International Conference on Computer, Communications, and Control Technology (I4CT) – 2014. – Pp.9-14
19. Ahn, S., Ramaswami, V. Fluid Flow Models and Queues—A Connection by Stochastic Coupling // Stochastic Models – 19 (3) – 2003. – Pp.325-348.
20. Arunachalam V., Gupta V., Dharmaraja S. A fluid queue modulated by two independent birth–death processes // Computers & Mathematics with Applications –60 (8) – 2010. – Pp. 2433–2444.
21. Gaeta R., Gribaudo M., Manini D. Sereno M. Analysis of resource transfers in peer-to-peer file sharing applications using fluid models // Performance Evaluation – 63 (3) – 2006. – Pp. 149-174.
22. Yazici M. A., Akar N. Analysis of continuous feedback Markov fluid queues and its applications to modeling Optical Burst Switching // Proceedings of the 2013 25th International Teletraffic Congress (ITC) –2013. – Pp. 1–8.
23. Malhotra R., Mandjes M. R. H., Scheinhardt W. R. W., Berg, J. L. A feedback fluid queue with two congestion control thresholds // Mathematical Methods of Operations Research – 70 – 2008. – Pp. 149-169.

## MARKOV MODULATED ARRIVAL PROCESS AND ITS APPLICATION TO TELETRAFFIC THEORY

Tsurlukov V.V.<sup>1</sup>, Krupko O.S.<sup>1</sup>, Zaryadov I.S.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), [dober.vvt@gmail.com](mailto:dober.vvt@gmail.com),  
[alesiakrupko@yandex.ru](mailto:alesiakrupko@yandex.ru)

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS, [zaryadov\\_is@rudn.university](mailto:zaryadov_is@rudn.university)

**Three types of Markov modulated arrival process are presented. Their application to the problems of teletraffic theory are shown.**

Key words: Markov modulated arrival process, Markov modulated Poisson process, Markov modulated Bernoulli process, Markov Modulated Fluid Flow

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕМИ ЭТАЛОННЫХ КЛИЕНТООРИЕНТИРОВАННЫХ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ КОМПАНИИ<sup>1</sup>

Чукарин А. В., Зарипова Э. Р., Смирнова Н. М.

*Российский университет дружбы народов,*

*chukarin\_av@rudn.university, zaripova\_er@rudn.university, smirnovanika7@gmail.com*

*В работе проведен анализ бизнес-процесса телекоммуникационной компании, состоящего из семи эталонных клиентоориентированных процессов, регламентированных в глобальной ассоциации по оцифровке бизнеса TM Forum. Проведен анализ среднего времени с помощью имитационного моделирования в GPSS World.*

Ключевые слова: карта eTOM, бизнес-процесс, телекоммуникационная компания, имитационная модель, среднее время выполнения процесса.

### Введение

В настоящее время в сфере телекоммуникаций наиболее важным является вопрос обеспечения и качественного предоставления услуг и продуктов связи. Проводится реинжиниринг и оптимизация бизнес-процессов, управляющих запросами клиентов и их выполнением, с помощью различных математических инструментов [2,3]. Расширенная карта процессов деятельности телекоммуникационной компании eTOM (Enhanced Telecom Operations Map) [1] представляет собой модель бизнес-процессов для операторов услуг и других представителей индустрии информационно-коммуникационных технологий. Карта eTOM с одной стороны направлена на управление бизнесом, продуктами взаимодействия с заказчиками, а с другой – на решения, системы и реализацию систем, поддерживающие бизнес. Таким образом, разрабатывая новые бизнес-процессы компании и анализируя текущие, компания повышает конкурентоспособность и обеспечивает эффективное обслуживание.

Для анализа качественных характеристик выполнения запросов клиентов были отобраны эталонные сквозные клиентоориентированные бизнес-процессы «Запрос – Изменение», «Потребление – Оплата», «Сбой – Решение», «Прекращение – Подтверждение», «Жалоба – Решение», «Запрос – Ответ» и «Заказ – Оплата» с карты eTOM. Обобщенный процесс представляет собой конвергенцию семи эталонных подпроцессов, где объединены одинаковые функции подпроцессов. Реализуемый процесс представлен в виде сети массового обслуживания (СеМО). Проанализировано среднее время пребывания заявки в СеМО.

### Описание бизнес-процессов

Выбранные бизнес-процессы направлены на различные типы запросов, начиная от заявок на приобретение услуг/продуктов и заканчивая завершением обслуживания клиента. Чтобы оценить качество выполнения клиентов, разработана модель обобщенного процесса в виде открытой неоднородной экспоненциальной сети массового обслуживания (рис. 1) с узлами двух типов – однолинейный узел с бесконечной очередью и бесконечнолинейный узел типа Infinite Server. Типы запросов будут соответствовать классам заявок, входящих в сеть массового обслуживания (табл. 1), реализуемую с помощью имитационного моделирования.

Таблица 1. Классы заявок СеМО

1	Запрос на изменение услуг/продукта по желанию клиента
2	Запрос на изменение услуг/продукта из-за ненадлежащего качества

<sup>1</sup> Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051, 16-07-00766.

	услуг
3	Запрос клиента по использованию и оплаты услуг/продукта
4	Информационный запрос клиента об оплате услуг/продукта
5	Запрос клиента по техническим неисправностям услуг/продукта
6	Запрос клиента по снижению качества предоставления услуг/продукта
7	Запрос клиента на прекращение обслуживания
8	Запрос клиента на подготовку последнего платежа и последующее прекращение обслуживания
9	Запрос-жалоба клиента на услугу/продукт
10	Запрос-жалоба клиента на качество предоставляемых услуг/продуктов
11	Информационный запрос клиента по услугам/продуктам
12	Информационный запрос клиента по продажам
13	Запрос клиента на получение готовых услуг/продуктов
14	Запрос клиента на заказ услуг/продуктов

Построенная СеМО отражает последовательность выполнения поступивших заявок по каждому типу обращений. Учитывается невозможность повторного обслуживания заявки в узле при циклической обработке запроса.

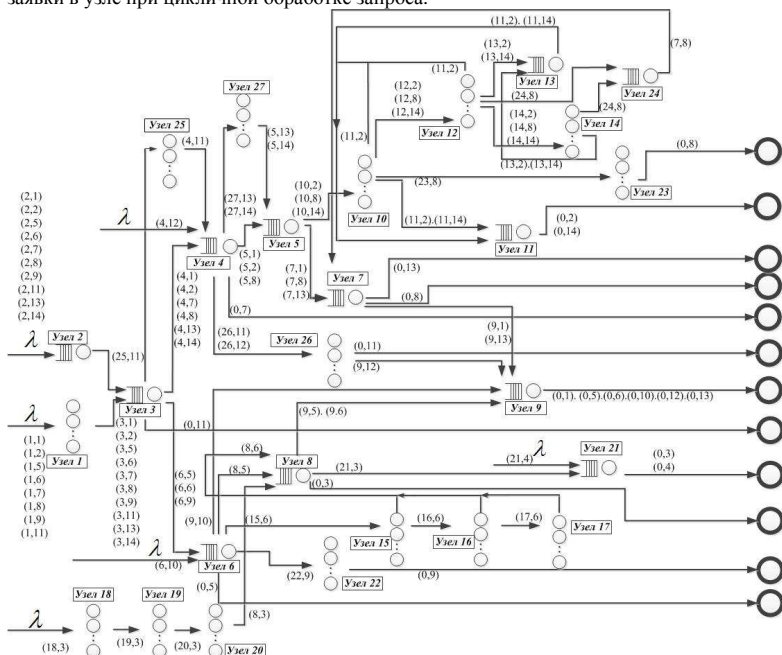


Рис. 1. Модель СеМО для совокупности бизнес-процессов

### Численный эксперимент

Приведем пример численного расчёта. Общее количество поступивших заявок – 100000.

$$\mu_1^{-1} = \mu_2^{-1} = \mu_{10}^{-1} = \mu_{12}^{-1} = \mu_{16}^{-1} = \mu_{23}^{-1} = 7 \text{ мин}, \quad \mu_3^{-1} = \mu_7^{-1} = 8 \text{ мин},$$

$\mu_4^{-1} = \mu_{15}^{-1} = \mu_{24}^{-1} = \mu_{27}^{-1} = 10 \text{ мин.}$ ,      $\mu_5^{-1} = \mu_9^{-1} = \mu_{26}^{-1} = 9 \text{ мин.}$ ,      $\mu_6^{-1} = \mu_{21}^{-1} = 4 \text{ мин.}$ ,  
 $\mu_8^{-1} = \mu_{13}^{-1} = 6 \text{ мин.}$ ,      $\mu_{11}^{-1} = \mu_{18}^{-1} = \mu_{19}^{-1} = \mu_{20}^{-1} = \mu_{22}^{-1} = \mu_{25}^{-1} = 5 \text{ мин.}$ ,      $\mu_{14}^{-1} = 13 \text{ мин.}$ ,  
 $\mu_{17}^{-1} = 15 \text{ мин.}$  – средние длительности выполнения подпроцессов. В результате время

моделирования обобщенного бизнес-процесса составило 19993 минуты, что приблизительно равно двум месяцам работы компании, учитывая восьмичасовой рабочий день. На рис. 2 приведен график среднего времени выполнения процесса в зависимости от интенсивности поступления заявок в CeMO.

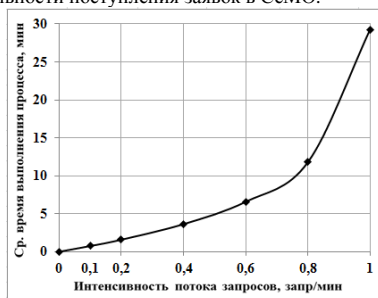


Рис. 2. Среднее время выполнения процесса

### Выводы

Предложенный в работе метод исследования бизнес-процессов эффективен для систем любой сложности. Он позволяет не только получить важные количественные характеристики выполнения процесса, но и иметь наглядное представление о работе компании. Задачей дальнейших исследований является исследование и анализ стоимостных характеристик бизнес-процессов.

### Литература

1. TeleManagement Forum. Enhanced Telecom Operations Map (eTOM) The Business Process Framework. [Электр. ресурс] // URL: [www.tmforum.org](http://www.tmforum.org) (дата обращения: 10.02.2017).
2. Самуйлов К.Е., Чукарин А.В., Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р. Математическая модель и метод оптимизации времени выполнения бизнес-процесса телекоммуникационной компании // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2017. – №1.
3. Sidnev A., Tuominen J., Krassi B. Business process modeling and simulation. // Helsinki University of Technology. Industrial Information Technology Laboratory Publications. 2005, pp. 1- 116.

### SIMULATION OF SEVEN CLIENT-ORIENTED BUSINESS PROCESSES IN TELECOMMUNICATION COMPANY

Chukarin A. V., Zaripova E. R., Smirnova N. M.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

chukarin\_av@rudn.university, zaripova\_er@rudn.university, smirnovanika7@gmail.com

*The paper presents an analysis of business process in telecommunication company which consists of seven reference client-oriented processes, regulated in the global association for the digitization of the TM Forum business. Average time of the business processes was analyzed by constructing a simulation model in GPSS World.*

Key words: eTOM, business process, telecommunication company, simulation model, sojourn time of business process.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СУММАРНОГО ПОТОКА ОБРАЩЕНИЙ В НЕОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ ОБСЛУЖИВАЮЩИХ УСТРОЙСТВ И ПОВТОРНЫМИ ОБРАЩЕНИЯМИ

Шкленник М.А., Моисеева С.П.

*Национальный исследовательский Томский государственный университет, Shklemn timer@yandex.ru*

*Рассматривается неоднородная бесконечнолинейная система массового обслуживания с повторными обращениями. Исследуется поток суммарных обращений к системе. Найдено аналитическое выражение для производящей функции исследуемого процесса, а также его основные вероятностные характеристики.*

Ключевые слова: неоднородная система массового обслуживания, суммарное число обращений, производящая функция.

### Введение

Системы массового обслуживания (СМО) с неограниченным числом обслуживающих устройств являются оптимальными математическими моделями, используемыми для описания различных социально-демографических, экономических и других процессов [1-3], так как число потенциальных клиентов (для торговых компаний, пенсионных фондов, страховых компаний и так далее) можно считать практически неограниченным.

Одним из видов таких систем являются СМО с различным распределением времени обслуживания первичных и повторных обращений. Их можно использовать для описания процессов дообслуживания в телекоммуникационных сетях, а также в экономико-математическом моделировании и других областях.

### Постановка задачи

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих устройств.

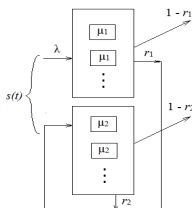


Рис. 1. Неоднородная система массового обслуживания

На вход системы поступает простейший поток заявок с параметром  $\lambda$ . Время обслуживания заявки, поступившей в систему из внешнего источника, является случайной величиной, имеющей экспоненциальное распределение с параметром  $\mu_1$ . После завершения обслуживания заявка может покинуть систему с вероятностью  $(1 - r_1)$ , или же с вероятностью  $r_1$  может вернуться в систему для повторного обслуживания. Время обслуживания заявок, поступивших в систему для повторного обслуживания, является также случайной величиной с экспоненциальным распределением, но с параметром распределения  $\mu_2$ . После завершения повторного обслуживания заявка может покинуть систему с вероятностью  $(1 - r_2)$ , или же с вероятностью  $r_2$  может снова вернуться в систему.

Пусть число приборов системы, занятых обслуживанием заявок, поступивших в систему из внешнего источника, в момент времени  $t - i_1(t)$ ; число приборов системы,



занятых обслуживанием повторных заявок, в момент времени  $t - i_2(t)$ ;  $s(t)$  – суммарное число заявок, обратившихся к системе как из внешнего источника, так и для повторного обращения за время  $t$ .

Обозначим  $P(s, t) = P\{s(t) = s\}$ .

Ставится задача нахождения производящей функции

$$G(z, t) = Mz^{s(t)} = \sum_{s=0}^{\infty} z^s P(s, t) \quad (1)$$

### Производящая функция для распределения суммарного числа заявок

Трехмерный процесс  $\{i_1(t), i_2(t), s(t)\}$  является марковским. Для его распределения вероятностей  $P(i_1, i_2, s, t) = P\{i_1(t)=i_1, i_2(t)=i_2, s(t)=s, i_1=0, 1, \dots; i_2=0, 1, \dots\}$  составлена прямая система дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(i_1, i_2, s, t)}{\partial t} = & -(\lambda + i_1\mu_1 + i_2\mu_2)P(i_1, i_2, s, t) + \lambda P(i_1 - 1, i_2, s - 1, t) + \\ & + \mu_1\eta(i_1 + 1)P(i_1 + 1, i_2 - 1, s - 1, t) + \mu_1(1 - \eta)(i_1 + 1)P(i_1 + 1, i_2, s, t) + \\ & + \mu_2r_2i_2P(i_1, i_2, s - 1, t) + \mu_2(1 - r_2)(i_2 + 1)P(i_1, i_2 + 1, s - 1, t) \end{aligned} \quad (2)$$

с начальными условиями

$$P(i_1, i_2, s, 0) = \begin{cases} 0, & s > 0 \\ q(i_1, i_2), & s = 0 \end{cases},$$

где  $q(i_1, i_2)$  – распределение числа приборов, занятых обслуживанием первичных и повторных заявок, при функционировании системы в стационарном режиме.

Определим производящую функцию трехмерного распределения  $P(i_1, i_2, s, t)$  в виде

$$G(x, y, z, t) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} x^{i_1} y^{i_2} z^s P(i_1, i_2, s, t)$$

и подставив ее в систему (2), получим дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка для функции  $G(x, y, z, t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(x, y, z, t)}{\partial t} + \mu_1(x - \eta yz - (1 - \eta)) \frac{\partial G(x, y, z, t)}{\partial x} + \\ + \mu_2(y - r_2 yz - (1 - r_2)) \frac{\partial G(x, y, z, t)}{\partial y} = \lambda(xz - 1)G(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (3)$$

с начальными условиями, заданными в виде:

$$G(x, y, z, 0) = g(x, y), \quad (4)$$

где функция  $g(x, y)$  имеет вид [4].

$$g(x, y) = \exp\left\{\frac{\lambda}{\mu_1}(x - 1) + \frac{\lambda\eta}{\mu_2(1 - r_2)}(y - 1)\right\}$$

Доказано, что производящая функцию процесса  $s(t)$  при стационарном режиме работы системы вид

$$\begin{aligned} G(z, t) = \exp\left\{\frac{\lambda(z-1)}{(1-r_2z)}(1 + (\eta - r_2)z) - \frac{\lambda(z-1)^2}{(1-r_2z)}\left(\frac{r_2z}{\mu_2(1-r_2z) - \mu_1} + \frac{1}{\mu_1}\right)(1 - e^{-\mu_1 t}) + \right. \\ \left. + \frac{\lambda\eta r_2(z-1)}{1-r_2z}\left(\frac{1}{\mu_2(1-r_2)} - \frac{z}{\mu_2(1-r_2z) - \mu_1}\left(1 - \frac{\mu_1 z}{\mu_2(1-r_2z)}\right)\right)(1 - e^{-\mu_2(1-r_2)z t})\right\}. \end{aligned}$$

Полученное выражение для производящей функции позволило определить основные вероятностные характеристики рассматриваемого процесса, такие как математическое ожидание и дисперсия.

Математическое ожидание процесса  $s(t)$  при функционировании системы в стационарном режиме:

$$Ms(t) = \lambda t \cdot \left( 1 + \frac{\eta}{1 - r_2} \right)$$

Дисперсия суммарного числа обращений к системе

$$Ds(t) = \frac{\lambda \eta t}{(1 - r_2)^2} - \frac{2\lambda \eta (\mu_2 - \mu_1)}{\mu_1 (\mu_2 (1 - r_2) - \mu_1)} \left( 1 - e^{-\mu_1 t} \right) + \frac{2\lambda \eta r_2}{\mu_2} \cdot \frac{\mu_1 (2 - r_2) - \mu_2 (1 - r_2)}{(1 - r_2)^3 (\mu_2 (1 - r_2) - \mu_1)} \left( 1 - e^{-\mu_2 (1 - r_2) t} \right)$$

### Выводы

Итак, в данной работе найдено аналитическое выражение для производящей функции распределения суммарного числа заявок, обратившихся к системе за промежуток времени  $t$ . Получено аналитическое выражение для математического ожидания и дисперсии для рассматриваемого процесса.

### Литература

1. Жидкова Л.А., Моисеева С.П. Математическая модель потоков покупателей двухпродуктовой торговой компании в виде системы массового обслуживания с повторными обращениями к блокам. // Известия Томского политехнического университета. Том 322, №6, 2013. Томск: Изд-во ТПУ, 2013. 5 с.
2. Морозова А.С., Моисеева С.П., Назаров А.А. Исследование экономико-математической модели влияния ценовой скидки для постоянных клиентов на прибыль коммерческой организации // Вестник Томского государственного университета. 2006. №293. С.49-52.
3. Моисеева С.П., Захорольная И.А. Математическая модель параллельного обслуживания кратных заявок с повторными обращениями // Автометрия – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2011г. Т. 47. №6. С. 51-58.
4. Шкленник М.А., Моисеева С.П. Исследование числа занятых приборов в неоднородных бесконечнолинейных системах массового обслуживания с повторными обращениями // "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - аль-Хорезми 2016": Труды международной конференции (9-10 ноября 2016 г., Ташкент). Ташкент, 2016. С. 211-213.

## THE FEEDBACK QUEUING SYSTEM M/M/∞ WITH HETEROGENEOUS SERVERS

Shklennik M.A., Moiseeva S.P.

Tomsk State University, Shklennikm@yandex.ru

*Queuing systems with stationary Poisson arrival process infinite heterogeneous servers and repeating requests are considered. Generating function for the distribution function of the flow of repeating requests in the systems are obtained. Also we have obtained the main characteristics of this process.*

Key words: queuing system with infinite servers, feedback, heterogeneous service, total flow of customers, generating function

## АНАЛИЗ МАРКОВСКИХ СЕТЕЙ С ДОХОДАМИ, ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗАЯВКАМИ

Штыкова Е.Н.

Российский университет дружбы народов, kateshtykova@mail.ru

*Рассмотрена марковская сеть с доходами, положительными и отрицательными заявками в переходном режиме, в которой доходы от переходов между состояниями сети зависят от состояний и времени.*

Ключевые слова: теория массового обслуживания, марковские сети, G-сети, HM-сети.

### Введение

Будет рассматриваться открытая G-сеть массового обслуживания с доходами с  $n$  одноканальными узлами. В  $i$ -ый узел сети  $S_i$  из внешнего узла сети  $S_0$  поступает пуассоновский поток положительных заявок с интенсивностью  $\lambda_{0i}^+$  и пуассоновский поток отрицательных заявок с интенсивностью  $\lambda_{0i}^-$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Все потоки, поступающие в сеть, являются независимыми. Длительности обслуживания положительных заявок в узле  $S_i$  сети распределены по экспоненциальному закону с параметром  $\mu_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Состоянием сети является число заявок в момент времени  $t$  в узле  $S_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

При поступлении отрицательной заявки в некоторый узел сети возможны следующие варианты:

- 1) если в узле имеется хотя бы одна положительная заявка, то поступающая отрицательная заявка мгновенно «убивает» любую из них, после чего сразу же покидает сеть (уничтожается);
- 2) если в узле не было ни одной положительной заявки, то отрицательная заявка мгновенно покидает сеть (уничтожается).

Если поступающая отрицательная заявка «убила» некоторую заявку в сети, то этому узлу наносится убыток. Положительная заявка при переходе из узла  $S_i$  сети в узел  $S_j$  приносит узлу  $S_j$  доход, при этом доход узла  $S_i$  уменьшается на эту же величину.

Положительная заявка, обслуженная в узле  $S_i$ , с вероятностью  $p_{ij}^+$  переходит в узел  $S_j$  как положительная заявка, с вероятностью  $p_{ij}^-$  как отрицательная, а с вероятностью

$$p_{i0} = 1 - \sum_{j=1}^n (p_{ij}^+ + p_{ij}^-) \quad (1)$$

заявка уходит из сети во внешнюю среду (узел с),  $i, j = \overline{1, n}$ .

Рассматривается случай, когда доходы от переходов между состояниями сети зависят от состояний и времени. Нужно найти средние доходы сети в каждом узле за время  $t$  при условии, что в начальный момент времени она находится в состоянии  $k$ .

### Описание решения

Полагается, что  $r_i(k)$  – доход узла  $S_i$  в единицу времени при том, что сеть находится в состоянии  $k$ , а функция  $v_i(k, t)$  – полный доход, получаемый узлом  $S_i$  за время  $t$ . В [1] выписаны все возможные переходы между состояниями сети, их вероятности, а также доходы каждого узла от этих переходов. Используя, формулу полной вероятности

условного математического ожидания для полного дохода узла  $S_i$ , можно получить систему разностных уравнений. При  $\Delta t \rightarrow 0$  её можно свести к системе разностно-дифференциальных уравнений с числом уравнений равным числу состояний сети:

$$\begin{aligned} \frac{dv_i(k,t)}{dt} = & r_i(k) - \sum_{j=1}^n [\lambda_{0j}^+ + (\lambda_{0j}^- + \mu_j)u(k_j)]v_i(k,t) + \quad (2) \\ & + \sum_{j=1}^n \left( \lambda_{0j}^+ v_i(k + I_j, t) + \left[ \mu_j p_{j0} u(k_j) + \lambda_{0j}^- u(k_j) + \mu_j \sum_{\substack{c=1 \\ c \neq j}}^n p_{jc}^- (1 - u(k_c)) \right] v_i(k - I_j, t) \right) + \\ & + \lambda_{0i}^+ v_i(k + I_i, t) + \left[ \mu_i p_{i0} u(k_i) + \lambda_{0i}^- u(k_i) + \mu_i \sum_{\substack{c=1 \\ c \neq i}}^n p_{ic}^- (1 - u(k_c)) \right] v_i(k - I_i, t) + \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ \mu_j p_{ji}^+ u(k_j) v_i(k + I_i - I_j, t) + \mu_i p_{ij}^+ u(k_i) v_i(k - I_i + I_j, t) + \mu_i p_{ij}^- v_i(k - I_i - I_j, t) \right] + \\ & + \sum_{\substack{c,s=1 \\ c,s \neq i, c \neq s}}^n \left[ \mu_s p_{ic}^+ u(k_s) v_i(k + I_c - I_s, t) + \mu_c p_{cs}^- v_i(k - I_c - I_s, t) \right] + \\ & + \lambda_{0i}^+ r_{0i}(k + I_i, t) - \left[ \mu_i p_{i0} u(k_i) + \lambda_{0i}^- u(k_i) + \mu_i \sum_{\substack{c=1 \\ c \neq i}}^n p_{ic}^- (1 - u(k_c)) \right] R_{i0}(k - I_i, t) + \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ \mu_j p_{ji}^+ u(k_j) r_{ij}(k + I_i - I_j, t) - \mu_i p_{ij}^+ u(k_i) r_{ji}(k - I_i + I_j, t) - \mu_i p_{ij}^- r_{ij}(k - I_i - I_j, t) \right] \end{aligned}$$

Так как сеть является открытой, число уравнений бесконечно. В таком случае для решения системы (2) целесообразно использовать метод производящих функций и метод последовательных приближений.

### Литература

1. Науменко В.В. Анализ марковской сети с доходами, положительными и отрицательными заявками / В.В. Науменко, М.А. Матальцкий // Информатика. – 2014. – № 1. – С.5–14.

## ANALYSIS OF MARKOV NETWORKS WITH INCOMES, POSITIVE AND NEGATIVE MESSAGES

*Shtykova E.N.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), kateshtykova@mail.ru*

**Markov network with income, positive and negative messages in transient regime is considered, the incomes from transitions between network states depend on the states and time.**

Key words: queuing theory, Markov networks, G-networks, HM-networks.

# Сети связи следующего поколения

---

## УГРОЗЫ БЕЗОПАСНОСТИ В ПРОГРАММНО- КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЯХ<sup>1</sup>

Абаев П.О.

Российский университет дружбы народов,  
Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН, abaev\_po@rudn.university

*Концепция программно-конфигурируемых сетей (ПКС) позволяет реализовать метод администрирования компьютерных сетей и управления услугами сети, когда функционал управления отделен от нижележащего уровня пересылки пакетов. Планирование сети и управление трафиком при этом происходит программным путем, что ускоряет и облегчает ввод новых услуг на сети. В работе приведены основные узкие места функционирования узлов ПКС сетей. Предложена схема работы контроллера, повышающая надежность системы при DDoS атаках.*

Ключевые слова: программно-конфигурируемые сети, DDoS атака, угроза безопасности, контроллер, OpenFlow.

### Введение

Концепция ПКС сетей содержит те же факторы рисков безопасности, которые существуют на традиционных сетях, поэтому новые технологии не меняют подходов существующих методов обеспечения безопасности. В работе рассматриваются новые риски безопасности, которые привносит концепция ПКС. Самая большая уязвимость в сети ПКС кроется в соединении от сетевого элемента (ПКС коммутаторы) к ПКС контроллеру. Это главная проблема всех систем виртуализации вообще: должен существовать отдельный канал для передачи управляющей информации. Шифрование этого канала важно, но не способно полностью защитить от атаки «отказ в обслуживании» (DDoS).

### Узкие места в принципах работы узлов ПКС сети

Существует два режима работы контроллера – проактивный и реактивный. В проактивном режиме контроллер выполняет настройку правил маршрутизации на коммутаторах перед тем как трафик поступает на сеть. В реактивном режиме контроллер передает правило на коммутатор по запросу последнего. Правила взаимодействия между коммутатором и контроллером задаются протоколом OpenFlow. Рассмотрим по шагам принцип работы пары коммутатор-контроллер в реактивном режиме работы. На коммутатор поступает пакет, коммутатор анализирует заголовок пакета и ищет в таблице маршрутизации правила для его обработки. Если правило найдено, то пакет передается последующему коммутатору, в противном случае, пакет сохраняется в буферную память коммутатора, а заголовок отправляется контроллеру. Если буферная память полна, то пакет отправляется целиком коммутатору. После анализа заголовка пакета контроллер отправляет команду на добавление новых правил коммутаторам сети. Для каждого правила определен временной интервал, в течение которого правила актуальны и коммутатор не может удалить его без согласования с контроллером. Начиная с версии протокола OpenFlow 1.4, коммутаторы получили возможность удалять правила самостоятельно.

Реактивный механизм работы контроллера может быть использован злоумышленником для DDoS атак на контроллер путем отправки большого числа запросов на расчет маршрутов. Сформулируем основные узкие места в

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 16-11-10227.

функционировании системы и методы, с помощью которых можно предотвратить возможные DDoS атаки.

*Перезгрузка коммутатора:* в OpenFlow коммутаторах, производимых на базе традиционных коммутаторов, используются малопроизводительные процессоры, которые могут генерировать не более 1000 запросов в секунду [1]. В результате атаки на коммутатор буферная память для входящих сообщений может быстро переполниться, и коммутатор будет сбрасывать все поступающие сообщения, включая сообщения от «надежных» сетевых узлов. В качестве решения в статье [1] предложено использовать оверлейную сеть из программных коммутаторов типа Open vSwitches [2], которые могут быть запущены на серверах с производительными вычислительными ресурсами. Пакеты, поступающие на OpenFlow коммутаторы, выполненные на базе традиционных коммутаторов, должны будут перенаправлять пакеты на Open vSwitch, задачей которых будет генерация запросов к контроллеру.

*Перезгрузка канала управления:* возможно на сетях, в которых нет выделенного канала управления и управляющие пакеты передаются по физическим каналам вместе с данными. При переполнении буфера коммутатор начнет передавать пакеты целиком, а, следовательно, возрастет требуемая ширина полосы пропускания для передачи трафика от коммутатора к контроллеру. Недостаточная ширина полосы пропускания может привести к нарушению показателей качества обслуживания. Например, в контроллере Floodlight [3] используется механизм, который следит за количеством поступающих пакетов, и когда их число превышает допустимый порог, контроллер приступает к анализу сообщений, и при необходимости блокирует получение сообщений с этого MAC-адреса на 5 секунд. К заблокированному порту может быть подключена группа узлов, и весь трафик от них будет заблокирован. Еще одним недостатком такого подхода является отсутствие динамического механизма, ограничивающего скорость поступления трафика, который позволил бы более гибко купировать атаку и минимизировать негативное влияние на «надежные» узлы, подключенные к «подозрительному» порту. В качестве механизма контроля перегрузок канала управления можно было бы использовать алгоритмы LBOC или RBOC [5], разработанные для сети сигнализации на базе протокола SIP.

*Исчерпание ресурсов контроллера:* на каждый запрос от коммутаторов контроллер расходует вычислительные ресурсы (CPU, память), если количество запросов превысит критический порог, контроллер будет не в состоянии вовремя ответить на них. «Зараженные» коммутаторы могут генерировать большое количество TCP SYN сообщений (атака SYN-флуд). Одним из часто применяемых приемов является установка правила на коммутаторе для перенаправления сообщения в узел с большим объемом буферной, задачей которого является обработка сообщений и передача заголовков на анализ контроллеру.

*Переполнение таблицы маршрутизации:* таблица маршрутизации содержит 45 полей, из которых 14 обязательных, и позволяет контроллеру управлять трафиком на уровне потоков [4]. Современные таблицы маршрутизации OpenFlow коммутаторов могут поддерживать до 2000 записей одновременно. Вовремя DDoS атаки контроллер устанавливает дополнительные правила на коммутатор, в результате удаляются данные о «легитимных» потоках трафика.

### Построение модели

На рис.1 представлена модель работы контроллера. На контроллер от  $N$  коммутаторов поступают сообщения, каждое сообщение ставится в очередь. Контроллер выбирает сообщения из очереди согласно алгоритму Round-Robin с весами. Если число сообщений в очереди превышает порог, то создаются дополнительные очереди и сообщения

переставляются в них. Когда суммарное число сообщений в созданных очередях уменьшится до заданного уровня, то сообщения объединяются в одну очередь.

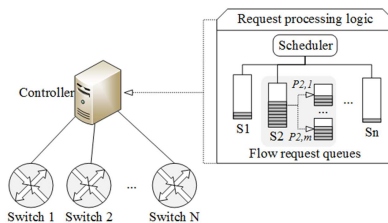


Рис.1. Функциональная схема работы контроллера

### Выводы

В работе сформулированы основные узкие места при работе OpenFlow коммутатора и контроллера. Предложена модель с несколькими очередями для оптимизации работы контроллера.

### Литература

1. Wang A. et al., "Scotch: Elastically Scaling Up SDN Control-Plane Using Vswitch Based Overlay," Proc. ACM CoNEXT, 2014.
2. Open vSwitch, <http://openvswitch.org/>.
3. "Floodlight Project," <http://www.projectfloodlight.org/floodlight/>.
4. "OpenFlow Switch Specification Version 1.5.1," <https://www.opennetworking.org/sdn-resources/technical-library>.
5. Abaev Pavel, Gaidamaka Yuliya, and Samouylov Konstantin E. Modeling of Hysteretic Signaling Load Control in Next Generation Networks // Lecture Notes in Computer Science. Germany, Heidelberg, Springer-Verlag. 2012. – Vol. 7469. – P.440-452.

## SECURITY THREATS IN SOFTWARE DEFINED NETWORK<sup>2</sup>

Abaev P.O.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS

abaev\_po@rudn.university

*The concept of software defined networks allows to implement the methods to manage computer networks and network services, when the control function is decoupled from the network data plane. Network and traffic management is done by means of software, which speeds up and facilitates the entry of new services on the network. The paper deals with the main bottlenecks in the operation of network nodes in SDN network. Scheme of SDN controller with multiqueue approach is proposed. This increases the reliability of the system in case of DDoS attacks.*

Key words: Software Defined Network, DDoS attack, security threat, controller, OpenFlow.

<sup>2</sup> The reported study was funded by the Russian Science Foundation according to the research project No. 16-11-10227.

## МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВИРТУАЛЬНЫХ СЕТЕВЫХ ФУНКЦИЙ В 5G СЕТЯХ<sup>1</sup>

Абаев П.О.<sup>1,2</sup>, Царев А.С.<sup>1</sup>, Леон Атупанья М.К.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup>Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,

abaev\_po@rudn.university, tsalexey@rudn.university, merycris25@hotmail.com

*Концепция виртуализации сетевых функций (NFV) позволяет операторам мобильной связи виртуализировать функции дорогостоящего сетевого оборудования и варьировать количество работающих виртуальных узлов, предоставляя заданную производительность сети посредством динамического выделения требуемых для работы ресурсов. В работе строится модель узла виртуализированного мобильного ядра 5G сети в виде многолинейной системы массового обслуживания с динамически меняющимся числом обслуживающих приборов.*

Ключевые слова: виртуализация сетевых функций, динамическое выделение ресурсов, VNF, сети 5G, система массового обслуживания, оценка производительности.

### Введение

подавляющее большинство крупных мобильных операторов уже внедрило в свою инфраструктуру технологию LTE-A, позволяющую передавать трафик на больших скоростях. С приходом в нашу жизнь новых стандартов (4G, 5G и т.д.) и ростом скоростей передачи информации в мобильных сетях растет объем пересылаемого пользовательского трафика. Необходимость соблюдения показателей качества предоставляемых услуг и рост объемов трафика вынуждает операторов увеличивать размер своей инфраструктуры, либо повышать эффективность использования имеющегося оборудования. С учетом роста трафика экстенсивный подход к решению проблемы не оправдан, поскольку к 2021 году ожидается увеличение объемов трафика в 11 раз по сравнению с 2016 годом [1]. Одной из технологий, позволяющей эффективно управлять сетевыми ресурсами является Network Function Virtualization [2, 5], суть которой заключается в переносе функций, реализуемых физическим оборудованием, в программное обеспечение, запущенное на виртуальных машинах.

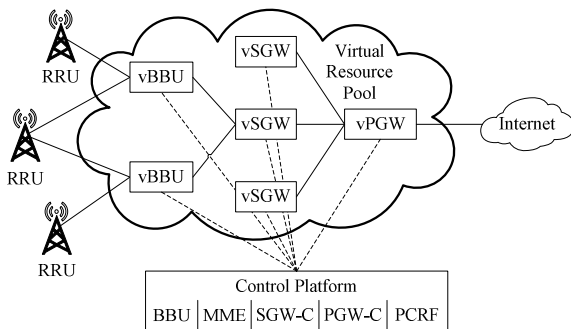


Рис. 1. Пример виртуализированной архитектуры 5G [3]

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03608.



Рассмотрим принципы функционирования виртуализированного мобильного ядра. Несколько узлов сети постоянно включены и работают (рис. 1), поскольку на разворот виртуальной машины требуется какое-то время. При исчерпании ресурсов работающих узлов выделяются дополнительные ресурсы. В соответствии с [4] будем считать, что новый узел запускается, если все работающие ресурсы заняты. Также предусматривается механизм освобождения ресурсов, если нет на входе ожидающих обработку запросов на выделение ресурсов. Выключение узла происходит мгновенно, а запуск узла занимает некоторое время.

### Построение математической модели

Построим математическую модель обслуживания запросов, поступающих в мобильное ядро, в виде системы массового обслуживания (СМО). Рассмотрим систему с накопителем емкости  $R$  и доступным (максимальным) количеством приборов  $C$ . На систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Обслуживанием заявок занимаются  $c_0$  основных приборов, также еще  $C - c_0$  приборов может быть развернуто дополнительно. Если очередь не пуста, то при наличии доступных ресурсов начинается разворачивание нового узла, время которого распределено экспоненциально с параметром  $\theta$ . Заявки поступают из очереди на обслуживание в соответствии с дисциплиной FIFO. Длительность обслуживания заявок не зависит друг от друга и распределена экспоненциально с параметром  $\mu, 0 \leq \mu \leq \infty$ . Дополнительные приборы включаются мгновенно, если они завершили обслуживание заявки и очередь пуста.

Обозначим  $c_i = c_{i-1} + m_i, 1 \leq i \leq C - c_0$  – количество выделенных ресурсов, где  $i$  – число приборов,  $m_i$  – число ресурсов, необходимое для выделения  $i$ -му прибору (далее положим  $m_i = 1, \forall i$ ), а  $c_0 \geq 1$  – число ресурсов, занимаемых основными приборами. Схема системы массового обслуживания представлена на рис.2.

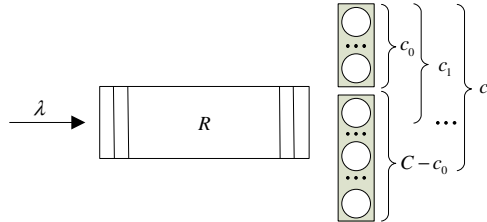


Рис.2. Схема системы массового обслуживания

Составной случайный процесс  $X(t) = (n(t), m(t))$  где  $0 \leq n \leq C - c_0$  – количество дополнительно запущенных приборов,  $0 \leq m \leq K = C + R$  – количество заявок в системе, по построению является марковским и описывает поведение системы над пространством состояний  $\chi(t) = \{(n, m) : (0 \leq n \leq C - c_0, 0 \leq m \leq K)\}$ . Обозначим

$$p_{i,j} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{n(t) = i, m(t) = j\}$$

Стремление мобильных операторов сократить потери от неэффективной работы сетевых узлов делает актуальной оптимизационную задачу минимизации среднего числа

активных узлов  $S = \sum_{(i,j) \in \mathcal{X}} (c_i - c_0) p_{i,j} + \sum_{i=0}^{C-c_0} \sum_{j=c_i}^K \min(i - c_i, C - c_i)$ . При этом важно сохранить оптимальное значение среднего времени ожидания обслуживания заявки на разворот нового узла  $W = (\sum_{i=0}^{c_0-1} i p_{0,i} + \sum_{i=0}^{C-c_0} \sum_{j=c_i}^K j p_{i,j}) / (\lambda(1 - \sum_{i=0}^{C-c_0} p_{i,k}))$  и вероятность блокировки системы  $B = \sum_{i=0}^{C-c_0} p_{i,k}$  :

$$\begin{cases} S \rightarrow \min \\ B(\theta) \leq \beta \\ W(\theta) \leq \omega \end{cases}$$

### Выводы

В работе построена математическая модель обслуживания заявок виртуализированным мобильным ядром сети 5G. Получены формулы для расчета вероятностных характеристик системы, сформулирована оптимизационная задача минимизации среднего числа активных узлов.

### Литература

1. Ericsson “Mobility report on the pulse of the network society” // Ericsson, Tech. Rep., Nov. 2015.
2. ETSI, Network Functions Virtualization (NFV); Use Cases // ETSI GS NFV 001, v.1.1.1 – Oct. 2013.
3. ONOS and CORD: Summary and Future Plans // ITU-T, Joint ITU-NGMN alliance workshop “Open source and standards for 5G”, San Diego, California, USA – 25 May 2016
4. Yi Ren, Tuan Phung-Duc, Zheng-Wei Yu, Yuh-Cheng Chen. Design and Analysis of Dynamic Auto Scaling Algorithm (DASA) for 5G Mobile Networks // IEEE GLOBECOM, Washington, DC USA – Dec. 2016. – Pp 1-17.
5. Бесчастный В.А., Царев А.С. Об оценке задержки в SDN сетях на базе протокола OpenFlow // МФИ-2016, конференция «Телекоммуникационные и вычислительные системы» – М: МТУСИ. 29 ноября 2016 г. – С. 19-20.

## PERFORMANCE EVALUATION OF DYNAMIC ALLOCATION OF VIRTUAL RESOURCES IN 5G NETWORK

Abaev P.O.<sup>1,2</sup>, Tsarev A.S.<sup>1</sup>, Leon Atupana M.K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

abaev\_po@rudn.university, tsalexey@rudn.university, merycris25@hotmail.com

*The Network Functions Virtualization (NFV) concept allows mobile operators to virtualize the functions of expensive network equipment and vary the number of running virtual nodes. In such systems required network performance is provided by dynamic resources allocation. 5G virtualized mobile core model is built in the form of a multilined queuing system with a dynamically changed servers number.*

Key words: Network Functions Virtualization, dynamic resource allocation, Virtualized Network Functions, 5G networks, queuing system, performance evaluation.

## ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ К РЕСУРСУ ДЛЯ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК M2M ТРАФИКА<sup>1</sup>

Агеев К.А.<sup>1</sup>, Сопин Э.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup>Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,  
kaageyev@gmail.com, sopin\_es@rudn.university

*Проведен анализ вероятностных характеристик системы массового обслуживания с ограниченными ресурсами в случае непрерывной функции распределения требований к ресурсам. Результаты анализа применяются для вычисления характеристик M2M трафика.*

Ключевые слова: M2M трафик, система массового обслуживания, ограниченные ресурсы, дискретизация.

### Введение

Одним из возможных решений проблемы нехватки частотно-временных ресурсов в современных беспроводных сетях является применение различных планировщиков управления частотно-временными ресурсами, которые позволяют учесть расстояние от устройства до базовой станции (БС) [1]. В качестве примера можно привести планировщик «full power» (FP). Планировщик FP основан на передаче данных с максимальной мощностью сигнала, а временной ресурс и ширина частотного диапазона могут изменяться [2]. В зависимости от расстояния от пользовательского устройства до БС меняется и величина требуемого частотно-временного ресурса на передачу некоторого объема данных.

В данной работе проведен анализ характеристик так называемого трафика межмашинного взаимодействия (Machine-to-Machine, M2M) [2]. Этот трафик генерируется беспроводными датчиками, которые посылают данные с некоторой периодичностью, но при этом объем передаваемых данных невелик.

### Описание модели

Рассмотрим соту беспроводной сети радиуса  $R$ , где БС доступен диапазон частот шириной  $\omega$ , а максимальное количество одновременно обслуживаемых устройств  $N$ . Будем считать, что устройства являются стационарными и распределены по территории соты равномерно. Запросы на передачу данных от датчиков поступают с интенсивностью  $\lambda$ , время передачи распределено по экспоненциальному закону с интенсивностью  $\mu$ . Обозначим  $\xi_d$  - случайная величина (СВ) расстояния от устройства до БС,  $p_{\max}$  - максимальная мощность передачи сигнала устройством, а  $r(\xi_d, p_{\max})$  - максимально достижимая скорость передачи данные на расстоянии  $\xi_d$  от БС. Предположим, что устройства передают данные с фиксированной скоростью  $r_0$ .

### Функция распределения требований к ресурсам

Предполагая, закон распространения сигнала соответствует модели FSPL (Free Space PathLoss), а также учитывая особенности планировщика FP, в [3] была выведена ФР  $F(x)$  требований к доли временного ресурса и ее плотность  $f(x)$ . В формулах (1) и (2)  $N_0$  - мощность шума,  $G$  - коэффициент затухания, а  $\kappa$  - степень затухания сигнала.

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-60103 и № 16-07-00766.

$$F(x) = P\left\{\frac{r_0}{r(\xi_d, p_{\max})} < x\right\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{R^2} \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0}\right)^{2/\kappa} \cdot \left(e^{x\omega} - 1\right)^{-2/\kappa}, & x \in (0, \phi], \\ 1, & x > \phi, \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2r_0}{R^2 \omega \kappa} \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0}\right)^{2/\kappa} \cdot \frac{\eta_0}{\delta^2} \left(e^{x\omega} - 1\right)^{-\frac{2+\kappa}{\kappa}}, & x \in (0, \phi], \\ 0, & x \notin (0, \phi]. \end{cases} \quad \phi = \frac{r_0}{\omega \ln\left(\frac{Gp_{\max}}{N_0 R^\kappa} + 1\right)}. \quad (2)$$

С учетом полученной ФР (1) показатели качества обслуживания М2М трафика могут быть получены в терминах многолинейной системы массового обслуживания (СМО) со с ограниченным ресурсом объема [4]. В данной СМО заявки при поступлении на обслуживание, помимо занятия прибора, занимают также и часть доступного ресурса, которая определяется заданной ФР. В рассматриваемой нами системе таким ресурсом является доля временного ресурса, который выделяется М2М сессиям. Таким образом, значение ресурса, которое требуется системе, находится в промежутке  $[0, 1]$ .

Формулы для расчетов показателей используют свертки ФР (1). Отметим, что вычисление свертки ФР непрерывных СВ численными методами приводит к вычислительным сложностям. В связи с этим выполнена дискретизация ФР (1). На основе данных, полученных при дискретизации рассчитаны показатели системы.

Расчет вероятностно-временных характеристик проводился с помощью рекуррентного алгоритма, полученного в [5].

### Анализ вероятностных характеристик М2М трафика

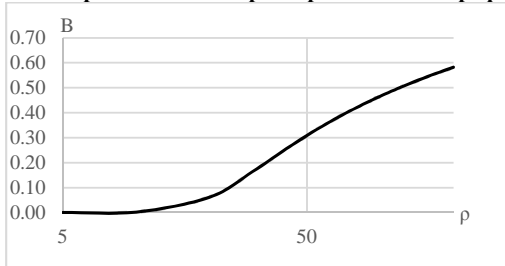


Рис. 1. Вероятность блокировки в зависимости от предложенной нагрузки

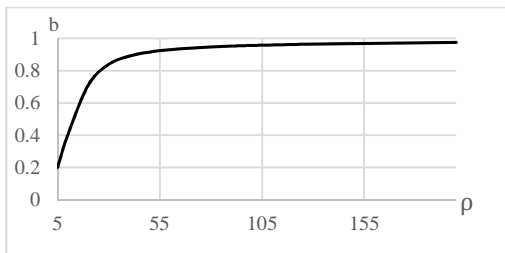


Рис. 2. Объем занятого ресурса в зависимости от предложенной нагрузки

Для применения алгоритмов из [5] примем за единицу ресурса 0.001 долю доступного ресурса, поэтому  $L=1000$ , максимальное число приборов  $N=1000$ , скорость передачи данных  $r_0=100$  Кб/с, а предложенная нагрузка изменяется в интервале  $[5, 200]$ . Параметры соты и среды передачи получены из [1]:  $R=100$  м,  $\omega=10$  МГц,  $G=197.43$ ,  $N_0=10^{-9}$  Вт,  $\kappa=5$ . Результаты численного анализа отображены на рисунках 1 и 2.

Как мы и предполагали, для системы с 1000 приборами при увеличении нагрузки повышается вероятность блокировки, ее стремительное увеличение происходит до 0.6, далее вероятность увеличивается плавно, что связано со средним числом занимаемого ресурса одной заявки.

### Выводы

В работе проведена дискретизация функции распределения требований к ресурсам в планировщике, что позволяет вычислять характеристики M2M трафика в беспроводной сотовой сети учитывая расстояние устройств от БС. Расчет этих показателей полезен для последующей конфигурации БС для повышения качества обслуживания абонентов.

### Литература

1. 3GPP TS 36.300: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN); Overall description; Stage 2 (Release 14).
2. *Ahmadian A., Galinina O.S., Gudkova I.A., Andreev S.D., Shorgin S.Ya., and Samouylov K.E.* On capturing spatial diversity of joint M2M/H2H dynamic uplink transmissions in 3GPP LTE cellular system // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – Vol. 9247. – Pp. 407–421. // Communications in Computer and Information Science. – 2016. – Vol. 638. – Pp. 327–340.
3. *Сопин Э., Гудкова И., Маркова Е., Агеев К.* Аппроксимация функции требований к ресурсам для анализа характеристик трафика межмашинного взаимодействия, Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016. – Т. 12. – С. 64–70.
4. *Naumov V., Samouylov K., Sopin E., Yarkina N., Andreev S., Samuylov A.* LTE Performance Analysis Using Queuing Systems with Finite Resources and Random Requirements. // IEEE In: 2015 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). – 2015. – Pp. 100–103.
5. *Samouylov K., Sopin E., Vikhrova O.* On design of efficient algorithm for blocking probability calculation in queuing system with random requirements. // 15th International Scientific Conference, ITMM 2016. – September 12-16, 2016.

## DISCRETIZATION OF RESOURCE REQUIREMENTS DISTRIBUTION FOR THE ANALYSIS OF M2M TRAFFIC CHARACTERISTICS

Ageyev K.A.<sup>1</sup>, Sopin E.S.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,  
kaageyev@gmail.com, sopin\_es@rudn.university

*Probabilistic characteristics analysis for queuing systems with resources is provided for the case of continuous cumulative distribution function of resource requirements. Results of the analysis are applied for evaluation of M2M traffic characteristics.*

Keywords: M2M traffic; queuing system; limited resources; discretization.

## К АНАЛИЗУ ХАРАКТЕРИСТИК ТУМАННО-ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ<sup>1</sup>

Адаму А.<sup>1</sup>, Медведева Е.Г.<sup>2</sup>, Гайдамака Ю.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Umaru Musa Yar'adua University, Katsina, Nigeria,

<sup>2</sup>Российский университет дружбы народов,

aminu@mail.ru, gmedvedeva@rudn.university, gaydamaka\_yuv@rudn.university

**В работе сформулирована задача поиска характеристик энергопотребления и времени обработки запросов пользователей системой туманно-облачных вычислений.**

Ключевые слова: беспроводная сеть, Интернет вещей, туманные вычисления, вероятностно-временные характеристики, система массового обслуживания.

### Введение

В настоящее время среди пользователей мобильных устройств высоким спросом пользуются геолокационные услуги и услуги определенные и предоставляемые в зависимости от месторасположения пользователей. При этом передача «локализованных» данных от облачного сервера до конечного пользователя часто неэффективна и затратна, что является стимулирующим фактором развития туманных вычислений. Туманные вычисления, известные также как периферийные вычисления, расширяют архитектуру облачных вычислений, позволяя размещать локальные вычислительные центры со стороны абонентских устройств, тем самым накапливать и передавать данные с высокой скоростью локального соединения пользователям мобильных устройств [1]. Таким образом, в существующую структуру глобальной сети встраивается промежуточный слой оборудования между устройствами конечных пользователей и серверами облачных вычислений, дополняя их возможностью высокоскоростной передачей данных с низким значением времени обработки запросов пользователей.

В данной работе рассматривается туманно-облачная система. С одной стороны, из-за большого объема данных и постоянно растущего количества запросов, потребление энергии на разогрев и охлаждение облачных серверов растет. По этой причине очень важно принимать во внимание энергозатраты в туманно-облачных системах. С другой стороны, обеспечение высокого качества обслуживания пользователя – высокие требования к задержке видео сигнала, например, – является крайне важным для провайдеров услуг. В связи с этим важно уметь определять зависимость и находить оптимальное соотношение между энергозатратами и временем обработки запросов мобильных пользователей в туманно-облачных вычислительных системах.

### Модель системы и постановка задачи

Рассмотрим архитектуру туманно-облачной вычислительной системы [2], состоящей из четырех подсистем: мобильные устройства, устройства туманных вычислений, глобальная сеть передачи данных и облачные серверы. Устройства туманных вычислений (УТВ) располагаются между мобильными пользователями и серверами ЦОД и состоят из геораспределенных серверов, развернутых на сетевой периферии, которая может находиться в парках, общественном транспорте, торговых центрах и т.д. Каждый туманный сервер дополняется виртуализированной вычислительной системой и представляет собой легковесный малогабаритный сервер со встроенным хранилищем данных, вычислительным устройством и беспроводным средством передачи данных. Туманные серверы осуществляют соединение типа мост пользователей и ЦОД, что

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение №02.а03.21.0008) и при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03608 и № 16-07-00766.

представляет ряд преимуществ. С одной стороны, УТВ взаимодействуют с мобильными пользователями посредством прямого беспроводного соединения, с использованием интерфейсов Wi-Fi, Bluetooth и других. При этом, используя собственные вычислительные ресурсы и заранее загруженный контент, выполнение заявок на услуги посредством туманного устройства можно осуществлять без пересылки данных в облако. С другой стороны, туманные серверы соединяются с облачными серверами для использования широкого спектра облачных функций и приложений. Таким образом, туманные вычисления не замещают, а дополняют облачные вычисления с целью снижения нагрузки на полосу пропускания и задержки передачи данных.

Рассмотрим  $\mathcal{N}$  - множество туманных серверов,  $|\mathcal{N}| = N$ , и  $\mathcal{M}$  - множество облачных серверов,  $|\mathcal{M}| = M$ . Со стороны пользовательских интерфейсов поступает поток запросов на услугу интенсивности  $\lambda_i, i \in \mathcal{N}$  [число заявок/с]. Представим  $i$ -ое туманное устройство в виде системы массового обслуживания с интенсивностью поступления  $x_i$  [число запросов/с] и интенсивностью обслуживания  $v_i$ , в которой задержка вычислений (время ожидания плюс время обслуживания) будет вычисляться по формуле

$$D_i^{fog} = \frac{1}{v_i - x_i} \quad [3]. \quad \text{Здесь } x_i - \text{рабочая нагрузка (заявок/с) } i\text{-го УТВ. Обозначим через } d_{ij}$$

задержку передачи по глобальной сети при передаче от  $i$ -го туманного устройства до  $j$ -го облачного сервера,  $j \in \mathcal{M}$ . Таким образом, интенсивность потока от  $i$ -го УТВ в  $j$ -ый облачный сервер, то есть та часть входящего «пользовательского потока» потока  $\lambda_i$ , которая не обслужилась УТВ, и пересылается для обработки в ЦОД, обозначим  $l_{ij}$ .

Тогда коммуникационная задержка  $D_{ij}^{comm}$  равна  $D_{ij}^{comm} = d_{ij} l_{ij}$ . При этом задержку передачи данных от пользовательских интерфейсов к УТВ по локальным сетям считаем сравнительно малой к  $d_{ij}$ , равной нулю.

Для нахождения длительности обслуживания запроса устройствами облачных вычислений (УОВ) представим каждый облачный сервер в виде СМО с бесконечной очередью типа  $M|M|n$ , по классификации Башарина-Кендалла [2], где  $n$  – число виртуальных машин в одном облачном устройстве. Тогда с использованием первой формулы Эрланга можно найти время  $D_j^{cloud}$  обработки каждого запроса облачным сервером [3]. Следовательно, суммарная задержка обработки запроса туманно-облачной системой может быть найдена с помощью формулы:

$$D^{sys} = \sum_{i \in \mathcal{N}} D_i^{fog} + \sum_{j \in \mathcal{M}} D_j^{cloud} + \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{M}} D_{ij}^{comm} \quad (1)$$

Для нахождения энергопотребления системы обозначим  $P_i^{fog}$  количество потребляемой энергии  $i$ -го УТВ. Оно может быть описано с помощью монотонно возрастающей строго выпуклой функции, кусочно-заданной или квадратичной [4]. Представим формулу для расчета затраченной электроэнергии УТВ в виде:

$$P_i^{fog} = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i, \quad (2)$$

где  $a_i > 0$  и  $b_i, c_i \geq 0$  – задаваемые параметры.

Каждый облачный сервер состоит из нескольких однотипных вычислительных машин. Предполагая, что частота процессора каждой машины на одном сервере одинаковая, получим одинаковое энергопотребление для каждой вычислительной

машины. Используем выражение  $A_j f_j^p + B_j$  для аппроксимации энергопотребления виртуальной машины  $j$ -го облачного сервера, как функции от частоты процессора  $f_j$ , где  $A_j, B_j > 0$  (константы), а  $p \in [2, 5; 3]$  [5]. Отметим, что при росте нагрузки на УОВ требуется задействовать больше облачных серверов, и напротив, незадействованные серверы выключаются для экономии энергии. Пусть значение  $\sigma_j = 1$  отображает состояние того, что  $j$ -ый сервер включен, а при  $\sigma_j = 0$  - выключен. Пусть также  $n_j$  - количество включенных машин на  $j$ -ом облачном сервере. Таким образом, энергопотребление  $P_j^{cloud}$   $j$ -го УОВ можно рассчитать по формуле:

$$P_i^{cloud} = \sigma_j n_j (A_j f_j^p + B_j), \quad (3)$$

а общая потребляемая электроэнергия туманно-облачной системы находится по формуле:

$$P^{sys} = \sum_{i \in \mathcal{N}} P_i^{fog} + \sum_{j \in \mathcal{M}} P_j^{cloud} \quad (4)$$

### Выводы

В работе описана постановка задачи поиска характеристик туманно-облачных вычислений, таких как энергопотребление серверов и время задержки при обработке пользовательских запросов системой. В дальнейшем планируется представить аналитическое решение для поиска численных характеристик системы и исследовать задачу оптимального соотношения энергопотребления и задержек туманно-облачных вычислений.

### Литература

1. Cisco Delivers Vision of Fog Computing to Accelerate Value From Billions of Connected Devices – <https://newsroom.cisco.com/press-release-content?articleId=1334100>.
2. Deng R., Lu R., Lai C., Luan T.H., Liang H. Optimal workload allocation in fog-cloud computing towards balanced delay and power consumption // IEEE Internet of Things Journal. – Vol.3. – No.6. – Dec. 2016. – Pp.1171-1181.
3. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Управление качеством и вероятностные модели функционирования сетей связи следующего поколения // Уч. пособие. Москва, ИПК РУДН. – 2008. – 131 с.
4. Maleki M., Dantu K., Pedram M. Power-aware source routing protocol for mobile ad hoc networks // Proc. ACM Int. Symp. Low Power Electron. Design. – 2002. – Pp. 72–75.
5. Rao L., Liu X., Ilic M.D., Liu J. Distributed coordination of Internet data centers under multiregional electricity markets // Proc. IEEE. – Vol. 100. – No.1. – Jan.2012. – Pp. 269–282.

## ON ANALYSIS OF FOG-CLOUD COMPUTING CHARACTERISTICS

Adamu A.<sup>1</sup>, Medvedeva E.G.<sup>2</sup>, Gaidamaka Yu.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Umaru Musa Yar'adua University, Katsina, Nigeria,

<sup>2</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

aminu@mail.ru, egmedvedeva@rudn.university, gaidamaka\_yuv@rudn.university

***In this paper we formulate the task of obtaining the power consumption and mobile users' computation delay in Fog-Cloud Computing.***

Key words: wireless network, Internet of Things, fog computing, probability characteristics, queuing system.



## О ПРИЧИНАХ И ПОСЛЕДСТВИЯХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ФРАГМЕНТАЦИИ СОВРЕМЕННОГО ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ<sup>1</sup>

Андреев С.Д.

Российский университет дружбы народов, andreev\_sd@rudn.university

*Рассмотрены причины и последствия технологической фрагментации феномена Интернет вещей, а также предложен краткий обзор некоторых решений связи.*

Ключевые слова: Интернет вещей, межмашинное взаимодействие, технологии связи.

### Введение

Мы находимся на пороге того, что многие называют следующей индустриальной революцией, которая предвещает значительное экономическое и социальное развитие, связанное с повсеместным подключением разнообразных объектов, локаций и процессов. Основополагающая технология, предназначенная для взаимного соединения окружающих нас физических сущностей (часто называемых «вещами»), снабжения их возможностями для обнаружения и адресации, а также интеграции в состав будущей инфраструктуры Интернет общеизвестна под термином Интернет вещей (ИВ). Находящийся на пересечении сенсорных, коммуникационных и сетевых технологий, а также технологий хранения данных и обработки информации, феномен ИВ накопил значительный потенциал для создания новой волны технологической инновации, которая обещает беспрецедентный экономический рост уже к 2020 году.

Феномен ИВ глубинным образом связан с основополагающей парадигмой межмашинного взаимодействия (machine-to-machine, M2M), которая позволяет автоматизированным и автономным устройствам (таким как сенсоры, управляющие приводы, интеллектуальные измерители и роботы) взаимодействовать друг с другом, а также подключаться к сети Интернет при минимальном содействии человека (или же его полном отсутствии) [1]. В то время как доходность традиционных услуг голосовой связи продолжает неуклонно снижаться, операторы мобильной связи становятся все более заинтересованы в развитии и поддержке приложений, основанных на технологии M2M, для повышения прибыльности своего бизнеса. В таких приложениях M2M позволяет устройству обнаруживать некоторое событие и передавать его в сеть или же другому устройству, а далее – целевому приложению, которое, в свою очередь, интерпретирует данное событие определенным образом, а также, возможно, осуществляет некоторые действия на его основе [2].

Ранние формы технологии M2M восходят к промышленным системам диспетчерского управления и сбора данных (supervisory control and data acquisition, SCADA), которые в 1980х годах представляли собой в значительной степени специализированные и изолированные друг от друга подключенные «острова». На пути своего бурного развития технологии M2M поглотили предшествующие решения для радиочастотной идентификации (radio frequency identification, RFID) [1980-...], а также технологии беспроводных сенсорных сетей (wireless sensor and actuator network) [1990-...]. Более доступная связь с улучшенными возможностями для масштабирования и управления устройствами на основе облачных технологий, а также растущее разнообразие устройств, имеющих различную стоимость, производительность и энергетическое потребление, в значительной степени катализировали развитие ИВ в последующие годы [2009-...]. Будущие решения ИВ будут тесно связаны с кибер-физическими системами, которые интегрируют вычислительные и физические процессы, а также с кибер-биологическими системами, которые обогащают сеть при помощи информации, полученной от живых организмов.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ в рамках научного проекта № 16-11-10227.

### Технологическая фрагментация ИВ

В настоящее время многообразие М2М-приложений исключительно широко, от носимых мониторов активности до подключенных к сети автомобилей, и включает в себя решения для транспорта, жилищно-коммунальных услуг, потребительской электроники, здравоохранения, и т.д. Тем не менее, мы только начинаем наблюдать поистине взрывной рост ИВ, где 10 миллиардов М2М устройств уже подключены и от 15 до 40 миллиардов новых подключений ожидается в течение следующих 5 лет. Таким образом, в ближайшее десятилетие можно ожидать, что наше повседневное окружение, включая мебель, пищевые контейнеры и даже бумажные документы, будут взаимодействовать с сетью Интернет. В связи с текущей трансформацией ИВ возникают новые понятия, такие как Интернет Всего (Internet of Everything, Cisco), который объединит людей, процессы, данные и вещи, а также Индустриальный Интернет (Industrial Internet, General Electric et al.) [3], который упростит критически важные приложения в сфере промышленного управления и индустриального контроля качества.

Однако исторически сложившаяся фрагментация на различных рынках ИВ, которая усугубляется длительной практикой создания изолированных решений, препятствует гибкому и универсальному менеджменту, замедляет прогресс, а также усложняет процесс контроля стоимости. Как следствие, на сегодняшний день ИВ представляет собой исключительно сложную и потенциально уязвимую неоднородную экосистему, которая включает в себя разнообразные решения радиосвязи и всевозможные сетевые технологии, такие как ZigBee, WirelessHART, 6LoWPAN, традиционные уже WiFi и Bluetooth, ISA100.11a, MiWi, BACnet, Z-Wave и др. Все возрастающая необходимость создания универсальной инфраструктуры для соединения устройств может потребовать радикальных изменений в процессах создания, развертывания, обслуживания и эксплуатации систем М2М уже в скором будущем [4].

В то время как описанное разнообразие проводных и беспроводных технологий было действительно полезно для плодотворного развития ранних решений ИВ, вскоре стало понятно, что многие из них практически неработоспособны в реальности. Недавний подтверждающий пример связан с использованием оборудования ZigBee, построенного по стандарту IEEE 802.15.4, включая технические поправки, принятые IEEE и IETF. Низкая мощность передатчиков ZigBee приводит к ограничениям в эффективной зоне обслуживания и, как следствие, требует реализации сложных многошаговых сетевых топологий для поддержки М2М-приложений с широким географическим охватом. Такие сети должны неизбежно включать в себя большое число повторителей и шлюзов, что приводит к дополнительному расходу электроэнергии (как для сетевого оборудования, так и для оконечных устройств), снижению надежности связи и повышению вероятности отказа, а также к существенному росту затрат на обслуживание такой сети.

Недавние усилия групп IEEE 802.15.4e, IETF RoLL и 6TiSCH в некоторой степени улучшили многошаговое функционирование соответствующих технологий путем установления более точной синхронизации в рамках сети в целом с незначительными энергетическими затратами, тем самым снижая скорость разряда батареи устройств [5]. Тем не менее ограничение, связанное с невысоким радиусом действия, не было снято и, как следствие, проблемы снижения надежности и повышения вероятности возникновения продолжительных отказов в работе по-прежнему стоят очень остро. По всей видимости, технология ZigBee будет использоваться на практике еще какое-то время, особенно ввиду того что значительные усилия были приложены для применения ее основных рабочих принципов в промышленных решениях WirelessHART, ISA100.11a и т.д. Однако ведущие компании-производители уже осознали весьма ограниченные перспективы данной технологии для практических применений (например, компания Broadcom недавно объявила о прекращении производства чипов ZigBee).

### Выводы

Как следствие описанных процессов, развитие ИВ находится сейчас на перепутье, поскольку все больше перспективных М2М-технологий возникает на смену исторически обусловленным, но мало перспективным решениям: сети Low Power Wide Area (LPWA), например, от Sigfox; сети Low Power WiFi, например, от Gainspan; улучшения для сотовых решений 4G и 5G (LTE-M, NB-IoT, EC-GSM и др.). Данные решения являются более совершенными по сравнению с предшествующими аналогами и могут стать привлекательнее для поддержки всевозможных приложений ИВ с повышенной надежностью и доступностью соединения. Их анализу и усовершенствованию посвящено большое число недавних исследований, что, безусловно, подтверждает перспективность дальнейшей научной работы в данном направлении.

### Литература

1. Sachs J., Beijar N., Elmdahl P., Melen J., Militano F., Salmela P. Capillary Networks – A Smart Way to Get Things Connected // Ericsson Review, 2014. – Vol. 8. – Pp. 1–8.
2. Shariatmadari H., Ratasuk R., Iraj S., Laya A., Taleb T., Jäntti R., Ghosh A. Machine-Type Communications: Current Status and Future Perspectives toward 5G Systems // IEEE Communications Magazine, 2015. – Vol. 53, no. 9. – Pp. 10–17.
3. Andreev S., Galinina O., Pyattaev A., Gerasimenko M., Tirronen T., Torsner J., Sachs J., Dohler M., Koucheryavy Y. Understanding the IoT Connectivity Landscape: A Contemporary M2M Radio Technology Roadmap // IEEE Communications Magazine, 2015. – Vol. 53, no. 9. – Pp. 32–40.
4. Palattella M. R., Dohler M., Grieco L.A., Rizzo G., Torsner J., Engel T., Ladid L. Internet of Things in the 5G Era: Enablers, Architecture, and Business Models // IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016. – Vol. 34, no. 3. – Pp. 510–527.
5. Gazis V. A Survey of Standards for Machine-to-Machine and the Internet of Things // IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2017. – Vol. 19, no. 1. – Pp. 482–511.

## ON THE CAUSES AND CONSEQUENCES OF TECHNOLOGY FRAGMENTATION IN MODERN INTERNET OF THINGS

*Andreev S.D.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), andreev\_sd@rudn.university*

*This paper considers the causes and consequences of technology fragmentation in the field of Internet of Things and offers a brief review of some of the enabling radio solutions.*

Keywords: Internet of Things, machine-to-machine communication, radio technologies.

## ПРОЦЕДУРА УСТАНОВЛЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ ПО КАНАЛУ СЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА

Ардилла Пинто Альдемар

Российский университет дружбы народов, aldemar.ardila@gmail.com

*Проведено исследование процедуры установления соединения между датчиком и базовой станцией LTE по радиоканалу случайного доступа RACH (Random Access Channel).*

Ключевые слова: межмашинные соединения, канал случайного доступа RACH, вероятность успешного установления соединения, вероятность коллизии, датчик.

### Введение

Целью данной работы является разработка аналитической модели процедуры установления соединения между датчиком и базовой станцией по радиоканалу случайного доступа. Представлен вывод формулы успешного установления соединения.

### Процедура установления соединения

Широко известна процедура установления соединения между пользователем и базовой станцией с использованием четырёх сообщений (Msg1, Msg2, Msg3, Msg4) по радиоканалу случайного доступа. Процедура успешное установление соединения подразумевает передачу четырех сигнальных последовательных сообщений, после которых начинается передача данных от датчика. Такое решение было предложено в техническом отчёте TR 37.868 консорциума 3GPP (3rd Generation Partnership Project).

### Математическая модель процедуры установления соединения

Рассмотрим случайный процесс (СП)  $\xi$  с пространством состояний  $X = \{(n_1, m_1, k_1, l_3, n_3, n_4), n_i = \overline{0, N_i}, i = 1, 2, 3; m_1 = \overline{1, n_1}, k_1 = \overline{0, m_1}\}$  и следующими обозначениями:

$n_1$  – число передач Msg1;

$m_1$  – число успешных передач Msg1;

$k_1$  – число передач Msg1, которые не привели к успешному установлению соединения из-за ограничения на число передач Msg3;

$l_3$  – суммарное число передач Msg3, которое потребовалось для успешной передачи  $(m_1 - k_1 - 1)$  Msg1 и последующей блокировки Msg4 из-за ограничения на число передач Msg4;

$n_3$  – число передач Msg3 после последней успешной передачи Msg1;

$n_4$  – число передач Msg4 после успешной передачи Msg1;

$p_i$  – вероятность коллизии Msg<sub>i</sub>, где  $i = 1, 3, 4$ ;

$(1 - p_i)$  – вероятность успешной передачи Msg<sub>i</sub>, где  $i = 1, 3, 4$ ;

Сообщение Msg1 передается  $n_1$  раз, из которых  $m_1$  раз успешно. Таким образом, для Msg1 существует три возможных исхода:

- 1) Msg1 передано  $(m_1 - 1)$  раз успешно, но соединение не установлено;
- 2) Msg1 передано  $(n_1 - m_1)$  раз неуспешно;
- 3) Msg1 передано 1 раз успешно, соединение установлено.

Рассмотрим эти случаи детально:

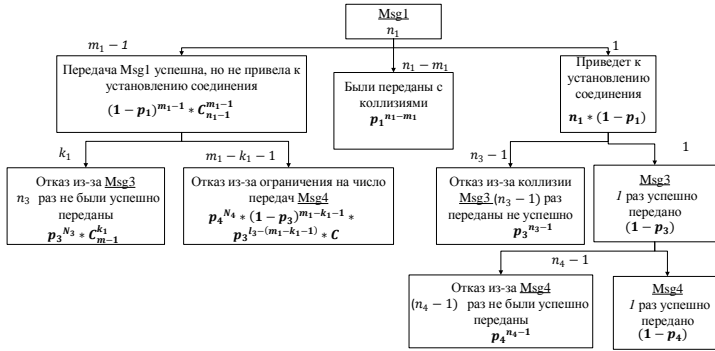


Рис. 1. Вероятности событий при передаче сообщений

1 случай. При успешной передаче одного сообщения  $Msg1$   $(1-p_1)$ , вероятность успешной передачи  $(m_1-1)$  сообщения  $Msg1$  из  $n_1$  переданных сообщений равна  $(1-p_1)^{m_1-1} C_{n_1-1}^{m_1-1}$ :

- $k_1$  раз из  $(m_1-1)$  соединение не установлено из-за неудачных передач  $Msg3$  и достижения порога  $N_3$ . Так как вероятность неуспешной передачи  $Msg3$  равна  $p_3$ , то суммарная вероятность такого исхода равна  $(p_3^{N_3})^{k_1} C_{m_1-1}^{k_1}$ .
- $(m_1-k_1-1)$  раз из  $(m_1-1)$  соединение не установлено из-за неудачных передач  $Msg4$ . При этом  $Msg3$  передано  $l_3$  раза, из которых  $(m_1-k_1-1)$  переданы удачно. При отправке  $Msg4$  превышен порог  $N_4$  на число попыток. Вероятность неудачной передачи  $Msg4$  равна  $p_4$ , а суммарная вероятность такого исхода равна  $p_4^{N_4} (1-p_3)^{m_1-k_1-1} p_3^{l_3-(m_1-k_1-1)} C_{((m_1-k_1-1)(N_3-1)-(l_3-(m_1-k_1-1)))+(m_1-k_1-1)-1}^{(m_1-k_1-1)}$ .

2 случай. Вероятность неуспешной передачи  $Msg1$  равна  $p_1$ , тогда вероятность неуспешной передачи  $Msg1$   $(n_1-m_1)$  раз равна  $p_1^{(n_1-m_1)}$ .

3 случай. Вероятность того, что 1 раз из  $n_1$  передача  $Msg1$  приведет к установлению соединения, равна  $n_1(1-p_1)$ .  $Msg3$  передается  $n_3$  раза:

- $(n_3-1)$  раз из  $n_3$  соединение не устанавливается из-за неудачной передачи  $Msg3$ . Вероятность такого исхода равна  $p_3^{n_3-1}$ .
- 1 передача из  $n_3$  возможных передач  $Msg3$  передается успешно с вероятностью  $(1-p_3)$ . После этого передаются сообщения  $Msg4$  передается  $n_4$  раза:
  - $(n_4-1)$  раз из  $n_4$   $Msg4$  передается неуспешно с вероятностью  $p_4^{n_4-1}$ ;
  - 1 раз из  $n_4$  Message4 передается успешно с вероятностью  $(1-p_4)$ .

Вероятность успешного установления соединения  $P_{\text{success}}$  из состояния  $(n_1, m_1, k_1, l_3, n_3, n_4)$  представлена формулой (1).

$$P_{\text{success}} = \sum_{\substack{0 \leq n_1 \leq N_1 \\ 0 \leq m_1 \leq n_1 \\ 0 \leq k_1 \leq m_1 \\ 0 \leq n_3 \leq N_3 \\ 0 \leq n_4 \leq N_4}} P(n_1, m_1, k_1, l_3, n_3, n_4) (1 - p_4) = (1 - p_4) \sum_{\substack{0 \leq n_1 \leq N_1 \\ 0 \leq m_1 \leq n_1 \\ 0 \leq k_1 \leq m_1 \\ 0 \leq n_3 \leq N_3 \\ 0 \leq n_4 \leq N_4}} p_1^{n_1 - m_1} \cdot C_{n_1 - 1}^{m_1 - 1} \times \\ \times (1 - p_1)^{m_1 - 1} \cdot C_{m_1 - 1}^{k_1} \cdot (p_3^{N_3})^{k_1} \cdot p_4^{n_4} \cdot (1 - p_3)^{m_1 - k_1 - 1} \cdot p_3^{l_3 - (m_1 - k_1 - 1)} \cdot C_{((m_1 - k_1 - 1)(N_3 - 1) - N_4) + ((m_1 - k_1 - 1) - 1)}^{(m_1 - k_1 - 1) - 1} \times \\ \times C_{n_1}^1 \cdot (1 - p_1) \cdot p_3^{n_3 - 1} \cdot (1 - p_3) \cdot p_4^{n_4 - 1} \quad (1)$$

### Выводы и задачи дальнейших исследований

Получена формула успешного установления соединения для процедуры установления соединения по радиоканалу случайного доступа. В отличие от работы [2] настоящая работа разделяет сообщения Msg3 и Msg4, каждое может быть передано с коллизиями [1]. Планируется развить работу и получить среднее время установления соединения.

### Литература

1. Wei C.-H., Bianchi G., Cheng R.-G. Modelling and Analysis of Random Access Channels with Bursty Arrivals in OFDMA Wireless Networks // IEEE Trans. On Wireless Communication (14). – 2015. – Pp. 1940–1953.
2. Зарунова Э.П., Пунто А.А. Метод оценки времени установления соединения по радиоканалу случайного доступа // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, Информатика, Физика. – 2017. – Том: 25. № 1. – С.: 9-18.

## SESSION SETUP PROCEDURE VIA RANDOM ACCESS CHANNEL

Ardila Pinto Aldemar

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), aldemar.ardila@gmail.com

*The session setup procedure between the sensor and the LTE base station via Random Access Channel was analyzed.*

Key words: machine-type communications, random access channel, access success probability.

## К РАЗРАБОТКЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ СХЕМЫ УСТАНОВЛЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ ПО КАНАЛУ СЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА<sup>1</sup>

Ардилла Пинто Альдемар, Семенова О.В., Власкина А.С.,  
Зарипова Э.Р., Гудкова И.А.

*Российский университет дружбы народов, aldemar.ardila@gmail.com, okvsemenova@mail.ru,  
vlaskina.anastasia@yandex.ru, zaripova\_er@rudn.university, gudkova\_ia@rudn.university*

**Проведен анализ процедуры установления соединения между датчиком и базовой станцией LTE, представлен алгоритм установления соединения в виде блок-схемы.**

Ключевые слова: беспроводные межмашинные взаимодействия, канал случайного доступа RACH, имитационная модель, вероятность успешного установления соединения, вероятность коллизии.

В работе проведен анализ установления соединения по радиоканалу случайного доступа RACH. Процесс установления соединения описан в виде блок-схемы, приведены примеры случаев успешного и неуспешного ввиду возникновения коллизий установления соединения. Процедура установления соединения между пользователем и базовой станцией с использованием четырёх сообщений (Msg1, Msg2, Msg3, Msg4) по радиоканалу случайного доступа приведена на рис. 1. При возникновении коллизий возможен повтор отправки сообщений, однако время процедуры установления соединения увеличивается.

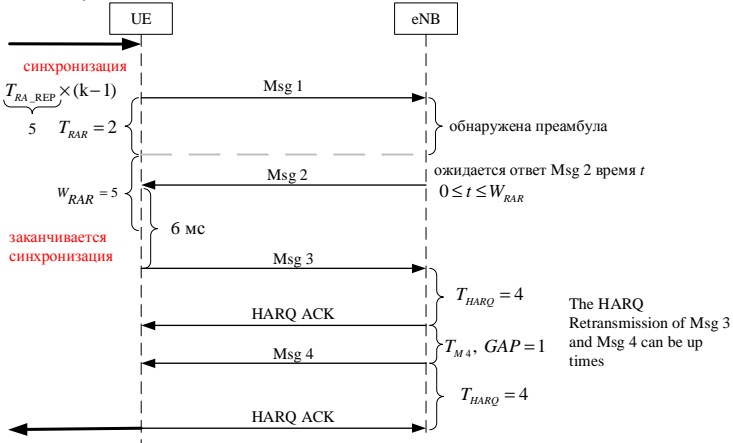


Рис. 1. Пример успешного установления соединения

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол\_а\_мос, РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03051 а, Минобрнауки России (СП-2987.2016.5).

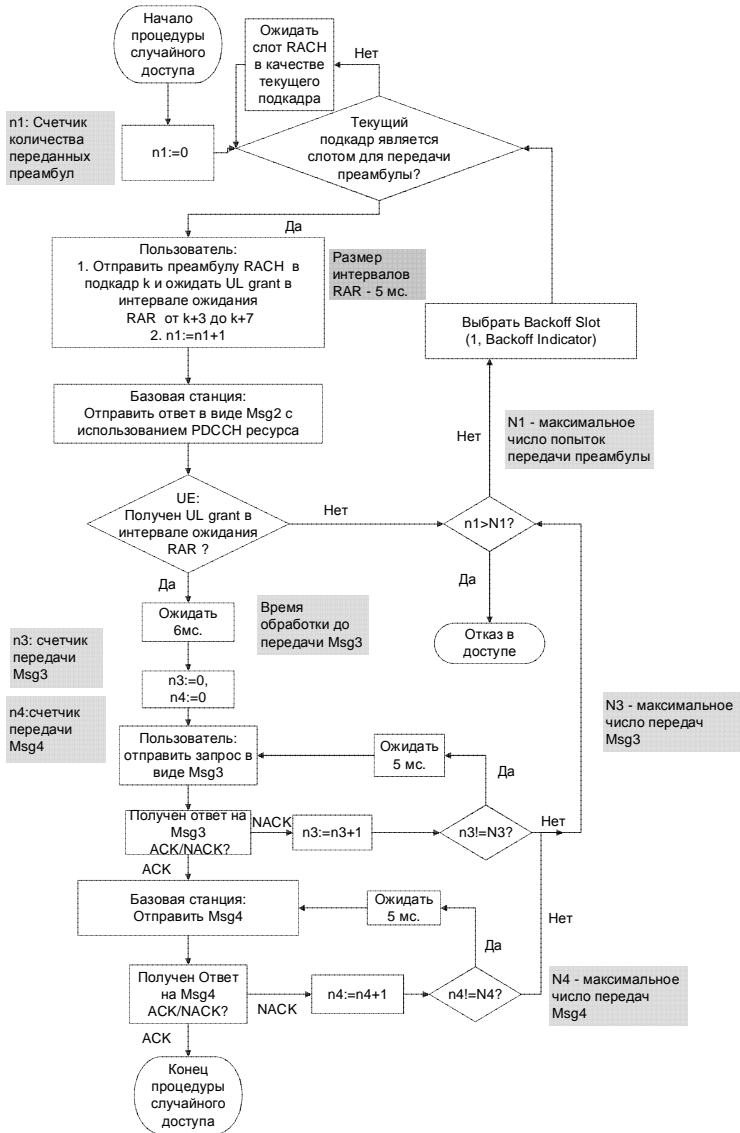


Рис. 1. Блок-схема процедуры установления соединения



Работа является продолжением [1,2,3] в части исследований, разработана имитационная модель, уточнена процедура установления соединения по работе [1], применяя методы работ [2,3] проведена оценка среднего времени установления соединения, среднего числа отправленных преамбул и другие характеристики.

### Литература

1. Wei C.-H., Bianchi G., Cheng R.-G. Modelling and Analysis of Random Access Channels with Bursty Arrivals in OFDMA Wireless Networks, IEEE Trans. On Wireless Communication 14, 2015. Pp. 1940–1953.
2. Samouylov K.E., Gaidamaka Yu.V., Gudkova I.A., Zaripova E.R., and Shorgin S.Ya. Baseline analytical model for machine-type communications over 3GPP RACH in LTE-Advanced networks // Communications in Computer and Information Science. – 2016. – Vol. 659. – P. 203–213.
3. Зарипова Э.Р., Ардила Пинто А. Метод оценки времени установления соединения по радиоканалу случайного доступа // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, Информатика, Физика. 2017. Том: 25. № 1. Стр.: 9-18.

## ON SIMULATION MODELLING OF RANDOM ACCESS CHANNEL PROCEDURE FOR SMALL DATA TRANSMISSION

*Ardila Pinto Aldemar, Semenova O.V., Vlaskina A.S.,  
Zaripova E.R., Gudkova I.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), aldemar.ardila@gmail.com,  
okvsemenova@mail.ru, vlaskina.anastasia@yandex.ru, zaripova\_er@rudn.university,  
gudkova\_ia@rudn.university*

***The session setup procedure between the sensor and the LTE base station via Random Access Channel was modelled.***

Key words: machine-type communications, random access channel, access success probability, collision probability, sensor.

## АНАЛИЗ СОТОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ NARROWBAND IOT<sup>1</sup>

Бегишев В.О.<sup>1</sup>, Молчанов Д.А.<sup>1,2</sup>, Самуйлов А.К.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup>Технологический университет г. Тампере (Финляндия),  
vobegishev@rudn.university, dmitrimolchanov@utu.fi, andrey.samuylov@utu.fi

*Стандартизация технологии NB-IoT была проведена консорциумом 3GPP в 2016 году в Release 13 (LTE Advanced Pro). Эксперты считают, что NB-IoT займет высокие позиции в рейтинге среди операторов, так как ее обслуживание и эксплуатация обойдется им дешевле по сравнению с сетями связи стандартов LTE и GSM. В работе предложена аналитическая модель для анализа основных показателей эффективности функционирования беспроводной сети LTE с поддержкой NB-IoT, а именно, вероятности потери сообщения и среднего значения времени задержки сообщения в системе.*

Ключевые слова: Интернет вещей, NB-IoT (Narrowband IoT), аналитическая модель, LPWAN (Low-Power Wide-Area Network), LTE.

### Введение

На сегодняшний день низкое энергопотребление является необходимым условием для 80% случаев использования LPWA, включая такие приложения, как «умные» счетчики, электроника, смарт-парковки. Следует отметить, что потенциал рынка IoT-решений, требующих низкоскоростного подключения дешевых датчиков малой мощности, намного больше рынка устройств, требующих высокоскоростных подключений и относительно высокого энергопотребления. Новая технология NB-IoT удачно протестирована на IoT-приложениях, и в середине 2016 года 3GPP (3rd Generation Partnership Project) выпустил новый международный стандарт мобильной связи для NB-IoT-устройств [1,2]. NB-IoT позволяет значительно увеличить эффективную дальность передачи небольших объемов данных для маломощных устройств и повысить их автономность работы от батареи до 10 и более лет в зависимости от сценария применения.

### Модель системы

Предположим, что зона обслуживания базовой станции имеет форму окружности с радиусом  $R$  с равномерно распределёнными в ней  $N$  устройствами. Интенсивность поступления заявки от одного устройства обозначим через  $\lambda_i$ . Тогда  $\lambda_i = \lambda_i \Delta$  - интенсивность поступления сообщений за время одного слота, где  $\Delta$  - длительность одного кадра LTE. Для передачи любого сообщения требуется один ресурсный блок NB-IoT [3].

Предполагается, что датчик, расположенный в зоне обслуживания, в случайный момент времени генерирует данные и, следуя стандартной процедуре случайного доступа, уведомляет базовую станцию о необходимости передачи данных. Планировщик сети принимает запрос и направляет его в очередь ожидания до того момента, пока не освободится канал для передачи данных. В это время, до непосредственной передачи данных, устройство переходит в режим ожидания. Введенная очередь предоставляет возможность контролировать максимальные задержки по передаче данных, т.к. сенсоры могут быть крайне чувствительны к задержкам, особенно когда необходимо передать важную информацию.

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051 и № 16-07-00766.

Также это позволяет контролировать расход энергии сенсором, который все время ожидания до начала передачи данных находится в режиме прослушивания канала [4].

Учитывая, что один датчик генерирует сообщения с интенсивностью  $\lambda_I$ , и количество сенсоров в зоне обслуживания достаточно велико, суммарный поток поступления сообщений от всех датчиков зоне обслуживания соты является пуассоновским с интенсивностью  $\lambda = N\lambda_I$ . Под NB-IoT выделяется  $K = 6 \times 12 = 72$  виртуальных каналов в одном слоте. Таким образом, в течении каждого слота обрабатывается до  $K$  сообщений. В итоге моделируется система массового обслуживания в дискретном времени с групповым поступлением и обслуживанием сообщений. Время обслуживания каждой заявки постоянно [5].

Обслуживаются заявки пачками из не более чем  $K$  штук в момент окончания слота. Состояние системы рассматривается в момент времени непосредственно после окончания обслуживания очередной пачки. При этом вновь пришедшие заявки не могут моментально поступить на обслуживание в слоте, в котором они пришли, а будут обслужены только в следующем, а в случае, если в систему поступает пачка из  $i$  сообщений и при этом в системе уже находится  $k$  сообщений, так, что  $k+i > L$ , в очередь принимаются только  $L-k$  сообщений, а оставшиеся теряются [4,5].

Для описанной системы анализируются распределение вероятностей потери  $i$  сообщений в системе. Рассмотрим случай потери ровно  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  сообщений в  $n$ -ый слот. Это происходит, когда одновременно в  $(n-1)$ -ом слоте есть ровно  $k$ ,  $k = 0, 1, \dots, L$  сообщений и число поступающих сообщений в  $n$ -ый слот равен  $L-k+i$ . Тогда вероятность потери сообщений примет вид:

$$P_L = \frac{\sum_{k=0}^B \sum_{i=1}^{\infty} x_{D,k} A_{L-k+i} \frac{i}{L-k+i}}{1 - e^{-\lambda A}}. \quad (1)$$

Рассмотрим событие, когда заявка находится в системе ровно один слот. Это соответствует нулевому времени ожидания. Такое событие может произойти, если заявок в системе меньше, чем  $K$ . При этих условиях среднее время задержки будет иметь вид:

$$\begin{aligned} f_W(i) = & \frac{1}{\xi_A} \left( \sum_{j=0}^{\min(K, L-(K(i-1)+1))} x_{D,j} \sum_{n=K(i-1)+1}^{\infty} \frac{\min(n+1-(K(i-1)+1), K, L-j)}{n} A_n + \right. \\ & + \sum_{j=K+1}^{\min(Ki, L-1)} x_{D,j} \sum_{n=Ki-j+1}^{\infty} \frac{\min(n+1-(Ki-j+1), K, L-j)}{n} A_n + \\ & \left. + \sum_{j=Ki+1}^{\min(K(i+1)-1, L-1)} x_{D,j} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\min(n, (K(i+1)-j), K, L-j)}{n} A_n \right) \quad (2) \end{aligned}$$

Вероятность потери пакета для сот радиусом 10 и 30 километров приведен на рис.1(а). Отметим, что NB-IoT может обеспечить надежную передачу данных (вероятность потери сообщений менее  $10^{-3}$ ) для 100 подключенных датчиков на квадратный километр. Средняя время задержки заявки в системе для сот радиуса 10 и 30 километров представлена на рис.1(б). Следует отметить, что задержка невяно влияет на энергоэффективность работы сенсора, определяя среднее время нахождения в режиме «готов к передаче».

### Выводы

В представленной работе, используя аппарат теории очередей в дискретном времени, построена модель обслуживания сообщений технологии NB-IoT. Для предложенной модели получены вероятностные характеристики обслуживания включая вероятность потери сообщения и среднее время обслуживания одного сообщения. Приведены численные результаты для сот радиуса 10 и 30 километров. Предложенная модель может

быть использована для определения максимального допустимого количества сенсоров в зоне покрытия одной соты при заданных параметрах качества обслуживания.

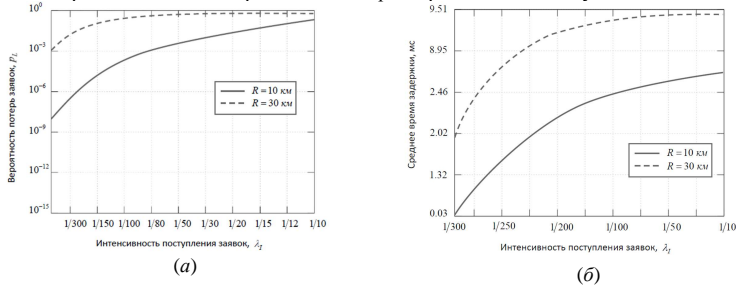


Рис. 1. Вероятностные характеристики обслуживания сообщений в NB-IoT

### Литература

- 3GPP, Cellular system support for ultra-low complexity and low throughput Internet of Things (CloT), 3GPP TR 45.820/r13 – 2015.
- 3GPP, Standardization of NB-IoT completed, [http://www.3gpp.org/news-events/3gpp-news/1785-nb\\_iot\\_complete](http://www.3gpp.org/news-events/3gpp-news/1785-nb_iot_complete) (дата обращения: 15.10.2016) – 2016.
- Cardone G., Corradi A., Foschini L, Ianniello R., *ParticipAct: A Large-Scale Crowdsensing Platform*. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing. – 2015. – Vol.4. – Pp.21–32.
- Guo B., Wang Z., Yu Z., Wang Y., Yen N.Y., Huang R., Zhou X. *Mobile Crowd Sensing and Computing: The Review of an Emerging Human-Powered Sensing Paradigm* // ACM Computing Surveys. – 2016. – Vol.48. – Pp.7:1–7:31.
- Moustafa H., Zhang Y. *Vehicular Networks: Techniques, Standards, and Applications* // Boston, MA, USA: Auerbach Publications, 1st ed. – 2009.

## ANALYSIS OF CELLULAR TECHNOLOGY OF THE INTERNET OF THINGS NARROWBAND IOT

Begishev V.O.<sup>1</sup>, Moltchanov D.A.<sup>1,2</sup>, Samuylov A.K.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University).

<sup>2</sup>Tampere University of Technology (Finland).

vobegishev@rudn.university, dmitri.moltchanov@tut.fi, andrey.samuylov@tut.fi

*In this paper we develop an analytical model for recently standardized NB-IoT technology. For the proposed model we derive the probability of message loss as well as the distribution and the mean value of the message delay in the system. We then proceed illustrating the numerical results for cells of different sizes. The proposed model can be used as a baseline for analysis of the NB-IoT technology deployments and its various improvements.*

Key words: Internet of Things, NB-IoT (Narrow Band IoT), Analytical model, LPWAN (Low-Power Wide-Area Network), LTE.

## ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ С ГРУППОВЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ДЛЯ АНАЛИЗА СХЕМЫ ДОСТУПА ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ К РЕСУРСАМ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

Бесчастный В.А.

Российский университет дружбы народов, vbeschastny@sci.pfu.edu.ru

*В работе проводится построение дискретной модели выделения ресурсов сети LTE для функционирования сети транспортных средств. Предложен метод аналитического расчета основных характеристик взаимодействия устройств в сети.*

Ключевые слова: LTE, V2V, дискретное моделирование.

### Введение

Внедрение технологий беспроводного взаимодействия транспортных средств (ТС) позволит использовать новые возможности в сферах социальной и экономической деятельности, которые, как ожидается, будут обеспечены благодаря применению интеллектуальных транспортных систем. К таким возможностям можно отнести обеспечение безопасности дорожного движения и более эффективное использование существующих дорожных сетей, достигаемые за счет организации информационного взаимодействия ТС между собой (V2V, англ. Vehicle-to-Vehicle), а также между ТС и элементами дорожной инфраструктуры (V2I, англ. Vehicle-to-Infrastructure). Приложения, обеспечивающие безопасность, основаны на широкополосной передаче коротких сообщений устройствам, находящимся в непосредственной близости от передатчика, для уменьшения количества происшествий. Такие приложения обладают специфичными характеристиками, такими как типы передаваемых данных, требования к передаче, объекты взаимодействия, зависимость от времени и их положения, что является серьезным вызовом для существующих технологий беспроводного доступа. Возрос интерес к технологии LTE (англ. Long Term Evolution), которая может использоваться в качестве технологии доступа для взаимодействия в сетях транспортных средств (СТС) [1].

### Описание физической модели

Рассмотрим соту сети LTE, которая представляет собой плоскость с расположенными на ней ТС. Для простоты рассмотрим только восходящие от устройств сигналы и будем полагать, что всем устройствам выделяется равное количество ресурсов в виде ресурсных блоков (RB, англ. Resource Block): один RB занимает один временной слот, равный 0,5 мс, и 180 кГц диапазона выделенных частот. Будем считать, что ширина выделенного спектра частот составляет 10 МГц. Тогда с учетом 20 кГц, используемых для разделения соседних

диапазонов частот, получим  $c = \frac{10 \cdot 10^6}{(180 + 20) \cdot 10^3} = 50$  RB, доступных в каждом временном

слоте.

Большинство приложений ИТС используют периодическую передачу данных с некоторым фиксированным интервалом времени  $\tau$ . В случае, если пакет данных размером  $s$  бит не передан на eNodeB в течение  $\tau$ , пакет считается неактуальным и сбрасывается из системы. Таким образом, время на передачу не может составлять больше,

чем  $\frac{\tau}{\Delta}$  слотов, где  $\Delta$  – длительность одного слота. Для упрощения системы далее будем

полагать, что для передачи одного пакета данных достаточно выделить один RB.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-00421 мол. а.

**Построение математической модели**

Исследуемую систему будем рассматривать в виде СМО с групповым обслуживанием заявок в дискретном времени. Система состоит из  $c$  приборов и очереди, длиной  $r = c(\tau - 1)$  мест. Будем считать, что количество заявок  $a_n$ , поступающих в  $n$ -слоте, распределено по пуассоновскому закону с интенсивностью  $\lambda$ . Дисциплина обслуживания заявок в системе – FSFC. В случае, если вновь пришедшая заявка не находит свободных мест в очереди, заявка теряется. Состояние системы  $\xi_n$  в  $n$ -слоте описывается общим числом заявок в системе. Рассмотрим два варианта выбора момента наблюдения за системой: оптимистический и пессимистический. В оптимистическом варианте предполагается, что обслуживание заявок завершается непосредственно перед окончанием слота, а поступление заявок в систему происходит сразу после начала нового слота, т.е. в момент минимальной загрузки системы. В пессимистическом же варианте, наоборот, поступление заявок в систему происходит непосредственно перед окончанием слотов, а обслуживание заявок завершается сразу после начала слотов [2]. В этом случае поступившие заявки застают систему максимально загруженной.

При оптимистическом варианте справедливо равенство  $\xi_n = \min(a_n + (\xi_{n-1} - c)^+, c + r)$ , а при пессимистическом -  $\xi_n = \min(a_n + \xi_{n-1}, c + r) - \min(\xi_{n-1}, c)$ . Матрицы переходных вероятностей цепей Маркова  $\xi_n$  для рассматриваемых вариантов  $P_{\text{опт}}$  и  $P_{\text{пес}}$  имеют следующий вид:

$$P_{\text{опт}} = \begin{cases} a_j, i = \overline{0, c-1}, j = \overline{0, c+r+1}, \\ \sum_{k=c+r}^{\infty} a_k, i = \overline{0, c-1}, j = c+r, \\ a_j, i = c, c+r, j = \overline{i-c, c+r-1}, \\ \sum_{k=2c+r-i}^{\infty} a_k, i = c+1, c+r, j = c+r, \\ 0, i = c+1, c+r, j = \overline{0, i-c-1}, \end{cases} \quad P_{\text{пес}} = \begin{cases} a_j, i = \overline{0, c+1}, j = \overline{0, c+r-1-i}, \\ \sum_{k=c+r-i}^{\infty} a_k, i = \overline{0, c+1}, j = c+r-i, \\ a_j, i = c+1, c+r, j = \overline{i-c, r-1}, \\ \sum_{k=c+r-i}^{\infty} a_k, i = \overline{c+1, c+r}, j = r, \\ 0, i = \overline{1, c+r}, j = \overline{\max(c+r-i, r+1), c+r}, \\ 0, i = c+1, c+r, j = \overline{0, i-c-1}. \end{cases} \quad (1)$$

В работе исследуются две основные характеристики системы: вероятность потери заявки и среднее время ожидания начала обслуживания. Решив системы уравнений  $P_{\text{опт}} = P_{\text{опт}} \cdot P_{\text{опт}}$  и  $P_{\text{пес}} = P_{\text{пес}} \cdot P_{\text{пес}}$  мы получим стационарные распределения вероятностей количества заявок в системе. Эти распределения позволяют получить оценки для исследуемых характеристик. Вероятность потери заявки рассчитывается как отношение среднего числа заблокированных заявок к среднему числу поступивших. Вероятности потерь заявок для оптимистического и пессимистического вариантов рассчитываются по (2) и (3) соответственно.

$$B_{\text{опт}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{\infty} k a_k} \left( \sum_{i=0}^{c-1} \sum_{j=c+r+1}^{\infty} p_i a_j (j - c - r) + \sum_{i=c}^{c+r} \sum_{j=2c+r+1-i}^{\infty} p_i a_j (i + j - 2c - r) \right). \quad (2)$$

$$B_{\text{пес}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{\infty} ka_k} \left( \sum_{i=0}^{c+r} \sum_{j=c+r+1-i}^{\infty} p_i a_j (i+j-c-r) \right). \quad (3)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания вычисляется как  $\bar{W}_{\text{опт}} = \Delta \left( \sum_{i=c+1}^{c+r} \left[ \frac{i}{c} - 1 \right] p_i \right)$  и  $\bar{W}_{\text{пес}} = \Delta \left( \sum_{i=c+1}^{c+r} \left[ \frac{i}{c} \right] p_i \right)$ , где  $p_i$  – элементы соответствующих векторов  $\mathbf{p}_{\text{опт}}$  и  $\mathbf{p}_{\text{пес}}$ .

На рис. 1 показаны оценки вероятности потерь (1.а) и среднего времени ожидания начала обслуживания заявок в системе (1.б). Расчет произведен для следующих исходных значений:  $c = 50$  RB,  $\tau = 100$  мс,  $r = 4950$ ,  $\Delta = 1$  мс,  $\lambda = 45,65$  пакетов/слот.

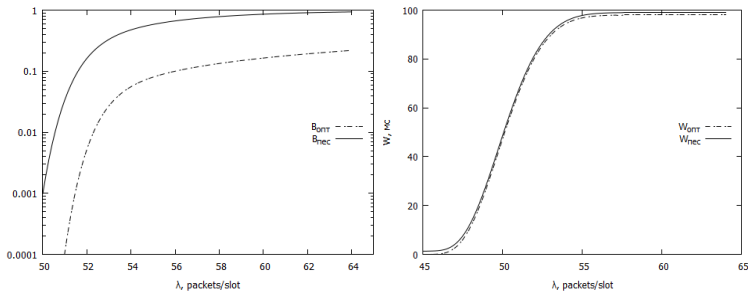


Рис. 1. Вероятности потерь (а) и среднее время ожидания начала обслуживания заявок в системе (б)

### Выводы

В работе построена и исследована математическая модель сети транспортных средств с использованием LTE в качестве технологии доступа. Для модели проведен численный эксперимент и приведены результаты расчета основных характеристик системы.

### Литература

1. *Giuseppe Araniti, Claudia Campolo, Massimo Condoluci, A. Iera, and A. Molinaro. LTE for Vehicular Networking: A Survey // IEEE Com. Magazine. – May 2013, pp.148-157.*
2. *Atahuru Sule Alfa. Queueing Theory for Telecommunications. Discrete Time Modelling of a Single Node System // Springer Science Business Media. – 2010, 248p.*

## DISCRETE TIME BULK SERVICE QUEUE FOR ANALYZING ADMISSION CONTROL IN VEHICLE-TO-VEHICLE NETWORK

*Beschastnyi V.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), vbeschastny@sci.pfu.edu.ru*

*A model of V2V networking over LTE cell in discrete time was analyzed. A method for analytical modelling of V2V communications network was proposed.*

Key words: LTE, V2V, discrete time modelling.

## ОБ АЛГОРИТМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ И ПРЯМОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

Власкина А.С.<sup>1</sup>, Семенова О.В.<sup>1</sup>, Гудкова И.А.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,  
vlasкина.anastasia@yandex.ru, okvsemenova@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university

*В данной работе исследуется алгоритм действий базовой станции при трансляции видеофайла, основные шаги которого заключаются в выборе передатчиков из всего множества устройств, формировании кластеров и распределении ресурсов.*

Ключевые слова: мультимедиа, D2D соединение.

Рассматривается сота беспроводной сети с устройствами (user equipment, UE). Для эффективного использования имеющихся ресурсов и передачи файла при различном качестве каналов, выделяется группа мультимедиа (multicast group, MG). Устройства, принадлежащие к одной группе многоадресной рассылки, группируются вокруг одного или нескольких передатчиков, использующих D2D (device-to-device) соединение, FD (forwarding devices). Пусть  $K = \{1, 2, \dots, k\}$  множество устройств,  $C = 1, \dots, 15$  число уровней качества канала (channel quality indicator, CQI). Обозначим  $c_k$  уровень качества  $k$ -го устройства,  $k \in K$  (от базовой станции до устройства),  $c_{k,j}$  уровень качества для каждого D2D соединения между устройствами  $k, j \in K, k \neq j$ . Эти значения заносятся в представленную в табл.1 матрицу показателей качества каналов между устройствами DCM (D2D CQI matrix). Выделим подмножество устройств  $R_m$ ,  $m = \{1, 2, \dots, C\}$ , которые могут выступать в качестве передатчиков FDs для заданного уровня  $m$  и подмножество устройств  $D_{m,r}$ , относящихся к определенному передатчику FD,  $r \in R_m$ , т.е. те устройства (приемники), которые могут принимать информацию от передатчика  $r$  для заданного уровня  $m$ . Определим множество устройств  $K_m^{dl}$ , которые могут правильно декодировать данные, если обслуживаются базовой станцией. Такими устройствами являются те, которые имеют значение CQI больше или равно заданному значению  $m$ . Количество ресурсных блоков, выделенных для передатчиков  $r$  на заданном уровне  $m$  обозначается  $N_{m,r}^{ul}$ , а для eNodeB –  $N_m^{ul}$ . При этом уровень MCS, используемый при D2D соединении каждым FD (наименьшее значение CQI для каждого набора приемников для заданного уровня  $m$ ) обозначается  $l_{m,r}$ . Произведя все расчеты, выбирается оптимальное значение уровня CQI, при котором скорость передачи данных максимальна  $m^*$ .

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол\_а\_мос, РФФИ в рамках научного проекта № 17-07-00845 а, Минобрнауки России (СП-2987.2016.5).



Таблица 1. Матрица D2D CQI

Потенциальные FDs \ Другие узлы	узел 1	узел 2	узел 3	...	узел $j$
	узел 4	$c_{4,1}$	$c_{4,2}$	$c_{4,3}$	...
узел 5	$c_{5,1}$	$c_{5,2}$	$c_{5,3}$	...	$c_{5,j}$
...	...	...	...	...	...
узел $k$	$c_{k,1}$	$c_{k,2}$	$c_{k,3}$	...	$c_{k,j}$

При запуске доставки используется следующий алгоритм действий базовой станции:

1. Регистрация услуги: eNodeB посылает сигнал мультитрещания внутри соты. Все заинтересованные UEs присоединяются к этой услуге, чтобы сформировать единую MG.

2. Сбор данных CQI: eNodeB собирает CQI обратной связи от всех UE, принадлежащих к MG, т.е.  $c_k \forall k \in K$ .

3. Сбор данных D2D CQI: eNodeB собирает значения  $c_{k,j}$  всех UEs,  $k, j \in K, k \neq j$ , принадлежащих к MG. Эта информация будет использоваться для обнаружения UE, потенциально достижимых через D2D соединение выбранными FDs в MG.

4. Выбор FD и образование кластера:  $\tilde{C} \subseteq \{1, 2, \dots, C\}$  – множество уровней CQI в нисходящей линии связи для UEs в MG. Для каждого  $m \in \tilde{C}$  eNodeB определяет: (а) множество UEs, которые могут правильно декодировать данные, т.е.  $K_m^{dl} = \{k \in K \mid c_k \geq m\}$ ; (б) подмножество обслуживаемых UEs  $R_m \subseteq K_m^{dl}$ , которые могут выступать в качестве FDs; (в) остальные UEs, которые не обслуживаются eNodeB, но могут обслуживаться через FD посредством D2D соединения. Для этой цели eNodeB вычисляет матрицу D2D CQI (DCM), основанную на значениях  $c_{k,j}$  (где  $k \in K_m^{dl}$  и  $j \in K \setminus K_m^{dl}$ ) для всех связей между потенциальными FDs (строки матрицы) и остальными узлами (столбцы DCM). При  $c_{k,j} = 0$  D2D связь не может быть активирована между узлами  $k$  и  $j$ . Затем, в соответствии со значениями в DCM, eNodeB выбирает подмножества UEs  $D_{m,r} \in K \setminus K_m^{dl}$ , которыми будет установлено соединение с каждым включенным FD  $r \in R_m$ . Предполагается, что все узлы, принадлежащие  $K_m^{dl}$  могут быть FD.

5. Конфигурации D2D соединения: Для каждого уровня CQI  $m \in \tilde{C}$ , вычисленного для передачи по нисходящей линии связи, eNodeB определяет ресурс  $N_{m,r}^{ul}$  и уровень MCS  $l_{m,r}$ , который будет использоваться при D2D соединении для каждого FD  $r \in R_m$ . D2D соединения могут быть одноадресными или многоадресными. Консервативный подход принят в многоадресном случае; таким образом, FD обслуживает все UEs в D2D кластере однократной передачей, используя MCS, которая соответствует худшему значению CQI в DCM, т.е.  $l_{m,r} = \min_{k \in D_{m,r}} \{c_{r,k}\}$  для FD  $r$ .

6. Активация услуги мультивещания и распределение ресурсов: eNodeB выбирает решение для активации, которое обеспечивает максимальную скорость передачи данных системы в соответствии с ограничением (все UEs в MG обслуживаются либо посредством прямой сотовой связи или через D2D соединение). В частности, после выбора уровня  $m^*$  для активации по нисходящей линии связи и расчёта соответствующих значений  $K_m^{dl}$ ,  $R_m^*$ ,  $D_{m^*,r}$ ,  $N_{m^*,r}^{ul}$  и  $l_{m^*,r}$  eNodeB распределяет имеющиеся ресурсы.

Таким образом, одним из возможных вариантов оптимизации является уменьшение суммарного времени передачи видео всем устройствам, находящимся в соте, т.е.

$$V^* = \min_{m \in \{1, 2, \dots, C\}} \left\{ V_m = \frac{S}{b_d \cdot N_m^{ul}} + \frac{S}{b_u \cdot N_{m,r}^{ul}} \right\}, \text{ где } V_m - \text{суммарное время передачи данных для}$$

уровня  $m$ ,  $b_d$  – (min. rate cellular) диапазон для передачи сигнала от базовой станции к передатчикам (uplink) на определенном уровне качества CQI,  $b_u$  – (min. rate D2D) диапазон для передачи сигнала от передатчика к устройствам через D2D соединение на определенном уровне качества CQI.

### Литература

1. *Militano L., Condoluci M., Araniti G., Molinaro A., Iera A., and Muntean Gabriel-Miro* – «Single Frequency-Based Device-to-Device-Enhanced Video Delivery for Evolved Multimedia Broadcast and Multicast Services»
2. *Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Ostrikova D.Y.* Modelling and performance analysis of multicast file repair in 3GPP LTE networks // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – Vol. 9247. – P. 383–392.
3. *Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Markova E.V.* Modelling and performance analysis of pre-emption based radio admission control scheme for video conferencing over LTE // Proc. of the 6th International Conference ITU Kaleidoscope: Living in a converged world - impossible without standards? K-LCW-2014 (June 3–5, 2014, St. Petersburg, Russia). – Switzerland, Geneva, ITU. – 2014. – P. 53–59.

## ON USING MULTICAST AND DEVICE-TO-DEVICE CONNECTIONS FOR TRANSMITTING DATA IN WIRELESS NETWORK

*Vlaskina A.S.<sup>1</sup>, Semenova O.V.<sup>1</sup>, Gudkova I.A.<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>2</sup> Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

*vlaskina.anastasia@yandex.ru, okvsemenova@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university*

*This article describes the algorithm of the the base station actions during transmission video, the basic steps which are: the selection of the transmitters from plurality of devices, the formation of clusters and the allocation of resources*

Key words: multicast, D2D connection

## ПРИМЕНЕНИЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В СЕТЯХ MANET

*Волков А.С., Бахтин А.А., Миронов А.В., Солодков А.В., Кульпина Ю.А.*  
Национальный исследовательский университет «МИЭТ», bo4x@mail.ru, leshvol@mail.ru,  
solodkov\_av@mail.ru

*Рассмотрены основные проблемы в сетях MANET. Предложена организация сетей MANET с применением широкополосных сигналов. Представлена методика и выполнен расчет числа узлов сети MANET с асинхронной передачей данных при воздействии импульсных помех.*

Ключевые слова: MANET, беспроводная сеть, ШПС, базовая станция.

### Введение

Из-за многоцелевого использования MANET-сетей, предполагающих самоорганизацию и хаотичное перемещение узлов, отсутствует универсальный алгоритм маршрутизации и в зависимости от характера траектории, скорости и других параметров перемещающихся узлов, необходимо использовать разные модели и алгоритмы построения маршрута, что усложнено отсутствием базовых станций (БС) [1, 2].

Существуют ситуации, когда узел-получатель не доступен, а в сети идет процесс поиска данного узла. Или наблюдаются ситуации, когда часть сети становится недостижимой из-за потери связующего узла. В данных случаях возникает проблема определения окончания процесса поиска разыскиваемого узла в связи с его абсолютной физической недоступностью. Проблема мобильности сетевых узлов связана с возможностью пространственной реконфигурации сети: в случае смены положения сетевых узлов, происходит разрушение предыдущих маршрутов, что приводит к необходимости полной перестройки сети или разработке алгоритмов машинного обучения.

Понятие «безопасность» является обширным и достигается как скрытностью и незаметностью передачи данных на фоне шумовых помех, так и за счет частоты обмена служебными и пользовательскими пакетами. Безопасность зависит от физического уровня с асинхронной передачей данных, а значит зависит от места расположения сети, от мощности приемо-передатчиков и занятости эфира, передаваемой сетевой информации.

Важной проблемой сети MANET является выбор и разработка алгоритмов доступа к среде и, как следствие, оптимальное число узлов в сети. Все эти факторы в результате накладывают ограничения на организацию сети MANET.

### Основные проблемы в сетях MANET

Разрешение проблемы доступа к среде передачи и определение оптимального количества узлов возможно за счет применением широкополосных сигналов в сетях MANET. Однако основной проблемой использования широкополосных сигналов в сетях MANET с асинхронной передачей данных является проблема ближний-дальний. Так, при расстоянии до передатчика полезной информации 4 км, а до ближайшего мешающего 20 м при равных излучаемых мощностях отношение сигнал/помеха в точке приема будет превышать 100 дБ. Наиболее простой способ уменьшить это влияние - использование сигналов с максимально допустимой аппаратным обеспечением базой сигнала. Однако реализация приема таких сигналов сопряжена с значительными аппаратными трудностями, так, аналоговые согласованные фильтры для такой длины сигнала не производятся. Таким образом, прием возможен только с помощью активных корректоров, что определяет высокие требования к точности синхронизации [3].

Режим пакетной передачи, кроме того, осложнен необходимостью восстановления синхронизации на приемнике, что обычно выполняется с помощью служебных каналов

со стороны базовой станции. Без БС наиболее сложным, но при этом наиболее удачным методом может считаться синхронизация по преамбуле в каждом пакете. Для уменьшения влияния можно предложить схему выделения пиков откликов устройств корреляции и поддержания тактовой сетки на основе заранее известного расстояния между этими пиками. Это позволяет не проводить процедуры синхронизации по фазе сигнала по ходу приема пакета, что устраняет воздействие преднамеренных помех, прежде всего импульсных. Длительность пакета при такой схеме будет определяться общей нестабильностью тактовых генераторов узлов сети [4].

Еще один способ ослабить влияние эффекта ближний-дальний – применить ограничитель по мощности, уменьшающий входной сигнал до проведения процедуры свертки с опорной ШПС.

Организация связи может также несколько уменьшить этот эффект, поскольку при использовании очень коротких пакетов, при передаче занимающих всю полосу сигнала, вероятность одновременной работы нескольких абонентов и возникновения неблагоприятной ситуации в точки приема уменьшается.

Наконец, использование информации от систем позиционирования, в том числе и спутниковых, позволяет применить адаптивный прием и упростить оптимальный многопользовательский приемник, если известно число и взаимное расположение иных работающих узлов сети MANET. Такой подход остается алгоритмически и аппаратно сложным, но позволяет полностью устранить этот эффект [3].

Отдельная задача, стоящая перед приемником – сама процедура детектирования частей сложного сигнала - чипов - в условиях низкого отношения сигнал/шум. Так, при базе сигнала  $2^{10}$  минимальное теоретическое отношение может достигать значения -20 дБ. Среди возможных аппаратных решений, позволяющих работать с указанным отношением, можно выделить использование аналоговой схемы предварительного накопления, а также последетекторное интегрирование [5].

### Аналитический расчет числа узлов в сети MANET

Наиболее неблагоприятной для сетей MANET с асинхронной передачей данных является короткая по времени импульсная помеха. В системе с кодированием с расширенным спектром и с перемежением, с двоичной ФМ, при воздействии импульсной помехой и декодированием мягких решений требуемое отношение  $(E_{bit}/J_0)_{треб.}$  определяется выражением, приведенным ниже [3].

Согласно формуле (1) отношение сигнал/шум в непрерывном канале с АБГШ и взаимными помехами узлов  $E_b/N_0$ , дБ:

$$\frac{1}{\alpha \cdot r_c} \cdot \ln \left( \frac{\alpha}{2^{1-r_0} - 1} \right), \alpha = 1, \quad (1)$$

и формуле (2) максимально допустимое число одновременно работающих узлов в сети MANET с асинхронной передачей данных  $N_{узл}$ :

$$N_{узл} \leq \frac{W}{R_c} \cdot \frac{1}{E_b/N_0} \cdot \frac{1}{d} \cdot F \cdot g, \quad (2)$$

$d = 0,4$  – коэффициент активности речи (данных);

$F = 1,0$  – коэффициент эффективности повторного использования несущей частоты;

$g = 1$  – коэффициент за счёт секторизации пространства излучения и приёма антенн.

$$N_{узл} \leq \frac{W}{R_c} \cdot \frac{1}{E_b/N_0} \cdot \frac{1}{d} \cdot F \cdot g \leq \frac{F \cdot g}{d \cdot \ln \left( \frac{1}{2^{1-r_0} - 1} \right)}, \alpha = 1. \quad (3)$$

Таким образом,  $N_{узл}$  зависит от параметра  $r_0$  канала и не зависит от нагрузки. Тем не менее, известна формула, связывающая качество приема  $\bar{Q}_{ош}$ , выигрыш обработки  $b_p = W/R$  и число узлов:

$$Q_{ош} \leq (M - 1) \cdot \left( 1 - \Phi_c \cdot \sqrt{\frac{W/R}{N_{узл} - 1} \cdot 2r \cdot d_x} \right), \quad (4)$$

где  $\Phi(x)$  – интеграл вероятности Гаусса.

Если качество приема  $\bar{Q}_{ош} = 10^{-6}$ ,  $M - 1 = D = 32767$ , полоса частот  $W = 24,9 \cdot 10^6$  Гц,  $R = 2,4 \cdot 10^3$  бит/с,  $r = 3/D$ ,  $d_x = (D+1)/2$ , то количество каналов связи возможно вычислить:

$$N_{узл} = N_{узл} \cdot \frac{1}{d} \cdot F \cdot g = 4528. \quad (5)$$

Таким образом, система может обеспечить одновременную работу достаточно большого количества узлов за счет применения широкополосных сигналов в сетях MANET.

### Выводы

В данной работе был проведен анализ проблем беспроводных сетей связи MANET. Определено количество узлов, равное 4528 при качестве приема  $\bar{Q}_{ош} = 10^{-6}$ ,  $M - 1 = D = 32767$ , полоса частот  $W = 24,9 \cdot 10^6$  Гц,  $R = 2,4 \cdot 10^3$  бит/с,  $r = 3/D$ ,  $d_x = (D+1)/2$ . Данные значения количества узлов достигнуты за счет применением широкополосных сигналов в сетях MANET с асинхронной передачей данных.

### Литература

1. Тимошенко А.Г., Бахтин А.А., Теляков И.М., Моленкамп К.М., Волков А.С. Ориентирование группы мобильных роботов // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием, Москва, РУДН. – 18-22 апреля 2016 г. – С. 119-121.
2. Bakhtin A., Semenova A., Omelyanchuk E., Teplyakov I. On possibilities of capacity increasing of high speed radio downlink. // 2014 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops – 2014. – Pp. 184-189.
3. Verdu S. Multiuser detection. // Cambridge university press. – 1998.
4. Романов С.В. Прозоров Д.Е. Множественный доступ с псевдослучайным разделением времени в MANET-сетях с кластеризацией узлов // Телекоммуникации. – 2014. – № 3. – С. 14-17.
5. Simon M.K., Omura J.K., Scholtz R.A., Levitt B.K. Spread Spectrum Communications Handbook, Electronic Edition. – McGraw – Hill, Inc. – 2002 – 1230 p.

## BROADBAND SIGNALS IN MANET

Volkov A.S., Bakhtin A.A., Mironov A.V., Solodkov A.V., Kulpina U.A.

MIET, National Research University of Electronic Technology, bo4x@mail.ru, leshvol@mail.ru, solodkov\_aw@mail.ru

*In paper considered the main problems of MANET. Proposed organization of the MANET using a broadband signal. Proposed the method and calculation of number of nodes of the MANET with asynchronous data transmission in the case of impulse noise.*

Keywords: MANET, wireless network, PN signals, base station.

## АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В СЕТЯХ БЕСПРОВОДНОЙ СВЯЗИ<sup>1</sup>

Гайдамака Ю.В., Жданков А.Н.

*Российский университет дружбы народов, gaydamaka\_yuv@rudn.university, a.zhankov@inbox.ru*

**Рассмотрена модель взаимодействия семи пар устройств, расположенных в центральном и 6 примыкающих к нему круглых кластерах.**

Ключевые слова: прямое взаимодействие устройств, качество беспроводного канала, отношение сигнал/интерференция, моделирование, метод Монте-Карло, SIR, D2D.

### Введение

Одним из ключевых показателей эффективности передачи данных в беспроводных сетях является отношение сигнал/интерференция (*SIR* – Signal to interference ratio) в радиоканале между приемником и передатчиком, которое измеряется на приемнике и показывает соотношение между мощностью «полезного» сигнала от «своего» передатчика и суммарной мощностью интерферирующих сигналов от «чужих» передатчиков, работающих на той же или близких радиочастотах. В [1-3] для расчета отношения сигнал/интерференция используются формулы

$$SIR = \frac{S(R)}{\sum_{n=1}^N I(D_n)}, \quad (1)$$

$$S(R) = g * R^{-\alpha}, \quad (2)$$

$$I(D_n) = g * D_n^{-\beta}, \quad (3)$$

где  $S(R)$  и  $I(D_n)$  – мощности «полезного» сигнала и сигнала от  $n$ -интерферирующего передатчика,  $R$  и  $D_n$  – расстояния от приемника до «своего» передатчика и до  $n$ -интерферирующего передатчика,  $N$  – число интерферирующих передатчиков,  $g$  – базовая мощность сигнала, которая принята одинаковой для всех передатчиков,  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты потерь, принимающие значения от 2 в условиях прямой видимости до 6 в худшем случае.

В [1] и [2] построена базовая модель для расчета отношения сигнал/интерференция для устройств, расположенных в кластерах круглой формы (рис.1). Рис. 1а соответствует случаю взаимодействия двух пар «приемник-передатчик», т.е. случай интерференции от одного передатчика [1,2], а рис. 1б – семи пар «приемник-передатчик», т.е. случай интерференции от шести передатчиков, расположенных в круглых кластерах, смежных с центральным ( $N=6$ ) [3]. Из (2) и (3) видно, что мощности сигналов являются функциями от расстояния между приемником и передатчиками. Заметим, что в [2] задача решена аналитически для заданного распределения случайных расстояния  $R$  от «своего» передатчика до приемника и расстояния  $U$  от «своего» передатчика до интерферирующего передатчика. В данной работе на основании результатов [1-3] разработан алгоритм моделирования расположения устройств и вычисления отношения *SIR*, а также приведены результаты численного эксперимента для модели с шестью интерферирующими передатчиками (рис. 1б) с использованием моделирования методом Монте-Карло.

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.а03.21.0008) и при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051 и 17-07-00845.

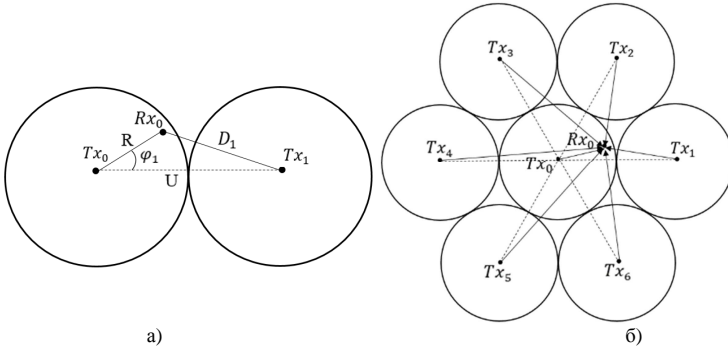


Рис. 1. Расположение взаимодействующих устройств: а) для двух пар «приемник-передатчик» б) для нескольких пар «приемник-передатчик»

**Алгоритм моделирования расположения устройств**

Исходными данными при моделировании является значение  $r$  радиуса кластера и число интерферирующих передатчиков  $N=6$ , значения коэффициентов потерь  $\alpha = \beta = 2$ .

Шаг 1. Разыграть случайные величины  $R \sim Random[0.08, r]$  и  $\varphi \sim Random[0, \frac{\pi}{3}]$ .

Шаг 2. По теореме косинусов найти расстояние  $D_n, n = 1, 2, \dots, 6$ :

$$D_n = \sqrt{R^2 + 4r^2 - 4R * r * \cos(\frac{\pi}{3} * (n - 1) - \varphi)}. \tag{4}$$

Шаг 3. По формулам (1)-(3) найти значения отношения  $SIR$ .

В данном алгоритме случайная величина  $R$  разыгрывается в интервале  $[0.08r, r]$ . Такое начальное значение интервала обусловлено тем, что при  $R < 0.08$  величина  $SIR$  принимает значения больше 20 дБ, что характеризует качество связи, как отличное. Для проведения численного эксперимента было разработано программное средство на скриптовом языке R. Число реализаций в эксперименте составило  $5.2 * 10^3$ . Значение отношения  $SIR$ , полученное на каждой реализации, экспортировано в электронные таблицы Excel, где встроенными средствами построена гистограмма.

На рис. 2 представлена гистограмма величины  $SIR$ , где  $K$  – количество значений  $SIR$ , попавших в данный интервал.

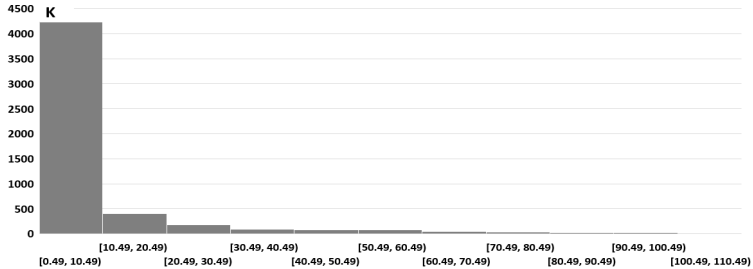


Рис. 2. Гистограмма значений величины  $SIR$

На рис. 3 представлена функция распределения случайной величины  $SIR$ .

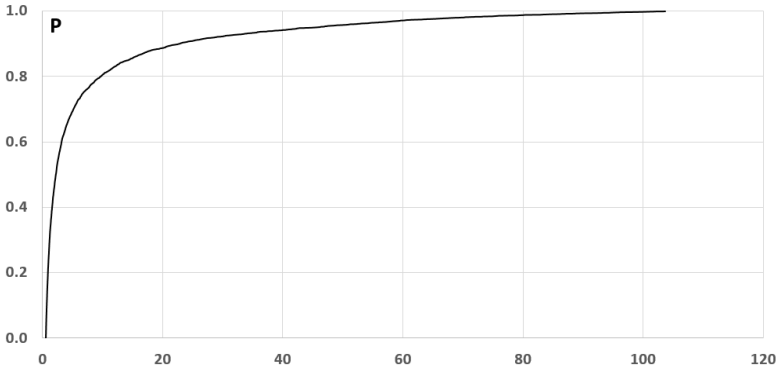


Рис. 3. Функция распределения случайной величины *SIR*

### Выводы

Задачей дальнейших исследований станет разработка программного средства для анализа интерференции в случае нескольких пар произвольно расположенных взаимодействующих устройств. С помощью такой модели можно провести анализ зависимости значения величины *SIR* от количества интерферирующих передатчиков.

### Литература

1. Гайдмака Ю.В., Самуйлов А.К. Метод расчёта характеристик интерференции двух взаимодействующих устройств в беспроводной гетерогенной сети // Информатика и ее применения. – 2015. – Т. 9. – Вып. 1. – С. 9-14.
2. Samuylov A., Molchanov D., Gaidamaka Yu., Andreev S., Koucheryavy Y. Random Triangle: A Baseline Model for Interference Analysis in Heterogeneous Networks // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2015. – Vol.65. – Issue 8. – Pp. 6778-6782.
3. Eteзов Sh., Gaidamaka Yu., Samuylov K., Molchanov D., Samuylov A., Andreev S. On Distribution of *SIR* in Dense D2D Deployments // 22<sup>nd</sup> European Wireless conference (EW'2016), Oulu, Finland. – May 18-20, 2016. – Pp. 333-337.

## ALGORITHM FOR SIMULATION OF DEVICES LOCATION TO ESTIMATE INTERFERENCE IN WIRELESS COMMUNICATION NETWORKS

Gaidamaka Yu., Zhdankov A.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), gaidamaka\_yuv@rudn.university, a.zhdankov@inbox.ru

*The model of seven “transmitter-receiver” couples of devices for SIR estimation in D2D communications is considered.*

Key words: device-to-device communications, D2D, wireless channel quality, signal to interference ratio, *SIR*, Monte-Carlo modeling.



## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ БЛОКИРОВКИ ЗАЯВОК НА УЗЛАХ ПАССИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

Гайдамака Ю.В., Русина Н.В., Фомченко Т.Д., Цветкова О.О.

Российский университет дружбы народов, *gaydamaka\_yuv@rudn.university*,  
*rusina\_nv@rudn.university*, *fomchenkotat@gmail.com*, *oksana.tsveikova.1995@mail.ru*

*Модифицирован алгоритм расчета вероятности блокировки заявок из-за ограниченной емкости буферного накопителя.*

Ключевые слова: пассивная оптическая сеть, буферный накопитель, вероятность блокировки.

### Введение

В современном мире неотъемлемой частью жизни человека является Интернет. Это привело к увеличению разнообразия услуг, предоставляемых операторами сетей. Одним из предложений является подключение к сети Интернет посредством PON (Passive Optical Network, пассивная оптическая сеть). Технология PON является быстро развивающейся и наиболее перспективной технологией широкополосного мультисервисного множественного доступа по оптическому волокну. PON использует в своей структуре только пассивные оптические компоненты.

Все активное оборудование в PON расположено на концах линий связи: OLT (Optical Line Termination) на узле связи и ONU (Optical Network Unit или Optical Network Termination, ONT) в абонентской области. Между активным оборудованием располагаются пассивные компоненты. OLT обеспечивает взаимодействие сети PON с внешними сетями, а ONU имеют необходимые интерфейсы взаимодействия с абонентской стороны.

Очевидным преимуществом PON является сниженная стоимость системы доступа, отсутствие большого объема сетевого управления, высокая дальность передачи и отсутствие необходимости в последующей модернизации распределительной сети. На сегодняшний день PON активно набирают популярность среди абонентов и операторов сетей, так как это выгодно с точки зрения обеих сторон. Например, ПАО «Ростелеком» предлагает своим абонентам подключение по технологии GPON, которая увеличит пропускную способность и скорость сети до 1 Гбит/сек, что намного выше, чем при подключении ADSL со скоростью до 8 Мбит/сек. В то время как стоимость подключения отличаются не значительно.

В работе рассматривается процесс передачи восходящего (от ONU к OLT) потока трафика по оптоволокну в WDM-TDMA PON [1] с динамическим распределением длин волн, в которой ONU использует перенастраиваемый лазер и может осуществлять передачу данных к OLT в выделенном диапазоне. Эта технология объединяет в себе два способа передачи трафика по оптоволокну: Time Division Multiple Access (TDMA, множественный доступ с разделением по времени) и Wavelength Division Multiplexing (WDM, мультиплексирование с разделением по длинам волн, [2]), что позволяет увеличить емкость всей системы и обеспечить необходимый уровень качества обслуживания (Quality of Service, QoS).

### Описание математической модели

Рассмотрим систему, содержащую  $L$  абонентских узлов, в которой выделено  $W \leq L$  длин волн. Каждый  $ONU_i$  имеет буферный накопитель (БН) емкостью  $0 < R_i < \infty$ ,  $i = \overline{1, L}$ , условных единиц. Данная система обслуживает  $K$  типов заявок.

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.а03.21.0008) и при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03051.

Потоки поступления  $k$ -заявок на  $ONU_l$  пуассоновские с постоянными интенсивностями  $\lambda_{l,k}$ ,  $0 < \lambda_{l,k} < \infty$ ,  $l = \overline{1, L}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , и независимы в совокупности для каждого  $ONU_l$ . Каждая  $k$ -заявка на время обслуживания занимает  $b_k$  условных единиц в БН  $ONU_l$  и освобождает их с завершением обслуживания. Так же освобождается и длина волны. Время обслуживания  $k$ -заявки в  $ONU_l$  имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью  $\mu_k$  [3].

Если в момент поступления  $k$ -заявки в  $ONU_l$  занято более чем  $R_l - b_k$  свободных мест в БН, то  $k$ -заявка блокируется, не влияя на интенсивность поступления пуассоновского потока.

Учитывая особенность функционирования OLT, на котором все длины волн могут быть заняты во временном домене, выделенном  $ONU_l$  для передачи данных, интенсивность обслуживания  $k$ -заявки примет вид:

$$\alpha_l \cdot \mu_k, \quad l = \overline{1, L}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (1)$$

где  $\alpha_l$  - вероятность отсутствия блокировки передачи данных на  $ONU_l$ .

### Алгоритм расчета вероятности блокировки

Для вычисления нормирующей константы вероятности блокировки  $k$ -заявок из-за ограниченной емкости БН в  $ONU_l$  используется сверточный алгоритм типа алгоритма Бузена [4, 5].

$$G = \prod_{l=1}^L \sum_{r=0}^{R_l} g_l(K, r) \quad (2)$$

$$g_l(K, r) = \begin{cases} 0, & k = 0, \quad r = \overline{1, R_l}, \\ 0, & k = \overline{0, K}, \quad r < 0, \\ 1, & k = \overline{0, K}, \quad r = 0, \\ g_l(k-1, r) + \frac{\rho_{l,k}}{\alpha_l} g_l(k, r-b_k), & k = \overline{1, K}, \quad r = \overline{1, R_l}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } l = \overline{1, K}, \quad \rho_{l,k} := \frac{\lambda_{l,k}}{\mu_k}.$$

$g_l(k, r)$  - ненормированная вероятность того, что первыми  $k$  типами заявок занято все  $r$  единиц емкости БН в  $ONU_l$ .

Модифицированная формула для расчета вероятности блокировки с учетом граничных значений  $l=1$  и  $l=L$  для  $k = \overline{1, K}$  имеет вид:

$$\pi_{l,k} = \begin{cases} \frac{1}{G} \sum_{r=R_l-b_k+1}^{R_l} g_l(K, r) \prod_{i=l+1}^L \sum_{r=0}^{R_i} g_i(K, r), & l = 1, \\ \frac{1}{G} \sum_{r=R_l-b_k+1}^{R_l} g_l(K, r) \prod_{i=1}^{l-1} \sum_{r=0}^{R_i} g_i(K, r) \prod_{i=l+1}^L \sum_{r=0}^{R_i} g_i(K, r), & l = \overline{2, (L-1)}, \\ \frac{1}{G} \sum_{r=R_l-b_k+1}^{R_l} g_l(K, r) \prod_{i=1}^{l-1} \sum_{r=0}^{R_i} g_i(K, r), & l = L. \end{cases} \quad (4)$$

### Выводы

В работе рассмотрен алгоритм расчета вероятности блокировки из-за ограниченности БН в  $ONU_l$  в системе WDM-TDMA PON с динамическим распределением длин волн и скорректирована предложенная в [4] формула для расчета вероятности блокировки, с учетом граничных значений для  $l=1$  и  $l=L$ .

### Литература

1. Листвин В.Н., Трещиков В.Н. DWDM-системы. Второе издание. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2015. – 296 с.
2. Mukherjee B. Optical WDM networks. – London, Berlin, New-York: SpringerVerlag. – 2006. – 973 p.
3. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телеграфика. Изд.3-е, перераб. и доп. – М.: Изд-во РУДН, 2009. – 342 с.
4. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Русина Н.В. Алгоритм расчета вероятностных характеристик функционирования оптических абонентских узлов в пассивной оптической сети // Вестник РУДН. «Математика. Информатика. Физика». – 2015. – № 2. – С. 28-32.
5. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Математическая теория телеграфика и ее приложения к анализу мультисервисных сетей связи следующих поколений // Автоматика и вычислительная техника. – Латвия, Рига, 2013. – № 2. – С. 11-21 (на англ. яз.: Basharin G.P., Gaidamaka Yu.V., Samouylov K.E. Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks // Automatic Control and Computer Sciences, 2013. – Vol. 47, no. 2. – Pp. 62–69).

## BLOCKING PROBABILITY COMPUTATION ALGORITHM FOR PASSIVE OPTICAL NETWORK NODES

Gaidamaka Yu. V., Rusina N.V., Tsvetkova O.O., Fomchenko T.D.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), gaidamaka\_yuv@rudn.university,  
rusina\_nv@rudn.university, oksana.tsvetkova.1995@mail.ru, fomchenkotat@gmail.com.

*This paper is concerned with refining the blocking probability computation algorithm for PON nodes due to the buffer limited capacity.*

Key words: passive optical network, buffer storage, blocking probability.

## К РАЗРАБОТКЕ МОДЕЛИ СХЕМЫ СОВМЕСТНОГО ДОСТУПА К РЕСУРСАМ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ С АДАПТИВНОЙ СКОРОСТЬЮ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ<sup>1</sup>

Гудкова И.А., Самуйлов К.Е.

Российский университет дружбы народов,  
Институт проблем информатики ФНЦ ИУ РАН,  
gudkova\_ia@rudn.university, samuylov\_ke@rudn.university

*Для решения проблемы нехватки радиоресурсов в связи с ростом объема трафика, генерируемого пользователями широкополосных услуг мобильной связи, Европейским институтом стандартизации электросвязи (ETSI, European Telecommunications Standards Institute) была предложена система совместного использования частотного спектра LSA (Licensed Shared Access). Применение системы позволит более эффективно использовать радиоресурсы, тем самым повышая качество обслуживания пользователей (QoS, Quality of Service). В работе предложена модель схемы совместного использования радиочастот сети LTE (Long-Term Evolution) с системой LSA.*

Ключевые слова: LTE, политика управления радиоресурсами, совместное использование радиочастот, LSA, показатели эффективности.

### Введение

В последние годы нехватка доступного радиочастотного спектра стала основным препятствием в развитии современных технологий беспроводной связи [1]. Это приводит к тому, что операторы мобильной связи не могут предоставить пользователям услуги с требуемым уровнем качества обслуживания (QoS) и качества восприятия (QoE, Quality of Experience). Система LSA [2] предоставляет возможность контролируемого доступа к спектру радиочастот, используемому несколькими участниками: действующим владельцем и ограниченным числом LSA лицензиатов (например, телекоммуникационными операторами). Часть спектра, которая принадлежит как действующему владельцу, так и оператору мобильной связи, называется полосой совместного использования или LSA-полосой. Часть спектра, принадлежащая только оператору, – полосой индивидуального использования. Владелец LSA-полосы имеет абсолютный приоритет при решении о предоставлении доступа к радиоресурсам полосы совместного использования оператору мобильной связи. Правила, регулирующие использование LSA-полосы, прописаны в двустороннем соглашении с учетом необходимых требований к QoS и QoE.

Наиболее эффективно использовать радиочастотный диапазон также позволяют различные политики распределения радиоресурсов [3]. Например, при использовании политики RR (Round Robin) временной ресурс равномерно распределен между всеми обслуживаемыми устройствами, а при использовании политики FP (Full Power) передача данных в системе осуществляется с максимальной мощностью. В международных стандартах не определены правила совместного использования радиочастот операторами [4], что позволяет рассматривать различные варианты моделей схем доступа к радиочастотам. В работе предложена одна из возможных моделей схем совместного использования радиочастот с системой LSA.

### Описание модели

В работе построена математическая модель соты беспроводной сети LTE с применением системы LSA [5] и использованием политики равномерного распределения

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 16-11-10227.

временного ресурса. Предположим, что среднее время, когда владелец не использует спектр частот (т.е. среднее время, когда полоса совместного использования доступна для оператора), равно  $\alpha^{-1}$ . Среднее время, когда полоса совместного использования недоступна для оператора, определяется как  $\beta^{-1}$ . Пользователям доступна услуга, которая генерирует потоковый трафик с интенсивностью поступления запросов  $\lambda$ , а среднее время обслуживания одного пользователя является экспоненциально распределенным с параметром  $\mu$ .

Введем следующие обозначения:  $N$  – максимальное количество пользователей LSA-полосы,  $s \in \{0,1\}$  – состояние этой полосы,  $s = 1$  в случае, когда полоса доступна,  $s = 0$ , когда полоса недоступна. Таким образом, мы можем ввести марковский процесс  $\{N(t), S(t), t \geq 0\}$  над пространством состояний:

$$X = \{(n, s) \in \{0, 1, \dots, N\} \times \{0, 1\}\}. \tag{1}$$

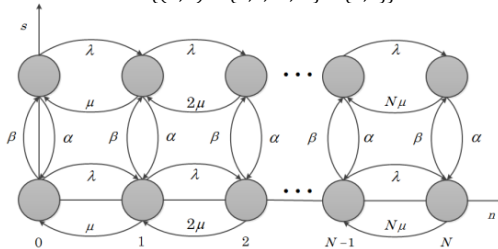


Рис. 1. Диаграмма интенсивностей переходов

Для регулирования интерференции между владельцем частот и оператором выделяют различные сценарии, например, ограничение оператором мощности своих базовых станций / пользовательских устройств. Если владелец частотного спектра не использует LSA-полосу, то передача данных пользователями мобильного оператора может быть осуществлена на максимальной мощности, при этом все подключенные пользователи обслуживаются с максимально возможными скоростями. В случае, когда владелец спектра использует LSA-полосу, оператор должен ограничить интерференцию, создаваемую пользователями за счет снижения порогового значения мощности передачи данных до минимального, что приводит к снижению скорости обслуживания и, как следствие, к снижению уровней QoS/QoE. После того, как владелец освобождает LSA-полосу, скорость передачи данных для подключенных пользователей сети мобильной связи снова увеличивается. Предположим, что максимальное значение интерференции, вызванной мобильным оператором равно  $I_0$ . Когда значение интерференции  $I$ , создаваемой оператором, больше, чем  $I_0$ , согласно двустороннему соглашению оператор мобильной связи должен ограничить мощность передачи данных за счет уменьшения мощности  $p_{max}$  базовой станции до минимального значения  $p_{min}$ :

$$p_{min} = p_{max} - (I - I_0). \tag{2}$$

При поступлении заявки на обслуживание возможны следующие случаи:

- Заявка конечного пользователя поступает в систему, передача данных осуществляется на максимальной мощности  $p_{max}$ . Это возможно, когда полоса совместного использования доступна ( $s = 1$ ).
- Заявка поступает в систему, передача данных осуществляется на минимальной мощности  $p_{min}$ . Это происходит в случае, когда полоса совместного использования недоступна ( $s = 0$ ).
- В противном случае заявки будут заблокированы.

Целью работы является определение алгоритмов для расчета ключевых показателей эффективности системы – вероятности блокировки, средней скорости передачи данных и среднего количества пользователей в системе, а также их анализ.

### Выводы

В работе предложена модель сотовой сети 3GPP LTE с использованием системы совместного использования радиочастотного спектра LSA. Задачей дальнейших исследований является анализ показателей эффективности системы – вероятности блокировки, средней скорости передачи данных и среднего количества пользователей в системе, – важным параметром для определения которых стало расстояние от пользователей до базовой станции.

### Литература

1. Cisco, “Cisco visual networking index: Forecast and methodology, 2016–2020,” CISCO White paper, pp. 2016–2020, 2016.
2. Buckwitz K., Engelberg J., and Rausch G., “Licensed Shared Access (LSA) – regulatory background and view of administrations,” in 2014 9th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM). IEEE, 2014, pp. 413–416.
3. Ahmadian A., Galinina O., Gudkova I.A., Andreev S., Shorgin S., and Samouylov K., “On capturing spatial diversity of joint M2M/H2H dynamic uplink transmissions in 3GPP LTE cellular system,” in Proc. of NEW2AN 2015. Springer, 2015, pp. 407–421.
4. ETSI TR 103 154, “Reconfigurable Radio Systems (RRS); system requirements for operation of Mobile Broadband Systems in the 2300 MHz – 2400 MHz band under Licensed Shared Access (LSA),” Tech. Rep., 2014.
5. Gudkova I., Markova E., Masek P., Andreev S., Hosek J., Yarkina N., Samouylov K., and Koucheryavy Y., “Modeling the utilization of a multi-tenant band in 3GPP LTE system with Licensed Shared Access” in Proc. of the 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2016. 2016. USA, New Jersey, Piscataway, IEEE, pp. 179–183.

## DEVELOPING A MODEL OF ADAPTIVE BIT RATE BASED SHARED ACCESS TO RADIO RESOURCES IN WIRELESS NETWORK

Gudkova I.A., Samouylov K.E.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,  
gudkova\_ia@rudn.university, samouylov\_ke@rudn.university

*To solve the problem of lack of radio resource in connection with the increase in the volume of traffic generated by the users of broadband mobile communication services, the European Telecommunications Standards Institute (ETSI) proposed a system of joint use of the frequency spectrum LSA (Licensed Shared Access). The use of the system will allow more efficient use of the radio resource, thereby improving the quality of the Quality of Service (QoS). In this paper, a model of the scheme of shared use of radio frequencies LTE (Long Term Evolution) with system LSA.*

Key words: LTE, radio resource management policy, radio shared access, LSA, performance measures.

# АНАЛИЗ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ СИСТЕМЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ С УЧЕТОМ РАЗОГРЕВА И ВЫКЛЮЧЕНИЯ СЕРВЕРОВ<sup>1</sup>

Дараселия А. В., Сопин Э. С.

Российский университет дружбы народов,  
nastyadar6@gmail.com, sopin\_es@rudn.university

*Построена математическая модель системы облачных вычислений с учетом времени включения и выключения для анализа показателей энергопотребления.*

Ключевые слова: облачные вычисления, энергоэффективность, система массового обслуживания.

## Введение

В целях повышения энергоэффективности облачной системы сервера могут быть переведены в режим ожидания при низкой нагрузке. Перевод в режим ожидания, с одной стороны, позволяет снизить энергопотребление, а с другой стороны, происходит к дополнительным затратам на включение/выключение сервера. Поэтому важно понимать, при каких условиях будет выгодно перевести сервера в режим ожидания, а при каких – оставить их в рабочем состоянии. В работе [1] проведен анализ энергопотребления облачной системы, установленной в университете Кардиффа. Профиль энергопотребления, как показано на рисунке 1, ведет себя следующим образом: особенно высоки показатели энергопотребления, когда сервер включается и выключается, и стабильны, когда он только загружается (и достиг стабильного рабочего состояния). Пик потребления электроэнергии наблюдается во время запуска, которое стабилизируется после того, как операционная система (ОС) завершает загрузку всех служб (при ~105 Вт). Остановка сервера (470-510 сек.) также требует больших энергозатрат на остановку всех служб ОС и выполнение контролируемого выключения. Кроме того, когда сервер остановлен, наблюдается потребление мощности ~ 10 Вт, что объясняется состоянием ожидания сервера. В состоянии ожидания энергопотребление очень невысоко для одного вычислительного узла, но этот факт необходимо принять во внимание для крупных инфраструктур, поскольку оно линейно возрастает с ростом числа вычислительных узлов.



Рис. 1 Профиль энергопотребления для установки университета Кардиффа

Исходя из этого, в работе была построена математическая модель облачной системы с четырьмя состояниями, которые соответствуют спящему режиму, режиму включения, обслуживания запросов и выключения.

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051 и № 15-07-03608.

**Математическая модель облачной системы**

Рассматривается система массового обслуживания, состоящая из  $N$  групп приборов (серверов), каждая из которых состоит из  $V_i$  приборов. Для краткости, в данной работе приведем результаты анализа для одного сервера.

На систему поступает пуассоновский поток с интенсивностью  $\lambda$ , времена обслуживания заявок, а также периоды разогрева и выключения распределены экспоненциально с параметрами  $\mu$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. Пространство состояний описывается вектором  $(s, k)$ , где  $k$  - количество заявок на сервере,  $s$  - состояние сервера, где  $s=0$  в состоянии ожидания, 1 - включение сервера, 2 - работа и 3 - выключение соответственно. Система переходит в режим выключения, когда остается пуста.

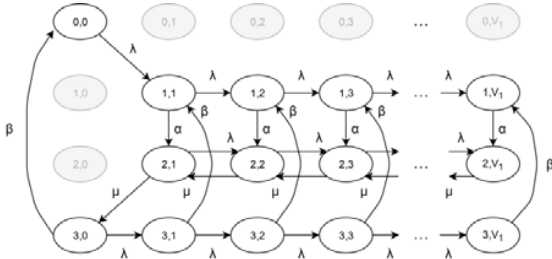


Рис. 2 Диаграмма интенсивностей переходов.

На основе диаграммы интенсивностей переходов (рис. 2) выпишем систему уравнений равновесия, которая позволяет получить стационарные вероятности системы:

$$p_{3,0} = \frac{\lambda}{\beta} p_{0,0} \tag{1}$$

$$p_{3,k} = \frac{\lambda}{(\lambda + \beta)} p_{3,k-1}, \quad 1 \leq k \leq V_1 - 1 \tag{2}$$

$$p_{3,V_1} = \frac{\lambda}{\beta} p_{3,V_1-1} \tag{3}$$

$$p_{1,1} = \frac{\lambda}{(\lambda + \alpha)} p_{0,0} + \frac{\beta}{(\lambda + \alpha)} p_{3,1} \tag{4}$$

$$p_{1,k} = \frac{\lambda}{(\lambda + \alpha)} p_{1,k-1} + \frac{\beta}{(\lambda + \alpha)} p_{3,k}, \quad 2 \leq k \leq V_1 - 1 \tag{5}$$

$$p_{1,V_1} = \frac{\lambda}{\alpha} p_{1,V_1-1} + \frac{\beta}{\alpha} p_{3,V_1} \tag{6}$$

$$p_{2,1} = \frac{(\lambda + \beta)}{\mu} p_{3,0} \tag{7}$$

$$p_{2,2} = \frac{(\lambda + \mu)}{\mu} p_{2,1} - \frac{\alpha}{\mu} p_{1,1} \tag{8}$$

$$p_{2,k+1} = \frac{(\lambda + \mu)}{\mu} p_{2,k} - \frac{\lambda}{\mu} p_{2,k-1} - \frac{\alpha}{\mu} p_{1,k}, \quad 2 \leq k \leq V_1 - 1 \tag{9}$$

$$p_{2,V_1} = \frac{\alpha}{\mu} p_{1,V_1} + \frac{\lambda}{\mu} p_{2,V_1-1} \tag{10}$$



$$\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^{V_i} P_{i,j} = 1. \quad (11)$$

### Показатели энергопотребления

Получив стационарное распределение системы, вычислим показатели энергопотребления. Будем считать, что в режиме включения/выключения энергопотребление постоянно и равно среднему значению. В режиме обслуживания заявок потребляемая мощность зависит от загрузки сервера. По аналогии с приведенной в работах [2,3] формулой, выведем формулу средней потребляемой сервером мощности:

$$P = P_0 \sum_{i=0}^{V_1} P_{0,i} + P_1 \sum_{i=0}^{V_1} P_{1,i} + P_3 \sum_{i=0}^{V_1} P_{3,i} + \sum_{i=0}^{V_1} P_{2,i} P_{2,i}, \text{ где } P_{2,k} = P_{2,\min} + \frac{P_{2,\max} - P_{2,\min}}{V_1} k. \quad (12)$$

Результаты численного анализа для значений  $\mu=20$ ,  $a=1$  и  $\beta=2$  представлены на рис. 3.

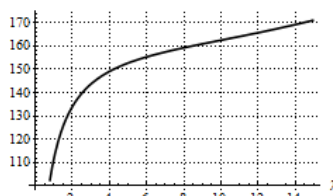


Рис. 3. График зависимости мощности  $P$  от интенсивности нагрузки  $\lambda$ .

### Выводы

В этой работе мы рассмотрели систему облачных вычислений с учетом разогрева и выключения серверов, причем сервер выключается сразу же, как только остается пустым. В дальнейшем мы планируем провести анализ модели, в которой сервер выключается по прошествии некоторого случайного времени после того, как он остался пустым и решить задачу оптимизации этого времени для снижения энергопотребления.

### Литература

1. Javier Conejero, Omer Rana, Peter Burnap, Jeffrey Morgan, Blanca Caminero, Carmen Carrion Analysing Hadoop Power Consumption and Impact on Application QoS // Future Generation Computer Systems. – Vol.55 Issue C. – Feb. 2016. – Pp. 213-223.
2. Дараселия А.В., Сопин Э.С. К вопросу энергоэффективности облачной системы // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. –2016. – С. 13-15.
3. Сопин Э.С., Дараселия А.В., Яркина Н.В. Об эффективности миграции виртуальных машин в облачных системах // 19-я межд. конф. «Распределенные компьютерные и коммуникационные сети: управление, вычисление, связь». –2016. – С. 408-411.

## ENERGYEFFICIENCYANALYSISOF CLOUDCOMPUTINGSYSTEM WITH SETUP AND VACATION PERIODS OF SERVER

Daraseliya A.V., Sopin E.S.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
nastyadarb@gmail.com, sopin\_es@rudn.university

*We consider a mathematical model of a cloud computing system with setup periods and vacations of a server and analyze its energy efficiency metrics.*

Key words: cloud computing, energy efficiency, queuing system.

## К РАЗРАБОТКЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ЗАТУХАНИЯ СИГНАЛА В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ С РАЗНОУДАЛЕННЫМИ ОТ БАЗОВОЙ СТАНЦИИ И РАЗНОВЫСОКИМИ УСТРОЙСТВАМИ <sup>1</sup>

*Дзантиев И.Л.<sup>1,2</sup>, Харин П.А.<sup>1</sup>, Маркова Е.В.<sup>1</sup>, Гудкова И.А.<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup>Департамент качества и технического аудита ПАО «ВымпелКом»,

<sup>3</sup>Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,

*pxarin@mail.ru, markova\_ev@rudn.university, dzonthammet@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university*

**В работе предложен подход для анализа показателей затухания сигнала в беспроводных сетях передачи данных.**

Ключевые слова: LTE, затухание сигнала, системы массового обслуживания.

### Введение

Учитывая экспоненциальный рост трафика в сетях беспроводной передачи данных [1], в настоящий момент проводится множество исследований по расчету ключевых показателей производительности, а также методов оптимизации различных моделей сотовых сетей. Однако, стоит отметить существование погрешности в таких исследованиях, т.к. зачастую не принимаются во внимание различные второстепенные факторы такие как плотность построек, плотность растительности, уникальность ландшафта и прочие факторы, которые могут повлиять на уровень передаваемого сигнала, а, соответственно, и на качество обслуживания (QoS, Quality of Service) и качество восприятия (QoE, Quality of Experience) конечного пользователя. Одним из таких факторов является рост человека, пользующегося мобильным терминалом. Этот фактор непосредственно влияет на расстояние между антенной базовой станции и мобильным терминалом.

### Описание модели

Зависимость скорости передачи информации от расстояния между пользователем и базовой станцией, а также от коэффициента распространения сигнала может быть описана по формуле Шеннона. Предположим, что подключенные пользователи равномерно распределены в соте радиуса  $R$ . Обозначим  $f_{\xi_d}(d)$  плотность распределения для случайной величины  $\xi_d$  – расстояния от конечного пользователя до обслуживающей базовой станции. Таким образом, плотность распределения для случайной величины  $\xi_d$  определяется следующим образом:  $f_{\xi_d} = \frac{2d}{R^2}, 0 \leq d \leq R$  [2].

Рассмотрим распределение мощности передачи данных базовыми станциями по каналу нисходящей линии связи. В работе мощность нисходящей передачи является случайной величиной  $\xi_p$ . Тогда потери в канале передачи равны  $G/\xi_d^\kappa$ , а соответствующая мощность приема определяется как  $G\xi_p^\kappa/\xi_d^\kappa$ , где  $G$  – коэффициент затухания сигнала и  $\kappa$  – степень затухания сигнала. Предположим, что дополнительная интерференция отсутствует, тогда определим достижимую скорость с помощью теоремы Шеннона. Согласно этой теореме [3], достижимая скорость  $r(\xi_d, \xi_p)$  может меняться и

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол\_a\_мос, РФФИ в рамках научного проекта № 16-07-00766 а и Минобрнауки России (СП-2987.2016.5).

зависит от следующих параметров: ширины полосы частот  $\omega$  (канала нисходящей линии связи), мощности передачи  $\xi_p$ , расстояния  $\xi_d$  и уровня шума  $N_0$  [4]:

$$r(\xi_d, \xi_p) = \omega \ln \left( 1 + \frac{G \xi_p}{\xi_d N_0} \right) \quad (1)$$

В данной работе мы предполагаем, что рост пользователя (высота пользовательского терминала) является случайной величиной  $\xi_h$ , которая распределена по стандартному нормальному закону. Интерес представляет совместная плотность распределения двух случайных величин: расстояния от пользователя до базовой станции  $\xi_d$  и высоты пользовательского оборудования  $\xi_h$ . Примем  $\xi_d = x_1, \xi_h = x_2$ . Тогда  $y_1 = x_1^A x_2^B, y_2 = x_2$ . Тогда совместная плотность распределения:

$$\varphi_{y_1, y_2}(y_1, y_2) = \varphi_{x_1, x_2}(x_1(\bar{y}), x_2(\bar{y})) * \frac{1}{A} y_1^{\frac{1}{A}-1} * y_2^{\frac{B}{A}} = \frac{2}{AR^2} * \frac{y_1^{\frac{2}{A}-1}}{y_2^{\frac{2B}{A}}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y_2^2}{2}} \quad (2)$$

### Заключение

Полученный результат может быть применен для разработки и анализа системы массового обслуживания, которая позволит произвести расчет ключевых показателей эффективности работы системы с учетом расстояния между пользователем и базовой станцией, а также с учетом высоты расположения пользовательского оборудования.

### Литература

1. Cisco, Cisco visual networking index: Forecast and methodology, 2016–2020, CISCO White paper. – 2016. – Pp. 2016–2020.
2. Ahmadian A., Galinina O., Gudkova I.A., Andreev S., Shorgin S., Samouylov K. On capturing spatial diversity of joint M2M/H2H dynamic uplink transmissions in 3GPP LTE cellular system // in Proc. of NEW2AN 2015. – Springer, 2015. – Pp. 407–421.
3. Варгазун В.А., Цукун И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. – СПб.: БХВ-Петербург – 2013 – 352 с. – ISBN 978-5-9775-0878-0.
4. Gudkova I., Markova E., Masek P., Andreev S., Hosek J., Yarkina N., Samouylov K., Koucheryavy Y. Modeling the utilization of a multi-tenant band in 3GPP LTE system with Licensed Shared Access // in Proc. of the 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2016. – 2016. – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – Pp. 179–183.
5. Balanis C.A. Antenna Theory. – 2003. – John Wiley and Sons Inc.

## ON PROBABILITY PATH LOSS MODEL FOR WIRELESS NETWORK OF SPATIALLY DISTRIBUTED DEVICES WITH RANDOM ANTENNA HEIGHTS

Dzantiev I.L.<sup>1,2</sup>, Harin P.A.<sup>1</sup>, Markova E.V.<sup>1</sup>, Gudkova I.A.<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

<sup>2</sup>"VimpelCom" Quality Department,

<sup>3</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

pxarin@mail.ru, markova\_ev@rudn.university, dzonhammet@mail.ru, gudkova\_ia@rudn.university

*In current work, an approach for the analysis of signal attenuation in wireless data networks was proposed.*

Key words: LTE, path lost, queue system.

## К АНАЛИЗУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТЕЙ NGN/IMS ПРИ ОКАЗАНИИ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ УСЛУГ

*Ибрагимов Б.Г., Гасанов М.Г., Керимов В.Р.*

*Азербайджанский Технический Университет, Институт Систем Управления НАН Азербайджана,  
i.bayram@mail.ru*

*В работе проанализированы показатели эффективности функционирования сетей NGN/IMS при оказании мультимедийных услуг, и предложена аналитическая модель узлов коммутации систем сигнализации в мультисервисных сетях связи.*

Ключевые слова: мультимедийные услуги, сигнальный трафик, протокол SIP, самоподобный трафик.

### Введение

Развитие мультисервисных сетей телекоммуникации на основе концепции сети будущего FN (Future Networks) поколения определяет актуальность создания высокоэффективных систем и сетей NGN/IMS (Next Generation Networks/IP Multimedia Subsystem). При этом одной из наиболее важных задач сетей NGN/IMS является поддержка качества мультимедийных услуг, в первую очередь улучшение временных характеристик доступа к услугам [1]. Системно-технический анализ показывает, что сеть NGN/IMS обеспечивает управление сеансами связи для голосовых услуг с возможностью активации мультимедийных приложений, видеотелефонии, передачи мультимедийных сообщений, для организации услуг IPTV, услуг определения местонахождения абонента и его мобильности, а также услуги Triple Play.

Установлено [2], что передаваемые служебные и полезные трафики по сети NGN/IMS обладают свойствами самоподобия с коэффициентом Хэрста, достигающими в отдельных случаях значений  $H = 0,55, \dots, 0,90$ .

В рамках доклада рассматривается решение задачи – анализ показателей эффективности функционирования мультисервисных сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика при оказании мультимедийных услуг.

### Описание аналитической модели узлов коммутации сетей NGN/IMS

Для точного описания мультимедийного трафика, проходящего между звеньями сети NGN/IMS и ее сетевыми элементами системы управления сеансами CSCF (Call/Session Control Function), требуется анализ статистических характеристик трафика и выбор адекватной ММ самоподобного случайного процесса.

Анализ концепции IMS [1,2] показали, что дальнейшее расширение номенклатуры мультимедийных услуг, востребованных пользователями, привело к появлению пакета услуг-Triple Play Service, представляющей тройной пакет, включающий голосовые услуги, доступ в Интернет и просмотр телевизионных программ, которые требуют многоскоростных систем обслуживания и широкого диапазона скорости передачи – от 2 Мбит/с до 622 Мбит/с.

Исследуемая мультисервисная сеть NGN/IMS представляет собой систему массового обслуживания (СМО) типа  $GI / G / N_S / N_{\text{бн}}$  с некоторыми допущениями при критической загрузке  $\rho_i \leq 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Допустим, что поступление потоков трафика на обслуживание является непуассоновским с интенсивность  $\lambda_i$  и обслуживающие SIP-серверов  $N_S$  имеет общий буферный накопитель (БН) с неограниченной емкостью  $N_{\text{бн}} \leq \infty$ . В данной СМО длительность обслуживания  $i$ -го трафика имеет функцию распределения  $B(t) = P[B \leq t]$  и моментами  $b_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

В мультисервисных сетях NGN/IMS потоки пакетов формируются множеством источников запросов на предоставляемые сети мультимедийной услуги и сетевыми приложениями, обеспечивающими услуги передачи видео, данных, речи. Поэтому, на основе исследования [2,3] установлено, что передаваемые трафики системы и протоколы сетей NGN/IMS обладают особой структурой. Выявлено в [2,4], что мультимедийные трафики NGN/IMS обладают свойствами самоподобия с коэффициентом Хэрста  $H$ , лежащим в диапазоне  $0,5 \leq H < 1$  и  $H = 1 - 0,5\beta$ ,  $0 < \beta < 1$ .

Учитывая вышеизложенные предположение, расчет характеристик качества обслуживания – QoS (Quality of Service) в одноканальной системе пакетной сети NGN/IMS с бесконечной очередью, использующей СМО типа  $fBGI/G/N_S/N_{\beta n}$  (принято, что аббревиатура  $fBM$  обозначает схожесть свойств самоподобного потока пакетов с фрактальным броуновским движением), часто сводится к нахождению коэффициента Хэрста самоподобности передаваемого трафика, который оценивает показатели эффективности сетей NGN/IMS.

### Оценка показателей эффективности сетей NGN/IMS

На основе исследование установлено [2], что в мультисервисных сетях NGN/IMS с коммутацией пакетов служебного и полезного трафиков является неоднородным, а потоки пакетов разных приложений требуют обеспечения определенного уровня качества обслуживания. В этих условиях совместная передача потоков пакетов трафика требует учесть так называемую «пачечность» неоднородного трафика. Поэтому, при таком неоднородном трафике необходимо для оценки показателей эффективности сетей NGN/IMS с использованием интегрального показателя СМО типа  $fBGI/G/N_S/N_{\beta n}$ , которое выражается следующим образом:

$$I_i(\lambda) = f(H) \frac{\lambda}{\mu \cdot N_s} \cdot \frac{\rho_i}{E[n]} \cdot \exp\{-i \cdot \rho / E[n]\}, \quad (1)$$

где  $E[n]$  – среднее количества пакетов служебного и полезного трафиков в СМО;  $\rho_i$  – коэффициента загрузки системы для  $i$  – го трафика и  $0,5 \leq \rho_i < 1$ ;  $\mu$  – средняя скорость обслуживания служебного и полезного трафиков SIP-сервером;  $f(H)$  – функция, учитывающая свойство самоподобия поступающих пакетов трафика протокола сетей NGN/IMS;  $N_s$  – количества обслуживающих SIP-серверов в системе.

Из выражение (1) видно, что интегральный показатель СМО представляет собой произведение коэффициента загрузки системы на известную экспоненциальную функцию с параметром распределения состояние системы и времени ожидания начало обслуживания пакета в одноканальной СМО типа  $fBGI/G/N_S/N_{\beta n}$  с самоподобным трафиком.

На основе (1) и методов диффузионной аппроксимации [3] рассчитывается среднее количество пакетов в системе следующим образом:

$$E[n] = G(\rho, N_s) \cdot \frac{1}{2(1-\rho)} \cdot (C_a^2 + C_s^2) \cdot \rho(H, \lambda), \quad (2)$$

где  $C_a^2$ ,  $C_s^2$  – квадратичные коэффициенты вариации распределения интервалов между поступающими сообщениями и распределения длин пакетов трафика.

В сети NGN/IMS предполагаем, что все сетевые элементы загружены одинаковы и коэффициент загрузки одного SIP-сервера с учетом свойства самоподобия поступающих пакет  $i$  – го трафика  $\rho_i(H, \lambda)$  в многоканальной системе определяется следующим выражением:

$$\rho_i(H, \lambda) = \left[ \frac{L_{i,cs,n}}{V_i \cdot N_S} \cdot \mu_i \cdot \lambda_i \cdot B_i^{(1)} \right] \leq 1, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где  $B_i^{(1)}(t)$  – среднее значение длительности обслуживания потоков пакетов  $i$  – го трафика;  $V_i$  – скорость работы SIP-серверов при передаче потоков пакета  $i$  – го трафика;  $L_{i,cs,n}$  – среднее значение длины передаваемого мультимедийного пакета  $i$  – го трафика;  $G(\rho, N_S)$  – является множителем и определяет вероятность того, что потоки пакетов трафика придя в узлы коммутации NGN/IMS, застанут все SIP-сервера занятыми и встанут в очередь, и определяется как  $C$  – формула Эрланга [3].

Анализ показывает, что увеличение ограниченного количества SIP-серверов в сети NGN/IMS с использованием серверов домашних абонентов  $HSS N_S \geq 20, \dots, 25$ , отвечающих требованиям отказоустойчивости системы IMS, способствуют минимизации среднего времени ожидания в очереди при заданной скорости  $V_i \geq (2, \dots, 155)$  Мбит/с и коэффициента Хэрста  $H_i = 0,75$ .

Таким образом, на основе ММ в виде СМО общего типа  $fBGI/G/N_S/N_{\text{бн}}$  с очередями полученные выражения (1), ..., (3) являются одними из основных характеристик эффективности сетей NGN/IMS и показателей QoS.

### Выводы

В результате исследование предложена ММ в виде СМО общего типа  $fBGI/G/N/N_{\text{бн}}$  с учетом свойств самоподобия мультимедийного трафика. Получены аналитические выражения, которые позволяют оценить показатели эффективности NGN/IMS при установлении соединения и оказании мультимедийных услуг, обеспечивающие гарантированное качество услуг QoS, регламентируемых рекомендациями ITU-T, Q.1541.

### Литература

1. *Филимонов А.Ю.* Построение мультисервисных сетей Ethenet. – СПб.: ВВХ-Петербург, 2007. - 592 с.
2. *Мамедов Г.А., Ибрагимов Б.Г., Исаев Я.С.* Построение и анализ модели сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнала трафика//Всероссийская конференция с Международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем», Российский Университет Дружбы Народов, Москва, 2016. – с.31 – 33.
3. *Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А.* Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета // М. Наука. -1989. – С. 336.
4. *Шелухин О. И., Осин А. В., Смольский С. М.* Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. –368 с.

## ANALYSING INDICATORS OF EFFECTIVENESS OPERATION NGN / IMS NETWORKS WITH MULTIMEDIA SERVICES

*Ibrahimov B.G., Hasanov M.G., Kerimov V.R.*

*Azerbaijan Technical University, Institute Control Systems NAS Azerbaijan, i.bayram@mail.ru*

*The performance of NGN / IMS networks in the provision multimedia services was analyzed and an analytical model switching nodes signaling systems in multiservice communication networks was proposed.*

Keywords: multimedia service, signaling traffic, SIP protocol, self-similar traffic.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СЕТИ СВЯЗИ ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ СОЕДИНЕНИЯ

*Ибрагимов Б. Г., Гумбатов Р. Т., Ибрагимов Р. Ф.  
Азербайджанский Технический Университет, Институт систем управления НАНА,  
i.bayram@mail.ru*

*Исследованы эффективности интеллектуальных сетей связи, на основе которого предложена математической модели сигнального трафика с использованием протоколов сигнализации INAP и определены их временных характеристик.*

Ключевые слова: протокол INAP, сигнальный трафик, среднее время установления соединения, интеллектуальной услуги, коэффициент загрузки системы.

### Введение

Установлено [1–3], что одним из концептуальных факторов развития мультисервисных сетей телекоммуникаций на базе NGN является создание интеллектуальной сети связи (IN, Intelligent Network) с гарантированным уровнем качества обслуживания основных и дополнительных услуг с использованием интеллектуальных технологий.

В мультисервисных сетях телекоммуникации для поддержки большого набора мультимедийных услуг, особое место занимают интеллектуальные сети связи (ИСС). Последнее с использованием системы и протоколов сигнализации ISUP, INAP и TCAP обеспечивают применение интеллектуальных технологий для обработки запросов абонентских услуг связи из некоторого заранее определенного набора дополнительных услуг телекоммуникации. Эти услуги являются «Бесплатный вызов», «Телеголосование», «Опрос население» и «Универсальный номер доступа», которые реализуются в ИСС [1, 3] и определяются рекомендациями МСЭ-Т, Q.1211, регламентирующие наборы CS-1, ..., CS-4 (Capability Set).

Следует отметить, что для предоставления вышеперечисленных услуг ИСС приводит к значительно увеличению объема трафика системы сигнализации, связанного с установлением соединения. Использование новых услуг, как и поддержание существующих в мультисервисных сетях телекоммуникации требует соответствующих сетевых ресурсов. При этом, одним из важных условий при оказании интеллектуальных услуг является повышения качества предоставляемых услуг с использованием подсистемы ИСС.

Подсистема ИСС является распределенной структурой на основе узла управления услугами SCP (Signaling Control Point), представляющего собой программно-управляемую базу данных, доступ к которой реализован при помощи протоколов верхнего уровня, таких как TCAP (Transaction Capabilities Applications Part) и INAP (Intelligent Network Application Part), которые обеспечивают управление передачей служебного трафика. Сигнальный протокол INAP, является основным протоколом ИСС при установлении соединения и оказании интеллектуальных услуг.

В рамках доклада рассматривается решение задачи – исследование и анализ показателей эффективности функционирования ИСС, использующей систем и протоколов сигнализации INAP при установлении соединении.

### Описание математической модели сигнального трафика в ИСС

С целью решения перечисленных задач предложена математическая модель (ММ) сигнального трафика в ИСС с использованием протоколов сигнализации INAP, связанных с анализом вероятностно-временных характеристик узла управления SCP и узла коммутации SSP при установлении соединении.

В ИСС при оказании услуги, важным узлом является SCP. Функциональная архитектура узла SCP определяется с помощью подсистемы MTP (Message Transfer Part), SCCP (Signaling Connection Control Part), ISUP, TCAP и INAP системы сигнализации по общему каналу-7 (ОКС-7) и делят между собой ресурсы сети процессоры узла SCP.

Таким образом, процесс обработки сигнального трафика в узле SCP представляет открытую сеть массового обслуживания (СеМО). Исследуемая сеть, в которую поступают пакеты сигнального трафика, состоит из множества узлов.

Рассматриваемый последний функциональный узел SCP с распределенной архитектурой представляет собой однолинейную систему массового обслуживания (СМО) типа  $M/G/1/\infty$  с некоторыми допущениями. В СМО поступающий сигнальный трафик протокола INAP на обслуживание является пуассоновским [2,3], с интенсивностью  $\lambda_i, i = \overline{1, n}$ , а длительность обслуживания  $i$ -го трафика протокола имеет функцию распределения  $B(t) = P[B \leq t]$  с преобразованием Лапласа-Стилтьеса (ПЛС)  $B(s) = E[\exp(-bs)]$  и моментами  $b_i, i = \overline{1, n}$ . Здесь передача пакета сигнального трафика начиная от МТР до платформы INAP осуществляется сигнальным протоколом внутри канала независимо и последовательно один за другим. Время передачи одного пакета является случайным и задается производящей функцией моментов и выражается следующим образом [3]:

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p^k \cdot z^k, \quad (1)$$

Из (1) видно, что  $G(z)$  не зависит от всех  $t_i$ . Это означает, что случайная сумма  $t_1 + t_2 + \dots + t_n$  имеет распределение, описываемое производящей функцией моментов  $B(s) = G[E(s)]$ , в которой  $G(z)$  - производящая функция числа пакетов систем и протокола сигнализации INAP, а  $E(s)$  - производящая функция моментов времени передачи пакетов сигнального трафика (где  $s$  - комплексная переменная).

### Оценка показателей эффективности функционирования ИСС, использующих системы и протоколы сигнализации INAP

На основе описания модели в ИСС для представления интеллектуальной услуги предполагаем, что длина пакета сигнального трафика протокола INAP, может оцениваться распределением Пуассона с параметром  $\lambda$ . Тогда, его производящая функция определяется следующим выражением:

$$G(z) = \exp[\lambda(z-1)], \quad (2)$$

Учитывая (1) и (2) можно определить производящую функцию моментов времени передачи пакетов сигнального трафика по каналу узла управления услугами SCP, которая примет следующий вид:

$$B(s) = \exp\{\lambda \cdot [E(s) - 1]\}. \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что производящая функция моментов времени  $B(s)$  является непрерывной, можно дифференцировать с целью определения вероятностно-временных характеристик ИСС при оказании интеллектуальной услуги.

Дифференцированием выражения (3) по переменной  $s$  находим математическое ожидание времени передачи пакетов сигнального трафика протокола INAP по каналу узлов SCP, которое описывается следующим образом:

$$E[X] = \left. \frac{\partial B(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (4)$$

С учетом (4) аналогично определяется также второй момент распределения времени передачи пакетов сигнального трафика выражением:

$$E^2[X] = \left. \frac{\partial^2 B(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} = \frac{(\lambda+1)}{\mu} \cdot \rho, \quad (5)$$



где  $\rho$  – коэффициент загрузки узлов коммутации ИСС при установлении соединения, который равен  $\rho = (\lambda \cdot \Lambda / \mu) \leq 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

В данном случае предполагаем, что вероятностное распределение длины пакета сигнального трафика считается известным. Моменты времени поступления потоков пакета трафика на вход узла управления услугами SCP определяются простейшим потоком сигнального трафика с интенсивностью  $\Lambda$ , которая является показателем нагрузочных характеристик ИСС.

Учитывая ММ в виде СМО общего типа  $M/G/1/\infty$  и выражения (1),..., (5) с использованием формулы Полячека-Хинчина и Литтла [2,3], можно определить основные характеристики узлов коммутации ИСС. В данном случае, примерами услуг ИСС является «Телеголосования» (VOT - Televoting):

• Среднее число пакетов сигнального трафика протокола TSAP и INAP в системе при оказании услуг «Телеголосования» выражается следующим образом:

$$E[N, \lambda_{vot}] = \Lambda \cdot \frac{\lambda_{vot}}{\mu} + \frac{\rho \cdot (1 + C_b^2)}{2(1 - \rho)} \cdot \Lambda \cdot E[X], \quad (6)$$

где  $C_b^2$  – квадратичные коэффициенты вариации длительности обслуживания пакетов сигнального трафика;  $\lambda_{vot}$  – скорость поступающего на сеть потока пакетов трафика.

• Среднее время задержки пакетов сигнального трафика протокола TSAP и INAP при установлении соединений определяется как:

$$E[T_{cz}, \lambda_{vot}] = (1 / \lambda_{vot}) \cdot E[N, \lambda_{vot}]. \quad (7)$$

Выражения (7) является средним временем задержки сигнального трафика "из-конца в-конец" (от МТР до центрального модуля TSAP и INAP), которая возникает в процессе установления соединения в ИСС. Кроме того, (7) является одним из основных параметров качества обслуживания-QoS сигнального трафика и средним временем установления соединения  $E[T_{yc}]$  для услуги ИСС.

### Литература

1. Шнепс-Шнеппе М.А. Лекции по сетям связи нового NGN.–М.:МАКС Пресс.2005.–232 с.
2. Бузюкова И.Л., Яновский Г.Г. Методика расчета вероятностно-временных характеристик интеллектуальных сетей связи // Информационно-управляющие системы. 2008. № 1. – С. 17–23.
3. Ибрагимов Б.Г., Мамедов Ш.М. Исследование и анализ влияния дополнительных услуг интеллектуальной сети на нагрузочные характеристики систем сигнализации // Вестник Бакинского Университета. № 1. Баку. 2010. – с.79-86.

## THE INVESTIGATION OF THE EFFECTIVENESS AN INTELLIGENT COMMUNICATION NETWORK IN ESTABLISHING A CONNECTION

*Ibrahimov B.G., Humbatov R.T., Ibrahimov R.F.*

*Azerbaijan Technical University, Institute Control Systems NAS Azerbaijan,  
i.bayram@mail.ru*

*The efficiency of intelligent communication networks is investigated, on the basis of which a mathematical model of signal traffic using signaling protocols INAP is proposed and their time characteristics are determined.*

Keywords: INAP protocol, signaling traffic, average connection establishment time, intelligent services, system load factor.

## МОДЕЛЬ РАЗДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ В СИСТЕМАХ ТУМАННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ<sup>1</sup>

Мацкевич И.А.<sup>1</sup>, Самуйлов К.Е.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup>Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,

ivan.matskevich.1994@gmail.com, samuylov\_ke@rudn.university

***В работе исследован компромисс между энергозатратами и задержками передачи в системе туманно-облачных вычислений. Сформулирована задача разделения нагрузки, которая предлагает оптимальное распределение нагрузки между туманом и облаком.***

Ключевые слова: облачные вычисления, туманные вычисления, оптимизация, компромисс потребления энергии и задержек, разделение нагрузки.

### Введение

Структура интернета переживает сдвиг в сторону структуры, основанной на облачных вычислениях. С увеличением мобильного трафика передача невероятно огромного объема данных в облако не только было тяжелой задачей для пропускной способности канала связи, но и стало причиной задержек в передаче и понижения качества услуг для конечного пользователя. В дополнение к этому, с ростом роли мобильного трафика, поддержка мобильности и геораспределения не менее важна. По этой причине, становление облачных вычислений в качестве всеобъемлющего подхода для централизованного хранения, получения и управления информацией, успешная интеграция облачного вычисления и мобильных приложений, является важной задачей. Для выполнения задач, описанных выше, компания Cisco представила концепт туманных вычислений, предназначенный для локальной обработки части объема работ на туманных устройствах. Слой тумана состоит из геораспределенных серверов, которые развернуты на сетевой периферии. Каждый туманный сервер представляет собой облегченную версию облачного сервера, и оборудованный хранилищем данных большого объема и способностью к вычислениям и беспроводной передаче. Мы моделируем функцию потребления энергии и задержки каждой части туманно-облачной системы и формулируем задачу разделения нагрузки. [1,2] Исходная задача решается путем формулирования трех подзадач трех соответствующих подсистем. Подзадачи соответственно решаются с помощью существующих оптимизационных техник. В итоге мы покажем, что туманные вычисления могут существенно улучшить работу облачных вычислений в терминах уменьшения коммуникационной задержки.

### Формулировка задачи

Для нахождения компромисса между энергозатратами и задержкой, с одной стороны, важно и нужно минимизировать совокупные энергозатраты всех туманных устройств и облачных серверов. Функция энергозатрат в туманно-облачной вычислительной системе определена как:

$$P \triangleq \sum_{i \in N} P_i + \sum_{j \in M} P_j \quad (1)$$

С другой стороны, жизненно необходимо гарантировать качество обслуживания (т.е. требования по задержкам) конечных пользователей. Задержка, которую чувствует конечный пользователь, состоит из вычислительной задержки (которая включает в себя время ожидания начала обслуживания) и коммуникационные задержки:

$$D \triangleq \sum_{i \in N} D_i + \sum_{j \in M} D_j + \sum_{i \in N} \sum_{j \in M} D_{ij} \quad (2)$$

<sup>1</sup> Публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.а03.21.0008) и РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03608 и 16-07-00766.

Мы рассматриваем задачу минимизации энергопотребления туманно-облачной вычислительной системы и обеспечение необходимо низкого ограничения по задержке  $\bar{D}$  для конечных пользователей.

Целевые переменные – это рабочая нагрузка  $x_i$   $i$ -го туманного устройства, рабочая нагрузка  $y_j$   $j$ -го облачного сервера, поток трафика  $\lambda_{ij}$ , отправленный из  $i$ -го туманного устройства на  $j$ -ый облачный сервер, а также частота процессора  $f_j$ , количество машин  $n_j$  и индикатор включённого/выключенного состояния  $s_j$  на  $j$ -ом облачном сервере. Основной задачей распределения рабочей нагрузки на туманно-облачной вычислительной системе – это компромисс между системным энергопотреблением и задержками, чувствуемыми конечным пользователем.

### Декомпозиция и решение

Для решения исходной задачи был разработан примерный подход, заключающийся в ее декомпозиции на три подзадачи, состоящие из трех соответствующих подсистем, которые могут быть соответственно решены с помощью существующих методов оптимизации.

Мы рассматриваем компромисс между энергозатратами и вычислительной задержкой в туманной вычислительной подсистеме. В этом и состоит первая подзадача

$$\min_{x_i} \sum_{i \in N} (a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i + \frac{\eta_i}{v_i - x_i}) \quad (3)$$

Такое, что  $\begin{cases} \sum_{i \in N} x_i = X \\ 0 \leq x_i \leq \min\{x_i^{max}, l_i\}, \forall i \in N \end{cases}$

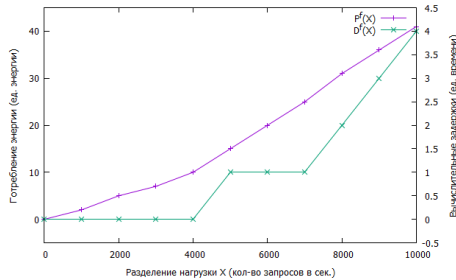


Рис. 1. Подсистема туманного вычисления

Где параметр  $\eta$  является долевым коэффициентом в компромиссе между энергозатратми и вычислительной задержкой на  $i$ -ом туманном устройстве.

При условии, что рабочая нагрузка  $X$  распределена для вычислительной туманной подсистемы, первая подзадача является выпуклой задачей с линейными ограничениями. Задача с легкостью решается методом выпуклой оптимизации, например, методом внутренних. После нахождения оптимальной рабочей нагрузки  $x_i$  для  $i$ -ого туманного устройства, можем посчитать энергопотребление и вычислительную задержку в туманной вычислительной подсистеме соответственно:

$$\begin{cases} P(X) = \sum_{i \in N} [a_i (x_i^*)^2 + b_i x_i^* + c_i] \\ D(X) = \sum_{i \in N} \frac{1}{v_i - x_i^*} \end{cases} \quad (4)$$

Основываясь на сделанной декомпозиции и решении трех подзадач, с одной стороны, энергопотребление туманно-облачной вычислительной системы может быть переписано в следующем виде:

$$P(X, Y) \triangleq P(X) + P(Y) \quad (5)$$

это означает, что энергопотребление исходит как из туманных устройств, так и из облачных серверов. С другой стороны, функция задержки может быть переписана как:

$$D(X, Y) \triangleq D(X) + D(Y) + D(X, Y) \quad (6)$$

это означает, что задержка системы исходит из вычислительной задержки туманных устройств и облачных серверов, а также от коммуникационной задержки во время передачи по глобальной сети.

После решения трех вышепоставленных подзадач, мы можем примерно решить исходную задачу, назвав ее PP-approx.

$$\min_{X, Y} P(X, Y) \quad (7)$$

Такой, что  $\begin{cases} D(X, Y) \leq \bar{D} \\ X + Y = L \end{cases}$

которая может быть решена итерационно. Уровень аппроксимации зависит от двух изменяемых параметров  $\eta_j$  и  $D_j$ . Если подобрать эти параметры верно, решение PP-approx является оптимальным решением исходной задачи. Задача оценки аппроксимации на данный момент оставлена как предмет для будущего изучения.

### Выводы

В работе представлено видение туманных вычислений. Была разработана модель для исследования задачи нахождения компромисса энергопотребления и задержек в туманно-облачной вычислительной системе. Также была сформулирована задача разделения рабочей нагрузки, она была примерно разложена на три подзадачи, которые могут быть соответственно решены с использованием соответствующих подсистем. Симуляция и численные результаты представлены для наглядной демонстрации того, как туманные вычисления расширяют облачные.

### Литература

- 1 *Ruilong Deng, Rongxing Lu, Chengzhe Lai, Tom H. Luan, Hao Liang* Optimal Workload Allocation in Fog-Cloud Computing Toward Balanced Delay and Power Consumption // IEEE Internet of Things Journal (Volume: 3, Issue: 6, Dec. 2016) – Pp 1171-1181
- 2 *Gorbunova A.V., Zaryadov I.S., Matushenko S.I., Sopin E.S.* The Estimation of Probability Characteristics of Cloud Computing Systems with Splitting of Requests // Proceedings of the Nineteenth International Scientific Conference Russia: «Distributed computer and communication networks: control, computation, communications (DCCN-2016)». — Vol. 3: Youth School-Seminar. —2016. — P. 467–472

## OPTIMAL WORKLOAD ALLOCATION IN FOG-CLOUD COMPUTING

*Matskevich I.A.<sup>1</sup>, Samouylov K.E.<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),*

<sup>2</sup>*Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,*

*ivan.matskevich.1994@gmail.com, samuylov\_ke@rudn.university*

***In this paper, the tradeoff between power consumption and transmission delay in the fog-cloud computing system is investigated. A workload allocation problem which suggests the optimal workload allocations between fog and cloud is formulated.***

Key words: Cloud computing, fog computing, optimization, power consumption-delay tradeoff, workload allocation.

## К РАЗРАБОТКЕ МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КАЧЕСТВА РАДИОКАНАЛА И МОМЕНТОВ СОВЕРШЕНИЯ ХЭНДОВЕРА В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ LTE <sup>1</sup>

*Мачнев Е.А., Полуэктов Д.С., Мокров Е.В.*

*Российский университет дружбы народов,  
egork1996@yandex.ru, poluektov\_dmitri@mail.ru, mokrov\_ev@rudn.university*

***В статье рассматривается программный комплекс на базе операционной системы Android для сбора статистики по использованию радиочастотного спектра при совершении хэндовера.***

Ключевые слова: LTE, Хэндовер, программный комплекс, эксперимент, сбор статистики

### **Введение**

В настоящее время в крупных городах мы сталкиваемся с проблемой высокой плотности населения. В связи с чем из-за ограниченности радиочастотного спектра для мобильной сети приходится располагать менее мощные, чем в сельской местности, базовые станции на небольших расстояниях друг от друга для поддержания высокого качества обслуживания (Quality of Service). А это в свою очередь приводит к тому, что, перемещаясь по городу, мы переходим на обслуживание от одной соты к другой. Наши устройства постоянно совершают хэндоверы [1, 2]. В данной работе мы анализируем использование радиочастотного спектра при совершении хэндовера в рамках совместного исследования с коллегами из Технологического университета Брно (Чехия) и Технологического университета Тампере (Финляндия) по тематике «Web Browsing under Unreliable Environment» и она является частью будущих исследований, поэтому в ней описываются только детали самого эксперимента и анализа собранных данных.

### **Описание мобильного приложения**

Для анализа использования радиочастотного спектра при совершении хэндовера, нами, совместно с командой из Технологического университета Брно, было разработано программное обеспечение для операционной системы Android, которое устанавливается на смартфон для проведения эксперимента по сбору статистики. Оно собирает данные о функционировании радиомодуля, расположенного на смартфоне. Приложение сохраняет в базу данных следующие показатели:

- CellID – идентификатор соты.
- RSSI – уровень мощности принимаемого сигнала. Измеряется после преобразования частоты сигнала из основной в промежуточную, но до усиления сигнала. Может быть использовано для оценки качества принимаемого сигнала.
- RSRQ – средняя мощность пилотных сигналов. Передается индексами от 0 до 34, по которым далее происходит оценка мощности в дБ.
- MNC – идентификатор сотового оператора. Является уникальным идентификатором мобильного оператора для сетей GSM, UMTS.
- BSSID – MAC-адрес устройства. Является уникальным и идентифицирует устройство в сети.
- TimeStamp – время создания записи в таблице.
- Ping сервера Google, максимальное, минимальное и среднее значения.

Используется для определения наличия интернет соединения и анализа его качества.

Используя показатели CellID и TimeStamp мы можем рассчитать среднее время нахождения абонента в соте. Однако, для получения точных цифр, необходимо провести

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00421 мол\_а.

эксперимент по сбору большой выборки данных. Для проведения эксперимента отбирается группа в количестве 20-40 человек, которые должны установить себе программное обеспечение на телефон и затем, в течение нескольких дней, перемещаться по городу, занимаясь своими повседневными делами. В это время установленное программное обеспечение собирает статистику и отправляет её на сервер, где в последствии вся статистика собирается в единую таблицу базы данных.

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	CallID	Location	BSSID	ASRQ	RSRQ	mMNC	mMCC	BSSID	WiFiRSSI	Timestamp	PingGoogle.cs(min/avg/max/msde)
2	678658	17723	-110	-14	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:12:36	4.792/7.190/9.947/2.239 ms	
3	678658	17723	-110	-12	1	250	8e:5d:4e	-76	17-Jan-2017 23:12:41	6.629/7.195/7.861/0.465 ms	
4	678658	17723	-111	-15	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:12:46	7.169/9.193/13.846/2.512 ms	
5	678658	17723	-111	-13	1	250	8e:5d:4e	-76	17-Jan-2017 23:12:51	3.659/7.866/14.099/3.893 ms	
6	678658	17723	-110	-16	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:12:56	4.480/10.414/22.284/6.226 ms	
7	678658	17723	-110	-13	1	250	8e:5d:4e	-74	17-Jan-2017 23:13:01	3.941/6.508/8.898/1.780 ms	
8	678658	17723	-110	-14	1	250	8e:5d:4e	-74	17-Jan-2017 23:13:06	4.081/7.461/10.085/1.931 ms	
9	678658	17723	-109	-12	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:13:11	5.156/8.022/12.516/2.508 ms	
10	678658	17723	-111	-15	1	250	8e:5d:4e	-74	17-Jan-2017 23:13:16	6.248/6.653/7.000/0.283 ms	
11	678658	17723	-110	-13	1	250	8e:5d:4e	-74	17-Jan-2017 23:13:21	5.282/24.697/68.408/23.133 ms	
12	678658	17723	-111	-14	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:13:26	4.431/6.376/10.701/2.337 ms	
13	678658	17723	-111	-14	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:13:31	4.081/7.351/11.147/2.908 ms	
14	678658	17723	-112	-13	1	250	8e:5d:4e	-75	17-Jan-2017 23:13:36	4.413/7.517/12.432/2.912 ms	
15	678658	17723	-114	-14	1	250	8e:5d:4e	-77	17-Jan-2017 23:13:41	4.011/7.242/14.921/3.981 ms	
16	678658	17723	-111	-14	1	250	8e:5d:4e	-78	17-Jan-2017 23:13:46	4.522/7.722/10.395/2.070 ms	
17	678658	17723	-112	-13	1	250	8e:5d:4e	-78	17-Jan-2017 23:13:51	3.349/6.796/9.763/2.043 ms	
18	678658	17723	-111	-12	1	250	8e:5d:4e	-76	17-Jan-2017 23:13:56	6.689/7.953/9.163/0.823 ms	
19	678659	17723	-106	-9	1	250	8e:5d:4e	-77	17-Jan-2017 23:14:01	6.674/8.933/12.851/2.200 ms	
20	678659	17723	-108	-11	1	250	8e:5d:4e	-77	17-Jan-2017 23:14:06	6.450/8.523/9.937/1.314 ms	

Рис.1. Пример собранных данных

## Выводы

Данный комплекс дает возможность проанализировать качество соединения, время передачи устройства от одной соты к другой и доступность интернет-подключения в различных ситуациях. В дальнейшем статистику, собранную с помощью описанного программного комплекса можно использовать в качестве входных параметров для широкого круга аналитических систем, от задач, рассматривающих хэндовер между сотами, до задач, рассматривающих временное изъятие ресурсов. Так, например, в [3] строится имитационная модель для получения статистики по хэндоверу. Описанный программный комплекс может применяться для схожих задач, давая при этом более приближенные к реальным значения.

## Литература

1. ETS 300 527 European digital cellular telecommunications system (Phase 2); Handover procedures // 1995
2. IEEE Standard for Local and metropolitan area networks - Media Independent Handover Services // IEEE Std 802.21-2008 – Jan. 21 2009
3. de-la-Bandera I., Barco R., Muñoz P., and Serrano I. Cell Outage Detection Based on Handover Statistics // IEEE Communications Letters – Vol. 19, No. 7 – July 2015

## ON DEVELOPMENT OF MOBILE APPLICATION FOR REFERENCE SIGNAL AND HANDOVER MEASUREMENTS IN WIRELESS LTE NETWORK

Machnev E.A., Poluektov D.S., Mokrov E.V.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
egork1996@yandex.ru, poluektov\_dmitri@mail.ru, mokrov\_ev@rudn.university

*In this paper we describe a program complex for Android operating system, that collects statistics on the radio-frequency spectrum usage during Handover procedures.*

Key words: LTE, Handover, program complex, trial, statistics collection.

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ВИДЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ДЕЛЕНИЕМ И СЛИЯНИЕМ ТРЕБОВАНИЙ

Осипов О.А.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
имени Н.Г. Чернышевского, oleg.alex.osipov@gmail.com

*В работе предложена модель системы распределённых вычислений в виде системы массового обслуживания с делением и слиянием требований и конечным числом приборов. Для изучаемой модели с использованием матрично-геометрического метода получено стационарное распределение.*

Ключевые слова: система массового обслуживания с делением и слиянием требований, матрично-геометрический метод, распределённое и параллельное выполнение, системы облачных вычислений.

### Введение

Системы распределённых вычислений [1] получают все большее распространение, благодаря их высокой производительности, надежности, масштабируемости. Поэтому актуальным является построение математических моделей и использование их для решения задач анализа и синтеза такого класса реальных систем.

В данной работе рассматривается распределенная система, состоящая из нескольких рабочих узлов (work nodes) и одного выделенного главного узла (master node). Поступающие для обработки задачи делятся главным узлом на более простые для выполнения подзадачи и распределяются по системе таким образом, что занимают все свободные в данный момент времени рабочие узлы. Задачи, которые не могут распределиться по рабочим узлам, ожидают в главном узле.

После завершения своего выполнения подзадача освобождает рабочий узел, исходная задача будет считаться выполненной только после выполнения всех её подзадач.

Для анализа производительности параллельных и распределенных систем [2] (GRID-системы, распределённые базы данных, сети передачи данных с многопутевой маршрутизацией) будем использовать системы массового обслуживания с делением и слиянием требований (fork/join queueing systems) [3].

### Краткое описание модели

Рассмотрим систему массового обслуживания, состоящую из  $M$  параллельных обслуживающих приборов  $S_i$ ,  $i=1, \dots, M$ , и очереди бесконечной вместимости. В очередь системы обслуживания поступает пуассоновский поток требований класса  $w=1$  с интенсивностью  $\Lambda$ .

Если очередь системы обслуживания не пуста и имеется  $1 \leq d \leq M$  свободных приборов, то требование выбирается из очереди согласно дисциплине *FCFS* и разделяется на  $d$  фрагментов с классом  $w=d$ . Каждый из фрагментов мгновенно занимает свободный прибор и начинает обслуживаться. Длительность обслуживания фрагментов с классом  $w$  есть экспоненциально распределенная случайная величина с параметром  $w\mu_i$ ,  $i \in D$ , где  $D$  – множество номеров свободных приборов на момент разделения требования,  $\mu_i$  – интенсивность обслуживания требования класса  $w=1$  прибором  $S_i$ .

После завершения обслуживания фрагменты освобождают приборы. Фрагменты ожидают момента завершения обслуживания последнего из фрагментов ранее

разделенного того же самого требования. Сразу после этого эти фрагменты мгновенно объединяются в исходное требование, которое покидает систему обслуживания.

Состояние системы обслуживания определим вектором  $n = (n_0, n_1, \dots, n_M)$ , где  $n_0$  – число требований очереди,  $n_i = 0$ , если прибор  $S_i$  свободен, и  $n_i = w$ , если прибор  $S_i$  занят обслуживанием фрагмента класса  $w$   $i = 1, \dots, M$ .

Случайный процесс  $\{n(t), t > 0\}$  есть цепь Маркова с непрерывным временем. Инфинитезимальный оператор цепи Маркова имеет блочно-диагональный вид, что позволяет использовать матрично-геометрический метод для получения стационарного распределения.

### Результаты исследований

В ходе исследований была построена модель для системы распределенных вычислений в виде системы массового обслуживания с делением и слиянием требований. Для разработанной модели был получен метод, позволяющий найти стационарное распределение состояний системы обслуживания. Выполнена серия вычислительных экспериментов, проведён анализ полученных результатов.

### Литература

1. *Coulouris G. F., Dollimore J., Kindberg T.* Distributed systems: concepts and design. – Pearson education. – 2005.
2. *Горбунова А.В., Зарядов И.С., Матюшенко С.И., Самуйлов К.Е., Шоргин С.Я.* Аппроксимация времени отклика системы облачных вычислений. // Информатика и ее применение. – Т. 9, Вып. 3. – 2015. – С. 32-38.
3. *Thomasian A.* Analysis of Fork/Join and Related Queueing Systems // ACM Computing Surveys. – Vol. 47. – №. 2 – 2015. – Pp. 17:1-17:71.

## A FORK/JOIN QUEUEING MODEL OF DISTRIBUTED COMPUTING SYSTEMS

*Osipov O.A.*

*Saratov State University named after N.G. Chernyshevsky, oleg.alex.osipov@gmail.com*

*In this paper, we use fork/join queueing models to analyze distributed computing systems.*

Key words: fork/join queueing systems, matrix geometric method, distributed computing systems



## К АНАЛИЗУ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕДУРЫ ВЕБ-БРАУЗИНГА В УСЛОВИЯХ НЕНАДЕЖНОСТИ РЕСУРСОВ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ

*Саркер М., Острикова Д.Ю.*

*Российский университет дружбы народов, murari.sarker@mail.ru, ostrikova\_dyu@rudn.university*

*Для анализа процедуры веб-браузинга в сети LTE в условиях ненадежности ресурсов построена математическая модель с одновременными отказами ненадежных приборов и конечной очередью.*

Ключевые слова: LTE, ненадежность, прерывание обслуживания, веб-браузинг.

### Введение

Одной из популярных услуг среди пользователей сетей LTE является веб-браузинг [1]. Авторами исследуется процедура веб-браузинга в условиях ненадежности ресурсов, например, в случае совместного использования владельцем и арендатором-оператором лицензированных частот по технологии LSA (Licensed Shared Access) [2,3]. С точки зрения оператора важным показателем является число пользователей, которым недоступна услуга, т.е. число пользователей, ожидающих начала загрузки веб-страницы и число пользователей, для которых загрузка веб-страницы была прервана из-за изъятия ресурсов. Для расчетов и анализа данной характеристики авторами построена математическая модель в виде системы массового обслуживания (СМО) с одновременными отказами ненадежных приборов и конечной очередью.

### Математическая модель

На систему, состоящую из  $C$  ненадежных приборов и очереди длины  $r$ , поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Предполагается, что находящиеся на приборах заявки сохраняют за собой место в очереди. При этом приборы могут одновременно отказывать с интенсивностью  $\alpha$ , а затем восстанавливаться через некоторое время с интенсивностью  $\beta$ . Отказ и восстановление приборов распределены по экспоненциальному закону. Если в момент поступления заявки в системе есть свободные приборы, то заявка поступает на обслуживание, занимает один прибор и обслуживается на нем в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ . Если же в момент поступления заявки в системе нет свободных приборов для ее обслуживания, то заявка помещается в очередь. В случае если очередь полна, поступившая заявка теряется. Заявка будет обслуживаться без прерывания, если за время ее обслуживания не произойдет отказ приборов. Если же за время обслуживания заявки приборы откажут, то возникнет задержка в обслуживании до момента их восстановления, далее заявка будет обслуживаться с того момента, на котором была прервана.

Пусть  $m_1$  – число заявок в очереди, ожидающих начала обслуживания,  $m_2$  – число заявок в очереди с прерванным обслуживанием, а  $n$  – число заявок на ненадежных приборах. Тогда функционирование системы можно описать марковским случайным процессом над пространством состояний:

$$\mathbf{X} = \{(n, m_1, m_2) : (n, 0, 0), n = 0, 1, \dots, C; (C, m_1, 0), m_1 = 1, \dots, r - C; (0, m_1, m_2), m_1 \geq 0, 1 \leq m_2 \leq C, m_1 + m_2 \leq r\}. \quad (1)$$

### Расчет среднего числа пользователей, ожидающих начала и возобновления загрузки веб-страницы

Зная распределение вероятностей  $p(n, m_1, m_2)$ , можно вычислить среднее число  $Q_1$  пользователей, ожидающих начала загрузки веб-страницы, и среднее число  $Q_2$  пользователей, ожидающих возобновления загрузки веб-страницы по причине изъятия ресурсов, по формулам (2) и (3):

$$Q_1 = \sum_{m_1=1}^{r-C} m_1 p(C, m_1, 0) + \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_1 p(0, m_1, m_2), \quad (2)$$

$$Q_2 = \sum_{m_2=1}^C \sum_{m_1=0}^{r-m_2} m_2 \cdot p(0, m_1, m_2). \quad (3)$$

Численный анализ вероятностных характеристик  $Q_1$  и  $Q_2$  был проведен на основе исходных данных, приведенных в документе Motorola White paper, 2009 [4] и статье [5]. Рассмотрим соту сети LTE с пропускной способностью  $C_1$ , пользователи которой стационарны и просматривают веб-страницы со средним размером  $b$ . Время загрузки  $T_d$  веб-страницы определим как сумму времени  $T_r$  с момента отправки пользователем запроса на загрузку веб-страницы до момента появления на экране первого элемента страницы (время отклика) и времени с момента появления на экране первого элемента страницы до момента полной загрузки страницы (время прямой загрузки). Среднее время обслуживания запроса пользователя определим, как среднее время прямой загрузки, т.е.  $\mu^{-1} = T_d - T_r$ . В соответствии со спецификацией ITU-T M.2370 [6] веб-браузинг составляет 9% от общего объема мобильного трафика, следовательно, максимальное число пользователей, занимающих полосу частот совместного использования, составит  $C = C_1 \cdot 0,09 \cdot (T_d - T_r) / b$ , а размер буфера –  $r = C_1 \cdot 0,09 \cdot T_d / b$ . Обозначим  $N_{UES}$  число пользователей соты, а  $\Delta_R$  – среднее время просмотра пользователем веб-страницы. Тогда интенсивность входящего потока запросов пользователей соты на загрузку веб-страницы можно определить, как  $\lambda = N_{UES} / (\Delta_R + T_d)$ .

### Выводы

В заключение отметим, что в докладе проведен численный анализ среднего числа пользователей, ожидающих начала и возобновления загрузки веб-страницы, на основе исходных данных из документа Motorola White paper (2009), и показано, как меняется данный показатель при разных значениях числа пользователей и пиковой пропускной способности соты.

### Литература

1. Hosek J., Ries M., Vajsar P., Nagy L., Sulc Z., Hais P., and Penizek R. Mobile web QoE study for smartphones // Proc. of the IEEE GLOBECOM 2013 (December 9–13, 2013, Atlanta, USA). – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2013. – P. 1157–1161.
2. Gudkova I.A., Samouylov K.E., Ostrikova D.Y., Mokrov E.V., Ponomarenko-Timofeev A.A., Andreev S.D., and Koucheryavy Y.A. Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // Proc. of the 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015 (October 6–8, 2015, Brno, Czech Republic). – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2015. – P. 123–131.

3. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko-Timofeev A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D. Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014 (October 6–8, 2014, St. Petersburg, Russia). – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2014. – P. 390–396.
4. Motorola. 2009. “Realistic LTE Performance – From Peak Rate to Subscriber Experience”. White paper. [http://www.apwpt.org/downloads/realistic\\_lte\\_experience\\_wp\\_motorola\\_aug2009.pdf](http://www.apwpt.org/downloads/realistic_lte_experience_wp_motorola_aug2009.pdf)
5. Samouylov K., Naumov V., Sopin E., Gudkova I., and Shorgin S. Sojourn time analysis for processor sharing loss system with unreliable server // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), – 2016. – Vol. 9845. – P. 284-297.
6. ITU-T M.2370. IMT traffic estimates for the years 2020 to 2030. – 2015.

## **ON ANALYZING WEB BROWSING PROCEDURE UNDER RADIO RESOURCES UNRELIABILITY IN WIRELESS NETWORK**

*Sarker M., Ostrikova D.U.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), murari.sarker@mail.ru,  
ostrikova\_dy@rudn.university*

*We propose a queuing model with simultaneous failures of unreliable servers and finite buffer for analyzing web browsing procedure in conditions of resources unreliability in LTE network.*

Key words: LTE, unreliability, service interruption, web browsing.

## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕЙСА, НАПРАВЛЕННОГО НА МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ.

Данилов И.Д.

Российский университет дружбы народов, danilovid94@mail.ru

*Рассматривается прототип автоматизированной системы управления бизнес-процессами, направленной в частности на моделирование инвестиционных проектов и определение целесообразности их внедрения.*

Ключевые слова: компьютерные науки, информационные технологии, графический интерфейс, инвестиционный анализ, бизнес-процессы.

### Введение

Представляемая нами работа посвящена разработке графического интерфейса инновационной программы, которая поможет пользователю рассчитать экономические показатели, не прибегая к затратной помощи сторонних лиц. Кроме того, авторская программа самостоятельно на основе расчётов сможет сформировать вывод о целесообразности внедрения проекта в организации. Пользователями программы могут быть не только руководители, но и сами финансовые аналитики, которые с помощью программы повысят время и эффективность своей работы.

### Архитектура системы

Авторская программа имеет несколько окон с переходами. Пример окон (1) Основная форма [Form1] открывается при запуске программы. Из нее можно перейти на следующую форму [Form2].

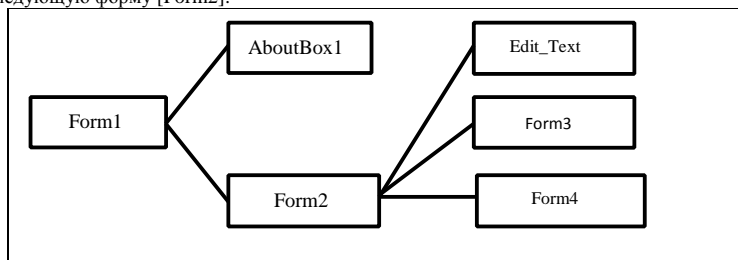


Рис. 1. Окна и переходы

Программа использует стандартные библиотеки C#.

Все основные компоненты программы размещаются на Form1, на котором размещены кнопки и pictureBox1. pictureBox1 служит в качестве холста. На котором создаются объекты бизнес-процессов. Первая фигура – «Название». Является начальной фигурой для задания имени проекту. Имеет форму овала. Не несет в себе никакого функционала. Ромбы в программе выполняют функцию с входными данными. Первый раз данные вносятся из другого окна. Затем их можно изменить, нажав на результат. Прямоугольник хранит в себе название в верхней части и вывод от расчетов в нижней части. Так же как и Ромб задается из другого окна. Но при нажатии на результат открывается описание данного результата. Линия показывает связи между элементами и не несет функций.

### Архитектура системы

Как указывалось выше в программе используется несколько форм. Основное окно имеет минималистичный вид. Имеется 6 кнопок и холст. Пример основного окна (2).

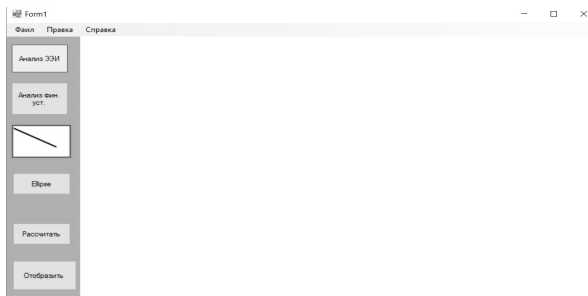


Рис. 2. Основное окно Form1

При нажатии кнопки «Анализ ЭЭИ» открывается новое окно «Form2» (Рисунок 5). На котором расположено 8 задач, которые сгруппированы и поделены в зависимости от их функционала (3).

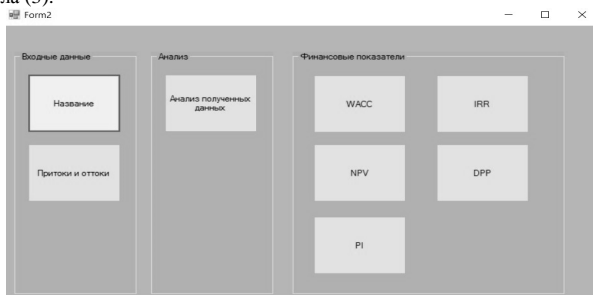


Рис. 3. Вспомогательное окно Form2

При нажатии на кнопку «Название» открывается форма «Edit\_Text» (4). На форме имеется поле для названия проекта и две кнопки: «Ok» и «Cancel».

При нажатии на кнопку [Ok] программа создает на холсте объект с именем указным в поле. Следующая форма [Form3] запускается из второй формы, при нажатии на кнопку [Притоки и Оттоки]. Форма содержит два ряда текстовых блоков. Они служат для внесения притоков и оттоков. При нажатии на кнопку [Рассчитать], окно закрывается и в память вносятся числа (4). [Form4], так же запускается из [Form2] так же имеет 2 ряда полей. Только в вертикальной расстановке.

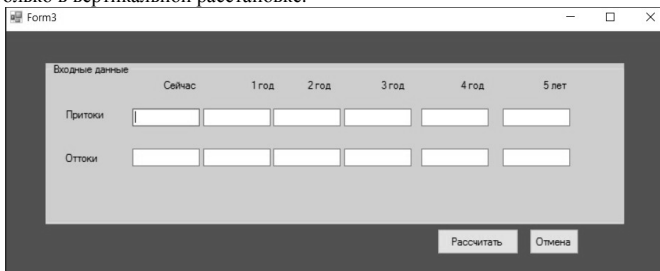


Рис. 4. Вспомогательное окно Form3

Только в вертикальной расстановке. При нажатии на кнопку [button 1] делается расчет и в последнем столбце появляются значения долей. В конце второго столбца появляется сумма всех вложенных инвестиций. А в конце третьего появляется значение показателя WACC. Этот показатель так же вносится в память и используется для дальнейших вычислений.

### Функционал системы

Пользователь нашей программы сможет без особых экономических знаний рассчитать экономическую эффективность инвестиций, основанную на дисконтированных оценках экономической эффективности инвестиций. Так для обоснованного вывода о целесообразности принятия или отклонения проекта на основе входных данных программа считает показатель чистой приведенной стоимости проекта (Net Present Value - NPV) и индекс рентабельности инвестиций (Profitability Index - PI)

Использование нескольких методов оценки вызвана тем, что результаты, получаемые с использованием различных методов, могут иметь противоречивый характер, а сравнивая результаты программа делает вывод о приемлемости того или иного проекта.

### Выводы

На пути реализации идеи нашей программы мы создали свой прототип автоматизированной системы моделирования инвестиционного проекта. Ее достоинство в том, что пользователь, не обладая специальными навыками в области программирования и инвестиционного анализа, сможет без труда проанализировать свой проект и минимизировать риски.

### Литература

1. *Silver, B.* BPMN Method and Style with BPMN Implementer's Guide // 2nd ed., Cody-Cassidy Press – 2012
2. *Репин В.В., Елиферов В.Г.* Процессный подход к управлению. Моделирование бизнес-процессов. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2013. — С. 136 – 139.
3. *Колмыкова Т.С.* Инвестиционный анализ: Учеб. пособие / Т.С. Колмыкова. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 204 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование).
4. *Федоров И.Г.* Моделирование бизнес-процессов в нотации BPMN 2.0 / Научно-практическое издание. — М: МЭСИ, 2013. — 264 с

## A SOFTWARE IMPLEMENTATION OF A GRAPHICAL INTERFACE, AIMED AT MODELING OF INVESTMENT PROJECTS

Данилов И.Д.

*Peoples' Friendship University of Russia, danilovid94@mail.ru*

*It is considered the prototype of the automated control system of business processes, aimed in particular at the modelling of investment projects and determining the feasibility of their implementation.*

Key words: Computer science, information technology, graphical interface, investment analysis, business processes.

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Докучаев Д.А.

Сибирский Федеральный Университет. Институт математики и фундаментальной информатики, alllok95@gmail.com

*Задача распознавания является одной из наиболее важных и сложных задач анализа данных. Целью данной работы является исследование постановки задачи распознавания образов и основных методов распознавания. В работе рассматриваются особенности работы методов в ситуации распознавания изображений. Решается практический пример распознавания изображений.*

Ключевые слова: распознавание, образ, прецедент, решающее правило, выборка, классификация, информатика, анализ данных.

### Введение

Задача распознавания изображений относится к широкому классу задач распознавания образов. Распознавание образов – раздел статистического анализа данных, объединяющий методы разбиения объектов по нескольким категориям или классам.

Распознавание образов является востребованным и успешно развивающимся направлением в современной теоретической информатике и анализе данных. Его методы имеют широкий спектр применений практически во всех областях человеческой деятельности, связанных с изучением объектов и процессов: медицине, биологии, химии, маркетинге, психологии, социологии, менеджменте и других.

Объекты распознавания принято называть *образами*.

*Прецедент* – это образ, правильная классификация которого заранее известна. Классификация основывается на прецедентах.

Будем считать, что все объекты или явления разбиты на конечное число классов. Для каждого класса известно и изучено конечное число объектов – прецедентов. Задача распознавания образов состоит в том, чтобы отнести новый распознаваемый объект к какому-либо классу.

### Задача классификации и распознавания образов

Формулировка задачи распознавания образов выглядит следующим образом: имеется множество объектов (1) - объектов распознавания:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (1)$$

Индикаторная функция (2) разбивает пространство образов  $X$  на  $m$  непересекающихся классов. Индикаторная функция неизвестна.

$$g(x) : X \rightarrow M, M = \{1, \dots, m\}. \quad (2)$$

Пусть  $F$  – это пространство признаков, тогда функция (3), ставит в соответствие каждому объекту  $x_i \in X$  точку  $f(x)$ . Вектор  $f(x)$  называется образом объекта  $x \in X$ . В пространстве образов признаков определены непересекающиеся множества точек  $K_i \in F, i = \overline{1, m}$ , соответствующих образам одного класса.

$$f(x) : F \rightarrow X. \quad (3)$$

Функция (4) называется решающим правилом, оно представляет собой оценку для  $g(x)$  на основании  $f(x)$ , то есть  $\bar{g}(f) = \bar{g}(f(x))$ .

$$\bar{g}(f): F \rightarrow M. \quad (4)$$

Пусть (5) – доступная информация о функциях  $f(x)$  и  $g(x)$ , но сами эти функции неизвестны. Тогда  $(g_j, f_j)$  – есть множество прецедентов.

$$f_j = f(x_j), j = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Требуется построить такое решающее правило  $\bar{g}(f)$ , чтобы распознавание и классификация проводилось с минимальным числом ошибок.

Как уже было сказано выше, каждый объект описывается набором своих характеристик, называемых признаками. Признаки могут быть следующих типов:

- 1) Бинарный признак:  $F_i = \{0, 1\}$ ,
- 2) Номинальный (качественный) признак:  $F_i$  — конечное множество;
- 3) Порядковый признак:  $F_i$  — конечное упорядоченное множество;
- 4) Количественный признак:  $F_i = R$  — множество действительных чисел.

Самой распространенной ситуацией является кластеризация объектов, у которых все признаки являются количественными, т.е. когда выполнено (6).

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\} \in R^n. \quad (6)$$

Для нашей задачи распознавания изображений в качестве множества объектов берутся изображения.

### Решение задачи с помощью выделения вектора характеристик

Предполагается, что каждое изображение (объект) представляется в виде набора пикселей. Пусть (7) множество всех изображений, которые поступают на распознавание,  $m$  – заданное число классов, на которое требуется разбить множество  $X$ .

Требуется задать функцию расстояния на множестве изображений в виде (8) и произвести классификацию по классам. В качестве меры близости изображений, представленных векторами значений признаков, обычно используется скалярное произведение векторов.

$$X = (x_1, \dots, x_n). \quad (7)$$

$$\rho(x_i, x_j): X \times X \rightarrow R_+. \quad (8)$$

Далее представим каждое изображение в виде вектора (9), где  $r(x_i, f_j)$  – состояние, которое сейчас принимает пиксель  $f_j \in F$  в изображении  $x_i$ . Также каждому классу изображений соответствует вектор весов той же размерности (10).

$$x_i = (r(x_i, f_1), \dots, r(x_i, f_j)). \quad (9)$$

$$W_i = (w_1, \dots, w_n). \quad (10)$$

Необходимость такого вектора возникает из-за того, что мы распознаем каждый раз новые изображения и добавляем их в наш класс. Далее они будут использоваться для сравнения. Такое действие поможет улучшить качество распознавания.

Изначально полагаем, что вектор весов единичный. При добавлении нового изображения количество элементов в классе увеличивается, а веса тем самым изменяются следующим образом (11), где  $K_i$  – количество элементов в  $i$  классе.



$$W_i = \left( \frac{w_1}{K_i}, \dots, \frac{w_n}{K_i} \right). \quad (11)$$

Затем вводится расстояние между файлами  $x_i$  и  $x_j$  как расстояние между векторами.

Чаще всего в качестве функции расстояния  $\rho(x_i, x_j)$  используется евклидово расстояние в виде (12).

$$\rho(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{m=1}^n (r_i^m - r_j^m)^2 * w_i} \quad (12)$$

Тогда, если два изображения похожи друг с другом, то расстояние между соответствующими им векторами будет наименьшим. Таким образом, если расстояние изображений  $x_i$  и  $x_j$  наименьшее, то файл  $x_j$  будет отнесен в класс, которому принадлежит  $x_j$ .

### Оценка обучения и оценка классификаторов

Задаче классификации данных часто ставится сопутствующей ей вопрос — какая предсказательная способность у выбранного классификатора? Требуется, чтобы классификатор мог работать хорошо на всех данных.

Этот вопрос решаем, если мы минимизируем «общий риск». Но такие вычисления в действительности невозможны, так как потребуется проводить вычисления на неограниченном множестве.

Пусть дана ограниченная обучающая выборка, тогда можно использовать следующие методы для оценки классификаторов:

- 1) «Удержание»
- 2) «Скользящий контроль»
- 3) «5-2 Контроль»

В случае «Удержания» будем разбивать имеющуюся выборку на части. На одной из этих частей мы будем обучать систему, а на другой тестировать.

Пусть имеется набор данных (13) с известными ответами. Разобьем  $X^k$  следующим образом (14). Будем использоваться для обучения  $X^l$ , а для контроля  $X^c$ .

$$X^k = \{x_1, \dots, x_k\}. \quad (13)$$

$$X^l \cup X^c = X^k : X^l \cap X^c = 0. \quad (14)$$

Для применения метода «Скользящий контроль» разобьем выборку в виде (15) на  $d$  не пересекающихся частей и будем использовать одну из них для контроля, а остальные для тренировки.

$$\{X^i\}_1^d : X^i \cap X^j = 0, i \neq j. \quad (15)$$

Стоит отметить, что результат в пределе будет равен общему риску. Важным свойством этого метода является то, что каждый элемент будет один раз присутствовать в контрольной выборке.

Метод «5-2 контроль» является компромиссом двух предыдущих методов. Разделим выборку случайным образом пополам. Обучим на одной половине, а протестируем на другой. Повторяя эти действия 5 раз и усредняя значение, получим требуемый результат.

### Практическая задача распознавания и классификации

В качестве множества распознаваемых объектов в работе использовались изображения с нарисованными на них цифрами. Имелась обучающая выборка изображений – прецеденты для каждого класса. Для каждой из 10 цифр в выборке

присутствовало несколько изображений: чёткие изображения и изображения с некоторыми внесенными шумами. Каждое из этих изображений было однозначным образом отнесено к одному из классов (конкретной цифре).

В работе было создано программное обеспечение, реализующее работу рассмотренного выше метода распознавания на изображениях. Программный модуль, выполняющий работу с помощью вектора характеристик, был реализован в среде Visual Studio 2012, на языке C++.

Для начала на вход программе подавались множество файлов из обучающей выборки. После обучения на вход давалось некоторое изображение, и задачей алгоритма было определить, какая это цифра и отнести ее в определенный класс. Для тестирования алгоритмов были поданы 10 файлов на распознавание. Во всех этих файлах также были изображены эти же цифры, но уже с некоторыми шумами и неточностями.

На небольшом множестве объектов алгоритм абсолютно точно определил класс изображения. Однако при увеличении шумов и неточностей в изображении алгоритм начал допускать ошибки. При увеличении объема обучающей выборки алгоритм допускал меньше ошибок. Следует отметить, алгоритм также чувствителен к качеству обучающей выборки. При плохой обучающей выборке может возникнуть задача переобучения, для улучшения результата распознавания.

### Выводы

В данной работе была рассмотрена задача распознавания образов и ее частный случай – распознавание изображений. Был приведен метод решения задачи распознавания. Разработано программное обеспечение, реализующее работу данного алгоритма. Решена практическая задача распознавания изображений, а также выполнен анализ полученных результатов.

### Список литературы

1. *Воронцов К.В.* Лекции по алгоритмам кластеризации и многомерного шкалирования // М.: МГУ, 2007. – 18 с.
2. *Загоруйко Н.Г.* Прикладные методы анализа данных и знаний // Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
3. *Лепский А.Е., Броневиц А.Г.* Математические методы распознавания образов // Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. – 155с.
4. *Местецкий Л.М.* Математические методы распознавания образов // М.:МГУ, 2004. – 85с.

## METHODS FOR SOLVING THE OBJECTIVES OF RECOGNITION OF IMAGES

*Dokuchaev D.A.*

*Siberian Federal University. Institute of mathematics and computer science,  
alllok95@gmail.com*

***Image recognition task refers to a broad class of pattern recognition tasks. Pattern recognition and image, as well as classification and clustering of data are important issues addressed in modern theoretical computer science.***

Key words: recognition, image, precedent, decision rule, sample, classification, informatics, data analysis.

## ТЕМАТИЧЕСКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ НОВОСТНЫХ СООБЩЕНИЙ

Жарикова С.-Н. А.

Российский университет дружбы народов, sofia-nikol@mail.ru

**В работе рассматривается задача автоматического определения тем новостных сообщений.**

Ключевые слова: кластеризация, классификация, The Twenty Newsgroups, Data Mining, Text Mining.

### Введение

В современном мире существует проблема информационной перегрузки. Количество информации в интернете растёт в геометрической прогрессии. В связи с этим значительно возросло количество новостных статей, что весьма осложняет поиск нужной информации.

Одна из основных задач информационных систем – это представление пользователю той информации, которая ему интересна. Задача информационной системы кластеризации – в автоматическом распределении текстов сообщений по заданным темам, которые потенциально могут быть интересны пользователям.

В работе рассмотрены подходы к решению задачи классификации новостного потока на предопределённые тематические группы, выполнена оценка эффективности алгоритмов и представлены варианты дальнейшего развития. Для этого использован набор данных «The Twenty Newsgroups».[4] Сама программа написана на языке Python. Для её реализации потребовались библиотеки: numpy, scipy, sklearn, math.

### Построение признаков

В поставленной задаче на первом этапе извлекаем характерные признаки из объектов выборки и подготавливаем текстовые файлы для их дальнейшей обработки. Представим каждый документ в виде набора слов и таким образом составить словарь: каждому слову в тексте припишем свой уникальный индекс, который представляется целым числом, и проверим, как часто в текстах встречается данное слово. Для этого в библиотеке sklearn существуют методы TfidfVectorizer и CountVectorizer. Важно не только составить словарь, но и отфильтровать «стоп-слова», например, местоимения, предлоги, слова, которые встречаются в большом количестве текстов и т.д. [2].

Признаки были подготовлены с помощью CountVectorizer, значения максимальной и минимальной частоты слов которой были заданы по формулам (1-2). Это было сделано с целью уменьшения матрицы признаков.

$$\min\_df = \text{Количество объектов выборки} \times 0,005 \quad (1)$$

$$\max\_df = \text{Количество объектов выборки} \times 0,22 \quad (2)$$

### Определение значимости признаков

Подсчитать количество употребления слова в текстах недостаточно. Существует проблема: в выборке имеются как длинные, так и короткие тексты. Поэтому в первых среднее словоупотребление будет больше, несмотря на то, что они посвящены одной теме. Дабы снизить количество несоответствий, существует мера TF-IDF[1]. В работе сравниваются два варианта формул, представленных в табл.1:

$Wc(w_i, d)$  - количество употреблений слова  $w_i$  в тексте  $d$

$Awc(d)$  - количество всех слов в тексте  $d$

$N$  - количество всех текстовых документов

$N_{wc}(w_i)$  - количество текстовых документов, в которых есть слово  $w_i$

Таблица 1. Две формулы TF-IDF

TF-IDF (классический)	ГФ-IDF (нормированный) [3]
$tf(w_i, d) = \frac{Wc(w_i, d)}{Awc(d)} \quad (3)$	$if(w_i, d) = \log_{A_{c(d)+1}}(Wc(w_i, d) + 1) \quad (5)$
$idf(w_i) = \log_2 \frac{N}{N_{wc}(w_i)} \quad (4)$	$idf(w_i) = \frac{\log_2 \frac{N}{N_{wc}(w_i)}}{\log_2 N} \quad (6)$
$tf\_idf(w_i, d) = tf(w_i, d) \times idf(w_i) \quad (7)$	

Также не надо учитывать слова, которые встречались в большом количестве документов (союзы, предлоги, артикли...). Они являются малоинформативными. Вес этих слов нужно снизить. Данное действие называют tf-idf или другими словами «обратная частота термина».

### Результаты работы

В наборе данных «The Twenty Newsgroups» каждая категория разбита на две части: обучающую (60-70%) и тестовую (30-40%). При написании кода были использованы стандартные наборы данной библиотеки для обучения и контроля качества

Рассмотрим пример работы двух алгоритмов (RandomForestClassifier, MultinomialNB) на разных выборках. Алгоритм MultinomialNB реализует наивный алгоритм Байеса для полиномиально распределенных данных, и является одним из классических вариантов классификации текстов. Метод RandomForestClassifier заключается в использовании множества деревьев принятия решений, каждое из которых представляет собой алгоритм классификации объектов к тому или иному классу на основе независимых признаков. В данном случае количество деревьев было задано равным 100. Для каждого алгоритма были протестированы два варианта оценки значимости признаков – классический и нормированный. Результаты представлены в табл. 2-4.

В табл.2 находятся результаты работы классификаторов по четырём категориям из двадцати возможных: 'sci.space', 'soc.religion.christian', 'talk.politics.guns', 'comp.windows.x'. Как видно из названий, они значительно отличаются тематически и, соответственно, у классификатора не возникает трудностей с определением тематики.

Совершенно другой случай показан в табл.3, результаты оценки работы классификаторов были получены из категорий, темы которых относятся исключительно к компьютерам: 'comp.os.ms-windows.misc', 'comp.sys.ibm.pc.hardware', 'comp.sys.mac.hardware', 'comp.windows.x'. Понижение оценки связано с изменением 'ключевых слов' и сложностью вычисления их веса.

В табл.4 даны результаты по всему набору данных.

Таблица 2. Результат работы с тематически далёкими категориями

Классификатор	Accuracy	Количество несовпадений
MultinomialNB(норм.)	96,39%	56
MultinomialNB(классический)	96,78%	50
RandomForestClassifier(норм.)	94,78%	81
RandomForestClassifier(классический)	94,20%	90

Таблица 3. Результат работы с тематически близкими категориями

Классификатор	Accuracy	Количество несовпадений
MultinomialNB (норм.)	77,59%	351
MultinomialNB(классический)	81,80%	285
RandomForestClassifier(норм.)	78,93%	330
RandomForestClassifier(классический)	80,59%	304

Таблица 4. Результат работы на всех категориях

Классификатор	Ассурасы	Количество несовпадений
MultinomialNB(норм.)	75,73%	1828
MultinomialNB(классический)	76,37%	1780
RandomForestClassifier(норм.)	73,59%	1989
RandomForestClassifier(классический)	73,14%	2023

### Выводы

В результате работы алгоритма на разных выборках видно, что в отдельных случаях хорошо работает классический метод определения частот слов, в других TF-IDF в нормированном виде. В дальнейшем будут рассмотрены и проанализированы дополнительные варианты предобработки теста и более тщательно проанализирован словарь. Возможно, в нём всё ещё содержится достаточно шума и от него нужно избавиться. Также будут рассмотрены и другие классификаторы.

### Литература

1. Chernov S. Enterprise and Desktop Search Lecture 5: Desktop Search and Personal Information Management //Atlantic Monthly. – 1945.
2. scikit-learn Machine Learning in Python - <http://scikit-learn.org/>
3. Suvorov R., Sochenkov I., Tikhomirov I. Method for pornography filtering in the web based on automatic classification and natural language processing //International Conference on Speech and Computer. – Springer International Publishing, 2013. – С. 233-240.
4. The Twenty Newsgroups. - <http://qwone.com/~jason/20Newsgroups/>

## TOPIC CLUSTERIZATION OF NEWS ARTICLES

Zharikova S.-N.A.

Peoples' Friendship University of Russia, [sofia-nikol@mail.ru](mailto:sofia-nikol@mail.ru)

*The research examines an issue of automatic topic definition of news articles.*

Key words: clusterization, classification, The Twenty Newsgroups, Data Mining, Text Mining.

## ВЫДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ЭС, РЕШАЮЩЕЙ ЗАДАЧИ ТОРО

Исаев А.А.

Российский университет дружбы народов, *aspect93@yandex.ru*

*Рассматриваются характеристики, их взаимосвязь и примеры их влияния на работу персонального компьютера с целью их дальнейшего использования для решения задачи обучения экспертной системы.*

Ключевые слова: характеристики, персональный компьютер, экспертная система, техническое обслуживание и ремонт оборудования.

### Постановка задачи

В эру информационных технологий всё более важной проблемой является быстрая диагностика и устранение неполадок электронного оборудования, от которого зависит доход компаний. В данной работе проводится исследование различных параметров ПК (персонального компьютера) и их связей, которые можно получить ПК и передать экспертной системе (ЭС) программными методами без использования ресурса пользователя. Данные связи, как и их изучение, приведут к тому, что задачу диагностики исправности оборудования можно будет свести к задаче классификации с большой точностью, что существенно ускорит решение задачи.

### Задача обучения экспертной системы

Экспертная система(ЭС) — компьютерная система, способная частично заменить специалиста-эксперта в разрешении проблемной ситуации [1]. ЭС имеют сложную структуру, однако в тексте данной работы нас интересует механизм её обучения.

В большинстве случаев механизм обучения ЭС сводится к записи набора инцидентов и правил, которые заносятся в систему непосредственно экспертом в данной области, после чего, на основе имеющихся данных, соответствующих текущему состоянию предметной области (ПО) ЭС выдаёт пользователю ответ на поставленный вопрос. Данный метод называют «Дедуктивным обучением» [2]. Однако, существует и другой метод обучения, называемый «Обучением по прецедентам». Он основан на выявлении общих закономерностей по имеющимся у нас частным данным.

Актуальной является задача использовать ЭС для решения задач технического обслуживания и ремонта оборудования (ТОРО). Взаимосвязь ЭС и задач ТОРО вы можете увидеть на рисунке 1.



Рис. 1 Связь ТОРО и ЭС

Для создания ЭС, решающей задачи ТОРО необходимо сформировать базу знаний, которая может быть создана индуктивным путем. Для этого надо провести грамотный процесс обучения, в результате которого ЭС сможет давать ответ на поставленный вопрос

с высокой точностью и правдоподобностью. Для выполнения данной задачи нам необходим набор данных, подаваемых пользователем в ЭС для дальнейшей их обработки.

Далее мы рассмотрим параметры ПК и объясним необходимость их использования при непосредственной загрузке данных в компоненту обучения ЭС, а также приведём их взаимосвязи, которые будут использоваться уже непосредственно при решении задачи классификации.

### Анализ параметров

Стандартный ПК обладает множеством параметров, которые зависят от установленного на нём оборудования. В данной работе нас интересуют параметры, которые могут быть извлечены из ПК программным путём и отправлены на сервер для их сохранения и дальнейшей обработки.

Связь параметров и компонентов ПК показаны на рисунке 2.



Рис. 2. Связь параметров с компонентами ПК

### Взаимосвязь параметров

Кроме того, необходимо определить связи между самими параметрами. Отклонение одного параметра не несёт смысла, поскольку является лишь единичным отклонением от нормы, не несущим смысла в общем состоянии системы. Данная информация не позволит определить взаимосвязь между критичным показателем параметра и причиной данного отклонения. Однако сравнение значений уже нескольких параметров может выявить поломку и более точно установить её причину даже в том случае, если показатели не имеют критического отклонения.

Заметим, что связь между параметрами может быть представлена математическими формулами. Ключевую роль в формулах играют задаваемые вручную коэффициенты. Они необходимы для приведения значения формулы при рабочем состоянии системы к заранее известному значению, которое означает, что система находится в работоспособном состоянии. Формула для работы с нагревом и параметров, которые с ним связаны, может быть представлена так

$$\frac{heat*load}{speed+\alpha} \quad (1)$$

В формуле (1) используются следующие переменные:

1. heat – нагрев процессора.
2. load – нагрузка процессора.
3. speed – скорость вращения вентилятора.
4.  $\alpha$  – коэффициент.

Коэффициент  $\alpha$  – вручную вычисляемое значение, которое должно изменять знаменатель таким образом, чтобы в нормальных условиях работоспособной системы отношение давало значение, приближенное к единице с точностью в одну десятую. Отклонения выше данной нормы считаются наличием в оборудовании дефекта.

Отклонение в большую сторону указывает на различные поломки, связанные с недостаточной мощностью системы охлаждения, проблемы с вентилятором и т.д. В тоже время отклонение в меньшую сторону определённо указывает на наличие проблем с радиатором и термопастой, поскольку нагрев процессора будет являться слишком высоким относительно нагрузке.

Гораздо более сложным является выявление математической зависимости нагрузки от процессов. Учитывая приоритеты мы получаем формулу с несколькими коэффициентами, для которой должно соблюдаться несколько условий.

$$\frac{\alpha \cdot \text{prime}}{\beta \cdot \text{notprime}} \quad (2)$$

В формуле (2)  $\alpha, \beta$  - коэффициенты, при этом первый должен быть меньше второго, которые вручную подбираются так, чтобы в рабочем состоянии, удовлетворяющем пользователя, значение данного отношения было равно единице с погрешностью в одну десятую. Под «prime» понимается суммарная нагрузка от приоритетного ПО, «notprime» - суммарная нагрузка от стороннего ПО. Нагрузка системного ПО в данной формуле не учитывается. Любые показатели при вычислении выше единицы указывают отсутствие неполадок, в случае отклонение от формулы к нулю – необходимость исследования текущего списка процессов с выявлением и блокировкой как не приоритетного ПО, так и вредоносного ПО.

### Выводы

В данной работе были приведены характеристики, их взаимосвязь и примеры их влияния на работу ПК. Для данных выводов были изучены материалы, посвященных решению различных проблем с ПК, а также проведены беседы со специалистом в данной области. Полученные в результате осмысления материала формулы нуждаются в доработке с учётом их минусов. В дальнейшем на основе имеющегося материала необходимо лишь доработать формулы, выявить классы и провести выбор классификаторов с детальной настройкой и тестированием точности.

### Литература

1. Вагин В.Н., Новикова Г.М. Инструментальная система ДИССПО для создания интегрированных экспертных систем Материалы семинара «ЭВМ новых поколений и перспективы их использования в народном хозяйстве». – М.: МДНТП, 1989, – С. 59–64.

## DETECTION OF PARAMETERS FOR TRAINING OF THE EXPERT SYSTEM THAT SOLVES PROBLEM TORO

Isaev A.A.

People's Friendship University of Russia, aspekt93@yandex.ru

*The characteristics, their interrelation and examples of their influence on the work of a personal computer with the purpose of their further use for solving the problem of training the expert system are presented.*

Key words: characteristics, personal computer, expert system, maintenance and repair of equipment.



## РАЗРЕШЕНИЕ РЕФЕРЕНЦИИ В ТЕКСТАХ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ<sup>1</sup>

Каменская М.А., Храмоин И.В.

*Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, mak@isa.ru, hramoin@isa.ru*

***В работе представлен метод разрешения референции в рамках аргументно-предикатных конструкций в текстах на русском языке, основанный на правилах и статистической информации о совместной встречаемости слов.***

Ключевые слова: разрешение референции, разрешение анафоры, обработка естественного языка, автоматический анализ текстов.

### Введение

Задача разрешения референции или анафоры (Coreference Resolution или Anaphora Resolution) в естественно-языковых текстах заключается в выявлении таких именных групп в тексте или диалоге, которые ссылаются на один и тот же объект реального мира, и позволяет представить текст в виде единой связанной семантической сети. Эта задача является одной из ведущих проблем в компьютерной лингвистике, так как представляется достаточно сложной в связи с многогранностью естественного языка.

Для автоматического разрешения референции применяются два основных подхода. Первый подход заключается в ручном построении правил [1, 2]. На сегодняшний день правила, созданные вручную, автоматически или полуавтоматически, широко используются в системах разрешения референции в текстах на естественном языке. Второй подход заключается в применении методов машинного обучения с учителем (supervised learning) [3, 4, 5]. Такой подход является менее трудоемким, чем подход, основанный на правилах, при этом показывает хорошие результаты. Однако использование методов машинного обучения требует предварительного создания репрезентативного размеченного корпуса текстов, что является трудозатратной задачей.

### Разработанный метод разрешения референции в текстах на русском языке

В данной работе решалась задача разрешения референции для слов, являющихся в предложении подлежащим и прямым дополнением. Эти слова являются непосредственными участниками взаимодействия – субъектом и объектом действия. В качестве описания взаимодействия рассматривались слова, являющиеся в предложении сказуемым. Таким образом, исходными данными для предложенного метода являются тройки «подлежащее-сказуемое-дополнение».

Решать задачу поиска референтов необходимо итерационно, так как каждый шаг в решении преобразует исходную задачу, позволяя посмотреть на текст с другой стороны.

Исходя из имеющихся предположений, была разработана следующая схема решения. На первом этапе выделялись тройки: подлежащее-сказуемое-дополнение. Далее производилась оценка сопоставления слов по принципу каждого с каждым. Следующим шагом проводилась оценка возможности сопоставления слов и отнесения их к одной сущности реального мира.

Основной проблемой задачи разрешения референции является большое количество кандидатов в референты при малом числе положительных исходов. Под положительным исходом понимается факт установления связи между двумя претендентами в референты. Это приводит к необходимости организовать эффективную систему оценки претендентов, достаточно строгую для отсека максимального числа ложных

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант №16-37-00422 «мод.а».

вариантов, и при этом с максимальной полнотой решения. Для этого были введены два типа условий:

- условия-ограничения, выполнение которых не позволяет объединять слова в одну референтную цепочку;
- условия-предпочтения, выполнение которых увеличивает вероятность объединения кандидатов в одну референтную цепочку, а невыполнение – уменьшает.

К условиям первого типа относятся:

- принадлежность обоих слов-кандидатов в референты одной предикатно-аргументной структуре;
- наличие у обоих слов-кандидатов связи с одним и тем же сказуемым.

К условиям второго типа относятся условия-предпочтения, приведенные в табл. 1. Результатом применения условия-предпочтения является действительное число. Знак этого числа определяет возможность связи кандидатов в одну референтную цепочку, а модуль этого числа характеризует степень достоверности этого условия.

Таблица 1. Условия-предпочтения для оценки референтности кандидатов

Условие	Значение
Кандидаты представляют одну лексему	1, если условие выполняется -1, в противном случае
Кандидаты употребляются в одинаковом числе	0.5, если условие выполняется -1, в противном случае
Кандидаты имеют один и тот же род	0.5, если условие выполняется -0.5, в противном случае
Кандидаты являются синонимами	1, если условие выполняется -1, в противном случае
Глаголы, с которыми связаны кандидаты, являются синонимами, и кандидаты выполняют одну и ту же роль	1, если условие выполняется -1, в противном случае
Расстояние в тексте между кандидатами меньше 15/30/45 предложений	1, если расстояние между словами менее 15 предложений 0.5, если расстояние между словами менее 30, но более 15 предложений 0.25, если расстояние между словами менее 45, но более 30 предложений 0, если расстояние между словами больше 45 предложений
Связь одного кандидата с глаголом другого кандидата статистически оправдана	1, если условие выполняется -1, в противном случае
Вероятность связи кандидатов как субъекта и объекта действия	1, если условие выполняется -1, в противном случае

Для проверки последних двух условий были построены таблицы совместной встречаемости подлежащих и сказуемых, сказуемых и дополнений, а также троек «подлежащее-сказуемое-дополнение».

После проверки каждой пары кандидатов на соответствие условиям первого типа им выставляются оценки на основе проверок второго типа. Из всех возможных пар кандидатов выбирается пара с максимальной оценкой. Если таких пар несколько, то выбирается пара с наименьшим расстоянием между кандидатами. Также, если эта проверка не является первой, проводится проверка отнесения каждого кандидата к уже построенным цепочкам.

### Экспериментальные исследования

Для проверки предложенного метода, были проведены эксперименты на реальных текстах. Для проведения экспериментов 75 текстов были вручную размечены на предмет наличия референтных связей. Референтные связи устанавливались только среди подлежащих и прямых дополнений.

Оценка результатов проводилась с помощью метрик, традиционно используемых для определения качества работы методов автоматической обработки текстов: Precision (точность) и Recall (полнота). Точность предложенного метода составила 0.64%, а полнота – 0.71%.

### Выводы

В настоящей работе предложен метод разрешения референции в текстах на русском языке, основанный на правилах и статистической информации о совместной встречаемости слов. Представленный метод разрешает референцию для слов, входящих в субъектно-объектные аргументно-предикатные конструкции, т.е. для слов, являющихся подлежащим и прямым дополнением в предложении. В работе предложены признаки-ограничения и признаки-предпочтения, на основе которых проводился выбор кандидатов в референты, а также алгоритм построения референтных цепочек. На основе вручную размеченного корпуса проведены экспериментальные исследования предложенного метода.

### Литература

1. Боярский К. К., Каневский Е. А., Степукова А. В. Выявление анафорических отношений при автоматическом анализе текста //Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – №. 5 (87).
2. Bogdanov A. V. et al. Anaphora Analysis based on ABBYY Compro Linguistic Technologies //Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Proceedings of the International Conference “Dialog”, Bekasovo. – 2014. – С. 89-102.
3. Yang X. et al. Coreference resolution using competition learning approach //Proceedings of the 41st Annual Meeting on Association for Computational Linguistics-Volume 1. – Association for Computational Linguistics, 2003. – С. 176-183.
4. Rahman A., Ng V. Supervised models for coreference resolution //Proceedings of the 2009 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing: Volume 2. – Association for Computational Linguistics, 2009. – С. 968-977.
5. Толпегин П. В., Ветров Д. П., Кропотов Д. А. Алгоритм автоматизированного разрешения анафоры местоимений третьего лица на основе методов машинного обучения //Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии: Труды международной конференции «Диалог–2006». – 2006. – С. 504-507.

## COREFERENCE RESOLUTION IN RUSSIAN TEXTS

*Kamenskaya M.A., Khramoin I.V.*

*Institute for Systems Analysis of the Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, mak@isa.ru, hramoin@isa.ru*

***In this work a method for coreference resolution within the argument-predicate constructions in Russian texts is proposed. This method is based on rules and statistical information about the co-occurrence of different words.***

Key words: coreference resolution, anaphora resolution, natural language processing.

## СЕТЕВАЯ БАЗА ЗНАНИЙ NRV ПО ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Карпов А.В.<sup>1,2</sup>, Деникин А.С.<sup>1,2</sup>, Науменко М.А.<sup>1</sup>, Алексеев А.П.<sup>3</sup>, Рачков В.А.<sup>1,2</sup>, Самарин В.В.<sup>1,2</sup>, Сайко В.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Объединенный Институт Ядерных Исследований,

<sup>2</sup> Государственный университет «Дубна»,

<sup>3</sup> Чувашский государственный университет,

karпов@jinr.ru

***В работе излагаются принципы организации и работы сетевой базы знаний NRV по ядерной физике низких энергий (<http://nrv.jinr.ru/>).***

Ключевые слова: сетевая база знаний, ядерная физика низких энергий, ядерные данные, ядерные реакции, пользовательский интерфейс.

### Введение

В Объединенном Институте Ядерных Исследований (г. Дубна) создана и продолжает развиваться сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий [1]. Эта система, работающая через сеть Интернет, представляет собой совокупность большого числа оцифрованных экспериментальных данных по свойствам ядер и сечениям ядерных реакций, а также широкого набора связанных между собой вычислительных программ для моделирования сложных процессов ядерной динамики, которые выполняются непосредственно в окне браузера удаленного пользователя. База знаний NRV сегодня является как мощным инструментом для ядерно-физических исследований, так и образовательным ресурсом. Популярность системы постоянно растет, о чем свидетельствует увеличивающееся число запросов пользователей к ее ресурсам, а также число ссылок на базу знаний в статьях, публикуемых наиболее цитируемыми журналами.

### Принципы организации и работы сетевой базы знаний NRV

Целью создания системы является повышение эффективности использования максимально полного набора экспериментальных данных, специальных программ их обработки и основных фундаментальных моделей строения атомного ядра и сложной динамики ядро-ядерных столкновений. В ее основу заложены следующие направления: (1) постоянно обновляемая база экспериментальных данных по свойствам ядер (массам, электромагнитным свойствам, временам жизни, модам распада, схемам уровней и т.д.); (2) постоянно обновляемая база экспериментальных данных по сечениям различных ядерных процессов; (3) реализация большого числа достаточно сложных (но простых в использовании) моделей и алгоритмов, описывающих различные процессы ядерной динамики при низких и промежуточных энергиях; (4) разработка единого, максимально дружелюбного, пользовательского интерфейса.

В рамках базы знаний сложные вычислительные программы, имеющие визуальный графический интерфейс для выбора начальных данных, а также графического представления и обработки получаемых результатов, становятся доступными через сеть Интернет при помощи веб-браузера. Это достигается за счет разработки веб-приложений, построенных по архитектуре «клиент-сервер».

Взаимодействие между клиентом и сервером реализовано с помощью HTML-форм. Создание и отладка работы многочисленных HTML-форм является наиболее трудоемкой задачей, которую приходится решать отдельно для каждой новой задачи, чтобы придать интерфейсу наибольшую интерактивность, обеспечить удобство работы и произвести все необходимые контрольные проверки уже на этапе подготовки данных, исключая выполнение нефизичных запросов.

Сложные вычислительные программы находятся и выполняются на стороне вычислительного сервера базы знаний. Пользователь может отслеживать запуск задач и их выполнение с помощью HTML-форм в браузере. С этой целью на сервере функционирует специальная резидентная служба, запускающая на выполнение расчетные программы, контролирующая их выполнение и отсылающая клиенту промежуточную информацию. Данный подход позволяет запускать через веб-браузер самые сложные алгоритмы расчета и получать конечный результат даже после выполнения очень длительного счета.

Схема функционирования базы знаний NRV показана на рис. 1.

#### Удаленный пользователь



Рис. 1. Схема функционирования базы знаний NRV

Сетевая база знаний NRV содержит большое количество имеющихся экспериментальных данных о свойствах ядер, а также данные о сечениях различных ядерных реакций, включая слияние, образование остатков испарения и упругое рассеяние. Базы экспериментальных данных по свойствам ядер наполняются преимущественно с использованием уже существующих и наиболее авторитетных баз данных (например, NNDC [2]). Базы данных по сечениям ядерных реакций: угловым распределениям упругого рассеяния легких и тяжелых ионов, функциям возбуждения процессов слияния ядер, сечениям образования испарительных остатков и т.п. создаются и наполняются нами самостоятельно на основе оригинальных публикаций. Для хранения экспериментальных данных используется реляционная СУБД MySQL.

Доступные коды включают интерактивную карту ядер, оболочечную модель ядра, оптическую модель упругого рассеяния, метод связанных каналов для описания слияния ядер, статистическую модель распада ядра, коды для анализа неупругого рассеяния ядер и нуклонных передач (DWBA, FRESCO), код для кинематического анализа ядерных реакций с 2-х и 3-х частичным выходным каналом и многие другие. Все модели, реализованные в базе знаний, имеют подробные описания и ссылки на соответствующие публикации.

### Реализация пользовательского интерфейса

Первоначально при разработке пользовательского интерфейса базы знаний были использованы PHP, HTML, JavaScript и Java. Были созданы различные Java-апплеты, предназначенные для построения графиков и организации взаимодействия с пользователем.

К сожалению, в данный момент по соображениям безопасности разработчики большинства браузеров либо полностью отказались от поддержки Java, либо сделали настройку браузера для корректной работы с Java нетривиальной задачей. Поэтому в настоящее время нами ведется активная работа по отказу от Java и переходу к использованию JavaScript для построения графиков на элементе Canvas, определяемом в стандарте HTML5. Разработан JavaScript-код для отображения интерактивных графиков, которые позволяют не только гибко настраивать параметры отображения (масштаб, диапазон значений, единицы измерения, отображение грид-линий и т.п.), но и сохранять данные в графическом и текстовом форматах. Данный код уже используется во многих разделах базы знаний. В будущем планируется полностью отказаться от использования Java, что потребует довольно много усилий и является частью наших ближайших планов.

### Заключение

Разработанная сетевая база знаний NRV по низкоэнергетической ядерной физике обеспечивает быстрый доступ к современным экспериментальным данным по ядерной структуре и сечениям ядерных реакций, а также предоставляет возможность анализа данных и моделирования процессов ядерной динамики в рамках устоявшихся физических подходов.

Сетевая база знаний NRV имеет несколько уникальных преимуществ по сравнению с другими ядерными базами данных и в настоящее время широко используется не только для научных целей, но также в качестве ценного инструмента в процессе образования в области ядерной физики.

На данный момент наиболее актуальной задачей по дальнейшему развитию базы знаний является модернизация пользовательского интерфейса с целью упрощения работы с ней.

### Литература

1. Загребяев В.И., Деникин А.С., Карпов А.В., Алексеев А.П., Науменко М.А., Рачков В.А., Самарин В.В., Сайко В.В. Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий – <http://nrv.jinr.ru/>.
2. National Nuclear Data Center (NNDC) – <http://www.nndc.bnl.gov/>.

## NRV WEB KNOWLEDGE BASE ON LOW-ENERGY NUCLEAR PHYSICS

*Karpov A.V.<sup>1,2</sup>, Denikin A.S.<sup>1,2</sup>, Naumenko M.A.<sup>1</sup>, Alekseev A.P.<sup>3</sup>, Rachkov V.A.<sup>1,2</sup>,  
Samarin V.V.<sup>1,2</sup>, Saiko V.V.<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Joint Institute for Nuclear Research, [karpov@jinr.ru](mailto:karpov@jinr.ru)

<sup>2</sup> Dubna State University,

<sup>3</sup> Chuvash State University

[karpov@jinr.ru](mailto:karpov@jinr.ru)

*The paper describes the principles of organization and operation of the NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics (<http://nrv.jinr.ru/>).*

Key words: web knowledge base, low-energy nuclear physics, nuclear data, nuclear reactions, user interface.

## CAUSAL ANALYSIS OF CLINICAL DATA

*Culzac O.D.D*

*People's Friendship University of Russia, oronculzac@gmail.com*

*In this paper, I outlined a methodology of preparing survey data for machine learning operations. I also conducted a mini case study in the medical field of predicting the outcome of certain factors on cancer treatment and the experimental results, including classification methods.*

Keywords- machine learning, dataset, random forest, vaccination, diagnosis, clinical data, dendritic cell

### Introduction

We are currently in age firmly referred to as the information age. So, called because of the availability and ease of access to information across the globe. The health care industry collects large amounts of this information from diverse sources including surveys, medical records sensors, and now mobile devices such as smart phones and smart wearables with heartrate monitors.

I am going to present the results of a mini case study in the field of cancer treatment. This field was chosen due to its extreme significance in the world today. Although medical data can be readily available, it's singular negative is it's difficult in preparation for machine learning operations.

I will be looking at the effects of dendritic cell vaccines and other factors on the outcome of cancer treatment. Dendritic cells are antigen-presenting cells of the mammalian immune system (1). This area was chosen based on a previous case study (2) which described a framework for semi-automatic information extraction and further analysis.

### Data preparation and Causal Analysis

Most important in data science and machine learning is data. The data used in this report was in the form of a .CSV file, 4647 rows and 144 columns containing 5 distinct datatypes. These datatypes are: strings, Booleans, floating point numbers, integer numbers and gender values. To perform machine learning operations that data must be prepared properly as it contains a lot of missing data (Figure 1)

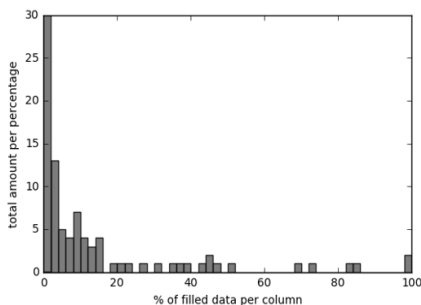


Figure 1 Histogram of the percentages of filled entries in the data set

The target set (Objective Clinical Response) contains a total of 3812 valid entries, 835 missing or NULL values. There are 7 distinct values; Complete response, stable Disease, Partial Response, Not evaluable, Not applicable, Progressive Disease, Death, labeled from 0-6 in that order (Figure 2).

I selected features based on the amount available. These include; *Diagnosis Summary, Method of administering vaccine, Source of dendritic cells, Type of vaccine, Vaccination/ total*

number of cells, Vaccination/amount of vaccinations, Stage of disease, Gender, and Treatment prior to immunization.

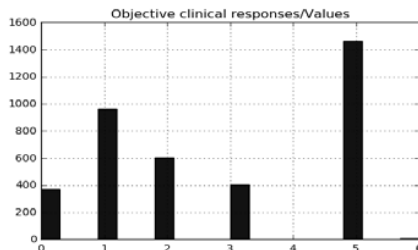


Figure 2 Frequency histogram of target set

I decided to use random forest as our algorithm and as a start, we used Diagnosis Summary, Method of administering vaccine, Source of dendritic cells, Type of vaccine, Vaccination/amount of vaccinations as the main features.

I received a score of 70 percent on our training data and 68 percent on testing. This is quite low however so we can conclude that a few of the features do not correlate with the target set.

Through further trial and error, unimportant features were dropped in favor of new ones. They are, Gender/Values, Stage of Disease/Values, and Vaccination/Total amount of cells.

Upon running the random forest algorithm, a score of 87 percent was attained. This is clearly a massive improvement in the accuracy percentage so we can safely assume based on your dataset, these new features highly correlate with the target set.

Although this is just a small sample, we can use results like these to draw certain conclusions. In this case, one can assume that based on the type of diagnosis, the number of vaccinations received and the amount of dendritic cell vaccinated, can influence how a patient responds to the treatment.

### Conclusion

In this work, with regards to my personal knowledge, seminal work was carried out in machine learning and big data analysis. Classification methods and causal analysis of the results was demonstrated. A novel approach for data preparation was described. It shows the role Machine learning can play in big data analytics and how it can be implemented to solve problems current affecting the world.

### References

1. Dendritic cell. *Wikipedia: The Free Encyclopedia*. [В Интернете] [Цитировано: 14.3.2017 г.] [http://en.wikipedia.org/wiki/Dendritic\\_cell](http://en.wikipedia.org/wiki/Dendritic_cell).
2. *Boyko A. A., Kaidina A. M., Kim Y. C., Lupatov A. Yu., Panov A. I., Suvorov R. E., Shvets A.V. A Framework for Automated Meta-Analysis: Dendritic Cell Therapy Case Study.* Moscow, Russia : б.н.

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КЛИНИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Кузак О.Д.Д

Российский университет дружбы народов, oronculzac@gmail.com

*В данной работе описана методология подготовки данных обследования для операций машинного обучения. Было проведено тематическое исследование в области медицины для прогнозирования исхода некоторых факторов при лечении рака и анализа экспериментально полученных результатов.*

Ключевые слова - машинное обучение, набор данных, случайный лес, вакцинация, диагностика, клинические данные, дендритные клетки



## РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ ПАРТИОННОГО УЧЕТА СЕБЕСТОИМОСТИ В СРЕДЕ 1С: ПРЕДПРИЯТИЕ

Лорян К.А., Иванов В.Е.

Российский университет дружбы народов, ivanov\_ve@inbox.ru, loryankaren@yandex.ru

*В статье рассматривается подход к расширению функциональности путем внедрения дополнительного метода списания себестоимости в среде 1С для учета скоропортящихся товаров.*

Ключевые слова: партионный учет, себестоимость, 1С: Предприятие, ФИФО.

### Введение

На сегодняшний день существует три разрешенных законом метода оценки и расчета себестоимости товара — по стоимости каждой единицы товара, по средней себестоимости и по методу ФИФО (англ. «first in, first out»). Каждый из них будет давать разные показатели по прибыльности бизнеса, а значит, и по налоговому, и по управленческому учету.

Задача состоит в планировании возможных убытков, связанных с несоблюдением рекомендуемых сроков хранения товаров и фактической просрочки путем вычисления коэффициента, отражающего свежесть товара, хранимого на складе и разработки способа расчета себестоимости на его основе.

### Использование метода ФИФО для расчета себестоимости товара

Рассмотрим подробнее метод ФИФО, который является самый популярным методом учета себестоимости товара. В нём первыми списываются товары, поставленные раньше. При этом, за исключением случаев, когда важен срок годности, не обязательно сначала отгружать товары из более ранней поставки — это используется в расчетах как допущение. То есть себестоимость товаров, которые продаются первыми, считается по цене остатков из самой «старой» поставки. Когда остатки количественно исчерпываются, списание ТМЦ идет уже по цене следующей по времени поставки, затем — следующей, и так далее.

Именно поэтому в качестве основы для расчета себестоимости предлагается взять стандартную реализацию метода ФИФО в системе 1С: Управление торговлей. В статье предлагается модифицировать данный метод путем введения коэффициента потенциальной порчи товаров (КППТ), на основании которого будет вестись расчет себестоимости, рыночной стоимости товара и его очередность для списания.

### Подход к расширению метода ФИФО для оптимизации учета себестоимости

Для решения задачи оптимального учета себестоимости товара модифицируем метод ФИФО следующим образом. В систему введем коэффициент КППТ, который характеризует каждую партию товара на складе с учетом их рекомендуемого срока хранения. В рамках данной статьи рассматривается ситуация, когда товар поступает в числе средних или же последних, но у него короткий срок годности и он должен быть продан быстрее других партий аналогичных товаров. Это характерно для организаций, торгующих в основном продуктовой продукцией натурального происхождения (скоропортящийся товар). На основании этой проблемы было предложено следующее решение.

Путем анализа различных характеристик товара и партий, эмпирическим путем было установлена формула расчета коэффициента, отражающая, потенциально возможную порчу товара, хранимого на складе:

$$\text{КППТ} = |\text{Рекомендуемый срок хранения (в днях) за текущий период} / \text{Среднее арифметическое фактического срока хранения (в днях) за прошлые периоды}|$$

Приведем упрощенный пример.

Пусть закупки происходят у одного поставщика с постоянными рекомендуемыми сроками хранения его продукции и имеется 3 регистра:

- «Товары на складе» - отражает текущие остатки товара на складе в разрезе партий с указанными рекомендуемыми сроками хранения в днях.
- «Порча продукции» - отражает списанную испорченную продукцию в разрезе партий с указанием фактического срока хранения в днях.
- «Приоритет товаров на продажу» - позволяет отследить актуальный КППТ на определенную дату.

Товары на складе					
Дата	Партия	Наименование	Количество	Остаток	Срок хранения (рекомендуемый) в днях
01.01.2017	П1	Молоко	3		4
01.01.2017	П1	Хлеб	6		3
04.01.2017	П2	Яйца	7		25
10.01.2017	П3	Хлеб	14		3
04.01.2017	П2	Молоко	50		4
01.01.2017	П1	Мука	16		180
04.01.2017	П2	Хлеб	8		3
10.01.2017	П3	Молоко	19		4
10.01.2017	П3	Яйца	23		25
04.01.2017	П2	Хлеб	16		3
04.01.2017	П2	Мука	70		180

Рис. 1. Регистр накопления «Товары на складе».

Порча продукции					
Дата	Партия	Наименование	Количество	Списано	Срок хранения (фактический) в днях
04.01.2017	П1	Молоко	2		3
05.01.2017	П2	Молоко	10		1
13.01.2017	П3	Молоко	5		3
14.01.2017	П3	Молоко	5		4

Рис. 2. Регистр сведений «Приоритет товаров на продажу».

Как можно заметить, в зависимости от изменения фактического срока хранения, КППТ на одну и ту же номенклатурную позицию динамически меняется с течением времени, что позволяет нам дать оценку потенциальной порчи товара на складе. Рост коэффициента пропорционален вероятности порчи товара, что дает нам возможность своевременно проводить списание позиций из различных партий в отдельные моменты времени.

### Выводы

В рамках данной исследовательской работы был предложен новый вариант расчета себестоимости. В дальнейшем предлагается модифицировать его таким образом, чтобы можно было управлять ценообразованием (формировать скидки на просроченный товар, когда КППТ стремится к 0) и таким образом минимизировать затраты на испорченном товаре, не проданном вовремя.

### Литература

1. Куправа Т.А. IC: Управление торговлей IC: 8.3. Функционал развития ред 11.1. С. 138.

2. Попова Е. Есть торговое предприятие(опт), есть производственное предприятие. Какой метод списания ТМЦ выгоднее применять для каждого из предприятий? [Электронный ресурс]: Режим доступа: <http://www.glavbukh.ru/hl/97965-metody-spisaniya-tovarno-materialnyh-tsennostey>.
3. Информационно-технологическое сопровождение пользователей 1С: Предприятия. [Электронный ресурс]: Режим доступа: <http://its.1c.ru/db/hoosn/content/398/hdoc>.

## **EXTENDING THE FUNCTIONALITY OF THE PARTY ACCOUNTING OF THE COSTS IN THE 1С: ENTERPRISE**

*Loryan K.A., Ivanov V.E.*

*Peoples' Friendship University of Russia, ivanov\_ve@inbox.ru, loryankaren@yandex.ru*

*The approach of functionality extension by means of additional method is concerned in this paper. It realises decommission of perishable goods for accounting in 1С.*

Key words: : partition accounting, cost price, 1С: Enterprise, FIFO.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ НА КАРТАХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Лукина М.С.

Российский университет дружбы народов, *m\_lukina@list.ru*

*В работе рассматривается решение задачи планирования траектории на картах специального вида эвристическим алгоритмом поиска.*

Ключевые слова: планирование траектории, построение траектории,  $R^*$ .

### Введение

Настоящая работа посвящена одной из задач искусственного интеллекта – решению задачи планирования траектории на плоскости. Обычно в искусственном интеллекте задача поиска траектории на известной карте местности сводится к построению пути на взвешенном графе между двумя наперед известными положениями. То есть строится граф, имеющий вершины (точки пространства) и ребра (простейшие траектории, вдоль которых можно прокладывать путь) [3]. После построения графа, осуществляется поиск пути на нем с помощью одного из известных алгоритмов [1].

Вид исследуемой карты зависит от области ее применения. Качественно карты можно разделить на два вида: открытого и закрытого пространств. Примером карт открытого пространства может служить городская местность (см. рис. 1), на которой изображены здания, являющиеся препятствиями. К картам закрытых пространств относят планы строений, локаций (см. рис. 2).



Рис.1. Примеры городских карт.

Ранее экспериментальным путем были получены формулы для расчета наиболее оптимальных параметров, используемые в построении пути между заданными точками на картах открытых пространств с помощью параметризованного алгоритма  $R^*$  с декомпозиционным подходом к решению задачи планирования [2][3].

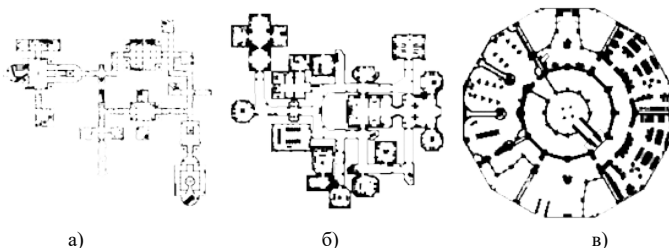


Рис.2. Примеры карт локаций игры «Dragon age».

Цель проводимого эксперимента – выяснить, обеспечивают ли формулы параметров для открытых пространств построение траектории пути на картах закрытых местностей. Для этого было принято решение проводить исследование на специальных картах локаций компьютерной игры «Dragon age» (см. рис. 2).

Подобные карты являются не типичными, поскольку имеются узкие проходы между препятствиями и своеобразные коридоры, что составляют не однотипную природу местности.

### **R\* - эвристический алгоритм поиска**

В проведении экспериментов поиска пути на картах специального вида был выбран алгоритм R\*, использующий эвристическую оценочную функцию в решении задачи планирования. Отличительной чертой этого алгоритма является деление задачи на подзадачи. Выбираются K случайных точек на некотором расстоянии  $\Delta$  от текущей вершины, рассчитывается примерное значение  $g(v_i)$  для каждой из K точек, выбирается вершина, у которой значение  $g(v_i)$  будет минимальным. После этого происходит поиск локального пути от текущей вершины до рассматриваемой с помощью алгоритма A\*, который будет исполнять не более, чем M итераций для выбора выигрышного результата (см. рис. 3) [2].

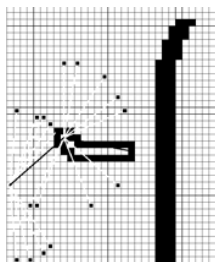


Рис. 3. Две итерации алгоритма R\*.

Безусловно, результат работы алгоритма во многом зависит от правильности выбранных параметров K,  $\Delta$ , M. Однако их можно рассчитать по формулам:

$$\Delta = D, \quad M = \Delta/5, \quad K = \Delta/10,$$

где  $D = \max\{|i_s - i_g|, |j_s - j_g|\}$ ,  $i_s, j_s, i_g, j_g$  – i-й и j-й индексы начальной и целевой клеток соответственно [3].

### **Результат экспериментальных исследований**

В качестве карты, на которой производился поиск пути, была выбрана следующая – см. рис. 2б). Параметры карты составляют 297 ячеек в ширину и 272 ячейки в высоту. Координаты начала и конца соответственно равны: (30;13) и (250;234). Имея данные характеристики можно рассчитать параметры, необходимые в работе алгоритма R\*. В результате несложных математических вычислений получим:  $\Delta = 221$ ,  $M = 44$ ,  $K = 22$ .

По окончании работы алгоритма имеем результат – путь между начальным и целевым состояниями (см. рис. 4).

### **Выводы**

В результате нескольких проведенных исследований на данной карте выяснилось, что, несмотря на другой вид карты местности, был получен путь между заданными точками. На данном этапе можно утверждать, формулы для расчета параметров R\*, рассчитанных для карт открытых пространств, подходят для решения задачи планирования на картах закрытых пространств. Для частоты эксперимента планируется продолжить исследование на подобных картах для того, чтобы окончательно убедиться в этой теории.

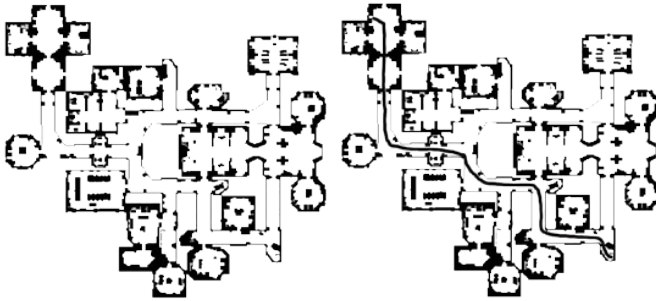


Рис. 4. Результат работы алгоритма R\* на карте локаций игры «Dragon age».

### Литература

1. *Korf R.E.* Artificial intelligence search algorithms, CRC Handbook of Algorithms and Theory of Computation, M.J. Atallah (Ed.). Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.
2. *Likhachev M., Stentz A.* R\* Search. // Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence (AAAI), 2008.
3. *Яковлев К.С., Храмоин И.В.* Вероятностный декомпозиционный подход к решению задачи планирования траектории на плоскости. // Российский университет дружбы народов, 2013.

## EXPERIMENTAL RESEARCH OF PATH PLANNING IN SPECIAL MAPS

*Lukina M.S.*

*Peoples' Friendship University of Russia, m\_lukina@list.ru*

*In the paper the path planning issue in 2D special maps is concerned to be solved with heuristic search algorithm.*

Key words: path planning, path finding, R\*.

## ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОБЪЕДИНЯЮЩЕЙ БАЗЫ ДАННЫХ КОМПАНИЙ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ГРУЗОПЕРЕВОЗКИ

Панкратов А. С., Мазри А

Российский университет дружбы народов, sasha.pankratov@gmail.com,  
salim.abdmazigh@gmail.com

*В статье рассмотрена задача интеграции информации, содержащейся в базах данных различных компаний-грузоперевозчиков. Цель – объединение в единое целое информации о предоставляемых услугах, предоставленных различными компаниями. В качестве технологии интеграции предлагается использование медиатора с участием вспомогательного хранилища данных. Данный подход описывается на конкретном примере.*

Ключевые слова: база данных, СУБД, интеграция информации, мультибазовые системы, медиатор, хранилище, запрос, таблица соответствия, грузоперевозки.

### Введение

В деловой или личной сфере часто приходится работать с данными из разных источников, каждый из которых содержит сходную по смыслу информацию. В этой ситуации актуальной является задача объединение в единое целое этой изначально разрозненной информации путём создания мультибазовой системы [1].

Авторами были рассмотрены задачи, выполняемые диспетчерами компаний грузоперевозок. Сегодняшние темпы развития этого бизнеса указывают на необходимость активного внедрения новых методов работы, соответствующих возросшим потребностям потребителей. В этой ситуации все большее число руководителей предприятий грузоперевозок задумывается об автоматизации своей компании и эффективном внедрении специализированного программного комплекса для наиболее полного использовать всех его функций. Современный уровень развития техники требует от фирм-разработчиков программного обеспечения дальнейшей децентрализации, приближения к местам реализации конкретных услуг. Данный факт касается, в частности, грузоперевозок. С другой стороны, конечному потребителю хочется иметь единую информационную систему, позволяющую отыскать ту компанию, которая его устроит по всем или большинству требований.

В настоящей работе решается задача построения интегрированной информационной системы, объединяющую базы данных компаний, обеспечивающих грузоперевозки.

### Предлагаемая схема решения

Спрос на грузовые автомобильные перевозки определяется динамикой и структурой изменения объемов производства. В нашей стране около 80% общего объема грузов перевозится автомобильным транспортом. Создание информационных систем требует детальных знаний о работе автоматизируемой предметной области.

Будем предполагать, что существует несколько независимых компаний-грузоперевозчиков (источников информации), и работа каждой из них поддерживается собственной компьютерной системой с использованием некоторой СУБД.

Существуют три основные технологии интеграции информации [2]: федеративные базы данных, хранилища и медиаторы. Для потенциального клиента часто бывает важно получить все возможные варианты, удовлетворяющие его запросу. Для этого следует отправить запрос в разные компании, соответствующие требованиям клиента. При этом для оптимизации процесса поиска важно запрашивать только те источники, которые заведомо соответствуют этим требованиям и не запрашивать другие источники. Для этой цели предлагается создать медиатор со вспомогательным хранилищем. Медиатор принимает запрос от пользователя и переадресует его только к тем источникам, где

находится интересующая его информация. Для определения того, к каким источникам следует обращаться, при медиаторе создаётся «мини-хранилище», периодически закачивающее от источников информацию о количестве и параметрах транспортных средств, которыми располагает каждая компания-источник.

### Описание тестовой модели

Автором были рассмотрены три источника: Ист1, Ист2, Ист3, на которых хранится следующая информация в реляционных таблицах.

Ист1: Об отделениях компании: Номер отделения, Адрес отделения, Номер телефона отделения, Номер факса; О машинах: Гос.Номер, Марка; О марках: ID, Название, Габариты машины, Тоннаж машины, Цена за км; О водителях: Номер личный, ФИО, Номер контактного телефона, Личные данные; О клиентах: ID, ФИО, Номер контактного телефона, Адрес; О заказах: Номер заказа, Тип заказа, Габариты груза, Тоннаж груза, Дата заказа, Пункт отправления, Пункт назначения.

Ист2: Об автомобилях: Гос.Номер, Габариты машины, Тоннаж машины, Цена за час; О шоферах: Номер личный, ФИО шофера, Адрес шофера, Номер телефона шофера; О клиентах: ID клиента, Номер телефона клиента, Адрес клиента; Об ордерах (заказах): Номер ордера, Габариты груза, Тоннаж груза, Дата ордера, Пункт отправления.

Ист3: О филиалах: Номер филиала, Адрес филиала, Номер телефона филиала; Об авто: Марка, Гос. Номер, Габариты, Тоннаж, Цена подачи, Цена за час; О водителях: Номер Вод. Прав, Номер телефона водителя; О заказчиках: ID заказчика, ФИО заказчика, Номер телефона заказчика, Адрес заказчика; О заказах: Номер заказа, Тип заказа, Габариты груза, Тоннаж груза, Дата заказа, Пункт отправления, Пункт назначения.

Информационная система каждого источника обеспечивает хранение информации о клиентах, водителях, грузе, автомобилях, заказах и маршруте. Новый клиент, заказ или водитель вносится в базу данных.

Структура медиатора (виртуальная) составляется только из следующих атрибутов, существенных для конечного пользователя.

Об отделениях компании: Номер отделения, Адрес отделения, Номер телефона отделения, Номер факса; О машинах: Гос.Номер, Марка, Габариты, Тоннаж, Цена за км, Цена за час, Цена подачи; О водителях: Номер личный, ФИО, Номер телефона; О клиентах: ФИО, Номер телефона, Адрес; О заказах: Номер заказа, Тип заказа, Габариты груза, Тоннаж груза, Дата заказа, Пункт отправления, Пункт назначения.

Некоторые поля могут содержать значение NULL.

Вспомогательное хранилище при медиаторе содержит информацию об имеющихся машинах и их характеристиках у каждой из компаний-источников. Представляет собой таблицу с колонками: ID\_Источника, Сетевой адрес источника, Гос.Номер машины, габариты, грузоподъёмность. Поскольку обновления машинного парка в компаниях происходит не часто, представляются целесообразным два варианта: 1) каждая компания при обновлении своего автопарка информирует об этом администратора интегрированной системы; 2) поддерживается специальное приложение, которое при каждом таком обновлении автоматически их переносит на хранилище при медиаторе.

Медиатор поддерживает таблицу соответствия с 12 колонками: Медиатор.Таблица, Медиатор.Атрибут, Медиатор.Тип, Ист1.Таблица, Ист1 Атрибут, Ист.1 Тип, Ист.2 Таблица, Ист.2 Атрибут, Ист.2 Тип, Ист.3 Таблица, Ист.3 Атрибут, Ист.3 Тип.

Список запросов на медиаторе, предлагаемый для конечного пользователя:

1.Выдаются номера телефона отделений и их адреса, марки и модели машин, цена (принцип).

2.Вводятся пункт назначения, пункт отправления, габариты и тоннаж груза. Выдаются номера телефона отделений и их адреса, типы машин, цены (конкретная).

3.Вводятся ФИО и E-mail клиента. Выдается все информация о заказах, сделанных



клиентом.

Примерный алгоритм: при поступлении запроса медиатору сначала происходит формирование вспомогательного запроса хранилищу, выявляющего, какие компании-источники располагают машинами, соответствующими требованиям, указанным в запросе. После составления списка этих источников исходный запрос преобразуется в серию подзапросов, каждый из которых адресуется через сеть своему источнику (из этого списка) в терминах этого источника. Когда медиатор получает ответы от источников, он производит их обратное преобразование к структуре медиатора. После этого каждый ответ дополняется полем с информацией об источнике (грузоперевозчике), все ответы объединяются и выдаются пользователю.

### Выводы

В ходе решения поставленной задачи была построена интегрированная информационная система, объединяющая базы данных компаний-грузоперевозчиков. Рассмотрены основные технологии интеграции информации. На основании анализа предметной области и технического задания разработана концептуальная модель базы данных. Смоделированы три источника данных. Выделены информационные объекты базы данных и определены их атрибуты. Разработана логическая структура медиатора, таблицы соответствий и вспомогательного хранилища. Рассмотрены запросы на медиаторе, предлагаемые для конечного пользователя. Описан ход исполнения одного из типовых пользовательских запросов к интегрированной системе. Применение разработанной интегрированной системы позволит компаниям привлечь новых клиентов, сократить издержки производства и увеличить прибыль за счет сокращения длительности оформления заказа и уменьшения затрат на привлечение компетентного персонала.

### Литература

1. Коннолли Т., Бегг К. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика, 3-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1436 с.
2. Гарсия-Молена Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1088 с.

## CONSTRUCTION OF THE INTEGRATED INFORMATION SYSTEM THAT COMBINES DATABASES OF COMPANIES PROVIDING CARGO TRANSPORTATION

Pankratov A. S., Mazri A.

Peoples' Friendship University of Russia, sasha.pankratov@gmail.com, salim.abdmazigh@gmail.com

*In the article the task of integrating information contained in databases of various cargo carriers is considered. The goal is to combine information on the services provided by various companies. As the integration technology, it is proposed to use a mediator with the assistance of an auxiliary data store. This approach is described with a specific example.*

Key words: database, DBMS, information integration, multi-base systems, mediator, storage, query, correspondence table, cargo transportation.

## ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ОБЪЕДИНЯЮЩЕЙ ТРАНСПОРТНЫЕ РАСПИСАНИЯ

Панкратов А.С., Пшеунов А.Х.

Российский университет дружбы народов, sasha.pankratov@gmail.com, psheunov.a@yandex.ru

*Рассматривается задача интеграции информации, содержащейся в базе данных различных автобусных парков. Цель – объединение в единое целое автобусных расписаний, представленных различными автопарками. В качестве технологии интеграции предлагается использование медиатора с участием вспомогательного хранилища данных. Данный подход описывается на конкретном примере.*

Ключевые слова: базы данных, интеграция информации, мультибазовые системы, медиатор, хранилище.

### Введение

В наше время существует много видов автобусных парков разного уровня и масштаба: городские, районные, региональные. При этом в каждом из них ведётся свой учёт маршрутов, имеются свои расписания и т.д. Имеется некоторое количество населенных пунктов, связанных автобусными маршрутами, причём одни и те же пункты могут связываться разными маршрутами. Имеется расписание автобусов, которое связывает пункты между собой. На его основе формируются конкретные рейсы (к рейсам, определенным в расписании, прикрепляются водители, автобус, устанавливается дата). Предлагаемая в настоящей работе интегрированная (мультибазовая) система [1, 2], объединяющая изначально разрозненные расписания, предназначена для удобства поиска имеющихся автобусных маршрутов между двумя заданными точками.

Следует отметить, что подобные справочные системы в настоящее время существуют, и ими можно пользоваться через Интернет (например, система «Яндекс.Расписания»), однако, они охватывают в основном магистральные маршруты и не всегда выдают достоверную информацию. В настоящей работе делается попытка построения системы, лишённой этих изъянов и выдающая исключительно актуальную информацию.

### Предлагаемая схема решения

Для решения рассматриваемой задачи интеграции междугородних автобусов предлагается использовать комбинированный подход, сочетающий преимущества медиаторов и хранилищ [2, 3]. Этот подход позволяет идентифицировать источники, необходимые для исполнения запроса пользователя.

Будем предполагать, что существует несколько независимых автобусных станций, работа каждого из которых поддерживается собственной компьютерной системой с использованием какой-либо СУБД, поддерживающей формат SQL.

Для потенциального пассажира часто бывает важно получить все возможные варианты, удовлетворяющие его запросу. Для этого следует отправить запрос во все автобусные парки (источники), обслуживающие пункты, соответствующие требованиям клиента. При этом для оптимизации процесса важно запрашивать только те источники, которые содержат информацию по данным пунктам и не запрашивать другие источники. Для этой цели предлагается создать медиатор со вспомогательным хранилищем. Медиатор принимает запрос от пользователя и переадресует его только к тем источникам, где находится интересующая его информация. Для определения того, к каким источникам следует обращаться, при медиаторе создаётся «мини-хранилище», периодически закачивающее от источников лишь краткую информацию о маршрутных пунктах, обслуживаемых данным источником. Примерный алгоритм: при поступлении запроса медиатору происходит формирование вспомогательного запроса хранилищу,

выявляющего, какие источники-автопарки обслуживают заданные маршрутные пункты. После составления списка этих источников исходный запрос преобразуется в серию подзапросов, каждый из которых адресуется через сеть своему источнику в терминах этого источника.

### Описание рабочей модели

Рассмотрим модель из трёх источников данных, которыми являются автобусных парка, выставляющие информацию о своих расписаниях. Будем их условно обозначать DB1, DB2 и DB3. Предполагается, что каждый источник содержит информацию о своих водителях, автобусах, остановочных пунктах, маршрутах и рейсах, но могут быть разные наименования таблиц и атрибутов на разных источниках, а также может отличаться распределение атрибутов по таблицам. При этом источник DB2 обслуживает населённые пункты в пределах одного района, источник DB1 – в пределах одного региона (но, возможно, в разных районах), маршруты, относящиеся к источнику DB3, могут заходить в разные регионы. По этой причине на источнике DB1 отсутствует информация о регионах, а на источнике DB2 отсутствует информация о районах и регионах. Структуру медиатора (виртуальную) в этом случае представляется целесообразным сделать сходной структуре DB3, без включения в неё информации о водителях (с точки зрения конечного пользователя личность водителя не является актуальной), а также иной информации «для внутреннего пользования».

Предлагается поддержание на медиаторе двух таблиц соответствий:

1) основная таблица соответствий атрибутов источников и медиатора (Tabl\_Corr) с 8 колонками: Медиатор.таблица, Медиатор.атрибут, DB1.таблица, DB1.атрибут, DB2.таблица, DB2.атрибут, DB3.таблица, DB3.атрибут.

2) таблица соответствий источников районам и регионам (Source\_Regions) с 4 колонками: Id\_источника, Адрес источника в сети, Район, Регион.

Отсутствие значения в какой-либо ячейке воспринимается как NULL.

Вспомогательное хранилище при медиаторе состоит из одной таблицы «ПунктыНаМаршрутах» с колонками: IdSource, IdПункта, ПунктНазвание, Район, Код\_региона.

Если на источнике с номером  $n$  происходит добавление, удаление, переименование пункта как места остановки или изменение административных границ, то на медиатор подаётся специальный сигнал, по которому запускается транзакция, переносящая все обновления источника на таблицу-хранилище «ПунктыНаМаршрутах». Обновляются строки с  $IdSource=n$ . В случае, когда на источнике отсутствует информация о регионах и районах, соответствующие значения берутся из таблицы Source\_Regions.

Рассмотрим для примера наиболее популярный запрос: показать рейсы всех маршрутов, следующих из Пункта1 в Пункт2, со временем отправления из Пункта1.

Опишем технологию исполнения данного запроса.

Пользователь мультитабазовой системы вводит в форму-интерфейс критерии поиска: пункт отправки, пункт прибытия, время отправки, время прибытия. На первом этапе запрос адресуется таблице «ПунктыНаМаршрутах» хранилища. Отсеиваются источники, на которых не обслуживают одновременно Пункт1 и Пункт2:

```
SELECT Source
FROM ПунктыНаМаршрутах
WHERE <условия соответствия данным Пункта2>
AND Source IN (SELECT Source
FROM ПунктыНаМаршрутах
WHERE <условия соответствия данным Пункта1>)
```

Результаты записываются во временную таблицу «Sources».

На втором этапе происходит обращение с исходным запросом к каждому из найденных на первом этапе источникам (по сетевым адресам, указанным в таблице

«Source\_Regions»). При этом для каждого источника SQL-код запроса преобразуется к виду, который данный источник способен воспринять. Преобразование запроса производится с помощью таблицы соответствия Tabl\_Corr.

На третьем этапе медиатор получает ответы от источников и производит их обратное преобразование к структуре медиатора. После этого каждый ответ дополняется полем с информацией об источнике (автопарке), все ответы объединяются и выдаются пользователю.

### Выводы

Предложен и описан алгоритм решения задачи интеграции автобусных парков, использующий технологию медиаторов с участием вспомогательного хранилища небольшого объёма. Этот подход, позволяет использовать в сочетании преимущества медиаторов и хранилищ. Описана рабочая модель интегрирующей системы, состоящей из трёх источников данных с различной структурой. Проиллюстрирована технология исполнения запроса к медиатору. Представляется, что предложенная схема может быть применима и в других задачах, связанных с интеграцией информации.

### Литература

1. Коннолли Т., Бегг К. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика, 3-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1436 с.
2. Гарсия-Молана Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1088 с.
3. Панкратов А. С. Технология интеграции разнородных баз данных на примере объединения электронных медицинских карт // Искусственный интеллект и принятие решений, 2011 г., № 4. – С. 60-67.

## CONSTRUCTION OF THE INTEGRATED INFORMATION SYSTEM COMBINING TRANSPORT TIMETABLES

*Pankratov A.S., Psheunov A.H.*

*Peoples' Friendship University of Russia, sasha.pankratov@gmail.com, psheunov.a@yandex.ru*

*We consider the problem of integrating information contained in a database of the various bus parks. The purpose is to combine into a single whole bus schedules that are provided by different sources. As a technology integration we can use a mediator with an auxiliary data store. This approach is described in a specific example.*

Key words: database, integration of the information, multidatabase systems, mediator, data warehouse.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ОСНОВНЫХ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕЛЯЦИОННО- РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

*Сарибемян М.А.*

*Российский университет дружбы народов, mery1995@yandex.ru*

*С помощью корреляционно-регрессионного анализа проведено исследование взаимосвязи между основными макроэкономическими показателями Российской Федерации. В качестве показателей рассмотрены денежные доходы населения, объем валового внутреннего продукта, численность экономически активного населения, инвестиции в основной капитал, сальдо торгового баланса.*

Ключевые слова: регрессионная модель, корреляционный анализ, макроэкономические показатели.

### Введение

В данной работе на основе статистических данных государственного комитета по статистике за 2009 – 2016 г. [1] строится регрессионная модель, отражающая зависимость валового внутреннего продукта (ВВП) от ряда основных макроэкономических показателей и дается прогноз на 2017 год.

### Анализ макроэкономических данных

Для проведения корреляционно-регрессионного анализа рассмотрим следующие макроэкономические показатели:

$Y$  – ВВП (номинальный объем валового внутреннего продукта (млрд руб.);

$X_1$  – денежные доходы населения (млрд руб.);

$X_2$  – численность экономически активного населения (млн чел.);

$X_3$  – инвестиции в основной капитал (млрд руб.);

$X_4$  – сальдо торгового баланса (млн долл. США);

$X_5$  – уровень импорта (млн руб.);

$X_6$  – уровень экспорта (млн руб.)

Проанализируем зависимость номинального объема ВВП от перечисленных выше факторов. Для решения поставленной задачи используем статистический пакет EViews.

Решение задачи начнем с построения матрицы парных корреляций (таблица 1), из которой следует, что переменная  $Y$  имеет значимую корреляцию с факторами  $X_1$  и  $X_2$ .

	$Y$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
$Y$	1					
$X_1$	0.947	1				
$X_2$	0.124	0.114	1			
$X_3$	0.877	0.839	0.165	1		
$X_4$	0.134	0.171	0.178	0.124	1	
$X_5$	0.156	0.127	0.189	0.149	0.116	1

Рис. 1. Матрица парных корреляций

Остальные факторы слабо влияют на  $Y$ , поэтому при построении регрессионной модели ими можно пренебречь.

Для построения регрессии используем стандартную процедуру пакета EViews. Результаты регрессионного анализа представлены на рисунках 2-3.

R-squared	0.918831	Mean dependent var	16382.88
Adjusted R-squared	0.913234	S.D. dependent var	4100.267
S.E. of regression	1207.781	Akaike info criterion	17.12002
Sum squared resid	42303311	Schwarz criterion	17.25743
Log likelihood	-270.9203	Hannan-Quinn criter.	17.18557
F-statistic	164.1404	Durbin-Watson stat	1.029402
Prob(F-statistic)	0.000000		

Рис. 2. Сводка для модели и дисперсионный анализ

На основании результатов, представленных на рисунке 1, мы можем сделать вывод о том, что построенная модель является значимой. При этом около 91% вариации зависимой переменной учтено в модели и обусловлено влиянием включенных факторов.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1	1.163142	0.159020	7.314421	0.0000
X3	1.825183	0.636060	2.869511	0.0076
C	-996.5655	1019.935	-0.977087	0.3366

Рис. 3. Коэффициенты регрессионной модели

В соответствии с основными предположениями классической линейной регрессии [2] остатки должны быть распределены по нормальному закону и должны быть гомоскедастичны, т.е. дисперсия случайных ошибок должна быть постоянной. Для того, чтобы убедиться в выполнении этих условий, проведем тест на нормальность и тест Вайта на гетероскедастичность. Результаты тестирования представлены на рисунке 4 и 5, из которых следует, что оба условия выполнены.

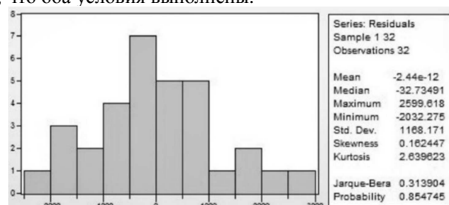


Рис. 4. Проверка нормальности

#### Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	1.985028	Prob. F(5,26)	0.1144
Obs*R-squared	8.840731	Prob. Chi-Square(5)	0.1156
Scaled explained SS	5.952485	Prob. Chi-Square(5)	0.3109

Рис. 5. Проверка на гетероскедастичность с помощью теста Вайта

Таким образом, нами получено уравнение регрессии:

$$Y = 1.63 * X_1 + 1.83 * X_3 - 996.57, \quad (1)$$

из которого следует, что связь ВВП с денежными доходами населения и инвестициями в основной капитал линейна. При этом, согласно нашей модели, рост денежных доходов населения на один млрд. рублей при неизменном значении инвестиций влечет увеличение ВВП на 1,63 млрд. рублей, а рост инвестиций в основной капитал на один млрд. рублей приводит к росту ВВП на 1,83 млрд. рублей..

### Динамика изменения макроэкономических показателей

Рассмотрим динамику показателей, оказывающих наибольшее влияние на ВВП. Графики, отражающие эту динамику представлены на рисунках 6 и 7.

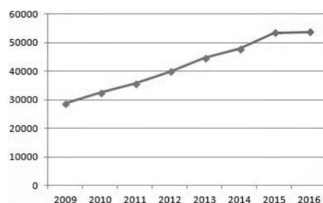


Рис. 6. Динамика денежных доходов населения (млрд руб.).

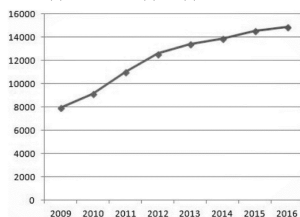


Рис. 7. Динамика инвестиций в основной капитал (млрд руб.).

Отметим, что в период с 2009 года по 2014 год отмечался уверенный рост обоих показателей. Со второй половины 2014 года рост данных показателей замедлился. Данное обстоятельство объясняется кризисом, вызванным резким падением цен на нефть и экономическими санкциями. В связи с этим значительный интерес представляет прогноз относительно ВВП на 2017 год.

Экстраполируя значения переменных  $X_1$  и  $X_3$  на один год вперед и подставляя эти значения в уравнение регрессии, получаем прогнозные значения для ВВП. В результате мы можем сделать вывод о том, что, в соответствии с нашей моделью, в 2017 году будет наблюдаться незначительный рост ВВП (порядка трех процентов). Данный вывод согласуется с прогнозами ведущих мировых рейтинговых агентств.

### Литература

1. Федеральная служба государственной статистики – <http://www.gks.ru/>
2. Орлова И.В. Многомерный статистический анализ в экономических задачах: компьютерное моделирование в SPSS Учеб. пособие.

## RESEARCH OF DEPENDENCE OF THE MAIN MACROECONOMIC INDICATORS BY MEANS OF THE CORRELATION AND REGRESSION ANALYSIS

*Saribekyan M.A.*

*Peoples' Friendship University, mery1995@yandex.ru*

*Using the correlation and regression analysis the research of relations between macroeconomic fundamentals for Russia was conducted. The set of indicators includes: the population's cash income, a nominal GDP, the economically active population, the trade surplus.*

Keywords: regression model, correlation analysis, coefficient of determination

## NETWORK DEFENSE THROUGH THE USE OF MACHINE LEARNING

Simon C.K

People's Friendship University Russia,  
conradsimon@hotmail.com

*Windows operating system (OS) is the most dominant used OS in any company technology related or personal computer. With the advancement of methods of cyber-attacks such as zero-day, stealth attacks and Distributed Denial of Service Attack (DDOS), a more effective method of information and network safety via Intrusion Detection System (IDS) is needed. This research paper is focused on identifying the normal and attack data from the Australian Defense Force Academy Windows Data (ADFA-WD).*

*Key words: ADFA-WD, System Call Trace, Network security, Intrusion Detection Systems, Data Security, Cyber Attacks*

### Introduction

As the internet develops and the growth of networks in size **network security** has developed into one of the major factors any company technology related or personal computer, now have to consider in great depth. By increasing network security, we now decrease the possibility of privacy issues such as:

1. Breaches of confidentiality.
2. Data destruction.
3. Data manipulation.

Cyber-attacks such as Zero-day, stealth attack and DDOS are attacks, which are capable of incapacitating a functioning network due to a lack of proper connectivity. DDOS do not take information from the network that is being attack but it does place the network in a state where it is unable to function which can cripple a company for example implication faced after the DDOS attack on Playstation in 2011[1] despite the financial capabilities of such a company. In a modern work force and for personal computer windows operating system is the primary operating system used.

One of the classical Linux Intrusion Detection System (IDS) dataset is KDD99[2], which has attack types that are outdated in terms of approach of attack types[3,4]. Most modern work force and personal computer windows operating system, which brings a need for modern windows IDS such as ADFA-WD. The purpose of this study is to use machine learning algorithms such as Random Forest Algorithm and SVM Classification Algorithm to create a IDS identify the anomaly of the attacks used.

### Materials and Methodology

Loading dataset: The ADFA-WD dataset which contains: Training data 356, Validation data 1828, and Attack Data 5543. The available dataset is in “.ghc” .The dataframe was developed and named “ADFA-WD-TRAIN, ADFA-WD-VALIDATION, ADFA-WD-ATTACK”[5-6]: which contains 9 attributes based on Distinct Dynamic Link Library Count (DDLLC) feature construction scheme and a primary key. The 9 features were arrange by DDLLC system calls Kernel32, ntdll, user32, comctl32, ws2\_32, mswsock, msvrt, msvcp, ntoskrnl. The approach of Classification based Data Mining Techniques is used on the ADFA-WD Dataset, SVM Classification Algorithm are two rudimentary variation of feature space, aimed at the solution of the problem of binary classification [7]. The Random Forest Algorithm which is a method of classification, that operate by construction a multitude of decision trees at training time and outputting the class that is the mode of the classes or regression of the individual trees. From the present training and validation, data there are 12 types of attack vulnerabilities classified as 0 and normal classified as 1. A binary approach is used due to the similarities between the attack



vulnerabilities to make an accurate distinction in the attack classes. All vulnerabilities that are not normal are that of an Attack (anomaly). Any deviation from the class type normal will be considered an attack [8]. Testing was done using a ADFA-WD-VALIDATION data which was then followed by the classification results derived from the ADFA-WD-ATTACK data.

## Conclusion

Table 1. Results

Algorithms	Detection Rate(DR)	False Positive Rate(FPR)	False Negative Rate(FNR)	False Alarm Rate(FAR)
SVM(RBF)	64%	65%	1%	33%
SVM(Sigmoid)	70%	71%	1%	36%
Random Forest	82%	82%	10%	46%

In table 1 DR is a representation of the accuracy of the attack data calculated by the total number of accurately predicted data divided by the total number of data in said dataset. FPR is a representation of validation the total number of normal that was predicted as an attack divided by the total number of normal in the dataset. FNR is a representation of validation the total number of attack that was predicted as normal divided by the total number of attacks in the dataset.

The ADFA-WD a binary method was used due to the similarities in the approach of the attack types, a clear distinction of the attack is identifying that an attack is in progress is acceptable at SVM(RBF) 64% ,SVM(Sigmoid) 70% Random Forest(82%) but the FAR of 33% , 36% and 46% respectively.

## References

1. BBC NEWS ,Sony faces legal action over attack on PlayStation network <http://www.bbc.com/news/technology-13192359/28/04/2011>
2. KDD Cup 1999 Data. (1999). From <http://kdd.ics.uci.edu/databases/kddcup99/kddcup99.html>
3. *Creech, G., Hu, J.* Generation of a new ids test dataset: Time to retire the kdd collection. In Proceedings of the 2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Shanghai, China,7–10 April 2013; pp. 4487–4492.
4. *Creech, G., Hu, J.* A semantic approach to host-based intrusion detection systems using contiguous and discontinuous system call patterns. IEEE Trans on Computers. 2014, 4, 807–819.
5. *Creech, G. and Hu, J.* (2013) Generation of a New IDS Test Dataset: Time to Retire the KDD Collection. Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2013), Shanghai, 7-10 April 2013, 4487-4492.
6. *Creech, G.* (2014) Developing a High-Accuracy Cross Platform Host-Based Intrusion Detection System Capable of Reliably Detecting Zero-Day Attacks. Ph.D. Dissertation, University of New South Wales, Sydney.
7. *Толмачев И.Л., Хачумов М.В.* Бинарная классификация на основе варьирования размерности пространства признаков и выбора эффективной метрики// Искусственный интеллект и принятие решений. 2/2010. Pages 10
8. *Forrest S., Hofmeyr S.A., SoMayaji A., and Longsta T.A.* A sense of self for UNIX processes. In Security and Privacy, 1996. Proceedings, 1996 IEEE Symposium on, pages 120–128, 1996.

## СЕТЕВАЯ ЗАЩИТА С ПОМОЩЬЮ СРЕДСТВА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Симон К.К.

*Российский университет дружбы народов, conradsimon@hotmail.com*

*Операционная система Windows является наиболее часто используемой операционной системой в любой компании в сфере технологий или персональном компьютере. С развитием методов кибератак и различных типов атак становится необходим более эффективный метод защиты информации и безопасности сети через систему обнаружения вторжений (IDS). Настоящее исследование сфокусировано на выявлении нормальных и атакуемых данных из Windows Data Австралийской академии обороны (ADFA-WD).*

Ключевые слова: ADFA-WD, трассировка системного вызова, сетевая безопасность, системы обнаружения вторжений, защита данных, кибератаки

## МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО ИЗВЛЕЧЕНИЯ И СЕКМЕНТАЦИИ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ССЫЛОК ИЗ НАУЧНЫХ ТЕКСТОВ

Соколова Т.А.

*Российский университет дружбы народов, tatianasokolova4377@gmail.com*

***В работе рассмотрено решение задачи извлечения и сегментации ссылок из научных текстов при помощи регулярных выражений.***

Ключевые слова: анализ, текст, анализ текста, алгоритм, регулярные выражения, совпадение, ДКА

### Введение

Настоящая работа посвящена решению задачи извлечения библиографической информации из научных текстов при помощи регулярных выражений. Регулярные выражения считаются эффективным средством в поиске необходимой информации. Более того, они обладают достаточно ясным синтаксисом, что упрощает задачу поиска.

Существует множество работ, посвященных затронутой проблеме. Каждая работа отличается своим результатом – одна программа разбирает ссылку [3], другая программа работает на основе метода, основанного на Марковских моделях [4]. Также с применением методов выделения цитирований создан прототип электронной библиотеки русскоязычных статей по информатике [5]. Иными словами, поиск библиографических ссылок и их сегментация сегодня считаются актуальной задачей.

Как правило, исходная задача разбивается на четыре этапа:

1. Загрузка научного текста – курсовой работы, диссертации, статьи и т.п.
2. Загрузка набора шаблонов регулярных выражений
3. Осуществление поиска.
4. Вывод вероятности сходств.

Каждый шаг далее будет разобран подробнее.

### Загрузка научного текста

На начальном этапе производится загрузка файлов, которые будут обрабатываться. Это может быть и курсовая работа, и диссертация, и статья, в общем, любой научный текст, содержащий ссылки на источники. Предварительно перед загрузкой следует поместить научную работу в текстовый документ разрешения .txt. Далее будет происходить считывание заданного текста, разбор каждого символа, что он из себя представляет.

### Загрузка набора шаблонов регулярных выражений

Параллельно со считыванием файла будет работать механизм сравнения текста с заданным регулярным выражением. Как правило, регулярные выражения представляют собой набор определенных символов, обозначающие то, что требуется найти. Соответственно, следует создать набор шаблонов регулярных выражений, который будет определять библиографическую ссылку, причем в этой ссылке будет определяться ФИО автора, издание, количество страниц, название. Для того, чтобы создать такой набор потребуется создать регулярное выражение, соответствующие каждому элементу библиографической ссылки. Данное регулярное выражение будет разбито на части для каждого отдельного элемента ссылки, например, будет создано регулярное выражение для автора, отдельно для издания и т.д. В таблице 1 представлены отдельные элементы ссылки и относящиеся к ним регулярные выражения. Таблица 1 и будет называться словарем.

Таблица 1. Элементы ссылки и регулярные выражения

Составляющие ссылки	Регулярное выражение
---------------------	----------------------

автор	$([A-Я]\{1\}[a-я]^*)(?:[A-Я]\{1\})?(?:[A-Я]\{1\}\.[A-Я]\{1\})$
название	$(?:[A-я\s.]*)$
издание	$(?:[Издание\s\d. г.]*)$
страница	$(?:[\d\s A-я]^*)$
разделитель	$(?:/!)$

### Осуществление поиска

Поиск осуществляется при помощи регулярных выражений. Каждый символ считывается и параллельно с этим проверяется сходство с заданным регулярным выражением. Абстрактное представление поиска изображено на Рисунке 1.

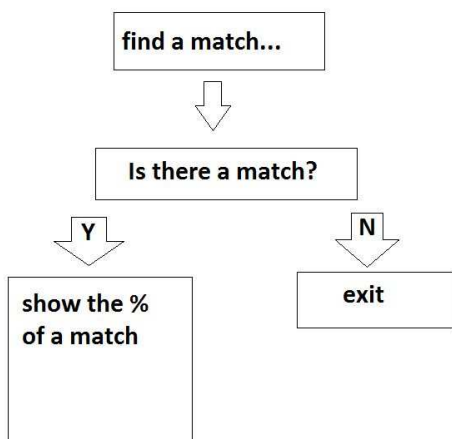


Рис. 1. Осуществление поиска

На каждом символе происходит проверка – попадает ли подстрока в заданное регулярное выражение? В случае, если во всей работе нет библиографических ссылок, работа алгоритма завершается. В противном случае – на выходе получается процент совпадения фрагмента научного текста с занесенным «эталон» (то есть заданное регулярное выражение).

### Вывод вероятности сходств

Процент совпадений вычисляется на основе «весов» - при разбиении регулярного выражения на элементы (автор, издание...), каждому элементу присваивается вес (значимость), которая измеряется в пределах [0;1]. Если наличие правильно занесенного в библиографическую ссылку автора является наиболее предпочтительным, чем издание или количество страниц, то вес составляющей «автор» стремится к 1. Аналогично с менее предпочтительными (маловажными) элементами – их вес будет стремиться к нулю. 1 будет в случае, если строка полностью соответствует эталону. Веса подбираются по принципу значимости элемента ссылки. В результате все веса суммируются, и на выходе получается значение, соответствующее точности совпадений.

### Выводы

Несмотря на то, что существует многообразие схожих задач и их решений, регулярные выражения остаются одними из самых эффективных средств поиска и извлечения данных. Экспериментально доказано, что при многообразии вариантов оформления библиографических ссылок, метод, основанный на регулярных выражениях, теряет свою эффективность. Так что данный метод извлечения и сегментации ссылок будет верно работать при наличии не большого количества «эталонов». При помощи данного алгоритма можно определять, какие библиографические материалы использованы в многочисленных научных текстах, форма их представления и насколько верно запись соответствует стандартам.

### Литература

1. Alfred V. Aho, Margaret J. Corasick Efficient String Matching: An Aid to Bibliographic Search.
2. Кнут Д.Э. Искусство программирования/Том 3.
3. Он-лайн разборщик ссылки - <http://freecite.library.brown.edu>.
4. Извлечение метайнформации и библиографических ссылок из текстов русскоязычных научных статей – [http://lvk.cs.msu.su/~ddk/pubs/info\\_extraction\\_rcdl2007.pdf](http://lvk.cs.msu.su/~ddk/pubs/info_extraction_rcdl2007.pdf).
5. Создание электронной библиотеки русскоязычных научных статей – [http://www.imm.uran.ru/SharePoint/Document%20Library/Создание%20электронной%20библиотеки%20русскоязычных%20научных%20статей%20\(1\).pdf](http://www.imm.uran.ru/SharePoint/Document%20Library/Создание%20электронной%20библиотеки%20русскоязычных%20научных%20статей%20(1).pdf).

## METHODS OF AUTOMATIC EXTRACTION AND SEGMENTATION OF BIBLIOGRAPHIC REFERENCES FROM SCIENTIFIC TEXTS

*Sokolova T.A*

*Peoples Friendship university of Russia, tatianasokolova4377@gmail.com*

*The paper discusses the problem connected with the method of extraction and segmentation of bibliographic references from scientific texts with regular expressions.*

Keywords: analysis, text, text, match, DKA, regular expressions

## РАЗРАБОТКА МЕТОДА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА СОЦИАЛЬНО – ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Хамбикова Г.М.

Российский университет дружбы народов, [gulshat\\_khambikova@mail.ru](mailto:gulshat_khambikova@mail.ru)

*Статья посвящена методам и подходам к автоматическому извлечению информации из текста на естественном языке. Анализируются основные методы автоматического извлечения информации из текстов на естественном языке.*

Ключевые слова: компьютерные науки, автоматическое извлечение.

### Введение

На сегодняшний день значительная часть информации для человека доступна только в виде неструктурированных текстов на естественном языке. Постоянно растущий объем неструктурированных текстовых данных в сети Интернет, находящихся в свободном доступе, значительно затрудняет процесс поиска необходимой информации, а также отделение значимой информации от незначимой.

Одной из актуальных и сложных задач является задача извлечения информации – выявление в текстах на естественном языке объектов заданной предметной области и их связей, построение их формализованного представления.

### Задача извлечения информации из текстов на естественном языке

Технология извлечения информации из текстов на естественном языке (ТИИ) [6] — это технология обработки текста, которая позволяет автоматически «просматривать» относительно большой объем текстов, содержащих относительно небольшое количество искомой информации. Обнаруженная в тексте информация преобразуется в структурированный формат: выявляются целевые факты, объекты, отношения в виде, пригодном для дальнейшей автоматической обработки (статистической обработки, визуализации, поиска закономерностей в данных и других).

### Средства анализа естественного языка

Средства анализа естественного языка, используемые в ТИИ, можно разделить на две большие категории: средства общего лингвистического анализа и предметно-ориентированные методы распознавания текстовых ситуаций.

Средства общего лингвистического анализа включают в себя графематический, морфологический и синтаксический анализ. Эти средства применимы практически во всех предметных областях, существует ряд реализаций с довольно высокими показателями качества, поэтому мы не будем останавливаться на них подробно.

Вторая категория — средства и методы распознавания текстовых ситуаций, характерных для решаемой задачи и предметной области. Распознавание текстовых ситуаций состоит в выделении фрагментов текста, описывающих объекты, и содержательных связей между этими фрагментами, основанных в той или иной мере на синтаксисе естественного языка [7]. Можно рассматривать распознавание ситуаций как ориентированный на предметную область частичный, но точный синтаксико-семантический анализ.

Распознавание опирается на сопоставление образцу, который задается при помощи правил на специализированном формальном языке. Правила определяют не только образец, но и действия, которые должны быть выполнены при успешном сопоставлении. Правила работают не с текстом как последовательностью символов, а со структурами, построенными «над» текстом и выражающими лингвистическую и предметную информацию о нем.

Для упрощения конфигурирования системы очень желательно, чтобы все модули использовали одинаковый способ представления информации о тексте (разметки текста).

### Обзор существующих методов

Большинство современных систем извлечению по основному методу извлечения информации делится на два вида [4]: системы, основанные на машинном обучении и системы, основанные на представленных в виде правил знаниях. Системы первого типа имеют, как правило, высокий показатель полноты извлечения и довольно низкую точность. Среди методов, используемых в таких системах, можно выделить следующие два: методы извлечения на основе признаков и методы извлечения, использующие ядра [3].

Методы извлечения на основе признаков подразумевают наличие фиксированного набора признаков и весов использования этих признаков в окрестности извлекаемых элементов текста. Для каждого извлекаемого элемента определяется характеризующий его вектор признаков. Извлечение сводится к распознаванию некоторого сегмента текста на основе вероятностного анализа признаков, обнаруженных в окрестности этого сегмента. Недостатками таких подходов является использование ограниченного размера окрестности (как правило, не более 2-3 слов), необходимое для обеспечения требуемой точности извлечения. Использование большего размера контекста приводит к снижению полноты распознавания и к увеличению размера необходимой репрезентативной выборки, на которой собирается статистика для расчета оценок вероятностей.

Методы извлечения, использующие ядра, решают часть недостатков предыдущего класса за счет алгоритмического определения меры подобия между представлениями сопоставляемых текстовых сегментов. Суть методов – заменить скалярное произведение векторов, отражающих признаковое представление распознаваемых элементов, некоторой функцией – ядром. Такая функция задаётся алгоритмически и учитывает более сложное представление распознаваемых элементов и их контекстов, как правило, древовидное, описывающее синтаксическую структуру текстового сегмента. Для древовидных представлений расчет ядра чаще сводится к сопоставлению всех вложенных деревьев в исходные. Недостатком такого подхода является высокая вычислительная сложность расчета ядер и определения синтаксической структуры текстового сегмента.

Методы, основанные на сопоставлении образцов, оперируют понятием “образец” и правилами их сопоставления с фрагментами текстов. Образцы представляют собой цепочки ограничителей (символы, слова, части речи и семантические классы). Такие цепочки являются своего рода шаблонами фраз. В этом отношении данный метод аналогичен ядерному подходу при условии, что текстовые сегменты имеют “плоское” представление, а не древовидное.

### Выводы

Описанные методы и подходы могут найти применение в технологических цепочках хранилищ, для построения и наполнения ресурсов разного рода, для повышения точности и обогащения результатов работы поисковых машин. Такие средства не ограничиваются разметкой текста; они подразумевают переход от корпуса текстов к такому представлению фактографической информации, которое можно было бы использовать как интеллектуальный информационный ресурс, своего рода базу текстовых данных.

### Литература

1. Andersen P. M. et al. Automatic extraction of facts from press releases to generate news stories //Proceedings of the third conference on applied natural language processing. – Association for Computational Linguistics, 1992. – pp. 170-177.
2. Appelt D. E., Onyshkevych B. The common pattern specification language //Proceedings of a workshop on held at Baltimore, Maryland: October 13-15, 1998. – Association for Computational Linguistics, 1998. – pp. 23-30.

3. Андреев А.М., Березкин Д.В., Симаков К.В. Модель извлечения фактов из естественно-языковых текстов и метод ее обучения.
4. Большакова Е.И., Жеребцова Ю.А. Эксперименты по извлечению информации из аналитических текстов финансовых обзоров.
5. Starostin A. S., Smurov I. M., Stepanova M. E., A Production system for information extraction based on complete syntactic-semantic analysis // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Proceedings of the International Conference "Dialog 2014" – 2014. – pp. 630-638.
6. Кормалев Д. А. и др. Извлечение информации из текста в системе ИСИДА-Т //Труды XI Всероссийской научной конференции RCDL. – 2009. – С. 247-253.
7. Кормалев Д.А. Повышение производительности при распознавании текстовых ситуаций.

## **DEVELOPMENT OF A METHOD OF INTELLIGENT ANALYSIS OF SOCIO – ECONOMIC DATA**

*Khambikova G.M.*

*Peoples' Friendship University of Russia, gulshat\_khambikova@mail.ru*

*The article is devoted to methods and approaches to the automatic extraction of information from the text in natural language. Analyzes the main methods of automatic information extraction from natural language texts.*

Key words: computer science, automatic extraction.



## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ КЛИНИЧЕСКИХ И БИОМЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

*Харитонова А.С., Жуков В.В.*

*Российский университет дружбы народов, anastasiya52@mail.ru, zhukov\_vv@rudn.university*

***Проведен сравнительный анализ статистических систем R, SAS, SPSS, PRISM. Сравнение проводилось с целью дальнейшего формирования функциональных требований к специализированной системе статистического анализа для обработки данных молодыми учёными при проведении клинических и биомедицинских исследований. В качестве критериев сравнения были выбраны следующие параметры: полнота функционала, наличие качественных справочных материалов, стоимость программных средств.***

Ключевые слова: сравнительный анализ, статистические системы, R, SAS, SPSS, PRISM.

### **Введение**

Проблема анализа данных является одной из наиболее актуальных проблем современного мира. Ежедневно человечество оперирует большим количеством информации, причем не собственноручно, а с помощью специализированных программ и приложений. Различные программные средства позволяют обработать большие данные за довольно короткое время.

Однако, человеку, не являющемуся специалистом в области анализа данных, крайне сложно разобраться в подобных программах. Поскольку на изучение и освоение нескольких программных систем уходит довольно много времени, перед исследователем встает задача выбора конкретной системы, наиболее подходящей контексту его исследований. Более того, не всегда люди при работе с данными нуждаются во всем имеющемся в программе функционале. Получается, что прежде чем начать непосредственную работу, необходимо сначала разобраться с многочисленными возможностями среды и понять, какие именно функции и методы нужны для выполнения конкретных задач. Проведение анализа усложняется еще и тем, что зачастую справочные материалы, поставляемые вместе с программными средствами, содержат ошибки или не удовлетворяют современным требованиям. [1]

В связи с этим возникает потребность в новой специализированной системе статистического анализа для людей, не имеющих прямого отношения к статистике. В частности, для молодых аспирантов-медиков, которые при проведении исследований используют исключительно возможности программы MS Office Excel. Однако сейчас многие авторитетные научные журналы при рассмотрении вопроса о публикации материалов исследования требуют применения более продвинутого статистического программного обеспечения. [2] В данной работе рассматриваются преимущества и недостатки наиболее часто используемых программ с целью последующего составления списка требований к новой системе, реализующих весь необходимый функционал, при этом сохраняя простоту пользовательского интерфейса.

### **Выбор программ для сравнения**

В настоящее время на рынке представлено около тысячи систем статистического анализа. Разнообразие статистических пакетов обусловлено широким спектром задач по обработке данных из различных сфер деятельности человека. [3] Для определения функциональных требований системы, подходящей научным сотрудникам, занимающимся анализом данных в области биомедицинских и клинических исследований, необходимо сравнить наиболее популярные из уже существующих. Для определения общепризнанных лидеров на международном рынке были

проанализированы научные публикации за последние три года (2014-2016) из реестра PubMed. В качестве темы публикаций выбраны биомедицинские и клинические исследования рака молочной железы. Таким образом, был проведен анализ 200 англоязычных статей на предмет указания статистического программного обеспечения, использованного при проведении эксперимента. Результаты проведенного анализа представлены на рис. 1.

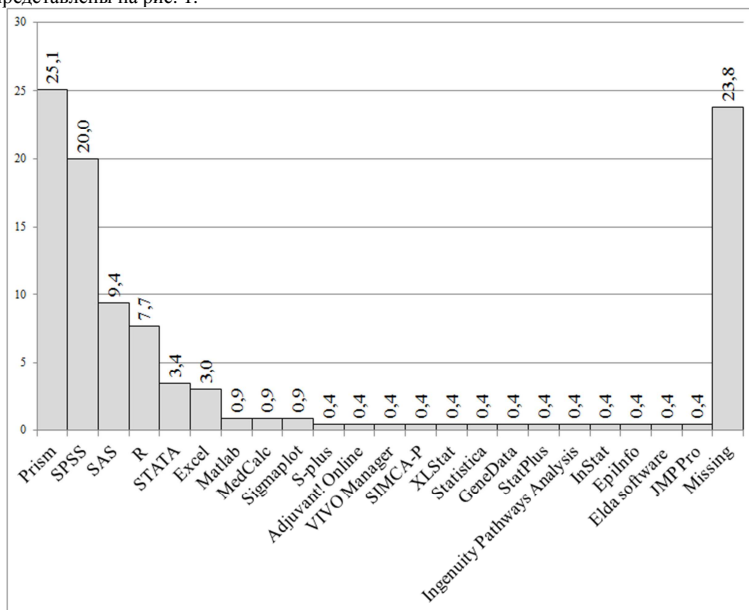


Рисунок 1. Гистограмма частот применения систем статистического анализа

### Сравнительный анализ

Исходя из вышеприведенной гистограммы проведем сравнительный анализ следующих программных сред (для рассмотрения возьмем текущие версии каждой из программ, в скобках указана дата выхода релиза): GraphPad PRISM 7.03 (7 марта 2017г.), IBM SPSS Statistics 24 (18 марта 2016г.), SAS 9.4 (10 июля 2013г.), R 3.3.3 (6 марта 2017г.).

Проект R является одновременно и программной средой, и языком программирования. Данный программный продукт включает в себя большой набор статистических функций, предоставляет возможность написания необходимых функций в режиме командной строки, а также имеет встроенную систему помощи и подсказок. Из плюсов так же можно отметить то, что R является полностью бесплатным. Минусы: ориентированность на программирование, отсутствие качественной справочной литературы на русском языке. [4]

SAS включает в себя более 20 различных программных продуктов, объединенных между собой. Основным достоинством SAS является высокая мощность по набору статистических алгоритмов по сравнению с другими универсальными пакетами. Так же SAS предоставляет пользователю возможность подключения собственных алгоритмов. Как и большинство подобного рода программ имеет высокую стоимость, однако

компания предлагает специальную версию для студентов – бесплатную и полнофункциональную, но работающую только с использованием виртуальной машины. [5]

Пакет SPSS основан на базовом модуле, содержащем базовые методы статистического анализа. В качестве достоинств SPSS можно выделить универсальность, широкий набор статистических и графических процедур анализа данных, простой и удобный интерфейс. Кроме того SPSS позволяет формировать отчеты по результатам обработки данных. Недостатком является высокая стоимость. [3]

Система PRISM является специализированной системой для биомедицинской статистики. Плюсы: содержит основные часто применяемые функции, обладает интуитивно понятным интерфейсом, на официальном сайте есть справочник по биомедицинской статистике. Имеет довольно гибкую ценовую политику по разным категориям и срокам использования. Минимальный пакет, предназначенный для образовательных целей – 150\$ в год либо 20\$ в месяц; для студентов – 100\$ в год. [6, 7]

### Выводы

В данной работе был проведен анализ наиболее популярных из существующих систем статистической обработки данных, выявлены преимущества и недостатки. В дальнейшем планируется разработать и реализовать собственную систему, учитывая полученные результаты. Предполагаемая система является специализированной для сотрудников научных подразделений, занимающихся клиническими и биомедицинскими исследованиями.

### Литература

1. Орлов А.И. Основные черты новой парадигмы математической статистики // Полиматематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2013. – №90.
2. Красильников Д.Е. Программное обеспечение эконометрического исследования // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – №3 (2).
3. Величко В.В. Сравнительный анализ статистических пакетов программ // Инновационная наука. – 2016. – №5.
4. Гафарова Е.А. Применение прикладных программ при обучении эконометрическим дисциплинам // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – №5.
5. SAS: Официальный сайт – <http://www.sas.com>
6. Герасевич В.А., Аветисов А.Р. Современное программное обеспечение для статистической обработки биомедицинских исследований // Белорусский медицинский журнал. – 2005. – №1.
7. GraphPad PRISM: Официальный сайт – <http://www.graphpad.com>

## A COMPARATIVE ANALYSIS OF THE STATISTICAL SOFTWARE USED IN CLINICAL AND BIOMEDICAL STUDIES

Kharitonova A.S., Zhukov V.V.

RUDN University, anastasiya52@mail.ru, zhukov\_yv@rudn.university

*A comparative analysis of statistical systems R, SAS, SPSS, PRISM is carried out. The comparison was carried out with the aim of further developing of the functional requirements for a specialized statistical system for young scientists from the sphere of clinical and biomedical research. The completeness of the functional, the availability of quality reference materials and the cost of the software were chosen as comparison parameters.*

Key words: comparative analysis, statistical software, R, SAS, SPSS, PRISM.

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАЗРАБОТКИ ДИАЛОГОВЫХ СИСТЕМ

Хасанишина А. Д.

Российский университет дружбы народов, amilkinsun@ya.ru

*В докладе представлен анализ архитектуры моделей диалоговых систем, таких как Rule-based systems, Retrieval-based models, Generative systems. А так же проведено сравнение источников данных, технологий формирования обучающей выборки и синтаксического анализа текста.*

Ключевые слова: компьютерные науки, информационные технологии, искусственный интеллект, диалоговые системы, искусственная нейронная сеть.

### Введение

На сегодняшний день идея о создании искусственного интеллекта, который мог бы заменить человека во многих сферах бизнеса, имеет высокую популярность в техническом сообществе. Например, уже около века разработчики всего мира пытаются создать диалоговую систему, общение с которой было бы абсолютно идентично общению с человеком. В этом заинтересованы, как и потребители, так и владельцы бизнеса, ведь наличие интеллектуального помощника, который мог бы качественно обрабатывать запросы тысяч клиентов, может заменить собой десяток сотрудников: консультантов, специалистов службы поддержки, специалистов отдела продаж. При этом пользователи получают большое количество преимуществ от чат-ботов: простота взаимодействия, скорость реакции, возможность настройки под себя.

Несмотря на большое количество попыток ученых и программистов, до сих пор так и не создан настоящей диалоговый помощник, соответствующий современным требованиям к автономной интеллектуальной системе.

Целью данной работы является нахождение такой архитектуры интеллектуального собеседника, которая удовлетворяет современным требованиям. В настоящей работе будут проанализированы виды диалоговых систем, а так же рассмотрены источники данных для формирования обучающей выборки для нейронных сетей.

### Архитектуры диалоговых систем

Современные диалоговые системы можно разделить на следующие 4 типа[1]:

1. Rule-based systems (Ответ формируется по прописанным правилам)
2. Retrieval-based models (Ответ выбирается из базы знаний)
3. Generative systems (Ответ генерируется)
4. Смешанные (Комбинация вышеперечисленных типов)

В качестве примера Rule-based системы можно вспомнить Элизу (создатель Джозеф Вейценбаум). Она была написана им еще в 1966 году и имитирует диалог с психотерапевтом, реализуя технику активного слушания. На самом деле, программа просто перефразировала высказывания пользователя. Она выделяла во фразе ключевые слова и подставляет их в шаблонную фразу. Также в 1972 году был написан чат-бот Parry (создатель Кеннет Колбай), который имитировал поведения параноидного шизофреника.

Retrieval-based models уже более сложные системы, в основе которых лежит рекуррентная нейронная сеть (Recurrent neural network, RNN). На вход программе дается предложение, которое в процессе обработки данных разбивается на слова, а затем превращается в вектор. На рисунке 1 слова показаны как  $x$ , а в качестве  $y$  – вектор, описывающий слово. Система обрабатывает каждый блок поочередно, начиная с нулевого. Можно увидеть, что на получение нового вектора в каждом  $i$  блоке, влияет полученный в  $i-1$  результат. Таким образом сеть хранит в себе информацию об окружении каждого отдельного слова. Но, к сожалению, чем дальше слова в

предложении, тем меньше влияния они оказывают друг на друга. В таком случае, сеть не может отследить полный контекст предложения.

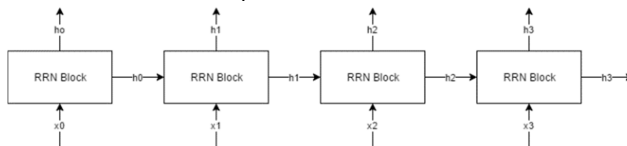


Рис. 1. Пример рекуррентной нейронной сети

Более сложной разновидностью RNN является LSTM (Long short-term memory, долгая краткосрочная память). Ее особенность в том, что она может запоминать значения на определенные промежутки времени. Один блок LSTM[4] включает в себя три «вентиля», представляющих собой логистические функции, принимающие значения в диапазоне [0,1]. Они называются входной, выходной и «вентиль» забвения.

В качестве генеративной модели интеллектуальной системы самой известной является a neural conversational model или sequence-to-sequence архитектура[2], которая предложена разработчиками компании Google и сейчас активно внедряется в их онлайн переводчик. Такая сеть состоит из нескольких уровней и делится на две логические части: энкодер и декодер. Сеть-энкодер прочитывает исходную строку (Рис. 2), затем проходит по входным данным в обратном порядке. Результаты вычисления в каждом блоке сеть передает на следующий уровень. Сеть-декодер генерирует результат опираясь на выход энкодера (на рисунке декодер начинается с входных данных EOF – имеется ввиду end of sequence, т. е. конец входящего потока).

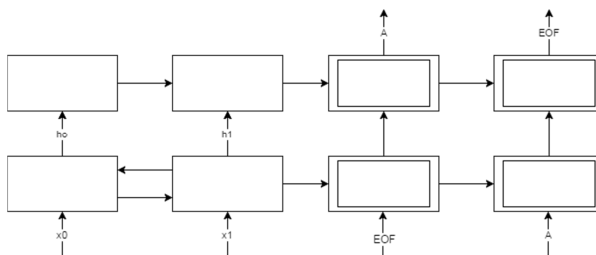


Рис. 2. Пример архитектуры a neural conversational model [3]

Кроме выбора архитектуры для будущего интеллектуального собеседника, у разработчика появляется еще одна не менее важная проблема: собрать данные для обучения. От этого этапа может полностью зависеть качество взаимодействия между человеком и машиной. Данные можно собирать из художественной литературы, социальных страниц в сети Интернет, субтитров к фильмам, словарей, сценариев кино/пьес. Художественная литература, субтитры, словари и сценарии характеризуются хорошим качеством материала, отсутствием опечаток и синтаксических и орфографических ошибок. Но чтобы сохранить естественную структуру диалога хорошим решением может являться сбор информации из диалогов пользователей в социальных сетях и мессенджерах. К тому же намного проще программно разбить информацию на пары вопрос-ответ, так как мы заранее имеем некую структуру данных продиктованную архитектурой сайта/мессенджера. В художественном тексте достаточно

сложно точно разграничить смысловые куски текста и соотнести их к разным персонажам.

В своей работе мы создали парсер сообщений пользователей социальной сети vk.com, крупнейшего социального русскоязычного ресурса в сети Интернет. Так же большим удобством является то, что разработчики предоставляют открытое API для работы с сайтом.

### **Выводы**

В рамках данной работы был проведен сравнительный анализ архитектур наиболее популярных моделей диалоговых систем и выбрана наиболее оптимальная. Так же были проанализированы основные источники данных для обучения.

### **Литература**

1. Востряков А. Современные архитектуры диалоговых систем // Segmento. - <http://www.highload.ru/2016/abstracts/2426.html>.
2. Vinyals O., Quoc V. Le A Neural Conversational Model // Google. - <https://arxiv.org/abs/1506.05869>.
3. Luong M.-T., Effective Approaches to Attention-based Neural Machine Translation // Computer Science Department Stanford University. - <https://arxiv.org/abs/1508.04025>.
4. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory // Neural computation journal.

## **THE ANALYSIS OF METHODS FOR DEVELOPING DIALOGUE SYSTEMS**

*Khasanshina A.D.*

*Peoples' Friendship University of Russia, amilkinsun@ya.ru*

*Introduced systems analysis models of dialogue systems, such as Rule-based systems, Retrieval-based models, Generative systems. As well as a comparison of data sources, technologies of forming training sample and parsing text.*

Key words: computer science, information technologies, machine learning, conversational agents, artificial neural network, artificial intelligence

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕСТОВЫХ ДАННЫХ В ПРОЦЕССЕ ОПИСАНИЯ МЕТАДАННЫХ МНОГОМЕРНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Фомин М.Б.

Российский университет дружбы народов, mfomin@sci.pfu.edu.ru

*Предложен способ формирования тестовых данных – моделей данных, выражающих отдельные свойства наблюдаемого явления и используемых в процессе тестирования информационной системы, построенной на базе многомерного подхода.*

Ключевые слова: многомерная модель данных, тестовые данные, разреженный куб, сочетание значений измерений, кластер сочетаний значений измерений.

### Введение

В случае использования многомерного подхода описание данных информационной системы формируется путем анализа сочетаний значений характеристик наблюдаемого явления, определяющих значения анализируемых показателей. Аналитическим пространством при таком подходе является многомерный куб данных, размерностями которого выступают измерения, соответствующие различным аспектам наблюдаемого явления. В случае многоаспектного анализа большого объема семантически разнородных данных многомерный куб характеризуется высокой разреженностью и неравномерностью заполнения [1]. Описание аналитического пространства, выражающее семантику наблюдаемого явления, может быть сделано с использованием кластерного метода [2]. В процессе описания структуры аналитического пространства возникает задача тестирования результатов работы, для чего могут применяться тестовые данные – модели данных, имеющие небольшие размеры, представленные в соответствии со структурой метаданных информационной системы и выражающие отдельные свойства наблюдаемого явления.

### Постановка задачи

При описании аналитического пространства многомерной информационной системы должны быть заданы показатели и измерения.

Каждому аспекту анализа соответствует одно из измерений многомерного куба  $H$ . Полный набор измерений образует множество  $D(H) = \{D^1, D^2, \dots, D^n\}$ , где  $D^i$  –  $i$ -е измерение,  $n = \dim(H)$  – размерность многомерного куба. Каждое измерение задается множеством значений измерения  $D^i = \{d_{1i}^i, d_{2i}^i, \dots, d_{k_i}^i\}$ , где  $i$  – номер измерения,  $k_i$  – количество значений измерения. В измерении могут быть заданы иерархии значений. Для значений измерений могут быть заданы атрибуты, для каждого уровня в иерархии значений – свой набор атрибутов.

Многомерный куб данных может быть представлен как структурированный набор ячеек. Каждая ячейка  $c$  задается сочетанием  $c = (d_{1i}^1, d_{i2}^2, \dots, d_{in}^n)$  значений измерений, по одному значению для каждого из измерений. В случае использования при анализе наблюдаемого явления большого набора разнотипных аспектов, не все возможные сочетания значений измерений задают значимые ячейки, то есть ячейки, соответствующие некоторому описываемому факту. Структуру аналитического пространства многомерной информационной системы задает множество допустимых сочетаний значений измерений, соответствующее множеству значимых ячеек многомерного куба.

Количественно наблюдаемое явление характеризуется значениями показателей, заданными в значимых ячейках многомерного куба. Полный набор показателей образует множество  $V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ , где  $v_j$  –  $j$ -й показатель,  $m$  – число показателей в кубе. Между значениями измерений, задающими значимую ячейку, и показателями может

возникать семантическое несоответствие. В этом случае в значимой ячейке могут быть заданы не все показатели из  $V(H)$ .

Ячейки, обладающие сходными семантическими характеристиками, могут быть объединены в кластер. Кластеру ячеек соответствует кластер сочетаний значений измерений – множество сочетаний значений измерений, которое может быть получено при помощи операции декартова произведения, в которой операндами выступают группы значений измерений – по одной группе значений для каждого из измерений многомерного куба. Указанные группы значений измерений формируются в результате анализа попарной семантической сочетаемости значений измерений для всех пар измерений, которые имеются в аналитическом пространстве. Полученная таким образом цепочка групп значений измерений удовлетворяет правилу сочетаемости между разными измерениями «каждое значение с каждым».

Объединение всех кластеров допустимых сочетаний значений измерений, которые могут быть сформированы, дает полное описание аналитического пространства многомерной информационной системы.

### Формирование тестовых данных

Полноту описания метаданных многомерной информационной системы кластерным методом можно протестировать путем наполнения системы тестовыми данными, моделирующими свойства различных смысловых компонент наблюдаемого явления. В процессе такого моделирования должны быть заданы значения показателей для сочетаний значений измерений тех кластеров, которые соответствуют рассматриваемой смысловой компоненте.

Использование тестовых данных дает возможность отработать методику анализа информации, отображенной в многомерной информационной системе. В процессе анализа из большого объема данных выделяются характеристики, отражающие анализируемые свойства. Сделать это можно при помощи цепочки операций с многомерными кубами данных. На этапе отработки методики анализа можно на входе преобразований использовать тестовые данные, в которые заложены те или иные свойства наблюдаемого явления.

В наблюдаемом явлении набору характеристик, который задает сочетание значений измерений, может соответствовать несколько фактов. Поэтому при моделировании тестовых данных должна быть возможность задания нескольких наборов значений показателей для одного допустимого сочетания значений измерений.

Значений показателей могут в силу семантических особенностей по-разному сочетаться между собой и с сочетаниями допустимых значений, входящих в кластер:

- по правилу «каждый с каждым»;
- в строгой привязке к значению другого показателя;
- в строгой привязке к «своему» кластеру.

В качестве примера для первого случая можно предложить показатели «Период начисления процентов» и «Место выдачи кредита» для наблюдаемого явления «Кредитования». Для значений указанных показателей строгое соответствие между собой и с сочетаниями кластера не устанавливается, значения показателей могут присутствовать в факте в любом сочетании. Соответствующие кластеру факты могут быть получены декартовым произведением трех операндов: сочетаний кластера и значений двух показателей.

Примером сочетания значений показателей в тестовых данных во втором случае могут быть показатели «Фамилия заемщика», «ИНН заемщика» и «Место жительства заемщика». Значения этих показателей должны присутствовать в факте в строгом соответствии друг с другом, построение моделей фактов с использованием декартова произведения приведет к бессмысленным фактам.



Третьему случаю соответствует предыдущая ситуация, в которой характеристика факта «ИНН заемщика» перенесена из состава показателей в измерение аналитического пространства. В этом случае значения показателей «Фамилия заемщика» и «Место жительства заемщика» в факте строго соответствуют значению одного из измерений в соответствующем факту допустимом сочетании.

При моделировании тестовых данных многомерных информационных систем можно использовать следующие способы задания значений показателей в кластере допустимых сочетаний значений измерений:

1. Показатель задается группой значений показателя. При формировании фактов используется декартово произведение со значениями других показателей и с допустимыми сочетаниями значений измерений кластера;
2. Показатель задается группой значений показателя с установлением порядка следования значений в группе. При формировании фактов используется поэлементное соединение со значениями других показателей, для которых использован тот же способ задания значения, и декартово произведение со значениями оставшихся показателей и с допустимыми сочетаниями значений измерений кластера;
3. Показателю присваивается значение, однозначно соответствующее значению одного из измерений или значениям нескольких измерений в допустимом сочетании значений измерений, заданном в факте. Механизм установления такого соответствия между значениями измерения и показателем может быть реализован через механизм описания атрибутов значений измерений: в измерении должен быть описан атрибут, а для значений измерения заданы значения этого атрибута, которые можно использовать в качестве значений связанного показателя.

### **Заключение**

В работе был рассмотрен способ задания тестовых данных, которые могут быть использованы для моделирования различных смысловых компонент наблюдаемого явления при описании метаданных многомерной информационной системы при отработке методики анализа данных.

### **Литература**

1. *Thomsen E.* OLAP Solution: Building Multidimensional Information System. – Willey Computer Publishing, 2002. – ISBN 0-471-40030-0.
2. *Fomin M.B.* Cluster Method of Description of Information System Data Model Based on Multidimensional Approach // Distributed Computer and Communication Networks. – Springer, 2016. – ISBN 978-3-319-51917-3. – P. 657-668.

## **THE USE OF TEST DATA IN THE PROCESS OF DESCRIBING THE METADATA OF MULTIDIMENSIONAL INFORMATION SYSTEMS**

*Fomin M.B.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), mfomin@sci.pfu.edu.ru*

*The paper presents a method for generating test data – data models that express the individual properties of the observed phenomenon. Test data is used in the testing of an information system based on a multidimensional approach.*

Key words: multidimensional data models, test data, sparse data cube, set of possible member combinations, cluster of member combinations.

## ТЕХНОЛОГИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ДОКУМЕНТООБОРОТА

Черчик К., Меняшина А.Ю., Толмачев И.Л.

Российский университет дружбы народов, cherchik.k@gmail.com, menyashina@gmail.ru, tolmachevil@mail.ru

**В статье рассматривается задача организации подготовки документов к подписанию в системе электронного документооборота.**

Ключевые слова: документооборот, база данных, система электронного документооборота, права доступа.

### Введение

Основным назначением любой системы электронного документооборота (СЭД) является организация подготовки документа в системе. Электронные документы должны заполняться на основе информации из достоверной базы данных, т.е. информации соответствующей уже принятым решениям. Процесс формирования документа образует жизненный цикл документа. При этом изменения, вносимые в проект документа должны контролироваться методами полноты и корректности данных. Автоматизированный процесс движения документа подразумевает определения конкретного участника на каждом этапе формирования документа и разграничение прав доступа к различным документам автоматически средствами СЭД. Но в современных СЭД, представленных на рынке IT-индустрии, зачастую, это приводит к излишней персонализации маршрута движения документа. Это увеличивает финансовые издержки и повышает стоимость содержания СЭД [1].

### Описание жизненного цикла проекта документа

Жизненный цикл проекта документа (см рис. 1) состоит из нескольких этапов: инициализации, редактирования, согласования, принятия решения и регистрации [2]. Учитывая специфику документов, некоторые этапы могут пропускаться, на какие-то проект документа может вернуться, а какие-то этапы могут иметь несколько уровней.

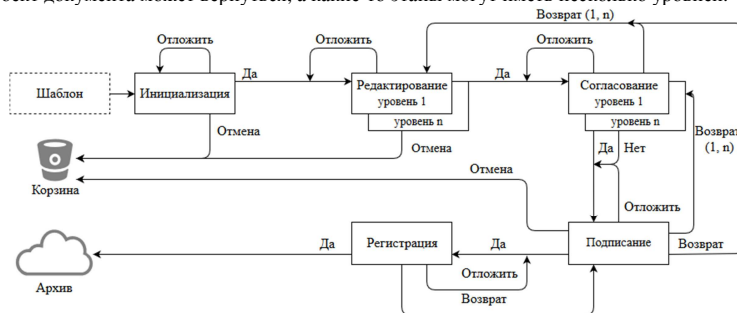


Рис. 1. Схема движения документа

1. **Инициализация.** С данного этапа начинается жизненный цикл проекта документа. На основе шаблона создается проект будущего документа. В процессе инициализации проекта документа конкретные поля шаблона заполняются конкретными данными на основе сформированных доменов полей. Инициализацию можно отменить.

2. **Редактирование.** Данный этап подразумевает от пользователя заполнения полей проекта документа, которые в случае автоматической инициализации система не должна заполнять, или правки недочетов, если проект вернулся с этапов согласования или подписания

3. **Согласование.** Пользователь, выполняющий роль согласующего лица на данном этапе, отражает свое мнение по поводу проекта документа. В связи с тем, что согласовывающих лиц может быть несколько, то можно выделить согласование последовательное и параллельное. Согласующее лицо имеет право вернуть проект на редактирование, объяснив свои пожелания в текстовое поле комментария.

4. **Подписание.** Участник, который работает с проектом документа на данном этапе, может утвердить проект документа или вернуть проект на этап редактирования с уточняющим комментарием или отменить проект документа.

5. **Регистрация.** Для того, чтобы документ вступил в юридическую силу, необходимо его зарегистрировать. На этапе регистрации документу присваивается регистрационный номера и фиксируется дата.

### Достоверная база данных

Как сказано выше достоверная база данных – это такая база данных, в которой хранимые данные соответствуют принятым решений, как по данным, так и по времени. На рис. 2 структура системы управления движением документов.

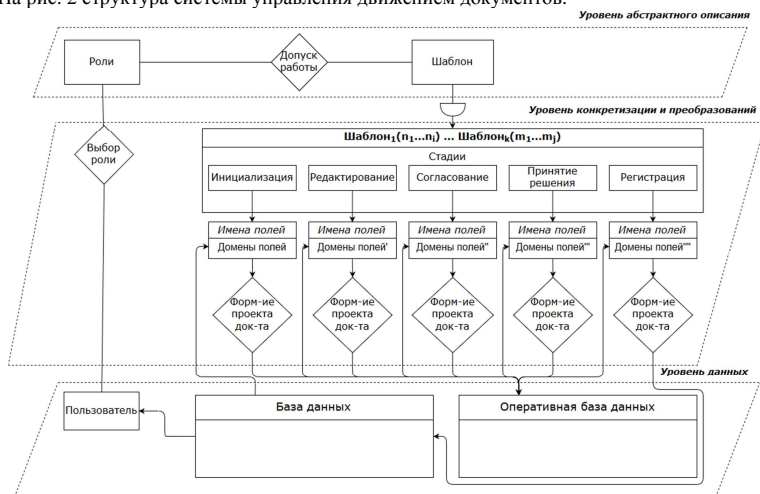


Рис. 2. Схема работы с данными

**Уровень структуры данных** представляет собой схему связей типа «Роль – Шаблон», через метод конкретизации. Требования к уровню абстрактного описания:

- Формирование ролей (т.е. указание характеристических атрибутов).
- Структура шаблона.
- Начальное формирование доменов для структуры в соответствии с атрибутами роли на основе правила соответствия Шаблон ↔ БД.

**Уровень конкретизации и преобразований.** На данном уровне происходит последовательное формирование конкретного документа. Изменение этапа документа сопровождается изменением доменов соответствующих полей. На каждом этапе должны быть выполнены требования к уровню конкретизации и преобразований:

- Конфликтность документов (может носить как обязательный характер, так и в виде предупреждения).
- Полнота документа (т.е. должны быть указаны поля обязательные для заполнения).
- Корректность документа (т.е. исключение занесения в поля не корректных данных).

**Уровень данных.** На данной уровне происходит работа с данными из БД. Необходимые для этапа инициализации проекта документа данные запрашиваются из достоверной БД, а затем помещаются в оперативную БД, для участия в последующих этапах жизненного цикла проекта документа. В момент регистрации документа, изменения в данных принимают статус достоверных и заносятся в достоверную БД.

### Метод конкретизации

Ранее упоминалось, что доступ пользователя к шаблону, документу или проекту документа это задача метода конкретизации [3].

$R = \{R_n\}, R_i = (r_{i,1}, \dots, r_{i,a})$ , где  $r_{i,p}$  характеристический атрибут абстрактной роли  $R_i$ .

$U = \{U_m\}, U_j = (u_{j,1}, \dots, u_{j,b})$ , где  $u_{j,p}$  хар-ий атрибут абстрактного участника  $U_j$ ,

$R_{U_j} \in R$  – множество ролей конкретного участника  $U_j$

$T = \{T_s^v\}, T_s^v = (t_{s,1}^v, \dots, t_{s,c}^v)$ , где  $t_{s,p}^v$  хар-ий атрибут шаблона  $T_s^v$  на этапе  $v, v = \overline{1,5}$ .

$D = \{D_k^v\}, D_q^v = (d_{q,1}^v, \dots, d_{q,g}^v)$ , где  $d_{q,p}^v$  хар-ий атрибут шаблона  $D_k^v$  на этапе  $v, v = \overline{1,5}$ .

$\forall d_{q,p}^v \in \text{dom}(t_{s,p}^v, u_{j,p})$ ,  $D_{T_s} \in T_s$  – множество документов, составленных по шаблону  $T_s$ .

Если  $T_{R_x}^v \in T: T_{R_x}^v = \{T_1^v, \dots, T_m^v\}$  – множество шаблонов с учтенной ролью  $R_x$  на этапе  $v$ , то множество документов  $\{D_k^v | D_k^v \in T_{R_x}^v, v = \overline{1,5}\}$ , будет определяться по формуле:

$$\text{if } \exists \bigcap_{\substack{l=\overline{1,g} \\ h=\overline{1,b}}} \{ \exists (d_{k,l}^v \cap u_{j,h}) \neq 0 \} \neq 0 \rightarrow D_k^v \in U_j,$$

$$\text{где } d_{k,l}^v \in \text{dom}(t_{s,l}^v, u_{q,h}) : \begin{cases} d_{k,l}^v \in D_k^v \\ t_{s,l}^v \in T_s^v \in T_{R_x}^v \end{cases} \quad (1)$$

### Выводы

Представленная технология автоматизации документооборота решает проблемы, связанные с излишней персонификацией маршрута движения документа. Спроектированная схема работы с данными и требования к шаблонам документов удовлетворяют требованиям к достоверной БД, путем своевременного изменения данных и исключения конфликтных процессов.

### Литература

1. Ильина Т.Н., Логинова А.Ю. Романов Д.А. Правда об электронном документообороте – М., МДК, 2002 – 224 стр.
2. Черчик К., Толмачев И.Л., К вопросу о движении документа. Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем» ИТТММ-2015 (20–24 апреля 2015 г., Москва): Тезисы докладов. – М., РУДН, 2015. – с. 181
3. Петров В.А., Толмачев И.Л. Элементы формализации описания логики развития модели предприятия. Труды 11 национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием – М., URSS, 2008. с. 339-344.

## TECHNOLOGY OF AUTOMATED DOCUMENT WORKFLOW

*Cherchik K., Menyashina A.U., Tolmachev I.L.*

*Peoples' Friendship University of Russia, cherchik.k@gmail.com, angelo4eg666@mail.ru, tolmachevil@mail.ru.*

*The article deals with the task of organizing the movement of documents in electronic document management system.*

Key words: document workflow, data base, electronic document management system, access right.

## СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ БОЛЬШИХ МАССИВОВ ДАННЫХ И АЛГОРИТМЫ БЫСТРОГО ДОСТУПА К НИМ

Шагаев Е.А..

*Российский университет дружбы народов, mail.Ferrum.In@yandex.ru*

***В работе рассматривается задача эффективной по времени работы с большим объемом данных.***

Ключевые слова: большие массивы данных, хеш-таблицы, Big Data, Hash-Table, встраиваемые базы данных.

### **Введение**

В наши дни вопрос обработки больших массивов данных приобрел наибольшую актуальность. Согласно информационным ресурсам, текущий объем информации в Интернете равен 1024 байтам, или 1 миллиону эксабайт (1 эксабайт — миллиард миллиардов байт). Это число продолжает стремительно увеличиваться. Так, например, количество активных сайтов в настоящее время равно 1 миллиарду 164 миллионам.

С началом стремительного роста объема информации в Интернете, возникла необходимость в том, чтобы эффективно хранить большие объемы данных и предоставлять к ним быстрый доступ.

В данной работе рассмотрены подходы к решению задачи эффективной работы с большими объемами данных, выполнены замеры скорости работы различных существующих программных продуктов данного направления, представлена собственная программная реализация решения задачи и анализ результатов. Программа написана на языке программирования Java с использованием стандартных средств и библиотек классов языка.

### **Анализ существующих программных продуктов данной тематики**

Главным программным продуктом является LevelDB, на базе которого реализованы остальные программные продукты в этой области. LevelDB это «ключ-значение» база данных с открытым исходным кодом, разработанная в 2011 году разработчиками из компании Google Джеффом Дином и Санжамом Джемаватом.

К достоинствам этой программы относят:

- Хранение ключей и значений в виде простых байтовых массивов
- Сортировку по ключам. LevelDB хранит пары «ключ-значение» лексикографически отсортированные по ключам.
- Сжатие хранилища. Хранилища баз данных на диске могут быть сжаты при помощи библиотеки Snappy.
- Простым набором базовых операций: Put(),Get(),Del(),Batch()

Особенность LevelDB в уровне хранения данных, которое «вытаскивает» наиболее часто используемые элементы ближе к нулевому уровню, а старые и редко используемые данные «тонут» на уровни с большими индексами.

Другие рассматриваемые мной программные продукты, а именно KyotoCabinet от Fallabs и RocksDB от Facebook, являются только следствием развития идей, заложенных в LevelDB, и наследуют тот же принцип работы с данными.[7]

### **Описание разработанного программного продукта**

Разработанная программа представляет собой реализацию хеш-таблицы, которая хранит на жестком диске пары ключей и значений в виде набора файлов, а также в отдельном файле хранятся соответствия ключей файлам.

Строение программы достаточно просто: она состоит из класса DB, который содержит конструктор базы данных, методы Add – запись, Get – чтение и Delete – удаление.

Метод Add записывает пару «ключ-значение» в один из файлов базы данных. Реализация быстрого и емкого хранилища и метода записи — один из основных пунктов дипломной работы и еще далек от полноценного завершения. В версии, на основе которой проводились тесты, запись производилась в зависимости от значения бинарного представления ключа.

Метод Get получает значение по заданному ключу. Для этого он обращается только к двум файлам: хранилищу соответствия ключей и указанному там файлу со значениями. Это позволяет реализовать постоянное время доступа к элементам.

Метод Delete находит значение по ключу и позицию ключа в списке соответствий, после чего переписывает файлы, удаляя необходимые строки. За счет алгоритма поиска, аналогичного использованному в методе Get, поиск так же имеет одинаковую скорость.

### Сравнение скоростей программных продуктов

Тесты проводились на ОС Debian 8, установленной на виртуальную машину Oracle с выделенной оперативной памятью — 4 Гб. Результаты замеров скоростей представлены в табл.1.

Для проведения тестов использовался случайно сгенерированный массив текстовых данных, размером 50 или 100 миллионов значений. Значения одновременно являются ключами.

Таблица 1. Результаты замеров скоростей

Шаг тестирования	LevelDB	RocksDB	KyotoCabinet	Моя программа
50 миллионов значений				
Добавить в базу	20 мин 13 с	17 мин 12 с	19 мин 15 с	1 час 30 минут
Размер базы данных	1,7 Гб	2 Гб	1,45 Гб	2,08 Гб
Чтение	4 мин 48 с	4 мин 5 с	4 мин 33 с	7 мин 20 с
Удаление	3 мин 36 с	3 мин 4 с	3 мин 13 с	9 мин 13 с
100 миллионов значений				
Добавить в базу	49 мин 19 с	41 мин 8 с	46 мин 15 с	Около 3,5 ч
Размер базы данных	3,4 Гб	4 Гб	3,1 Гб	4,2 Гб
Чтение	13 мин 2 с	10 мин 20 с	11 мин 51 с	19 мин 15 с
Удаление	18 мин 12 с	15 мин 42 с	16 мин 30 с	43мин 30 с

### Выводы

По результатам тестов наиболее быстрым программным продуктом оказался RocksDB, единственным недостатком которого является сравнительно большой объем памяти, занимаемый базой данных. В противовес ему, база KyotoCabinet занимает меньше всего места на жестком диске, но медленнее производит операции.

Как видно из замеров, реализованный мною программный продукт значительно отстает от своих аналогов как в вопросе экономии памяти, так и в вопросе быстродействия.

В дальнейшем будет улучшено быстродействие и ресурс-емкость программы за счет использования более эффективных алгоритмов и решений. В первую очередь улучшение коснется работы с файлами, которая на данный момент является основным ограничителем скорости работы программы.

**Литература**

1. Chernov S. Enterprise and Desktop Search Lecture 5: Desktop Search and Personal Information Management //Atlantic Monthly. – 1945.
2. Han J. et al. Survey on NoSQL database //Pervasive computing and applications (ICPCA), 2011 6th international conference on. – IEEE, 2011. – С. 363-366.
3. DeCandia G. et al. Dynamo: amazon's highly available key-value store //ACM SIGOPS Operating Systems Review. – 2007. – Т. 41. – №. 6. – С. 205-220.
4. Bentley J. L. Multidimensional binary search trees in database applications //IEEE Transactions on Software Engineering. – 1979. – №. 4. – С. 333-340.
5. Pokorny J. NoSQL databases: a step to database scalability in web environment //International Journal of Web Information Systems. – 2013. – Т. 9. – №. 1. – С. 69-82.
6. Witten I. H., Moffat A., Bell T. C. Managing gigabytes: compressing and indexing documents and images. – Morgan Kaufmann, 1999.
7. LevelDB and Node: What is LevelDB Anyway? - <http://dailyjs.com/post/leveldb-and-node-1>

**DATA STRUCTURES FOR BIG DATA STORAGE AND FAST ACCESS ALGORITHMS**

*By Shagaev E.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia, mail.Ferrum.In@yandex.ru*

***This research examines an issue of time efficient work with Big Data.***

**Key Words:** Big Data, hash-table, embedded databases

# Высокопроизводительные технологии РВ

## РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

Адам Г.<sup>1,2</sup>, Беляков Д.В.<sup>1</sup>, Валя М.<sup>1,3</sup>, Зрелов П.В.<sup>1</sup>, Кореньков В.В.<sup>1</sup>,  
Матвеев М.А.<sup>1</sup>, Подгайный Д.В.<sup>1</sup>, Стрельцова О.И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Объединённый институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий,  
Россия, adamg@jinr.ru, dmitry@jinr.ru, mvala@saske.sk, zrelov@jinr.ru, korenkov@jinr.ru,  
matveevma@jinr.ru, podgainy@jinr.ru, strel@jinr.ru

<sup>2</sup> IFIN-HH, Бухарест-Мэзуреле, Румыния.

<sup>3</sup> Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия.

*Одной из задач группы HybriLIT [1] является предоставление пользователям удобного интерфейса, как для проведения параллельных вычислений, так и для работы с графическими приложениями. Для этих целей в 2016 году была введена в эксплуатацию новая компонента гетерогенного кластера HybriLIT - система виртуальных рабочих мест (Virtual Desktop Infrastructure (VDI)) - предназначенная для работы с прикладным программным обеспечением. Система VDI предоставляет пользователю удаленный доступ к виртуальному рабочему месту и позволяет запускать графические приложения (пакеты прикладных программ), использовать программное обеспечение кластера HybriLIT с помощью CVMFS [2], задействовать вычислительные ресурсы кластера с помощью сетевых файловых систем EOS/NFS [3], [4] и менеджера ресурсов SLURM [5].*

*В связи с расширением функциональных возможностей гетерогенного кластера особое внимание было уделено вопросу повышения отказоустойчивости всей системы в целом. Были выполнены технические работы по переносу сервисов управления в виртуальные машины на базе гипервизора QEMU/KVM [6] для обеспечения надежности работы гетерогенного кластера и информационной среды.*

Ключевые слова: гетерогенный кластер, виртуальные рабочие места, сервисы управления.

### Введение

Введена в эксплуатацию новая компонента кластера HybriLIT – система виртуальных рабочих мест (VDI) позволяющая расширить функциональные возможности кластера. Использование виртуальных рабочих мест позволит пользователям получить удаленный доступ к прикладному программному обеспечению для параллельных вычислений с использованием ресурсов гетерогенного кластера HybriLIT и для работы с графическими приложениями.

На данный момент можно выделить следующие компоненты гетерогенного кластера HybriLIT:

- Управляющие сервисы - размещенные в среде виртуальных машин базирующихся на двух гипервизорах;
- Вычислительная компонента – состоящая из 10 узлов с различными типами процессоров и ускорителей вычислений;
- Виртуальные рабочие места – предназначенные для работы с прикладным программным обеспечением.

### Система виртуальных рабочих мест

Система VDI построена на базе DELL FX2, состоящего из 8 серверов с 2x Intel Xeon E5-2680 v3 с 256 GB RAM (рисунок 1). На каждом сервере установлен гипервизор QEMU/KVM, с помощью которого все аппаратные ресурсы каждого сервера разделены на 6 виртуальных машин. В качестве клиентской операционной системы на каждой виртуальной машине установлен Scientific Linux 6.8, подключена сетевая файловая



система NFS для доступа к домашним директориям пользователей, сетевая файловая система CVMFS для доступа к программному обеспечению гетерогенного кластера и менеджер ресурсов SLURM.

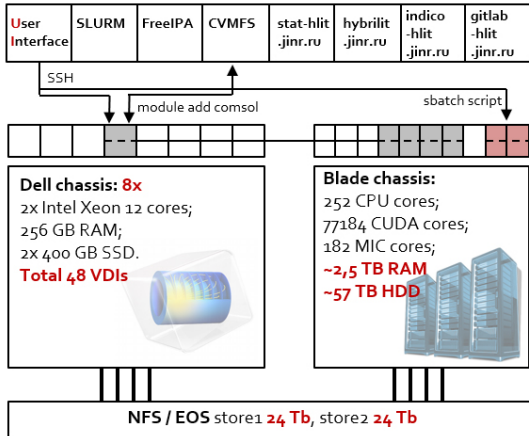


Рис.1 Схематичное представление структуры кластера HybriLIT состоящей из трех компонент: управляющие сервисы, вычислительная компонента и виртуальные рабочие места.

### Перенос управляющих сервисов

Для обеспечения надежности кластера и упрощения с точки зрения системного администрирования все управляющие сервисы перенесены в среду виртуальных машин, базирующихся на двух QEMU гипервизорах: FreeIPA для авторизации пользователей; CVMFS для централизованного доступа к хранилищу программного обеспечения; SLURM контроллер планировщика очередей; stat-hlit для мониторинга и сбора статистики использования кластера; indico-hybrilit для организации проводимых мероприятий; gitlab-hybrilit для совместной разработки проектов; сайт hybrilit.jinr.ru.

### Выводы

Интегрирование новой компоненты в общую структуру кластера HybriLIT позволило одновременно работать с прикладным программным обеспечением и проводить параллельные расчеты с использованием ресурсов гетерогенного кластера. Такой пакет, как COMSOL позволяет проводить моделирование с использованием ресурсов VDI и запускать расчет в режиме очереди с использованием ресурсов кластера.

Такой подход позволил пользователям использовать специализированное программного обеспечение и ускорить свои расчеты.

### Литература

1. Сайт HybriLIT. URL: <http://hybrilit.jinr.ru>
2. CernVM File System (CernVM-FS). URL: <http://cernvm.cern.ch>
3. EOS - Storage. URL: <https://eos.readthedocs.io/en/latest/>
4. Network File System. URL: <https://access.redhat.com/documentation/en/>
5. Simple Linux Utility for Resource Management. URL: <http://slurm.schedmd.com>
6. Kernel Virtual Machine. URL: [https://www.linux-kvm.org/page/Main\\_Page](https://www.linux-kvm.org/page/Main_Page)

## ENHANCING THE FUNCTIONALITY OF THE HETEROGENEOUS CLUSTER HYBRILIT

Adam Gh.<sup>1,2</sup>, Belyakov D.V.<sup>1</sup>, Vala M.<sup>1,3</sup>, Zrellov P.V.<sup>1</sup>, Korenkov V.V.<sup>1</sup>  
Matveyev M.A.<sup>1</sup>, Podgainy D.V.<sup>1</sup>, Streltsova O.I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory of Information Technologies, Russia,  
adamg@jinr.ru, dmitry@jinr.ru, mvala@saske.sk, zrellov@jinr.ru, korenkov@jinr.ru,  
matveevma@jinr.ru, podgainy@jinr.ru, strel@jinr.ru

<sup>2</sup> IFIN-HH, Bucharest-Magurele, Romania

<sup>3</sup> Institute for Theoretical and Experimental Physics, Kosice, Slovakia

*A basic task of the HybriLIT [1] team is the implementation of a convenient interface enabling easy user access both to the parallel computing resources and the work with graphic user interfaces. The virtual desktop infrastructure (VDI), implemented as a new HybriLIT component during 2016, brings significantly better support to the users' work with application software. The VDI system provides the users with remote access to a virtual workplace from which it allows running graphics applications (software packages), the use of the software of the cluster HybriLIT by means of CVMFS [2], the use of the computing resources of the cluster through the network file systems EOS/NFS [3], [4], as well as the resource manager SLURM [5]. The extension of the functional capabilities of the heterogeneous cluster was done under careful consideration of the increase of the fault tolerance of the system as a whole. The transfer of the management services on the virtual machines based on the hypervisor QEMU/KVM [6] ensures the reliability of the operation of the heterogeneous cluster and of its information environment.*

Keywords: heterogeneous cluster, virtual desktop infrastructure, management services.

## НОВЫЕ КОМПОНЕНТЫ ПРОГРАММНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ СРЕДЫ ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

<sup>1,2</sup>Адам Г., <sup>1,3</sup>Вальвова Л., <sup>1,3</sup>Валя М., <sup>1</sup>Заикина Т.Н., <sup>1</sup>Куракосян М.Х., <sup>1</sup>Кутковский Н.А., <sup>1</sup>Федоров К.В., <sup>1</sup>Подгайный Д.В., <sup>4</sup>Стрельцов А.И., <sup>1</sup>Стрельцова О.И., <sup>1</sup>Торосян Ш.Г.

<sup>1</sup>Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований  
<sup>2</sup>IFIN-HH, Бухарест-Мэзуреле, Румыния

<sup>3</sup>Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия

<sup>4</sup>Институт физики Университета Кассель, Германия

shushanik@jinr.ru

*Для повышения эффективности разработки приложений и проведения расчетов с использованием ресурсов кластера HybriLIT, группой по гетерогенным вычислениям разрабатывается и поддерживается программно-информационная среда, которая включает в себя ряд сервисов для пользователей. Регулярная поддержка существующих сервисов и разработка новых играет важную роль в работе пользователей, так как с активным развитием технологий появляется и необходимость осваивать и внедрять современные средства организации работы. В статье будут рассмотрены новые компоненты программно-информационной среды гетерогенного кластера HybriLIT.*

Ключевые слова: гетерогенный кластер, HybriLIT, программно-информационная среда, облачные технологии, высокопроизводительные вычислительные системы, HPC.

### Введение

Гетерогенный кластер *HybriLIT* является кластером общего назначения, т.е. предназначен для проведения массивно-параллельных расчетов с использованием широкого спектра программного обеспечения (ПО).

Одной из основных составляющих программно-информационной среды кластера *HybriLIT* является информационная поддержка пользователей. Эта поддержка необходима для эффективной организации работы пользователей, а также для обеспечения доступа пользователей к необходимой и полезной информации. Информационная поддержка состоит из следующих основных сервисов:

- веб-сайт *HybriLIT* [1], предоставляющий подробную информацию по всей структуре кластера, а также всем предоставляемым возможностям.
- система *Indico* [2], которая используется для организации мероприятий.
- *Project Management System* [3] используется для взаимодействия с пользователями кластера по решению различного рода проблем, возникающих в ходе работы на кластере, а также для информирования пользователей о предстоящих мероприятиях в рамках кластера.
- система контроля версий *GitLab* [4], которая наиболее активно используется в ходе работы с исходным кодом (т.е. разработки приложений).

### Обзор новых компонент программно-информационной среды кластера HybriLIT

Помимо вышеперечисленных сервисов, которые уже активно используются пользователями кластера, командой *HybriLIT* также было разработано несколько новых сервисов, которые основаны на современных технологиях и направлены на эффективное использование всех возможностей новых архитектур. В последний год в программно-информационную среду кластера были внедрены следующие сервисы:

1. Разработано мобильное кросс-платформенное приложение **MobiLIT** [5], предназначенное для информационной поддержки проведения расчетов на кластере, позволяющее:
  - осуществлять мониторинг задач пользователей;
  - быстро просматривать свои файлы (\*.out, \*.dat, \*.in or \*.sh);
  - осуществлять мониторинг ожидаемого времени окончания расчетов;
  - иметь полную информацию о занимаемых ресурсах и т.д. по всем задачам, запущенным на кластере.

Таким образом, уровень организации работы на кластере повышается за счёт оперативной информированности о статусе запущенных задач, а также о возможности запустить новые исходя из данных мониторинга по доступным на данный момент ресурсам.

2. На базе GitLab и платформы Mattermost, введен в использование онлайн чат (диалоговый канал в режиме онлайн) - **hlit-user-support** [6] – который позволяет обсуждать текущие задачи, планы и пр. в отдельных каналах как между собой (пользователями кластера), так и с отдельными представителями команды HUBriLIT в режиме реального времени, что сильно сокращает время ожидания ответа и, как следствие, решения возникшей проблемы. Данное приложение может использоваться как на ПК, так и на мобильных устройствах.

В целях обеспечения пользователей возможностями по работе с пакетами прикладных программ с использованием графического пользовательского интерфейса, разрабатывается новый сервис **Cloud&HPC\_ASP**, который находится на стыке двух технологий – облачной и HPC. Цель данного сервиса – обеспечить возможность пользователям проводить научные и инженерные расчеты с использованием облачной инфраструктуры Cloud JNR [7], позволяющей разворачивать приложения с развитыми GUI, на базе гетерогенного вычислительного кластера HUBriLIT [1]. Разрабатываемый сервис нацелен на решение следующих вопросов, связанных с использованием HPC для прикладных пакетов программ:

Во-первых, научные и инженерные расчеты связаны, как правило, с использованием лицензионного программного обеспечения, приобретаемого для коллективного использования внутри организации, поэтому, разрабатываемый сервис будет содержать механизм эффективного распределения времени расчетов между пользователями.

Во-вторых, для решения ресурсоемких задач возникает необходимость использования вычислительных кластеров, в том числе, с ускорителями вычислений (если пакеты прикладных программ поддерживают вычисления на них) для существенного сокращения времени расчетов. Например, формирование геометрии и/или расчетных сеток проводятся в графических интерфейсах (*GUI*) пакета, а расчеты проводятся на HPC-платформах. Разрабатываемый сервис будет содержать удобный интерфейс передачи подготовленных для расчета на HPC данных, что позволит существенно ускорить проведение многочисленных вычислительных экспериментов.

В-третьих, так как пакеты прикладных программ для инженерных расчетов требуют работы с большим объемом графических данных для обеспечения эффективной обработки данной информации, в состав облачной инфраструктуры необходимо включить графическую станцию с предусмотренным механизмом виртуализации рабочих столов.

## Выводы

Программно-информационная среда кластера HUBriLIT активно развивается и в нее внедряются новые сервисы. Так, в 2016 году в структуру программно-информационной среды внедрено два новых сервиса:

- Мобильное приложение MobiLIT для мониторинга запущенных задач и доступных ресурсов на кластере;
- Онлайн чат для пользователей кластера.

Также начата разработка нового сервиса Cloud&HPC\_ASP, предназначенного для более удобной работы с пакетами прикладных программ, позволяющими использовать графические интерфейсы, развернутые в облачной инфраструктуре, и вычислительные ресурсы кластера для проведения расчетов.

Созданная программно-информационная среда кластера и регулярно проводимые группой практические курсы по технологиям параллельного программирования и поддерживаемым сервисам позволили пользователям более эффективно использовать новейшие вычислительные архитектуры и разработку собственных программных продуктов. За последний год было проведено свыше 20 учебных курсов; число пользователей кластера увеличилось на 130 человек и на настоящий момент общее число составляет 450 человек из лабораторий ОИЯИ и стран-участниц.

### Литература

1. Веб-сайт HybriLIT - <http://hybrilit.jinr.ru>
2. Система Indico - <http://indico-hybrilit.jinr.ru>
3. Project Management System - <http://pm.jinr.ru>
4. Система контроля версий GitLab - <http://gitlab-hybrilit.jinr.ru>
5. Мобильное приложение MobiLIT - <http://hybrilit.jinr.ru/mobilit>
6. Диалоговый онлайн канал - <https://chat-hlit.jinr.ru/hybrilit/channels/town-square>
7. Baranov A.V., Balashov N.A., Kutovskiy N.A., Semenov R.N. JINR cloud infrastructure evolution // Physics of Particles and Nuclei Letters, ISSN 1547-4771, eISSN: 1531-8567, 2016, vol. 13, No. 5, pp. 672–675. DOI: 10.1134/S1547477116050071.

## NEW COMPONENTS IN THE INFORMATION-SOFTWARE ENVIRONMENT OF THE HETEROGENEOUS CLUSTER HYBRILIT

<sup>1,2</sup>Adam Gh., <sup>1</sup>Fyodorov K.V., <sup>1,3</sup>Valova L., <sup>1,3</sup>Vala M., <sup>1</sup>Zaikina T., <sup>1</sup>Kirakosyan M., <sup>1</sup>Kutovskiy N.A., <sup>1</sup>Podgany D., <sup>4</sup>Streltsov A., <sup>1</sup>Streltsova O., <sup>1</sup>Torosyan Sh.  
<sup>1</sup>Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research,  
<sup>2</sup>IFIN-HH, Bucharest-Magurele, Romania,  
<sup>3</sup>Institute of Experimental Physics of SAS, Kosice, Slovakia  
<sup>4</sup>Institute of Physics, University of Kassel, Germany  
shushanik@jinr.ru

*In order to increase the efficiency of the application development and of the computations using the resources of the HybriLIT cluster, an information-software environment that includes a set of services for user support is being actively developed by our team on heterogeneous computing. The maintenance of the current services and the development of new ones is a key prerequisite since they secure to the users modern tools for the efficient organization of their work under rapidly evolving technologies. This article describes new additions to the information-software environment of the heterogeneous cluster HybriLIT.*

Key words: heterogeneous cluster, HybriLIT, information-software environment, cloud technologies, high-performance architectures, HPC.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ MPI-РАСЧЕТОВ НА ОБЛАЧНОЙ И ГЕТЕРОГЕННОЙ ИНФРАСТРУКТУРАХ МИВК ОИЯИ

Александров Е.И., Башакин М.В., Беляков Д.В., Волохова А.В., Земляная Е.В., Зуев М.И.,  
Кутковский Н.А., Матвеев М.А., Нечаевский А.В., Ососков Г.А., Подгайный Д.В.,  
Рахмонов И.Р., Стрельцова О.И., Трофимов В.В., Шукринов Ю.М.  
Объединенный институт ядерных исследований, bashashimv@jinr.ru

*На примере MPI-программы для моделирования сверхпроводящих процессов в системе длинных джозефсоновских переходов проведен анализ эффективности вычислений на облачной инфраструктурах и на гетерогенном кластере HブリLIT, входящих в состав МИВК ОИЯИ [1].*

Ключевые слова: параллельные вычисления, технология MPI, облачные вычисления, джозефсоновские переходы.

### Введение

В связи с тенденцией использования облачных инфраструктур для высокопроизводительных вычислений представляет интерес сравнение эффективности проведения MPI-расчетов на гетерогенных и облачных инфраструктурах, базирующихся на сходных CPU. Следует отметить, что если при создании современных HPC-платформ используются высокоскоростные сетевые интерфейсы (от 40 Gb/s), то при создании облачных инфраструктур могут использоваться интерфейсы с меньшей скоростью (1 Gb/s, 10 Gb/s). В работе проведено сравнение производительности таких структур для MPI-программы по расчету вольтамперных характеристик (ВАХ) в длинных джозефсоновских переходах (ДДП).

Расчеты проводились с использованием OpenMPI v1.10.x. Облачная инфраструктура была развернута на сервере DellFX, содержащем 8 узлов с 2xCPU Intel Xeon E5-2680 v3, 12 core, а HPC-расчеты проводились на этом же оборудовании, входящем в состав гетерогенного кластера HブリLIT ЛИТ ОИЯИ [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 15-29-01217.

### Математическая модель и программная реализация

В качестве тестовой задачи для сравнения производительности вычислительных архитектур была рассмотрена задача по расчету ВАХ в системе из  $N$  ДДП, основанная на решении системы дифференциальных уравнений в частных производных относительно разности фаз  $\varphi_l$  и напряжения  $V_l$  на каждом  $l$  – ом контакте (стек из  $N$  контактов) с учетом емкости и индуктивной связи между контактами [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_C V_l + s_C V_{l+1} + s_C V_{l-1}, \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = \sum_{n=1}^N (\mathcal{L}_{l,n}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2}) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathcal{L}$  - матрица индуктивной связи:

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & \dots & 0 & S & 1 & & \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$\beta = \sigma V_0 / (d_l j_c)$  – параметр диссипации,  $S$  - параметр индуктивной связи, который принимает значения в интервале  $0 < |S| < 0.5$ .  $D_C$  – эффективная электрическая толщина ДП, нормированная на толщину диэлектрического слоя.  $s_C$  – параметр емкостной связи,  $I$  – внешний ток. Все величины в системе (1) переведены в безразмерные.

Система уравнений (1) дополнена нулевыми начальными условиями и следующими граничными условиями:

$$\frac{\partial \varphi_l(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_l(L,t)}{\partial x} = 0, \quad l = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Для численного решения поставленной смешанной задачи для дискретизации по времени использовался одношаговый метод Эйлера, а вторые пространственные производные аппроксимировались разностными формулами второго порядка. Параллельная реализация была написана на основе технологии MPI.

При анализе производительности MPI-расчетов представляет интерес исследование влияния различных факторов, таких как: MPI-коммуникации, I/O операции (использование файловой системы) и непосредственная скорость вычислений. Для учета всех этих факторов были введены в программу параметры, с помощью которых “включались или выключались” перечисленные выше факторы. А именно, были введены три входных параметра, условно названные А, В и С. Параметр А отвечает за количество узлов дискретной сетки по пространственной переменной, для тестирования этот параметр варьировался от 200 до 1000 с шагом 400. Параметры В и С отвечают соответственно за включение (если В = С = 1) или выключение (если В = С = 0) обмена сообщениями между процессами на каждом шаге по времени и за запись данных в выходной файл.

### Вычисления на облачной инфраструктуре и кластере HуbriLIT

На базе облачной инфраструктуры [4] МИВК ОИЯИ [1] был создан виртуальный тестовый кластер под управлением OpenNebula, состоящий из пяти виртуальных машин, на которые была установлена MPI-библиотека OpenMPI 1.10.3. Отметим, что при виртуализации все вычислительные ресурсы рассматриваются как “обобщественные”, т.е. заранее неизвестно на скольких физических серверах будет разворачиваться виртуальная машина. Таким образом, возможна ситуация, когда будет задействовано по одному вычислительному ядру с сервера. Для моделирования такой ситуации при расчетах выбиралась такая конфигурация, чтобы на одну виртуальную машину приходился один MPI-процесс. Расчеты были проведены на двух вариантах облачных инфраструктур с различными сетевыми интерфейсами и различными CPU. Времена счета с включенным межпроцессорным обменом и записью конечных результатов в файл (В = С = 1) на облачных системах представлены в табл. 1 и 2, а результаты расчетов на кластере HуbriLIT – в табл. 3.

Таблица 1. Результаты тестирования на облачной инфраструктуре с сетевым интерфейсом 1 Gb/s и CPU Intel Xeon 5150.

Количество узлов дискретной сетки по x	Число MPI-процессов				
	1	2	3	4	5
200	155,76	389,37	368,66	366,19	367,1
600	466,62	546,63	469,76	427,18	417,89
1000	776,89	689,11	574,35	506,8	462,8

Таблица 2. Результаты тестирования на облачной инфраструктуре с сетевым интерфейсом 10Gb/s и CPU Intel Xeon E5-2680 v3.

Количество узлов дискретной сетки по x	Число MPI-процессов				
	1	2	3	4	5
200	453,49	268,61	203,06	165,3	156,31
600	1352,32	741,28	521,38	405,15	359,3
1000	2273,48	1192,63	815,75	638,62	561,22

Таблица 3. Результаты тестирования на кластере HybriLIT с CPU Intel Xeon E5-2680 v3.

Количество узлов дискретной сетки по $x$	Число MPI-процессов				
	1	2	3	4	5
200	458,13	237,86	162,58	124,34	107,6
600	1387,22	699,5	471,87	357,64	304,98
1000	2296,45	1178,38	788,26	590,66	507,78

### Выводы

Из представленных в табл. 1-3 результатов видно, что для данной задачи эффективность MPI-расчетов на облачной инфраструктуре сравнима с расчетами на кластере HybriLIT: разница во времени счета не превышает 10%. Возможность проведения массивных параллельных вычислений требует отдельного исследования на расширенном полигоне, что является предметом дальнейшей работы.

### Литература

1. МИВК ОИЯИ – <https://miccom.jinr.ru/>.
2. Гетерогенный кластер HybriLIT - <http://hybrilit.jinr.ru/>
3. Баиашин М.В., Земляная Е.В., Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Атанасова П.Х., Волохова А.В. Вычислительная схема и параллельная реализация для моделирования системы длинных джозефсоновских переходов // Компьютерные исследования и моделирование (Computer Research and Modeling). – Т. 8, Вып. 4. – 2016. – Pp. 593-604.
4. Baranov A.V., Balashov N.A., Kutovskiy N.A., Semenov R.N. JINR cloud infrastructure evolution // Physics of Particles and Nuclei Letters – vol. 13, No. 5 – 2016 – pp. 672–675.

## STUDY OF EFFICIENCY OF MEETING OF MPI-CALCULATIONS ON CLOUD AND HETEROGENEOUS INFRASTRUCTURES OF MICC JINR

*Alexandrov E.I., Bashashin M.V., Belyakov, D.V., Volokhova A.V., Zemlyanaya E.V., Zuev M.I., Kutovskiy N.A., Matveev M.A., Nechaevskiy A.V., Ososkov G.A., Podgajny D.V., Rahmonov I.R., Streltsova O.I., Trofimov V.V., Shukrinov Yu.M.,*

*Joint Institute for Nuclear Research, bashashinmv@jinr.ru*

*On the example of MPI-code for simulation of superconducting processes in the long Josephson junctions, efficiency of a distributed computing system based on the JINR MICC cloud infrastructure and on the heterogeneous HybriLIT cluster has been analyzed.*

Key words: parallel computing, information technology, clouds, Josephson junctions.



## РАЗВИТИЕ СЕРВИСА STAT-HYBRILIT ДЛЯ МОНИТОРИНГА ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

<sup>1,2</sup>Валя М., <sup>1,3</sup>Майоров А.В., <sup>1,3</sup>Бутенко Ю. А.

<sup>1</sup>Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ

<sup>2</sup>Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия

<sup>3</sup>Государственный университет «Дубна»

*Для эффективного использования гетерогенного кластера HybriLIT, предназначенного для разработки параллельных приложений и проведения массивно-параллельных расчетов при решении широкого круга задач, возникающих в научных и прикладных исследованиях, проводимых сотрудниками ОИЯИ, создан веб-сервис для мониторинга ресурсов кластера. В статье приведен обзор данного сервиса.*

Ключевые слова: гетерогенный вычислительный кластер, веб-приложение, сервис, статистика, мониторинг

### Введение

Гетерогенный кластер *HybriLIT* является частью Многофункционального информационно-вычислительного комплекса (МИВК), Лаборатории информационных технологий ОИЯИ [1]. Для организации эффективной работы кластера появилась необходимость в сервисе, который собирает информацию об использовании вычислительных ресурсов кластера, состоянии виртуальных машин и сопровождающих сервисов, сетевом трафике и пользовательской активности.

Сервис мониторинга гетерогенного кластера *HybriLIT* представляет собой веб-приложение, которое предназначено как для рядовых пользователей кластера, предоставляя информацию о клиентских задачах, профиле, так и для администраторов, информируя о состоянии ресурсов кластера в режиме реального времени и за определенный промежуток времени [2].

### Структура сервиса

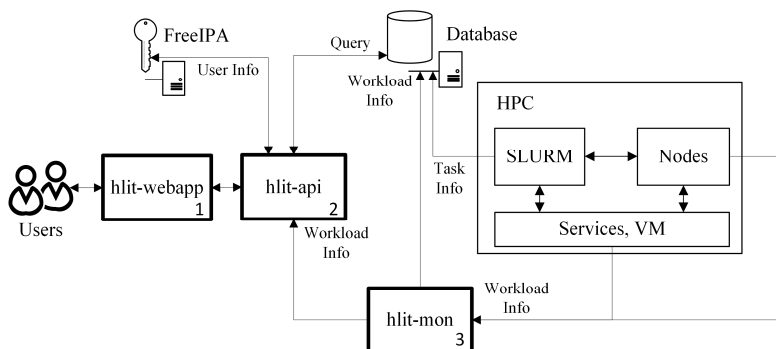


Рис. 1. Общая структура сервиса

Сервис состоит из трех основных модулей (См. рис. 1): hlit-webapp, hlit-api, hlit-mon.

Hlit-webapp (На рис. 1 под цифрой 1) [3] — веб-приложение, с которым непосредственно работают пользователи кластера. Оно содержит все веб-ресурсы сервиса, из которых формирует затем веб-страницы, ограничивая доступ к контенту в зависимости от сертификатов, полученных от другого модуля — hlit-api.

Hlit-api (На рис. 1 под цифрой 2) [4] помимо сертификатов доступа к контенту передает на hlit-webapp всю информацию о кластере (загруженность вычислительных ресурсов, информация о пользовательских задачах и т. д.). Hlit-api имеет интерфейсы взаимодействия с единой системой управления идентификацией пользователей кластера *HybriLIT* (FreeIPA), базой данных (Далее БД), hlit-mon. Сертификаты доступа формируются путем получения информации о правах пользователя от FreeIPA, передавая логин и пароль. В БД хранится информация о пользовательских задачах и истории загруженности кластера. Такое разделение приложения на два блока (hlit-webapp и hlit-mon) объясняется попыткой решить две задачи: повысить безопасность и стабильность. Изолируя от пользователей все интерфейсы взаимодействия с важными компонентами системы, можно обезопасить работу кластера в целом. Также, разделяя работу взаимодействия с пользователем и информационными системами, можно повысить стабильность работы сервиса. Hlit-webapp и hli-api работают независимо, не блокируя друг друга, пока один формирует страницы, второй отправляет запросы и ждет результат, сообщаясь только для обмена данными между собой.

Hlit-mon (На рис. 1 под цифрой 3) [5] собирает информацию о загруженности ресурсов кластера, виртуальных машин, сервисов, затем ее передает на hlit-api и записывает в БД. Hlit-mon в свою очередь разделяется на несколько составных частей: сенсоры, брокер и регистратор. Сенсоры стоят на каждом узле, о котором необходимо получить информацию, и передают собранные данные на брокера. Брокер, аккумулируя данные от сенсоров, собирает в один пакет и отправляет его на hlit-api и регистратор. Регистратор имеет интерфейс взаимодействия с БД. Получая пакет с данными о загруженности системы, регистратор создает новые записи в таблицах.

### Технологии

*Stat-HybriLIT* в качестве платформы использует NodeJS [6]. NodeJS позволяет строить быстрый, асинхронный, событийно-ориентированный сервер. На данный момент практически под любую задачу в БД менеджера пакетов NodeJS имеется несколько вариантов проектов, тем самым давая возможность выбрать лучшее.

В качестве JavaScript фреймворка используется Angular второй версии [7]. Angular 2 придерживается принципа модульности, сервис статистики не стал исключением и состоит из множества компонентов, что улучает способность дальнейшего развития и поддержки проекта.

### Мультиязычность

Объединённый институт ядерных исследований является международной организацией, поэтому необходимо, чтобы сервисы, предоставляемые пользователям, имели поддержку нескольких языков. Каждое слово/словосочетание на веб-странице является переменной, которая ссылается на определенный словарь, в зависимости от выбранного языка. В данный момент сервис поддерживает два языка: русский и английский.

### Стороннее использование

Сервис статистики *Stat-HybriLIT* может быть использован на любом кластере, построенном на операционной системе семейства Linux, несмотря на то, что разрабатывался он с учетом требований информационной поддержки гетерогенного кластера *HybriLIT*. Если на вычислительном кластере используется планировщик задач, отличный от SLURM, сервис будет иметь неполный функционал (будет отсутствовать информация о пользовательской активности), в таком виде сервис мониторинга будет представлять интерес для администраторов, которые могут получать данные о загруженности вычислительных ресурсов кластера.

Для установки модуля hlit-mon на кластер можно воспользоваться собранными RPM пакетами для CentOS 6/7 [8] или исходным кодом. Сервис является открытым программным обеспечением и распространяется по лицензии MIT.

На данный момент, помимо *HybrLIT*, сервис мониторинга используется на кластере ALICE TLABS в iThemba Labs в ЮАР [9].

### Дальнейшее развитие

Разработка сервиса на этом не закончена, планируется дальнейшее развитие проекта по многим аспектам: безопасность, стабильность, возможности, функции.

Ближайшие задачи:

- Разработка комплекса защиты сервиса от хакерских атак: защита от робота (САРТСНА), блокировка сеанса на определенное время после нескольких неудачных попыток авторизации и т. п.
- Разработка системы обнаружения аномального сетевого трафика и оповещения администратора об этом.
- Разработка системы оповещения администратора об узле, потерявшем связь с системой.

### Выводы

В статье представлен обзор веб-сервиса мониторинга гетерогенного кластера *HybrLIT*. Сервис ориентирован на клиентов кластера, предоставляя информацию о пользовательских задачах и персональных данных, и на администраторов, информируя о статусе вычислительных ресурсов кластера.

Веб-сервис постоянно развивается, дополняется новыми возможностями и функциями.

*Stat-HybrLIT* презентовался на данной конференции в 2016 году [10].

### Литература

1. Гетерогенный кластер *HybrLIT* — <http://hybrilit.jinr.ru>
2. *Stat-HybrLIT*. Сервис мониторинга гетерогенного кластера *HybrLIT* — <https://stat-hlit.jinr.ru>
3. Hlit-webapp — <https://gitlab-hlit.jinr.ru/hybrilit/hlit-webapp>
4. Hlit-api — <https://gitlab-hlit.jinr.ru/hybrilit/hlit-api>
5. Hlit-mon — <https://gitlab-hlit.jinr.ru/hybrilit/hlit-mon>
6. NodeJS — <https://nodejs.org/en/>
7. Angular — <https://angular.io>
8. RPM пакеты hlit-mon — <https://copr.fedorainfracloud.org/coprs/mvala/hlit/>
9. ALICE TLABS cluster — <https://monitor.alice.tlabs.ac.za>
10. Материалы всероссийской конференции «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем» - РУДН, Москва, 2016 — Стр. 201-203 — [http://conf.sci.pfu.edu.ru/public/conferences/2/schedConfs/7/itmm2016\\_sbornik.pdf](http://conf.sci.pfu.edu.ru/public/conferences/2/schedConfs/7/itmm2016_sbornik.pdf)

## DEVELOPMENT OF SERVICE STAT-HYBRILIT FOR MONITORING HYBRILIT HYBRID CLUSTER

<sup>1,2</sup>Vala M., <sup>1,3</sup>Mayorov A., <sup>1,3</sup>Butenko Y.

<sup>1</sup>Laboratory of Information Technologies, JINR

<sup>2</sup>Institute of Experimental Physics of SAS, Kosice, Slovakia

<sup>3</sup>State University “Dubna”

*The heterogeneous cluster HybrLIT is designed for the development of parallel applications and for carrying out parallel computations asked by a wide range of tasks arising in the scientific and applied research conducted by JINR. The efficient work on the cluster needs the implementation of service of statistics provided to the users.*

Key words: heterogeneous computing cluster, web-app, service, statistics, monitoring

## ТЕСТОВЫЙ ПОЛИГОН ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ НА ОБЛАЧНОЙ И ГЕТЕРОГЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

*Зуев М.И., Башишин М.В., Беляков Д.В., Кутовский Н.А., Матвеев М.А.,  
Подгайный Д.В., Стрельцова О.И.*

*Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований,  
zuevmax@jinr.ru*

***В докладе представлено описание создания и настройки тестового полигона для исследования эффективности проведения расчетов на облачной и гетерогенной структурах ЛИТ ОИЯИ.***

Ключевые слова: облачные технологии, гетерогенные вычисления, технологии параллельного программирования.

### **Введение**

В последнее десятилетие облачные вычислительные системы стали стандартом для многих развивающихся областей информационных технологий. Особенно популярна концепция облачного сервиса «IaaS» (инфраструктура как сервис), позволяющая пользователю по требованию получить доступ к вычислительным ресурсам, сетям передачи данных и дисковым хранилищам. Возможны варианты как создания собственных локальных облачных инфраструктур либо использования ресурсов сторонних поставщиков, а также и комбинация этих двух подходов, когда в случае дефицита собственных ресурсов часть пиковой нагрузки выносится во внешнее облако.

Среди преимуществ использования ресурсов сторонних поставщиков можно назвать полный отказ организации, пользующейся таким сервисом, от проектирования, разработки и построения собственных высокопроизводительных систем. Основным фактором сокращения затрат можно назвать отсутствие необходимости закупки, установки и обслуживания организацией собственного оборудования. В случае построения локальных облачных инфраструктур такие системы позволяют достигать существенной экономии средств за счет повышения загрузки аппаратных вычислительных мощностей, так как несколько виртуальных машин может быть запущено на одном сервере, что позволяет максимально эффективно задействовать ресурсы каждого из них.

В этой связи представляет интерес изучение производительности и эффективности таких вычислительных систем при выполнении параллельных приложений и сравнение первых с другими вычислительными системами. С целью проведения таких исследований были созданы тестовые полигоны на облачной инфраструктуре ОИЯИ [1] и на гетерогенном кластере HブリLIT [2]. Результаты подобных исследований в публичных облачных инфраструктурах представлены в работах [3]-[5].

### **Тестирование на облачной инфраструктуре ОИЯИ**

Для проведения исследования с использованием облачной инфраструктуры ОИЯИ из ее состава было выделено пять виртуальных машин со следующими характеристиками: процессор Intel Xeon 5150, 2 Гб оперативной памяти, сеть между серверами – 1 GigaBit Ethernet. Общая схема облачной инфраструктуры ОИЯИ представлена на рис. 1. Расчеты запускались напрямую на серверах, без использования планировщика задач. Стоит отметить, что параметры запуска выбирались таким образом, чтобы на одну виртуальную машину приходился один MPI-процесс. Это связано с тем, что ключевой особенностью облачных систем уровня инфраструктуры является виртуализация вычислительных ресурсов (в частности, центральных процессоров). И при проведении

расчетов, пользователь не может контролировать, какие именно процессоры будут использоваться: расположенные в рамках одной виртуальной машины или нескольких.

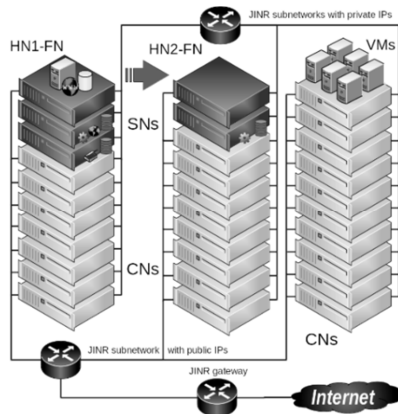


Рис. 1. Схема облачной инфраструктуры ОИЯИ.

### Тестирование на гетерогенном кластере HybriLIT

Исследование, проводимое на гетерогенном кластере HybriLIT, можно разделить на следующие этапы:

- проведение расчетов на серверах модуля Dell FX2 гетерогенного кластера HybriLIT;
- установка необходимого программного обеспечения для использования серверов в облачной инфраструктуре;
- проведение расчетов с использованием облачных ресурсов.

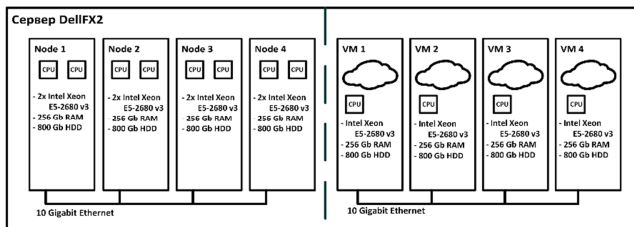


Рис. 2. Схема тестового полигона на базе Dell FX2.

Тестовый полигон строился на базе Dell FX2, состоящего из 8 серверов, каждый из которых содержит по два процессора Intel Xeon E5-2680 v3, 256 Гб оперативной памяти, сеть между серверами – 10 Gigabit Ethernet. Схема полигона представлена на рис. 2.

Для корректного сравнения результаты расчетов программ модуль был поделен на две равные части (по 4 сервера):

- одна часть из них была выделена в отдельную очередь гетерогенного кластера HybriLIT и расчеты на них запускались посредством планировщика ресурсов SLURM;
- на второй части на каждом сервере было установлено программное обеспечение для включения данных серверов в облачную инфраструктуру LIT и расчеты аналогично расчетам, проведенным ранее на облачной инфраструктуре.

В качестве тестового приложения использовалась MPI-программа по расчету вольтамперных характеристик в длинных джозефсоновских переходах [6]. Результаты,

полученные на основе этой MPI-программы, приведенные в работе [7], опубликованной в этом же сборнике, показали сравнимые результаты эффективности расчетов на созданном облачном полигоне и гетерогенном кластере HybriLIT: разница во времени расчетов задачи не превысила 10% в пользу гетерогенного кластера.

### Выводы

На этапе исследований, описанных в этой работе, в расчетах было задействовано по одному MPI-процессу с каждой виртуальной машины, в то время, как на гетерогенном кластере HybriLIT расчеты проводились в рамках одного вычислительного узла (в текущей конфигурации тестового сервера на одном узле можно запустить до 48 MPI-процессов). Следующим этапом исследования будет проверка эффективности расчетов задач при количестве MPI-процессов, превышающем количество запускаемых MPI-процессов на одном вычислительном узле гетерогенного кластера, а число виртуальных машин будет увеличено, чтобы сохранить текущее соотношение к числу запускаемых MPI-процессов – по одному процессу на виртуальную машину. Это поможет проследить зависимость эффективности расчетов от межузловых коммуникаций при передаче данных по локальной сети.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 15-29-01217.

### Литература

1. Baranov A.V., Balashov N.A., Kutovskiy N.A., Semenov R.N. JINR cloud infrastructure evolution // Physics of Particles and Nuclei Letters. – Vol. 13, № 5. – 2016 – Pp. 672-675. – DOI: 10.1134/S1547477116050071.
2. Гетерогенный кластер HybriLIT. – <http://hybrilit.jinr.ru>.
3. Кудрявцев А.О., Кошелев В.К., Избышев А.О. и др. Разработка и реализация облачной системы для решения высокопроизводительных задач // Труды ИСП РАН. – Т. 24. – 2013. – Стр. 13-34.
4. Mohamed Ben Belgacem, Bastien Chopard. A hybrid HPC/cloud distributed infrastructure: Coupling EC2 cloud resources with HPC clusters to run large tightly coupled multiscale applications // Future Generation Computer Systems. – Vol. 42. – 2015. – Pp. 11-21.
5. Rashid Hassani, Md Aiatullah, Peter Luksch. Improving HPC Application Performance in Public Cloud // IERI Procedia. – Vol. 10. – 2014. – Pp. 169-176.
6. Башашин М.В., Земляная Е.В., Рахмонов И.Р. и др. Вычислительная схема и параллельная реализация для моделирования системы длинных джозефсоновских переходов // Компьютерные исследования и моделирование. – Т. 8, № 4. – 2016. – Стр. 593-604.
7. Александров Е.И., Башашин М.В., Беляков Д.В. и др. Исследование эффективности MPI-расчетов на облачной и гетерогенной инфраструктурах МИВК ОИЯИ.

## TEST SITE FOR RESEARCH EFFICIENCY OF PARALLEL COMPUTATIONS ON CLOUD AND HETEROGENEOUS COMPUTING SYSTEMS

Zuev M.I., Bashashin M.V., Belyakov D.V., Kutovskiy N.A., Matveyev M.A., Podgainy D.V., Streltsova O.I.

Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research,  
zuevmax@jinr.ru

*The paper describes the setup and configuration of a test site for research the efficiency of computations on the cloud and heterogeneous infrastructures of LIT JINR.*

Key words: cloud technologies, heterogeneous computations, parallel computing technologies.

## О ПОДДЕРЖКЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЯЗЫКЕ JULIA

Кулябов Д.С., Геворкян М.Н., Королькова А.В., Севастьянов Л.А.

Российский университет дружбы народов,  
kulyabov\_ds@rudn.university, gevorgyan\_mn@rudn.university,  
korolkova\_av@rudn.university, sevastianov\_la@rudn.university

*Целью доклада является краткий обзор средств для параллельных вычислений, реализованных в текущей версии Julia — молодого перспективного языка для научного программирования. Изложение иллюстрируется большим количеством примеров.*

Ключевые слова: научное программирование, параллельные вычисления, Julia.  
Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-07-08795, 16-07-00556.  
Также публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### Введение

Язык программирования Julia [1,2] является динамическим, номинативным языком высокого уровня с параметрическим полиморфизмом. Язык разрабатывается в первую очередь для высокопроизводительных научных вычислений, хотя может использоваться и как язык общего назначения. Первая публичная версия языка была представлена в 2012 году, на начало 2017 года актуальной является версия 0.5. Несмотря на новизну, уже сейчас выходят книги с описанием языка и популярных библиотек, в том числе переведенные на русский язык [3].

Данная работа носит обзорный характер. Вначале дается общее описание основных особенностей языка, а затем более подробно описываются возможности параллельного программирования, поддерживаемые текущей версией языка.

### Ключевые особенности языка

Основной задачей разработчиков Julia было совмещение сильных сторон различных языков и сред, используемых в научных вычислениях. От интерпретируемых языков, таких как Python и Ruby была перенята простота, краткость синтаксиса и возможность интерактивного выполнения, а от компилируемых языков, таких как C и Fortran — производительность.

Базовый синтаксис Julia весьма интуитивен и требует минимального времени для освоения. Присутствует большое количество синтаксического сахара, упрощающего программирование математических формул и выражений. Например, в язык встроена поддержка Unicode, так что становится возможным использовать в именах переменных практически любые символы из любого алфавита, поддерживаемого этой кодировкой.

Высокая производительность достигается благодаря использованию LLVM компиляции. В некоторых задачах Julia приближается по скорости выполнения к компилируемым языками (C и Fortran), хотя в целом не превосходит их. Другие же языки, чаще всего используемые в научных вычислениях (Matlab, Python, Mathematica, Maple) уступают Julia на порядок. Авторы предусмотрели прямой вызов библиотек на C и Fortran, что с одной стороны призвано компенсировать недостаток в производительности на критических участках программы, а с другой стороны восполнить отсутствие необходимых библиотек.

Нацеленность именно на научное программирование выражена в частности во встроенной реализации комплексных чисел, матричных операций, рациональных дробей, большого количества встроженных математических функций.

### Параллельные вычисления

В настоящий момент существуют несколько широко доступных аппаратных решений, которые обеспечивают выполнение параллельных программ: многопроцессорные системы с общей памятью, кластеры и системы с графическими ускорителями (CUDA и OpenCL).

В язык Julia встроены средства для написания программ, предназначенных для выполнения на кластере, а также на одном компьютере с многоядерным процессором. Параллелизм в Julia в основном реализован в рамках процессов, а нити (потоки) поддерживаются пока только экспериментально.

В отличие от технологии MPI, параллельное программирование в Julia опирается не на явное получение и отправление сообщений от процесса к процессу, а на удаленные обращения (*remote references*) и удаленные вызовы (*remote calls*). Удаленное обращение может использоваться любым процессом для получения доступа к любому объекту, находящемуся в ведении другого процесса. Удаленный вызов в свою очередь позволяет одному процессу послать запрос другому процессу на выполнение определённой функции.

Распределение работы между процессами в большинстве случаев осуществляется автоматически. Удаленный вызов производится с помощью функции `remotecall()`. Данная функция немедленно возвращает объект `Future`, хотя вычисления могут еще долго продолжаться на удаленном процессе. Для получения результатов вычисления с удаленного процесса применяется функция `fetch()` или `wait()`. Удаленный вызов также может осуществлять макрос `@spawnat`. Функция `remotecall_fetch()` является по своей сути комбинацией функции `remotecall()` и `fetch()` то есть процесс выполнения на текущем процессе останавливается до получения результата вычисления с удаленного процесса.

Для работы с кластерами в Julia предусмотрены соединения с удаленными машинами с помощью `ssh`, а также управление запущенными на удалённых узлах процессами.

Обмен данными между процессами в большинстве случаев происходит не явно, что отличается от подхода технологии MPI, где программист должен прописать логику передачи сообщений между процессами при разработке кода.

### Параллельные циклы и `map reduce`

Многие задачи, которые можно эффективно распараллелить, не требуют интенсивной пересылки данных. К таким задачам относится параллельное выполнение различных витков цикла. В Julia предусмотрены макросы для этой цели. Рассмотрим следующие простой пример:

```
nheads = @parallel (+) for i=1:20000000
    Int(rand{Bool})
end
```

Итерации данного цикла распределяются между процессами, затем к результатам работы процессов применяется операция, указанная в скобках после макроса `@parallel` (в нашем примере `+`). Таким способом можно очень эффективно распараллеливать циклы, итерации которых могут выполняться независимо друг от друга.

Если в параллельном цикле необходимо манипулировать с массивом данных, то вместо стандартного массива следует использовать разделяемый массив (`SharedArray`). Элементы такого массива будут доступны всем задействованным процессам, и его можно применять в параллельных циклах:

```
a = SharedArray{Float64,10}
@parallel for i=1:10
    a[i] = i
end
```



### Параллелизация с помощью нитей

Julia поддерживает параллелизацию с помощью нитей, хотя на данный момент эта функция считается экспериментальной и синтаксис может существенно измениться, по мере развития языка. В отличие от процессов нити имеют общую область памяти и требуют меньше ресурсов. Нити оптимальны при параллелизации в рамках одного многоядерного процессора. На данный момент имеющийся функционал обеспечивает макрос `@threads`. Он, например, позволяет распределить итерации цикла между нитями:

```
Threads.@threads for i = 1:10
    a[i] = Threads.threadid()
end
```

К сожалению, поддержка нитей в Julia пока весьма ограничена по сравнению, например, с OpenMP.

### Заключение

На данный момент язык Julia поддерживает базовые технологии параллельных вычислений на основе процессов. Синтаксис, обеспечивающий написание параллельных программ, встроен в ядро языка, поэтому есть уверенность, что он будет развиваться по мере развития языка. На данный момент имеющегося функционала уже достаточно для создания производительных параллельных программ, работающих как на кластере, так и на одном компьютере с несколькими процессорами (ядрами).

### Литература

1. Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing / Jeff Bezanson, Alan Edelman, Stefan Karpinski, Viral B. Shah.—2014.— November.— arXiv : cs.MS/1411.1607.
2. Julia: A Fast Dynamic Language for Technical Computing / Jeff Bezanson, Stefan Karpinski, Viral B. Shah, Alan Edelman.— 2012.— September.— arXiv : cs.PL/1209.5145.
3. Малькольм Шеррингтон Осваиваем язык Julia.— М.: ДМК Пресс. — 416 с. — 2017. ISBN : 978-5-97060-370-3, 978-5-97060-370-3

## SUPPORT FOR PARALLEL COMPUTING IN JULIA LANGUAGE

*Kulyabov D. S., Gevorkyan M. N., Korolkova A.V., Sevastianov L. A.*

*RUDN University (Peoples' Friendship University of Russia),  
kulyabov\_ds@rudn.university, gevorkyan\_mn@rudn.university,  
korolkova\_av@rudn.university, sevastianov\_la@rudn.university*

***The aim of the report is a brief overview of the parallel computing implemented in the current version of Julia — a young language for scientific programming. In this report, we use different examples to illustrate Julia capabilities of parallel computing.***

Key words: scientific programming, parallel computing, Julia Language.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ MPI-ПРИЛОЖЕНИЙ, ВЫПОЛНЯЕМЫХ НА ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСАХ

Кутовский Н.А., Нечаевский А.В., Ососков Г.А., Пряхина Д.И., Трофимов В.В.

Объединенный институт ядерных исследований, ososkov@jinr.ru

**В работе представлены результаты имитационного моделирования параллельных вычислений в облачной среде с использованием технологии MPI на примере расчетов длинных Джозефсоновских Переходов.**

Ключевые слова: MPI, параллельные вычисления, облачные вычисления, имитационное моделирование.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №15-29-01217

### Введение

В Лаборатории информационных технологий (ЛИТ) Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ) на базе гибридного кластера *HybriLIT* [1] в ОИЯИ разработан параллельный алгоритм для вычислений длинных Джозефсоновских Переходов (ДП) и соответствующий комплекс программ для параллельных вычислений с использованием технологии MPI [2]. Разработанная схема была апробирована для параллельных MPI вычислений в облачной среде [3]. Для оптимизации облачной схемы параллельных вычислений необходимо протестировать работу алгоритма при различных сочетаниях параметров оборудования, количества процессоров, и уровней распараллеливания. Существует множество средств анализа и оптимизации вычислительных процессов, использующих интерфейсы MPI (см., например, [4]), однако среди них нет рекомендаций по оптимальному переносу таких вычислений в облачную среду.

В нашей работе задачу оптимизации параллельных MPI вычислений в облачной среде предлагается решать методом имитационного моделирования. Имеющийся в ЛИТ опыт моделирования грид и облачных структур, накопленный при выполнении предыдущих проектов, позволил нам использовать для этой цели разработанную в ЛИТ программу имитационного моделирования *SyMSim*, [5].

В данной работе предметная область ограничена параллельными вычислениями ДП [2]. Поскольку концепции предлагаемого подхода к моделированию более подробно описаны в предыдущей работе авторов [6], мы ограничимся здесь кратким изложением основных моментов процесса моделирования.

Для моделирования гетерогенной среды *HybriLIT*, включающей многоядерные процессоры, объединенные между собой при помощи сети в единый кластер, а также и облачную инфраструктуру, применяется дискретное моделирование событий, что позволяет в рамках единого подхода описать программный комплекс, использующий интерфейсы MPI как на нескольких ядрах, в рамках одного сервера, так и виртуальные машины, взаимодействующие между собой в облачной архитектуре. Работа программы на основе MPI представляется, как расчет потока итераций алгоритма, т.е. последовательности шагов, каждый из которых имеет общее имя и порядковый номер. При MPI распараллеливании каждый процессор может выполнять шаги только с одним именем. Под процессором в данном случае подразумевается физическое устройство либо виртуальная машина. Предыдущие исследования [6] показали, что мощность MPI процессоров должна подкрепляться достаточно высокой скоростью межпроцессорных соединений облачной инфраструктуры, поэтому дальнейшие тесты и расчеты велись для скорости 10 Гбит/с.

### Описание эксперимента на облачном полигоне

Облачный полигон для MPI-задач создавался на оборудовании *Dell PowerEdge FX2*.

Полигон представляет из себя корзину с 8 лезвиями, каждое из которых – это сервер *Dell PowerEdge FC430* с 48 ядрами (два процессора *Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2680 v3 @ 2.50GHz*) и 256 ГБ ОЗУ, а также два *SSD* диска по 256 ГБ). Сервера внутри этой корзины взаимодействуют между собой через *Ethernet* сеть с пропускной способностью 10 Гбит/с.

Полигон для запуска параллельных задач приложения был развернут на виртуальных машинах (ВМ) *KVM*, запущенных на серверах *Dell PowerEdge FC430*.

Операционная система внутри ВМ – *CentOS 6.8 x64*, версия *OpenMPI - 2.0.1*.

Был осуществлен запуск 10 прогонов, при фиксированном количестве контактов 10 и изменяющемся количестве узлов в параллельном облачном кластере от 1 до 10 с шагом 1 (т.е. 10 контактов на 1 узле, 10 контактов на 2 узлах и т.д. 10 контактов на 10 узлах). Десятикратные повторения позволяли получить среднее время и его разброс для каждого количества рабочих узлов параллельного кластера при расчетах ДП с 10 контактами. Результаты тестов доступны на сайте [7] и показаны на рис. 1.

### Моделирования MPI в облачной среде

Моделирование *MPI*-приложений потребовало внесения ряда изменений в программу *SyMSim* [5].

Вышеуказанный эксперимент [6] был использован для получения исходных данных для моделирования. Тесты показали, что объем обмена данными при счете на 3 процессорах составил 14,5 ГБ причем увеличение числа процессоров до 10 не привело к росту объема обмена данными. Это позволило предположить, что на каждой итерации величина буфера обмена постоянна и что количество итераций при увеличении числа процессоров не меняется.

Проверка модели проводилась при следующих предположениях:

- сумма количества операций выполняемых для полного расчета постоянна и не зависит от количества процессоров;
- пропускная способность коммуникационной среды такова, что время обмена информацией не зависит от количества процессоров;
- размер буфера обмена постоянный и не зависит от количества процессоров;
- количество итераций постоянно и не зависит от количества процессоров;
- время, затраченное программой до начала итераций и после их завершения мало и им можно пренебречь.

Сравнение результатов, полученных эмпирическим путем с результатами имитационного моделирования, показало, что имитационная модель корректно моделирует параллельные расчеты, выполненные с использованием технологии *MPI*. Более того, эта модель позволила обнаружить и учесть важный фактор затрудняющий процесс передачи буферов обмена из-за конфликтов при передаче пакетов. Хотя вероятность случаев столкновений пакетов мала и на практике не превышает 5%, но ее рост до 1% позволил объяснить увеличение времени расчета для числа процессоров свыше 4-5, как это видно на рис.1, где представлено сравнение результатов, полученных эмпирическим путем для облака с сетью 10 Гбит/с, с результатами имитационного моделирования. Вычислительные эксперименты показали, что модель корректно моделирует параллельные расчеты, выполненные с использованием технологии *MPI*.

### Заключение

В работе показана возможность использования метода имитационного моделирования для моделирования параллельных вычислений, выполненных в облачной среде с использованием технологии *MPI*, на примере расчетов длинных Джозефсоновских переходов. Такое моделирование, в частности, позволило определить оптимальные

границы для количества ЦПУ и скорости сети в облачной реализации проводимых вычислений.

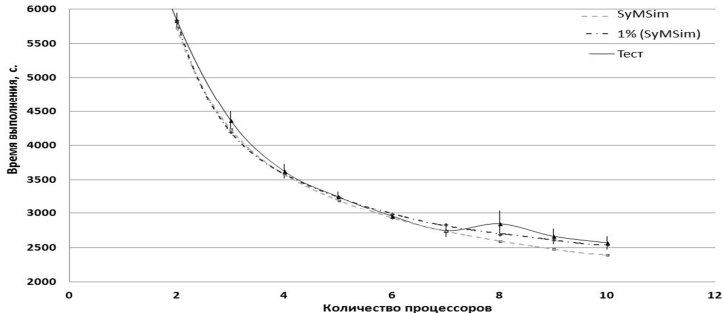


Рис. 1. Сравнение результатов эксперимента на облачном полигоне с результатами имитационного моделирования

### Литература

1. *Alexandrov E.I., Belyakov D.V., Matveyev M.A., Podgainy D.V., Streltsova O.I., Torosyan Sh.G., Zemlyanaya E.V., Zrelov P.V., Zuev M.I.* Research Of Acceleration Calculations In Solving Scientific Problems On The Heterogeneous Cluster Hybrilit // Bulletin of PFUR. Series Mathematics. Information Sciences. Physics. – No 4. – 2015. – Pp. 30–37.
2. *Bashashin M.V., Zemlyanaya E.V., Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Atanasova P.Kh., Volokhova A.V.* Numerical approach and parallel implementation for computer simulation of stacked long Josephson Junctions // Computer Research And Modeling. – Vol. 8, No 4. – 2016. – Pp. 593–604.
3. *Baranov A.V., Balashov N.A., Kutovskiy N.A., Semenov R.N.* JINR cloud infrastructure evolution // Physics of Particles and Nuclei Letters. – Vol. 13, No. 5. – 2016. – Pp. 672–675. – ISSN 1547-4771, eISSN: 1531-8567. – DOI: 10.1134/S1547477116050071.
4. *Hassani R., Chavan G., Luksch P.* Optimization of Communication in MPI-Based Clusters, IEEE Xplore, 2014. – <http://ieeexplore.ieee.org/document/6984296/>
5. *Korenkov V.V., Nechaevskiy A.V., Ososkov G.A., Pryahina D.I., Trofimov V.V., Uzhinskiy A.V.* Simulation concept of NICA-MPD-SPD Tier0-Tier1 computing facilities // Particles and Nuclei Letters. – Vol. 13, No 5. – 2016. – Pp. 1074–1083.
6. *Kutovskiy N., Nechaevskiy A., Ososkov G., Trofimov V.* Simulation of Cloud Computation MPI Applications // Proc. of 7th International Conference Distributed Computing and Grid-technologies in Science and Education, Dubna, Russia, July 4-9, 2016. – <http://CEUR-WS.org/Vol-1787/343-348-paper-59.pdf>
7. Программно-аппаратный комплекс для численных исследований джозефсоновских наноструктур – <http://jj.jinr.ru/results/>

## SIMULATION OF THE MPI-APPLICATIONS RUNNING ON HETEROGENEOUS COMPUTING RESOURCES

*Kutovskiy N.A., Nechaevskiy A.V., Ososkov G.A., Pryahina D.I., Trofimov V.V.*

*Joint Institute for Nuclear Research, ososkov@jinr.ru*

**The paper presents simulation results of MPI parallel cloud computing.**

Key words: MPI, parallel computing, cloud computing, simulation.

The work was supported by RFBR grant № 15-29-01217.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБЛАЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЛИТ ОИЯИ

Мажитова Е.М., Балашов Н.А., Баранов А.В., Кутовский Н.А., Семенов Р.Н.

Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ, Дубна, Россия, emazhitova@jinr.ru

*В данной статье приведена информация об облачной инфраструктуре, созданной в Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований (ЛИТ ОИЯИ), описаны цели ее создания, особенности реализации, использование, текущие работы и планы по развитию.*

Ключевые слова: облачные технологии, виртуализация.

### Введение

Для перехода на более эффективные средства управления сервисами и серверами ЛИТ с использованием современных технологий, а также для повышения эффективности использования оборудования и надежности работы сервисов и хранения данных в ЛИТ ОИЯИ был развернут облачный сервис, позволяющий предоставлять услуги по модели «инфраструктура как услуга» (IaaS). Данная модель обеспечивает сетевой доступ к вычислительным, программным и информационным ресурсам (сетям передачи данных, серверам, устройствам хранения, сервисам и приложениям), конфигурируемым в соответствии с оперативными запросами, что позволяет значительно сократить расходы на ИТ-инфраструктуру, удовлетворять динамически меняющиеся потребности в ресурсах и так далее.

### Реализация инфраструктуры

Облачная инфраструктура ЛИТ ОИЯИ функционирует на базе ПО с открытым исходным кодом OpenNebula [1]. В ней можно выделить два основных компонента:

- головная машина, на которой развернуто ядро облака и пользовательские интерфейсы для взаимодействия с инфраструктурой;
- рабочие узлы, на которых непосредственно размещаются виртуальные машины (VM).

Головная машина облака также является VM и развернута на одном из рабочих узлов. Для работы с облачной инфраструктурой пользователям доступно два типа интерфейса:

- интерфейс командной строки;
- графический веб-интерфейс «Sunstone» (доступны упрощенный и полнофункциональный варианты), доступный по [2]

В текущей реализации облака ЛИТ поддерживаются два типа монитора виртуальных машин (гипервизоров):

- OpenVZ (виртуализация на уровне операционной системы) [3],
- KVM (полная виртуализация) [4].

- Рабочие узлы представлены двух типов:
- сервера с двумя дисками в RAID1 («зеркало») для высоконадежных VM;
- сервера с одним диском для тестовых, учебных и исследовательских VM.

Доступ к VM осуществляется либо по {rsa,dsa}-ключу, либо по паролю. Аутентификация пользователя в Sunstone реализована с использованием Kerberos. Для повышения безопасности передачи информации между веб-интерфейсом сервиса и браузерами пользователей применено SSL-шифрование.

### Использование инфраструктуры

На данный момент развиваются три направления использования сервиса:

- тестовые, учебные и исследовательские задачи в рамках участия в различных проектах с использованием облачных и грид-технологий;

- размещение систем и сервисов с высокими требованиями к надежности и доступности;
- в качестве вычислительных ресурсов, а также как расширение вычислительных возможностей сетевых инфраструктур.

В момент написания статьи в облаке ЛИТ развернуты следующие полигоны и сервисы:

- полигоны на базе промежуточного ПО грид (ППО) – EMI, PanDA, BES-III на базе ППО DIRAC;
- полигон для изучения и оценки ППО для построения вычислительной инфраструктуры экспериментов на ускорителе NICA;
- полигон на базе системы хранения данных EOS, сервер Spark для машинного обучения и анализа Больших данных;
- сервисы вычислительного комплекса HybriLIT: Indico, FreeIPA, Git;
- helpdesk, GitLab;
- веб-сервис HEPPWEB (для Monte-Carlo моделирования);
- тестовые экземпляры сервера документов ОИЯИ (JDS) и сервиса управления проектами (JPMS);
- набор контейнеров для пользователей-участников эксперимента NOvA;
- контейнер для разработки веб-сайтов, включая новый веб-портал ОИЯИ;
- контейнеры для оценки существующих систем мониторинга и разработки на их базе системы мониторинга Tier-1 ОИЯИ.

Кроме того, на этой же облачной инфраструктуре развернуты полигоны для разработки и отладки драйвера OpenVZ для текущей и новых версий Opennebula. Каждый из таких полигонов состоит из 2-3 виртуальных машин KVM:

- 1 головная машина тестового облачного полигона,
- 1-2 рабочих узла, внутри которых установлен гипервизор OpenVZ.

### Текущие работы и планы

С целью сохранения собираемых метрик о потребляемых ресурсах в базе данных для их последующей визуализации и анализа на предмет их изменений в течение задаваемого промежутка времени было решено реализовать сбор и визуализацию статистических данных об использовании ресурсов облака ОИЯИ с помощью таких инструментов, как InfluxDB и Grafana.

Для создания транснациональной облачной инфраструктуры на базе ресурсов организаций стран-участниц ОИЯИ с целью предоставления современного инструмента ученым этих стран для его использования в решении актуальных научно-исследовательских задач командой из ОИЯИ был разработан драйвер, позволяющий прозрачным и удобным для потребителей облачных ресурсов образом наращивать общую мощность распределенной платформы путем интеграции частных облачных инфраструктур друг с другом [5]. Драйвер построен на ruby-реализации OCCI-интерфейса – rOCCI и использовании «extensible markup language remote procedure call» (XML-RPC) функций самой платформы OpenNebula. Причиной одновременного применения двух указанных интерфейсов является то, что OCCI позволяет увеличить повторное использование кода для различных популярных облачных платформ, которые поддерживают данный интерфейс (например, OpenStack), тогда как функции XML-RPC платформы OpenNebula являются специфическими конкретно для данной платформы и не могут быть использованы для интеграции с другими. В то же время OCCI не предоставляет функции мониторинга, в отличие от XML-RPC платформы OpenNebula.

На данный момент с облаком ОИЯИ интегрированы ресурсы облачных инфраструктур Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова (г. Москва, Россия) и Института физики (г. Баку, Азербайджан), также работающих на базе платформы OpenNebula, и Института теоретической физики имени

Н.Н. Боголюбова НАН Украины (г. Киев, Украина), функционирующего на базе OpenStack, что потребовало доработки драйвера. В настоящий момент ведутся работы по интеграции облачных инфраструктур с Назарбаев университетом (г. Астана, Казахстан). На рис. 1 указаны географическое местоположение партнёрских организаций из стран-участниц ОИЯИ, чьи облачные ресурсы интегрированы с облаком ОИЯИ.



Рис.1. Географическое местоположение облачных инфраструктур организаций из стран-участниц ОИЯИ, предоставляющих часть своих ресурсов для интеграции с облаком ОИЯИ.

### Заключение

Таким образом в ЛИТ ОИЯИ создана облачная инфраструктура, которая позволила повысить эффективность использования аппаратных ресурсов, упростить работу системных администраторов как за счёт автоматизации управления виртуальными машинами, так и предоставлением пользователям возможности самим создавать ВМ в рамках выделенных им квот. Данная инфраструктура активно используется для решения локальных задач организации, а также для выполнения обязательств Института в рамках его участия в российских и международных проектах.

Информация о доступе к ресурсам облака ОИЯИ и работе в нём доступна на веб-портале с адресом <http://miccom.jinr.ru>, где необходимо выбрать «Облачный сервис».

### Литература

1. OpenNebula – <https://openebula.org>.
2. Cloud JINR – <http://cloud.jinr.ru>.
3. OpenVZ Virtuozzo Containers Wiki – <https://openvz.org>.
4. Kernel Virtual Machine – <http://www.linux-kvm.org>.
5. Баранов А.В., Кореньков В.В., Юрченко В.В. и др. Подходы к интеграции облачных инфраструктур // Компьютерные исследования и моделирование. – т. 8, № 3. – 2016. – С. 583-590. – <http://crm.ics.org.ru/journal/article/2475/>.

## CLOUD TECHNOLOGIES APPLICATION AT LIT JINR

*Mazhitova E.M., Balashov N.A., Baranov A.V., Kutovskiy N.A., Semenov R.N.*

*Laboratory of Information Technologies, JINR, Dubna, Russia, emazhitova@jinr.ru*

*The article describes the cloud infrastructure deployed at the Laboratory of Information Technologies of the Joint Institute for Nuclear Research (LIT JINR). It explains the goals of the cloud infrastructure creation, specifics of the implementation, its utilization, current work and plans for development.*

Key words: cloud technologies, virtualization.

## МЕХАНИЗМ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА НЬЮТОНА

Никонов Э.Г., Казаков Д.С.

ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», 141980, Московская обл., г. Дубна,  
ул. Университетская, 19; e-mail: e.nikonov@jinr.ru., mitya\_kazakov@inbox.ru

*Предложен механизм управления сходимостью непрерывного аналога метода Ньютона (НАМН) с использованием в качестве управляющего параметра – коэффициента изменения шага разностной схемы для численного решения дифференциального уравнения НАМН.*

Ключевые слова: управление сходимостью, непрерывный аналог метода Ньютона, разностные схемы.

### Введение

При решении широкого круга вычислительных задач в различных областях науки и техники возникает потребность численного решения уравнений одного или нескольких переменных, в частности при использовании неявных разностных схем для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, интегральных и других, как правило, нелинейных уравнений. Использование традиционных итерационных методов часто является малоэффективным из-за довольно большого количества итераций, что неминуемо приводит к значительному увеличению времени вычислений. Вопрос о построении эффективных алгоритмов решения нелинейных уравнений остается актуальным в вычислительной математике и ее приложениях, в частности математическом моделировании, например, при моделировании методом молекулярной динамики, где на каждом временном шаге необходимо численно решать от  $10^3$  до  $10^7$ - $10^{10}$  дифференциальных уравнений. В этом случае цена даже одной итерации при решении одного уравнения возрастает в миллионы раз [1]. Одним из эффективных итерационных методов решения нелинейных уравнений является метод Ньютона и различные его модификации в том числе на основе НАМН.

В данной работе проанализированы итерационные численные схемы, основанные на методе Ньютона. Проведено сравнение различных численных методов ньютоновского типа. Исследовано влияние итерационного параметра в непрерывном аналоге метода Ньютона на область и скорость сходимости. Предложен подход к оптимизации процесса сходимости непрерывного аналога метода Ньютона (НАМН). На основании данного подхода разработан механизм управления скоростью сходимости непрерывного аналога метода Ньютона с использованием в качестве управляющего параметра коэффициента изменения шага разностной схемы для численного решения дифференциального уравнения НАМН. На основе разработанного механизма управления процессом сходимости была предложена модификация непрерывного аналога метода Ньютона.

### Исследования коэффициента размера шага для НАМН.

В процессе расчётов по НАМН [2], стоит подробно рассмотреть момент, когда  $f(a)$  меняет свой знак на отрезке  $[x_{i-1}; x_i]$ . В силу нашего предположения, что  $f(x)$  имеет единственный корень  $x^*$  на отрезке  $[x_{i-1}; x_i]$  и  $f'(x) \neq 0$ , очевидно, что, значение  $x_{i-1}$  должно быть больше значения  $x_{i+1}$ , в этом случае нет необходимости в расчёте коэффициента  $\tau_{i+1}$ , при помощи алгоритма НАМН так как нам известно значение  $x_{i-1}$ , которое можно использовать для расчёта коэффициента  $\tau_{i+1}$ . Зададим коэффициент  $k$ , обозначающий такое  $x_{i-1}$ , при котором  $\frac{f(x_{i-1})}{f(x_i)} < 0$ . Используя формулу НАМН мы можем вычислить значение  $\tau_k$ , необходимое для того чтобы  $x_{i+1} = k$



$$v = f(x_i)f'(x_i)^{-1}; \quad (1)$$

$$\tau_k = \frac{(x_i - k)}{v}.$$

Если вычисленное значение  $\tau_k > 1$ , тогда мы задаём  $\tau_{i+1} = 1$  и используем алгоритм НАМН для расчёта  $x_{i+1}$ , сохраняя при этом квадратичную скорость сходимости. Наиболее интересен случай, когда  $\tau_k \leq 1$ , очевидно, что необходимо уменьшить значение шага. На основе анализа данных, полученных в ходе ряда тестовых расчётов, был предложен следующий алгоритм:

$$\tau_{i+1} = \tau_k \cdot \frac{\frac{f(k)}{f(m)} + (1 - \frac{f(x_i)})}{2 \cdot \frac{f(l)}}{2}. \quad (2)$$

Где  $\tau_k$  находим при помощи алгоритма (1), коэффициенты  $\square$  и  $1 - \square$  значения по оси абсцисс, полученные в процессе решения, предшествующие каждый со своей стороны  $k$  и  $x_i$  соответственно. На участке, где функция меняет свой знак, возможна крайне низкая скорость сходимости НАМН. Подобный случай описан в [2]. Поэтому при условии:

$$\frac{\|l\| - \|m\|}{\|l - x_n\| + \|m - k\|} > 5, \quad (3)$$

количество итераций  $j$ , подряд сделанных в условиях двухсторонней сходимости, должно быть равно  $j = 1, 2, 3, \dots, j_t$ , где  $j_t > 4$ .

Тогда для получения значения следующей за  $x_i$  итерации используется алгоритм, представленный формулой (4).

$$x_{i+1} = \frac{\|x_i\| - \|k\|}{2}. \quad (4)$$

Следующий шаг  $x_{i+2}$  считается с использованием алгоритма (1).

Очевидно, что алгоритм (4) увеличивает скорость сходимости по сравнению с тем что даёт метод Ньютона в подобной ситуации, так же исключает заикливание, характерное для метода Ньютона, увеличивая область сходимости.

На рисунке 1 применяется модифицированный алгоритм НАМН для решения уравнения  $f(x) = \sin(x) - 0.5$ , значение полученное при помощи этого метода сравниваются со значениями, полученными при помощи обычного НАМН.

## Выводы

На примере разработанного алгоритма для модифицированного НАМН, было показано, что возможно управлять скоростью сходимости НАМН, используя коэффициент изменения шага разностной схемы для численного решения дифференциального уравнения НАМН, как управляющий параметр. Дальнейшее развитие предполагает использование методов интерполяции для рассмотрения случаев, не предусмотренных модификацией НАМН. Разработка и внедрение механизмов управления итерационными процессами решения уравнений позволит значительно снизить время необходимое на расчёт искомого значения, что значительно повысит эффективность алгоритмов решения нелинейных уравнений.

## Литература

1. *Nikonov E.G.* One class of conservative difference schemes for solving molecular dynamics equations of motion. [arXiv:1605.05714v1](https://arxiv.org/abs/1605.05714v1) [math.NA].
2. *Жанлав Т., Пузынин И.В.* О сходимости итераций на основе непрерывного аналога метода Ньютона, ЖВММФ., 1992, том 32, номер 6, 846–856.
3. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978.

## **MECHANISM OF CONTROLLING THE PROCESS OF THE CONVERGENCE OF THE NEWTON ITERATION METHOD**

*Nikonov E.G., Kazakov D.S.*

*GBOU VO MOU "University" Dubna ", 141980, Moscow Region, Dubna, ul. University, 19;*

*E-mail: e.nikonov@jinr.ru., mitya\_kazakov@inbox.ru*

*A mechanism for controlling the convergence of the continuous analog of the Newton method (NAMS) with the use, as a control parameter, of the step variation coefficient of the difference scheme for the numerical solution of the differential equation of the NAMN.*

Key words: convergence control, continuous analogue of Newton's method, difference schemes

## ОЦЕНКА ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

*Федосов М.Е., Коробов Н.А., Назаренко К.М.*

*Московский Государственный Технологический Университет «Станкин», 127055 Россия,  
г. Москва, Вадковский пер., д. 3а, тел: (499) 972-55-00, e-mail: cmr.nazy@gmail.com*

***В работе представлен инструментарий статистического анализа эффективности обработки вычислительных заданий при проведении математического моделирования молекулярных и наносистем квантово-химическими методами.***

Ключевые слова: компьютерные науки, информационные технологии.

В работе представлен инструментарий статистического анализа эффективности обработки вычислительных заданий при проведении математического моделирования молекулярных и наносистем квантово-химическими методами. Разработанное ПО позволяет систематизировать данные о затраченном вычислительном времени, произвести его учет и получить предварительные оценки сложности вычислительных заданий.

При изучении структуры и свойств молекулярных систем с использованием ТФП время, затрачиваемое на единичный цикл оптимизации их геометрий, определяется числом атомов, выбором функционала плотности и набора волновых функций. Однако при проведении вычислительных экспериментов с использованием пакета Gaussian 09 время, затрачиваемое на моделирование идентичных по составу изомеров молекулярных структур, существенно отличается, поскольку зависит как от числа циклов оптимизации, так и от числа перезапусков неудачно завершившихся вычислительных заданий, т.е. параметров, определяемых первоначальным дизайном наносистемы. Не последнюю роль в этом процессе играет производительность используемого вычислительного узла, организация его системного ПО и число задействованных процессорных ядер [1].

Разработанный нами алгоритм извлекает информацию из файлов с выгрузками результатов моделирования молекулярных структур пакетом Gaussian 09 и позволяет получить распределение числа циклов и попыток оптимизации, построить доверительный интервал для времени обработки вычислительного задания в зависимости от химического состава моделируемой молекулярной структуры.

Реализация данного алгоритма с использованием языка Java может применяться на ЭВМ с различной архитектурой и системным ПО. Программа используется в Лаборатории Моделирования Молекулярных и Наносистем МГТУ «СТАНКИН» при балансировке расписаний обработки вычислительных заданий.

Разработка велась в рамках Государственного Задания (проект 104, Министерство Науки и Образования РФ).

### Литература

1. Назаренко К. М., Коробов Н. А., Надикто А. Б., Кириллова Л. Н. Комплексное исследование производительности проблемно-ориентированных вычислительных GRID-систем для моделирования наноструктур и наноматериалов. // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2016. № 8. С. 22 – 28.

## **ESTIMATION OF TIME CHARACTERISTICS OF COMPUTER EXPERIMENTS WITH USE QUANTUM-CHEMICAL METHODS**

*Fedosov ME, Korobov NA, Nazarenko KM*

*Moscow State Technological University "Stankin", 127055 Russia, Moscow, Vadkovsky per., 3a,  
tel: (499) 972-55-00, e-mail: cmr.nazy@gmail.com*

***The job presents a tool for statistical analysis of the efficiency of processing computational tasks during mathematical modeling of molecular and nanoscale by quantum chemical methods.***

Key words: computer science, information technologies.

# Математическое моделирование

## МИНИМИЗАЦИЯ РИСКОВ ПОРТФЕЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Агавелян Гайк

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

hayk.aghavelyan@inbox.ru

*С помощью модели Г. Марковица сформулирован инвестиционный портфель состоящий из акций компаний ОАО «Лукойл», ПАО «Сбербанк России», ПАО «Аэрофлот — российские авиалинии». При формировании портфеля использовались данные о доходностях и рисках ценных бумаг с учетом корреляции между ними за период с 2015 года по настоящее время.*

Ключевые слова: модель Марковица, портфель ценных бумаг, диверсификация, акция, соотношения риска и доходности.

### Введение

Портфельная теория Г. Марковица методика формирования инвестиционного портфеля, направленная на оптимальный выбор активов, исходя из требуемого соотношения доходность/риск. Объектом исследования являются модели формирования портфеля ценных бумаг. Предметом исследования выступают портфель ценных бумаг состоящих из акций компаний ОАО «Лукойл», ПАО «Сбербанк России», ПАО «Аэрофлот — российские авиалинии». Стоит задача формировать инвестиционный портфель по модели Г. Марковица, состоящий из акций ОАО «Лукойл», ПАО «Сбербанк России», ПАО «Аэрофлот — российские авиалинии» за 2016 и 2017 года.

### Модель Марковица

Решением задачи Марковица является множество неуплучшаемых портфелей, то есть таких, в которых ожидаемая доходность не может быть увеличена без увеличения риска и, наоборот — риск не может быть уменьшен без уменьшения ожидаемой доходности.

В оригинальной работе Марковица Г. была предложена модель поиска такого портфеля, который минимизировал бы риски при условии сохранения ожидаемой доходности на определенном, заданном инвестором уровне. В качестве риска в данной модели принималась дисперсия доходностей инвестиционного портфеля.

### Формирование портфеля методом Марковица

На основании данных по ежедневным котировкам выбранных акции период с 2015 г. по 2017 г. с использованием моделей Марковица, были построены графики соотношения риска и доходности.

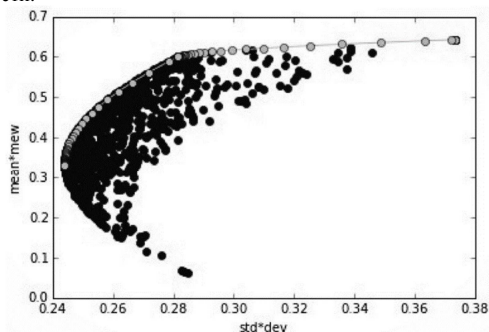


Рис. 1. График эффективных портфелей для 2016 г.

По модели Марковица, был построен инвестиционный портфель за период от 15.03.2015 до 15.03.2016, в котором при условии сохранения ожидаемой доходности на определенном уровне минимизировался риск портфеля.

Таблица 1. Веса акции AFLT, LKOH, SBER в инвестиционном портфеле за 2016 г.

Акция\ Доходность	64 %	60,9%	51%	41%	34%	33%
AFLT	0,999	0,57	0,3922	0,3282	0,2831	0,2768
LKOH	3,98E-07	1,49E-06	0,1561	0,3387	0,4676	0,4854
SBER	1,6E-07	0,4299	0,4516	0,3329	0,2492	0,2376
<b>Риск</b>	<b>37,33%</b>	<b>28,8%</b>	<b>26,17%</b>	<b>24,75%</b>	<b>24,38%</b>	<b>24,37%</b>

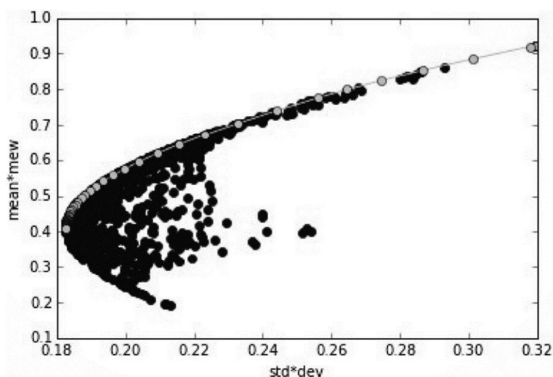


Рис. 2. График эффективных портфелей для 2017 г.

По модели Марковица, был построен инвестиционный портфель за период от 15.03.2016 до 15.03.2017, в котором при условии сохранения ожидаемой доходности на определенном уровне минимизировался риск портфеля.

Таблица 2. Веса акции AFLT, LKOH, SBER в инвестиционном портфеле за 2017 г.

Акция\ Доходность	92%	77,6%	70,3%	59,5%	47,5%	41,01%
AFLT	0,999	0,7208	0,6278	0,4924	0,3430	0,26
LKOH	1,79E-06	0,0012	0,1068	0,2725	0,4554	0,55
SBER	8,08E-07	0,2779	0,2653	0,2349	0,2015	0,183
<b>Риск</b>	<b>31,96%</b>	<b>25,62%</b>	<b>23,26%</b>	<b>20,39%</b>	<b>18,53%</b>	<b>18,25%</b>

Для формирования оптимального портфеля по Марковицу за периоды от 15.03.2015 до 15.03.2016 и от 15.03.2016 до 15.03.2017 при фиксированном уровне ожидаемой доходности, были получены веса акции AFLT, LKOH, SBER минимизирующие риск инвестиционного портфеля.

### Литература

1. Брусов П.Н., Брусов П.П., Орехова Н.П., Скородулина С.В. Задачи по финансовой математике – М.: КНОРУС, 2015. – 288 с.

## RISK MINIMIZATION FOR PORTFOLIO INVESTMENTS

*Aghavelyan Hayk*

*Peoples' Friendship University, Moscow, Russia*

*Using Markowitz portfolio theory, we construct an optimal investment portfolio consisting of publicly traded shares of the following 3 companies: "Lukoil", "Sberbank", "Aeroflot". In the formation of portfolios, we have used historical returns and risks of the chosen shares, as well as the correlations among them between 2015 and 2017.*

Keywords: The Markowitz model, Portfolio of securities, diversification, stock, risk - return ratio.

## ЗАДАЧА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ С ДВУСТОРОННИМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ И С КОМИССИЕЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аль-Натор М.С.

Финансовый университет при Правительстве РФ

[malnator@yandex.ru](mailto:malnator@yandex.ru), [msal-nator@fa.ru](mailto:msal-nator@fa.ru)

*Рассматривается задача о нахождении оптимального портфеля с двусторонними ограничениями на веса и с учетом комиссий в условиях определенности. Дано полное алгоритмическое решение задачи для модели Марковица (для портфелей без коротких позиций). Предложен эвристический алгоритм решения задачи для модели Блека (для портфелей без запрета на короткие позиции).*

Ключевые слова: портфель, доходность портфеля, оптимальные портфели, длинная позиция, короткая позиция, метод экстремальных свопов.

### Введение

Рациональный инвестор в условиях определенности выбирает портфель с наибольшей доходностью. Условие определенности означает, что инвестору известны (из прогнозов цен активов или из рассмотрения наиболее вероятных сценариев возможного завершения сделки) как текущие, так и будущие цены и доходы активов. Задача нахождения портфеля без комиссии с наибольшей доходностью и с двусторонними ограничениями на веса была решена полностью в [1] (см. также [2]). В работе [3] (см. также [4] для частных случаев) получено полное решение известной задачи о нахождении явной формулы для доходности портфелей с комиссией, зависящей от актива, типа позиции и от того, открывается или закрывается данная позиция.

В данной работе рассматривается аналогичная задача с учетом комиссии для двух моделей: модели Марковица (для этой модели запрещаются короткие позиции) и модели Блека (для этой модели разрешаются короткие позиции с учетом ограничений на веса). Дано полное алгоритмическое решение задачи для модели Марковица. Для Модели Блека предложен эвристический алгоритм решения задачи.

### Обозначения и предположения

Пусть рынок состоит из  $n$  активов  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Портфель будем обозначать вектором весов  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $x_k$  – вес актива  $A_k$ . Заметим, что для любого портфеля  $\mathbf{x}$  выполняется бюджетное ограничение  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ . Всюду дальше мы рассматриваем однопериодные портфельные сделки с конечным и фиксированным инвестиционным горизонтом. Кроме того, все портфели предполагаются инвестиционными (т.е. портфели, для которых выручка от коротких продаж не покрывает расходы на открытие длинных позиций портфеля). Для простоты изложения будем предполагать, что дивиденды отдельно не выплачиваются.

Напомним, что ([1], [2]) доходность любого портфеля  $\mathbf{x}$ , вычисляется по формуле  $r(\mathbf{x}) = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n$ , где  $r_k$  – доходность актива за инвестиционный период.

### Постановка задачи и результаты

Инвестор не может произвольно выбирать веса по двум причинам. Во-первых, веса портфеля подчиняются бюджетному ограничению. Во-вторых, на многих рынках имеются жесткие ограничения на размер коротких позиций. Рассмотрим задачу о выборе оптимального портфеля с двусторонними ограничениями. Эта задача без учета комиссии формулируется следующим образом



**Задача 1:** для заданных доходностей  $r_1, r_2, \dots, r_n$  и весовых границ  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n$

$$r(x) = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n \rightarrow \max$$

при

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1 \quad (1)$$

и

$$a_1 \leq x_1 \leq b_1, a_2 \leq x_2 \leq b_2, \dots, a_n \leq x_n \leq b_n. \quad (2)$$

Следующая теорема (доказана в [1] и [2]) содержит необходимое и достаточное условие существования решения задачи 1. Положим  $A = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ,  $B = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ,  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  и  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ .

**Теорема 1.** (Критерий разрешимости) Задача 1 разрешима, если и только если  $A \leq 1 \leq B$ . В этом случае при  $A \neq B$  допустимый портфель может быть найден по правилу

$$\mathbf{x} = \mathbf{a} + \left( \frac{1-A}{B-A} \right) (\mathbf{b} - \mathbf{a}).$$

Схема (так называемый метод экстремальных свопов) нахождения оптимального портфеля изложена в [1], [2] и сводится к продаже (возможно короткой) части актива  $A_j$  с меньшей доходностью (уменьшению веса  $x_j$  на некоторую величину  $h > 0$ ) и покупке на всю выручку актива  $A_i$  с большей доходностью (увеличению веса  $x_i$  на эту же величину) с соблюдением двусторонних ограничений поставленной задачи.

Рассмотрим поставленную задачу, если портфельная сделка открывается с комиссией  $\alpha$  и закрывается с комиссией  $\beta$ . Согласно [4], доходность портфеля примет вид

$$r_{\alpha,\beta}(x) = \frac{1}{1 + \alpha \sum_{k=1}^n |x_k|} \left( \sum_{k=1}^n x_k r_k - \sum_{k=1}^n (\alpha + \beta + \beta r_k) |x_k| \right).$$

Таким образом мы приходим к задаче (для так называемой модели Блека с двусторонними ограничениями, где разрешаются короткие позиции)

**Задача 2:**

$$r_{\alpha,\beta}(x) \rightarrow \max \text{ с условиями (1) и (2)}$$

Заметим, что эта задача всегда имеет решение при выполнении критерия разрешимости теоремы 1, поскольку ищется максимум непрерывной функции на компакте.

*Эвристический алгоритм решения задачи 2.* Перенумеруем активы так, чтобы их доходности были расположены в невозрастающем порядке:  $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_n$ . Повидимому, в типичной ситуации, если  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  – решение задачи 2, то существует  $k$ :  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^* \geq 0$  и  $x_{k+1}^*, x_{k+2}^*, \dots, x_n^* \leq 0$ . Это позволяет свети решение задачи 2 к решению  $n$  гладких задач (модули весов в доходности  $r_{\alpha,\beta}(x)$  снимаются). А именно, для каждого  $k = 1, 2, \dots, n$  решаем задачу 2 при условии, что  $x_1, x_2, \dots, x_k \geq 0$  и  $x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_n \leq 0$  и выбираем из полученных  $n$  решений решение с наибольшей доходностью.

Если рассматривать только портфели с длинными позициями, то мы приходим к задаче 3 (для модели Марковица с двусторонними ограничениями)

**Задача 3:**

$$r_{\alpha,\beta}(x) = a_{\alpha,\beta} r(x) - b_{\alpha,\beta} \rightarrow \max \text{ с условиями (1), (2) и } x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0,$$

где  $a_{\alpha,\beta} = \frac{1-\beta}{1-\alpha}$ ,  $b_{\alpha,\beta} = \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha}$  (см. [5]). Заметим, что для этой задачи можно считать, что изначально заданы ограничения  $0 \leq a_n \leq x_n \leq b_n \leq 1$ .

Заметим также, что задача для модели Марковица всегда имеет решение при выполнении критерия разрешимости теоремы 1. Ввиду линейности функции  $r_{\alpha,\beta}(x)$  она принимает наибольшее значение на границе области задания. Более того, по крайней

мере  $n - 1$  компонент оптимального портфеля должны удовлетворять граничным равенствам.

Решение задачи 3 совпадает с решением аналогичной задачи без комиссии ( $\alpha = \beta = 0$ ) с некоторыми уточнениями (экономического характера). Схема решения выглядит следующим образом:

1. Проверка условия  $A \leq 1 \leq B$ . Если оно не выполняется, то задача не имеет решения. В противном случае перейти к шагу 2.

2. Нахождение  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  – решение задачи 3 без комиссии методом экстремальных свойств, изложенным в [1] (см. также [2]). Переход к шагу 3.

3. Вычисление доходности  $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}^*)$  найденного портфеля с учетом комиссий. Переход к шагу 4

4. Если  $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}^*) \leq 0$ , то инвестор отказывается от открытия портфельной сделки. Инвестор также может отказаться от сделки, если для него доходность  $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}^*) > 0$  не является удовлетворительной.

Задача 3 допускает тривиальное решение если  $a_i = 0$ ,  $b_i = 1$  для всех  $i$  (нет ограничений на длинные позиции). А именно инвестор вкладывает все деньги в актив с наибольшей доходностью при условии, что полученная доходность положительная и удовлетворительная.

### Литература

1. *Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н.* Основы финансовых вычислений. Часть 2. Учебное пособие. Финансовый университет. 2013.
2. *Касимов Ю.Ф., Аль-Натор М.С., Колесников А.Н.* Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок. – М. «Кнорус» 2017.
3. *Al-Nator M.S.* Portfolio analysis with general commission // Materials of XXXIII International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models, OP&PM, Vol. 23, No. 2, Pp 140-141, Moscow (2016).
4. *Al-Nator M.S., Al-Nator S.V., Kasimov Yu.F.* Portfolio analysis with transaction costs under uncertainty // Journal of Mathematical Sciences, 2016, Vol. 214, No. 1. Pp 12-21.
5. *Al-Nator M.S.* О выборе оптимального портфеля с комиссией в модели Марковича // В книге: Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем, материалы Всероссийской конференции с международным участием. Российский университет дружбы народов. 2016. С. 214-216.

## THE TASK OF SELECTING THE OPTIMAL PORTFOLIO WITH TWO-SIDED CONSTRAINTS AND COMMISSION UNDER CERTAINTY

*Al-Nator M.S.*

*Financial University under the Government of Russian Federation,*

[malnator@yandex.ru](mailto:malnator@yandex.ru), [msal-nator@fa.ru](mailto:msal-nator@fa.ru)

*We consider the problem of finding the optimal portfolio with two-sided constraints for weights and with commission under certainty. The complete algorithmic solution of the problem is given for the Markowitz model (for portfolios without short positions). A heuristic algorithm for solving this problem for the Black model (for portfolios with short positions) is proposed.*

Key words: portfolio, portfolio return, optimal portfolios, long position, short position, extremal swaps method.

## ХЕДЖИРОВАНИЕ ФЬЮЧЕРСНЫМИ КОНТРАКТАМИ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ РФ

Аль-Натор С.В.<sup>1</sup>, Новиченкова М.Г.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Финансовый университет при Правительстве РФ

<sup>1</sup>salnator@yandex.ru, <sup>1</sup>svalnator@fa.ru, <sup>2</sup>marusya-gn@mail.ru

*Рассматривается хеджирование фьючерсными контрактами на примере трех российских компаний: Газпрома, Роснефти и Лукойла. Вычисляется оптимальное число фьючерсных контрактов для страхования позиции и определяется эффективность страхования.*

Ключевые слова: хеджирование, фьючерсный контракт, срочный рынок, метод наименьших квадратов, портфель.

### Введение

Нефтегазовая отрасль в России занимает и по сей день лидерские позиции в структуре национальной экономики. Ведущими компаниями являются: Газпром, Роснефть и Лукойл. Также стоит отметить, что акции этих компаний являются одними из самых ликвидных инструментов на фондовом рынке. Но в связи с тем, что цены на нефть слишком волатильны, встает необходимость страхования позиций инвесторов по акциям компаний данного сектора с помощью инструментов срочного рынка.

### Постановка задачи и результаты

Основными вопросами страхования актива фьючерсами являются [1,2]:

1. Определение оптимального числа инструментов срочного рынка для страхования позиции

$$k_{opt} = - \frac{\beta Q_s}{q_f}, \quad (1)$$

где  $\beta$  – коэффициент наклона, характеризующий среднее изменение цены спот при изменении фьючерсной цены на одну денежную единицу;  $Q_s$  – количество единиц определенного актива (акции);  $q_f$  – количество единиц базового актива во фьючерсном контракте (лот).

2. Оценка эффективности страхования

$$d_{eff} = \frac{D(\Delta S)}{D(\varepsilon)}, \quad (2)$$

где  $D(\Delta S)$  – дисперсия изменений цен спот;  $D(\varepsilon)$  – дисперсия случайных остатков.

Эти оценки проводятся на основе портфельного подхода с учетом линейной регрессии изменений фьючерсных цен на цены спот [1,2,3]:

$$\Delta S = a + b * \Delta F + \varepsilon \quad (3)$$

где  $S$  – спотовая цена обыкновенной акции компании нефтегазового сектора;  $F$  – цена фьючерсного контракта на одну акцию компании нефтегазового сектора;  $\varepsilon$  – нормально распределенная случайная величина, не зависящая от изменений спотовых и фьючерсных цен.

Важно отметить, что сильная взаимосвязь между изменениями цен обыкновенных акций компаний Газпрома, Роснефти и Лукойла и изменениями котировок фьючерсов на эти акции соответственно подтверждается коэффициентами корреляции: Газпром (0,938), Роснефть (0,966), Лукойл (0,965).

Оценка модели (3) методом наименьших квадратов дала следующие результаты (данные взяты из [5], 04.01-10.03):

Газпром	$\Delta S = 0,0278 + 0,9770 \cdot \Delta F + \varepsilon$
Роснефть	$\Delta S = 0,0576 + 0,9826 \cdot \Delta F + \varepsilon$
Лукойл	$\Delta S = 0,6327 + 1,0059 \cdot \Delta F + \varepsilon$

Допустим, что три инвестора имеют портфели по 1000 акций Газпрома, Роснефти и Лукойла. Формула (3) позволяет найти оптимальное число фьючерсных контрактов на продажу для хеджирования позиции: Газпром = - 9, Роснефть = - 9, Лукойл = -100. Полученные значения говорят о том, что для хеджирования позиции по 1000 обыкновенных акций данных компаний в отдельности, необходимо добавить в портфель 9, 9 и 100 фьючерсных контрактов по 10, 10 и 100 акций соответственно.

Эффективность страхования может быть оценена по формуле (2): Газпром = 8,12, Роснефть = 14,16, Лукойл = 14,35. Это означает, что дисперсия изменений застрахованной позиции по 1000 обыкновенных акций данных компаний в отдельности в 8,12; 14,16 и 14,35 раза меньше, чем дисперсия незастрахованной позиции.

Рассмотрим хеджирование смешанного портфеля, в состав которого входят по 1000 акций Газпрома, Роснефти и Лукойла. Техника, приведенная выше, обладает следующими недостатками:

1. Не учитывает степень коррелированности изменений цен активов, составляющих портфель.

2. Временные ряды изменений цен спот и фьючерс, как правило, не обладают необходимой устойчивостью по среднему уровню и дисперсии. Неустойчивость среднего уровня ведет к неадекватному прогнозу ожидаемого дохода. Неустойчивость по дисперсии, а именно гетероскедастичность, обуславливает искажения коэффициента хеджирования (был проведен тест на гомоскедастичность случайных остатков в модели – остатки гетероскедастичны).

3. Уровень связи между изменениями спотовых и фьючерсных цен меняется во времени.

Определить количество фьючерсных контрактов  $k = (k_1, k_2, k_3)$  по рассматриваемым акциям следует через минимизацию дисперсии портфеля после добавления в него этих фьючерсов [1,2]:

$$D(\Delta P) = (C_{ss}Q_s, Q_s) + 2(C_{sf}Q_f, Q_s) + (C_{ff}Q_f, Q_f), \quad (4)$$

где:  $Q_s = \{Q_{si}\}$  – задано,  $Q_f = \{k_i q_{fi}\}$ ,  $k_i$  – целое ( $i = 1, 2, 3$ ). Так как матрица  $C_{ff}$  – невырожденная, то решение имеет вид:

$$Q_f = -C_{ff}^{-1} C_{sf}^T Q_s; \quad k_i = \frac{Q_{fi}}{q_{fi}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad C_{ff} = \{Cov(\Delta F_i, \Delta F_j)\}, \quad C_{sf} = \{Cov(\Delta S_i, \Delta F_j)\}.$$

Ниже представлены результаты расчетов

$$Q_s = \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix} q_f = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 10 \end{pmatrix} C_{ff} = \begin{pmatrix} 2,912 & 4,462 & 45,866 \\ 4,462 & 34,359 & 160,157 \\ 45,866 & 160,157 & 2261,054 \end{pmatrix}$$

$$C_{ff}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,521 & -0,027 & -0,009 \\ -0,027 & 0,045 & -0,003 \\ -0,009 & -0,003 & 0,001 \end{pmatrix} C_{sf} = \begin{pmatrix} 2,845 & 4,355 & 48,524 \\ 4,577 & 33,761 & 163,522 \\ 49,979 & 166,577 & 2274,493 \end{pmatrix}$$

$$C_{ff}^{-1} * C_{sf} = \begin{pmatrix} 0,926 & -0,095 & 1,177 \\ -0,004 & 0,959 & 0,043 \\ 0,004 & 0,008 & 0,979 \end{pmatrix}$$

$$Q_f = \begin{pmatrix} -2009 \\ -998 \\ -990 \end{pmatrix} k = \begin{pmatrix} -20 \\ -9 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

Рассчитаем эффективность хеджирования, используя отношение дисперсии изменения цен незастрахованного смешанного портфеля и застрахованного:  $h = \frac{D(\Delta P_0)}{D(\Delta P_f)}$ .

Дисперсии вычисляются по следующим формулам:

$$1) D(\Delta P_0) = (C_{ss}Q_s, Q_s) = 7539338622$$

$$2) D(\Delta P_f) = (C_{ss}Q_s, Q_s) + 2(C_{sf}Q_f, Q_s) + (C_{ff}Q_f, Q_f) = 4755636920$$

Таким образом, эффективность совершения хеджа будет равна:  $h = 1,59$ , что характеризует страхование позиции практически в 2 раза выгодным, чем владение незастрахованным смешанным портфелем.

Полученные значения показывают оптимальное число фьючерсов, которое необходимо добавить в портфель, чтобы произвести хедж. В сравнении с вышеупомянутыми значениями можно сделать вывод о том, что при смешанном портфеле количество оптимальных фьючерсных контрактов должно быть больше по Газпрому, а по Роснефти и Лукойлу - одинаковое. А значит, именно благодаря продаже стольких фьючерсов инвестор сможет застраховать свою позицию по смешанному портфелю на Московской Бирже.

### Литература

1. Аль-Натор М.С., Керимов А.К. Эффективные неоднородные портфели // Вестник ТьГУ. Серия: Прикладная математика. 2015. № 1. С. 115-126.
2. Керимов А.К. Математика финансовых инструментов. Учебное пособие. -М.: Финансовый университет, 2015.
3. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 3. Учебное пособие. Финансовый университет. 2014.
4. Касимов Ю.Ф., Аль-Натор М.С., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Портфели активов, оптимизация и хеджирование. – М. «Кнорус» 2017.
5. Московская биржа. Котировки акций и фьючерсов. <http://moex.com/>.

## HEDGING WITH FUTURE CONTRACTS IN THE OIL AND GAS INDUSTRY OF THE RUSSIAN FEDERATION

Al-Nator S.V.<sup>1</sup>, Novichenkova M.G.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Financial University under the Government of Russian Federation,

<sup>1</sup>salnator@yandex.ru, <sup>1</sup>svalnator@fa.ru, <sup>2</sup>marusya-gn@mail.ru

*The hedging of futures contracts is considered by the example of three Russian companies: Gazprom, Rosneft and Lukoil. The optimal number of futures contracts for position insurance is calculated and the effectiveness of hedging is determined.*

Key words: hedging, futures contract, futures market, least squares method, portfolio.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПРОТОНОВ В СИЛЬНОТОЧНОМ ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ

Амирханов И.В., Доля С.Н., Сархадов И.

Объединенный институт ядерных исследований, Жюлио-Кюри 6, Дубна, Россия, 141980,  
ibrohim@jinr.ru

*В статье рассмотрена возможность импульсного ускорения в спиральном волноводе протонного пучка с током  $I_p = 0.7$  А. Ускоритель состоит из трех частей. Энергия инжекции протонов равна 50 keV. В первой части ускорителя, имеющей длину  $L_{acc1} \approx 1.4$  м, протоны ускоряются до энергии  $E_{1fin} = 0.8$  MeV. Потребляемая этой частью ускорителя высокочастотная мощность равна  $P_1 = 0.8$  MW. Во второй части ускорителя, имеющей длину  $L_{acc2} \approx 2$  м, протоны ускоряются до энергии  $E_{2fin} = 5$  MeV. Потребляемая второй частью ускорителя высокочастотная мощность равна  $P_2 = 4$  MW. Третья часть ускорителя состоит из 6 секций переменной длины. Радиальная фокусировка протонного пучка в ускорителе осуществляется магнитным полем с напряженностью  $H=10$  Т, создаваемым сверхпроводящим соленоидом.*

Ключевые слова: линейный ускоритель, спиральный волновод, фокусировка, ток пучка протонов

### Введение

В Дубне работает импульсный реактор ИБР – 2, [1]. Новый импульсный нейтронный источник будет содержать ускоритель. В [2] было предложено использовать сильноточный протонный ускоритель с током пучка  $I_p = 0.7$  А и энергией пучка  $E = 1$  GeV. Облучая таким пучком подкритический ядерный реактор можно было бы получить поток нейтронов, в несколько раз превосходящий поток нейтронов от импульсного нейтронного источника ESS [3].

В данной работе проведено рассмотрение динамики протонов в линейном ускорителе, основанном на спиральном волноводе. В расчетах учтено фазовое движение протонов и влияния кулоновского расталкивания на движение частиц в ускорителе.

### Постановка задачи

Рассмотрим движение синхронного ускоряющего протона в поле волны и внешнем магнитном поле напряженностью  $H_0$ , которое направлено вдоль оси волновода.

$$m_0 c \frac{d}{dt}(\gamma \vec{\beta}) = e \vec{E} + [\vec{\beta}, \vec{H} + \vec{H}_0], \quad \frac{\partial P}{\partial t} = -Jc \beta_z E_0(\beta_z, \omega) \cos \varphi_s, \quad \vec{\beta} = \vec{v} / c, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$$

$$\frac{k}{k_3} = \beta_z, \quad P = \frac{cE_0^2 r_0^2 k k_3}{8 k_1^2} \left[ \left( 1 + \frac{K_1 I_0}{K_0 I_1} \right) (I_1^2 - I_0 I_2) + \left( \frac{I_0}{K_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{K_0 I_1}{I_0 K_1} \right) (K_0 K_2 - K_1^2) \right],$$

$$\frac{k^2}{k_1^2} \left( \frac{2\pi r_0}{h} \right)^2 = \frac{I_0(k_1 r_0) K_0(k_1 r_0)}{I_1(k_1 r_0) K_1(k_1 r_0)}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad k_1^2 = k_3^2 - k^2, \quad \omega = 2\pi f_0.$$

Заданные компоненты поля волны  $\vec{E} = \{E_r, E_\varphi, E_z\}$ ,  $\vec{H} = \{H_r, H_\varphi, H_z\}$  в спиральном волноводе определены из решения уравнений Максвелла [4]. Здесь  $I_i, K_i, (i = 0, 1, 2)$  – соответственно модифицированные функции Бесселя и Макдональда  $i$ -го порядка аргумента  $k_1 r_0$ . Данная система решалась с различными начальными условиями.

### Обсуждение численных результатов

На рисунке 1 приведены результаты расчетов динамики движения: скорости ускоряемого синхронного иона, продольной составляющей электрического поля на оси и на поверхности волновода, шага намотки спирали, и уменьшения мощности генератора

для первой части ускорителя, где выбраны следующие начальные условия и параметры:  $t = 0$ ,  $\beta_r = \beta_\phi = 0$ ,  $\beta_z = 0.01$ ,  $P = 0.8 MW$ ,  $f_0 = 130 MHz$ ,  $\beta_j = 0.04$ ,  $J = 0.7 A$ ,  $r_0 = 1 cm$ ,  $\phi_s = 80^\circ$ .

Аналогичные рисунки получены и для второй части ускорителя с начальными условиями и параметрами  $t = 0$ ,  $\beta_r = \beta_\phi = 0$ ,  $\beta_z = 0.04$ ,  $P = 4 MW$ ,  $f_0 = 260 MHz$ ,  $\beta_j = 0.1$ ,  $\phi_s = 60^\circ$ .

В бегущей волне ускоряются, сгустки ионов, а не один синхронный ион. Чтобы другие ионы тоже ускорялись вместе с синхронной частицей, они должны находиться внутри сепаратрисы, рассчитанной для бегущей волны в спирали. Для увеличения интенсивности пучка ионы группируются в сгустки вблизи синхронной фазы. На основе численного моделирования показано, что предварительно сгруппированные ионы имеют меньшие потери при переходе от одной части ускорителя к другой по сравнению не сгруппированным пучком ионов. Из рисунка 2 видно, что при переходе из первой части ускорителя ко второй части ускорителя теряется только один ион из 16. На рисунке 3 приведены изменения мощности и продольного электрического поля в третьей части ускорителя, которая состоит из 6 секций.

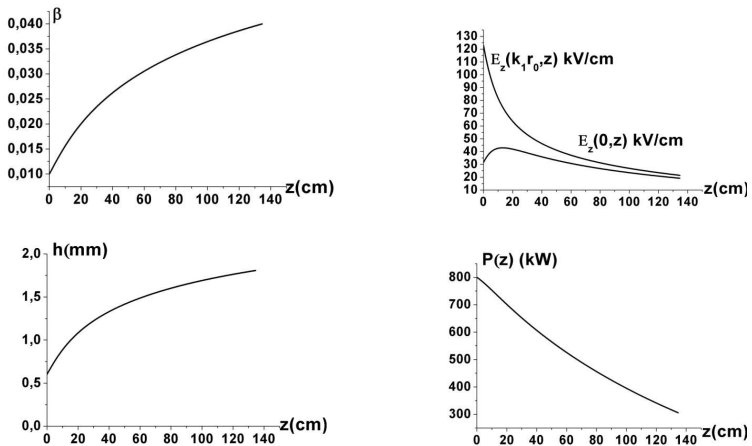


Рис. 1. Зависимости  $\beta$ ,  $E$ ,  $h$  и  $P$  от длины ускорения.

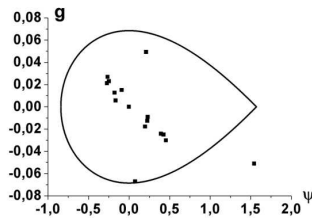


Рис.2. Фазовый портрет ускоряемых частиц во входе вторую часть ускорителя.

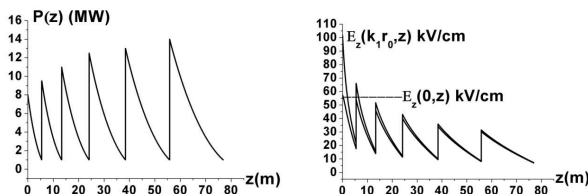


Рис.3. Изменение мощности и электрического поля в третьей части ускорителя в зависимости от длины.

### Выводы

Из вышеизложенного видно, что в спиральном волноводе возможно ускорение протонного пучка с током  $I_b = 0.7$  А. Ускоритель должен состоять из нескольких частей. Энергия инжекции в первую часть ускорителя составляет 50 keV и на длине 1.4 м протоны ускоряются до энергии 0.8 MeV. Во второй части ускорителя, имеющей длину 2 м, протоны будут ускорены до энергии 5 MeV. Третья часть ускорителя должна состоять из шести секций, переменной длины. Протоны, пройдя эту часть ускорителя, достигнут энергии 80 MeV. Удержание протонов в радиальном направлении должно осуществляться соленоидальным магнитным полем с напряженностью  $H = 10$  Т.

Импульсный ток предлагаемого ускорителя,  $I_b = 0.7$  А, что примерно на порядок превосходит токи самых сильноточных протонных линейных ускорителей.

### Литература

1. [https://ru.wikipedia.org/wiki/ИБП\\_2](https://ru.wikipedia.org/wiki/ИБП_2)
2. S. N. Dolya, A multy beam proton accelerator, <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1509/1509.04158.pdf>
3. [https://en.wikipedia.org/wiki/European\\_Spallation\\_Source](https://en.wikipedia.org/wiki/European_Spallation_Source)
4. Akhiezer A. I., Fainberg Ya. B., Slow down electromagnetic waves, UFN, v. 44, is. 7, p. 322, 1951, <http://ufn.ru/rub/articles/1951/7/a/>

## MATHEMATICAL MODELLING OF THE MOTION OF PROTONS IN HIGH-CURRENT LINEAR ACCELERATOR

Amirkhanov I.V., Dolya S.N., Sarhadov I.

Joint Institute for Nuclear Research, Joliot-Curie 6, Dubna, Russia, 141980,  
ibrohim@jinr.ru

*The article considers the possibility of a pulsed acceleration in a helical waveguide proton beam with a current of  $I_b = 0.7$  A. The accelerator consists of three parts. The energy injection of protons is equal to 50 keV. In the first part of the accelerator, having a length of  $L_{acc1} \approx 1.4$  m, protons are accelerated to an energy  $E_{fin} = 0.8$  MeV. Consumed this part of the accelerator high frequency power is equal to  $P_1 = 0.8$  MW. In the second part of the accelerator with a length  $L_{acc2} \approx 2$  m, protons are accelerated to an energy  $E_{fin} = 5$  MeV. Consumption the second part of the accelerator high frequency power is equal to  $P_2 = 4$  MW. The third part of the accelerator consists of 6 sections with a variable length. Radial focusing of the proton beam in the accelerator is magnetic field with intensity  $H=10$  T generated by a superconducting solenoid.*

Key words: a linear accelerator, helical waveguide, focusing and beam current of protons



## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ЗАДАЧИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ С РАСТУЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ НЕЧЕТНОЙ СТЕПЕНИ

*Амирханов И.В., Саркар Н.Р.*

*Лаборатория информационных технологий, Объединенный Институт Ядерных Исследований,  
Дубна, sarker@jinr.ru*

**В работе предложен метод исследования свойств решений нелинейной самосогласованной краевой задачи с потенциалом нечетной степени. Проведен сравнительный анализ решений линейной краевой задачи с нелинейной самосогласованной краевой задачей для заданного потенциала. Предложен алгоритм численного исследования полученных уравнений.**

Ключевые слова: кваркония, полярон, автолокализация, самосогласованная задача, собственные значения

### Введение

В настоящей работе обсуждается ряд вопросов, связанных с численным решением задач на собственные значения. Обычно такие задачи возникают в рамках квантово-механической задачи двух тел, и ее изучение есть актуальная проблема современной физики элементарных частиц. Например, в нерелятивистской потенциальной модели описание спектра тяжелых кваркониюв [1] сводится к решению уравнения Шредингера.

С другой стороны, релятивистское обобщение этой модели в рамках КХД, необходимое для единообразного описания спектров легких и тяжелых кваркониюв, приводит к релятивистским вариантам уравнения Шредингера. В качестве эффективного потенциала межкваркового взаимодействия обычно используется сочетание растущего и кулоновского потенциалов. О некоторых проблемах численного исследования задач на собственные значения в импульсном представлении с кулоновским и линейным потенциалами проведено в работах [2, 3].

С другой стороны, для исследования подобных задач, можно привлечь методы самосогласованного описания многочастичных систем.

Изучение стационарных автолокализованных состояний в среде, как правило, сводится к исследованию свойств решений нелинейной краевой задачи в рамках уравнения Шредингера. В безразмерных переменных оно имеет вид:

$$\left[ \Delta + E - c \Phi(|\psi|^2) \right] \psi(\vec{r}) = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } \Phi = \int d\vec{r}_1 V\left(\left|\vec{r} - \vec{r}_1\right|\right) \left| \psi(\vec{r}_1) \right|^2 \quad (2)$$

$$\text{при условии сохранения нормировки} \quad \int d\vec{r} \left| \psi(\vec{r}) \right|^2 = 1.$$

При исследовании состояний полярона [4] функция  $\Phi$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Delta \Phi = -4\pi |\psi|^2 \quad (3)$$

Численно более удобно исследовать систему дифференциальных уравнений (1) и (3) по сравнению с системой интегро-дифференциальных уравнений (1) - (2). В настоящее время имеется большое число физических примеров, где решаются различные самосогласованные краевые задачи [4, 5, 6].

### Постановка задачи

В данной работе проводится исследование нелинейной краевой задачи (1) – (2) выбирая потенциал в виде  $V\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right)=\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^n, n=1,3,5,\dots$ .

Пусть  $n=1$ . Тогда  $\Phi_1 = \int d\vec{r} \left| \vec{r} - \vec{r}_1 \right| \left| \psi \left( \frac{\vec{r}}{r_1} \right) \right|^2$ . Действуя на  $\Phi_1$  оператором  $\Delta$ , получим

$$\Delta\Phi_1 = 2\Phi_2, \quad (4)$$

где  $\Phi_2$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta\Phi_2 = -4\pi|\psi|^2. \quad (5)$$

Таким образом, вместо системы интегро-дифференциальных уравнений, получили систему трех дифференциальных уравнений (1), (4), (5). Численно более удобно исследовать систему дифференциальных уравнений.

Пусть  $n=3$ . Тогда  $\Phi_3 = \int d\vec{r} \left| \vec{r} - \vec{r}_1 \right|^3 \left| \psi \left( \frac{\vec{r}}{r_1} \right) \right|^2$

Действуя на  $\Phi_3$  оператором  $\Delta$  несколько раз, получим  $\Delta\Phi_3 = 6\Phi_1, \Delta\Phi_1 = 2\Phi_2, \Delta\Phi_2 = -4\pi|\psi|^2$ .

Таким образом, получим систему четырех дифференциальных уравнений. Аналогично, при  $n=5$ , получим систему пяти дифференциальных уравнений и т.д.

Сферические симметричные решения системы (1), (4), (5) ищем в виде

$$\psi\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{\varphi(r)}{r} Y_{00}, \quad \Phi_1\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{V_1(r)}{r} Y_{00}, \quad \Phi_2\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{V_2(r)}{r} Y_{00}, \quad \text{где } Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), (4), (5) получим

$$\varphi'' + E\varphi - \frac{c}{\sqrt{4\pi}} \frac{V_1}{r} \varphi = 0, \quad V_1'' = 2V_2, \quad V_2'' = -4\pi \frac{|\varphi|^2}{r} \quad (6)$$

с граничными условиями

$$\varphi(0) = 0, \varphi(\infty) = 0; V_1(0) = 0, V_1(\infty) = r^2 \int d\vec{r}_1 \varphi(r_1)^2, V_2(0) = 0, V_2'(\infty) = 0. \quad (7)$$

Для решения задачи (6), (7) можно использовать следующий алгоритм:

1. Решаем третье уравнение системы (6) при заданном (в начальном приближении)  $\varphi^k$  и найдем  $V_2$ .
2. Решаем второе уравнение для нахождения  $V_1$ .
3. Решая первое уравнение найдем в следующем приближении  $\varphi^{k+1}$ .

4. Повторяем весь алгоритм до самосогласования, т.е.  $|\varphi^{k+1} - \varphi^k| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - малая величина (определяет точность решения).

Успешность этого алгоритма продемонстрирован при решении задачи полярона [4].

### Выводы

Самосогласованный потенциал  $\Phi_{nm} \xrightarrow{r \rightarrow 0} \int_0^{\infty} dr r^n \varphi_m^2$ , что приводит к сдвигу собственных значений, причем сдвиг зависит от самого решения задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ, № 17-01-00661а, 17-01-00785а

### Литература

1. Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В. –УФМ. –Т.143. –С.3. -1984.
2. Амирханов И.В., Земляная Е.В., Пузынин И.В., Пузынина Т.П., Стриж Т.А. О некоторых проблемах численного исследования задачи на собственные значения в импульсном представлении . Математическое моделирование. –Т 9, № 10, С.111-119. - 1997.
3. Амирханов И.В., Земляная Е.В., Пузынин И.В., Пузынина Т.П., Стриж Т.А. Численное исследование релятивистских уравнений на связанные состояния с кулоновским и линейным потенциалами. Математическое моделирование. –Т.12, № 12, С.79-96. -2000
4. Амирханов И.В. и др. Численное исследование динамики поляронных состояний. ВЕСТНИК Тверского Государственного Университета. Серия: Прикладная математика. –N.17. -2009. –С. 5-14.
5. Амирханов И.В., Лахно В.Д., Пузынин И.В., Стриж Т.А., Федяин В.К. Численное исследование нелинейной самосогласованной задачи на собственные значения в обобщенной модели полярона. Препринт, Биологические исследования АН СССР, Пущино. -1988. -23 с.б.
6. Лахно В.Д., Волохова А.В., Земляная Е.В., Амирханов И.В., Пузынин И.В., Пузынина Т.П. Поляронная модель формирования состояний гидратированного электрона. «Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования» - 2015, -№ 1, -С.1-6.

## ON A METHOD OF INVESTIGATION NONLINEAR SELF-CONSISTENT EIGENVALUE PROBLEM WITH THE GROWING POTENTIAL OF ODD POWER

Amirkhanov I.V., Sarker N.R.

Laboratory of information technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna. sarker@jinr.ru

*A method is proposed for investigating the properties of solutions of a nonlinear self-consistent boundary value problem with a potential of odd degree. A comparative analysis of the solutions of a linear boundary value problem with a nonlinear self-consistent boundary value problem for a given potential is carried out. An algorithm for numerical investigation of the obtained equations is proposed.*

Key words: quarkonium, polaron, self-trapping, self-consistent problem, eigenvalues

## ОБ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ ТЕЛА ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Бугрий Г.С., Пономаренко Е.Ю.

Российский университет дружбы народов, elaneev@yandex.ru, ponomarenko.e.yu@gmail.com

*Приведено решение линейной обратной задачи потенциала для тела постоянной толщины, помещенного в двуслойную среду. Для построения устойчивого приближенного решения использован метод регуляризации Тихонова*

Ключевые слова: некорректно поставленная задача, обратная задача потенциала, метод регуляризации Тихонова.

### Введение

Обратная задача потенциала, вообще говоря, нелинейна. Но для тел класса Сретенского [1], к которому относится тело постоянной толщины, возможна линейная постановка [2]. Здесь рассматривается случай, когда тело помещено в двуслойную среду. Задача некорректно поставлена, сведена к интегральному уравнению и для построения ее устойчивого приближенного решения используется метод регуляризации Тихонова.

### Постановка задачи и ее решение

В цилиндре

$$D^\infty = \{(x, y, z): 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, -\infty < z < \infty\} \quad (1)$$

рассматривается следующая задача со смешанными краевыми условиями для уравнения Пуассона

$$\begin{cases} \Delta \varphi(M) = -4\pi\rho(M), & M \in D^\infty, \\ \varphi|_{x=0, l_x} = 0, & \varphi|_{y=0, l_y} = 0, \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = E_z^0, \\ \varphi \rightarrow 0, z \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (2)$$

Плотность источников  $\rho$  имеет вид:  $\rho = \rho_0 + \rho_1$ , где плотность  $\rho_0$  соответствует плотности тела постоянной толщины

$$\rho_0 = (\theta(H - z) - \theta(H - z - h))\chi_D \quad (3)$$

где  $\theta$  – функция Хевисайда, а  $\chi_D$  – характеристическая функция области  $D$  в плоскости  $(x, y)$ . Плотность

$$\rho_1 = \begin{cases} \rho_2 = \text{const} & 0 < z < H \\ \rho_3 = \text{const} & H < z < \infty \end{cases} \quad (4)$$

Будем считать, что  $\rho_2, \rho_3, E_z^0$  и  $H, h$  известны, а  $\chi_D$  – неизвестна.

Поставим задачу восстановления функции  $\chi_D$  по функциям  $\rho_1$  и  $E_z^0$ .

Задача некорректно поставлена и сводится к уравнению Фредгольма I рода

$$\int_{\Pi(H)} Q(M, P)\chi_D(P) d\sigma_P = E_z^0(P) - E_z^p(P), \quad P \in \Pi(0), \quad (5)$$

где  $E_z^0$  – составляющая поля потенциала, обусловленная плотностями  $\rho_2, \rho_3$ .

$$\Pi(z) = \{(x, y): 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, z = \text{const}\}$$

Пусть теперь вместо точной функции  $E_z^0$  задана функция  $E_z^{0,\delta}$  такая, что

$$\|E_z^{0,\delta} - E_z^0\|_{L_2(\Pi(0))}^2 = \delta, \quad 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, z = 0 \quad (6)$$

Тогда приближенное решение задачи строится как экстремаль функционала Тихонова

$$M^\alpha[w] = \|Qw - E_z^{0,\delta}\|_{L_2(\Pi(0))}^2 + \alpha\|W\|_{L_2(\Pi(H))}^2 \quad (7)$$

Экстремаль получена как решение уравнения Эйлера для функционала  $M^\alpha[w]$  методом Фурье.

### Выводы

Доказана сходимость приближенного решения к точному при  $\delta \rightarrow 0$  при согласовании параметра регуляризации  $\alpha$  с погрешностью в данных  $\delta$ .

### Литература

1. Ланев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: учебное пособие // М. Изд-во РУДН, 2006.
2. Ланев Е.Б., Муратов М.Н., Пономаренко Е.Ю., Бааж О. Об одной линейной обратной задаче потенциала для тел постоянной толщины // Вестник ТГУ, т. 21, вып. 6, 2016. С. 2019-2025. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025.

## INVERSE PROBLEM FOR THE NEWTONIAN POTENTIAL FOR BODY OF CONSTANT THICKNESS IN STRATIFIED MEDIA

Bugriy G.S., Ponomarenko E.Y.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, elaneev@yandex.com*

*Given the solution of the linear inverse problem of the potential for a body of constant thickness, placed in a bilayer environment. For constructing stable approximate solution is used the regularization method of Tikhonov.*

Key words: ill-posed problem, inverse problem of the potential, method of Tikhonov regularization.

# ГАМИЛЬТОНОВЫ И ГАМИЛЬТОНА-ДОПУСТИМЫЕ УРАВНЕНИЯ, СКОБКИ ПУАССОНА И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ В МЕХАНИКЕ БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ СИСТЕМ

Будочкина С.А.

Российский университет дружбы народов, budochkina\_sa@rudn.university

*Доказано, что при определенных условиях линейное пространство потенциалов операторов образует Ли-допустимую алгебру и алгебру Ли.*

Ключевые слова: Гамильтона-допустимые уравнения, уравнения Гамильтона, скобки Пуассона, Ли-допустимые алгебры, алгебры Ли.

## Введение

При исследовании движения бесконечномерных систем существенную роль могут играть алгебраические структуры, явно или скрыто связанные с уравнениями движения. В работе рассматриваются Гамильтона-допустимые уравнения (в том числе уравнения Гамильтона). Основная цель работы заключается в выявлении взаимосвязи между указанными типами уравнений и Ли-допустимыми алгебрами (в том числе алгебрами Ли), а также скобками Пуассона, заданными в пространствах как эйлеровых, так и неэйлеровых функционалов.

Будем использовать обозначения и терминологию работ [1-5].

## Формулировка основных результатов

**Определение 1.** Линейный оператор  $G_u : D(G_u) \subset V_1 \rightarrow V_1$  называется гамильтоновым относительно билинейной формы

$$\Phi_1(\cdot, \cdot) \equiv \langle \cdot, \cdot \rangle : V_1 \times V_1 \rightarrow R, \quad (1)$$

если  $\forall h, v, g \in V_1$  выполнены условия

$$\begin{aligned} \langle g, G_u h \rangle &= -\langle h, G_u g \rangle, \\ \langle v, G_u' (g; G_u h) \rangle + \langle g, G_u' (h; G_u v) \rangle + \langle h, G_u' (v; G_u g) \rangle &= 0. \end{aligned}$$

**Определение 2.** Уравнение

$$u_t = G_u (grad_{\Phi_1} H[t, u]), \quad (2)$$

где оператор  $G_u$  является гамильтоновым, называется уравнением Гамильтона.

Рассмотрим действительное линейное пространство  $\mathbb{F}$ , элементами которого являются параметрически зависящие от  $t$  функционалы  $F[t, \cdot] : U_1 \subseteq V_1 \rightarrow R$ , допускающие представление

$$\delta F[t, u, h] = \langle grad_{\Phi_1} F[t, u], h \rangle \quad \forall u \in U_1, \quad \forall h \in D(F_u').$$

Для произвольных элементов  $F_1, F_2 \in \mathbb{F}$  определим их произведение формулой

$$\{F_1, F_2\}[t, u] = \langle grad_{\Phi_1} F_1[t, u], G_u (grad_{\Phi_1} F_2[t, u]) \rangle. \quad (3)$$

**Теорема 1.** Если оператор  $G_u$  является гамильтоновым относительно симметрической невырожденной билинейной формы  $\Phi_1$  вида (1), то  $\forall F_1, F_2, F_3 \in \mathbb{F}$  и  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in R$  выполняются следующие соотношения на  $U_1$ :

$$\{F_1, F_2\} = -\{F_2, F_1\}, \quad (4)$$

$$\{\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2, F_3\} = \lambda_1 \{F_1, F_3\} + \lambda_2 \{F_2, F_3\}, \quad (5)$$

$$\{F_1, \lambda_1 F_2 + \lambda_2 F_3\} = \lambda_1 \{F_1, F_2\} + \lambda_2 \{F_1, F_3\}, \quad (6)$$

$$\{F_1, \{F_2, F_3\}\} + \{F_2, \{F_3, F_1\}\} + \{F_3, \{F_1, F_2\}\} = 0. \quad (7)$$

Скобкой Пуассона на многообразии  $M \subseteq U_1$  будем называть произвольную билинейную операцию  $\{\cdot, \cdot\}$ , определенную в пространстве функционалов, заданных на  $M$ , и удовлетворяющую соотношениям (4)-(7).

**Следствие 1.** При выполнении условий теоремы 1 формула (3) определяет скобку Пуассона.

**Следствие 2.** При выполнении условий теоремы 1 линейное пространство  $F$ , наделенное билинейной операцией (3), образует алгебру Ли.

**Теорема 2.** Если  $I_1[t, u], I_2[t, u]$  - первые интегралы уравнения (2), оператор  $G_u : D(G_u) \subset V_1 \rightarrow V_1$  не зависит явно от  $t$ , то скобка Пуассона

$$\{I_1, I_2\}[t, u] = \langle grad_{\Phi_1} I_1[t, u], G_u(grad_{\Phi_1} I_2[t, u]) \rangle$$

также является первым интегралом уравнения (2).

**Определение 3.** Уравнение

$$u_t = \tilde{G}_u(grad_{\Phi_1} H[t, u])$$

называется Гамильтона-допустимым уравнением, если оператор  $G_u = \tilde{G}_u - \tilde{G}_u^*$  является гамильтоновым в области  $D(\tilde{G}_u)$  относительно заданной билинейной формы.

В этом случае оператор  $\tilde{G}_u$  называется Гамильтона-допустимым оператором.

В пространстве  $F$  определим произведение двух функционалов формулой

$$(F_1, F_2)[t, u] = \langle grad_{\Phi_1} F_1[t, u], \tilde{G}_u(grad_{\Phi_1} F_2[t, u]) \rangle, \quad (8)$$

где  $\tilde{G}_u$  - Гамильтона-допустимый оператор.

**Теорема 3.** Линейное пространство  $F$ , наделенное произведением (8), образует Ли-допустимую алгебру.

### Выводы

В линейном пространстве функционалов  $F$ , состоящем из потенциалов операторов, введена билинейная операция  $\{\cdot, \cdot\}$ , которая каждой паре функционалов ставит в соответствие новый функционал. Установлены условия, при которых эта операция определяет скобку Пуассона и превращает пространство  $F$  в алгебру Ли. Доказано также, что линейное пространство  $F$ , наделенное произведением  $(\cdot, \cdot)$ , образует Ли-допустимую алгебру.

### Литература

1. Савчин В.М., Будочкина С.А. Уравнения Гамильтона для бесконечномерных систем и их уравнения в вариациях // Дифференциальные уравнения, 2008, Т. 44, №4, С. 570-573.
2. Будочкина С.А., Савчин В.М. О Ви-гамильтоновых уравнениях в механике систем с бесконечным числом степеней свободы // Доклады Академии наук, 2011, Т. 439, №4, С. 583-584.
3. Будочкина С.А. О представлении одного операторного уравнения с первой производной по времени в форме Ви-гамильтонова уравнения // Дифференциальные уравнения, 2013, том 49, №2, стр. 175-185.
4. Будочкина С.А., Савчин В.М. О квазипотенциальных операторах и Гамильтона-допустимых уравнениях в механике бесконечномерных систем // Доклады Академии наук, 2015, том 464, №3, стр. 267-269.
5. Будочкина С.А., Савчин В.М. Операторное уравнение со второй производной по времени и Гамильтона-допустимые уравнения // ДАН, 2016, Т. 470, №1, С. 7-9.

**HAMILTONIAN AND HAMILTONIAN-ADMISSIBLE  
EQUATIONS, POISSON BRACKETS AND ALGEBRAIC  
STRUCTURES IN THE MECHANICS OF INFINITE-  
DIMENSIONAL SYSTEMS**

*Budochkina S.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), budochkina\_sa@rudn.university*

***It is proved that under the conditions specified a linear space of operator potentials form a Lie-admissible algebra and a Lie algebra.***

Key words: Hamiltonian-admissible equations, Hamiltonian equations, Poisson brackets, Lie-admissible algebras, Lie algebras.



## ГАРМОНИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ С УПРАВЛЕНИЕМ

Велиева Т.Р., Королькова А.В., Кулябов Д.С.

Российский университет дружбы народов,

velieva\_tr@rudn.university, korolkova\_av@rudn.university, kulyabov\_ds@rudn.university

*Для анализа автоколебаний в системах с управлением необходимо определение зон их возникновения, а также исследование параметров автоколебаний. Изучение автоколебательных режимов затруднено нелинейностью характеристик элементов управления. В данной работе рассматривается применение метода гармонической линеаризации модели системы с управлением.*

Ключевые слова: активное управление трафиком, теория управления, автоколебательный режим

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-07-08795, 16-07-00556. Также публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### Введение

При моделировании систем с управлением возникает необходимость исследования их характеристик, влияния параметров систем на эти характеристики. В рассматриваемой нами системе [2-6] возникает автоколебательный режим [1], который негативно отражается на характеристиках сетей передачи данных. Ранее нами проводились исследования по определению области возникновения автоколебаний, но параметры этих автоколебаний не были исследованы. В данной работе рассматривается применение гармонической линеаризации с целью исследования условий возникновения и определения параметров автоколебаний. Этот метод применяется в теории управления, однако данный раздел математики достаточно редко используется в классическом математическом моделировании.

### Гармоническая линеаризация модели RED

Метод гармонической линеаризации является приближённым методом. Зависимость гармонически-линеаризованной системы от амплитуд и частот периодических процессов является существенным отличием гармонической линеаризации от обычного способа линеаризации.

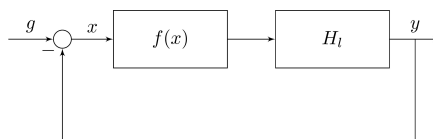


Рис. 1 Блочная структура системы для метода гармонической

Метод гармонической линеаризации применяется для систем определённой структуры (см. рис.1). Система состоит из линейного звена  $H_1$  и нелинейного звена, заданного функцией  $f(x)$ . Обычно рассматривают статический нелинейный элемент.

Для того, чтобы исследуемую нами модель привести к указанному виду необходимо провести линеаризацию модели. Методика линеаризации изложена в статье [7].

На основе данных полученных при линеаризации модели строим блочное представление линеаризованной модели RED.

Приведем блочную схему линеаризованной модели (Рис.2) к необходимому для гармонической линеаризации виду.

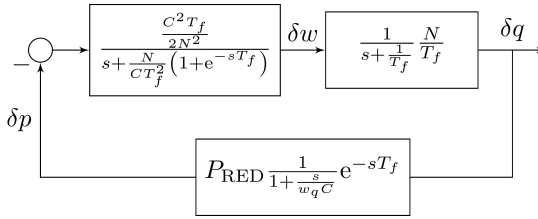


Рис. 2. Блочное представление линейризованной модели RED

В качестве статической нелинейной функции используем линейризованную функцию сброса  $P_{RED}$ .

$$P_{RED} := \begin{cases} 0, & 0 < \hat{Q} \leq Q_{min}, \\ \frac{p_{max}}{Q_{max} - Q_{min}}, & Q_{min} < \hat{Q} \leq Q_{max}, \\ 0, & \hat{Q} > Q_{max}. \end{cases}$$

Применив преобразование Лапласа к линейризованной модели получим линейную часть:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{1}{s + \frac{N}{CT_f^2}(1 + e^{-sT_f})} \frac{C^2 T_f}{2N^2} e^{-sT_f} \frac{1}{s + \frac{1}{T_f}} \frac{N}{T_f} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_q C}} = \\ &= \frac{1}{s + \frac{N}{CT_f^2}(1 + e^{-sT_f})} \frac{1}{s + \frac{1}{T_f}} \frac{1}{\omega_q C} \frac{C^2}{2N} e^{-sT_f} \end{aligned}$$

Далее находим коэффициенты гармонической линейризации для нелинейного звена. Получаем комплексное нелинейное уравнение:

$$\begin{aligned} i\omega + \frac{N}{CT_f^2(1 + e^{-i\omega T_f})} i\omega + \frac{1}{T_f} 1 + \frac{i\omega}{\omega_q C} \frac{2N}{C^2} e^{-i\omega T_f} = \\ = \frac{-A\pi}{4p_{max}} \left[ \frac{1}{Q_{min} - Q_{max}} \left( \sqrt{1 - \frac{Q_{min}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{Q_{max}^2}{A^2}} \right) + i \frac{1}{A} \right]^{-1} \end{aligned}$$

Данное уравнение необходимо для построения графиков амплитудно-фазовых частотных характеристик на комплексной плоскости.

### Выводы

В работе была рассмотрена методика исследования режимов систем с управлением. В дальнейшем предполагается применить данную методику к исследованию широкого спектра алгоритмов активного управления графиком.

### Литература

1. *Jenkins A.* Self-oscillation // *Physics Reports.* — 2013. — apr. — Vol. 525, no. 2. — P. 167–222. — 1109.6640.
2. *Misra V., Gong Wei-Bo, Towsley D.* Stochastic differential equation modeling and analysis of TCP-window-size behavior // *Proceedings of PERFORMANCE.* — 1999. — Vol. 99.
3. *Misra V., Gong Wei-Bo, Towsley D.* Fluid-based analysis of a network of AQM routers supporting TCP flows with an application to RED // *ACM SIGCOMM*

- Computer Communication Review. — 2000. — oct. — Vol. 30, no. 4. — P. 151–160.
4. Korolkova A. V., Kulyabov D. S., Sevastianov L.A. Combinatorial and operator approaches to RED modeling // Mathematical Modelling and Geometry. — 2015. — Vol. 3, no. 3. — P. 1–18.
  5. Velieva T. R., Korolkova A. V., Kulyabov D. S. Designing installations for verification of the model of active queue management discipline RED in the GNS3 // 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Work-shops (ICUMT). — IEEE Computer Society, 2015. — P. 570–577. — 1504.02324.
  6. Korolkova A. V., Velieva T. R., Abaev P. A. et al. Hybrid Simulation Of Active Traffic Management // Proceedings 30th European Conference on Modelling and Simulation. — 2016. — jun. — P. 685–691.
  7. Hollot C. V. V., Misra V., Towsley D. A control theoretic analysis of RED // Proceedings IEEE INFO-COM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213). — Vol. 3. — IEEE, 2001. — P. 1510–1519.

## **HARMONIC LINEARIZATION OF THE MODEL OF THE SYSTEM WITH CONTROL**

Velieva T.R., Korolkova A.V., Kulyabov D.S.

*Peoples' Friendship University of Russia,*

*velieva\_tr@rudn.university, korolkova\_av@rudn.university, kulyabov\_ds@rudn.university*

*In field of self-oscillation an analysis of systems with control it's necessary to determine zones of their origins and also investigate the parameters of self-oscillation. The study of self-oscillatory regimes is complicated by the non-linear characteristics of controls. In this paper we consider an application of the harmonic linearization method for a model with control.*

Key words: Active Queue Management, control theory, self-oscillation mode.

The work is partially supported by RFBR grants No's 15-07-08795 and 16-07-00556. Also the publication was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (the Agreement No 02.A03.21.0008).

## ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО РЕЖИМА В СИСТЕМАХ С УПРАВЛЕНИЕМ

Велиева Т.Р., Платонова А.А.

*Российский университет дружбы народов,  
velieva\_tr@rudn.university, anuta\_platonova@mail.ru*

*В работе проведено сравнение непрерывной и линеаризованной модели системы с управлением по алгоритму RED. Показано, что области наличия и отсутствия автоколебаний совпадают. Для линеаризованной модели получены значения амплитуды и циклической частоты автоколебаний.*

Ключевые слова: активное управление трафиком, теория управления, автоколебательный режим.

*Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-07-08795, 16-07-00556. Также публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).*

### Введение

Представляемая работа посвящена изучению программного комплекса определения значений параметров автоколебательного режима в системах с управлением, а также анализу поведения системы при задании различных параметров.

### Описание модели

Для улучшения рабочих характеристик канала необходимо оптимизировать управление очередями на маршрутизаторах. Одним из возможных подходов является применение алгоритма случайного раннего обнаружения RED (Random Early Detection) [1].

Чтобы применить метод гармонической линеаризации необходимо нелинейную систему [2-3] линеаризовать и разбить на блоки. Линеаризованная модель RED имеет вид:

$$\begin{cases} \delta W(s) = -\frac{1}{s + \frac{N}{CT_f^2}(1 + e^{-sT_f})} \frac{C^2 T_f}{2N^2} e^{-sT_f} \delta p(s); \\ \delta Q(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{T_f} \frac{N}{T_f}} \delta W(s); \\ \delta \tilde{Q}(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_q C}} \delta Q(s). \end{cases} \quad (1)$$

Блочное представление линеаризованной модели RED представлено на рис. 1.

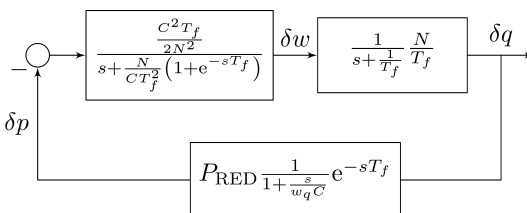


Рис. 1: Блочное представление линеаризованной модели RED

После линеаризации уравнений модели RED [4, 5] проводим некоторые преобразования и получаем комплексное нелинейное уравнение:

$$\frac{1}{i\omega + \frac{N}{CT_f^2(1+e^{-i\omega T_f})}} \frac{1}{i\omega + \frac{1}{T_f}} \frac{1}{1 + \frac{i\omega}{\omega_q c}} \frac{C^2}{2N} e^{-i\omega T_f} = \frac{-A\pi}{4p_{max}} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{Q_{min} - Q_{max}} \left( \sqrt{1 - \frac{Q_{min}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{Q_{max}^2}{A^2}} \right) + i \frac{1}{A} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Данное уравнение необходимо для построения графиков амплитудно-фазовых частотных характеристик на комплексной плоскости.

### Описание программного комплекса

Для модели (1) написан программный комплекс. Результатом являются графики, по которым можно отследить изменения размера окна  $W(t)$ , длины очереди  $Q(t)$  и среднее значение длины очереди  $\hat{Q}(t)$ , а также увидеть наличие или отсутствие автоколебаний.

Программный комплекс состоит из множества модулей. Главными являются: main.py – модуль запуска программы, состоящий из настроек и параметров вычислений; red.py – основной модуль модели RED, содержащий реализацию алгоритма управления RED, решение системы ОДУ уравнений модели, параметры модели; plot.py – модуль, отвечающий за построение графиков решений и фазового портрета параметров модели. Также существуют модули настроек, которые задают параметры модели RED, типы вычислений, формат сохраняемых графиков и т. д.

Для построения амплитудно-фазовых частотных характеристик и нахождения корней уравнения (2) методом Ньютона используем программу, написанную на языке программирования Julia.

### Результаты

Зафиксируем следующие начальные параметры:  $p_{max} = 0.1$ ;  $Tr = 0.01$ ;  $wq = 0.0007$ ;  $w_{max} = 32.0$ ;  $c_{small} = 1400.0$ ;  $R = 100.0$ ;  $N = 1$ ;  $time\_start = 0.0$ ;  $time\_stop = 50.0$ ;  $with\_pto = No$ .

Для построения модели (1) рассмотрим два варианта с различными параметрами.

- 1) RED:  $q_{min} = 0.7$ ;  $q_{max} = 0.8$
- 2) RED:  $q_{min} = 0.2$ ;  $q_{max} = 0.7$

Наблюдаем, что на рис. 2 существуют автоколебания, а на рис. 3 – нет.

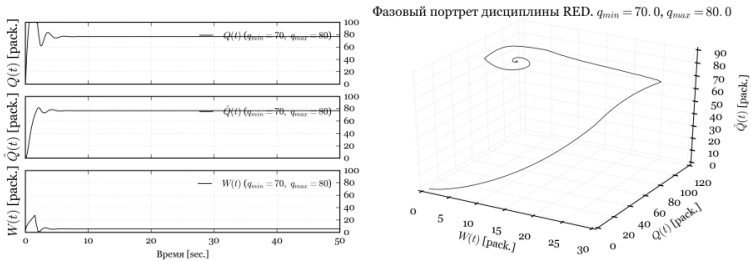


Рис. 2. Детерминированное решение и фазовый портрет с параметрами  $q_{min} = 0.7$ ,  $q_{max} = 0.8$

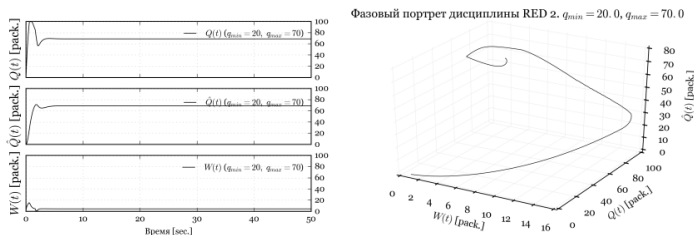


Рис. 3. Детерминированное решение и фазовый портрет с параметрами  $q_{min} = 0.2, q_{max} = 0.7$

Далее построим параметрические графики на комплексной плоскости (см. рис. 4 и 5) отдельно от левой и правой частей уравнения (2). Пересечение кривых будет означать, что автоколебания существуют. В обратном случае – не существуют.

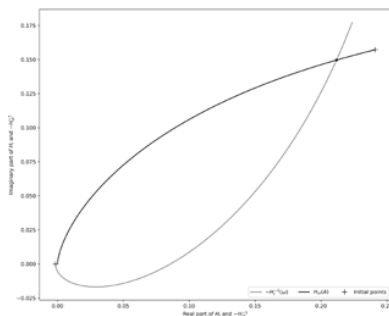


Рис. 4. Амплитудно-фазовая частотная характеристика для системы (1) с параметрами  $q_{min} = 0.7, q_{max} = 0.8$

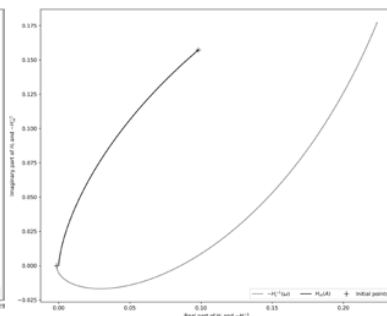


Рис. 5. Амплитудно-фазовая частотная характеристика для системы (1) с параметрами  $q_{min} = 0.2, q_{max} = 0.7$

В результате расчетов первого варианта получаем значения для амплитуды и циклической частоты:  $A=0.922426$ ;  $\omega=48.0361$ . Для второго варианта корней не существует.

Анализируя графики, можно заметить, что на рис.4 кривые пересекаются и система имеет точку возникновения автоколебаний, следовательно, автоколебания существуют. В то же время на рис.5 кривые не пересекаются и, соответственно, автоколебаний нет.

### Литература

1. Floyd Sally, Jacobson Van. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactionson Networking. – 1993. Vol. 1, no. 4. – P. 397-413.
2. Misra Vishal, Gong Wei-Bo, Towsley Don. Fluid-based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. – 2000.
3. Misra Vishal, Gong Wei-Bo, Towsley Don. Stochastic differential equation modeling and analysis of TCP-window size behavior // Proceedings of PERFORMANCE. – 1999. – Vol.99.
4. Королькова А.В., Кулябов Д.С. Математическая модель динамики поведения параметров систем типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2010. – № 2-1. – С.54-64.

5. Королькова А.В. Определение области возникновения автоколебаний в системах типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2010. - № 1. – С.110-112.

## **SOFTWARE FOR DETERMINATION OF SELF-OSCILLATING MODE PARAMETERS FOR THE SYSTEM WITH CONTROL**

*Velieva T.R., Platonova A.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
velieva\_tr@rudn.university, anuta\_platonova@mail.ru*

***This work is devoted to the analysis of continuous and linearized models of the system with control based on RED algorithm. It is shown that the self-oscillation areas are the same for both the models. The values of the amplitude and the cyclic frequency of oscillation are obtained.***

Key words: active traffic management, control theory, self-oscillating mode.

*The work is partially supported by RFBR grants No's 15-07-08795 and 16-07-00556. Also the publication was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (the Agreement No 02.A03.21.0008).*

## ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛИ К ПОВЕРХНОСТИ, ЗАДАННОЙ ПРИБЛИЖЕННО

Веселов А.В.

Российский университет дружбы народов, splean94@mail.com

**В работе предложен устойчивый метод построения нормали к замкнутой поверхности, заданной приближенно.**

Ключевые слова: вычисление нормали к поверхности, некорректные задачи, метод регуляризации Тихонова.

### Введение

При решении некоторых задач математической физики [1] возникает необходимость в вычислении нормали к поверхности. Нормаль может быть найдена в виде градиента функции в уравнении нормали. Если поверхность задана приближенно, то так как вычисление производных – некорректно поставленная задача, приближение к нормали находится в соответствие с идеологией [2].

### Теоретическая часть

Рассматривается звездная, замкнутая поверхность, задаваемая уравнением

$$r = f(\varphi, \theta) \quad (1)$$

При вычислении поверхностных интегралов различного рода, в том числе – потенциалов простого и двойного слоя требуется вычисление нормали к поверхности, которое мы будем связывать с вычислением градиента функции в уравнении поверхности в сферической системе координат.

$$\vec{n} = \left\{ -1, \frac{1}{r} \nabla_{\theta\varphi} f \right\} \quad (2)$$

$\nabla_{\theta\varphi}$  – угловая часть градиента. Как известно вычисление производных - некорректно поставленная задача. Пусть вместо функции  $f$  задана функция  $f^\delta$  такая, что

$$\|f^\delta - f\|_{L(\Omega)} = \delta \quad (3)$$

В качестве приближения к нормали возьмем экстремаль функционала Тихонова в формулировке В.А.Морозова [2]:

$$M^\alpha[w] = \|f^\delta - w\|_{L_2(\Omega)}^2 + \alpha \|\nabla_{\theta\varphi} w\|_{L_2(\Omega)}^2 \quad (4)$$

Которая может быть получена из уравнения Эйлера для функционала  $M^\alpha$

$$w - f^\delta - \alpha \Delta_{\theta\varphi} w = 0 \quad (5)$$

Уравнение решено методом Фурье в виде ряда по сферическим функциям.

### Выводы

Доказана сходимость приближенной нормали к точной при согласовании параметра регуляризации с погрешностью в данных.

### Литература

1. Лангев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: Учеб.пособие.-М.:Изд-во РУДН. 2006.-139 с.
2. Лангев Е. Б., Муратов М. Н. Об устойчивом решении одной смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа с приближенно заданной границей.// Вестник РУДН. Серия Математика. 2002. № 9(1). С. 102-111.



---

**CALCULATIONS OF NORMAL TO THE SURFACE WITH SET  
APPROXIMATELY**

*Veselov A.V.*

*People's Friendship University of Russia, splean94@mail.com*

***Calculations of normal to the surface by using Tikhonov regularization.***

Key words: calculations of normal to the surface, incorrect problems, Tikhonov regularization.

## ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА СТРАХОВЫХ КОМПАНИЙ

Виана Карвалью Кравид Илкаиш<sup>1</sup>, Зарядов И.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,  
hilvianamat1@gmail.com, zaryadov\_is@rudn.university

*Показано применение марковских моделей для анализа функционирования страховых компаний. Построен программный комплекс на языке C++ для расчета основных характеристик*

Ключевые слова: марковская модель, страховая компания, C++.

### Введение

Практически во всех математических моделях [1-2] страховых компаний объектом исследования является поведение капитала компании  $S(t)$  на некотором временном интервале  $t$ , при этом размер начального капитала  $S(0)$  (резерв) должен как удовлетворять регулирующих органов, так и не быть избыточным для компании и в то же время гарантировать выплаты на протяжении некоторого времени. Математическая модель поведения капитала компании должна учитывать три основных случайных процесса: а) поступление страховых исков (случаев); б) объем выплат по поступившим искам; в) поступление страховых взносов (премий). В зависимости от изначальных предположений относительно вида процессов поступлений исков и объемов требований выделяют две базовых модели: модель Андерсена [3] (модель вида  $G/G$  – в терминах теории массового обслуживания[4]) и модель Крамера-Людберга [5,6] ( $P/G$  модель), когда процесс поступления исков либо общего типа (рекуррентный входящий поток) либо пуассоновский. В данной работе представлен два варианта модели Крамера-Людберга.

### Простейшая дискретная модель

Рассмотрим простейший случай, когда поступление страховых исков и премий является дискретным, т.е. в некоторый момент времени в страховую компанию поступают с некоторой вероятностью  $p_1$  либо иски на сумму  $A_i$  ( $i = \overline{1, k}$ ), либо страховые премии размера  $B_j$  с вероятностью  $q_j$  ( $j = \overline{1, l}$ ), причем  $\sum_{i,j}(p_i + q_j) = 1$ . Тогда поведение капитала компании можно описать цепью Маркова, состояния которой – это размер текущего капитала. Используя аппарат теории случайных процессов [8-9] легко можно найти такие характеристики, как вероятность разорения компании, вероятность достижения некоторо заданного размера капитала.

### Непрерывная модель с учетом рекламы

Вторая модель, которая представлена в данной работе была рассмотрена в монографии [10]. Мы хотим показать, что ряд характеристик из [10] можно получить более простым способом, по сравнению с рассмотренным авторами. Пусть  $k(t)$  – это число рисков, застрахованных компанией, а  $S(t)$  – капитал компании в некий момент времени  $t$ . В компанию поступает пуассоновский поток страхуемых рисков интенсивности  $\lambda + \beta_\xi k(t)$  ( $\lambda$  – интенсивность поступления страхуемых компаний рисков, никак не связанных с явной или невной рекламой;  $\beta_\xi k(t)$  – интенсивность поступления новых страхуемых рисков благодаря рекламе). Тогда,  $(\lambda + \beta_\xi k)\Delta t + o(\Delta t)$  – это вероятность поступления нового риска. За страхование риска компания взимает страховую премию случайного размера  $\xi$  (ее функция распределения (ФР) –  $F_\xi(z)$ , первые два момента –  $M\{\xi\} = a$ ,  $M\{\xi^2\} = a_2$ ). Для размера капитала компании  $S(t)$  учитывается то, что каждый застрахованный риск обеспечивает постоянную выплату (взнос) случайного размера  $\zeta$  (ФР –  $F_\zeta(z)$ , моменты –  $M\{\zeta\} = c$ ,  $M\{\zeta^2\} = c_2$ ) интенсивности  $\lambda_\zeta$  (пуассоновский поток

выплат). Взносы вносятся независимо друг от друга, и  $k\lambda\zeta\Delta t + o(\Delta t)$  – это вероятность поступления взноса за время  $\Delta t$ .

Число застрахованных рисков со временем уменьшается, причем это уменьшение либо не влияет на капитал компании (истечение срока договора без выплаты с интенсивностью  $\mu$ ) с вероятностью  $k\mu\Delta t + o(\Delta t)$ , либо влияет на величину капитала компании – происходит наступление страхового случая с вероятностью  $k\mu\eta\Delta t + o(\Delta t)$ , где  $\mu\eta$  – интенсивность наступления страхового случая, а размер страхового возмещения характеризуется случайной  $\eta$  (ФР –  $F_\eta(z)$ , моменты –  $M\{\eta\} = b$ ,  $M\{\eta^2\} = b_2$ ).

Поведение случайного процесса  $k(t)$  (числа застрахованных рисков в момент времени  $t$ ), описывается графом переходов Рис. 1)

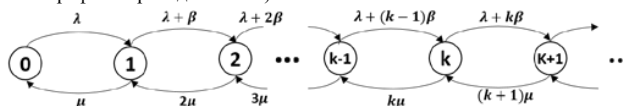


Рис. 1. Граф переходов модели с интенсивностью входящего потока, зависящий от числа уже застрахованных рисков

Для стационарного распределения рисков, система уравнений равновесия имеет вид:

$$\begin{cases} (\lambda + (j - 1)\beta\zeta)\pi_{j-1} - (j\mu + \lambda + j\beta\zeta)\pi_j + (j + 1)\mu\pi_{j+1} = 0, j = \overline{1, \infty} \\ \mu\pi_1(t) - \lambda\pi_0 \end{cases} \quad (1)$$

В [10] для нахождения числовых характеристик стационарного распределения рисков используется диффузионное приближение и асимптотические методы. Мы воспользуемся теорией производящих функций и обозначим  $P(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j z^j$  – производящую функцию стационарного распределения рисков. Тогда из уравнения (1) получим:

$$\lambda\pi_0 z^0 + \sum_{j=1}^{\infty} (\lambda + \beta_j)\pi_j z^j = \mu\pi_1 z^0 + \sum_{j=1}^{\infty} (j + 1)\mu\pi_{j+1} z^j \quad (2)$$

После некоторых преобразований получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\lambda}{\mu - \beta z} P(z) = P'(z) \quad (3)$$

с начальным условием  $P(0) = 1$ .

Решение (2)-(3) дает конечный вид производящей функции

$$P(z) = (\mu - \beta)^{\frac{\lambda}{\beta}} \cdot (\mu - \beta z)^{-\frac{\lambda}{\beta}} \quad (4)$$

Тогда, среднее значение  $M(k)$  и дисперсия  $Dk$  числа застрахованных компанией рисков легко находятся из производящей функции и равны:

$$M(k) = P'(z)|_{z=1} = \frac{\lambda}{(\mu - \beta\zeta)}, D(k) = \frac{\lambda\mu}{(\mu - \beta\zeta)^2} \quad (5)$$

### Реализация на языке C++

Код программы на языке C++, вычисляющей математическое ожидание и дисперсию функции распределения  $P(x)$  представлен ниже:

//4.1.2 Распределение числа рисков в стационарном режиме

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    double Expected_value, Variance; //Mat ожидание и Дисперсия
    double lambda , mu, beta_ksi;
```

```
Expected_value = lambda / (mu - beta_ksi);
Variance = (lambda * mu) / (pow((mu - beta_ksi), 2));
```

```

cout<<"Mat. ожидание: "<<Expected_value<<endl<<"Дисперсия: "<<Variance;
return 0;
}

```

Таблица 1. Различные значения математического ожидания и дисперсии для различных  $\lambda$ ,  $\mu$  и  $\beta_{\xi}$ .

$\lambda$	$\mu$	$\beta_{\xi}$	$M(k)$	$D(k)$
0.3	0.3	0.2	3	9
0.3	0.1	0	3	3
0.3	0.2	0.1	3	6
0.4	0.4	0.2	2	4

### Выводы

Для исследуемой представлен ряд вероятностно-временных характеристик и построены их графики. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00090, 15-07-03406, 15-07-03007) и при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### Литература

1. Фалин Г.И. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. - Издание 2-е, переработанное и дополненное. - М.: Анкил, 2002. - 262 с.
2. Janssen J., Manca R. Semi-Markov Risk Models for Finance, Insurance and Reliability. – Springer Science+Business Media, LLC. – 2007.
3. Andersen P.K., Borgan Ø., Gill R.D., Keiding N. Statistical models based on counting processes. Springer, New York. – 1993.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: РУДН. – 1995.
5. Cramér H. Collective risk theory: A survey of the theory from the point of view of the theory of stochastic processes. Skandia Insurance Company, Stockholm. – 1955.
6. Ching W., Ng M. Markov Chains: Models, Algorithms and Applications. – Shanghai, China: Springer. – 2006.
7. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска – Физматлит. – 2011
8. Рыков В.В. Теория случайных процессов: Конспекты лекций. – М.: Изд-во РУДН. – 2009.
9. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. – М.: МЦНМО. – 2010.
10. Глухова Е.В., Змеев О.А., Лившиц К.И. Математические модели страхования. – Томск, ТГУ. – 2004

## MARKOV MODELS APPLICATION FOR INSURANCE ANALYSIS

Viana C.C. Hilquias<sup>1</sup>, Zaryadov I.S.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

hilvianamat1@gmail.com, zaryadov\_is@rudn.university

*The application of Markov models for insurance analysis is shown. The program for analytical results based on C++ is presented.*

Key words: Markov models, insurance company analysis, C++.

## ЗАДАЧА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ МОД В РЕГУЛЯРНОМ ОДНОРОДНОМ ОТКРЫТОМ ВОЛНОВОДЕ

*Диваков Д.В., Древицкий А.С.*

*Российский университет дружбы народов,  
dmitriy.divakov@gmail.com, adrevitskiy@gmail.com*

***В настоящей работе рассматривается алгоритм решения волноводной задачи, основанный на методе волнового сопряжения.***

Ключевые слова: математическое моделирование, численные методы, уравнение Гельмгольца, метод волнового сопряжения, численное моделирование волноводных мод, открытый волновод.

### Введение

В ходе настоящего исследования будут рассмотрены уравнения Максвелла, материальные уравнения и граничные условия на бесконечности в рамках задачи моделирования распространения волноводных мод в диэлектрическом волноводе, предполагая гармоническую зависимость от времени и инвариантность компонент поля по  $y$ . В рамках данной задачи уравнения Максвелла редуцируются к уравнениям Гельмгольца. Также будет рассмотрен метод решения волноводной задачи.

Математической постановкой задачи, описанной выше, является:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(x) \right) E_y = 0 \\ E_y|_{x=+0, h+0} = E_y|_{x=-0, h-0} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x}|_{x=+0, h+0} = \frac{\partial E_y}{\partial x}|_{x=-0, h-0} \\ E_y \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $E_y$  – компонента вектора напряженности электрического поля,  $k_0$  – волновое число в вакууме,  $n(x)$  – показатель преломления.

В рамках настоящей работы были исследованы свойства открытого волновода: поля и дисперсионного соотношения.

### Основная часть

Будем рассматривать схему планарного трехслойного открытого волновода, структура которого представлена ниже.

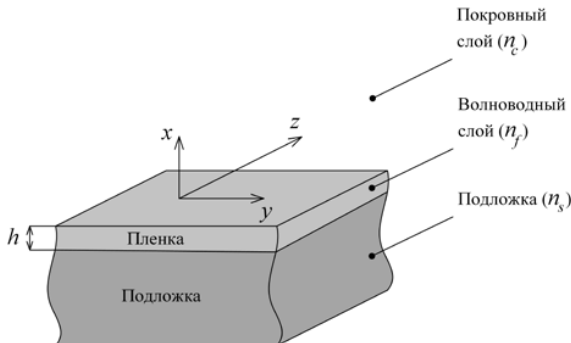


Рис. 1. Схема плоского трехслойного диэлектрического волновода.

Преобразуя уравнения Максвелла с помощью материальных уравнений, получим систему, которую можно представить в виде двух подсистем для ТЕ– и ТМ–мод. В рамках данной работы будет рассматриваться только ТЕ–мода [2].

Редуцировав данную подсистему, получаем уравнение Гельмгольца для ТЕ–моды [1]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(x)\right) E_y = 0, \quad (2)$$

Для данного уравнения граничные условия и асимптотические условия имеют вид:

$$\begin{cases} E_y|_{x=+0, h+0} = E_y|_{x=-0, h-0} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x}|_{x=+0, h+0} = \frac{\partial E_y}{\partial x}|_{x=-0, h-0} \\ E_y \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0 \end{cases} \quad (3)$$

Применим метод разделения переменных к уравнению Гельмгольца (2). В результате, мы получили два уравнения: для поперечной и продольной частей [2]:

$$\Psi'' + k_0^2 n^2(x) \Psi = k_0^2 \beta^2 \Psi, \quad (4)$$

$$U'' = -k_0^2 \beta^2 U, \quad (5)$$

где  $\Psi$  – функция только переменного  $x$ ,  $U$  – функция только переменного  $z$ ,  $k_0^2 \beta^2$  – постоянная, которую для удобства последующих выкладок берем со знаком минус, при этом ничего не предполагая о ее знаке.

Решение уравнения (4) должно удовлетворять асимптотическим и граничным условиям. Для каждой подобласти выписываем решение уравнения (4) со своим показателем преломления. Составим систему из однородных линейных алгебраических уравнений (однородная СЛАУ), в которой уравнениями будут являться условия непрерывности решений на границах [1]:

$$\begin{cases} A_c - A_f \sin(p_f(\beta)h) - B_f \cos(p_f(\beta)h) = 0 \\ -A_c p_c(\beta) - A_f p_f(\beta) \cos(p_f(\beta)h) + B_f p_f(\beta) \sin(p_f(\beta)h) = 0 \\ B_f - A_s = 0 \\ A_f p_f(\beta) - A_s p_s(\beta) = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

где  $p_c(\beta) = k_0 \sqrt{\beta^2 - n_c^2}$ ,  $p_f(\beta) = k_0 \sqrt{n_f^2 - \beta^2}$ ,  $p_s(\beta) = k_0 \sqrt{\beta^2 - n_s^2}$ .

Для того, чтобы система (6) имела нетривиальное решение необходимо, чтобы определитель матрицы её коэффициентов был равен нулю [3].

Определим значения  $\beta$ , численно найдя решения дисперсионного уравнения [2]:

$$\det \mathbf{M}(\beta) = 0, \quad (7)$$

График дисперсионных кривых показывает зависимость  $\beta$  от толщины волноводного слоя. На рисунке 2 представлен данный график.

С помощью найденных  $\beta$  находим амплитудные коэффициенты. Далее подставляем найденные коэффициенты в решение уравнения (4) для разных слоев, тем самым получаем поперечную часть ТЕ–моды.

На рисунке 3 приведены графики поперечных частей ТЕ–моды для регулярного однородного трехслойного открытого волновода ( $n_c = 2.10$ ,  $n_f = 1.47$ ,  $n_s = 1$ ,  $h = 0.55$  мкм, длина волны – 0.55 мкм).

В рамках решения данной волноводной задачи была использована система компьютерной алгебры Maple [4].

## Выводы

В рамках настоящей работы был рассмотрен метод решения волноводной задачи и было произведено численное моделирование распространения волноводных мод. В качестве метода решения был выбран метод волнового сопряжения. Произведен численный расчет модельного примера, соответствующего регулярному однородному трехслойному открытому волноводу.

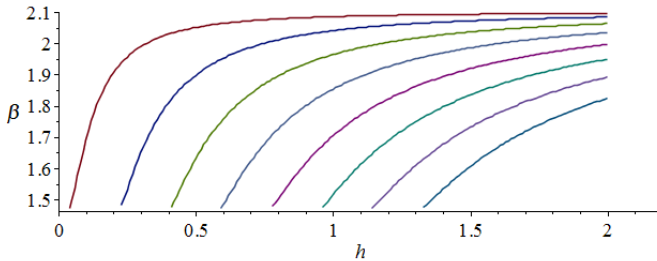
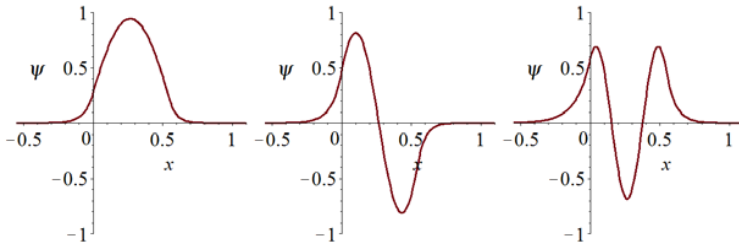


Рис. 2. График дисперсионных кривых.

Рис. 3. График поперечных частей волноводных мод  $TE_0$ ,  $TE_1$ ,  $TE_2$ .

### Литература

1. Егоров А.А., Ловецкий К.П., Севастьянов А.Л., Севастьянов Л.А. Интегральная оптика: теория и компьютерное моделирование: монография. – Москва: РУДН, 2015.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. Под редакцией Мотулевич Г.П. Наука – 1973.
3. Беллман Р. Введение в теорию матрицу. – М.: Наука, 1973.
4. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Издательство Белаудит.

## PROBLEM OF NUMERICAL SIMULATION OF PROPAGATION OF WAVEGUIDE MODES IN A REGULAR UNIFORM OPEN WAVEGUIDE

*Divakov D.V., Drevitskiy A.S.*

*Peoples' Friendship University of Russia, dmitriy.divakov@gmail.com, adrevitskiy@gmail.com*

*The work is dedicated to the investigation of the algorithm for solving the waveguide task, which is based on the wave coupling method.*

Key words: mathematical modeling, numerical methods, Helmholtz equation, wave coupling method, numerical simulation of propagation of waveguide modes, open waveguide.

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ МНОГОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА РЕДУКЦИИ

Дружинина О.В., Масина О.Н.

ФИЦ ИУ РАН и ИПУ РАН, [ovdruzhh@mail.ru](mailto:ovdruzhh@mail.ru)

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, [olga121@inbox.ru](mailto:olga121@inbox.ru)

*Предложен способ построения многомерных недетерминированных моделей взаимодействия популяций. На основе принципа редукции, позволяющего свести задачу об устойчивости решений дифференциального включения к задаче об устойчивости решений других типов уравнений, получены условия устойчивости для построенных моделей. Результаты исследования могут найти применение в задачах сравнения качественных свойств моделей в детерминированном и стохастическом случаях.*

Ключевые слова: модель популяционной динамики, устойчивость, дифференциальные включения, стохастическая модель, принцип редукции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-07-08795).

### Введение

Исследование устойчивости моделей популяционной динамики является важной проблемой, некоторые направления решения которой представлены в работах [1–7]. Вопросы существования и устойчивости решений моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов, рассматривались в [8–12] и в других работах.

Одним из широко используемых методов исследования устойчивости является метод функций Ляпунова [10, 11]. Устойчивость решений классических и обобщенных моделей популяционной динамики методом функций Ляпунова рассматривалась в [1]. В [2, 6–9] описан системный подход, позволяющий с единой точки зрения рассматривать свойства устойчивости моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов. Указанный подход базируется на переходе от детерминистического описания модели к стохастическому и на принципе редукции задачи об устойчивости решений дифференциального включения к задаче об устойчивости других типов уравнений с применением свойств функций Ляпунова. Подход позволяет с единой точки зрения изучать свойства устойчивости решений дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений.

В настоящей работе рассмотрена нелинейная многомерная модель динамики взаимодействия популяций. Детерминированное описание модели дается системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Выполнен переход от указанной модели к соответствующим недетерминированным моделям, задаваемым с помощью конечномерных дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. В настоящей работе выполнен анализ устойчивости на основе принципа редукции.

Как известно, при детерминистическом описании модели не учитываются вероятностные факторы, влияющие на поведение модели [5, 13, 14]. В связи с этим важной задачей является построение и изучение адекватных стохастических моделей, а также сравнительный анализ свойств детерминированных и соответствующих стохастических моделей. На полученных в настоящей работе достаточных условиях устойчивости базируется сравнительный анализ качественных свойств для детерминистической и стохастической моделей.



### Детерминированная модель

Рассматривается модель, описываемая системой дифференциальных уравнений вида [1, 3]:

$$\dot{x}_i = x_i \left( a_i - \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j \right), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где  $x_i$  – численность  $i$ -й популяции в момент  $t$ ,  $\dot{x}_i = dx_i/dt$ ,  $a_i$  и  $p_{ii}$  – коэффициенты роста  $i$ -й популяции в отсутствие других, постоянные  $p_{ij}$  при  $i \neq j$  характеризуют влияние взаимодействия между популяциями на скорость роста,  $P = (p_{ij})$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  – матрица взаимодействий.

Модель (1) представляет собой классическую модель Лотки–Вольтерра для  $n$ -мерного случая. Условия устойчивости решений модели (1) на основе метода функций Ляпунова получены в [1], а на основе дивергентного метода – в [3]. От детерминированной модели (1) возможен переход к различным типам соответствующих недетерминированных моделей.

### Построение недетерминированных моделей популяционной динамики и анализ устойчивости на основе принципа редукции

Модель (1) представим в виде векторного уравнения

$$dx/dt = f(x), \quad (2)$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $f(x) = (f_1, f_2, \dots, f_n) = (x_1(a_1 - p_{11}x_1 - \dots - p_{1n}x_n), \dots, x_n(a_n - p_{n1}x_1 - \dots - p_{nn}x_n))$ ,  $x \in R_+^n$ ,  $R_+^n$  –  $n$ -кратное декартово произведение множества  $R_+$  на себя,  $R_+ = [0, \infty)$ ,  $f: R_+^n \rightarrow R_+^n$ .

Для модели (2) коэффициенты  $a_i$  и  $p_{ij}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ , могут с учетом экологического смысла принимать различные значения из соответствующих интервалов  $[\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}]$  и  $[\gamma_{ij_1}, \gamma_{ij_2}]$  соответственно. От модели (2) осуществлен переход к конечномерному дифференциальному включению вида

$$\dot{x}_i \in x_i (a_i - p_{11}x_1 - \dots - p_{1n}x_n), \dots, \dot{x}_n \in x_n (a_n - p_{n1}x_1 - \dots - p_{nn}x_n). \quad (3)$$

В векторной форме модель (3) представлена следующим образом:

$$dx/dt \in F(x), \quad (4)$$

где  $F(x) = \{f(x) \mid a_i \in A_i, p_{ij} \in C_{ij}\}$ ,  $A_i ::= [\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}]$ ,  $C_{ij} ::= [\gamma_{ij_1}, \gamma_{ij_2}]$ ,  $F: R_+^n \rightarrow 2^{R_+^n}$ .

Введенные множества  $A_i$  и  $C_{ij}$  определяют множества значений соответствующих параметров  $a_i$  и  $p_{ij}$ . Подмножества  $\{A_i\}_\alpha = \{a_i \mid \mu_{A_i}(a_i) \geq \alpha\}$  и  $\{C_{ij}\}_\alpha = \{p_{ij} \mid \mu_{C_{ij}}(p_{ij}) \geq \alpha\}$  представляют более узкие множества, которые получим при учете дополнительных условий  $\alpha \in (0, 1]$ , влияющих на взаимодействие компонент, а следовательно, и на устойчивость модели (2). Тогда уравнение (2) можно заменить на нечеткое конечномерное дифференциальное уравнение

$$dX/dt = F(X), \quad (5)$$

где  $F: Z_+^n \rightarrow P(R_+^n)$ ,  $P(R_+^n)$  – совокупность всех нечетких подмножеств из  $R_+^n$ .

Соответствующее уравнению (5) дифференциальное включение имеет вид  $d\varphi/dt \in F_\alpha(\varphi)$ , где  $\alpha \in (0, 1]$ ,  $F_\alpha(\varphi) = \{f(\varphi(t)) \mid a_i \in \{A_i\}_\alpha, p_{ij} \in \{C_{ij}\}_\alpha\}$ .

С помощью принципа сведения задачи об устойчивости дифференциального включения к задаче об устойчивости нечеткого дифференциального уравнения [7, 8] и с учетом (2)–(5) получены следующие условия устойчивости дифференциального включения (4) и нечеткого уравнения (5): 1) если для замкнутого множества  $M \subset R_+^n$  существует функция Ляпунова  $V$  относительно включения (4), для которой верно неравенство  $D_r V(x) \leq 0 \forall x \in B(M, r)$ , где  $D_r V(x) = \sup DV(x)$  – верхняя производная функции

Ляпунова, множество  $B(M, r)$  –  $r$ -окрестность множества  $M$ , то множество  $M$  устойчиво относительно этого включения; 2) если верно неравенство  $D_+V(x) \leq -w(e(x, M)) \forall x \in B(M, r)$ , где функция  $w: B(M, r) \rightarrow R$  непрерывна и положительна вне  $M$ , то множество  $M$  асимптотически устойчиво относительно включения (4); 3) если для замкнутого нечеткого множества  $M \subset P(R_+^n)$ , где  $P(R_+^n)$  – совокупность всех нечетких подмножеств из  $R_+^n$ , существует функция Ляпунова  $V$  относительно уравнения (5), для которой при  $\alpha \in (0, 1]$  верно неравенство  $D_+V_\alpha(x) \leq 0 \quad \forall x \in B(M_\alpha, r)$ , то множество  $M$   $\alpha$ -устойчиво относительно этого уравнения; 4) если выполняется условие  $D_+V_\alpha(x) \leq -w_\alpha(e(x, M_\alpha)) \forall x \in B(M_\alpha, r)$ , где функция  $w_\alpha: (0, r) \rightarrow R$  непрерывна и положительна, то множество  $M$   $\alpha$ -асимптотически устойчиво относительно уравнения (5).

Построение стохастических моделей на основе применения метода построения стохастических самосогласованных моделей [14] рассмотрено в [5, 6]. Описана структура некоторых классов трехмерных стохастических моделей, построены соответствующее уравнения Фоккера–Планка, записаны стохастические дифференциальные уравнения в форме уравнения Ланжевена, показано, что полученные уравнения могут служить для исследования детерминистического поведения.

В настоящей работе рассмотрено обобщение модели (2) на стохастический случай, а именно, от уравнения (2) осуществлен переход к соответствующему стохастическому дифференциальному уравнению

$$dx/dt = S(x), \quad (6)$$

где  $S(x)$  – случайная функция. С помощью принципа редукции задачи об устойчивости решений дифференциальных включений к задаче об устойчивости других типов уравнений получены условия устойчивости нечеткого дифференциального уравнения (5) и стохастического уравнения (6).

Установлено, что если нулевое решение нечеткого уравнения (5)  $\alpha$ -устойчиво по Ляпунову при каждом  $\alpha \in (0, 1]$  (равномерно по  $\alpha$ ), то нулевое решение соответствующего стохастического уравнения (6) устойчиво по вероятности (соответственно устойчиво почти наверное). Кроме того, показано, что если нулевое решение нечеткого уравнения (5) асимптотически  $\alpha$ -устойчиво при любом  $\alpha \in (0, 1]$  (равномерно по  $\alpha$ ), то нулевое решение соответствующего стохастического уравнения (6) асимптотически устойчиво по вероятности (соответственно асимптотически устойчиво почти наверное). На основе полученных достаточных условий устойчивости дан сравнительный анализ качественных свойств детерминистической и стохастической моделей.

### Выводы

Принцип редукции позволил получить условия устойчивости многомерной модели популяционной динамики с переходом к дифференциальному включению, а также к нечеткому и стохастическому дифференциальному уравнениям. Указанный переход учитывает изменение параметров в исследуемой модели и позволяет на основе принципа редукции выполнить сравнительный анализ свойств моделей. Условия устойчивости могут быть использованы для изучения динамического поведения моделей популяционной динамики. Полученные результаты направлены на дальнейшее развитие методов построения и анализа устойчивости стохастических моделей

### Литература

1. Пых Ю.А. Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики. М.: Наука, 1983.
2. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы исследования устойчивости и управляемости нечетких и стохастических динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2009.
3. Дружинина О.В., Масина О.Н., Игонина Е.В. Исследование устойчивости состояний равновесия экологических уравнений индексно-дивергентным методом // Качественные

свойства, асимптотика и стабилизация нелинейных динамических систем. Межвуз. сб. научн. трудов. Саранск: Изд-во Мордовского ун-та, 2010. С. 105–111.

4. Дружинина О.В., Масина О. Н., Щербаков А.В. Структура и качественный анализ математических моделей динамики популяций при наличии мутуализма // *Нелинейный мир*. 2016. Т. 14. № 6. С. 32–42.

5. Демидова А.В., Дружинина О.В., Масина О.Н. Исследование устойчивости модели популяционной динамики на основе построения стохастических самосогласованных моделей и принципа редукции // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика»*. 2015. № 3. С. 18–29.

6. Demidova A.V., Druzhinina O.V., Jacimovic M., Masina O.N. Synthesis, stability analysis and computer research of nondeterministic models of population dynamics // *Proceedings of the Nineteenth International Scientific Conference «Distributed computer and communication networks: control, computation, communications» (DCCN–2016)*. V. 2. Mathematical modeling, simulation and control problems. Moscow, November 21–25, 2016. P. 9–16.

7. Дружинина О.В., Масина О.Н. Системный подход к исследованию устойчивости моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов // *Вестник Российской академии естественных наук. Дифференциальные уравнения*. 2015. Т. 15. № 3. С. 24–30.

8. Кац И.Я., Красовский Н.Н. Об устойчивости систем со случайными параметрами // *ПММ*. 1960. Т. 24. С. 809–823.

9. Kozin F. Stability of the linear stochastic systems // *Lecture notes in math*. V. 294. New York: Springer Verlag, 1972. P. 189–192.

10. Шестаков А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: УРСС, 2007.

11. Меренков Ю.Н. Устойчивоподобные свойства дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. Монография. М.: Изд-во РУДН, 2000.

12. Масина О.Н. О существовании решений дифференциальных включений // *Дифференц. уравнения*. 2008. Т. 44. № 6. С. 845–847.

13. Павлоцкий И.П., Суслин В.М. Стохастическая модель эволюции популяции в пространстве // *Математическое моделирование*. 1994. Т. 6. № 3. С. 9–24.

14. Геворкян М.Н., Демидова А.В., Егоров А.Д. и др. Влияние стохастизации на одношаговые модели // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика»*. 2014. № 1. С. 71–85.

## STABILITY ANALYSIS OF MULTIDIMENSIONAL POPULATIONS DYNAMICS MODELS ON THE BASIS OF REDUCTION PRINCIPLE

*Druzhinina O.V., Masina O.N.*

*FRC CSC RAS, ICS RAS, ovdruzjh@mail.ru  
Bunin Yelets State University, olga121@inbox.ru*

*The method of design of multidimensional nondeterministic models of populations interaction is offered. The stability conditions are obtained on the basis of the reduction principle of the stability problem of solutions of differential inclusion to the stability problem of solutions of other types of equations. The obtained results can find application at the comparing of qualitative properties of models for the determined and nondeterministic cases.*  
Key words: model of population dynamics, stability, differential inclusions, stochastic model, principle of the reduction.

Work supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 15-07-08795).

## К ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА СОСТАВА ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА

*Емельянова Е.Ю., Исмаилов И.И., Петров В.А.,  
Попова Е.В., Савин А.С., Хохлов А.А.*

*Российский Университет Дружбы Народов  
lakamb@bk.ru, vpetrov@mahuru.ru, Evlap\_0852@mail.ru,  
asavin@mahuru.ru, alex@ahohlov.name*

*Задача определения состава тела человека неинвазивными методами является чрезвычайно актуальной на данный момент и имеет применение во многих областях – спортивная медицина, фитнес, диагностическая медицина, разработка бытовой электроники и другие. Необходимо отметить, что последние достижения в области анализа состава тела человека позволяют диагностировать некоторые виды рака и заболеваний крови [1]. В своей работе авторы рассматривают существующие подходы к решению задачи, существующие типы оборудования для проведения исследований и предлагают к обсуждению новый.*

Ключевые слова: электрический импеданс, эквивалентные схемы замещения, биоимпеданс.

### Введение

Задача анализа состава тела человека не является принципиально новой и решается теми или иными способами достаточно давно. Классический метод [2] заключается в том, что через тело человека пропускают слабый электрический ток высокой частоты и измеряются активное и реактивное сопротивление. Проводятся неоднократные измерения для набора частот, и по результатам измерений с помощью разработанной Августом Луи Томасеттом методики делается вывод о составе тела человека – процент воды, жира, костной и мышечной массы в теле человека.

### Определение состава тела человека

Математическая модель в данном подходе основана на эквивалентных электрических схемах. То есть, участок тела человека, через который протекает электрический ток (например, левая нога – правая нога или левая нога – правая рука), упрощенно представляется в виде электрической схемы из резисторов и конденсаторов. Протекание тока через такие схемы легко имитировать, что позволяет использовать модель для сопоставления с результатами реальных измерений и анализа.

Оборудование для данного измерения представляет собой устройство, которое называется биоимпедансный анализатор. Существует много разновидностей таких анализаторов, от недорогих (например, бытовые напольные весы с функцией определения состава тела, имеют всего два электрода) и до стационарных дорогостоящих аппаратов, которые позволяют производить точные измерения в широком диапазоне частот и получать в результате различные диагностические данные помимо соотношения количества тканей разных типов в организме.

Проблему данного подхода авторы видят в следующем:

- точность анализа напрямую зависит от качества и, как следствие, стоимости оборудования. Точный экспресс-анализ практически недоступен – необходимо посещение диагностического центра со стационарным оборудованием, что автоматически делает процедуру не массовой и дорогостоящей. Бытовые же приборы не обеспечивают хоть сколько-нибудь приемлемой точности измерений и кроме приближенного состава тела более ни для чего не могут использоваться (например, для экспресс-диагностики каких-либо заболеваний на ранних стадиях).

- физическая и, как следствие, математическая модели изначально сильно упрощены и не учитывают большое количество факторов, среди множества которых можно отметить,

например, неоднородность состава тела человека, анизотропию, точечные электроды и другие факторы.

Существует определенный класс методов, основанный на решении волнового уравнения, которое выводится из уравнений Максвелла, моделирующих в общем виде распространение электромагнитных волн. На данный момент, насколько известно по открытым источникам, не реализован до продуктивного состояния (в частности, в оборудовании). Также у него есть недостаток – решаются скалярные волновые уравнения, не учитывающие реальной анизотропии при распространении электрического тока, которая возникает вследствие неоднородности состава тела человека.

Еще один класс подходов основан на методах конечно-разностных элементов, что позволяет моделировать распространение электрического тока более точно.

### Предлагаемый подход

Авторами предлагается общий путь для решения системы уравнений Максвелла в отсутствие объемных зарядов с материальными уравнениями, в которых магнитная проницаемость скалярно равна единице, а диэлектрическая проницаемость является тензором, что позволит учесть анизотропию.

Непосредственно для анализа будет необходимо решить обратную задачу восстановления диэлектрической проницаемости по результатам измерений, для чего предлагается использовать имеющиеся в авторском коллективе методики, примененные ранее в других работах [3]

Численные алгоритмы адаптируются для работы на процессорах, которые часто используются в мобильных и носимых устройствах, что позволит впоследствии создавать оборудование, которое будет осуществлять экспресс-диагностику без необходимости посещения медицинских центров, при этом результаты анализа будут обладать достаточной точностью. Все расчеты, которые требуют серьезных вычислительных мощностей, будут осуществляться в облаке, с которым носимое устройство будет связываться через Интернет.

### Литература

1. Николаев Д.В. Биоимпедансный анализ состава тела человека/ А. В. Смирнов И. Г. Бобринская С. Г. Руднев – М.: Наука, 2009. — 392 с. — ISBN 978-5-02-036696-1 (в пер.).
2. Rubén Buendía Cole function and conductance-based parasitic capacitance compensation for cerebral electrical bioimpedance measurements /Kaj Lindecrantz, Fernando Seoane// Annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society. Conference - AUGUST 2012
3. Хохлов А.А. Устойчивый метод восстановления тензора диэлектрической проницаемости по спектрофотометрическим данным. Письма в ЭЧАЯ. 2011, Т.8 №5 (168). С. 828-832.
4. Савин А.С. Оптимизация алгоритма Singular Spectrum Analysis для ARM процессоров мобильных устройств. /Хохлов А.А.// Интернет-журнал «Науковедение», выпуск 2, март-апрель 2014.
5. Мартиросов Э.Г. Технологии и методы определения состава тела человека/ Д. В. Николаев С. Г. Руднев - М.: Наука, 2006. — 248 с. — ISBN 5-02-035624-7 (в пер.).
6. Зуев А.Л. Эквивалентные электрические модели биологических объектов/ В.Ю. Мишланов, А.И. Судаков, Н.В. Шакиров, А.В. Фролов // Российский журнал биомеханики. 2012. Т. 16, № 1 (55): 110–120.

## TO THE PROBLEM OF ANALYZING THE COMPOSITION OF THE HUMAN BODY

*Emelianova E.U., Ismailov I.I., Petrov V.A., Popova E.V.,  
Savin A.S., Khohlov A.A.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)  
lakamb@bk.ru, vpetrov@mahuru.ru, Eylap\_0852@mail.ru,  
asavin@mahuru.ru, alex@ahohlov.name*

*The task of determining the composition of the human body by non-invasive methods is extremely relevant at the moment and has applications in many areas - sports medicine, fitness, diagnostic medicine, development of consumer electronics and others. It should be noted that recent advances in the analysis of the composition of the human body can diagnose certain types of cancer and blood diseases. In their work, the authors examine existing approaches to solving the problem and existing types of equipment for research and propose a new approach for discussion.*

Key words: electrical impedance, equivalent replacement circuits, bioimpedance.

## ОБ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ БЕСКОНЕЧНО ТОНКОГО ТЕЛА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Ермачкова А.В. Пономаренко Е.Ю.

Российский университет дружбы народов, elaneev@yandex.ru, pomomarenko.e.yu@gmail.com

*Дано решение одного из вариантов линейной обратной задачи потенциала для бесконечно тонкого тела, помещенного в двуслойную среду. Для построения устойчивого приближенного решения использован метод регуляризации Тихонова.*  
 Ключевые слова: некорректно поставленная задача, обратная задача потенциала, метод регуляризации Тихонова.

### Введение

Рассматривается линейный вариант обратной задачи потенциала, вообще говоря, нелинейной. Задача становится линейной для бесконечно тонких тел и связана с задачей продолжения поля потенциала [1]. Для тел постоянной толщины, также возможна линейная постановка [2]. Здесь рассматривается случай, когда тело помещено в двуслойную среду. Задача некорректно поставлена, сведена к интегральному уравнению и для построения ее устойчивого приближенного решения используется метод регуляризации Тихонова.

### Постановка задачи.

Рассмотрим следующую задачу:

$$D^\infty = \{(x, y, z): -l_x < x < l_x, -l_y < y < l_y, -\infty < z < \infty\} \quad (1)$$

$$\Delta\varphi(M) = -4\pi\rho(M), \quad M \in D \quad (2)$$

$$\varphi|_{x=0, l_x} = 0; \quad \varphi|_{y=0, l_y} = 0 \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = E_z^0 \quad (4)$$

$$\varphi \rightarrow 0 \text{ при } z \rightarrow -\infty. \quad (5)$$

Плотность источников имеет вид:

$$\rho = \rho_1 + \rho_0, \quad (6)$$

$$\rho_0 = \delta(z - H)\chi_D. \quad (7)$$

$\chi_D$ - характеристическая функция области  $D$  в плоскости  $z = H$ .

$$\rho_1 = \begin{cases} \rho_2 = \text{const} & 0 < z < H \\ \rho_3 = \text{const} & H < z < \infty \end{cases} \quad (8)$$

Будем считать, что  $\rho_1$  и  $E_z^0$  - известные функции, а  $\rho_0$  неизвестна.

Поставим задачу восстановления функции  $\rho_0$  по функциям  $E_z^0$  и  $\rho_1$

Если параметр  $H$  известен, то задача состоит в восстановлении характеристической функции  $\chi(D)$  области  $D$ . Эта задача в свою очередь сведена к интегральному уравнению первого рода:

$$\int_{\Pi(H)} K(M, P) \chi_D(P) d\sigma_p = E_z^0(P) - E_z^p(P), \quad p \in \Pi(0) \quad (9)$$

где  $-E_z^p$  составляющая поля потенциала, связанная с плотностями  $\rho_2, \rho_3$ .

Так как задача некорректно поставлена по отношению к заданию функций  $E_z^0, \rho_2, \rho_3$ , то в качестве приближенного решения выбираем экстремаль функционала Тихонова:

$$\|Kw d\sigma - E_z^0\|_{L_2(\Pi(0))}^2 + \alpha \|w\|_{L_2(\Pi(H))}^2 \quad (10)$$

Экстремаль получена как решение уравнения Эйлера для функционала  $M^\alpha[w]$  методом Фурье.

### Выводы

Доказана сходимость приближенного решения к точному.

### Литература

1. Ланев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: учебное пособие // М. Изд-во РУДН, 2006.
2. Ланев Е.Б., Муратов М.Н., Пономаренко Е.Ю., Бааж О. Об одной линейной обратной задаче потенциала для тел постоянной толщины // Вестник ТГУ, т. 21, вып. 6, 2016. С. 2019-2025. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2019-2025.

## INVERSE PROBLEM FOR THE NEWTONIAN POTENTIAL FOR INFINITELY THIN BODY IN STRATIFIED MEDIA

Yermachkova A. V., Ponomarenko E.Y.

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation, elaneev@yandex.ru,  
ponomarenko.e.yu@gmail.com

*The decision of one of the variants of the linear inverse problem of the potential for infinitely thin body, placed in a bilayer environment. For constructing stable approximate solution is used the regularization method of Tikhonov.*

Key words: ill-posed problem, inverse problem of the potential, method of Tikhonov regularization



## ЭЛЕМЕНТЫ ДИАГРАММНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Ефери́на Е. Г., Кулябов Д. С.

Российский университет дружбы народов,  
eg.eferinal@gmail.com, kulyabov\_ds@rudn.university

*Описывается диаграммная техника, которая позволяет формализовать и использовать несколько подходов стохастизации одношаговых процессов.*

Ключевые слова: стохастические дифференциальные уравнения, основное кинетическое уравнение, диаграммная техника, диаграммы Фейнмана.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-01-00628, 15-07-08795, 16-07-00556. Также публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### Введение

Диаграммная методика представляет собой набор правил, по которым исходя из начальной задачи, формализованной как одношаговые процессы, строятся диаграммы. Каждый элемент диаграммы несет фактор и дает определенный вклад, что позволяет легко получить модельные уравнения, не производя никаких вычислений, а имея лишь постановку задачи.

Когда модель записана в виде одношаговых процессов, следует далее формализовать этот процесс в виде схем взаимодействия. Каждой схеме взаимодействия приписывается собственная семантика. Эта семантика приводит непосредственно к основному кинетическому уравнению. Однако основное кинетическое уравнение [1, 2] имеет обычно достаточно сложную структуру, что затрудняет его решение и исследование.

Тогда при исследовании возможны два пути:

- вычислительный подход — решение основного кинетического уравнения, например по теории возмущений [3];
- модельный подход — получение приближённых моделей в виде уравнений Фоккера-Планка и Ланжевена.

Вычислительный подход позволяет получать конкретное решение для изучаемой модели. Модельный подход дает возможность получить модели, которые удобно исследовать численно и качественно.

### Диаграммная техника

Опишем предлагаемую нами диаграммную технику для стохастизации одношаговых процессов. Одношаговые процессы будем описывать с помощью схем взаимодействия:

$$I_j^{i\alpha} \varphi^j \delta_i \xrightleftharpoons[\leftarrow^{k_\alpha}]{\rightarrow^{+k_\alpha}} F_j^{i\alpha} \varphi^j \delta_i. \quad (1)$$

Будем записывать схемы взаимодействия в виде диаграмм. Каждой схеме взаимодействия (1) соответствует пара диаграмм (рис. 1,2) для прямого и обратного взаимодействия соответственно.

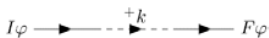


Рис. 1. Прямое взаимодействие



Рис. 2. Обратное взаимодействие

Диаграмма состоит из следующих элементов.

- Входящие линии (на рис. 1 обозначено сплошной линией). Эти линии направлены к линии взаимодействия. Линия помечается количеством и типом взаимодействующих сущностей. Можно записывать по одной сущности на линию или группировать их.

– Исходящие линии (на рис. 1 обозначено сплошной линией). Эти линии направлены от линии взаимодействия. Линия помечается количеством и типом взаимодействующих сущностей. Можно записывать по одной сущности на линию или группировать их.

– Линия взаимодействия (на рис. 1 обозначено пунктирной линией). Направление времени обозначено стрелкой. Линия помечается коэффициентом интенсивности взаимодействия.

Каждой линии приписывается определённый фактор, а результирующее выражение получается перемножением этих факторов.

При применении операторного подхода с помощью диаграмм взаимодействия мы получаем оператор Лиувилля. Каждой линии присвоим соответствующий фактор. Результирующий членом будет получен из нормального произведения факторов.

Будем использовать следующие факторы для каждого типа линий (рис. 3, 4).



Рис. 3. Прямое взаимодействие (операторный подход)



Рис. 4. Обратное взаимодействие (операторный подход)

– Входящая линия. Линия соответствует выводу одной сущности из системы. Следовательно, ей соответствует оператор уничтожения  $a$ . Очевидно, что комбинированной линии мощности  $I$  соответствует оператор  $\alpha^l$ .

– Исходящая линия. Линия соответствует появлению в системе новой сущности. Следовательно, ей соответствует оператор рождения  $\pi$ . Очевидно, что комбинированной линии мощности  $F$  соответствует оператор  $\pi^F$ .

– Линия взаимодействия. Этой линии соответствует собственно коэффициент интенсивности взаимодействия.

То есть, для диаграммы мы получим фактор  $+k\pi^F\alpha^l$ . Однако при этом нарушается соотношение, задающее изменение состояния. Чтобы исправить такое положение, мы должны вычесть количество сущностей, вступивших во взаимодействие, помноженное на интенсивность взаимодействия. Тогда получим следующий член оператора Лиувилля:

$$+k\pi^F\alpha^l - +k\pi^l\alpha^l = +k(\pi^F - \pi^l)\alpha^l. \tag{2}$$

Для обратных взаимодействий (рис. 3) используются эти же правила.

Для учёта дополнительного фактора (2) будем использовать расширенные диаграммы (см. рис. 4). Здесь из нормального произведения числителей вычитается нормальное произведение знаменателей. Таким образом, схеме (1) соответствует оператор Лиувилля:

$$L = \sum_{\alpha, i} \left[ +k_{\alpha} \left( (\pi_i)^{F_{i\alpha}} - (\pi_i)^{l_{i\alpha}} \right) (\alpha_i)^{i_{i\alpha}} + -k_{\alpha} \left( (\pi_i)^{i_{i\alpha}} - (\pi_i)^{F_{i\alpha}} \right) (\alpha_i)^{F_{i\alpha}} \right].$$

Комбинаторный подход мы используем для получения основного кинетического уравнения в представлении векторов состояния. В этом подходе с помощью диаграмм мы получаем интенсивности перехода. Они, как и в случае операторного подхода, получаются путём перемножения факторов диаграммы.

Однако, структура основного кинетического уравнения сложнее, чем оператор Лиувилля. В представлении векторов состояния присутствуют аддитивные члены в аргументах функций. Поэтому мы не можем использовать лишь произведение факторов.

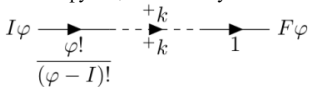


Рис. 5. Прямое взаимодействие (комбинаторный подход)

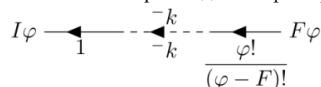


Рис. 6. Обратное взаимодействие (комбинаторный подход)

Будем использовать следующие факторы для каждого типа линий.

– Входящая линия. Если все линии соответствуют разным векторам состояний, то фактором каждой линии будет соответствующий ей вектор состояний. Если же присутствуют несколько линий, соответствующих одному вектору состояний, то первой линии соответствует собственно вектор состояния ( $\varphi$ ), второй линии соответствует значение  $\varphi - I$ , поскольку первая линия уменьшила количество сущностей данного типа в системе на единицу, и так далее. То есть для комбинированной линии можно записать фактор в следующем виде:

$$\frac{\varphi!}{(\varphi - I)!}$$

– Исходящая линия. Не даёт мультипликативного вклада. Однако служит для получения коэффициента шага  $r$ :

$$r = F - I.$$

– Линия взаимодействия. Этой линии соответствует собственно коэффициент интенсивности взаимодействия. Кроме того, нам понадобятся учитывать интенсивности перехода для предыдущего и последующего шагов:

Для обратных взаимодействий (рис. 6) используются эти же правила.

### Выводы

Описана диаграммная техника стохастизации одношаговых процессов, показано формализация на примере комбинаторного и операторного процессов.

### Литература

1. Demidova A.V., Korolkova A.V., Kulyabov D.S., Sevastianov L.A. The method of stochastization of one-step processes // *Mathematical Modeling and Computational Physics*. – Dubna : JINR, 2013. – P. 67.
2. Korolkova A.V., Eferina E.G., Laneev E.B. et al. Stochastization of one-step processes in the occupations number representation // *Proceedings – 30th European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2016*. – 2016. – Pp. 698-704.
3. Hnatic M, Eferina E.G., Korolkova A.V., Kulyabov D.S. et al. Operator Approach to the Master Equation for the One-Step Processes // *EPJ Web Conferences*. – 2016. – Vol. 108. – P. 02027. – 1603.02205.

## ELEMENTS OF THE DIAGRAM TECHNIQUE FOR STATISTICAL MODELS

*Eferina E.G., Kulyabov D.S.*

*Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),  
eg.eferinal@gmail.com, kulyabov\_ds@rudn.university*

*We describe an diagram technique that allows to formalise and use several stochastisation approaches for one-step processes.*

Key words: stochastic differential equations; a master equation; a diagrammatic technique, Feynman diagrams.

The work is partially supported by RFBR grants No's 14-01-00628, 15-07-08795 and 16-07-00556. Also the publication was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (the Agreement No 02.A03.21.0008).

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО РЕЖИМА В СИСТЕМАХ С УПРАВЛЕНИЕМ

Завозина А.В., Мухина Д.Б.

*Российский университет дружбы народов, dasha.muhina@rambler.ru, zavozinaa@bk.ru*

**В системах с управлением потоком возникает задача определения области возникновения автоколебательного режима. В работе демонстрируется применение метода гармонической линеаризации для поиска коэффициентов линеаризации по методу Найквиста, что в дальнейшем позволит исследовать основные свойства параметров системы.**

Ключевые слова: автоколебательный режим, гармоническая линеаризация.

### Введение

Рассматриваются четыре алгоритма семейства RED [1]: классический RED, Double Slope RED, Gentle RED и State Dependent RED. Для каждого алгоритма регулирования состояния потока приводится функция  $p(\hat{q})$  сброса пакетов, зависящая от экспоненциально взвешенного скользящего среднего размера длины очереди  $\hat{q}$  и пороговых значений  $q_{min}$  и  $q_{max}$ . К данной функции применяется метод гармонической линеаризации и определяются коэффициенты гармонической линеаризации  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$  для критерия Найквиста [2] определения устойчивости поведения системы [3].

### Определение коэффициентов гармонической линеаризации

Для модели модуля RED функция  $p(\hat{q})$  выглядит следующим образом:

$$p(\hat{q}) = \begin{cases} 0, & 0 < \hat{q} \leq q_{min}, \\ \frac{\hat{q} - q_{min}}{q_{max} - q_{min}} p_{max}, & q_{min} < \hat{q} \leq q_{max}, \\ 1, & \hat{q} > q_{max}. \end{cases} \quad (1)$$

Применим метод гармонической линеаризации к функции  $p(\hat{q})$ :

$$\delta p(\hat{q}, t) = \begin{cases} 0, & 0 < \hat{q} \leq q_{min}, \\ \frac{p_{max}}{q_{max} - q_{min}}, & q_{min} < \hat{q} \leq q_{max}, \\ 0, & \hat{q} > q_{max}. \end{cases} \quad (2)$$

и получим следующие значения коэффициентов гармонической линеаризации  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$  для критерия Найквиста:

$$\kappa(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{max}}{q_{max} - q_{min}} \cdot \left( \sqrt{\frac{1 - q_{max}^2}{A^2}} - \sqrt{\frac{1 - q_{min}^2}{A^2}} \right), \quad \kappa'(A) = \frac{4 \cdot p_{max}}{A^2\pi} \quad (3)$$

В алгоритме Double Slope RED помимо значений  $q_{min}$  и  $q_{max}$  вводится дополнительное значение  $q_{mid}$ . Функция  $p(\hat{q})$  будет зависеть уже от двух линейных частей с углами наклона  $\alpha$  и  $\beta$ , которые регулируются задаваемым селектором режимов  $\gamma$ :

$$p(\hat{q}) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{min}, \\ \alpha(\hat{q} - q_{min}), & q_{min} \leq \hat{q} < q_{mid}, \\ 1 - \gamma + \beta(\hat{q} - q_{mid}), & q_{mid} \leq \hat{q} < q_{max}, \\ 1, & \hat{q} \geq q_{max}, \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{2(1-\gamma)}{q_{max} - q_{min}}, \quad \beta = \frac{2\gamma}{q_{max} - q_{mid}}.$$

Линеаризуем функцию:

$$\delta p(\hat{q}, t) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{\min}, \\ \frac{2(1-\gamma)}{q_{\max} - q_{\min}}, & q_{\min} \leq \hat{q} < q_{\text{mid}}, \\ \frac{2\gamma}{q_{\max} - q_{\min}}, & q_{\text{mid}} \leq \hat{q} < q_{\max}, \\ 0, & \hat{q} \geq q_{\max}, \end{cases} \quad (5)$$

и получим следующие значения  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$ :

$$\kappa_1(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{2(1-\gamma)}{q_{\max} - q_{\min}} \left( \sqrt{1 - \frac{q_{\min}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{q_{\text{mid}}^2}{A^2}} \right), \quad (6)$$

$$\kappa'_1(A) = \frac{4}{A^2\pi} \cdot \frac{2(q_{\text{mid}} - q_{\min})}{q_{\max} - q_{\min}} (1-\gamma), \quad (7)$$

$$\kappa_2(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{2\gamma}{q_{\max} - q_{\min}} \left( \sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{q_{\text{mid}}^2}{A^2}} \right), \quad (8)$$

$$\kappa'_2(A) = \frac{4}{A^2\pi} \cdot \frac{2\gamma(q_{\max} - q_{\text{mid}})}{q_{\max} - q_{\min}}. \quad (9)$$

Для алгоритма Gentle RED функция  $p(\hat{q})$  выглядит следующим образом:

$$p(\hat{q}) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{\min}, \\ \frac{\hat{q} - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}} p_{\max}, & q_{\min} \leq \hat{q} < q_{\max}, \\ \frac{\hat{q} - q_{\max}}{q_{\max}} (1 - p_{\max}) + p_{\max}, & q_{\max} \leq \hat{q} < 2q_{\max}, \\ 1, & \hat{q} \geq 2q_{\max}. \end{cases} \quad (10)$$

Линеаризуем функцию:

$$\delta p(\hat{q}, t) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{\min}, \\ \frac{p_{\max}}{q_{\max} - q_{\min}}, & q_{\min} \leq \hat{q} < q_{\max}, \\ \frac{(1 - p_{\max})}{q_{\max}}, & q_{\max} \leq \hat{q} < 2q_{\max}, \\ 0, & \hat{q} \geq 2q_{\max}. \end{cases} \quad (11)$$

и получим следующие значения  $\kappa(A)$  и  $\kappa'(A)$ :

$$\kappa_1(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{q_{\max} - q_{\min}} \left( -\sqrt{1 - \frac{q_{\min}^2}{A^2}} + \sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} \right), \quad \kappa'_1(A) = \frac{4p_{\max}}{A^2\pi}, \quad (12)$$

$$\kappa_2(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{1 - p_{\max}}{q_{\max}} \left( \frac{2(A^2 - q_{\max}^2)}{A^2} - 1 - \sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} \right), \quad (13)$$

$$\kappa'_2(A) = \frac{4}{A^2\pi} \cdot (1 - p_{\max}) \left( 2\sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} - 1 \right). \quad (14)$$

Для алгоритма State Dependent RED вводится значение  $R$  – емкость буфера. Функция  $p(\hat{q})$  выглядит так:

$$p(\hat{q}) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{\min}, \\ \frac{\hat{q} - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}} p_{\max}, & q_{\min} \leq \hat{q} < q_{\max}, \\ \frac{\hat{q} - q_{\min}}{(q_{\max} + 0,1R) - q_{\min}} p_{\max}, & q_{\max} \leq \hat{q} < 0,7R, \\ \frac{\hat{q} - q_{\min}}{(q_{\max} + 0,2R) - q_{\min}} p_{\max}, & 0,7R \leq \hat{q} < 0,8R, \\ \frac{\hat{q} - q_{\min}}{(q_{\max} + 0,3R) - q_{\min}} p_{\max}, & 0,8R \leq \hat{q} < 0,9R, \\ 1, & 0,9R \leq \hat{q} \leq R. \end{cases} \quad (15)$$

Линеаризованная система:

$$\delta p(\hat{q}, t) = \begin{cases} 0, & \hat{q} < q_{\min}, \\ \frac{p_{\max}}{q_{\max} - q_{\min}}, & q_{\min} \leq \hat{q} < q_{\max}, \\ \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,1R) - q_{\min}}, & q_{\max} \leq \hat{q} < 0,7R, \\ \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,2R) - q_{\min}}, & 0,7R \leq \hat{q} < 0,8R, \\ \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,3R) - q_{\min}}, & 0,8R \leq \hat{q} < 0,9R, \\ 0, & 0,9R \leq \hat{q} \leq R. \end{cases} \quad (16)$$

$$\kappa_1(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{q_{\max} - q_{\min}} \left( \sqrt{1 - \frac{q_{\min}^2}{A^2}} - \sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} \right), \quad \kappa'_1(A) = \frac{4}{A^2\pi} \cdot p_{\max}, \quad (17)$$

$$\kappa_2(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,1R) - q_{\min}} \left( \sqrt{1 - \frac{q_{\max}^2}{A^2}} - \cos(0,7R) \right), \quad (18)$$

$$\kappa'_2(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,1R) - q_{\min}} \left( \sin(0,7R) - \frac{q_{\max}}{A} \right), \quad (19)$$

$$\kappa_3(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,2R) - q_{\min}} (\cos(0,7R) - \cos(0,8R)), \quad (20)$$

$$\kappa'_3(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,2R) - q_{\min}} (\sin(0,8R) - \sin(0,7R)), \quad (21)$$

$$\kappa_4(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,3R) - q_{\min}} (\cos(0,8R) - \cos(0,9R)), \quad (22)$$

$$\kappa'_4(A) = \frac{4}{A\pi} \cdot \frac{p_{\max}}{(q_{\max} + 0,3R) - q_{\min}} (\sin(0,9R) - \sin(0,8R)). \quad (23)$$

### Заключение

С помощью метода гармонической линеаризации получены уравнения для применения критерия Найквиста по определению параметров автоколебания системы. В дальнейшем планируется исследовать эти параметры с помощью программного комплекса, реализующего критерий Найквиста.

### Литература

1. Королькова А.В., Кулябов Д.С., Черноиванов А.И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2009. – №3. – С. 34-46.
2. Nyquist H. Regeneration Theory // Bell System Technical Journal. — 1932. — Vol. 11, № 1. — P. 126–147.
3. Hollot C. V. V., Misra Vishal, Towsley Don. A control theoretic analysis of RED // Proceedings IEEE INFOCOM 2001. Conference on Computer Communications. Twentieth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Society (Cat. No.01CH37213). — Vol. 3. — IEEE, 2001. — P. 1510–1519.

## USING OF HARMONIC LINEARIZATION METHOD TO DETERMINE THE VALUE PARAMETERS OF SELF- OSCILLATORY REGIME IN THE SYSTEM WITH A CONTROL

Zavozina A.V., Mukhina D.B.

People's Friendship University of Russia, [dasha.muhina@rambler.ru](mailto:dasha.muhina@rambler.ru), [zavozinaa@bk.ru](mailto:zavozinaa@bk.ru)

*The problem of determining of the area of occurrence of self-oscillation mode arises in the systems with flow control. The paper demonstrates the application of the method of harmonic linearization for researching the coefficients of linearization on the Nyquist method that in the future will allow to explore the key features of the system parameters.*

Keywords: self-oscillating regime, harmonic linearization.

## ЦЕПИ МАРКОВА ВЫСШЕГО ПОРЯДКА, ИХ ПРИМЕНЕНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ В R

Зайцева А.А.<sup>1</sup>, Зарядов И.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,  
anna-z96@mail.ru, zaryadov\_is@rudn.university

*Представлены основные понятия цепей Маркова высшего порядка и области их применения, приведен пример построения и анализа цепи Маркова высшего порядка в пакете R*

Ключевые слова: цепь Маркова высшего порядка, сложные цепи Маркова, пакет R

### Введение

Процессы, описываемые цепями Маркова (ЦМ) играют важную роль при построении моделей систем массового обслуживания, а также при моделировании и выборе стратегий управления социально-экономическими процессами. Однако, для более сложных моделей прогнозирования и анализа используются цепи Маркова высшего порядка (ЦМВП) (сложные цепи Маркова), которые учитывают предыдущие состояния системы.

### Математическая модель цепей Маркова высшего порядка

Рассмотрим последовательность  $X_n = \{X_1, X_2, \dots, X_t\}$ ,  $t \in N$ , где  $N$  принимает одно из следующих значений:  $M = \{1, 2, \dots, m\}$ .

Цепью Маркова  $k$ -го порядка называется случайный процесс, обладающий следующим свойством:

$$P\{X_t = j_t | X_{t-1} = j_{t-1}, X_{t-2} = j_{t-2}, \dots, X_1 = j_1\} = \\ = P\{X_t = j_t | X_{t-1} = j_{t-1}, \dots, X_{t-k} = j_{t-k}\} = p_{j_{t-k}, \dots, j_t}$$

где  $P = [p_{j_1, \dots, j_{k+1}}]$  – матрица вероятностей переходов размерности  $(k+1)$ .

Такая модель цепи Маркова  $k$ -го порядка имеет  $(m-1)m^k$  независимых параметров. Основная проблема – экспоненциальный рост числа параметров относительно порядка  $k$  модели, что препятствует использованию ЦМВП порядка  $k$  в их основном виде.

Поэтому в [1] предложена модель ЦМВП, записанная следующим образом:

$$P(X_n = j_0 | X_{n-1} = j_1, \dots, X_{n-k} = j_k) = \sum_{i=1}^k \lambda_i q_{j_0 j_i}$$

где  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$  и  $Q = [q_{ij}]$  – это матрица переходных вероятностей, причем верно:

$$0 \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i q_{j_0 j_i} \leq 1, \quad j_0, j_i \in M$$

Общее число независимых параметров в этой модели равно  $(k+m^2)$ . Оценки параметров этой модели ( $\lambda_i$  и  $q_{ij}$ ) могут быть получены с помощью метода максимального правдоподобия.

Расширение модели [1] представлено в работе [2], где введена переменная  $Q_i$  (матрица переходных вероятностей процесса за  $i$  шагов), тогда:

$$X_{n+k+1} = \sum_{i=1}^k \lambda_i Q_i X_{n+k+1-i}$$

где  $X_{n+k+1-i}$  – распределение вероятностей в момент времени  $(n+k+1-i)$ . Добавлено требование неотрицательности весов  $\lambda_i$ . Общее число независимых параметров в этом случае равно  $(k+km^2)$ . В работе [2] приведен метод оценки параметров этой модели.

**Утверждение.** Если матрицы  $Q_i$  неразложимы и веса удовлетворяют условиям



$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \text{ и } \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$$

тогда рассматриваемая модель имеет стационарное распределение  $\bar{X}$  при  $n \rightarrow \infty$  независимо от исходных состояний  $X_0, X_1, \dots, X_{k-1}$ . Стационарное распределение  $\bar{X}$  также является единственным решением следующей системы линейных уравнений:

$$\left( I - \sum_{i=1}^n \lambda_i Q_i \right) \bar{X} = 0 \text{ и } 1^T \bar{X} = 1$$

Здесь  $I$  – единичная матрица  $m \times m$  ( $m$  – число возможных состояний в каждой точке), а  $1$  – единичный вектор  $m \times 1$ .

### Применение цепей Маркова высшего порядка

Цепи Маркова высшего порядка широко используются в разнообразных областях для прогнозирования и моделирования элементов систем.

Марковские модели часто применяются в моделировании экологических систем [3]. Если развитие экологической системы определяется текущим ее состоянием и не зависит от того, каким путем она пришла в это состояние, то мы имеем дело с простой Марковской цепью первого порядка. В тех же случаях, когда условные переходные вероятности зависят от нескольких моментов времени, процесс описывается ЦМВП. К числу экологических проблем, решаемых с помощью этих моделей, относятся: прогноз погоды, оценка загрязнения атмосферы, изменение ландшафта и другие.

В [4] ЦМВП используется в математической модели скорости ветра, если она содержит вероятности перехода от одних скоростей к другим, то есть вероятности снижения или усиления ветра. В этом случае ЦМВП устанавливает соответствие между заранее известной последовательностью изменения скорости ветра в прошлом и определённым состоянием в будущем.

ЦМВП могут быть использованы в моделировании криптографических генераторов [5].

Для описания цепей Маркова высшего порядка в литературе также применяется термин «сложные цепи Маркова». В [6] рассмотрено применение сложных цепей Маркова при прогнозировании современных финансовых рынков на примере рынка FOREX.

### Программная реализация

Для создания и работы с различными цепями Маркова на языке R разработан пакет **markovchain** [7] (однородные и неоднородные цепи Маркова, цепи Маркова высших порядков, условные распределения ЦМ).

Функция **fitHigherOrder** позволяет работать с цепями Маркова высших порядков. В качестве аргументов этой функции задается последовательность наблюдаемых состояний ЦМВП и порядок ЦМВП. Функция возвращает вектор стационарного распределения  $X$ , весовые параметры  $\lambda_i$  и матрицы переходных вероятностей  $Q_i$  за  $i$  шагов.

Рассмотрим подробнее синтаксис функции **fitHigherOrder(sequence, order = 2)**

Аргументы:

1. **sequence** – последовательность значений

2. **order** – порядок цепи Маркова

Вычисление стационарного распределения цепи Маркова второго порядка.

```
>require(markovchain)
>sequence <- c("a", "a", "b", "b", "a", "c", "b", "a", "b", "c", "a",
"b", "c", "a", "b", "c", "a", "b", "a", "b")
>fitHigherOrder(sequence)
```

Результат:

Вектор весовых коэффициентов

```
$lambda
```

```
[1] 1.000000e+00 1.626307e-08
```

Список - транспонированные матрицы переходных вероятностей

\$Q

\$Q[[1]]

	a	b	c
a	0.125	0.4285714	0.75
b	0.750	0.1428571	0.25
c	0.125	0.4285714	0.00

\$Q[[2]]

	a	b	c
a	0.1428571	0.5714286	0.25
b	0.4285714	0.2857143	0.75
c	0.4285714	0.1428571	0.00

Стационарное распределение цепи Маркова второго порядка

\$X

	a	b	c
	0.4	0.4	0.2

### Вывод

В работе представлены основные модели ЦМВП, а также показана возможность реализации ЦМВП в пакете R. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00090, 15-07-03406, 15-07-03007) и при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.А03.21.0008).

### Литература

1. *Raftery A.* A Model for High-order Markov Chains // Journal of Royal Statistical Society, Series B. – 1985 – Vol. 47, N 3. – P. 528 – 539.
2. *Ching W., Ng M.* Markov Chains: Models, Algorithms and Applications. – Shanghai, China: Springer, 2006 – 208 p.
3. *Вагер Б.Г.* Стохастическое моделирование в метеорологии // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: межвуз. темат. сб. тр. – СПб: СПбГАСУ, 2013 – том 19 – С. 34 – 39.
4. *Моренко К.С.* Применение цепей Маркова при прогнозировании динамики скорости ветра // Вестник аграрной науки Дона. – 2015 – №3, том 4. – С. 20 – 26.
5. *Мальцев М.В.* Цепи Маркова условного порядка и их применение для моделирования криптографических генераторов // Международный конгресс по информатике: информационные системы и технологии. – Минск: БГУ, 2013. – С. 73 – 77.
6. *Мирошниченко О. А., Андрюхин О. И.* Модели прогнозирования финансовых рынков на основе мультипликативной модели // Материалы III международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Донецк, ДонНТУ – 2012.
7. *Spedicato G. A.* The markovchain Package: A Package for Easily Handling Discrete Markov Chains in R. – 2016 – 258 p.

## HIGHER-ORDER MARKOV CHAINS, APPLICATION AND CONSTRUCTION IN R

Zaytseva A.A.<sup>1</sup>, Zaryadov I.S..<sup>12</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,  
anna-z96@mail.ru, zaryadov\_is@rudn.university

*The main ideas of higher-order Markov chains, areas of application are presented. The realization of higher-order Markov chains in R is described*

Key words: higher-order Markov chains, complex Markov chains, R packet

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СУТОЧНОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В МОСКОВСКОМ РЕГИОНЕ НА ОСНОВЕ СИНГУЛЯРНО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

В.В. Иванов<sup>1,2</sup>, А.В. Крянев<sup>2,1</sup>, Е.С. Осетров<sup>3,1</sup>

<sup>1</sup>Объединенный институт ядерных исследований, post@jinr.ru

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, info@merphi.ru

<sup>3</sup>ФКУ “Ространсmodernизация”, jgurtm@ppp-transport.ru

*Ранее в работе [1] нами было показано, что проблема среднесрочного прогнозирования суточного потребления электроэнергии в Московском регионе может быть успешно решена с помощью искусственной нейронной сети прямого типа – многослойного перцептрона (МСП). При этом на этапе прогнозирования обученного МСП использовался прогноз, реализованный в подходе “Гусеница”-SSA. В настоящей работе исследованы возможности прогнозирования рассматриваемого процесса только на основе метода “Гусеница”-SSA и проведено их сравнение с результатами, полученными с использованием МСП [1].*

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, сингулярно-спектральный анализ, потребление электроэнергии, вейвлет-фильтрация, математические методы прогнозирования.

### Введение

Важную роль в успешном решении задачи прогнозирования суточного потребления электроэнергии с использованием МСП по нашему мнению играют следующие условия: 1) оптимально подобранная архитектура МСП, 2) адекватная структура выборки, подаваемой на вход сети, как на этапе обучения, так и при ее тестировании, 3) оригинально построенные процедуры обучения и прогнозирования сети. Особо следует отметить одну из переменных, подаваемых на вход ИНС, выполняющую роль своеобразной “подсказки” для МСП. Ее значения брались либо из отфильтрованных данных (на этапе обучения сети), или же из прогнозных данных. В данной работе представлено сравнение результатов прогнозирования на основе МСП [1] с тем, чего можно достичь, используя только методику “Гусеница”-SSA.

### Исходные данные, условия и методика прогнозирования

В этой работе исследовался временной ряд, отражающий динамику суточного потребления электроэнергии в Московском регионе за последние 14 лет (всего 5114 наблюдений). Принимая во внимание методику, ранее использованную нами в работах [2, 3], мы исключили из временного ряда наблюдения по выходным - праздничным дням (см. рис 1 в верхней части).

Далее, временной ряд, представленный на рис. 1, также как и в нашей предыдущей работе [1], был подвергнут процедуре вейвлет - фильтрации. Мы исходили из того, что исследуемый временной ряд может быть представлен в виде суммы регулярного процесса и стохастической составляющей, играющей роль высокочастотного шума. Исключение из этих измерений указанного шума позволит нам повысить точность и увеличить перспективу (горизонт) прогноза. Для оценки возможного поведения исходных вейвлет-коэффициентов и горизонта прогноза анализировалось поведение линейной автокорреляционной функции [4]. Реконструированная (на основе 530 коэффициентов) регулярная составляющая временного ряда представлена на рис. 1.

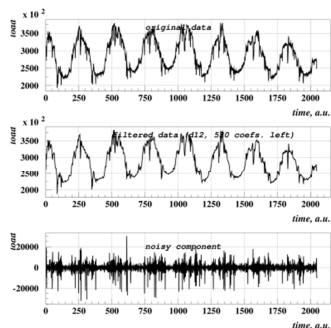


Рис. 1 Сверху-вниз: 1) исходный временной ряд, содержащий данные суточного потребления электроэнергии за 2048 рабочих дня; 2) реконструированная (на основе 530 коэффициентов) регулярная составляющая временного ряда; 3) исключенная из исходного ряда высокочастотная (шумовая) компонента

Проведенная нами процедура фитирования с помощью пакета MINUIT [5] в среде PAW (Physical Analysis Workstation) [6] и учитывая то, что выявленная нами реализации шумовой компоненты близки к гауссовскому закону и симметричны относительно нуля, можно предположить, что отбрасываемый ряд представляет собой белый гауссовский шум (см., например, [7]).

### Прогнозирование методом “Гусеница”-SSA и с помощью нейронной сети

В первом варианте при реализации прогноза методом “Гусеница”-SSA нами выполнялось преобразование временного ряда в траекторную матрицу, затем проводилось сингулярное разложение этой матрицы, анализ результатов ее разложения с помощью метода главных компонент и отбор наиболее значимых компонент, после чего производилась реконструкция одномерного временного ряда на основе отобранных компонент. В качестве входной информации для прогнозирования в программе CaterpillarSSA брался отфильтрованный с помощью вейвлет-фильтрации временной ряд, который был стандартизирован; при реконструкции одномерного ряда использовалась 31 главная компонента - их общий вклад составил 96,89% при доверительном интервале 0,25 (см. рис. 2).

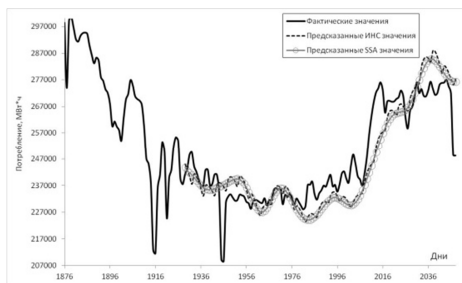


Рис. 2 Фактические и прогнозируемые ИНС и SSA значения суточных объемов потребления электроэнергии на период в 120 дней (в МВт\*ч).

Во втором варианте прогнозирование проводилось с помощью МСП из пакета TMVA 4.2.0 в среде ROOT. После завершения процедуры обучения МСП и фиксации весов оценивалось качество прогноза по последним 120 наблюдениям. Из рис. 2 видно, что оба варианта прогноза достаточно хорошо согласуются друг с другом.

### Выводы

Нами была исследована возможность проведения среднесрочного прогноза суточного потребления электроэнергии на основе методики, реализованной в подходе “Гусеница”-SSA. Наши предположения о том, что в этом случае точность прогноза и его горизонт должны несколько уступать тому, что было получено в работе [1], не оправдались. Проведенные исследования показали, что прогнозирование, реализованное на основе методики “Гусеница”-SSA, хорошо согласуется с результатами работы [1].

### Литература

1. *Иванов В.В., Крынев А.В., Осетров Е.С.* Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в Московском регионе с использованием искусственных нейронных сетей. // Письма в ЭЧАЯ (принята в печать).
2. *Иванов В.В., Осетров Е.С.* Прогнозирование объемов пассажирских перевозок в московском метрополитене с помощью искусственных нейронных сетей. // Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ”, т.5, №1, с. 65-74, 2015.
3. *Иванов В.В., Осетров Е.С.* Прогнозирование пассажиропотока в московском метрополитене на основе нейронных сетей с предварительной фильтрацией анализируемых данных. // Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ”, т.5, №2, с. 162-169, 2015.
4. *Broomhead D.S. and King G.P.* Time-series Analysis // Proc. Roy. Soc. London, 423, 103-110 (1989).
5. *James F. and Roos M.* MINUIT – Function Minimization and Error Analysis // CERN Program Library D506, 1988.
6. *Brun R., Couet O., Vandoni C. and Zanarini P.* PAW - Physics Analysisorkstation // CERN Program Library Q121, 1989.
7. *Голяндина Н.Э., Некруткин В.В., Браулов К.А.* Метод “Гусеница”-SSA: анализ временных рядов // Gistat Group, <http://www.gistatgroup.com/gus/>.

## FORECASTING THE DAILY ELECTRICITY CONSUMPTION IN THE MOSCOW REGION ON THE BASIS OF THE SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS

*V.V. Ivanov<sup>1,2</sup>, A.V. Kryanev<sup>2,1</sup> and E.S. Osetrov<sup>3,1</sup>*

<sup>1</sup>*Joint Institute for Nuclear Research, post@jinr.ru*

<sup>2</sup>*National Research Nuclear University “MEPhI”, info@mephi.ru*

<sup>3</sup>*FTI “Rostransmodernizatsiya”, fgurtm@ppp-transport.ru*

*Earlier in paper [1] we have shown that the medium-term forecasting of the daily electricity consumption in the Moscow region can be successfully solved by using the artificial neural network of the feed-forward type – a multilayer perceptron (MLP). Wherein on the forecasting stage the trained MLP used data predicted by the method implemented in the “Caterpillar”-SSA approach. Given the fact that this method provides additional opportunities for more detailed study of time processes, in the present study we investigated possibilities of forecasting the process based only on the “Caterpillar”-SSA method and compared them with the results obtained using MLP [1].*

Key words: artificial neural networks, singular-spectral analysis, power consumption, wavelet filtration, mathematical prediction methods, forecast horizon.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Иванов В.В.<sup>2,1</sup>, Крянев А.В.<sup>1,2</sup>, Севастьянов Л.А.<sup>2,3</sup>, Удуюмян Д.К.<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,

<sup>2</sup>Объединенный институт ядерных исследований,

<sup>3</sup>Российский университет дружбы народов, <sup>4</sup>Университет Майами  
ivanov@jinr.ru, a\_v\_kryanev@mtu-net.ru, sevastianov\_la@rudn.university, mathudum@gmail.com

**В докладе используется схема прогнозирования временных рядов, основанная на метрическом анализе. В схеме предусмотрена предварительная фильтрация шумовых компонент. Приведены примеры прогнозирования, показывающие эффективность используемой схемы. Схема позволяет подобрать оптимальное значение размерности прогнозной модели, обеспечивающее в среднем наилучший по точности прогноз.**

Ключевые слова: временные ряды, интерполяция функций многих переменных, метрический анализ, схема прогнозирования, примеры прогнозирования.

Одними из основных задач обработки данных во многих областях являются задачи прогнозирования значений временных процессов. К настоящему времени разработано много различных методов и схем, решающих различные частные задачи прогнозирования временных процессов [1-2]. Ниже приведено краткое описание схемы метрического анализа прогнозирования значений временных рядов [3-5] и её применение для прогноза конкретных временных рядов [6,7].

Схема прогнозирования использует метод интерполяции для функциональной зависимости:

$$Y = F(X_1, \dots, X_m) = F(\bar{X}), \quad (1)$$

где функция  $F(\bar{X})$  неизвестна и подлежит восстановлению, либо в одной точке  $\bar{X}^*$ , либо в совокупности заданных точек на основе известных значений функции  $Y_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , в фиксированных точках  $\bar{X}_k = (X_{k1}, \dots, X_{km})^T$  [3].

Согласно методу интерполяции, основанному на метрическом анализе, интерполяционные значения находятся как решения задач на минимум по  $\bar{z} = (z_1, \dots, z_n)^T$  меры метрической неопределенности [3-5]

$$\sigma_{ND}^2(Y^*; \bar{z}) = (W(\bar{X}^*; \bar{X}_1; \dots; \bar{X}_n) \bar{z}, \bar{z}), \quad (2)$$

а интерполяционное значение определяется линейной комбинацией

$$Y^* = \sum_{i=1}^n z_i Y_i, \quad (3)$$

и дается равенством

$$Y^* = \frac{(W^{-1} \bar{Y}, \bar{1})}{(W^{-1} \bar{1}, \bar{1})}. \quad (4)$$

Матрица метрической  $W$  неопределенности определяется равенством

$$W = \begin{pmatrix} \rho^2(\bar{X}_1, \bar{X}^*)_{\bar{w}} & (\bar{X}_1, \bar{X}_2)_{\bar{w}} & \dots & (\bar{X}_1, \bar{X}_n)_{\bar{w}} \\ (\bar{X}_2, \bar{X}_1)_{\bar{w}} & \rho^2(\bar{X}_2, \bar{X}^*)_{\bar{w}} & \dots & (\bar{X}_2, \bar{X}_n)_{\bar{w}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{X}_n, \bar{X}_1)_{\bar{w}} & (\bar{X}_n, \bar{X}_2)_{\bar{w}} & \dots & \rho^2(\bar{X}_n, \bar{X}^*)_{\bar{w}} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\rho_w^2(\bar{X}_i, \bar{X}^*) = \sum_{k=1}^m w_k (X_{ik} - X_k^*)^2$ ,  $(\bar{X}_i, \bar{X}_j)_{\bar{w}} = \sum_{k=1}^m w_k (X_{ik} - X_k^*) \cdot (X_{jk} - X_k^*)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ .

Рассмотрим функцию времени  $t$   $y = f(t)$  со значениями  $Y_1 = f(t_1), \dots, Y_n = f(t_n)$  для  $t_1 < \dots < t_n \in [t_1, t_n]$ .

Требуется найти прогнозируемое значение  $y_{n+1}$  для  $t_{n+1}$ .

Задачу нахождения прогнозируемого значения  $y_{n+1}$  сведем к задаче интерполяции функции многих переменных с помощью нелинейной авторегрессионной модели [3-5]

$$\begin{aligned} y(t_{m+1}) &= y_{m+1} = F(y_1, \dots, y_m) \\ y(t_{m+2}) &= y_{m+2} = F(y_2, \dots, y_{m+1}) \\ &\dots\dots\dots \\ y(t_N) &= y_N = F(y_{N-m}, \dots, y_{N-1}). \end{aligned}$$

Тогда прогнозирование функции  $y = f(t)$  сводится к интерполяции функции  $m$  переменных  $Y = F(y_1, y_2, \dots, y_m)$  со значениями в  $n-m$  точках

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= (Y_1, \dots, Y_m)^T, \\ \bar{X}_2 &= (Y_2, \dots, Y_{m+1})^T, \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{X}_{n-m} &= (Y_{n-m}, \dots, Y_{n-1})^T. \end{aligned}$$

Прогнозируемое значение  $y_{for} = y_{n+1}$  определяется как интерполяционное значение функции  $Y = F(y_1, y_2, \dots, y_m)$  в точке  $\bar{X}^*$ :

$$y_{n+1} = F(\bar{X}^*) = \frac{(W^{-1} \bar{1}, \bar{Y})}{(W^{-1} \bar{1}, \bar{1})}, \tag{6}$$

где  $\bar{X}^* = (Y_{n-m+1}, \dots, Y_n)^T$ ,  $W^{-1}$  – обратная матрица к  $(n-m) \times (n-m)$  матрице метрической неопределенности,  $\bar{Y} = (Y_{m+1}, \dots, Y_n)^T$  –  $(n-m)$ - мерный вектор значений прогнозируемого временного процесса.

Натуральное число  $m$  определяет размерность пространства векторов  $\bar{X}$  и его значение находится как решение экстремальной задачи [3-5], где

$$m = \arg \min \|\bar{Y} - \bar{Y}_{for}\|. \tag{7}$$

На рис.1 показан один из примеров прогнозирования временного ряда с помощью изложенной выше схемы метрического анализа.

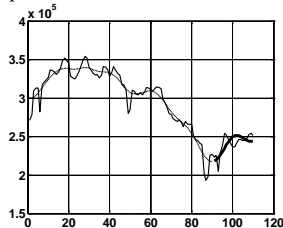


Рис.1. Прогноз на 20 шагов вперед. Сплошная линия – исходный ряд, пунктирная линия – отфильтрованная компонента, сплошная жирная линия – прогноз (оптимальное значение  $m$  равно 20).

### Литература

1. Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A. Analysis of Time Series Structure. SSA and Related Techniques.-Chapman & Hall / CRS, 2001.
2. Крянев А.В., Лукин Г.В. Математические методы обработки неопределенных данных. М.: Наука, Физматлит, 2006.
3. Kryanev A.V., Udumyan D.K. Metric Analysis, Properties and Applications as a Tool for Forecasting. International Journal of Mathematical Analysis. Vol. 8, 2014, no. 60, pp. 2971 – 2978.
4. Kryanev A.V., Udumyan D.K., Lukin G.V., Ivanov V.V. Metric Analysis Approach for Interpolation and Forecasting of Time Processes. Applied Mathematical Sciences, Vol. 8, 2014, no. 22, pp. 1053 – 1060.
5. Крянев А.В., Лукин Г.В., Удумян Д.К. Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2012.
6. Иванов В. В., Крянев А. В., Осетров Е.С. Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в Московском регионе с использованием искусственных нейронных сетей. Письма в ЭЧАЯ, вып.2, 2017.

### FORECASTING TIME SERIES WITH METRIC ANALYSIS

Ivanov V.V.<sup>2,1</sup>, Kryanev A.V.<sup>1,2</sup>, Sevastianov L.A.<sup>2,3</sup>, Udumyan D.K.<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>National research nuclear university "MEPhI"

<sup>2</sup>Joint Institute for Nuclear Research

<sup>3</sup>Russian University of Peoples' Friendship (RUDN University)

<sup>4</sup>University of Miami

ivanov@jinr.ru, a\_v\_kryanev@mtu-net.ru, sevastianov\_la@rudn.university, mathudum@gmail.com

*The report uses a time series prediction scheme based on metric analysis. The scheme provides for preliminary filtering of noise components. Examples of predictions are given showing the efficiency of the scheme used. The scheme allows you to select the optimal value of the dimension of the forecast model, which provides, on average, the best accuracy forecast.*  
Keywords: time series, interpolation of functions of many variables, metric analysis, prediction scheme, forecasting examples.



## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С УПРАВЛЕНИЕМ

Камнев А.В.

Российский университет дружбы народов,  
artkamnev@mail.ru

*Целью данной работы является исследование поведения линейаризованных алгоритмов с управлением.*

Ключевые слова: сетевые технологии, имитационное моделирование, NS-2, RED, DropTail, PI-контроллер, активное управление очередями, TCP/IP.

### Введение

Целью данной работы является исследование линейаризованных моделей алгоритмов управления для оценки качественных и количественных свойств посредством построения моделей в симуляторе NS-2. При проведении экспериментов будут построены графики состояния мгновенной длины очереди и размера TCP-окна.

### Средство моделирования NS-2

В качестве основного симулятора был выбран NS-2, имеющий за собой долгую историю исследований сетевых технологий, предоставляющий богатый функционал для построения моделей различной сложности.

В данной работе рассматриваются алгоритмы активного управления очередями Random Early Detection, DropTail и модуль управления PI-контроллер [2]. Моделирование проводится в симуляторе NS-2, для полноты и точности измерения используется одна и та же модель сети. Топология сети проста [3]: с  $N=35$  источников посылается поток трафика через один центральный участок, исполняющий роль маршрутизатора (R1). На этом узле устанавливается очередь и реализуется алгоритм управления. Проходя через этот узел, все данные отправляются на второй участок (R2), также играющий роль маршрутизатора. Проходя эти участки, трафик отправляется на конечные узлы. На рис.1. представлена схема сети. Съем статистики производится непосредственно во время моделирования с узла-маршрутизатора.

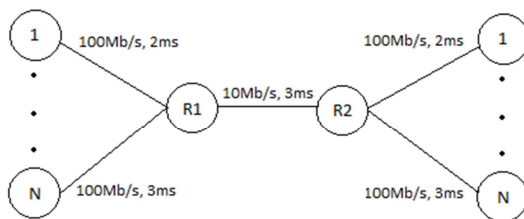


Рис.1. Топология сети.

### Результаты моделирования

На используемой схеме между узлами 2 и 3 устанавливаются различные модули управления очередями. На узлах, выполняющих роль маршрутизаторов установлена очередь в 100 пакетов, задержка сведена к минимуму, дабы исключить ее влияние на построение модели, т. к. скорость обработки поступающих пакетов может довольно сильно изменяться от используемых параметров моделей. Для модуля RED используются параметры минимального и максимального пороговых значений равных

20 и 80 пакетов, для PI-контроллера выбрано значение очереди  $q_{ref} = 50$ . С 35 источников посылаются  $f_{tr}$  потоки. Значение весового коэффициента для алгоритма RED было выбрано равным 0.002. Это значение позволяет достаточно быстро откликаться на изменения очереди. Равно как и в алгоритме RED, линейризованная модель PI-контроллера имеет коэффициенты  $a$  и  $b$ , позволяющие реагировать на изменение очереди и стремиться к заданному значению  $q_{ref}$ . Эти параметры были заданы как 0.002 и -0.002. Значение  $P_{max}$  было выбрано 0.2.

Результаты о состоянии очереди представлены на графике ниже.

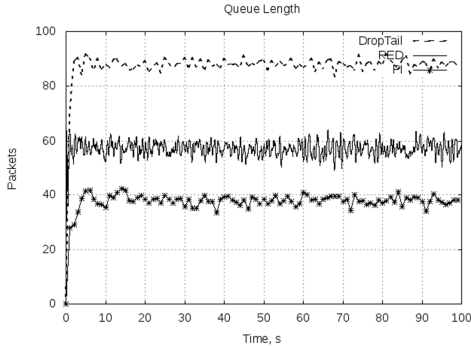


Рис.2. Состояние очереди.

Как видно из рис. 2, наибольшая загруженность проявляется при использовании стандартного алгоритма DropTail. На уровне 60 пакетов очередь держится при использовании RED. Наиболее оптимальное состояние очереди демонстрирует модуль управления PI-контроллер, при котором очередь варьируется на уровне 40 пакетов.

Рассмотрим поведение TCP-окна: как видно на рис. 3 наибольшая амплитуда колебаний состояния окна представляется при использовании PI-контроллера, от 0 до 10 пакетов, минимальная же амплитуда представлена при алгоритме DropTail, здесь изменения колеблются от 3 до 6 пакетов, за редким исключением TCP-окно увеличивается до 10 пакетов. Среднюю амплитуду представляет алгоритм RED, изменяя размер окна от 0 до 6-7 пакетов в окне.

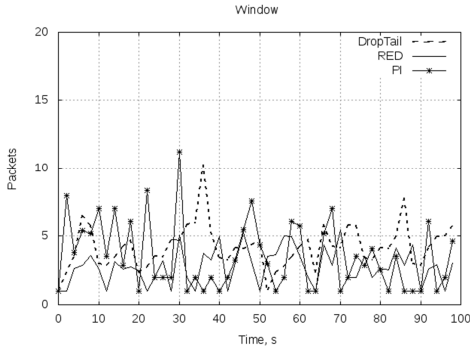


Рис.3. TCP-окно алгоритма DropTail.

### Выводы

В ходе проведения работы было изучено поведение PI-контроллера, алгоритмов RED и DropTail, а именно было получено, что при одинаковых исходных параметрах в моделях, можно проследить схожую динамику качественных свойств среди них, количественное же поведение не может быть оценено по линеаризованным моделям, что непосредственно было продемонстрировано на представленных выше графиках.

### Литература

1. *Floyd S., Jacobson V.* Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1993. — Vol. 1, no. 4. — P. 397–413.
2. *Misra V., Gong W., and Towsley D.* Fluid-based analysis of a network of aqm routers supporting tcp flows with an application to red. In SIGCOMM, pages 151–160, August 2000.
3. *Камнев А.В., Велиева Т.Р., Королькова А.В., Кулябов Д.С.* Имитационное моделирование алгоритма RED в симуляторе NS-3 // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы. Всероссийской конференции с международным участием. – Москва: РУДН, 2015. - С.279 – 282.

## IMITATIVE MODELING OF ALGORITHMS WITH CONTROL

*Kamnev A.V.*

*Peoples' Friendship University of Russia,  
artkamnev@mail.ru*

***The aim of this study is to investigate the behavior of linearized algorithms with control.***

Key words: network technologies, simulation, NS-2, RED, DropTail, PI-Controller, active queue management, TCP / IP.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСХОДОВ ПЕНСИОННОГО ФОНДА РОССИИ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ПЕНСИОННОГО ВОЗРАСТА

Карамышева А.В.<sup>1</sup>, Шупова Е.П.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Финансовый университет при Правительстве РФ,

<sup>1</sup>[anastasia\\_karamysheva@mail.ru](mailto:anastasia_karamysheva@mail.ru), <sup>2</sup>[oliverfake@yandex.ru](mailto:oliverfake@yandex.ru)

*Спрогнозированы расходы Пенсионного Фонда РФ на пенсии по старости на 2018-2030 гг. Проведено сравнение прогнозных значений с учетом повышения пенсионного возраста и без введения реформы. Согласно полученным данным выявлен наиболее оптимальный сценарий.*

Ключевые слова: прогнозирование, население, пенсии, Пенсионный Фонд РФ, Федеральная служба государственной статистики, варианты прогноза, пенсионный возраст.

### Введение

Данное исследование посвящено прогнозированию числа пенсионеров с учетом возможного повышения пенсионного возраста, а также прогнозированию расходов на пенсии по старости с учетом различных сценариев повышения пенсионного возраста. В данной работе для осуществления прогноза численности пенсионеров используются данные Федеральной службы государственной статистики [2]. В связи с недостатком открытых данных при прогнозировании введено допущение модели: вместо численности пенсионеров, используется население пенсионного возраста. Для осуществления прогноза уровня расходов на пенсии по старости Пенсионного Фонда используются данные Федеральной службы государственной статистики [2], а также модель [1].

Перейдем к краткому изложению основных результатов. В данной работе осуществлен прогноз числа пенсионеров и уровня расходов на пенсии по старости Пенсионного Фонда РФ. В работе представлен расчет пенсий пенсионеров по годам, а также анализ уровня расходов Пенсионного Фонда РФ на пенсии по старости по двум сценариям.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натора М.С.

### Обозначения и предположения

Сценарии увеличения пенсионного возраста разрабатывались, основываясь на заявлениях представителей Минэкономразвития, Минфина, Минтруда и других ведомств, а также на собственных оценках. Предполагается, что реформа будет проводиться в 2018 году. В данной работе рассматриваются два сценария:

1. Поднятие пенсионного возраста происходит один раз в год на год, у мужчин возраст выхода на пенсию 63 года, у женщин – 63 года. (вариант Минэкономразвития)
2. Поднятие пенсионного возраста происходит один раз в год на год, у мужчин возраст выхода на пенсию 65 лет, у женщин – 60 лет.

Для начала с учетом допущения модели рассчитывается численность пенсионеров для двух сценариев. После расчетов первый сценарий выглядит предпочтительнее в среднесрочной перспективе, не имеет резких скачков. По второму сценарию численность пенсионеров падает до наступления момента окончания реформы, но начинает снова расти сразу после него.

Пенсия состоит из страховой пенсии по старости и фиксированных выплат к страховой пенсии [1]. Тем временем страховую пенсию по старости формируют четыре составляющие – три из них привязаны к временным периодам трудовой деятельности

гражданина, а четвертая рассчитывается за иные периоды, приравненные к страховому стажу.

Страховая пенсия по старости складывается из:

- a. Части страховой пенсии, заработанной за периоды до 2002 г.
- b. Части страховой пенсии, заработанной за периоды с 2002 по 2014 г.
- c. Части страховой пенсии, заработанной за периоды после 2015 г.
- d. Части страховой пенсии, начисленной за иные (не страховые) периоды.

Начиная с 2015 года, размер пенсии гражданина измеряют не в рублях, а величиной индивидуального пенсионного коэффициента – ИПК. Основная сложность оценки пенсионных прав заключается в том, что за время, на которое приходится трудовая деятельность большинства граждан, пенсионное законодательство поменялось несколько раз.

Для прогнозирования пенсий по старости было сделано допущение о том, что средний трудовой стаж человека – 30 лет. Кроме того было сделано предположение о том, что все пенсионеры перестают работать по достижении пенсионного возраста.

### Основные результаты

При прогнозировании расходов Пенсионного фонда по нескольким сценариям использовались низкий и средний прогноз численности населения, предоставленные Государственной службой федеральной статистики [2]. Были получены следующие данные на 2030 год:

Таблица 1. Спрогнозированные расходы Пенсионного Фонда РФ на 2030 год  
(в млн. руб)

Год	2030 (прогноз)
Нынешний пенсионный возраст (60-55) низкий прогноз	877621,6024
Нынешний пенсионный возраст (60-55) средний прогноз	886802,6094
Первый сценарий (63-63) низкий прогноз	668363,3328
Первый сценарий (63-63) средний прогноз	673289,5074
Второй сценарий (65-60) низкий прогноз	694630,6983
Второй сценарий (65-60) средний прогноз	699982,3642

На Рис 1 отражены средний вариант прогноза расходов для нынешнего пенсионного возраста, а также расходы по сценариям:

### Выводы

Согласно полученным результатам, повышение пенсионного возраста в России по первому сценарию (63-63) является наиболее оптимальным. Расходы по состоянию на 2030 год по первому сценарию повышения пенсионного возраста меньше расходов по нынешнему пенсионному возрасту (60-55) приблизительно на 200 млрд руб. Прогноз для второго сценария (65-60) отражает падение величины расходов до наступления момента окончания реформы, но начинает снова расти сразу после него и имеет более выраженный рост по сравнению с первым прогнозом.

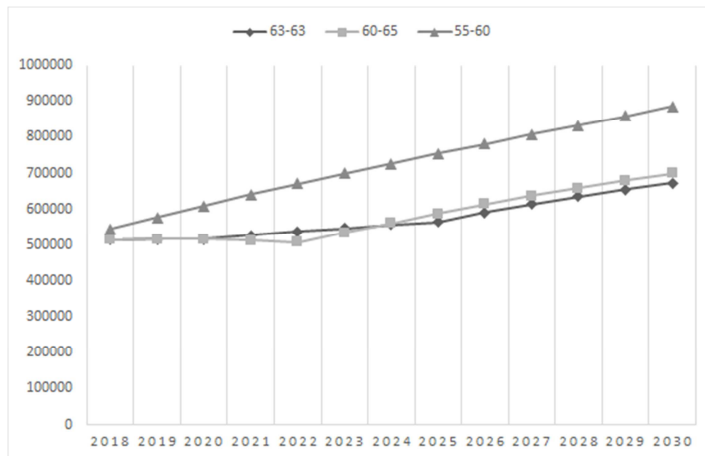


Рис. 1. Полученный прогноз расходов ПФ РФ (в млн руб.)

Так как прогнозная модель была упрощена нами, в связи с недостатком полных доступных данных о работающих пенсионерах, стоит осуществить прогноз, как только данные будут доступны.

### Литература

1. Федеральный закон от 28.12.2013 N 400-ФЗ (ред. от 19.12.2016) "О страховых пенсиях" (с изм. и доп., вступ. в силу с 01.01.2017)
2. Федеральная служба государственной статистики (Росстат) - <http://www.gks.ru>
3. Аль-Нагор М.С., Аль-Нагор С.В., Касимов Ю.Ф. Актуарная математика: модели дожития, страхование жизни и страховые аннуитеты. Часть 1. Учебное пособие. Финансовый университет. 2016.

## FORECASTING THE EXPENSES OF THE PENSION FUND IN RUSSIA INCREASING THE RETIREMENT AGE

*Karamysheva A.V.<sup>1</sup>, Shipova E.P.<sup>2</sup>*

<sup>1,2</sup>Financial University under the Government of Russian Federation,

<sup>1</sup>[anastasia\\_karamysheva@mail.ru](mailto:anastasia_karamysheva@mail.ru), <sup>2</sup>[oliverfake@yandex.ru](mailto:oliverfake@yandex.ru)

*Expenditures of the Pension Fund of the Russian Federation to the old-age pension in the year 2018-2030 was forecasted. It was made a comparison of the predicted values based on raising the retirement age and without the introduction of reforms. It was identified the most optimal scenario based on the received data*

Key words: forecasting, population, the Pension Fund of the Russian Federation, the Federal State Statistics Service, the retirement age., forecast versions.

## РИСК МЕНЕДЖМЕНТ ПОЗИЦИЙ В ОДНОПЕРИОДНЫХ ФИНАНСОВЫХ СДЕЛКАХ

Касимов Ю.Ф.

Финансовый университет при Правительстве РФ

y.f.kasimov@mail.ru

*В работе получены основные формулы расчета цен безубыточности, предельные цены закрытия сделки и лимиты позиций для заданного уровня убыточности. Рассмотрены как простейшие так и маржинальные сделки. При расчете учитываются транзакционные издержки (комиссия), налоги и инфляция. Разработана программа расчета указанных характеристик. Это позволяет использовать результаты работы на практике выставляя в торговых сделках предельные цены закрытия или занимая позиции обеспечивающие заданный уровень безубыточности сделки.*

Ключевые слова: простейшая однопериодная финансовая сделка, маржинальная сделка, полная прибыль с учетом транзакционных издержек, чистая прибыль с учетом транзакционных издержек, цены безубыточности, коэффициент (без)убыточности, предельные цены для заданного уровня убыточности сделки, лимиты позиций.

### Введение

Работа посвящена анализу и расчету предельных цен закрытия однопериодной сделки обеспечивающих заданный уровень безубыточности сделки с учетом транзакционных издержек (комиссии) и других факторов влияющих на доходность сделки (налоги и инфляция). Задача определения предельных цен такого вида относится к классу детерминированных задач позиционного риск-менеджмента [2]. При определении безубыточных и предельных цен использовались результаты расчета параметров простейших и маржинальных однопериодных сделок, представленных в книге [1].

Работа состоит из двух частей. В первой части рассмотрены простейшие (немаржинальные) длинные и короткие финансовые сделки. Получены выражения цен безубыточности и предельные цены закрытия сделки для заданного уровня (без)убыточности, обеспечивающие этот уровень безубыточности. Предельные цены в простейших сделках не зависят от размера позиции, поэтому они сразу могут использоваться в формировании лимитных и стоп-лосс приказов (ордеров) на закрытие сделки. Во второй части рассмотрены маржинальные сделки. Здесь также рассмотрены как длинные и короткие сделки. Но в отличие от простейших сделок здесь предельные цены зависят от размера позиций и определяются одновременно с уровнем начальной маржи.

### 1. Предельные цены и лимиты позиций в простейших сделках

*Безубыточные и предельные цены закрытия сделки.*

Рассмотрим сделки с заданным капиталом  $W_0 > 0$ . Пусть начальная цена актива  $P_0$ , его текущий доход  $I_A^{(c)}$ , а коэффициент убыточности  $\gamma$ . Тогда предельно допустимый убыток в сделке определяется как  $L_\gamma = \gamma W_0$ . Какую цену закрытия сделки должен назначить инвестор в случае неблагоприятного движения рынка. Безубыточные цены закрытия сделки в этом случае будут равны

$$P_1 = (P_0(1 + \alpha) - I_A^{(c)}) / (1 - \alpha)$$

для длинной и

$$P_1 = (P_0(1 - \alpha) - I_A^{(c)}) / (1 + \alpha)$$

короткой сделки. Как было отмечено выше, эти цены не зависят от размера позиции и начального капитала.

Лимиты цен для заданного коэффициента убыточности  $\gamma$  для сделок с комиссией  $\alpha$  определяются формулами

$$P_1^Y = [(1 + \alpha)(1 + \gamma)P_0 - I_A^{(c)}] / (1 - \alpha)$$

для длинной и

$$P_1^Y = [(1 - \alpha + \alpha\gamma)P_0 - I_A^{(c)}] / (1 + \alpha)$$

для короткой сделки.

Это значит что при цене закрытия  $P_1 \geq P_1^Y$  в длинной и  $P_1 \leq P_1^Y$  в короткой сделке возможный убыток (если он есть) с учетом комиссии будет не больше доли  $\gamma\alpha$  от начального капитала сделки. В случае  $\gamma = 0$  эти формулы дают значения цен безубыточности.

*Лимиты позиций для заданного капитала, конечной цены и коэффициента убыточности.*

Рассмотрим теперь сделки с заданным капиталом  $W_0 > 0$ . Пусть начальная цена актива  $P_0$ , его текущий доход  $I_A^{(c)}$ , а коэффициент убыточности  $\gamma$ . Допустим, инвестор решил выйти из сделки, если, при неблагоприятном движении, цена достигнет значения  $P_1$ . Каков максимальный размер позиции может открыть инвестор, чтобы его потери не превышали (по абсолютной величине) допустимого уровня  $L_\gamma = \gamma W_0 > 0$ ? Можно показать, что для длинной сделки лимит позиции с заданной (без)убыточностью определяется формулой:

$$z = \frac{\gamma W_0}{\left[ (P_{i,\alpha}^s - P_{i,\alpha}^b + I_A^{(c)}) \right]}$$

Здесь  $P_{i,\alpha}^b = P_i(1 + \alpha)$  и  $P_{i,\alpha}^s = P_i(1 - \alpha)$  ( $i = 0; 1$ ) так называемые брокерские цены покупки и продажи актива соответственно. Индекс  $i = 0$  соответствует началу, а  $i = 1$  концу сделки.

## 2. Лимиты цен и позиций в маржинальных сделках

*Цены безубыточности предельные цены в маржинальных сделках.*

Рассмотрим длинную маржинальную сделку с позицией  $z$  и начальной маржей  $\mu_0$ . (11). Пусть начальная и конечная цены актива сделки  $P_0$  и  $P_1$  соответственно. Пусть также  $j = j_T$  – процентная ставка по маргинальному кредиту за период сделки. Цена безубыточности сделки определяется формулой

$$P_1^{\text{безуб}} = \{P_0[(1 + \alpha) + (1 - \mu_0)j] - I_A^{(c)}\} / (1 - \alpha).$$

Для короткой сделки эта формула примет вид:

$$P_1^{\text{безуб}} = \{P_0[(1 - \alpha) - j] - I_A^{(c)}\} / (1 + \alpha).$$

*Лимиты цен для заданного коэффициента безубыточности  $\gamma$ .*

Предельная цена закрытия длинной сделки обеспечивающей заданный уровень (без)убыточности  $\gamma$  равна

$$P_{1,\gamma} = \{P_0[(1 + \alpha) + (1 - \mu_0)j - \gamma(\mu_0 + \alpha)] - I_A^{(c)}\} / (1 - \alpha).$$

Для короткой сделки она примет вид:

$$P_{1,\gamma} = \{P_0[(1 - \alpha) - j + \gamma(\mu_0 + \alpha)] - I_A^{(c)}\} / (1 + \alpha).$$

*Лимиты позиций для заданного коэффициента убыточности.*

Рассмотрим сначала длинную маржинальную сделку с начальной маржей  $\mu_0$  и с комиссией  $\alpha$ . Начальному капиталу  $W_0$  в длинной сделке с комиссией соответствует начальная стоимость позиции  $S_0 = W_0 / [\mu_0(1 + \alpha)]$  и позиция  $z = W_0 / [\mu_0(1 + \alpha)P_0]$ . Начальная и конечная цены и ставка комиссии однозначно определяют допустимый



уровень начальной маржи  $\mu_0$  а заданный начальный капитал и предельный размер позиции  $z$ :

$$\mu_0 = \frac{P_0[(1 + \alpha) + j - \alpha\gamma] - P_1(1 - \alpha) - I_A^{(c)}}{(j + \gamma)P_0}, \quad z = \frac{W_0}{(\mu_0 + \alpha)P_0}.$$

### Выводы

Получены практические формулы для определения предельных цен закрытия сделки (как длинной так и короткой) обеспечивающие заданный уровень (безубыточности сделки. Для заданного капитала и цен входа и выхода получены формулы позиционных лимитов. Для маржинальных сделок с заданным начальным капиталом получены минимальный уровень начальной маржи и предел соответствующей позиции. Реализована программа в Excel расчета всех упомянутых характеристик, которая может быть использована непосредственно в процессе осуществления торговых операций.

### Литература

1. Касимов Ю.Ф., Аль-Нагор М.С., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок. – М. «Кнорус» 2017.
2. Белолуцкий И.В. Торговля на биржах: работай и зарабатывай. Ростов-на-Дону, «Феникс», 2012.

## POSITION RISK MANAGEMENT IN ONE-PERIOD FINANCIAL TRANSACTIONS

*Kasimov Yu.F.*

*Financial University under the Government of Russian Federation*

[y.f.kasimov@mail.ru](mailto:y.f.kasimov@mail.ru)

*The work is devoted to the analysis and calculation of the closing prices of the one-period transaction, providing a predetermined break-even level of transaction taking into account transaction costs (commissions) and other factors affecting the profitability of the transaction (taxes and inflation). The problem of determining the limit prices of this kind belongs to the class of deterministic tasks positional risk management.*

Key words: the simplest one-period the financial transaction, margin transaction, total profits of the transaction, net profit taking into account transaction costs, the net return complete the transaction, the limit price, marginal rates and the position limits for a given level of loss of the transaction.

## СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕТЕОФАКТОРОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ЭЛЕКТРОМЕТРИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА

Керимов А.К.<sup>1</sup>, Марченко М.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Российский университет дружбы народов, keram@bk.ru.

<sup>2</sup>Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, maik72@inbox.ru

***В работе рассматривается стохастическая модель для анализа влияния метеофакторов на результаты долговременных электрометрических наблюдений.***

Ключевые слова: электрометрический мониторинг, метеорологический фактор, стохастическое моделирование, выделение полезного сигнала, фильтрация.

### Введение

Системы геофизического мониторинга применяются для контроля и диагностики состояния сооружений, прогнозирования и раннего предупреждения опасных геологических процессов (карстово-суффозионных, оползневых и пр.). Такие системы размещаются на ответственных объектах для выполнения долговременных наблюдений – многомесячных и многолетних [1].

Малая интенсивность целевых аномальных сигналов вынуждает разработчиков создавать системы электрометрического мониторинга с максимально высокой чувствительностью. Для надежного выделения полезного сигнала (необратимых изменений в разрезе) требуется высокая степень подавления помех от погодных условий. Для облегчения учета влияния погоды системы электрометрического мониторинга могут совмещаться с метеостанциями. При этом электрометрические наблюдения стараются выполнять синхронно с метеонаблюдениями.

В работе рассматриваются линейная стохастическая модель [4], учитывающая температурный метеофактор. Указывается способ оценки параметров модели, и проверка ее адекватности эмпирическим данным. Эффективность подхода демонстрируется на конкретных измерениях. Аналогичная модель может быть составлена и для случая нескольких метеофакторов. При этом схема оценки параметров, и проверки адекватности исходным данным в принципе не меняется.

### Линейная модель влияния метеофакторов на результаты измерений

Рассматриваемая модель сигнала содержит постоянную фоновую компоненту, соответствующую неизменного геоэлектрическому разрезу, сигнал-помеху, обусловленную влиянием температуры воздуха и остатка.

Предполагается, что влияние температуры на результаты измерения определяется следующими уравнениями

$$y(t) = \ln \rho(t), \quad y(t) = y_0 + \sum_{k=k_0}^{k_1} c_k T(t-k) + \varepsilon(t), \quad 0 \leq k_0 < k_1, \quad (1)$$

где  $y_0 = \ln \rho_0$  – логарифм фонового значения кажущего сопротивления,  $\varepsilon(t)$  – нормальный белый шум с нулевым средним, не зависящий от  $y(t)$  и  $T(t)$ . Согласно уравнениям (1) влияние температуры на измерения кажущего сопротивления происходит с запаздыванием по времени; при этом  $k_0$  – минимальное запаздывание,  $k_1$  – максимальное. Целочисленный интервал  $[k_0, k_1]$  будем называть температурным интервалом запаздывания. В рассматриваемой модели параметры

$$k_0, k_1 \text{ и } \mathbf{x} = (y_0, c_{k_0}, c_{(k_0+1)}, \dots, c_k, \dots, c_{k_1}),$$

подлежат определению по наблюдаемым значениям временного ряда  $\rho(t)$ ,  $1 \leq t \leq t_e$ .

Из уравнения (1) следует, что кажущееся сопротивление представляется в виде:

$$\rho(t) = \exp \left( y_0 + \sum_{k=k_0}^{k_1} c_k T(t-k) + \varepsilon(t) \right) = \rho_0 \cdot \rho_T(t) \cdot \eta(t)$$

Здесь  $\rho_0 = \exp(y_0)$  не зависит от температуры – это не меняющееся от времени (фоновое) кажущее сопротивление, очищенное от шума и температурного фактора. Величина

$$\rho_T(t) = \exp \left( \sum_{k=k_0}^{k_1} c_k T(t-k) \right)$$

представляет вклад в измерения, обусловленный изменением температуры внешней среды  $\varepsilon(t)$  – остатка,  $\eta(t) = \exp(\varepsilon(t))$  – логнормальный шум. Шум интерпретируется как погрешность измерений установки. Таким образом, влияние температуры в рамках рассматриваемой модели сводится к усилению или ослаблению измерения. Измерения без температурного влияния представляются в виде:

$$\rho_f(t) = \rho_0 \eta(t) = \rho_0 \exp(\varepsilon(t))$$

Подгонка модели вида (1) к наблюдаемым данным сводится к следующим этапам.

1. Идентификация интервала запаздывания.
2. Оценка параметров модели.
3. Проверка адекватности выбранной модели исходным данным.
4. Корректировка интервала запаздывания по результатам проверки адекватности.

### Влияние температуры воздуха на результаты измерений

На Рис.1 приведены графики синхронных измерений температуры и кажущего сопротивления. Временной интервал измерений составляет 87 единиц времени, за единицу измерения времени принято 3 часа. Как видно из Рисунка 1, рассматриваемый временной интервал характеризуется сильными колебаниями температуры – суточные колебания достигают 16°C, общий перепад температур за весь рассматриваемый период времени составляет 22°C.

Модель вида (1) наилучшим образом, представляющая зависимость измерений удельного сопротивления от внешней температуры имеет следующие параметры:  $k_0 = 4$ ,  $k_1 = 23$ ,  $y_0 = 1.1411$ .

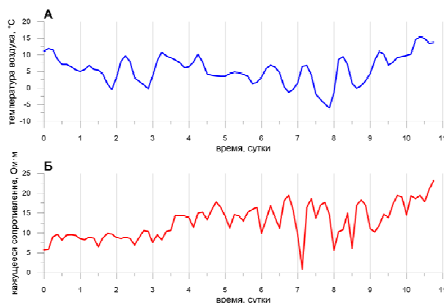


Рис. 1. Изменение температуры воздуха (А) и кажущегося сопротивления в одной точке профиля (Б) на территории исследуемого участка в течение 11 суток

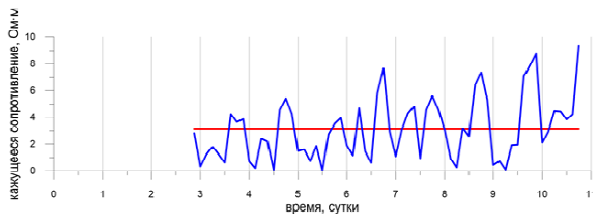


Рис. 2. Сигнал и наблюдаемый ряд

### Выводы

В работе продемонстрирована адекватность предлагаемой модели наблюдаемого сигнала, включающего в себя как полезную информацию, так и сигнал помехи.

Предлагаемый алгоритм позволяет выделить и удалить составляющую сигнала, обусловленную влиянием метеорологических условий. Алгоритм протестирован на конкретных данных. Дисперсия логарифма наблюдаемых данных после применения предлагаемого алгоритма обработки, то есть после исключения температурного фактора, уменьшается в два раза или больше. Разработанный подход позволяет создать инструмент для значительного улучшения качества данных, получаемых при выполнении долговременных наблюдений и повышения надежности прогноза и предупреждения развития опасных геологических процессов.

### Литература

1. Богданов М.И., Калинин В.В., Модин И.Н. Применение высокоточных низкочастотных электроразведочных комплексов для ведения длительного мониторинга опасных инженерно-геологических процессов – Инженерные изыскания, издательство Геомаркетинг (М.), 2013, № 10-11, с. 110-115.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление. – М.: Мир, 1974, Вып. 1.
3. Керимов А.К. Анализ и прогнозирование временных рядов – М: Изд-во РУДН, 2005.
4. Модин И.Н., Макаров Д.В., Александров П.Н. Возможности электрогеографических станций при выполнении мониторинговых наблюдений – Инженерные изыскания, издательство Геомаркетинг (М.), 2014, № 9-10, с. 22-31.

## STOCHASTIC MODELING OF THE INFLUENCE OF METEOROLOGICAL IMPACTS ON THE RESULTS OF THE GEOELECTRICAL MONITORING DATA

Kerimov A.K.<sup>1</sup>, Marchenko M.N.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Peoples' Friendship University of Russia, keram@bk.ru

<sup>2</sup>Moscow State University, maik@inbox.ru

*The paper considers a stochastic model to analyze the influence of meteorological factors on the long-term electrometrical observations.*

Key words: geo electrical monitoring, meteorological factor, stochastic modeling, signal filtering.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КСЕНОНОВЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ РЕАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И МЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Крянев А.В.<sup>1</sup>, Орехов А.А.<sup>1</sup>, Пинегин А.А.<sup>2</sup>, Семенов С.В.<sup>2</sup>, Удудьян Д.К.<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

<sup>2</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

<sup>3</sup>Российский университет дружбы народов

<sup>4</sup>Университет Майами

a\_v\_kryanev@mtu-net.ru, orehovsasha@mail.ru, Pinegin\_AA@nrcki.ru,

Semenov\_SV@nrcki.ru, mathudum@gmail.com

*В докладе представлена новая схема моделирования ксеноновых переходных процессов, основанная на использовании накопленной информации о показателях состояния активной зоны в процессе работы реактора. В предлагаемой схеме используется алгоритм интерполяции функций многих переменных, сконструированный на основе метрического анализа. Схема позволяет уточнять значения исходных параметров расчетной модели на основе информации, накопленной в процессе работы реактора и, тем самым, с большей точностью рассчитывать переходные процессы.*

Ключевые слова: ксеноновые переходные процессы, математическое моделирование, накопленная информация, интерполяция функций многих переменных, метрический анализ, метод Байеса.

Многие исследователи разрабатывали процедуры использования экспериментальных данных о ксеноновых переходных процессах для уточнения значений физических параметров расчетной модели. Процедуры использования экспериментальных данных для уточнения параметров модели активной зоны обсуждались в работе [1]. Такие процедуры относятся к решению обратных задач математической физики, которые интенсивно развивались в последние десятилетия [2].

Наиболее простые варианты восстановления значений параметров модели активной зоны обычно основываются на методе наименьших квадратов. Однако их практическое использование для решения задач восстановления параметров модели активной зоны на основе экспериментальных данных о ксеноновых переходных процессах сталкивается с рядом проблем. Это связано, в частности, с нелинейностью ксеноновых процессов. Кроме того, при использовании метода наименьших квадратов не учитывается имеющаяся информация о точности расчета отдельных параметров.

Для уменьшения количества прямых расчетов переходных процессов была применена интерполяционная процедура основанная на схемах метрического анализа [3,4], которые позволяют при небольших вычислительных затратах восстанавливать расчетные значения контролируемых функционалов от поля энерговыделения с учетом нелинейности рассматриваемого процесса при ограниченном объеме предварительных расчетов.

Апробации разработанного алгоритма поиска наиболее вероятного набора параметров модели проводилось на примере решения серии модельных задач.

На первом этапе решения модельной задачи моделировался ксеноновый переходной процесс инициированный изменением мощности и перемещением рабочей группы органов регулирования. Значения коэффициента реактивности по температуре топлива, коэффициента реактивности по плотности теплоносителя и величины сечения поглощения ксенона-135 в этом расчете отклонялись от их номинальных значений, соответствующих данным константного файла, а величина отклонений задавалась вектором  $\vec{\theta}^{эсп}$ . Функционалы от поля энерговыделения полученные в ходе данного

расчета рассматривались в качестве их «экспериментальных» значений  $\bar{f}_{\text{эсп}}$ . Расчеты на первом этапе производились с помощью программы NOSTRA [5].

На втором этапе решения модельной задачи проводилось «восстановление» соответствующих отклонений в величинах параметров модели с помощью метода Байсса на основе использования заданных «экспериментальных» значений функционалов от энерговыделения  $f_{\text{эсп}}$ , погрешности определения «экспериментальных» значений функционалов и априорной (паспортной) погрешности параметров модели. Расчетные значения функционалов от энерговыделения для произвольного набора отклонений коэффициента реактивности по температуре топлива, коэффициента реактивности по плотности теплоносителя и величины сечения поглощения ксенона-135 от их номинальных значений определялись с помощью прямых расчетов по программе NOSTRA (~ 100 расчетов) и методами интерполяции на основе схем метрического анализа.

На третьем этапе решения задачи проводилось сопоставление восстановленных и фактических значений параметров модели.

Значения функционалов от энерговыделения строилось на основе аксиального офсета энерговыделения. Аксиальный офсет энерговыделения определяется как разность энерговыделений в верхней и в нижней частях активной зоны, отнесенная к энерговыделению всей активной зоны. Типичный характер изменения аксиального офсета энерговыделения при возникновении ксеноновых колебаний в реакторах ВВЭР представлен на рис. 1.

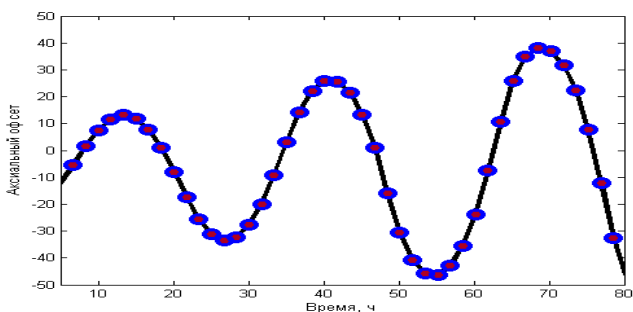


Рис. 1. Зависимость аксиального офсета энерговыделения от времени

В качестве функционалов от энерговыделения рассматривались четыре функционала: декремент затухания отклонения аксиального офсета энерговыделения от его стационарного значения, время между достижениями аксиальным офсетом энерговыделения максимальных значений, разница значений аксиального офсета энерговыделения в соседних точках максимума и минимума и значение аксиального офсета в один из моментов времени.

В качестве параметров модели рассматривались отклонения от номинальных значений коэффициентов реактивности по температуре топлива, температуре теплоносителя и относительное смещение значения сечения поглощения.

Посредством прямого моделирования ксенонового переходного процесса по программе NOSTRA и с помощью метрического анализа по отклонениям параметров модели на величины  $\bar{\theta}$  от их номинальных значений определялись расчетные значения функционалов  $\bar{f}_{\text{расч}}$ . Указанную процедуру в операторной форме можно записать в виде

$\vec{f}_{расч} = \vec{A}(\vec{\theta})$ , где  $\vec{A}(\vec{\theta})$  – нелинейный оператор. Задача определения параметров  $\vec{\theta}$  является классической обратной задачей и для ее решения применим метод Байеса.

### Литература

1. Артемов В.Г., Артемова Л.М., Иванов А.С., Пискарев А.В., Шемаев Ю.П., Горохов А.К., Куракин К.Ю. Моделирование свободных ксеноновых колебаний в активной зоне реактора ВВЭР-1000 с использованием комплекса программ САПФИР\_95&RC. В трудах 4-й Международной научно-технической конференции "Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР", Подольск, 2005 г.
2. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984.
3. Крянев А.В., Лукин Г.В., Удумын Д.К. Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2012.
4. Kryanev A.V., Udumyan D. K. Metric Analysis, Properties and Applications as a Tool for Interpolation. International Journal of Mathematical Analysis. Vol. 8, 2014, no. 45, pp. 2221 – 2228.
5. Программа NOSTRA (версия 5.0). Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный номер ПС в ЦОЭП №478 от 25.07.2000. Регистрационный номер паспорта аттестации ПС № 167 от 23.12.2003. Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности, Москва, 2003.

## SIMULATION OF XENON TRANSITION PROCESSES BASED ON DATA OF REACTOR EXPERIMENTS AND METRIC ANALYSIS

Kryanev A.V.<sup>1</sup>, Orehov A.A.<sup>1</sup>, Pinegin A.A.<sup>2</sup>, Semenov S.V.<sup>2</sup>, Udumyan D.K.<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>National research nuclear university "MEPhI"

<sup>2</sup>National research centre «Kurchatovsky institute»

<sup>3</sup>Russian University of Peoples' Friendship (RUDN University)

<sup>4</sup>University of Miami

a\_v\_kryanev@mtu-net.ru, orehovsasha@mail.ru, Pinegin\_AA@nrcki.ru,

Semenov\_SV@nrcki.ru, mathudum@gmail.com

*The report presents a new scheme for modeling xenon transient processes, based on the use of accumulated information on the parameters of the core state in the reactor operation. The proposed scheme uses an interpolation algorithm for functions of many variables, constructed on the basis of metric analysis. The scheme allows us to refine the values of the initial parameters of the calculation model on the basis of the information accumulated during the operation of the reactor and, thereby, to calculate the transient processes with greater accuracy.*

Key words: xenon transients, mathematical modeling, accumulated information, interpolation of functions of many variables, metric analysis, Bayesian method.

## ПРЯМАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПСЕВДОСПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВОЛНОВЫХ МОД

Кузив Я.Ю.

*Российский университет дружбы народов, yaroslav.kuziw@yandex.ru*

**В статье описывается метод для нахождения волноводных мод для трехслойного волновода.**

Ключевые слова: волновод, волноводные моды, полиномы Чебышева.

### Введение

Зачастую в прикладных задачах интегральной оптики приходится использовать регулярные открытые градиентные (общего вида) планарные волноводы. Численное моделирование этих волноводов требуют современных численных методов с высокой эффективностью и точностью.

### Описание метода

В данной статье описывается, как найти волноводные моды в случае разрыва потенциала. Задача описания полного набора режимов в обычном плоском волноводе формулируется в терминах задачи на собственные значения для самосопряженного дифференциального оператора второго порядка:

$$-p(x) \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{p(x)} \frac{d\psi}{dx}(k, x) \right) + V(x)\psi(k, x) = k^2 \psi(k, x) \quad (1)$$

Регулярный волновод состоит из диэлектрического волноводного слоя  $n_f$  и диэлектрической оболочкой с меньшим преломлением. Индексы:  $n_s$  в слое подложки и  $n_c$  покровного слоя.

Слева и справа – это убывающие экспоненты в случае вещественных  $e_s, e_c$ :

$$\psi_-(x) = C_- \exp\{\gamma_-(x+1)\} \quad (2)$$

$$\psi_+(x) = C_+ \exp\{-\gamma_+(x-1)\} \quad (3)$$

$$\text{Где } \gamma_{s,c} = k_0 \sqrt{\beta^2 - n_{s,c}^2} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \sqrt{V_{s,c} - k^2}$$

В области волноводного слоя решение ищем в виде разложения по полиномам Чебышева первого рода

$$\psi_f(k, x) = \sum_{j=0}^N C_j(k) T_j(x) \quad (4)$$

В данное соотношение подставим значения  $x_1, x_2, \dots, x_{N-1}$ . В точках  $x_0, x_N$  потребуем выполнение следующих условий:

$$\psi_s(k, x_0) = \psi_f(k, x_0) \quad \varphi_s(k, x_0) = \varphi_f(k, x_0) \quad (5)$$

$$\psi_f(k, x_N) = \psi_c(k, x_N) \quad \varphi_f(k, x_N) = \varphi_c(k, x_N) \quad (6)$$

Получаем СЛАУ для неопределенных коэффициентов  $C_s, C_0, C_1, \dots, C_N, C_c$ .

Рассмотрим случай ТЕ-мод. Подстановка из (4) в (1) приводит к следующему соотношению:

$$-\sum_{j=0}^N C_j(k) T_j''(x_i) + V(x_i) \sum_{j=0}^N C_j(k) T_j(x_i) = \sum_{j=0}^N k^2 C_j(k) T_j(x_i) \quad (7)$$

На интервале  $(-\infty, x_0)$  решение для уравнения (7) удовлетворяет асимптотическому условию  $\psi(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$ . На интервале  $(x_N, \infty)$  решение удовлетворяет следующему асимптотическому условию  $\psi(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$ . Запишем граничными условиями третьего рода с помощью полиномов Чебышева:

$$\sum C_j(k) T_j(x_0) = C_s (e^{\gamma_s(x_0 - x_0)} = 1) \quad \sum C_j(k) T_j'(x_0) = \gamma_s C_s \quad (8)$$



$$\sum C_j(k)T_j(x_N) = C_c(e^{-\gamma_c(x_N-x_N)} = 1) \quad \sum C_j(k)T_j'(x_N) = -\gamma_c C_c \quad (9)$$

Обозначим  $f_j^1 = T_j'(x_0) - \gamma_s T_j(x_0)$  и  $f_j^2 = T_j'(x_N) + \gamma_c T_j(x_N)$ .

Из краевых условий получаем следующую систему:

$$\begin{cases} f_0^1 C_0(k) + f_N^1 C_N(k) = - \sum_{j=1}^{N-1} f_j^2 C_j(k) \\ f_0^2 C_0(k) + f_N^2 C_N(k) = - \sum_{j=1}^{N-1} f_j^1 C_j(k) \end{cases} \quad (10)$$

Решим эту систему методом Крамера:

$$\det = f_0^1 f_N^2 - f_N^1 f_0^2 \quad (11)$$

$$\begin{cases} C_0(k) = \frac{-1}{\det} \sum_{j=1}^{N-1} (f_N^1 f_j^2 - f_N^2 f_j^1) C_j(k) \\ C_N(k) = \frac{1}{\det} \sum_{j=1}^{N-1} (f_0^1 f_j^2 - f_0^2 f_j^1) C_j(k) \end{cases} \quad (12)$$

Получаем следующую систему:

$$M_{ij} = V(x_i)T_j(x_i) - T_j''(x_i) \quad B_{ij} = T_j(x_i) \quad (13)$$

$$M_{ij}^0 = [V(x_i)T_0(x_i) - T_0''(x_i)] \frac{-1}{\det} (f_N^1 f_j^2 - f_N^2 f_j^1) \quad (14)$$

$$M_{ij}^N = [V(x_i)T_N(x_i) - T_N''(x_i)] \frac{1}{\det} (f_0^1 f_j^2 - f_0^2 f_j^1) \quad (15)$$

$$B_{ij}^0 = T_0(x_i) \frac{-1}{\det} (f_N^1 f_j^2 - f_N^2 f_j^1) \quad (16)$$

$$B_{ij}^N = T_N(x_i) \frac{1}{\det} (f_0^1 f_j^2 - f_0^2 f_j^1) \quad (17)$$

$$M(k)_{ij} = M_{ij} + M_{ij}^0 + M_{ij}^N \quad (18)$$

$$B(k)_{ij} = B_{ij} + B_{ij}^0 + B_{ij}^N \quad (19)$$

Вычисляем собственные векторы и собственные значения для системы

$$M(k)\vec{C}(k) = k^2 B(k)\vec{C}(k) \quad (20)$$

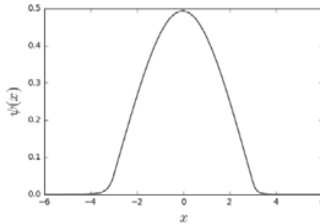


Рис. 1. График первой собственной функции системы (20)

### Начальное приближение

В качестве начального приближения будем брать решение задачи с граничным условием независимым от спектрального параметра  $V_{s,c}$ . Для этого устремим высоту потенциальной ямы к бесконечности, т.е.  $V_{s,c} \rightarrow \infty$  и получим новые соотношения

$$\sum_{j=0}^N T_j(x_0) C_j(k) = 0 \quad \sum_{j=0}^N T_j(x_N) C_j(k) = 0 \quad (21)$$

В итоге  $f_j^1$  и  $f_j^2$  принимают вид  $\widetilde{f}_j^1 = -T_j(x_0)$  и  $\widetilde{f}_j^2 = T_j(x_N)$ . Получаем следующие значения

$$M_{ij} = V(x_i)T_j(x_i) - T_j''(x_i) \quad B_{ij} = T_j(x_i) \quad (22)$$

$$M_{ij}^0 = -(V(x_i)T_0(x_i) - T_0''(x_i)) \frac{(-T_N(x_0)T_j(x_N) + T_N(x_N)T_j(x_0))}{(-T_N(x_0)T_0(x_N) + T_N(x_N)T_0(x_0))} \quad (23)$$

$$M_{ij}^N = (V(x_i)T_N(x_i) - T_N''(x_i)) \frac{(-T_0(x_0)T_j(x_N) + T_0(x_N)T_j(x_0))}{(-T_N(x_0)T_0(x_N) + T_N(x_N)T_0(x_0))} \quad (24)$$

$$B_{ij}^0 = T_0(x_i) \frac{(-T_N(x_0)T_j(x_N) + T_N(x_N)T_j(x_0))}{(-T_N(x_0)T_0(x_N) + T_N(x_N)T_0(x_0))} \quad (25)$$

$$B_{ij}^N = T_N(x_i) \frac{(-T_0(x_0)T_j(x_N) + T_0(x_N)T_j(x_0))}{(-T_N(x_0)T_0(x_N) + T_N(x_N)T_0(x_0))} \quad (26)$$

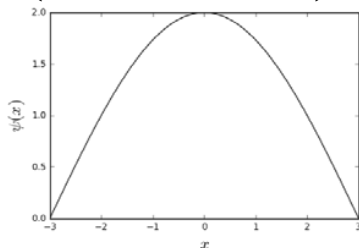


Рис. 2. График начального приближения

Новые выражения уже не содержат зависимости от спектрального параметра и соответствуют задаче для закрытого волновода с граничными условиями первого рода в точках разрыва потенциала.

### Вывод

Метод, описанный в данной работе, позволяет находить численные решения для трехслойного волновода. Данный метод можно модифицировать для других типов задач.

### Литература

1. Song D. and Lu Y.Y. Pseudospectral Modal Method for Computing Optical Wave guide Modes. IEEE J. Lightwave Technolgy 2014, 32, issue 8, Pp. 1612–1630.
2. M.N. Gevorkyan, D. S. Kulyabov, K.P. Lovetskiy, A. L. Sevastyanov, & L.A. Sevastyanov (2015). Waveguide modes of a planar optical waveguide. Mathematical Modelling and Geometry, 3, Pp. 43 – 63.
3. William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery (1992). Numerical Recipes in C. Cambridge university press.
4. Dawei Song & Ya Yan Lu (2015). Analyzing Leaky Waveguide Modes by Pseudospectral Modal Method. IEEE Photonics Technology Letters, 27, Pp. 955-958.

## DIRECT REALIZATION OF THE PSEUDOSPECTRAL METHOD OF CALCULATING WAVEGUIDE MODE

Kuziv Y.Y.

Peoples' Friendship University of Russia, yaroslav.kuziv@yandex.ru

*A method for finding wave modes for a three-layer waveguide is described.*

Keywords: waveguide, waveguide modes, Chebyshev polynomials.

## СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Кулябов Д.С., Геворкян М.Н., Королькова А.В., Демидова А.В.,

Российский университет дружбы народов ул. Миклухо-Маклая, д.6, Москва, Россия, 117198,

kulyabov\_ds@rudn.university, gevorgyan\_mn@rudn.university, korolkova\_av@rudn.university,  
demidova\_av@rudn.university

*В данной работе исследуются статистические данные, собранные с ветроэнергетических установок, находящихся на территории Республики Польша. Исследования направлены на построение стохастической модели, предсказывающей изменение скорости ветра в зависимости от времени. Целью данной работы является поиск наиболее оптимального распределения для аппроксимации имеющихся статистических данных по скорости ветра.*

Ключевые слова: скорость ветра, распределение Вейбулла, гамма распределение, бета распределение, логнормальное распределение.

*Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-07-08795, 16-07-00556. Также публикация подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.A03.21.0008).*

### Введение

Данная работа посвящена проблеме стохастического моделирования изменения скорости ветра, используемого для генерации электроэнергии на ветроэнергетических установках находящихся на территории Республики Польша.

В качестве первого этапа выбирается вид теоретического распределения случайной величины  $w$ , которая должна аппроксимировать скорость ветра. В данной работе мы исследовали несколько распределений на предмет аппроксимации располагаемых нами данных, а именно: логнормальное, Вейбулла, а также бета и гамма распределения. Все рассматриваемые распределения имеют параметризацию коэффициентами формы, сдвига и масштаба (shape-location-scale). Для обработки статистических данных применялся язык Python 3 в связке с библиотеками numpy, scipy.stats [1] и matplotlib [2], а также интерактивной оболочкой Jupyter [3].

### Описание структуры доступных для анализа данных

Доступные нам данные представляют собой таблицу в формате csv содержащую данные о скорости и направлении ветра на вершине установки, а также на высотах 10, 50 метров от уровня земли. Показатели скорости и направления ветра снимались с датчиков каждые 10 минут на протяжении около 9 месяцев. В общей сложности таблица содержит 39606 записей.

Для первоначального выбора распределений, которые могут подойти для аппроксимации скорости ветра, мы нарисовали гистограммы распределения скоростей ветра. Визуальная оценка этих гистограмм позволила предположить, что адекватным выбором будут распределения с «тяжелыми хвостами».

### Используемые распределения

Для аппроксимации имеющихся в нашем распоряжении данных мы использовали четыре распределения: логнормальное, бета, гамма и распределение Вейбулла. Из литературы [4–6] известно, что наиболее часто для моделирования скорости ветра используется двухпараметрическое распределение Вейбулла. В данной работе каждое из рассматриваемых распределений параметризовано тремя параметрами:  $\alpha$  — коэффициент формы (shape),  $l$  — коэффициент сдвига (location) и  $s$  — коэффициент масштаба (scale). В случае бета распределения добавляется еще второй коэффициент масштаба, обозначаемый буквой  $\beta$ .

### Подбор параметров распределений

Для вычисления параметров распределений по имеющемуся данным, была использована библиотека `scipy.stats` [1], в которой определены объекты `lognorm`, `weibull_min`, `gamma` и `beta`, которые реализуют рассматриваемые нами распределения. У каждого из данных объектов предусмотрены методы, которые реализуют функцию плотности вероятности `pdf(x, a, [b,] loc, scale)` и функцию распределения вероятности `cdf(x, a, [b,] loc, scale)`, где  $x$  — аргумент функции,  $a$ ,  $b$  — параметры формы  $\alpha$ , (и  $\beta$  в случае бета-распределения),  $loc$  и  $scale$  — параметры смещения и масштаба.

Для нахождения параметров рассматриваемых распределений в `scipy.stats` предусмотрена функция `fit(data)`, которая вычисляет методом максимального правдоподобия параметры соответствующего распределения. Мы использовали данную функцию для вычисления параметров рассматриваемых нами распределений. После чего с помощью функций `pdf` и `cdf` были вычислены значения функции плотности вероятности и функции распределения.

### Выводы

Результаты проделанной статистической обработки данных соответствуют результатам, изложенным в литературе, где распределение Вейбулла наиболее часто используется для аппроксимации скорости ветра [4-6].

### Литература

1. Jones Eric, Oliphant Travis, Peterson Pearu et al. SciPy: Open source scientific tools for Python. — 2001— URL: <http://www.scipy.org/>.
2. Droettboom Michael, Caswell Thomas A., Hunter John et al. matplotlib/matplotlib: v2.0.0. — 2017. — Jan. — URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.248351>.
3. Project Jupyter home. — 2017. — URL: <https://jupyter.org>.
4. Fréchet Maurice René. Sur la loi de probabilité de l'écart maximum // Annales de la Société Polonaise de Mathématique. — 1927.— P. 93–116.
5. Weibull Waloddi. A statistical distribution function of wide applicability // Journal of Applied Mechanics.— 1951. — P. 293–297.
6. Norman L. Johnson, Samuel Kotz, Balakrishnan N. Continuous Univariate Distributions, Vol. 1 (Wiley Series in Probability and Statistics). — Wiley-Interscience, 1994. — Vol. 1 of Wiley Series in Probability and Statistics. — ISBN: 0471584959,9780471584957.

## STOCHASTIC MODELING OF WIND TURBINES

*Kulyabov D.S., Gevorkyan M.N., Korolkova A.V., Demidova A.V.*

*RUDN University (Peoples' Friendship University of Russia), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation*

*kulyabov\_ds@rudn.university, gevorkyan\_nn@rudn.university, korolkova\_av@rudn.university, demidova\_av@rudn.university*

***In this paper, we study statistical data collected from wind turbines located on the territory of the Republic of Poland. This research aimed at building a stochastic model that predicts the change in wind speed depending on time. The aim of this work is to find the optimal distribution for the approximation of available statistical data on wind speed.***

Key words: wind speed, Weibull distribution, gamma distribution, beta distribution, log normal distribution.

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ КЛАССИФИКАЦИИ ЭРМИТОВЫХ МАТРИЦ

*Ломидзе И.Р., Евлахов С.А.*

*Грузинский Технический Университет, Тбилиси Грузия, lomitsu@gmail.com,  
ОИЯИ, Дубна, Россия, evlakhov@jinr.ru*

***В настоящей работе предлагается способ классификации унитарно-эквивалентных эрмитовых матриц по их унитарным инвариантам.***

Ключевые слова: линейная алгебра, теория инвариантов, унитарные преобразования, ганкелевы матрицы, компьютерная алгебра.

Наша цель – описать класс унитарно-эквивалентных эрмитовых  $N \times N$  матриц по их унитарным инвариантам, а именно, по следам их (натуральных) степеней. Под классом унитарно-эквивалентных матриц понимаются все матрицы, связанные преобразованием подобия

Класс эквивалентности, очевидно, остается инвариантным при унитарном преобразовании. Эти инвариантные множества принято называть орбитой. Необходимое условие унитарной эквивалентности (т. е. принадлежности данной орбите) очевидно: матрицы  $P$  и  $Q$  должны иметь одинаковый спектр, т.е. одинаковый набор собственных чисел с учетом их кратности. Для эрмитовых матриц это условие является также и достаточным. Таким образом, ставится две задачи: 1) рассматривая некоторый набор унитарных инвариантов, выяснить, принадлежат ли матрицы  $P$  и  $Q$  одной орбите; 2) описать (дать классификацию) различные орбиты, т.е. классы эквивалентности, рассматривая некоторый набор унитарных инвариантов.

Предложенный алгоритм реализован в среде компьютерной алгебры Maple.

### Литература

1. *I. Lomidze*. G. Math. J. Vol.3, #2, 1996, pp. 141-152.
2. *Гантмахер Ф.П.*, Теория матриц, 3-е изд., 1974.
3. *Мишина А. П., Проскуряков И. В.*, Высшая алгебра, СМБ, М., «Наука», 1965.
4. *Арнольд В.И.*, Математические методы классической механики, 3-е изд., М., «Наука», 1989. Добавление 10, стр. 393-405.
5. *Утешев А.Ю.* <http://pmpu.ru/vf4/polynomial/>
6. *Sturmfels B.* Algorithms in Invariant Theory. Second ed., Springer, 2008.

## ON A METHOD OF HERMITIAN MATRICES CLASSIFICATION

*Lomidze I.R., Evlakhov S.A.*

*Georgian State University, Tbilisi, Georgia, lomitsu@gmail.com  
JINR, Dubna, Russia, evlakhov@jinr.ru*

***In this work we propose a new method for hermitian matrices classification, using their unitary invariants.***

Key words: linear algebra, invariant theory, unitary transformations, Hankel matrices, computer algebra.

## СКРЫТЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ, ИХ ПРИМЕНЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПАКЕТЕ R

Малькова А.М.,<sup>1</sup> Зарядов И.С.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов,

<sup>2</sup> Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,  
m.a.malkova@yandex.ru, zaryadov\_is@rudn.university

*Представлены основные понятия теории скрытых марковских моделей (СММ), а также области их применения. Описано построение скрытой марковской модели с помощью пакета R.*

Ключевые слова: скрытая марковская модель (СММ), математический пакет R.

### Введение

В современном мире существует большое количество областей, где с успехом применяются стохастические модели. Одна из таких моделей и стала объектом исследования – скрытая марковская модель (СММ), которая делает вывод о скрытых переменных на основе наблюдаемых. Хотя СММ были открыты и изучены уже в 60-х годах прошлого века, их применение является актуальным и полезным в разных сферах деятельности.

### Основные определения

Скрытая марковская модель (СММ) – стохастическая вероятностная модель, результат работы двух случайных процессов: на первом этапе построения формируется цепь Маркова, на втором – наблюдаемая последовательность.

Первый процесс именуется скрытым, так как у наблюдателя отсутствует информация про текущее состояние этого процесса; однако он имеет возможность оперировать наблюдаемыми переменными, на каждую из которых воздействует свое скрытое состояние. На основе последовательности наблюдений и будут сделаны выводы о скрытых переменных.

### Области применения скрытых марковских моделей

На сегодняшний момент существует множество исследований в научных и технических областях, как русскоязычных, так и зарубежных авторов, которые при решении задач пользовались именно аппаратом СММ. Данная работа содержит лишь краткий обзор некоторых из рассмотренных статей.

Рассмотрим первую сферу применения моделей, которую удалось выделить при анализе статей - распознавание образов. К этому типу относятся задачи распознавания номеров автомобиля, штрих-кодов, определения места залежей ископаемых на карте местности, но, конечно, главной из них является задача установление персоны человека по фотографии, что позволяет найти правонарушителя даже на снимке или видео, где присутствует большое скопление людей, например, на вокзале, в аэропорту или метро.

В работе [1] первоначально снимок лица разбивается на отдельные области: от лба до глаз, от глаз до носа, от носа до губ; каждая из этих областей является наблюдаемым параметром СММ. Наблюдаемая последовательность представлена множеством всех пикселей изображения.

Распознавание лица происходит следующим образом: создается база данных с изображениями лиц людей, которые представлены в ней в виде СММ; далее загружается снимок, который требует распознавания, и, наконец, определяется схожесть последовательности наблюдений с загруженными в базу СММ (выбирается самая похожая на заданную СММ и выводится в качестве результата).

В конечном итоге, проверка работы алгоритмов на основе СММ показывает, что аппарат СММ достаточно точный для требуемой задачи, но точность результатов работы алгоритмов зависит от качества исследуемого изображения.

Следующей немаловажной способностью СММ является распознавание речи. Большое количество русскоязычных авторов посвятили свои работы именно этой теме. Одна из таких работ – [2], в которой автор применяет скрытую модель Маркова в текстонезависимой системе распознавания (система, которая распознает любые слова и выражения, сказанные пользователем) с целью идентифицировать голос диктора [2].

Чтобы система правильно распознавала услышанный голос, строятся скрытые модели для всех дикторов, то есть, другими словами, производится обучение системы. Первым шагом речь переводят в вектора коэффициентов восприятия, затем эти векторы квантуют, и, наконец, алгоритм вперед-назад позволяет создать последовательность наблюдений модели. Когда система слышит речевой поток, она вычисляет вероятность каждого диктора при условии наблюдаемой последовательности; далее выбирается максимальная вероятность, которая и будет соответствовать диктору, произнесенному фразе.

Следующей выделенной областью является проблема защиты информации компьютерных систем от разрушающих (вирусных) программ, способных нанести большой урон вычислительной технике [3]. В работе продемонстрирована эффективность применения СММ, которая помогла снизить вероятности появления ошибок. Помимо этого, модель способна подстраиваться под ранее неизвестные или преобразованные вирусы, а также она не требует человеческого вмешательства, для определения принадлежности поступающих в систему файлов конкретному классу.

Свою нишу СММ занимает также в области страхования и кредитования. В последние годы банковская карта стала самым популярным платежным средством в связи с быстрым развитием информационных технологий во всем мире. По мере того, как увеличивается спрос на карту, возрастает и уровень мошенничества. Естественно, речь идет об онлайн-оплате, где вероятность перехватить данные мошенниками резко обостряется.

Важное преимущество СММ подхода в предотвращении таких случаев - это экстремальное уменьшение числа ложных срабатываний сделки, определенное в качестве системы обнаружения мошенничества вредоносного ПО, даже если они действительно подлинны.

Предложенный в статье [4] метод имеет возможность обрабатывать большие объемы данных, дает более точный и быстрый результат, чем другие существующие системы. СММ делает обработку обнаружения очень легкой и пытается снять сложности.

Также СММ применяются при анализе структуры рисков [5], кроме того широкой областью применения СММ является биохимия [6].

### **Описание функций математического пакета R**

Для работы над реализацией скрытой модели была выбрана среда вычислений R, так как она является одной из самых распространенных платформ, используемых аналитиками, и отличным помощником для статистической обработки данных.

Платформа R позволяет обрабатывать данные, строить математическую модель явления, проводить статистические анализы, редактировать таблицы, строить качественные графики и многое другое. R – свободный ресурс с большими возможностями. Особенностью языка R является его расширяемость, то есть возможность установки специальных пакетов для работы специфических функций или специальных областей применения. Для работы со скрытыми процессами на R необходимо дополнительно установить пакет HMM (Hidden Markov Model) [7]. Этот пакет содержит функции, необходимые для проведения эксперимента, а именно:

- *baumWelch(hmm, observation, maxIterations=100, delta=1E-9, pseudoCount=0)* – определение оптимальных неизвестных параметров для СММ при заданных начальной СММ и последовательности наблюдений, где *maxIterations* – максимальное число итераций для алгоритма Баума-Велша; *delta* – условие выброса из алгоритма при совпадении матрицы переходов и эмиссионной матрицы до того, как выполнены все итерации; *pseudoCount*- добавление некоторой суммы.

- *initHMM* (*States*, *Symbols*, *startProbs=NULL*, *transProbs=NULL*, *emissionProbs=NULL*) – задание параметров СММ, где *States* – вектор с названиями скрытых состояний, *Symbols* – с названиями наблюдаемых, *startProbs* – вектор начальных вероятностей, *transProbs* – матрица переходов между скрытыми состояниями, *emissionProbs* – матрица выходных вероятностей.
  - *viterbi(hmm, observation)* – вычисление наиболее вероятного списка состояний для последовательности наблюдений в рамках конкретной модели СММ, где *hmm* – скрытая марковская модель, *observation* – последовательность наблюдений.
- Также для работы с СММ в R используется пакет **depmixS4** [8].

### Выводы

Приведены основные понятия скрытых марковских моделей, дан обзор областей применения теории СММ. С помощью пакета R показано построение СММ. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 14-07-00090, 15-07-03406, 15-07-03007) и при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 02.A03.21.0008).

### Литература

1. Двойной И.П. Использование скрытых марковских моделей для установления личности человека по изображению его лица // Журнал «21 век: итоги прошлого и проблемы настоящего». Серия: Технические науки. Информационные технологии. 10(14)/2013 г. с. 33-37
2. Нифонтов С.В., Белов Ю.С. Применение СММ в текстонезависимых системах идентификации пользователей по голосу // Электр. журнал: наука, техника и образование. ООО «Манускрипт». 2(6). 2016 г. с.116-124
3. Козачок А.В. Математическая модель системы распознавания разрушающих программных средств, на основе скрытых марковских моделей // Вестник СибГУТИ – №3, – 2012. – С. 29-39
4. Bhusari V., Patil S. Application of Hidden Markov Model in Credit Card Fraud Detection // International Journal of Distributed and Parallel Systems (IJDPSS) – Vol.2, No.6. – 2011. – Pp. 203-211.
5. Thomas L., Allen D. and Morkel-Kingsbury N. A Hidden Markov Chain Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads // International Review of Financial Analysis – 11 – 2002. – Pp. 311–329.
6. Траньков С. В., Яворский В. А., Бородовский М. Анализ эффективности использования семейства алгоритмов GeneMark при аннотации геномов // ТРУДЫ МФТИ. —Том 4, № 2, 2012. — С. 202-209.
7. Lin Himmelmann. Package HMM – <https://cran.r-project.org/web/packages/HMM/HMM.pdf>
8. Visser I., Speekenbrink M. depmixS4: An R Package for Hidden Markov Models – <https://cran.r-project.org/web/packages/depmixS4/vignettes/depmixS4.pdf>

## HIDDEN MARKOV MODELS, THEIR APPLICATION AND CONSTRUCTION IN R

Malkova A.M.<sup>1</sup>, Zaryadov I.S..<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

<sup>2</sup>Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS,

[m.a.malkova@yandex.ru](mailto:m.a.malkova@yandex.ru), [zaryadov\\_is@rudn.university](mailto:zaryadov_is@rudn.university)

*The main definitions and areas of application of Hidden Markov models theory are presented. Also R realization of Hidden Markov models is introduced.*

Key words: hidden Markov model (HMM), mathematical package R.



## ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СПРОСОМ И ПРЕДЛОЖЕНИЕМ НА РЫНКЕ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА

Матюшенко С.И., Сухина Ю.И.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия  
[matushenko@list.ru](mailto:matushenko@list.ru), [suhinusha@rambler.ru](mailto:suhinusha@rambler.ru)

*В данной работе строится система эконометрических уравнений, отражающая равновесие между спросом и предложением на рынке дизельного топлива в России. В качестве основных факторов, влияющих на объемы производства и реализации дизельного топлива, рассматривается среднедушевой доход населения, стоимость нефти марки Brent, розничная цена дизельного топлива.*

Ключевые слова: эконометрическое моделирование, система одновременных уравнений, спрос и предложение.

### Введение

Эконометрическое моделирование – это процесс построения математической модели, описывающей механизм функционирования некоторой экономической или социально-экономической системы. В данном случае мы будем строить систему одновременных уравнений, известную в литературе под названием модель равновесного рынка [1]. Для оценки параметров модели используем данные Федеральной службы государственной статистики [2] за период с января 2007 по февраль 2017 года.

### Описание метода

Суть эконометрической модели заключается в том, что она, будучи представленной в виде набора математических отношений, описывает функционирование конкретной экономической системы. При этом переменные, входящие в модель, подразделяются на эндогенные (зависимые) и экзогенные (факторы). В нашем случае в качестве эндогенной переменной выступит временной ряд объемов продаж дизельного топлива. К экзогенным переменным отнесем временные ряды стоимости топлива, доходов населения России и стоимости нефти марки Brent.

Предварительный анализ статистических данных показал, что наиболее точной является модель степенной зависимости спроса на дизельное топливо от рассматриваемых факторов:

$$Q_t = A * (Pt)^{\alpha_1} * (Dt)^{\alpha_2} * \varepsilon_t ; \tag{1}$$

$$Q_t = B * (Pt)^{\beta_1} * (Ot)^{\beta_2} * ut ,$$

где  $Q_t$  – спрос на дизельное топливо (тонна), равный предложению,  $P_t$  – стоимость дизеля (руб/литр),  $D_t$  – среднедушевой доход населения (руб),  $O_t$  – цена нефти марки Brent (долл/баррель),  $A, \alpha_1, \alpha_2, B, \beta_1, \beta_2$  – параметры системы,  $\varepsilon, ut$  – случайные ошибки.

### Результаты моделирования

На первом этапе решения задачи мы изучили динамику переменных, присутствующих в модели. На рисунках 1 - 4 представлены графики соответствующих временных рядов.

Как видно из рисунка 1 стоимость дизельного топлива неуклонно растет, демонстрируя почти линейный тренд, начиная с января 2009 года. При этом стоимость нефти марки Brent (рис.2) подвержена колебаниям и демонстрирует стремительное снижение с июня по декабрь 2008 года и со второй половины 2014 года по настоящее время. Очевидно, что стоимость дизельного топлива слабо коррелирует со стоимостью нефти.

Достаточно часто приходится слышать, что экономика России значительно зависит от нефтяных цен. Однако динамика среднедушевых доходов россиян (рис.3) указывает на то, что это влияние сильно преувеличено. В целом доходы россиян растут, а в 2016 и 2017 годах они остались неизменными.

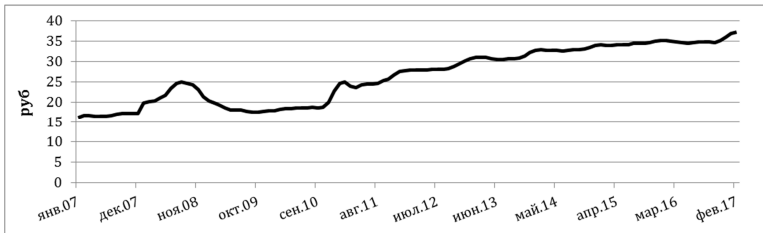


Рис.1. Стоимость дизельного топлива, руб/литр

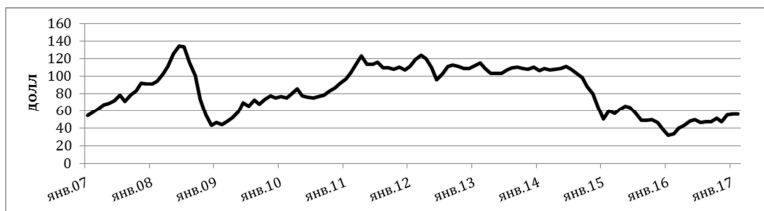


Рис.2. Стоимость нефти марки Brent, долл/баррель

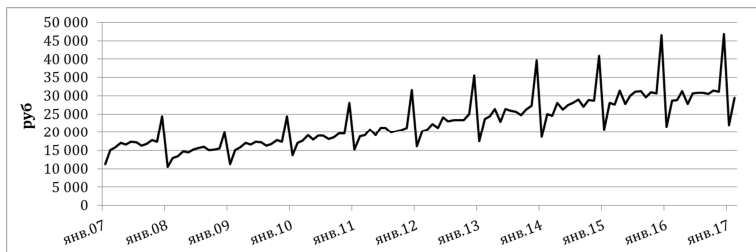


Рис.3. Среднедушевой доход россиян, руб

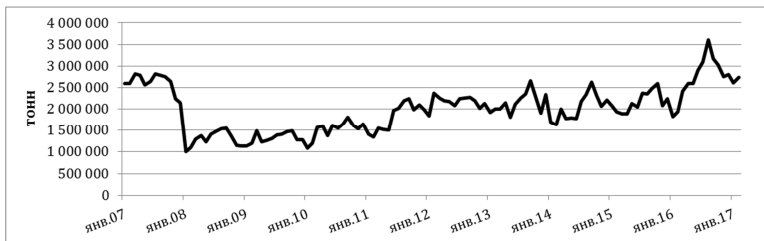


Рис.4. Спрос на дизельное топливо, тонна

Таким образом, не смотря на колебания нефтяных цен, доходы россиян и цены на дизельное топливо демонстрируют устойчивый рост. Естественно, что в данных условиях потребление дизельного топлива также растет (рис. 4). При этом наблюдаются сезонные колебания, связанные с проведением сельскохозяйственных работ и более активным использованием автотранспорта в теплое время года.

Вернемся к системе уравнений (1). Используя статистический пакет Eviews, мы получили оценки неизвестных коэффициентов системы и убедились в их значимости. В итоге пришли к следующей системе:

$$Qt = 10,2 * Pt^{0,15} * Dt^{0,38};$$

$$Qt = 13,4 * Pt^{4,5} * Ot^{-0,1}.$$

Экономический анализ рынка дизельного топлива, проведенный с помощью данной системы уравнений, позволяет сделать следующие выводы.

Во-первых, значительное влияние на производство дизельного топлива оказывает его цена. При увеличении стоимости топлива на 1% прирост производства дизеля в среднем составляет почти 80 тысяч тонн.

Во-вторых, увеличение стоимости нефти на 0,8 доллара приводит к уменьшению предложения на 10%. Объясняется это технологической отсталостью российских нефтеперерабатывающих заводов и, соответственно, низкой долей чистой прибыли. И если при этом цена на нефть растет, то производство дизельного топлива становится не рентабельным, что приводит к сокращению производства.

В-третьих, ценовой фактор оказывает меньшее влияние на спрос, чем на предложение. При увеличении стоимости дизеля на 26 копеек спрос на него увеличивается всего на 2,9 тонны. В целом, ценовой фактор не играет большой роли в формировании потребления дизеля, так как дизельное топливо приобретает не только населением для личного транспорта, но и используется для коммерческого транспорта в различных федеральных структурах.

В-четвертых, прирост доходов на 1% на одного жителя России приводит к увеличению спроса на дизельное топливо на 0,38%.

В заключение стоит отметить, что спрос на дизель в большей степени связан с ростом экономики страны и развитием таких отраслей, как промышленность, строительство и сельское хозяйство. Поэтому прогресс в этих областях будет способствовать увеличению спроса и предложения на рынке дизельного топлива.

### Литература

1. Айвазян С.А. Основы эконометрики. Т2. М.: ЮНИТИ, 2001. 432 с.
2. Федеральная служба государственной статистики – <http://www.gks.ru/>

## ECONOMETRIC MODEL FOR SUPPLY AND DEMAND CURVES

*Matushenko S.I., Sukhina J.I.*

*People's Friendship University, Moscow, Russia*  
[matushenko@list.ru](mailto:matushenko@list.ru), [suhinusha@rambler.ru](mailto:suhinusha@rambler.ru)

*In this article the simultaneous-equation econometric model that reflects the interactions between supply and demand in the Russian fuel market is described. The set of indicators which have an impact on production and distribution of diesel fuel includes the average incomes earned per person, prices for crude oil Brent and the retail price for the fuel.*

Keywords: econometric modeling, system of simultaneous equations, supply and demand.

## МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ СТРАХОВЫХ ИСКОВ

Михеев А.В.

Финансовый университет при Правительстве РФ

[antoshkamix@gmail.com](mailto:antoshkamix@gmail.com)

*Страховая компания должна осуществлять свою деятельность в рамках грамотной политики, которая неизбежно включает расчет будущих денежных потоков. В большинстве случаев, основными исходящими будущими потоками страховой компании являются выплаты по страховым случаям, которые по своей сути являются предметом исполнения обязательств по предъявлению страховых исков. В последнее время уровень страховых исков может достигать больших масштабов, что отрицательно будет сказываться на финансовых результатах страховой компании.*

Ключевые слова: ставка дисконтирования, корректировка денежных потоков, портфель страховых контрактов, обратное тестирование, логарифмическое отношение правдоподобия.

### Введение

Неизвестный уровень будущих страховых выплат представляет собой риск для страховщиков. Этот риск можно поделить на две части:

- риск отклонения от точного уровня ожидаемых исков;
- риск, связанный с неизвестным уровнем ожидаемых исков.

Альтернативный подход, рассмотренный в работе [1], позволяет регулировать корректировку ставки дисконтирования с помощью двух величин, которые иногда легче оценить - общая стоимость капитала страховщика и ожидаемая доходность всех инвестиций (ставка портфеля). Если вычесть полную стоимость капитала (выраженную в виде изменения доходности) из ставки портфеля, то результатом будет соответствующая ставка дисконтирования для страховых обязательств, и корректировку денежного потока не требуется включать в обеспечение риска.

Стоимость капитала, который используется в качестве резерва под риск в методе ставки портфеля, не всегда преобразовывается в изменение процентной ставки. В некоторых случаях она применяется как дополнение к прогнозируемым денежным потокам. В соответствии с этим изменением, ставка портфеля используется непосредственно в качестве ставки дисконтирования, но полное обеспечение риска производится через корректировку денежных потоков.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натора М.С.

### Основные результаты

В работе [2] приводится объяснение ненулевой цены за страховой риск, связанное с нарушением предположений, лежащих в основе совершенных рынков. Следующие предположения, которые не могут существовать на практике:

- Предположение, зависящее от строгого определения рыночного портфеля. Мировые финансовые рынки не сходятся во мнении, что подобный рыночный портфель может быть строго определен, и однозначно определяется его ковариационная матрица.
- Риски могут иметь крайне неравномерное распределение. Имеется в виду очень малая вероятность наступления чрезвычайно больших потерь. Такие риски особенно трудно уменьшить путем диверсификации.
- Риски могут быть недиверсифицируемыми. Риски, связанные с неизвестным уровнем ожидаемых исков, особенно трудно диверсифицировать. В большинстве случаев не существует таких финансовых инструментов, которые легко и недорого торгуются с подобными рисками.

- Предположение, зависящее от «беззатратного» банкротства, то есть, все активы разорившейся компании могут быть доступны для расчетов в полной мере по всем обязательствам. На самом деле, существуют значительные судебные расходы, которые снижают сумму имеющихся активов для погашения обязательств обанкротившейся компании.

### Примеры практического анализа

Для того чтобы проанализировать принятые в ходе исследования результаты, для начала необходимо обратиться к результатам, которые были получены с помощью анализа практической литературы [3]. Объяснения полученных результатов практических примеров будут изложены в Выводах.

В США в 2005 году ураганы вызвали небывалое количество повреждений жилой, промышленной и коммерческой недвижимости. Важно отметить, что в то время более чем 95 % страховых исков были урегулированы. Большое количество исков и колоссальные потери от наводнений, ураганов в 2004-2005 годах являются беспрецедентными в истории национальной программы страхования NFIP. С 1968 по 2004 г. NFIP выплатила 15 млрд. долл., чтобы покрыть более 1,3 млн. исков. Один ураган Катрина в результате предъявления страховых исков обошелся программе на общую сумму в 16,5 млрд. долл. Смоделировать данную ситуацию поможет метод индивидуального риска с полным разрушением объекта.

Средняя стоимость жилого дома в пострадавшем в большей степени штате Луизиана в среднем составляет 175 тыс. долл. Примем ее за величину компенсации в случае убытков. Заданная вероятность покрытия всех требований о выплате возмещения по риску в течение рискованного периода составила 95%. При наличии 16,5 млрд. долл. выплат в результате предъявления 250 тыс. страховых исков, принимая нормировку, получим 25 элементов в портфеле страховой компании, на общую сумму 1,65 млн. долл.

Используя биномиальное распределение случайной величины элементов портфеля, получим значение вероятности реализации опасности на уровне 23,5%.

Стоит рассмотреть следующий практический пример с использованием метода обратного тестирования.

Пусть страховая компания предусматривает  $VaR$  на уровне 1% для  $T$  дней (один год). Показатель  $VaR$  рассчитывается для портфеля, состоящего из страховых контрактов, заключенных с лицами возраста  $x$ . Следует посчитать, сколько раз за эти  $T$  дней реальные потери (выплаты по всем контрактам портфеля) превысили вычисленный показатель  $VaR$ .

Все контракты портфеля относятся к категории страхования на случай смерти. Предположим, что максимальное количество страховых контрактов в одном портфеле равно 200. Таким образом, в рамках данной задачи следует рассматривать только события, связанные с массовым смертельным исходом группы людей (катастрофы, бедствия, теракты) со сроком в один день (то есть нельзя включать в рассмотрение события, связанные с военными действиями, срок которых, как правило, составляет более одного дня). Условная оценка количества дней, когда человек возраста  $x$  может оказаться в вышесказанной группе, определяется общими знаниями (новорожденные, дети возраста до 6 лет, а также пожилые люди с возрастом более 80 лет имеют значение  $T$  около 150-200, остальные – от 200 до 365 в зависимости от возраста).

В 1995 году для 99%-ого уровня доверительной вероятности был разработан тест, в основу которого положено логарифмическое отношение правдоподобия, которое при справедливой гипотезе о том, что  $p$  является истинным значением вероятности, асимптотически подчиняется хи-квадрат распределению с одной степенью свободы (1):

$$LR = -2\ln\left[(1-p)^{T-N}(p)^N\right] + 2\ln\left[\left(1-\frac{N}{T}\right)^{T-N}\left(\frac{N}{T}\right)^N\right] \quad (1)$$

По этому тесту нулевая гипотеза отвергается, если  $LR > 6,63$ .

Статистика по большинству массовых событий во всем мире, повлекших за собой смерть людей, содержит данные за последние 17 лет (с 1999 года). Таким образом, определяя количество выбросов  $N$  за каждый год и количество дней  $T$  для каждого возраста  $x$ , получим значения статистики для логарифмического отношения правдоподобия в заданных условиях.

### Выводы

Результатом первого практического примера является довольно значительная вероятность реализации опасности, на фоне того, что близ штата Луизиана за 17 лет (с 1992 по 2009 гг.) произошло 5 ураганов высокой разрушительной силы. То есть, можно предположить, что страховые компании, удовлетворив 95% всех исков, грамотно построили программу по управлению подобных страховых рисков, заложив вероятность реализации стихийного бедствия на уровне 23,5%.

Если рыночные несовершенства являются объяснением ненулевой цены за страховой риск, то определение рыночной цены страхового риска особенно затруднительно.

Экономические теории, основанные на совершенных рынках, не помогают количественно оценить риск, потому что они утверждают, что данная поправка равняется нулю. Тем не менее, согласно разбросу наблюдаемых цен, предполагается ненулевая поправка. Таким образом, корректировка на риск, связанный с договорами страхования, должна быть эмпирической и приближительной.

Также следует отметить некоторые результаты второго примера: как можно заметить, для данных 2013 года, нулевая гипотеза отвергается для всех возрастов.

В первую очередь, это связано с большим количеством выбросов (их всего 10, среди которых землетрясения в КНР и Филиппинах, наводнения в Индии, а также ураган в Сомали), которое, безусловно, ставит страховые компании в катастрофическое положение по выплате огромного количества выплат.

В подобной ситуации, страховым компаниям следует проанализировать ретроспективу данных на наличие аномальных наблюдений, а также изменить ее глубину при оценке входных параметров модели.

### Литература

1. The American Academy of Actuaries Financing Reporting Committee. 2009. «Discussion on the use of Discount Rates in Accounting Present Value Estimates».
2. Discussion on the use of Discount Rates in Accounting Present Value Estimates. American Academy of Actuaries Financial Reporting Committee. September 2009.
3. Insurance claims payment process in the Gulf Coast after the 2005 hurricanes: hearing. Serial No. 110-7. February 2007.

## RISK MANAGEMENT FRAMEWORKS OF INSURANCE CLAIMS

Mikheev A.V.

<sup>1</sup>Financial University under the Government of Russian Federation,

[antoshkamix@gmail.com](mailto:antoshkamix@gmail.com)

*The insurance company must conduct its activities within the framework of competent policy, which inevitably involves the calculation of future cash flows. In most cases, the main outgoing future cash flows of the insurance companies are the insurance payments, which are inherently subject to fulfillment of the obligations on presentation of insurance claims. In recent years, the level of insurance claims can reach large proportions that will negatively affect the financial results of the insurance company.*

Key words: discount rate, adjusting the cash flows, portfolio of insurance contracts, back testing, logarithmic likelihood ratio.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОЛОСТЬЮ (СООТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ К ВЫСОТЕ ОДИН К ЧЕТЫРЕМ) С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Мусаев В.К.

Московский политехнический университет, musayev-vk@yandex.ru

*Рассмотрена постановка задачи с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) в полуплоскости при воздействии в виде функции Хевисайда.*

Ключевые слова: математическое моделирование, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., отраженная волна, интерференционная волна, волновая теория сейсмической безопасности, переходной процесс, сейсмика, сейсмическая стойкость, сейсмическое воздействие.

## 1. Введение

В работе рассматривается техническое средство в виде вертикальной полости для управления сейсмическим напряженным состоянием исследуемого объекта. Огибающая волна, теряют часть энергии направленной на предполагаемое сооружение и тем самым уменьшают свое влияние на предполагаемое сооружение.

## 2. Реализация методики и алгоритма

Некоторые вопросы в области моделирования нестационарных динамических задач с помощью применяемого метода, алгоритма и комплекса программ рассмотрены в следующих работах [1–12].

В работах [2–5, 8 11–12] приведена информация о физической достоверности и математической точности моделирования нестационарных волн напряжений в деформируемых телах с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

## 3. Некоторые результаты исследований

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$ .

Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной сейсмической волны в виде функции Хевисайда параллельной свободной поверхности упругой полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) (рис. 1). От точки  $F$  параллельно свободной поверхности  $ABEFG$  приложено нормальное напряжение  $\sigma_x$ , которое при  $0 \leq n \leq 10$  ( $n = t / \Delta t$ ) изменяется линейно от 0 до  $P$ , а при  $n \geq 10$  равно  $P$  ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = 0,1 \text{ МПа}$  ( $1 \text{ кгс/см}^2$ )). Граничные условия для контура  $GHI A$  при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура  $GHI A$  не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 200$ . Контур  $ABEFG$  свободен от нагрузок, кроме точки  $F$ . Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ ;  $E = 3,15 \cdot 10^4 \text{ МПа}$  ( $3,15 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$ );  $\nu = 0,2$ ;  $\rho = 0,255 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$  ( $0,255 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{с}^2 / \text{см}^4$ );  $C_p = 3587 \text{ м/с}$ ;  $C_s = 2269 \text{ м/с}$ . Решается система уравнений из 59048 неизвестных.

Результаты расчетов для контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  ( $\bar{\sigma}_k = \sigma_k / \sigma_0$ ) во времени  $n$  получены в точке  $A1$  (рис. 1), находящейся на свободной поверхности упругой

полуплоскости. На рис. 2 приведено контурное напряжения  $\bar{\sigma}_k$  в точке A1 (рис. 1) во времени  $t$ .

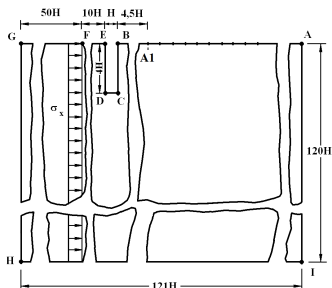


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии плоской продольной сейсмической волны на упругую полуплоскость с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем)

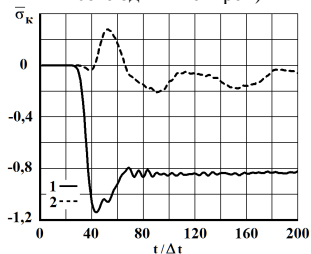


Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t/\Delta t$  в точке A1 : 1 – в задаче без полости; 2 – в задаче с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем)

#### 4. Вывод

Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи, о применении полостей для увеличения безопасности технических объектов экономики при сейсмических воздействиях.

#### Литература

1. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
2. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
3. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
4. Мусаев В.К. Численное решение задачи о распространении нестационарных упругих волн напряжений в подкрепленном круглом отверстии // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 2. – С. 93–97.
5. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде



- импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
6. Мусаев В.К. Определение упругих напряжений в плотине Койна с основанием с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Успехи современного естествознания. – 2014. – № 12 (часть 3). – С. 235–240.
7. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 1). – С. 25–29.
8. Мусаев В.К. Математическое моделирование стоячих волн напряжений в горизонтальной бесконечной полосе при воздействии в виде дельта функции и функции Хевисайда // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2016. – С. 312–314.
9. Musayev V.K. Mathematical modeling of seismic nonstationary elastic waves stresses in Kurpsai dam with a base (half-plane) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Volume 12, Issue 3. – P. 73–83.
10. Musayev V.K. Numerical simulation of non-stationary seismic stresses in elastic waves dam Koyna with base (half-plane) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Volume 12, Issue 3. – P. 84–94.
11. Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Куранцов В.А., Мусаева С.В., Кулагина Н.В. Оценка точности и достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 352–355.
12. Саликов Л.М., Мусаев А.В., Идельсон Е.В., Самойлов С.Н., Блинные В.В. Оценка физической достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 356–359.

## **MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC STRESSES IN ELASTIC HALF-PLANE WITH THE CAVITY (RATIO OF WIDTH TO HEIGHT OF ONE TO FOUR) WITH THE HELP OF WAVE THEORY FOR SEISMIC SAFETY**

*Musayev V.K.*

*Moscow Polytechnic University, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

*Reviewed the problem statement with the cavity (ratio of width to height of one to four) in a half-plane when exposed in the form of Heaviside functions.*

Key words: mathematical modeling, numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K., the reflected wave, the interference wave, the wave theory of seismic safety, transient, seismic, seismic resistance, seismic effect.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОЛОСТЬЮ (СООТНОШЕНИЕ ШИРИНЫ К ВЫСОТЕ ОДИН К ЧЕТЫРЕМ) С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ ВЗРЫВНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Мусаев В.К.

Московский политехнический университет, musayev-vk@yandex.ru

*Рассмотрена постановка задачи с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) в полуплоскости при воздействии в виде дельта функции.*

Ключевые слова: вычислительная механика, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., волновая теория взрывной безопасности, математическая достоверность, фундаментальное воздействие.

## 1. Введение

Рассматриваются вопросы численного моделирования взрывного воздействия на упругую полуплоскость с полостью. Поставленная задача решается с помощью численного моделирования волновых уравнений теории упругости.

## 2. Реализация методики и алгоритма

Некоторые вопросы в области моделирования динамических задач с помощью применяемого метода, алгоритма и комплекса программ рассмотрены в следующих работах [1–12].

В работах [1–3, 8–9] приведена информация о достоверности моделирования волн напряжений в деформируемых телах с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

## 3. Некоторые результаты исследований

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс с}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$ .

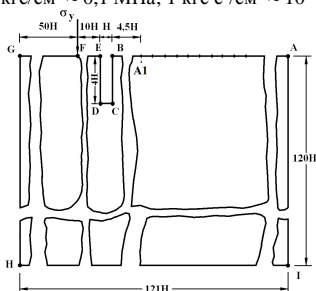


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем)

Рассмотрим задачу о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем) (рис. 1). В точке  $F$  перпендикулярно свободной поверхности  $ABEFG$  приложено сосредоточенное нормальное напряжение  $\sigma_y$  (рис. 1), которое при  $0 \leq n \leq 10$

( $n = t/\Delta t$ ) изменяется линейно от 0 до  $P$ , а при  $10 \leq n \leq 20$  от  $P$  до 0 ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = -0,1$  МПа ( $-1$  кгс/см<sup>2</sup>)). Граничные условия для контура  $GHIA$  при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура  $GHIA$  не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 200$ . Контур  $ABCDEFGF$  свободен от нагрузок, кроме точки  $F$ , где приложено сосредоточенное упругое нормальное напряжение  $\sigma_y$ . Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6}$  с;  $E = 3,15 \cdot 10^4$  МПа ( $3,15 \cdot 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>);  $\nu = 0,2$ ;  $\rho = 0,255 \cdot 10^4$  кг/м<sup>3</sup> ( $0,255 \cdot 10^5$  кгс·с<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>);  $C_p = 3587$  м/с;  $C_s = 2269$  м/с. Решается система уравнений из 59048 неизвестных.

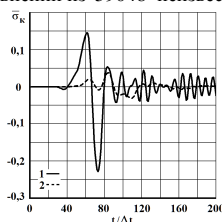


Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t/\Delta t$  в точке  $A1 : 1$  – в задаче без полости; 2 – в задаче с полостью (соотношение ширины к высоте один к четырем)

Результаты расчетов для контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  ( $\bar{\sigma}_k = \sigma_k / |\sigma_0|$ ) во времени  $n$  получены в точке  $A1$  (рис. 1), находящейся на свободной поверхности упругой полуплоскости. На рис. 2 приведено контурное напряжение  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $n$ , которые получено в точке  $A1$ .

#### 4. Вывод

Полученные результаты показывают уменьшение напряжений при применении полости с соотношением ширины к высоте один к четырем.

#### Литература

1. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
2. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
3. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
4. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемой среде на поверхности полуплоскости при взрывном воздействии в объекте хранения опасных веществ // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 1). – С. 84–87.
5. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 1). – С. 25–29.

6. *Шиянов С.М., Стародубцев В.В., Самойлов С.Н., Мусаев А.В., Рыбка В.С.* Определение нестационарных волн напряжений в окружающей среде при взрывных воздействиях в объекте хранения опасных веществ с полостью (соотношение ширины к высоте один к пяти) с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIII Международной конференции. – М.: РГГУ, 2015. – С. 407–410.
7. *Тарасенко А.А., Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Крылов А.И., Рыбка В.С.* Численное моделирование внешнего ударного воздействия на несущие конструкции технических систем с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2016. – С. 328–330.
8. *Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Куранцов В.А., Мусаева С.В., Кулагина Н.В.* Оценка точности и достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 352–355.
9. *Мусаев В.К.* О моделировании волн напряжений при нестационарных динамических процессах в подкрепленном круглом отверстии // Двойные технологии. – 2016. – № 4. – С. 61–66.
10. *Мусаев В.К.* Моделирование взрывных нестационарных упругих волн напряжений в упругой полуплоскости с вертикальной прямоугольной полостью (соотношение ширины к высоте один к восьми) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–1. – С. 44–48.
11. *Musayev V.K.* Numerical simulation of non-stationary elastic contour stresses in the shell of the reactor compartment of the nuclear power station with the foundation and basis (half-plane) at impact of aircraft // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Volume 12, Issue 4. – P. 116–126.
12. *Мусаев В.К.* Моделирование защиты окружающей среды при нестационарных упругих воздействиях в объекте хранения взрывчатых веществ // Двойные технологии. – 2017. – № 1. – С. 68–72.

## NUMERICAL SIMULATION OF DYNAMIC STRESSES IN THE ELASTIC HALF-PLANE WITH THE CAVITY (RATIO OF WIDTH TO HEIGHT OF ONE TO FOUR) USING THE WAVE THEORY OF EXPLOSION SAFETY

*Musayev V.K.*

*Moscow Polytechnic University, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

*Reviewed the problem statement with the cavity (ratio of width to height of one to four) in a half-plane when exposed in the form of Delta functions.*

Key words: computational mechanics, numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K. the wave theory of explosive safety, mathematical accuracy, and fundamental effects.

## РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРОВ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ НА ЯЗЫКЕ JULIA

*Нсамо В.Д., Мануэль М.А., Бенто А.Э., Гаспар С., Маршалл О.И.Р.*

*Российский университет дружбы народов,*

*{walterdomingos6, mig.catanha}@gmail.com, {edgar.alexandry, se.bilson, Dj\_kip1000}@hotmail.com*

*Данная работа посвящена описанию реализации различных генераторов псевдослучайных чисел на языке Julia. Вначале дается краткий обзор JuliaLang — нового языка для научного программирования. Далее приводятся алгоритмы генерации псевдослучайных чисел, распределенных по равномерному, нормальному, экспоненциальному, пуассоновскому распределениям, а также по распределению Вейбулла. Описывается их реализация и проводится сравнение с встроенными возможностями языка Julia.*

Ключевые слова: генераторы псевдослучайных чисел, Julia, случайные процессы.

### Введение

Язык программирования Julia—молодой и перспективный язык для научного программирования [1-3]. Он совмещает в себе производительность, сравнимую с компилируемыми языками и простоту синтаксиса и отладки сопоставимую с интерпретируемыми языками.

В данной работе мы рассмотрим основные возможности языка Julia, связанные с генерацией псевдослучайных чисел. Кратко проанализируем вначале встроенные возможности языка, а затем перейдем к описанию нашей реализации некоторых генераторов.

### Встроенные возможности генерации псевдослучайных чисел языка Julia

В Julia реализован базовый функционал по генерации псевдослучайных чисел. Есть возможность генерирования последовательности равномерно, нормально и экспоненциально распределенных псевдослучайных чисел. В качестве генератора для равномерного распределения используется алгоритм под названием Вихрь Мерсенна (MT — Mersenne Twister), разработанный в 1997 году Мацумото и Нишимура [4]. Существуют 32-, 64-, 128-разрядные версии вихря Мерсенна. Свое название алгоритм получил из-за использования простого числа Мерсенна  $2^{19937} - 1$ . В зависимости от реализации обеспечивается период вплоть до  $2^{216091} - 1$ .

Программисту для генерации псевдослучайных последовательностей доступны в частности три функции: `rand!(A::Array)`, `randn!(A::Array)`, `randexp!(A::Array)`, которые заполняют переданный им в качестве аргумента массив набором равномерно, нормально и экспоненциально распределенных целых чисел.

### Реализованные нами алгоритмы

Для генерации псевдослучайных равномерно распределенных чисел мы выбрали семейство алгоритмов `xorshift`, использующих побитовые логические операции исключающего или и побитового сдвига. Данные генераторы были предложены в 2003 году Дж. Марсальей (G.Marsaglia) [5-6]. Они дают качественную псевдослучайную последовательность, ничем не уступающую результатам проведенных нами с помощью утилиты `DieHarder` [7] тестов.

Кроме того, на основе алгоритма `xorshift` были реализованы алгоритмы для генерации псевдослучайных чисел, распределенных по нормальному, экспоненциальному, пуассоновскому распределениям и по распределению Вейбулла.

### Тестирование с созданных генераторов

Для тестирования созданных генераторов была использована утилита `DieHarder` [7]. Данная утилита использует интерфейс командной строки и предназначена для проверки

последовательности сгенерированных чисел на соответствие равномерному распределению, для чего применяется широкий спектр тестов. Для тестирования других распределений мы использовали графические тесты, построение гистограммы, а также вычисляли эмпирические моменты, сравнивая их с теоретическими.

### Выводы

Результат проведенной работы представлен в виде модуля языка Julia. Проведенное тестирование реализованных генераторов показала их корректность. В качестве дальнейшей работы авторы планируют провести оптимизацию производительности и сравнить скорость работы генератора xorshift со встроенным алгоритмом вихря Мерсенна.

### Литература

1. Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing / Jeff Bezanson, Alan Edelman, Stefan Karpinski, Viral B. Shah.—2014.— November.— arXiv : cs.MS/1411.1607.
2. Julia: A Fast Dynamic Language for Technical Computing / Jeff Bezanson, Stefan Karpinski, Viral B. Shah, Alan Edelman.— 2012.— September.— arXiv : cs.PL/1209.5145.
3. Шеррингтон М. Осваиваем язык Julia.— М.: ДМК Пресс. — 416 с. — 2017. ISBN: 978-5-97060-370-3, 978-5-97060-370-3.
4. Matsumoto Makoto, Nishimura Takuji. Mersenne Twister: A 623-dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-random Number Generator // ACM Trans. Model. Comput. Simul. — 1998. — January. — Vol. 8, no. 1. — P. 3–30. — Access mode: <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/ARTICLES/mt.pdf>
5. Marsaglia George. Xorshift RNGs // Journal of Statistical Software. — 2003. — Vol. 8, no. 1. — P. 1–6. — Access mode: <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v008i14>
6. Panneton François, L'Ecuyer Pierre. On the Xorshift Random Number Generators // ACMTrans. Model. Comput. Simul. — 2005. — October. — Vol. 15, no. 4. — P. 346–361. — Access mode: <http://doi.acm.org/10.1145/1113316.1113319>
7. Brown Robert G., Eddelbuettel Dirk, Bauer David. Dieharder: A Random Number Test Suite. — 2013. — Access mode: [http://www.phy.duke.edu/~rgb/General/rand\\_rate.php](http://www.phy.duke.edu/~rgb/General/rand_rate.php)

## THE IMPLEMENTATION OF PSEUDO-RANDOM NUMBER GENERATOR IN JULIA

Nsamu W.D., Manuel M.A., Bento E.A., Gaspar S., Marshall O.I.R.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),

{walterdomingos6, mig.catanha}@gmail.com, {edgar.alexandry, se.bilson, Dj\_kip1000}@hotmail.com

*This work is devoted to description of the implementation of different generators of pseudo-random numbers in the language Julia. It first provides a brief overview of the Julia Lang — the new language for scientific programming. The following are algorithms for generating pseudo-random numbers distributed according to uniform, normal, exponential, Poisson distributions or the Weibull distribution. Describes their implementation and a comparison with the built-in language features of Julia.*

*Key words: pseudo-random number generator, Julia, random processes.*

## ОЦЕНКА И АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

Пермякова Ю.С.

Финансовый университет при Правительстве РФ,  
jusenka2013@gmail.com

*Произведен анализ ключевых финансовых показателей ООО СК «Альянс Жизнь» и доказана финансовая стабильность данной страховой организации. Проведена оценка пропорционального кватного договора перестрахования, основой которого являлись понесенные убытки компании ООО СК «Альянс Жизнь» с 2009 по 2014 годы. Согласно полученным данным спроектирована убыточность компании, а также определены расчетные показатели таких расходов, как оптимальная величина собственного удержания, административные расходы, отчисления брокерам и другие.*

Ключевые слова: перестрахование, страховая премия, пропорциональный договор, убыточность, собственное удержание, перестраховочная комиссия.

### Введение.

Данное исследование посвящено анализу перестраховочной деятельности ООО СК «Альянс Жизнь», а также оценке привлекательности перестрахования в целом. В данной работе для осуществления анализа деятельности страховой компании используются данные компании [2], [3], а также алгоритм оценивания ценообразования пропорциональных договоров перестрахования [1].

Перейдем к краткому изложению основных результатов. В данной работе осуществлены анализ ключевых финансовых показателей, переоценка страховых премий, получен уровень убыточности по скорректированным данным, рассчитаны показатели расходов, а именно: комбинированный коэффициент перестраховщика, брокерское комиссионное вознаграждение, административные и нераспределенные расходы.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натора М.С.

### Алгоритм анализа пропорционального договора страхования.

С помощью методики, подробно описанной в «Основы ценообразования в перестраховании» Дэвида Р. Кларка [1], проанализированы данные ООО СК «Альянс Жизнь» для составления пропорционального договора перестрахования. Предполагается, что страховой компании «Альянс» потребовалось оценить договор пропорционального перестрахования, а именно, определить оптимальную величину собственного удержания, административные расходы, отчисления брокерам и т.п. по имеющейся статистике за 6 лет (с 2009 по 2014 гг.).

1. На первом этапе необходимо проанализировать имеющуюся статистику за 6 лет. Отметим, что для наших расчетов необходимо включить в величину понесенных убытков убытки по рисковым договорам от несчастного случая, а также резервы и расходы по урегулированию убытков, но при этом исключим из рассмотрения РПНУ (резерв произошедших, но незаявленных убытков).
2. На следующем этапе проведем дополнительные преобразования полученной статистики с учетом фактора развития убытков, а также среднего уровня инфляции в Российской Федерации за последние 6 лет ( $\approx 8\%$ ) [4].
3. На третьем этапе предлагается переоценить заработанные страховые премии, с учетом среднего уровня инфляции в стране, а также

коэффициента, который рассчитывается методом параллелограмма, и используется для корректировки страховых премий.

4. На четвертом этапе проведем расчет убыточности по полученным скорректированным данным, как мы это делали на первом этапе.
5. Заключительный этап представляет собой определение комбинированного коэффициента перестраховщика, брокерского комиссионного вознаграждения, административных и нераспределенных расходов.

### Основные результаты

Таблица 1. Основные статистические данные и расчёт убыточности компании ООО СК «Альянс Жизнь»

Год	Заработанная премия	Состоявшиеся убытки	Убыточность
2009	18 761 696	11 228 320	59,85%
2010	18 427 055	10 737 904	58,27%
2011	19 044 395	12 455 451	65,40%
2012	22 667 794	14 037 498	61,93%
2013	27 319 051	15 693 595	57,45%
2014	29 404 207	18 633 692	63,37%
Итого	135 624 198	82 786 460	61,04%

Таблица 2. Переоцененные данные ООО СК «Альянс Жизнь» (4 этап)

Год	Скорректированная заработанная премия	Скорректированные состоявшиеся убытки	Спрогнозированная убыточность
2009	30 432 878	17 004 560,80	55,88%
2010	27 930 809	18 577 325,57	66,51%
2011	25 833 684	16 515 928,03	63,93%
2012	27 640 723	17 448 610,01	63,13%
2013	32 098 027	18 220 263,80	56,76%
2014	32 296 405	20 124 387,36	62,31%
Итого	176 232 525	107 891 075,57	61,22%

Таблица 3. Расчётные показатели

Ожидаемая убыточность	61,22%
Перестраховочная комиссия	30,00%
Брокерское вознаграждение	5,00%
Административные расходы	1,00%
Прочие расходы	1,00%
Комбинированный коэффициент	98,22%



Согласно проведенному анализу ключевых финансовых показателей мы достигли следующих результатов. Отмечается тенденция снижения зависимости ООО СК «Альянс Жизнь» от перестраховщиков: с 7% в I квартале 2013 года до 6% в I квартале 2014 года. Данная страховая компания характеризуется неэффективностью перестраховочной защиты, так как участие перестраховщика в состоявшихся убытках не превышает его участие в страховой премии: I квартал 2013 года – 3%, I квартал 2014 года – 5%. Следует отметить, что ООО СК «Альянс Жизнь» снизила долю участия перестраховщиков в страховых резервах с 12% до 11% в I кварталах 2013-2014 гг., что может говорить об улучшении финансового состояния и повышении самостоятельности организации.

При составлении пропорционального договора страхования очевидно, что убыточность с 2009 по 2014 гг. имеет среднее значение 61,04% (Таблица 1). Однако, в результате переоценки наших показателей с учетом влияющих факторов к 2015 году этот показатель составил 61,22% (Таблица 2). При расчёте показателей других расходов (Таблица 3) перестраховочная комиссия оценивается на уровне 30%.

### Выводы

Согласно проведенному анализу, актуарию необходимо провести оценку прибыльности данных условий договора пропорционального перестрахования и возможно дать свои собственные рекомендации и пояснения. Комбинированный коэффициент, равный 98,22%, тем не менее, показывает, что в данных условиях заключение договора пропорционального перестрахования может принести доходность, но в то же время следует оценить перестраховочную комиссию, так как при ее снижении доходность, как правило, увеличивается.

### Литература

1. Clark, D.R, Basics of Reinsurance Pricing, FCAS 1996.
2. Сайт компании ООО СК «АЛЪЯНС ЖИЗНЬ» - <http://www.allianz.ru/>
3. <http://www.spark-interfax.ru>
4. <http://уровень-инфляции.рф/>

## ESTIMATION AND ANALYSIS OF INSURANCE COMPANY FINANCIAL STABILITY

*Permyakova J.S.*

*Financial University under the Government of Russian Federation,  
jusenka2013@gmail.com*

*The analysis of the key financial indicators of IC Allianz Life LLC was made and the financial stability of this insurance organization was proved. A proportional quota reinsurance contract was evaluated, the basis of which was the losses incurred by SK Allianz Life LLC from 2009 to 2014. According to the received data, the company's loss-making was designed, and also estimated parameters of such expenses as the optimal value of own retention, administrative expenses, deductions to brokers and others.*

Key words: reinsurance, an insurance premium, a proportional agreement, loss-making, own retention, a reinsurance commission.

## АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЯЕМЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Петров А.А.

Елецкий государственный университет им. И.А.Бунина, xea191@yandex.ru

*Рассмотрены модели управляемых технических систем, описываемые дифференциальными включениями. Проанализированы известные алгоритмы поиска оптимальной траектории и предложен новый алгоритм с использованием искусственных нейронных сетей.*

Ключевые слова: дифференциальные включения, техническая система, оптимальное управление, устойчивость, численное моделирование, искусственные нейронные сети.

### Введение

При изучении динамических систем актуальной является задача управления движением технических систем [1–3]. Вопросы моделирования технических систем с помощью уравнений с многозначной правой частью рассматривались в [2, 3]. Построение математических моделей, развитие качественных и численных методов их исследования необходимы для адекватного описания функционирования новых классов технических устройств.

В настоящей работе рассмотрены управляемые системы, моделируемые дифференциальными включениями. К указанным системам относятся системы управления летательными аппаратами, а также автопилотируемые системы с автовождением. Построены динамические модели, учитывающие условия многозначности, вариативности, а также в ряде случаев и действие фактора сопротивления воздуха. Предложен алгоритм управления системой, который позволяет подбирать оптимальные параметры движения в случае изменяющихся входных данных. На основе алгоритма разработана компьютерная программа в пакете MATLAB. Предложена модифицированная динамическая модель и разработан алгоритм поиска оптимальной траектории с использованием искусственных нейронных сетей.

### Поиск оптимального управления движением

Рассмотрена модель движения системы без учета сопротивления воздуха, построенная в [2]. Движение объекта осуществляется в два этапа – подъем под воздействием постоянной векторной тяги  $(p, q)$  до достижения промежуточной высоты  $h$  и движение с достижением конечной точки  $(0, l)$  под воздействием постоянной векторной тяги  $(-b, s)$  на интервалах  $(0, t_1)$  и  $(t_1, t_2)$  соответственно. Движение системы описывается дифференциальными включениями, которые сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\begin{cases} m\ddot{x} = p, \\ m\ddot{y} = q - mg, \end{cases} \text{ и } \begin{cases} m\dot{x} = -b, \\ m\dot{y} = s - mg. \end{cases} \quad (1)$$

Критерий оптимальности имеет вид

$$\int_0^{t_1} (p + q)dt + \int_{t_1}^{t_2} (b + s)dt \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для (1) найдены значения  $p, q, b, s$ , удовлетворяющие критерию оптимальности (2).

Далее рассмотрена модификация первоначальной модели для случая, когда проекция конечной точки перемещается в плоскости  $xOz$  после достижения высоты  $H(0, h, 0)$ . Под вариативностью в модифицированной модели понимается возможность локализации конечной точки в плоскости  $xOz$ . Разработан алгоритм поиска оптимальной траектории, состоящий из трех шагов.

На шаге движение объекта происходит из начальной точки  $(0, 0, 0)$  до точки  $H(0, h, 0)$ . За время движения  $t_1$  конечная точка перемещается в точку круга положений.

На шаге 2 из всех возможных траекторий движения объекта выбирается та, которая ведет в промежуточную точку назначения. За оставшееся время  $t = t_2 - t_1$  объект достигнет плоскости  $xoz$ , направляясь в центр круга положений. Движение происходит за время  $t/2$ , затем устанавливается новый круг положения и выбирается траектория, которая ведет в его центр.

На шаге 3 в случае, если радиус круга положений больше радиуса соответствия, то повторяется шаг 2, где время движения, за которое объект проходит половину маршрута в центр круга положений, уменьшается вдвое. В результате нескольких повторений шага 2 будет получен круг положений с радиусом меньше  $\sigma$ , что позволяет далее двигаться в центр круга положений с гарантированным попаданием в конечную точку.

Описанный алгоритм реализован на встроенном языке системы MATLAB.

Далее рассмотрена модификация модели с учетом вариативности и сопротивления воздуха. Объект движется под воздействием постоянной векторной тяги с достижением высоты  $(0, h, 0)$ . Система рассматривается на конечном временном интервале  $T \in [t, t_\Delta]$ , в течение которого должно быть достигнута конечная точка, проекция которой перемещается в плоскости  $xoz$  согласно некоторому закону таким образом, что ее положение известно в любой момент времени. Также на тело воздействует сила тяжести. Предполагается, что движение проекции тела имеет линейный характер, а сам объект имеет форму шара, вязким сопротивлением среды для которого можно пренебречь. Сила сопротивления воздуха, воздействующая на тело, имеет вид

$$\Phi = \frac{C\rho V^2 S}{2}, \quad (3)$$

где  $C$  – коэффициент сопротивления,  $\rho$  – плотность среды,  $V$  – скорость движения,  $S$  – характерная площадь лобового сечения, для шара равная площади сечения, проходящего через центр. Абсолютный коэффициент воздействия среды в скалярной форме по каждой оси движения с учетом (3) можно записать в виде:  $\varphi = \frac{\Phi}{\sqrt{3mV^2}}$ .

Уравнения движения системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= A_x - \varphi \dot{x}^2, \quad x(t_0) = 0, \quad \dot{x}(t_0) = v_x, \\ \ddot{y} &= A_y - g - \varphi \dot{y}^2, \quad y(t_0) = h, \quad \dot{y}(t_0) = v_y, \\ \ddot{z} &= A_z - \varphi \dot{z}^2, \quad z(t_0) = 0, \quad \dot{z}(t_0) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $A_x, A_y, A_z$  – компоненты ускорения по осям,  $v_x, v_y$  – значения начальных скоростей.

Критерий оптимальности для системы (4) имеет вид

$$\left| \int_{t_0}^{t_\Delta} \frac{A_x}{m} dt \right| + \left| \int_{t_0}^{t_\Delta} \frac{A_y}{m} dt \right| + \left| \int_{t_0}^{t_\Delta} \frac{A_z}{m} dt \right| \rightarrow \min. \quad (5)$$

Выполнение критерия (5) предполагает поиск минимизирующего функционала

$$\min(A_x, A_y, A_z) = f(x_0, y_0, z_0, v_x, v_y, v_z, t_i, t_\Delta, \varphi), \quad (6)$$

где  $x_0, y_0, z_0$  – начальные координаты,  $v_x, v_y, v_z$  – начальные значения скоростей в скалярном виде,  $t_i$  – промежуточное начальное время.

Для поиска (6) в настоящей работе использован метод искусственных нейронных сетей [4]. Под тренировкой нейросети понимается процесс подстройки весовых коэффициентов. Получен обобщенный тренировочный критерий, необходимый для обеспечения сходимости метода обучения нейросети. Указанный критерий допускает

торможение при приближении к конечной точке. Тренировка нейросети происходит на случайных значениях аргументов для системы уравнений с учетом сопротивления воздуха при вычислении абсолютных значений координат по каждой из осей численными методами.

Важной задачей при исследовании динамических систем является анализ устойчивости. Для решения этой задачи могут быть использованы методы, разработанные в [5, 6]. В дальнейшем планируются обобщения построенной модели (в частности, на случаи переменного значения  $\varphi$ ) и анализ устойчивости в обобщенных моделях.

### Выводы

Предложен алгоритм поиска оптимального управления с использованием алгоритмов искусственных нейронных сетей. Преимущество указанного алгоритма состоит в незначительной вычислительной сложности и возможности применения в случаях, когда аналитическое исследование модели затруднено. Полученные результаты могут найти применение в задачах построения и исследования математических моделей движения технических систем, в частности, в задачах управления движением летательных аппаратов.

### Литература

1. *Иванов А. А., Торохов С. Л.* Управление в технических системах. М.: Форум, 2012.
2. *Масина О.Н.* Вопросы управления движением транспортных систем // *Транспорт: наука, техника, управление.* 2006. № 12. С. 10–12.
3. *Masina O.N., Druzhinina O.V.* On optimal control of dynamical systems described by differential inclusions // *Proceedings of the VII International conference on optimization methods and applications "Optimization and application" (OPTIMA-2016) held in Petrovac, Montenegro, September 25 - October 2, 2016.* Moscow: Dorodnicyn Computing Centre of FRC CSC RAS, 2016. P. 104–105.
4. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс. М.: Вильямс, 2006
5. *Масина О.Н., Дружинина О.В.* Моделирование и анализ устойчивости некоторых классов систем управления. М.: ВЦ РАН, 2011.
6. *Дружинина О.В., Масина О.Н.* Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. М.: ЛЕНАНД \ URSS, 2015.

## DEVELOPMENT OF THE SEARCH ALGORITHM OF THE OPTIMAL TRAJECTORIES FOR THE CONTROLLED SYSTEMS MODELS

*Petrov A.A.*

*Bunin Yelets State University, xeal91@yandex.ru*

*The models of controlled technical systems described by differential inclusions are considered. The known algorithms for searching for the optimal trajectory are analyzed and a new algorithm is proposed with the use of artificial neural networks.*

Key words: differential inclusions, technical system, optimal control, stability, numerical modeling, artificial neural networks

## РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ БИОИНФОРМАТИКИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ УКЛАДКИ ГРАФОВ

Полюян С.В., Ершов Н.М.

ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», Институт системного анализа и управления,  
Дубна, Россия, svpoluyan@gmail.com

*Статья посвящена разработке эффективных алгоритмов предсказания структуры белка на основе решения модельной задачи из теории графов.*

Ключевые слова: биоинформатика, генетические алгоритмы, алгоритмы роевой оптимизации.

### Введение

Наши исследования связаны с проблемами предсказания пространственной структуры полипептидных молекул и их комплексов [1]. Применяемый нами подход основан на решении соответствующей оптимизационной задачи, в которой целевой функцией является потенциальная энергия соответствующего атомного ансамбля, а параметрами оптимизации – такие геометрические характеристики, как длины связей, валентные и торсионные углы [2]. Отличительными особенностями такого рода оптимизационных задач являются их высокая размерность и большое время вычисления целевой функции, что определяет высокие требования к скорости сходимости алгоритма оптимизации. Наше внимание при этом сосредоточено на использовании эволюционных алгоритмов (генетические алгоритмы, алгоритмы дифференциальной эволюции) и алгоритмов роевой оптимизации (метод роя частиц, алгоритм бактериального поиска), хорошо зарекомендовавшие себя при решении различных оптимизационных задач [3].

Однако проведенные нами предварительные численные исследования показали, что стандартные версии указанных алгоритмов применительно к задаче предсказания структуры белковых молекул работают неудовлетворительно даже на молекулах минимального размера. Более того, практически те же неудовлетворительные результаты были продемонстрированы и алгоритмами, являющиеся победителями известных соревнований среди алгоритмов непрерывной оптимизации, в которых они сравниваются по скорости их сходимости на классе специальных тестовых функций [4]. Возможной причиной этого является, по-видимому, то, что целевая функция (энергия молекулы) обладает какими-то свойствами, которые практически не отражены в используемом наборе тестовых функций. Все вышесказанное означает, что для эффективного решения задачи предсказания пространственной структуры белка на основе минимизации функции энергии необходимо разрабатывать новые специализированные алгоритмы непрерывной оптимизации, либо проводить глубокую модернизацию уже имеющихся классических алгоритмов.

Подход с разработкой новых алгоритмов, тем не менее, сталкивается с двумя существенными проблемами. Во-первых, как уже упоминалось выше, проблемой является очень большое время вычисления целевой функции по заданному набору параметров (длин и углов). В результате, расчет структуры даже небольших молекул требует часов и суток расчетов. Во-вторых, для вычисления целевой функции требуется установка весьма нетривиального специализированного программного обеспечения [5], что определяется высокой физической сложностью задачи расчета полной энергии белка. В силу указанных причин было предложено вести разработку эффективных алгоритмов предсказания структуры на более простой *модельной* задаче, обладающей следующими свойствами: задача должна быть родственной рассматриваемой задаче, целевая функция должна вычисляться быстро и не требовать специализированного программного обеспечения. В качестве такой модельной задачи нами была выбрана классическая задача

укладки графа на плоскости, в которой требуется минимизировать ряд характеристик укладки, таких как, например, количество пересечений ребер [6].

### Модельная задача

Предлагается следующая модельная задача. Задан граф (более строго – корневое дерево), в котором к основной цепи присоединены более короткие фрагменты (основания). Длины ребер фиксированы одной и той же величиной. Свободными параметрами являются только углы отклонения ребер графа от ребер-родителей (рис. 1). Если граф содержит  $n$  вершин, то свободными параметрами будут  $(n - 2)$  углов – положение двух первых вершин фиксируется заранее. В расчетах применяются нормированные значения углов из диапазона от  $-1$  до  $1$ .

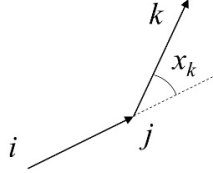


Рис. 1. Параметры оптимизации

Каждая вершина графа помечается несколькими весами, являющиеся аналогами массы ( $m_i$ ) и электрического заряда ( $q_i$ ). Для каждого веса определяется свой потенциал взаимодействия. Сумма всех попарных потенциалов для всех пар вершин определяет полную «энергию»  $E$  рассматриваемого графа, которую мы и должны минимизировать:

$$E(x) = \alpha \cdot \sum_{i \neq j} \frac{w_i w_j}{r_{ij}^G} + \beta \cdot \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}^E} + \gamma \cdot \sum_{i \neq j} \frac{p_{ij}}{r_{ij}^P}$$

В этой формуле:  $x$  – параметры оптимизации (набор углов);  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  – весовые коэффициенты;  $G$ ,  $E$  и  $P$  – параметры потенциалов;  $p_{ij}$  – штраф за слишком близкое расположение двух заданных вершин графа.

В принципе, данная задача может решаться и в трехмерном пространстве, но с целью уменьшения времени расчетов и сокращения размерности задачи было решено ограничиться двумерным случаем. Дополнительным соображением для такого решения оказывается более простая (и возможно, более наглядная) визуализация результатов работы алгоритмов оптимизации.

### Программная реализация

На основе описанной модельной задачи нами был разработан комплекс программ, предназначенный для автоматизации процесса разработки и анализа алгоритмов решения этой задачи. Ядром системы является программа, написанная на C++, которая делает основную вычислительную работу – выполняет заданное количество запусков целевого алгоритма и сохраняет вычисленные данные в заданном файле. Любой алгоритм оптимизации для включения в систему должен реализовываться в максимально «чистой» форме – его взаимодействие с остальной программой ограничивается запросами на вычисление целевой функции и проверкой на останов алгоритма. Вся работа по загрузке и сохранению данных и сбору статистики выполняется независимо с использованием специально написанных классов.

Собранная статистика представляет собой «сырые» данные (значения целевой функции в заданные моменты времени, а также сами решения), которые далее обрабатываются уже скриптами, написанными на языке Python. К их числу относятся, во-первых, скрипты визуализации, которые строят изображения графов, согласно заданным значениям углов. В том числе системой поддерживается построение анимированных изображений. Вторая

группа скриптов строят разнообразные графики сходимости, необходимые для анализа и сравнения работы разных алгоритмов оптимизации. Кроме того, специальный скрипт выполняет простейшую статистическую обработку данных и оформляет результаты в виде таблицы по образцу, принятому в соревнованиях среди алгоритмов непрерывной оптимизации.

Отличительной особенностью предложенной модельной задачи от задачи оптимизации тестовых функций является то, что нам не известен глобальный минимум целевой функции. Поэтому в качестве относительной меры сходимости алгоритмов нами используется разность между целевой функцией и лучшим найденным решением для данного искусственного белка за всю историю запусков (в том числе и для других алгоритмов). С этой целью система автоматически отслеживает и сохраняет лучшие значения целевых функций для каждого искусственного белка.

### Выводы

В настоящее время в системе реализован тестовый алгоритм Монте-Карло с процедурой имитации отжига. На примере этого алгоритма выполнена настройка и отладка работы всей системы. Ведется работа по наполнению системы другими эволюционными и популяционными алгоритмами и проведению их численного сравнения. После этого планируется проведение серии вычислительных экспериментов по проверке адекватности рассмотренной модельной задачи исходной задаче предсказания пространственной структуры белков. Положительный результат такой проверки позволит перейти непосредственно к этапу разработки более эффективных специализированных алгоритмов оптимизации, ориентированных конкретно на задачи предсказания пространственной структуры белков.

### Литература

1. Poluyan S., Ershov N. Evolutionary optimization algorithms in peptide structure prediction // Selected Papers of the 7th International Conference Distributed Computing and Grid-technologies in Science and Education (GRID 2016), Dubna, Russia, July 4-9, 2016. — Vol. 1787 of CEUR Workshop Proceedings. — CEUR-WS.org, 2017. — P. 389–396.
2. Хельтве Х.-Д., Зитль В., Роньян Д., Фолькерс Г. Молекулярное моделирование: теория и практика, М.: Бином. Лаборатория знаний, 2016.
3. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации, М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.
4. Ke Tang, Xiaodong Li, Suganthan P.N., Zhenyu Yang, Weise T. Benchmark Functions for the CEC'2010 Special Session and Competition on Large-Scale Global Optimization // Technical report, University of Science and Technology of China (USTC), 2010.
5. Leaver-Fay, A. et al. ROSETTA3: an object-oriented software suite for the simulation and design of macromolecules. *Methods Enzymol.* 487, 545–574, 2011.
6. Kaufmann, Michael; Wagner, Dorothea, eds. Drawing Graphs: Methods and Models, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2025, Springer-Verlag, 2001.

## DEVELOPMENT OF EFFECTIVE ALGORITHMS OF BIOINFORMATICS USING MODEL PROBLEM OF GRAPH DRAWING

Poluyan S. V., Ershov N. M.

Dubna State University, Institute of System Analysis and Control,  
Dubna, Russia, svpoluyan@gmail.com

*The paper is devoted to the development of effective algorithms for protein structure prediction based on solving a model graph theory problem.*

Key words: bioinformatics, genetic algorithms, swarm optimization.

## РАЗВИТИЕ НЕПРЕРЫВНО-АТОМИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ С КОНДЕНСИРОВАННЫМИ СРЕДАМИ

Пузынин И.В.<sup>1</sup>, Пузынина Т.П.<sup>1</sup>, Христов И.Г.<sup>1,2</sup>, Христова Р.Д.<sup>1,2</sup>, Тухлиев З.К.<sup>1</sup>,  
Шаритов З.А.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Объединенный институт ядерных исследований, 141980, Дубна, Россия

<sup>2</sup>Софийский университет "Св. Климент Охридски", София, Болгария  
\*zarif@jinr.ru

*В работе предлагается развитие непрерывно-атомистического метода (НАМ) для моделирования процессов облучения конденсированных сред тяжелыми ионами высоких энергий. Непрерывно-атомистическая модель описывается двумя разными классами уравнений, а именно, уравнениями теплопроводности с источником модели термического пика (ТП) и уравнениями метода молекулярной динамики (МД) движения материальных точек, облучаемых ионами. Численное решение уравнений НАМ требует разработки согласованных вычислительных схем для этих классов задач, учитывающих свойства уравнений модели. Для непрерывно-атомистической модели разработан программный комплекс с возможностью его использования на многопроцессорных системах. Выполнено моделирование процессов облучения мишени из никеля ионами урана с энергией 700 МэВ.*

Ключевые слова: непрерывно-атомистическая модель, модель термического пика, метод молекулярной динамики, программный комплекс.

### Введение

Исследования процессов облучения материалов тяжелыми ионами высоких энергий (ТИВЭ) проводятся на протяжении нескольких десятилетий. Проведение экспериментальных исследований в этой области трудоемко и дорого, поэтому актуальным становится математическое моделирование. Оно требует развития существующих и разработки новых моделей на основе имеющихся экспериментальных данных. В настоящее время применяются две модели для изучения указанных процессов. Модель ТП описывается системой уравнений теплопроводности для электронного газа и кристаллической решетки [1]. Другая модель для описания взаимодействий ТИВЭ (с энергией до нескольких кэВ) с конденсированными средами основана на методе МД [2]. Метод МД позволяет получить значительно больше информации об исследуемой системе (температура, давление, изменение структуры) по сравнению с моделью ТП. Объединение этих двух моделей (непрерывно-атомистическая модель (НАМ)) даст возможность более подробно исследовать процессы облучения материалов ТИВЭ. Целью работы является создание программного комплекса для решения уравнений НАМ и его тестирование на высокопроизводительных системах с общей памятью, а также моделирование процессов облучения никелевой мишени ионами урана с энергией 700 МэВ.

### Постановка задачи

За основу выбрана НАМ [3], описывающая процессы в металлической пленке при облучении ее высокочастотным лазером. Предлагаемая нами модель представлена непрерывным уравнением теплопроводности электронной подсистемы модели ТП и уравнениями движения атомов среды в рамках метода МД:

$$C_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_e \operatorname{grad}(T_e)) - G(T_e)(T_e - T_{i*}) + A(r, t), \quad (1)$$



$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{F}_i + \xi m_i \mathbf{v}_i^T, \quad (2)$$

$$\text{где } \xi = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{GV_n(T_e^k - T_i)}{\sum_i m_i (\mathbf{v}_i^T)^2}, \quad i = 1, \dots, n.$$

В системе (1)-(2) в отличие от [3], специальным образом построена функция источника  $A(\mathbf{r}, t)$  для ТИВЭ. Описание физических параметров уравнений (1)-(2) приведено в работе [4].

Численные методы решения уравнений (1)-(2) требуют значительных вычислительных ресурсов, поэтому при использовании высокопроизводительных систем для непрерывно-атомистического моделирования необходима разработка новых вычислительных схем с применением параллельных алгоритмов.

Для численного решения уравнений (1) и (2) в отдельности существуют известные методы: конечно-разностный метод [5] для уравнения (1) и метод Верле [6] для системы (2). Для составления вычислительных схем решения системы уравнений (1)-(2) вводится равномерная сетка в расчетной области для уравнения (1). Для решения системы (2) используется метод ближайших клеток (Linked-List Cell MD Algorithm) [7, 8]. При вычислении температуры в уравнении (2) расчетная область разбивается на наложенные друг на друга ячейки (так, чтобы в каждой ячейке количество частиц было 100-1000) [3].

В вычислительных схемах для уравнений (1)-(2) важным является согласованность шагов по времени и температурная связь в узловых точках конечно-разностного метода и в ячейках расчетной области метода молекулярной динамики.

На рис1. в качестве примера приведена температурная зависимость (в разрезе по центру облучения) в разные моменты времени на поверхности никелевой мишени при облучении ионами урана с энергией 700 МэВ для непрерывно-атомистической модели (а) и для модели термического пика (б). Из рисунков видно, что полученные результаты непрерывно-атомистической модели и модели термического пика качественно совпадают по величине температуры, но различаются по профилю. Следует отметить, что из-за флуктуаций температур в ячейках в методе молекулярной динамики профиль температуры имеет волнистый вид.

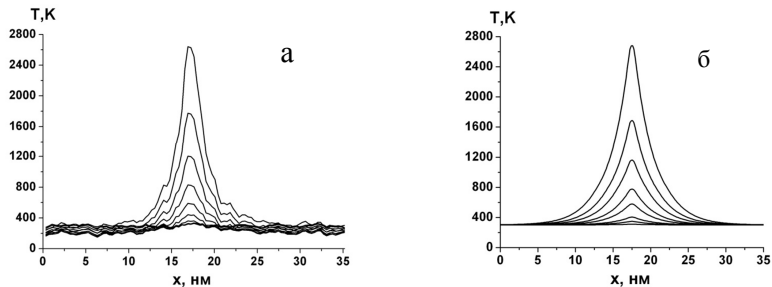


Рис1. Зависимость температуры в разные моменты времени на поверхности никелевой мишени при облучении ионами урана с энергией 700 МэВ для НАМ (а) и в рамках модели ТП (б).

### Заключение

Разработан программный комплекс для решения уравнений НАМ и проведено тестирование программного комплекса на гетерогенном кластере HybridIT. Выполнено моделирование процессов взаимодействия ионов урана с энергией 700 Мэв с никелевой мишенью. Реализованный НАМ позволяет получить более детальную картину процесса взаимодействия ТИВЭ с металлическими мишенями.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Полномочного представителя Республики Болгария в ОИЯИ.

### Литература

1. Казанов М.И., Лифшиц И.М., Танатаров Л.В. Релаксация между электронами и решеткой//ЖЭТФ. 1956. 31, 2(8), С. 232-237.
2. Холмуродов Х.Т., Алтайский М.В., Пузынин И.В. и др. Методы молекулярной динамики для моделирования физических и биологических процессов//ЭЧАЯ. 2003. Т.34. Вып. 2. С. 472-515.
3. Ivanov D. and Zhigilei L. Combined atomistic-continuum modeling of short-pulse laser melting and disintegration of metal films//Phys. Rev. B68. 064114 (2003).
4. Амирханов И.В., Дидык А.Ю., Пузынин И.В. и др. Распыление твердых тел под действием тяжелых ионов и температурные эффекты в электронной и решеточной подсистемах// ЭЧАЯ. 2006. Т.37. Вып.6. С. 1592-1644.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989, 432с.
6. Verlet L. Computer experiments on classical fluids. I. Thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules//Phys. Rev.-1967.- v.159 N.1- P. 98-103.
7. Rapaport, Dennis C. The art of molecular dynamics simulation. Cambridge University Press. 2004. 564 p.
8. Lecture of Aiichiro Nakano from University of Southern California on "Linked-list cell MD algorithm" <http://cacs.usc.edu/education/cs596/01-1/LinkedListCell.pdf>

## THE EVOLUTION OF CONTINUUM-ATOMISTIC METHOD TO MODELING INTERACTION PROCESSES OF HIGH ENERGY HEAVY IONS WITH CONDENSED MATTER

Puzynin I.V.<sup>1</sup>, Puzynina T.P.<sup>1</sup>, Hristov I.G.<sup>1,2</sup>, Hristova R.D.<sup>1,2</sup>, Tukhliev Z.K.<sup>1</sup>, Sharipov Z.A.<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Joint Institute for Nuclear Research, 141980, Dubna, Russia

<sup>2</sup>Sofia University " St. Kliment Ohridski", Sofia, Bulgaria

\*zarif@jinr.ru

*The work propose the evolution of using a continuous-atomistic approach to modeling the interaction processes of high energy heavy ions with condensed environments. The continuous-atomic model (CAM) represents two different classes of problems, namely a continuous conduction equation with a source of thermal spike model and equations of motion irradiated by a beam of material points, the method of molecular dynamics. The numerical solution to the equations of the CAM model requires a coherent computational scheme for different classes of problems, taking into account the properties of the equations of the model. The results were obtained on an example of a Nickel target when irradiating 700 MeV uranium heavy ions.*

Key words: continuous-atomic model, thermal spike model, method of molecular dynamics, parallel algorithms

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ И ТОЧНОСТИ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА, АЛГОРИТМА И КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ МУСАЕВА В.К.

*Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Дикова Е.В., Крылов А.И.  
Московский политехнический университет, musayev-vk@yandex.ru*

*Приводится некоторая информация моделирования нестационарных упругих волн в полуплоскости при импульсном воздействии.*

Ключевые слова: математическое моделирование, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., упругие волны, нестационарные волновые уравнения, динамика сплошных сред, распространение волн, условия на фронте плоской волны, импульсное воздействие.

## 1. Введение

Рассмотрена задача о воздействии плоской продольной волны в виде импульсного воздействия (первая ветвь: восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: восходящая часть – линейная, нисходящая часть – линейная) (рис. 2) на упругую полуплоскость.

## 2. Реализация методики и алгоритма

Некоторая информация о применяемом численном методе, алгоритме и комплексе программ приведена в следующих работах [1–11].

В работах [1–7, 9–10] приведена информация о физической достоверности и математической точности применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

## 3. Некоторые результаты исследований

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^3$ . Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной волны в виде импульсного воздействия (первая ветвь: восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: восходящая часть – линейная, нисходящая часть – линейная) (рис. 2) на упругую полуплоскость (рис. 1). На границе полуплоскости АВ приложено нормальное напряжение  $\sigma_y$ , которое при  $1 \leq n \leq 11$  ( $n = t/\Delta t$ ) изменяется от 0 до  $P$ , при  $11 \leq n \leq 21$  изменяется от  $P$  до 0, при  $21 \leq n \leq 31$  изменяется от 0 до  $P$  и при  $31 \leq n \leq 41$  изменяется от  $P$  до 0 ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = -0,1 \text{ МПа}$  ( $-1 \text{ кгс/см}^2$ )). Граничные условия для контура BCDA при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура BCDA не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 80$ . Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 9,263 \cdot 10^{-7} \text{ с}$ ;  $E = 7,1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$  ( $7,1 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$ );  $\nu = 0,34$ ;  $\rho = 2,755 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  ( $2,755 \cdot 10^6 \text{ кгс}^2/\text{см}^4$ );  $C_p = 5398 \text{ м/с}$ ;  $C_s = 3078 \text{ м/с}$ . Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. На рис. 3 представлено изменение нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  ( $\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$ ) во времени  $n$  в точке B1. На фронте плоской продольной волны имеются следующие аналитические зависимости для плоского

напряженного состояния  $\sigma_x = -|\sigma_0|$  и  $\sigma_y = -\nu|\sigma_0|$ . Отсюда видим, что точное решение задачи соответствует воздействию  $\sigma_0$  (рис. 2).

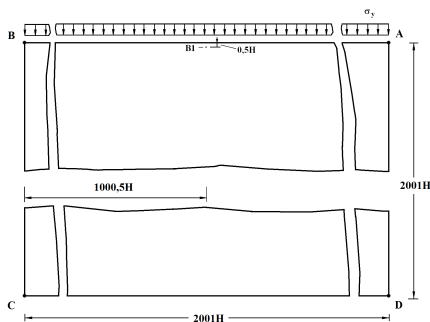


Рис. 1. Постановка задачи о распространении плоских продольных волн в упругой полуплоскости

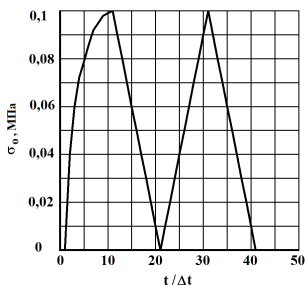


Рис. 2. Импульсное воздействие (первая ветвь: восходящая часть – четверть круга, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: восходящая часть – линейная, нисходящая часть – линейная)

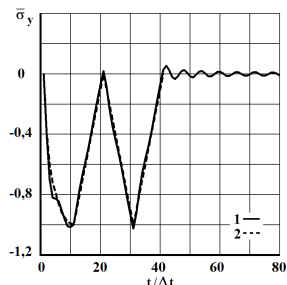


Рис. 3. Изменение нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  во времени  $t/\Delta t$  в точке  $B1$ : 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за оказанную помощь и внимание к работе.

#### 4. Вывод

Полученные результаты показывают физическую достоверность и математическую точность численного моделирования волн напряжений в упругой полуплоскости.

#### Литература

1. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
2. Мусаев В.К. Численное решение задачи о распространении нестационарных упругих волн напряжений в подкрепленном круглом отверстии // Современные наукоемкие

технологии. – 2015. – № 2. – С. 93–97.

3. *Мусаев В.К.* Моделирование нестационарных стоячих упругих волн в бесконечной полосе при воздействии в виде треугольного импульса // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 248–251.

4. *Мусаев В.К.* Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.

5. *Мусаев В.К.* Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.

6. *Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Куранцов В.А., Мусаева С.В., Кулагина Н.В.* Оценка точности и достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 352–355.

7. *Сайков Л.М., Мусаев А.В., Идельсон Е.В., Самойлов С.Н., Блишников В.В.* Оценка физической достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 356–359.

8. *Мусаев В.К.* Численное моделирование сосредоточенного нестационарного упругого взрывного воздействия на надземный нефтепровод с основанием в виде полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 11–1. – С. 47–51.

9. *Мусаев В.К.* Оценка математической точности и физической достоверности численного моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (дельта функция) в полуплоскости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–2. – С. 232–235.

10. *Мусаев В.К.* Оценка точности компьютерного моделирования плоских нестационарных волн напряжений (прямоугольный импульс) в упругой полуплоскости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–2. – С. 236–239.

11. *Мусаев В.К.* Моделирование защиты окружающей среды при нестационарных упругих воздействиях в объекте хранения взрывчатых веществ // Двойные технологии. – 2017. – № 1. – С. 68–72.

## **MODELING THE RELIABILITY AND ACCURACY OF PULSE EFFECTS IN THE ELASTIC HALF-PLANE USING A NUMERICAL METHOD, ALGORITHM AND PROGRAM COMPLEX MUSAYEV V.K.**

*Starodubtsev V.V., Musayev A.V., Dikova E.V., Krylov A.I.*

*Moscow Polytechnic University, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

***Is some information modeling of nonstationary elastic waves in a half-plane under the pulsed action.***

Key words: mathematical modeling, numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K., elastic waves, transient wave equations, dynamics of continuous media, propagation of waves, conditions at the front of a plane wave, the pulse effect.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЭНТРОПИИ СИСТЕМЫ МНОГИХ ЧАСТИЦ В НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССАХ

Сучков Д.А., Перепелкин Е.Е.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносов, физический факультет,  
Suchkov.denis@physics.msu.ru

*Данная работа посвящена изучению энтропии в неравновесных процессах. Изучение поведения энтропии проведено основываясь на кинетическом уравнении Власова – с помощью его численного решения.*

Ключевые слова: энтропия, неравновесные процессы, молекулярная динамика, CUDA, уравнение Власова.

### Введение

Энтропия системы имеет фундаментальное значение в статистической физики. Она является важным термодинамическим потенциалом, описывающим состояние системы. Ее исследование в неравновесных процессах является актуальной задачей численного вычисления.

### Основной текст

В данной работе произведено численное вычисление энтропии для неравновесных процессов. Исследована система частиц с гравитационным взаимодействием. Получено решение зависимости энтропии основываясь на кинетических уравнениях. Уделено большое внимание анализу уравнения Власова и его упрощенного варианта. Ввиду особой трудоемкости вычисления в данной работе реализованы параллельные алгоритмы с помощью технологии CUDA. Получена временная зависимость энтропии в неравновесных процессах, проведен ее анализ.

### Выводы

Полученные решения энтропии имеют важное значение для понимания неравновесных процессов статистической физики.

### Литература

1. *Dobbertin R.* Vlasov Equation and Entropy. *Physica Scripta*. Vol. 14, 89-91, 1976
2. *Dobbertin R.* On Parameter-free Closing Assumptions for the BBGKY-hierarchy. *Physica Scripta*. Vol. 11, 258-262, 1975
3. *Кураев А.А., Рак А.О., Колосов С.В., Короновский А.А., Храмов А.Е.* Быстрый алгоритм численного интегрирования уравнений движения крупных частиц в приборах СВЧ. *Журнал технической физики*, 2014, том 84, вып. 3
4. *Perpelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G.* The Vlasov equation and entropy arXiv:1702.05523

## INVESTIGATION OF THE BEHAVIOR OF THE ENTROPY OF A SYSTEM OF MANY PARTICLES IN NONEQUILIBRIUM PROCESSES

Suchkov D.A., Perpelkin E.E.

Lomonosov Moscow State University, physics department,  
Suchkov.denis@physics.msu.ru

*This paper is devoted to the study of entropy in nonequilibrium processes. The study of entropy behavior is based on the Vlasov kinetic equation, using its numerical solution.*

Keywords: entropy, nonequilibrium processes, molecular dynamics, CUDA, Vlasov equation.

## СТАБИЛИЗАЦИЯ КЛАССА 3D ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ПРЕДСТАВЛЕННОГО НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛЬЮ ТАКАГИ- СУГЕНО

Талагаев Ю.В.

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г.  
Чернышевского, Балаиовский институт, ytalagaev@yandex.ru*

*Представлен эффективный способ описания динамики класса хаотических систем с использованием нечеткой модели Такаги-Сугено. Показано, что решение задачи стабилизации с практически важными характеристиками переходного процесса может быть получено на основе условий сверхустойчивости.*

Ключевые слова: хаотическая система, нечеткое моделирование, модель Такаги-Сугено, стабилизация, сверхустойчивость.

### Введение

Нечеткие модели Такаги-Сугено (Takagi-Sugeno (T-S)) предоставляют эффективный способ аппроксимации динамики сложных систем, благодаря чему уже несколько десятков лет результативно применяются для их моделирования и управления [1]. Использование нечеткой T-S модели позволяет представить исследуемую нелинейную систему в виде взвешенной суммы простых линейных подсистем, что делает применимыми методы теории линейных систем управления. Нечеткое моделирование является подходящим средством для описания и стабилизации хаотических систем. Условие ограниченности траекторий, необходимое для построения нечеткой модели, для хаотических систем выполнено естественным образом. Разработаны различные подходы к решению задач анализа и управления нечеткими T-S моделями [1, 2], однако, затруднения, вызываемые консервативностью применяемых условий устойчивости, оставляют актуальной разработку альтернативных методов. В данной работе представлены результаты описания класса хаотических систем в форме нечеткой T-S модели. Для синтеза стабилизирующего нечеткого регулятора используется развитый в работах [3-5] подход, основанный на применении условий сверхустойчивости.

### Переход к нечеткому описанию

Рассмотрим класс 3D (размерность фазового пространства  $n = 3$ ) хаотических систем, который задается в виде

$$\dot{x} = Ax + g(x) + Bu + Dw(t), \quad (1)$$

где  $x(t) \in R^n$  – состояние системы,  $g(x)$  – нелинейная часть ( $g(0) = 0$ ),  $u(t) \in R^m$  – вход (управление),  $w(t) \in R^{m_1}$  – внешнее возмущение, удовлетворяющее для всех  $t \geq 0$  ограничению  $\|w(t)\|_\infty = \max_i |w_i(t)| \leq 1$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $D \in R^{n \times m_1}$  – постоянные матрицы. Если нелинейная часть представлена квадратичными слагаемыми вида  $x_1x_2$  и  $x_1x_3$ , то систему (1) можно записать в виде

$$\dot{x} = Ax + x_1Gx + Bu + Dw(t), \quad (2)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Согласно [6], при выполнении условий  $a_{12}a_{21} > 0$ ,  $a_{12}a_{21} < 0$  и  $a_{12}a_{21} = 0$  система (2), соответственно, приводит к системе Лоренца, противоположной ей системе Чена и занимающей промежуточное положение между ними – системе Лю ( $a_{12} = -a_{11} = a$ ,  $a_{21} = 0$ ,  $a_{22} = c$ ,  $a_{33} = -b$ ). Отметим, что указанные системы топологически не эквивалентны и имеют различные хаотические аттракторы.

Используя ограниченность траекторий хаотической системы (2), допустим, что  $x_1(t) \in [-L, L]$ , где  $L = 30$ . Переход от (2) к ее нечеткому описанию (детали см., например, в [5]) приводит к следующей нечеткой T-S модели

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t))(A_l x(t) + B_l u(t) + D_l w(t)), \quad (3)$$

которая получается нечетким смешиванием линейных подсистем с функциями принадлежности

$$h_1(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x_1(t)}{L} \right), \quad h_2(x_1(t)) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{x_1(t)}{L} \right),$$

и дает целостное представление динамики (2) в пространстве состояний при

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & -L \\ 0 & L & a_{33} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & L \\ 0 & -L & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что невозмущенная система ( $u(t) \equiv 0$ ,  $w(t) \equiv 0$ ) демонстрирует хаотическую динамику, и стабилизирующее управление ищется в форме линейной статической обратной связи по состоянию

$$u(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t)) K_l x(t), \quad (4)$$

где  $K_l \in R^{m \times n}$ ,  $l = 1, 2$  – матрицы входов подсистем в (3).

### Стабилизация

Пусть  $B_1 = B_2 = B = I$ . Подставляя (4) в (3), приходим к замкнутой системе

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^2 h_l(x_1(t)) ((A_l + B_l K_l) x(t) + D_l w(t)). \quad (5)$$

Задача сверхстабилизации нечеткой системы (3) регулятором (4) состоит в нахождении матриц  $K_l$ ,  $l = 1, 2$ , обеспечивающих сверхустойчивость матриц  $A_{c,l} = A_l + B_l K_l$  замкнутой системы, т.е. выполнение условия  $\min_l \sigma(A_{c,l}) > 0$ , где

$\sigma(A_{c,l}) = \min_i (-a_{c,ii}^l - \sum_{j \neq i} |a_{c,ij}^l|)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ . Удовлетворяющий этим условиям регулятор (4) задается матрицами  $K_1 = K_2 = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$ , где  $k_1 = |a_{12}| + a_{11} + \sigma_1$ ,

$k_2 = |a_{21}| + L + a_{22} + \sigma_2$ ,  $k_3 = L + a_{33} + \sigma_3$ , а величины  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 > 0$  выбираются так, чтобы обеспечить для (5) желаемую степень сверхустойчивости  $\sigma(A_{c,l})$ . В работах [3–4] представлены примеры сверхстабилизации систем Лоренца и Чена. Общий случай (матрицы  $B$  не идентичны) и пример стабилизации гиперхаотической системы ( $n = 4$ )



дан в [5]. На рис. 1 представлены результаты сверхстабилизации системы Лю (выбрано  $\sigma(A_{cl})=1$ ), демонстрирующей при  $u(t)\equiv 0, w(t)\equiv 0$  и  $a=36, b=3, c=20$  хаотическую динамику. Полученный нечеткий регулятор обеспечивает свойственные (см. [5]) сверхустойчивым системам практически важные свойства: 1) монотонное убывание  $\infty$ -нормы решения  $\|x(t)\|_{\infty} \leq \|x_0\|_{\infty} e^{-\sigma(A_{cl})t}$  при  $w(t)\equiv 0$ ; 2) для всех  $\|x_0\|_{\infty} \leq \lambda$  и допустимых  $w(t)$  выполнено  $\|x(t)\|_{\infty} \leq \lambda$ , где  $\lambda = \min_l \|D_l\|_1$ .

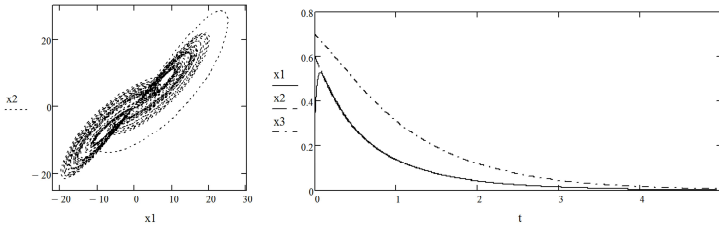


Рис. 1. Исходная (слева) и сверхустойчивая (справа) динамика системы Лю.

### Выводы

Рассмотрены особенности решения задачи стабилизации на основе условий сверхустойчивости класса хаотических систем, динамика которого описывается нечеткой T-S моделью.

### Литература

1. Tanaka K., Wang H.O. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. – New York: Wiley, 2001. – 305 p.
2. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. – Москва: URSS, 2016. – 242 с.
3. Talagaev Y.V. An Approach to Analysis and Stabilization of Takagi-Sugeno Fuzzy Control Systems Via Superstability Conditions // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnLine). – Vol. 48, no. 11. – June 2015. Pp. 426–433.
4. Talagaev Y.V. Robust analysis and output feedback controller design of Takagi-Sugeno fuzzy systems via superstability conditions // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnLine). – Vol. 48, no. 14. – July 2015. – Pp. 290–295.
5. Талагаев Ю.В. Анализ и синтез сверхустойчивых нечетких систем Такаги – Сугено// Проблемы управления. – № 6. – Ноябрь 2016. – С. 2-11.
6. Lu J., Chen G., Cheng D. A new chaotic system and beyond: the generalized Lorenz-like system // Int. J. of Bifurcation and Chaos. – Vol. 14, no. 5. – May 2004. – Pp. 1507-1537.

## STABILIZATION OF A CLASS OF 3D CHAOTIC SYSTEMS REPRESENTED BY THE TAKAGI-SUGENO FUZZY MODEL

Talagaev Y.V.

Balashov Institute of National Research Saratov State University, ytalagaev@yandex.ru

*The paper presents an effective way of describing the dynamics of a class of chaotic systems using the Takagi-Sugeno fuzzy model. It is shown that the solution of the stabilization problem with practically important transient process characteristics can be achieved via superstability conditions.*

Key words: chaotic system, fuzzy modeling, Takagi-Sugeno model, stabilization, superstability.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ДИВЕРГЕНТНОГО ТИПА

Тарелкин А.А., Перепелкин Е.Е.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический  
факультет, [tarelkin.aleksandr@physics.msu.ru](mailto:tarelkin.aleksandr@physics.msu.ru)

*Рассматривается алгоритм нахождения точных решений нелинейного уравнения в частных производных дивергентного типа, входящего в постановку задачи магнитостатики. Особое внимание уделяется решениям с неограниченными производными.*

Ключевые слова: нелинейные уравнения в частных производных, преобразование Лежандра, уравнение дивергентного типа, специальные функции

### Введение

Нелинейное уравнение дивергентного типа встречается во многих задачах теоретической и математической физики

$$\operatorname{div}[\mu(|\nabla u|)\nabla u] = 0,$$

где  $\mu$  — нелинейная функция. Например, в задаче магнитостатики  $\mu$  является функцией магнитной проницаемости, а магнитное поле в ферромагнетике представимо в виде  $\vec{H} = -\nabla u$ .

Если область, в которой решается краевая задача для уравнения (1) имеет негладкую границу (наличие угловой точки), тогда решение уравнения (1) может обладать неограниченными производными. Так как уравнение (1) является нелинейным, то в большинстве случаев решение краевой задачи ищется численными методами. При численном решении наличие угловой точки может привести к существенной погрешности численного решения. Если известна асимптотика поведения решения уравнения (1) в окрестности угловой точки, тогда можно построить модифицированную разностную схему, учитывающую характер решения уравнения (1) и существенно повысить точность численного решения.

### Основной текст

С помощью нелинейного преобразования Лежандра рассмотрение исходного нелинейного уравнения (1) можно свести к рассмотрению линейного уравнения с переменными коэффициентами, зависящими от нелинейной функции  $\mu$ . Решение линейного уравнения может быть найдено в виде ряда методом разделения переменных. Применяя к полученному таким образом решению линейного уравнения обратное преобразование Лежандра можно получить решение исходного нелинейного уравнения (1) [2].

Для некоторых видов функции  $\mu$  в данной работе удалось построить решения уравнения (1) через сходящиеся ряды и исследовать их свойства [2].

### Выводы

Полученные асимптотики решения уравнения (1) в окрестности угловой точки, позволили построить модифицированную разностную схему, и существенно (~10 раз) увеличить точность численного решения.

### Литература

1. *Perpelkin E. E., Sadovnikov B. I., Inozemtseva N. G. Solution of the Nonlinear Equation of a Divergent Type in the Corner Point Domain. arXiv:1604.05357*

- 
2. *Perepelkin E.E., Zhidkov E.P.* An Analytical Approach for Quasi-Linear Equation in Second Order. COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED MATHEMATICS, Vol.1(2001), No.3, pp.285–297

## **THE RESEARCHING OF THE BEHAVIOR OF SOLUTIONS FOR NONLINEAR EQUATIONS OF A DIVERGENT TYPE**

*Tarelkin A.A. Perepelkin E.E.*  
*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics,*  
*tarelkin.aleksandr@physics.msu.ru*

*The algorithm of finding exact solutions of nonlinear partial differential equations of divergent type, included in the formulation of magnetostatics problem, is considered. Special attention is paid to the solution with unlimited derivatives.*

Key words: nonlinear equation in partial derivatives, Legendre transformation, equation of a divergent type, special function.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ОБЪЁМА ВЛАСТНЫХ ПОЛНОМОЧИЙ ПО КРИТЕРИЮ УДЕЛЬНОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ

Третьяков Н.П.<sup>1,2</sup>, Кафарова М.В.<sup>2</sup>, Кафаров Р.Р.о.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Российская академия народного хозяйства и государственной службы при президенте Российской Федерации, trn11@rambler.ru

<sup>2</sup>Российский государственный социальный университет, shaburinamv@gmail.com

*В настоящей работе на основе анализа международных статистических данных показана возможность идентификации параметров макромодели «власть–общество–экономика» для ряда стран. Проводимый в работе вычислительный эксперимент представляет собой решение задачи поиска властной иерархии, оптимальной с точки зрения максимизации величины удельного потребления.*

Ключевые слова: математические модели, модель «власть–общество–экономика», начально-краевые задачи, оптимальное управление.

### Введение

Модель «власть–общество–экономика», предложенная М.Г. Дмитриевым, А.П. Петровым и А.А. Павловым [1], является качественной и не имеет привязки к реальным статистическим данным. Необходимость адаптации модели «власть – общество – экономика» под официальную статистику объясняется преимуществами применения статистически привязанной модели для решения класса задач оптимизации и регулирования экономической обстановкой и сектором государственного управления в рамках конкретной экономики, выраженной определёнными статистическими показателями.

### Описание модели «власть – общество – экономика»

Макромодель «власть–общество–экономика» в удельных переменных, т.е. в показателях на душу трудового населения, в случае политической стабильности ( $\frac{\partial p}{\partial t} \equiv 0$ ) задается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + f(p, x) = 0 \\ \frac{dk}{dt} = -(\mu + \rho)k + u[(1 - a) - \omega \cdot P] \cdot [\Psi_0 \cdot P - \Psi_1 \cdot P^2] \cdot k^\alpha \\ c = (1 - u) \cdot [1 - a - \omega P](\Psi_0 \cdot P - \Psi_1 \cdot P^2) \cdot k^\alpha \end{cases} \quad (1.1)$$

и начальными и краевыми условиями

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, k(t_0) = k^0 \quad (1.2)$$

В модели (1.1) - (1.2)  $p(x, t)$  – уровень реальных полномочий властной иерархии, т.е. количество власти инстанции  $x$  в момент времени  $t$  (при этом  $0 < x < l, t > t_0, l$  – длина иерархии);  $f(p, x, t)$  – функция реакции гражданского общества, достаточно гладкая по всем переменным в области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq p \leq \Pi, 0 < t < \infty$ , где  $\Pi > 0$  – некоторая положительная константа.

Идентификацию параметров модели предлагается проводить на основе международных статистических данных [2 - 4] за 2000-2015 гг. для Российской Федерации, Беларуси и Соединенных Штатов Америки в постоянных долларах США 2010 года. Такая единица измерения выбрана не случайно: она отражает истинную динамику исследуемых макроэкономических показателей, поскольку таким образом все значения вычисляются с поправкой на влияние инфляции цен.

### Идентификация параметров модели

Эндогенные переменные:  $X$  – валовый внутренний продукт, ВВП (*Gross domestic product, GDP*), объём (стоимость) основных производственных фондов  $K$  – валовое накопление основного капитала (*Gross fixed capital formation, GFCF*),  $L$  – общая численность занятых в экономике (*Employment (total), thousands*), фонд непродовственного потребления  $C$  – сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств (*Household final consumption expenditure*).

Коэффициент прямых затрат  $a$  представляет собой долю промежуточного продукта в ВВП

$$a = \frac{\text{Intermediate consumption}}{\text{GDP}} = 1 - \frac{\text{Final consumption expenditure}}{\text{GDP}}, \quad 0 < a < 1. \quad (2)$$

Показатель «норма накопления»  $u$  представляет собой долю валового накопления основного капитала в ВВП. Валовым накоплением основного капитала называют долю в ВВП стоимости тех товаров и услуг, которые поступили в отчётном периоде от производства и по импорту, но не были использованы на потребление (всеми секторами экономики) и экспорт:

$$u = \frac{\text{Gross fixed capital formation}}{\text{GDP}}, \quad 0 \leq u \leq 1. \quad (3)$$

Под амортизацией основных средств  $\mu$  в международной системе национальных счетов подразумевается потребление основного капитала (*Consumption of fixed capital, CFC*). Этот индикатор макроэкономического роста представляет собой стоимость замещения капитала, использованного в процессе производства:

$$\mu = \frac{\text{Consumption of fixed capital}}{\text{Gross fixed capital formation}}, \quad 0 < \mu < 1. \quad (4)$$

Среднегодовой темп прироста трудовых ресурсов  $\rho$  можно вычислить на базе абсолютных показателей численности занятых в экономике

$$\rho = \overline{T_{\text{пр}}} = \left( \frac{L(t_n)}{L(t_0)} \right)^{\frac{1}{t_n - t_0}} - 1, \quad -1 < \rho < 1, \quad (5)$$

где  $L(t_0)$  – численность занятых в экономике на начало периода,  $L(t_n)$  – численность занятых в экономике на конец периода,  $(t_n - t_0)$  – число лет в периоде.

Поскольку модель ВЭО расширена на случай влияния властной иерархии на экономические процессы, протекающие в обществе, в уравнение, описывающее процесс формирования ВВП,  $X = \Psi \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$ , был введён масштабный коэффициент  $\Psi = \Psi_0 P - \Psi_1 P^2$ , известный как общая производительность факторов (*total factor productivity, TFP*) и описывающий влияние власти на общую производительность экономических факторов.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\Psi$  вычисляются методом наименьших квадратов. Коэффициенты  $\Psi_0$  и  $\Psi_1$  найдем из уравнения для  $\Psi = \Psi_0 P - \Psi_1 P^2$  и неравенства  $1 - a > \omega \cdot \frac{\Psi_0}{\Psi_1}$ , отражающего адекватное состояние параметров экономики.

При этом  $P = P(t) = \int_0^1 p(x, t) dx$  – общий объем власти, находящейся в распоряжении властной иерархии, т.е. ничто иное, как государственные доходы (*Government revenue*).

Кроме того, в модели с помощью функции  $W = \omega PX$  учтены затраты на содержание государственного аппарата. Если  $\omega$  есть доля административных расходов на власть, а  $P$  – общий объем власти, находящийся в распоряжении властной иерархии, то  $W$  естественно связать с затратами на содержание государственного аппарата:

$$\omega = \frac{W}{PX} = \frac{\text{General government final consumption expenditure}}{\text{Revenue} * \text{GDP}}, \quad 0 < \omega < 1. \quad (6)$$

В результате обработки собранных статистических данных были получены значения всех параметров модели «власть – общество – экономика» в удельных переменных.

### Вычислительный эксперимент

Перейдем к вычислительному эксперименту. Второе уравнение системы (1.1) - (1.2) решим численно с помощью системы компьютерной алгебры Maple. Полученную зависимость  $k(t)$  изобразим на графике. Также найдем стационарное значение фондовооруженности  $k_{ст}$ , и соответствующее ему стационарное значение удельного потребления  $c_{ст}$ .

На рис.1-3 можно увидеть динамику капиталовооруженности и ее приближение к стационарному значению. Отметим, что стремительнее всего к стационару приближается капиталовооруженность США, значительно медленнее – Беларуси, и затем – России. Тогда с учетом экономической интерпретации параметра  $k$  как валового накопления основного капитала в расчете на одного занятого, можно сказать, что поток инвестиций в основной капитал в США гораздо больше, чем в России и Беларуси.

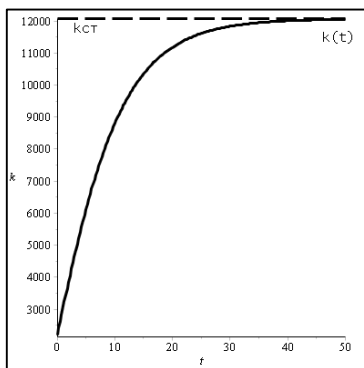


Рис. 1. Динамика капиталовооруженности в России

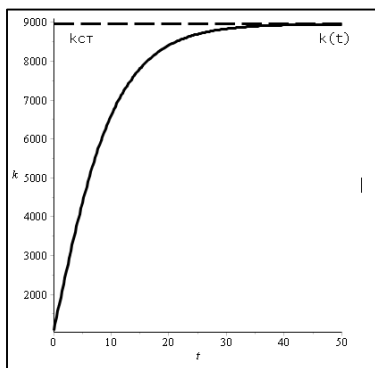


Рис. 2. Динамика капиталовооруженности в Беларуси

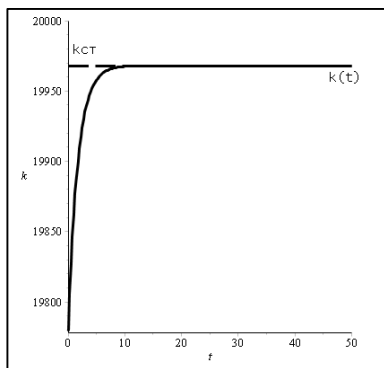


Рис. 3. Динамика капиталовооруженности в США

Согласно лемме 1.2 в работе [5], максимум  $c_{ст}$ , соответствующий  $k_{ст}$ , достигается при  $u^* = \alpha$  и при значении потенциала власти

$$P_0 = \varphi \cdot \frac{(1 + \gamma) - \sqrt{(1 + \gamma)^2 - 3 \cdot \gamma}}{3}, \text{ где } \gamma = \frac{1 - a}{\omega \cdot \varphi}, \varphi = \frac{\Psi_0}{\Psi_1}$$

*Замечание.* Поскольку коэффициенты  $a, \mu, u, \omega$ , а также значение общего количества власти в иерархии  $P$  – константы, воспользуемся при расчетах медианными значениями динамических рядов статистических данных по каждому параметру соответственно.

В результате проведения вычислительного эксперимента было установлено, что максимальное значение среднедушевого потребления в России  $c_{ст} = 6264 \text{ US } \$/\text{employed}$  достигается при уровне общего объема власти  $P_0 = 439,17$  млрд  $\text{US } \$$ . В США максимум удельного потребления  $c_{ст} = 41535 \text{ US } \$/\text{employed}$  достигается при  $P_0 = 4,5$  трлн  $\text{US } \$$ . Для Беларуси максимальное значение потребления на душу населения  $c_{ст} = 2772 \text{ US } \$/\text{employed}$  достигается всего лишь при  $P_0 = 22,11$  млрд  $\text{US } \$$ .

На рис.4 изображен график динамики удельного потребления в России, Беларуси и США в период с 2000 по 2015 гг., полученный на основе данных международной статистики.

Здесь интересно отметить, что например, в России реальное значение общего объема власти, было наиболее близко к полученному выше в 2007 году и составляло (в ценах 2010 года) 438,5 млрд  $\text{US } \$$ . При этом удельное потребление было ниже максимального (рассчитанного по модели) и составляло 4974,60  $\text{US } \$$  на человека, что говорит о неэффективном перераспределении общего блага. Для американской экономики характерна прямо пропорциональная зависимость удельного потребления от общего объема власти: с ростом государственных доходов растет и среднедушевое потребление. Правительству Беларуси удаётся ежегодно увеличивать среднедушевое потребление, сокращая при этом расходы на власть.

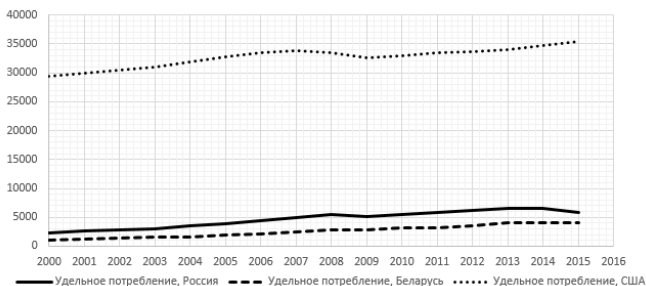


Рис. 4. Динамика удельного потребления

## Литература

1. Дмитриев М.Г., Павлов А.А., Петров А.П. Объединение модели «власть-общество» с моделью Солоу // Математическое моделирование социальных процессов. – М.: Издательство МАКС Пресс. – 2006. – выпуск 8. – с. 30-36.
2. Открытая база статистических данных World Bank Open Data.  
URL: <http://data.worldbank.org/>

3. Портал статистических данных Международного валютного фонда International Monetary Fund Data. URL: <http://www.imf.org/en/data>
4. База статистических данных Международной организации труда ILOSTAT. URL: [www.ilo.org/ilostat](http://www.ilo.org/ilostat)
5. Павлов А.А. Оптимизация и управление в моделях «власть – общество – экономика» с базовой и коррумпированной иерархиями: диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. – М.: 2009. – 134с.

### **OPTIMIZATION OF THE VOLUME OF GOVERNMENT REVENUE ACCORDING TO THE CRITERION OF HOUSEHOLD FINAL CONSUMPTION PER EMPLOYED**

*Tretyakov N.P.<sup>1,2</sup>, Kafarova M.V.<sup>2</sup>, Kafarov R.R.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Russian Academy of National Economy and Public Administration under the President of the Russian Federation, trn11@rambler.ru*

<sup>2</sup>*Russian State Social University, shaburinamv@gmail.com*

*The paper shows the ability to identify parameters of the macro model "government – society – economy" based on the analysis of international statistics. The conducted computer experiment makes it possible to find a rational hierarchy of government, which would be optimal in terms of maximizing the value of the household final consumption per employed.*

Key words: mathematical models, "government – society – economy", initial-boundary value problems, optimal control.



# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ ВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ИМПУЛЬСА (ВОСХОДЯЩАЯ ЧАСТЬ – ЛИНЕЙНАЯ, НИСХОДЯЩАЯ ЧАСТЬ – ЧЕТВЕРТЬ КРУГА) В УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ПОМОЩЬЮ КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ МУСАЕВА В.К.

*Федоров А.Л., Шиянов С.М., Саликов Л.М., Блинные В.В.*

*Московский политехнический университет, musayev-vk@yandex.ru*

*Приводится некоторая информация моделирования нестационарных упругих волн в полуплоскости при импульсном воздействии. Показано сравнение с результатами аналитического решения.*

Ключевые слова: метод конечных элементов, методика, алгоритм, комплекс программ Мусаева В.К., динамика сплошных деформируемых сред, распространение волн, условия на фронте плоской волны.

## 1. Введение

Рассмотрена задача о моделировании нестационарных упругих волн в полуплоскости при импульсном воздействии (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга).

## 2. Реализация методики и алгоритма

Некоторая информация о применяемом численном методе, алгоритме и комплексе программ приведена в следующих работах [1–10].

В работах [1, 4–7, 9–10] приведена информация о физической достоверности и математической точности применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ при решении задач моделирования нестационарных волн напряжений в деформируемых телах различной формы.

## 3. Некоторые результаты исследований

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения были приняты следующие допущения:  $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$ ;  $1 \text{ кгс}^2/\text{см}^4 \approx 10^9 \text{ кг/м}^2$ . Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной волны в виде импульсного воздействия (восходящая часть – линейная, нисходящая – четверть круга) (рис. 2) на упругую полуплоскость (рис. 1).

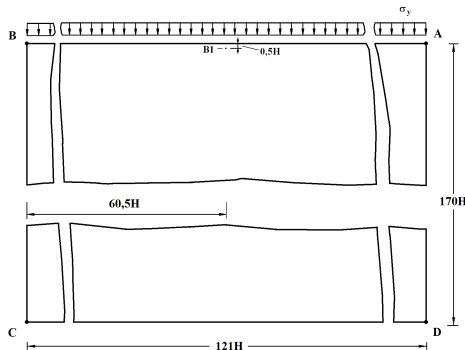


Рис. 1. Постановка задачи о распространении плоских продольных волн в упругой полуплоскости

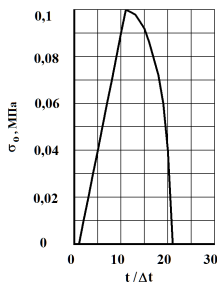


Рис. 2. Импульсное воздействие (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга)

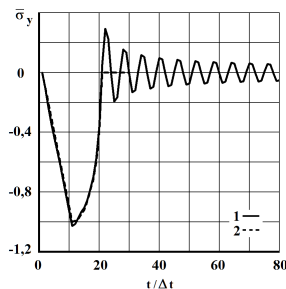


Рис. 3. Изменение нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  во времени  $t/\Delta t$  в точке  $B1$ : 1 – численное решение; 2 – аналитическое решение

На границе полуплоскости АВ приложено нормальное напряжение  $\sigma_y$  (рис. 2), которое при  $1 \leq n \leq 11$  ( $n = t/\Delta t$ ) изменяется от 0 до  $P$  и при  $11 \leq n \leq 21$  изменяется от  $P$  до 0 ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = -0,1$  МПа ( $-1$  кгс/см<sup>2</sup>)). Граничные условия для контура ВСДА при  $t > 0$   $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$ . Отраженные волны от контура ВСДА не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 80$ . Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 0,125 \cdot 10^{-4}$  с;  $E = 22,366 \cdot 10^1$  МПа ( $22,366 \cdot 10^2$  кгс/см<sup>2</sup>);  $\nu = 0,22$ ;  $\rho = 1,469 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> ( $1,469 \cdot 10^{-6}$  кгс см<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>);  $C_p = 400$  м/с;  $C_s = 250$  м/с. Исследуемая расчетная область имеет 20862 узловых точек. Решается система уравнений из 83448 неизвестных. На рис. 3 представлено изменение нормального напряжения  $\bar{\sigma}_y$  ( $\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$ ) во времени  $n$  в точке  $B1$ . На фронте плоской продольной волны имеются следующие аналитические зависимости для плоского напряженного состояния  $\sigma_x = -|\sigma_0|$  и  $\sigma_y = -\nu |\sigma_0|$ . Отсюда видим, что точное решение задачи соответствует воздействию  $\sigma_0$  (рис. 2).

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за оказанную помощь и внимание к работе.

#### 4. Вывод

Полученные результаты показывают физическую достоверность и математическую точность численного моделирования волн напряжений в упругой полуплоскости.

#### Литература

1. Мусаев В.К. Математическое моделирование стоячих волн напряжений в горизонтальной бесконечной полосе при воздействии в виде дельта функции и функции Хевисайда // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2016. – С. 312–314.
2. Мусаев В.К. Моделирование динамических напряжений в упругой полуплоскости при горизонтальном сосредоточенном нестационарном воздействии воздушной ударной волны // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 3–2. – С. 222–226.

3. Мусаев В.К. Математическое моделирование нестационарного аварийного выброса нефти в сложной многофазной деформируемой среде // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 3–1. – С. 28–32.
4. Мусаев В.К. О моделировании волн напряжений при нестационарных динамических процессах в подкрепленном круглом отверстии // Двойные технологии. – 2016. – № 4. – С. 61–66.
5. Мусаев В.К. Оценка физической достоверности и математической точности численного моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–1. – С. 49–52.
6. Мусаев В.К. Оценка математической точности и физической достоверности численного моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (дельта функция) в полуплоскости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–2. – С. 232–235.
7. Мусаев В.К. Оценка точности компьютерного моделирования плоских нестационарных волн напряжений (прямоугольный импульс) в упругой полуплоскости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–2. – С. 236–239.
8. Мусаев В.К. Численное моделирование саркофага (соотношение ширины к высоте семь к одному, двум и трем) в водной среде для уменьшения ударного воздействия (выброса) нефти из скважины // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 11–3. – С. 408–413.
9. Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Куранцов В.А., Мусаева С.В., Кулагина Н.В. Оценка точности и достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений (треугольный импульс) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 352–355.
10. Саликов Л.М., Мусаев А.В., Идельсон Е.В., Самойлов С.Н., Блишников В.В. Оценка физической достоверности моделирования плоских нестационарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 356–359.

### **SIMULATION OF PLANE WAVES IN THE PROPAGATION OF THE PULSE (RISING – LINEAR DESCENDING PART, A QUARTER CIRCLE) IN AN ELASTIC HALF-PLANE WITH COMPLEX PROGRAMS MUSAYEV V.K.**

*Fedorov, A.L., Shiyarov S.M., Salikov L.M., Blinnikov V.V.*

*Moscow Polytechnic University, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru*

***Brief abstract – Is some information modeling of nonstationary elastic waves in a half-plane under the pulsed action. The comparison with results of analytical solution.***

Key words: the finite element method, technique, algorithm, program complex Musayev V.K., dynamics of continuous deformable media, propagation of waves, conditions at the front of a plane wave.

## GENERATING HILBERT-SCHMIDT AND BURES ENSEMBLES FOR PAIRS OF QUBITS AND QUTRITS

Arsen Khvedelidze<sup>1,2,3</sup> and Ilia Rogojin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Information Technologies, JINR, Dubna, Russia

<sup>2</sup>Institute of Quantum Physics and Engineering Technologies, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

<sup>3</sup>National Research Nuclear University, MEPhI, Moscow, Russia

*The issue of generation of random mixed states for composite finite dimensional quantum systems is discussed. The probabilistic aspects of "entanglement" phenomenon are analysed for the Hilbert-Schmidt and Bures ensembles of pairs of qubits and qutrits. Apart from the numerical studies of generic mixed states, a detailed computations of entanglement probabilities for the so-called X-states of qubit-qubit and qubit-qutrit systems is given.*

Key words: random density matrix, qubit, qutrit, separability probability.

### Introduction

The presentation addresses a special issue of quantum theory of finite dimensional systems that is a prime of importance in theory of quantum information and quantum communications. Namely, we study the problem of calculation of the probability of a random state of a binary composite quantum systems, like qubit-qubit and qubit-qutrit pairs, to be a separable or entangled one. Based on the "Geometric Probability Theory" [1], the question of determination of this «separability/entanglement probability», reduces to the computation of the relative volume of separable states with respect of the volume of whole state space. Below, for the purposes of definition of a measure on the state the so-called Hilbert-Schmidt and Bures metrics will be used. The entanglement characteristics of the corresponding random ensembles of states for qubit-qubit and qubit-qutrit systems will be presented.

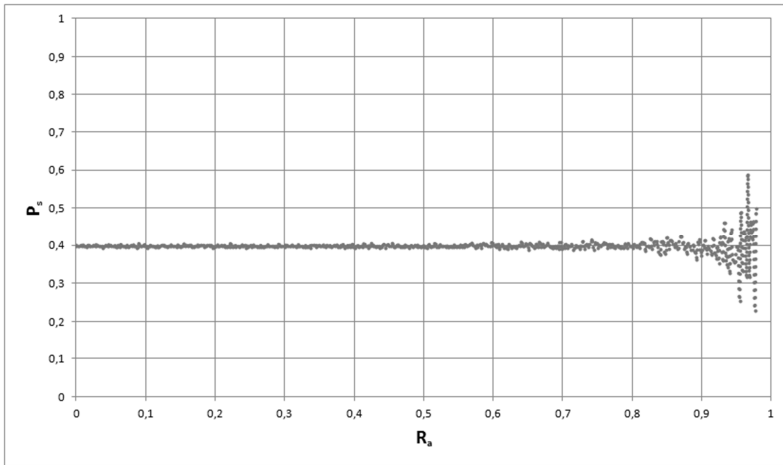
### Computing the entanglement probability

In order to overcome subtle numerical calculation of the multidimensional integrals (for a generic 2-qubit case the integrals are over the semi-algebraic set of 15-dimensional Euclidean space) the Monte-Carlo ideology with a specific method of generation of a random variables has been used. Our reports aims to present several results on the numeric studies of probabilities of separability in random qubit-qubit (2×2) and qubit-qutrit (2×3) Hilbert-Schmidt and Bures ensembles.

The random mixed states from the Hilbert-Schmidt and the Bures ensembles were generated from the so-called Ginibre ensemble, i.e., the set of complex matrices whose elements have real and imaginary parts distributed as independent normal random variables, according to the algorithms given in [2], [3], [4].

### Illustrative results

Having as a tool these algorithms for a generation of ensembles of random states, the diverse characteristics of separability in quantum systems can be studied. As an example, on the Figures. we collect the illustrations of the dependence of probabilistic properties Hilbert-Schmidt ensemble for a special class of 2-qubit states, (X–states, see details in [5]) from the Bloch radius of subsystem. Our analysis show the that the distribution of the separability probability with respect to the radii of both qubits is uniform and, moreover, turns to be universal for 2-qubit and qubit-qutrit systems.



**Figure.** The plot indicates to the independence of separability probability from the Bloch radius of individual qubit.

### References

1. *Klain D. A. and Rota G.C.* 1997 Introduction to Geometric Probability, Cambridge University Press
2. *Braunstein S.L.* 1996 Geometry of quantum inference Phys. Lett. A 219 169
3. *Zyczkowski K. and Sommers H-J.* 2001 Induced measures in the space of mixed states J. Phys. A: Math. Theor. 34, 7111
4. *Osipov V.A., Sommers H.J. and Zyczkowski K.* 2010 Random Bures mixed states and the distribution of their purity J. Phys. A: Math. Theor. 43, 055302
5. *Mendonca P., Marchioli M. and Galetti D.* 2014 Entanglement universality of two-qubit X-states Annals of Physics 351, 79

## ГЕНЕРАЦИЯ АНСАМБЛЕЙ ГИЛЬБЕРТА-ШМИДТА И БУРА ДЛЯ ПАР КУБИТОВ И КУТРИТОВ

*Хведелидзе А.М.<sup>1,2,3</sup>, Рогожин И.А.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ, Дубна, Россия

<sup>2</sup>Институт квантовой физики и инженерных технологий, Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия

<sup>3</sup>Национальный исследовательский ядерный университет, МИФИ, Москва, Россия

*Обсуждается проблематика генерации случайных смешанных состояний составных конечномерных квантовых систем. Анализируются вероятностные аспекты явления перепутанности ансамблей Гильберта-Шмидта и Бура для пар кубитов и кутритов. Помимо численного изучения общего случая смешанных состояний, приведен детальный расчет вероятности перепутанности так называемых X-состояний кубит-кубита и кубит-кутрита.*

Ключевые слова: кубит, кутрит, случайная матрица плотности, вероятность сепарабельности состояний

## РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕРАТОРОВ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Цыганкова В.С.

Российский университет дружбы народов, valeria080196@gmail.com

*Даны общие сведения о генераторах псевдослучайных чисел. Реализована программа на языке Си, позволяющая генерировать равномерно и нормально распределенные случайные числа, а также моделировать процесс Винера на их основе. Получена гистограмма нормального и равномерного распределений и график винеровского процесса.*

Ключевые слова: случайные процессы, генерация нормального распределения, процесс Винера.

### Введение

Применение стохастических процессов позволяет строить математические модели различных процессов в области физики, экономики, финансовой математики, геофизики и многих других дисциплин. Для реализации случайных процессов необходимо использовать генераторы псевдослучайных чисел.

В данной работе представлена реализация нескольких алгоритмов генерации равномерно распределенных псевдослучайных чисел и на их основе реализованы генераторы нормального распределения и винеровского процесса. Все программы написаны на языке Си, который обеспечивает высокое быстродействие и возможность внедрения созданных функций в другие языки программирования.

В первой части работы дается краткая справка по основным алгоритмам генерации псевдослучайных равномерно распределенных чисел. Во второй части изложены алгоритмы генерации нормально-распределенных псевдослучайных чисел и генератор винеровского процесса. Далее изложены особенности реализации и результаты тестов данных генераторов.

### Генераторы случайных чисел

Первый механический генератор был использован в 1939 году Кендаллом и Бабингтон-Смитом для построения таблицы из 100000 случайных чисел. С развитием технологий создавались новые алгоритмы и на данный момент доступно большое количество эффективных алгоритмов [1].

В данной работе рассматриваются линейный конгруэнтный метод (LCG) [1] и алгоритм Блума-Блюма-Шуба (ББШ) [2]. Это генераторы высокого уровня. На их основе можно сгенерировать нормально распределенные случайные числа, а затем смоделировать процесс Винера.

### Генерирование стохастических процессов

Для тестирования реализованных генераторов использован пакет тестов diehard [3] и графические тесты с помощью гистограмм. Было сгенерировано большое количество псевдослучайных чисел и построены гистограммы этой последовательности. На рис. 1 приведены гистограммы для  $10^4$  и  $10^6$  чисел. При увеличении количества чисел гистограмма все больше похожа на график функции плотности равномерного распределения. С помощью преобразования Бокса-Мюллера [4] мы получаем из равномерного распределения нормальное (см. рис. 2).

Случайное блуждание с непрерывным временем, т.е. винеровский процесс, строится уже с помощью нормально распределенных случайных величин.

Кроме графического теста все программы были проверены с помощью набора статистических тестов. Таким образом, мы выбираем более совершенный генератор.

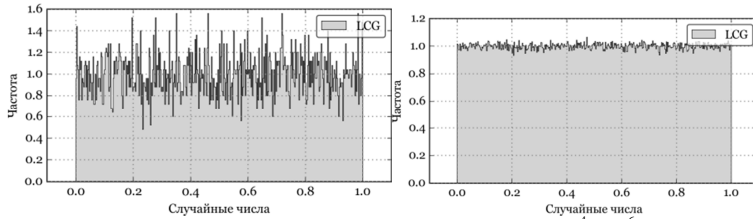
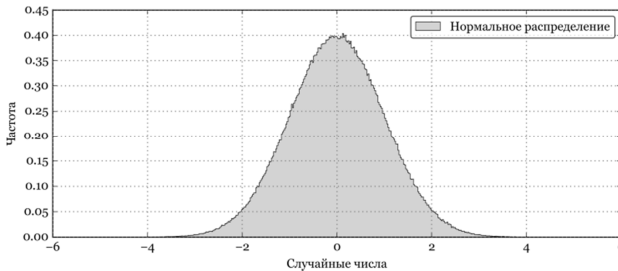
Рис. 1. Гистограмма равномерного распределения для  $10^4$  и  $10^6$  чисел

Рис. 2. Гистограмма нормального распределения

### Выводы

Была создана программа, реализующая генераторы равномерно распределенных псевдослучайных чисел LCG и ББШ. На их основе был создан генератор нормального распределения и реализован винеровский процесс.

### Литература

1. Кнут Д. Искусство программирования. Том 2. Получисленные методы = The Art of Computer Programming. Vol.2. Seminumerical Algorithms. — 3-е изд. — М.: «Вильямс», 2007. — 832 с. — ISBN 5-8459-0081-6.
2. Blum L., Blum M., and Shub M. A Simple Unpredictable Pseudo-Random Number Generator // SIAM Journal on Computing. — 1986. — Vol 15. — P. 364-383.
3. Brown Robert G., Eddebuettel Dirk, Bauer David. Dieharder: A Random Number Test Suite. — 2013. — Access mode: [http://www.phy.duke.edu/~rgb/General/rand\\_rate.php](http://www.phy.duke.edu/~rgb/General/rand_rate.php)
4. Box G. E. P. and Muller Mervin E. A Note on the Generation of Random Normal Deviates // The Annals of Mathematical Statistics. — 1958. — Vol. 29, No. 2. — P. 610–611.

## IMPLEMENTATION STOCHASTIC PROCESSES GENERATORS

Tsyankova V.S.

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), [valeria080196@gmail.com](mailto:valeria080196@gmail.com)

*The report provides an overview of the pseudo-random number generators. A program, which allows generating uniformly and normally distributed random numbers, as well as simulating the Wiener process is based on them, is implemented in C language. We obtain a histogram of the normal and uniform distributions and schedule of the Wiener process.*

Key words: random processes, the generation of a normal distribution, the Wiener process.

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ ДИВЕРГЕНЦИИ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ

Щербаков А.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, shcherbakov\_al.vl@mail.ru

*Рассмотрена нелинейная модель популяционной динамики «хищник–хищник–жертва–симбионт». Исследование устойчивости проведено дивергентным методом. Предложены достаточные условия равномерной устойчивости состояний равновесия. Результаты могут быть использованы при решении задач устойчивости детерминированных нелинейных динамических моделей, а также для сравнения свойств указанных моделей со свойствами соответствующих стохастических моделей.*

Ключевые слова: модель популяционной динамики, устойчивость, дивергенция поля скоростей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-07-08795).

### Введение

Под дивергентным методом исследования качественных свойств динамических систем понимается метод, позволяющий судить о свойствах состояний равновесия, периодических движений и предельных циклов на основе анализа дивергенции поля скоростей динамической системы. Указанный метод получил развитие в [1, 2] и в других работах отечественных и зарубежных ученых.

При изучении моделей популяционной динамики одной из важных проблем является исследование устойчивости состояний равновесия [3, 4]. Симбиотические отношения имеют важные биологические следствия для функционирования экосистем. В [3–5] представлены различные модели при наличии благотворного влияния друг на друга проживающих в биоценозах видов. Несмотря на обилие различных примеров симбиоза, математическому моделированию этого взаимодействия между популяциями посвящено, по сравнению с моделями одиночной популяции и системами «хищник–жертва», незначительное число работ.

В настоящей работе рассмотрено применение дивергентного метода к исследованию устойчивости модели популяционной динамики «хищник–хищник–жертва–симбионт». Для предложенной модели получены условия устойчивости на основе свойств дивергенции поля скоростей.

### Исследование устойчивости четырехмерной модели «хищник–хищник–жертва–симбионт»

В [4] рассматривается модель динамики популяций, в которой два хищника конкурируют между собой за добычу жертвы, а жертва взаимодействует с дружественной популяцией симбионта. Модель задается системой четырех обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_1[-s_1(y_1, u) + c_1(u)p_1(x, u)] - y_2q(y_1, u), \\ \dot{y}_2 &= y_2[-s_2(y_2, u) + c_2(u)p_2(x, u) + c_3(u)q(y_1, u)], \\ \dot{x} &= \alpha xg(x, u) - y_1p_1(x, u) - y_2p_2(x, u), \\ \dot{u} &= uh(y_1, y_2, x, u), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $y_1$  и  $y_2$  – плотности популяций первого и второго хищника соответственно,  $x$  – плотность популяции жертвы,  $u$  – плотность популяции симбионта,  $h(y_1, y_2, x, u)$  – функция, характеризующая рост (убыль) популяции симбионта,  $g(x, u)$  – функция роста (убыли) популяции жертвы в отсутствие хищников,  $s_i(y_i, u)$ ,  $i = 1, 2$ , – функция роста



(убыли)  $i$ -ой популяции хищника,  $p_i(x, u)$ ,  $i = 1, 2$ , – функции отклика  $i$ -ой популяции хищника,  $q(y_1, u)$  – функция, характеризующая взаимодействие первого хищника с симбионтом, величину  $\alpha$  можно рассматривать в качестве бифуркационного параметра. Согласно смыслу фазовых переменных, имеем  $y_i(0) \geq 0$ ,  $x(0) \geq 0$ ,  $u(0) \geq 0$ ,  $i = 1, 2$ . Функции  $g(x, u)$ ,  $s_i(y_i, u)$ ,  $q(y_1, u)$ ,  $p_i(x, u)$ ,  $h(y_1, y_2, x, u)$  рассматриваются при ряде ограничений [4], согласующихся со смыслом переменных, входящих в (1).

Для модели, описываемой системой (1), в [4] охарактеризованы состояния равновесия и изучены вопросы их сосуществования и устойчивости.

Далее рассмотрена модель, описываемая системой дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 \left( -s_1 - s_2 x_4 - s_3 x_1 + \frac{c_1}{1 + mx_4} \gamma_0 x_3 - \delta_1 x_2 \right), \\ \dot{x}_2 &= x_2 \left( -s_4 - s_5 x_4 - s_6 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 \right), \\ \dot{x}_3 &= \alpha x_3 \left( 1 - \frac{x_3}{K} \right) - \gamma_0 x_3 x_1 - \delta_0 x_3 x_2, \\ \dot{x}_4 &= x_4 \left( 1 - \frac{x_4}{L + x_3} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – плотности популяций первого и второго хищника соответственно,  $x_3$  – плотность популяции жертвы,  $x_4$  – плотность популяции симбионта,  $L$ ,  $\alpha$ ,  $K$ ,  $\gamma_0$ ,  $\delta_0$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $s_4$ ,  $s_5$ ,  $s_6$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $m$ ,  $\delta_1$  – положительные параметры. Модель (2) является частным случаем модели (1).

В векторной форме модель (2) можно записать следующим образом:

$$\dot{x} = g(x), x \in R_+^4 \quad (3)$$

где  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ,  $g(x) = (g_1, g_2, g_3, g_4) = \left( x_1 \left( -s_1 - s_2 x_4 - s_3 x_1 + \frac{c_1}{1 + mx_4} \gamma_0 x_3 - \delta_1 x_2 \right), \right.$

$$x_2 \left( -s_4 - s_5 x_4 - s_6 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 \right), \quad \alpha x_3 \left( 1 - \frac{x_3}{K} \right) - \gamma_0 x_3 x_1 - \delta_0 x_3 x_2,$$

$$\left. x_4 \left( 1 - \frac{x_4}{L + x_3} \right) \right), \quad x \in R_+^4 = R_+ \times R_+ \times R_+ \times R_+, \quad R_+ = [0, +\infty).$$

Дивергенция поля скоростей системы (4) имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} g(x) &= \frac{\partial g_1}{\partial x_1} + \frac{\partial g_2}{\partial x_2} + \frac{\partial g_3}{\partial x_3} + \frac{\partial g_4}{\partial x_4} = 1 + \alpha - s_1 - s_4 - s_2 x_4 - s_3 x_1 - 2s_3 x_1 - 2s_6 x_2 - \\ &- \delta_1 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 - \gamma_0 x_1 - \delta_0 x_2 + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 + \frac{c_1 \gamma_0 x_3}{1 + mx_4} + \frac{2\alpha x_3}{K} - \frac{2x_4}{L + x_3}. \end{aligned} \quad (4)$$

С помощью дивергентного метода [2, 6] и с учетом (4) получены следующие условия устойчивости:

1) если для модели (3) в окрестности состояния равновесия  $x = 0$  выполнено условие

$$\begin{aligned} 1 + \alpha - s_1 - s_4 - s_2 x_4 - s_3 x_1 - 2s_3 x_1 - 2s_6 x_2 - \delta_1 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 - \gamma_0 x_1 - \delta_0 x_2 + \\ + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 + \frac{c_1 \gamma_0 x_3}{1 + mx_4} + \frac{2\alpha x_3}{K} - \frac{2x_4}{L + x_3} > 0, \end{aligned}$$

то состояние равновесия  $x = 0$  модели (3) неустойчиво по Ляпунову;

2) если для модели (3) в окрестности состояния равновесия  $x = 0$  выполнено условие

$$1 + \alpha - s_1 - s_4 - s_2 x_4 - s_3 x_4 - 2s_3 x_1 - 2s_6 x_2 - \delta_1 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 - \gamma_0 x_1 - \delta_0 x_2 + \\ + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 + \frac{c_1 \gamma_0 x_3}{1 + m x_4} + \frac{2\alpha x_3}{K} - \frac{2x_4}{L + x_3} \leq 0,$$

и существует регулярная функция Ляпунова в силу модели (3), то состояние равновесия  $x = 0$  модели (3) асимптотически устойчиво;

3) если для модели (3) в окрестности состояния равновесия  $x = 0$  выполнено условие

$$1 + \alpha - s_1 - s_4 - s_2 x_4 - s_3 x_4 - 2s_3 x_1 - 2s_6 x_2 - \delta_1 x_2 + c_2 \delta_0 x_3 - \gamma_0 x_1 - \delta_0 x_2 + \\ + (c_3 + c_4 x_4) \delta_1 x_1 + \frac{c_1 \gamma_0 x_3}{1 + m x_4} + \frac{2\alpha x_3}{K} - \frac{2x_4}{L + x_3} + \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x_1} g_1 + \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x_2} g_2 + \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x_3} g_3 \leq 0,$$

где  $\sigma(x)$  – множитель Эйлера, и существует регулярная функция Ляпунова в силу модели (3), то состояние равновесия  $x = 0$  модели (3) асимптотически устойчиво.

### Выводы

Проведенный анализ устойчивости популяционной модели «хищник–хищник–жертва–симбионт» позволяет судить об устойчивости состояний равновесия систем на основе анализа свойств дивергенции векторных полей, определяемых правыми частями соответствующих уравнений. Важной задачей является переход от детерминированной модели (2) к соответствующей стохастической модели. Условия устойчивости, рассмотренные в настоящей работе, могут быть использованы для сравнительного анализа качественных свойств исходных детерминированных моделей и соответствующих им стохастических моделей.

### Литература

1. Шестаков А.А., Степанов А.Н. Индексные и дивергентные признаки устойчивости особой точки автономной системы дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 18. № 4. С. 650–661.
2. Дружинина О.В. Индексно-дивергентный метод исследования устойчивости нелинейных динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2007.
3. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
4. Kumar R, Freedman H.I. A Mathematical Model of Facultative Mutualism with Populations Interacting in a Food Chain. // Math. Biosci. 1989. V. 97. P. 235–261.
5. Freedman H.I., Rai B. Can mutualism alter competitive outcome: a mathematical analysis // Rocky Mountain. 1995. V. 25. № 1. P. 217–230.
6. Дружинина О.В., Масина О.Н. Исследование устойчивости систем популяционной динамики с помощью дивергентного метода // Нелинейный мир. 2016. Т. 14. №5. С.53–60.

## STABILITY ANALYSIS OF NONLINEAR MODELS OF POPULATION DYNAMICS ON THE BASIS PROPERTIES OF VELOCITY FIELD DIVERGENCE

Shcherbakov A. V.

Bunin Yelets State University, shcherbakov\_al.vl@mail.ru

*The nonlinear model of population dynamics «predator–predator–prey–symbiont» is considered. The stability investigation is conducted by divergent method. The sufficient conditions of uniform stability of equilibrium states are offered. The results can be used to solve the stability problems of deterministic nonlinear dynamic models, and also to compare the properties of these models with the properties of the corresponding stochastic models.*

Key words: model of population dynamics, stability, divergence of velocity field.

Work supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 15-07-08795).

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТРУКТУР СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОСАДКОВ

Щетинин Е.Ю., Мартынова В.М.  
ФБГОУ ВО МГТУ СТАНКИН,  
Email: riviera-molto@mail.ru

*Теория экстремальных величин предоставляет широкий спектр фундаментальных возможностей по ее применению в области гидрологии, анализа статистики экстремальных осадков, а также планирования мер по снижению ущерба их последствий. Целью настоящей работы является разработка математических моделей структур пространственной зависимости между максимумами осадков для различных метеостанций. Анализ максимумов осадков показал, что тип структуры зависимости характеризуется тремя факторами: расстояние между двумя станциями, сезон (лето или зима), а также их продолжительностью осадков (ежечасно, ежедневно, ежемесячно и т. д.). Увеличение продолжительности осадков усиливает пространственную зависимость. Полная независимость достигается примерно через 50 км (100 км) для летнего (зимнего) при длительности, не превышающей один час, а в течение длительного времени только после нескольких сотен километров. Кроме того, эта зависимость всегда больше зимой, чем летом, независимо от продолжительности осадков.*

Ключевые слова: экстремальные величины, структуры экстремальной зависимости, вариограмма, осадки.

### Введение

Статистический анализ максимумов основан на теории экстремальных значений (EVT) [1,2,3,6], утверждающей, что обобщенное распределение экстремальных величин является предельным распределением независимых последовательностей максимумов. Метеостанции предоставляют, как правило, последовательности измерений, связанных в общем случае нестационарными временными и пространственными зависимостями, что может приводить при использовании классической EVT к недооценке последствий наступления различных терминальных событий, а также повлиять на расчеты надежности и устойчивости гидрологических сооружений. В данной работе мы ограничимся исследованиями структур пространственной зависимости как функции различных параметров, таких как размер блока максимумов, длительность осадков и сезон. Для гауссовских случайных векторов  $(X, Y)$  хорошо известно, что ковариационная матрица полностью описывает их структуру зависимости. Для негауссовских распределений существует несколько подходов, чтобы выразить совместное распределение  $P(X \leq x, Y \leq y)$  через их частные распределения. Один из них основан на следующем равенстве

$$P(X \leq x, Y \leq y) = [P(X \leq x, Y \leq y)]^{\theta(x, y)}, \quad (1)$$

где  $\theta(x, y)$  - неотрицательная функция. Если  $\theta = 1$ , то  $(X, Y)$  независимы. В настоящей работе предложен устойчивый непараметрический метод оценивания функции  $\theta(x, y)$ , основанный на концепции  $\hat{\lambda}$  - мадограммы, описанной в [5].

### Математические основы моделей пространственных структур статистической зависимости

Определим вектор  $M_i(t) = \max(Z_{i,1}(t), Z_{i,2}(t), \dots, Z_{i,m}(t))$  как максимум осадков, где  $m$  означает количество периодов длительности  $t$  осадков, зарегистрированных за период времени, где  $n$  соответствует количеству метеостанций. Случайная величина  $Z_{i,j}(t)$  описывает количество осадков с длительностью  $t$ , выпавших на  $i$ -ой станции. Например, если  $M_i(t)$  представляет месячный максимум осадков часовой длительности, то  $T=1$  месяц,  $t=1$  час и  $m=24 \times 30$ . Для частных распределений максимумов  $F_i(x) = P(M_i(t) < x)$  и их совместных попарных распределений между двумя станциями  $i$  и  $k$   $F_{ik}(x, y) = P(M_i(t) < x, M_k(t) < y)$  фундаментальный результат многомерной теории экстремальных величин состоит в том [7], что функция  $F_{ik}(x, y)$  лежит в области притяжения функции распределения экстремальных величин  $G_{ik}(x, y)$  [2,7]

$$G_{ik}(x, y) = \exp \left[ -V_{ik} \left( \frac{-1}{\ln G_i(x)}, \frac{-1}{\ln G_k(y)} \right) \right], \quad (2)$$

$$V_{ik}(x, y) = 2 \int_0^1 \max \left( \frac{\omega}{x}, \frac{1-\omega}{y} \right) dH_{ik}(\omega), \quad H_{ik}(\omega) \text{ определена на } [0, 1], \text{ функции}$$

$$G_i(x), G_k(y) \text{ являются частными GEV-распределениями, и } \int_0^1 \omega dH_{ik}(\omega) = 0.5. \text{ Функция}$$

$V_{ik}(\cdot)$  называется функцией парной экстремальной зависимости. Заметим, что

$\theta(x, x) = V_{ik}(1, 1) / 2$ . Величина  $V_{ik}(1, 1)$  называется экстремальным коэффициентом, равным 2 в случае независимости и 1 в случае полной зависимости. Для оценивания  $V_{ik}(1, 1)$  мы используем метод мадограмм [4], показавший, что экстремальный коэффициент может быть оценен непосредственно из выражения

$$v_{ik} = \frac{1}{2} E \left( \left| F_i(M_i(t)) - F_k(M_k(t)) \right| \right). \quad (3)$$

Для независимых максимумов  $v_{ik} = 1/6$ , если  $v_{ik} < 1/6$ , то существует зависимость.

Можно показать, что если вектор  $(M_i(t), M_k(t))$  удовлетворяет (2), то

$$V_{ik}(1, 1) = \frac{0.5 + v_{ik}}{0.5 - v_{ik}}. \quad (4)$$

Ограниченность подхода (4) состоит в том, что он дает оценку только  $V_{ik}(1, 1)$ , но не дает характеристики всей функции зависимости  $V_{ik}(x, y)$ . Для решения этой задачи в работе [4] введен дополнительный параметр  $\lambda$

$$v_{ik} = \frac{1}{2} E \left( \left| F_i^\lambda(M_i(t)) - F_k^{1-\lambda}(M_k(t)) \right| \right), \quad \lambda \in [0, 1] \quad (5)$$

Из (4) следует, что  $v_{ik}(\lambda) = \frac{V_{ik}(\lambda, 1-\lambda)}{1+V_{ik}(\lambda, 1-\lambda)} - c(\lambda)$ , где  $c(\lambda) = \frac{3}{2(1+\lambda)(2-\lambda)}$ . Так как  $\lambda = \frac{x}{x+y}$ ,  $V_{ik}(x, y) = \frac{1}{x+y} V_{ik}(\lambda, 1-\lambda)$ , то  $\lambda$ -мадограмма полностью характеризует функцию зависимости  $V_{ik}(x, y)$ ,  $x, y \in R^2$ . Также  $\lambda$ -мадограмма удовлетворяет условию  $v_{ik}(0) = v_{ik}(1) = 0.25$ . В итоге, это позволило нам предложить следующую оценку (5) для  $V_{ik}$

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{ik}(\lambda) = & \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left| \tilde{F}_i^\lambda(M_{i,l}(t)) - \tilde{F}_k^{1-\lambda}(M_{k,l}(t)) \right| - \frac{\lambda}{2L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \tilde{F}_i^\lambda(M_{i,l}(t)) \right) - \\ & - \frac{1-\lambda}{2L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \tilde{F}_k^{1-\lambda}(M_{k,l}(t)) \right) + \frac{1-\lambda+\lambda^2}{2(2-\lambda)(1+\lambda)}. \end{aligned} \quad (6)$$

### Исследование пространственных статистических структур зависимости экстремальных осадков

Изложенный выше метод мадограмм использован нами для исследования пространственных статистических связей осадков, наблюдаемых в европейской части России на протяжении 1999-2015 г.г. Исследования показали, что сильные пространственные корреляции присутствуют между максимумами, начиная с однодневных и до месячных включительно. Они также свидетельствуют о существенных отличиях между летним и зимним сезонами, как для коротких так и длительных осадков. Для обоих сезонов оказалось, что попарная независимость между максимумами, начиная с дневных значений, достигается только после расстояний между источниками около 200 км. На более коротких дистанциях зависимость несколько сильнее зимой, чем летом, что вполне ожидаемо в силу характерных для зимы метеорологических явлений. Эта особенность, очевидно, отражает основной характер динамических процессов осадков: летом экстремальные осадки связаны в основном с грозами, масштаб и длительность которых невелики; для зимы характерно то, что поле осадков обычно занимает очень большое пространство и длительно во времени.

### Выводы

В настоящей работе были исследованы структуры пространственных зависимостей максимумов временных рядов осадков с использованием метода  $\lambda$ -мадограмм и предложена непараметрическая оценка коэффициента экстремальной зависимости как функции расстояния между источниками и длительностью осадков. Были получены новые результаты о статистических свойствах осадков с различной длительностью и в разные климатические периоды.

### Литература

1. *Ancona-Navarrete, M. A. and Tawn, J. A.* Diagnostics for pairwise extremal dependence in spatial processes, *Extremes*, 5, p.271–285, 2002.
2. *Beirlant J., Goegebeur, Y., Segers, J., and Teugels, J.* *Statistics of Extremes: Theory and Applications*, Wiley Series in Probability and Statistics, 2004.

3. Cooley D., Naveau P., and Poncet P. Variograms for spatial maxstable random fields, Chapter of the book Statistics for dependent data (Lecture Notes In Statistics, Springer), 2006.
4. Cooley, D., Nychka, D., and Naveau, P. Bayesian Spatial Modeling of Extreme Precipitation Return Levels, J. Am. Statist. Assoc., 2007.
5. Embrechts, P., Kluppelberg, C., and Mikosch, T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, volume 33 of Applications of Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
6. Hsing, T., Kluppelberg, C., and Kuhn, G. Dependence estimation and visualisation in multivariate extremes with applications to financial data, Extremes, 7, p.99–121, 2004.
7. Акимов В.А., Быков А.А., Шетинин Е.Ю., Введение в статистику экстремальных значений и ее приложения, М.: ФГУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2009, с.536.
8. Schlather M. and Tawn J. A dependence measure for multivariate and spatial extreme values: Properties and inference, Biometrika, 90, p.139–156, 2003.

## PRECIPITATION MAXIMUM SPATIAL DEPENDENCE STRUCTURES MODELLING

Shchetinin E.Yu., Martynova V.M.

Moscow State Technology University STANKIN, applied mathematics department

Email: riviera-moltoi@mail.ru

*The theory of extremes provides a wide range of fundamental capabilities for its application in hydrology, statistical analysis of extreme precipitation, as well as planning measures to reduce the damage of their consequences. The aim of this work is to develop mathematical models of the structures of spatial dependence between the maximum precipitation for various weather stations. The pairwise dependences are estimated by using the method madogram, which was designed to take into account their extreme nature. The analysis of rainfall maxima showed that the type of dependence structure is characterized by three factors: the distance between the two stations, the season (summer or winter) and duration of rainfall (hourly, daily, monthly, etc.). Increase the duration of precipitation increases spatial dependence. Full independence is reached after about 50 km (100 km) for summer (winter) with a duration not exceeding one hour, and for a long time after only a few hundred kilometers. In addition, this dependence is always greater in winter than in summer, regardless of the length of precipitation.*

Key words: extreme precipitation, spatial dependence, madogram.

## Авторский указатель

### А

Абаев П. О. ....	77, 80
Агавелян Г. В. ....	229
Агеев К. А. ....	83
Адам Г. ....	200, 203
Адаму А. ....	86
Александров Е. И. ....	206
Алексеев А. П. ....	156
Аль-Натор М. С. ....	232
Аль-Натор С. В. ....	235
Амирханов И. В. ....	238, 241
Андреев С. Д. ....	89
Ардила Пинто А. ....	92, 95

### Б

Балашов Н. А. ....	221
Баранов А. В. ....	221
Бахтин А. А. ....	107
Башакин М. В. ....	206, 212
Бегишев В. О. ....	98
Беляков Д. В. ....	200, 206, 212
Бенто А. Э. ....	325
Берсенеv Г. Б. ....	10
Бесчастный В. А. ....	101
Блинников В. В. ....	353
Богданова Е. В. ....	24
Ботвинко А. Ю. ....	13
Бронер В. И. ....	41
Бугрий Г. С. ....	244
Будочкина С. А. ....	246
Бутенко Ю. А. ....	209

### В

Вальова Л. ....	203
Валя М. ....	200, 203, 209
Васильев А. П. ....	15
Велиева Т. Р. ....	249, 252
Веселов А. В. ....	256
Виана И. К. ....	258
Власкина А. С. ....	95, 104
Волков А. С. ....	107
Волохова А. В. ....	206
Воронков С. С. ....	10

### Г

Гайдамака Ю. В. ....	86, 110, 113
Гасанов М. Г. ....	124
Гаспар С. ....	325
Геворкян М. Н. ....	215, 307
Гольская А. А. ....	27
Гудкова И. А. ....	38, 95, 104, 116, 122
Гумбатов Р. Т. ....	127

### Д

Данилов И. Д. ....	140
Дараселия А. В. ....	119
Демидова А. В. ....	307
Деникин А. С. ....	156
Дзантиев И. Л. ....	122
Диваков Д. В. ....	261
Дикова Е. В. ....	339
Докучаев Д. А. ....	143
Доля С. Н. ....	238
Древицкий А. С. ....	261
Дружинина О. В. ....	264

### Е

Евлахов С. А. ....	309
Емельянова Е. Ю. ....	268
Ермачкова А. В. ....	271
Ершов Н. М. ....	333
Ефрина Е. Г. ....	273

### Ж

Жарикова С.-Н. А. ....	147
Жданков А. Н. ....	110
Жуков В. В. ....	185
Журко А. М. ....	18

### З

Завозина А. В. ....	276
Заикина Т. Н. ....	203
Зайцева А. А. ....	280
Зарипова Э. Р. ....	21, 69, 95
Зарядов И. С. ....	24, 66, 258, 280, 310
Земляная Е. В. ....	206
Зрелов П. В. ....	200
Зуев М. И. ....	206, 212

### И

Ибрагимов Б. Г. ....	124, 127
Ибрагимов Р. Ф. ....	127
Иванов В. В. ....	283, 286
Иванов В. Е. ....	161
Иванова Д. В. ....	27
Исаев А. А. ....	150
Исмаилов И. И. ....	268

### К

Казаков Д. С. ....	224
Калинина К. А. ....	30
Каменская М. А. ....	153
Камнев А. В. ....	289
Карамышева А. В. ....	292
Карнаухова Е. А. ....	27

Карпов А. В. ....	156
Касимов Ю. Ф. ....	295
Кафаров Р. Р. ....	348
Кафарова М. В. ....	348
Керимов А. К. ....	298
Керимов В. Р. ....	124
Киракосян М. Х. ....	203
Киселева К. М. ....	33
Козырев Д. В. ....	55
Кореньков В. В. ....	200
Коробов Н. А. ....	227
Королькова А. В. ....	215, 249, 307
Крупко О. С. ....	66
Крылов А. И. ....	339
Крянев А. В. ....	283, 286, 301
Кузив Я. Ю. ....	304
Кулзак О. Д. Д. ....	159
Кульпина Ю. А. ....	107
Кулябов Д. С. ....	215, 249, 273, 307
Кутбидинов С. Ш. ....	35
Кутовский Н. А. ....	203, 206, 212, 218, 221

**Л**

Леон Агупанья М. К. ....	80
Лисовская Е. Ю. ....	47
Ломидзе И. Р. ....	309
Лорян К. А. ....	161
Лохмотко В. В. ....	35
Лукина М. С. ....	164

**М**

Мажитова Е. М. ....	221
Мазри А. ....	167
Майоров А. В. ....	209
Малькова А. М. ....	310
Мануэль М. А. ....	325
Маркова Е. В. ....	27, 122
Мартынова В. М. ....	363
Марченко М. Н. ....	298
Маршалл О. И. Р. ....	325
Масина О. Н. ....	264
Матвеев М. А. ....	200, 206, 212
Матюшенко С. И. ....	313
Мацкевич И. А. ....	130
Мачнев Е. А. ....	133
Медведева Е. Г. ....	86
Меняшина А. Ю. ....	194
Милованова Т. А. ....	24
Миронов А. В. ....	107
Михеев А. В. ....	316
Моисеева С. П. ....	47, 72
Мокров Е. В. ....	38, 44, 133
Молчанов Д. А. ....	98
Мусаев А. В. ....	339
Мусаев В. К. ....	319, 322
Мушина Д. Б. ....	276

**Н**

Назаренко К. М. ....	227
Назаров А. А. ....	41
Науменко М. А. ....	156
Нечаевский А. В. ....	206, 218
Никонов Э. Г. ....	224
Новиченкова М. Г. ....	235
Нсамо В. Д. ....	325

**О**

Орехов А. А. ....	301
Осетров Е. С. ....	283
Осипов О. А. ....	135
Ососков Г. А. ....	206, 218
Острикова Д. Ю. ....	137

**П**

Панкратов А. С. ....	167, 170
Перепелкин Е. Е. ....	342, 346
Пермякова Ю. С. ....	327
Петров А. А. ....	330
Петров В. А. ....	268
Пинегин А. А. ....	301
Платонова А. А. ....	252
Подгайный Д. В. ....	200, 203, 206, 212
Полужток Д. С. ....	38, 44, 133
Полуян С. В. ....	333
Пономаренко Е. Ю. ....	244, 271
Попова Е. В. ....	268
Потатуева В. В. ....	47
Пряхина Д. И. ....	218
Пузынин И. В. ....	336
Пузынина Т. П. ....	336
Пшеунов А. Х. ....	170

**Р**

Рахмонов И. Р. ....	206
Рачков В. А. ....	156
Рогожин И. А. ....	356
Русина Н. В. ....	113

**С**

Савин А. С. ....	268
Сайко В. В. ....	156
Саликов Л. М. ....	353
Самарин В. В. ....	156
Самуйлов А. К. ....	98
Самуйлов К. Е. ....	52, 116, 130
Сарайкин И. В. ....	50
Сарибекян М. А. ....	173
Саркар Н. Р. ....	241
Саркер М. ....	137
Сархадов И. ....	238
Севастьянов Л. А. ....	215, 286
Семенов Р. Н. ....	221
Семенов С. В. ....	301
Семенова О. В. ....	95, 104
Симон К. К. ....	176



Смирнова Н. М. ....	69
Соколова Т. А. ....	179
Солодков А. В. ....	107
Сопин Э. С. ....	52, 83, 119
Стародубцев В. В. ....	339
Степанов М. С. ....	18
Степанов С. Н. ....	18
Стрельцов А. И. ....	203
Стрельцова О. И. ....	200, 203, 206, 212
Сухина Ю. И. ....	313
Сучков Д. А. ....	342

**Т**

Талагаев Ю. В. ....	343
Тарелкин А. А. ....	346
Толмачев И. Л. ....	194
Торосян Ш. Г. ....	203
Третьяков Н. П. ....	348
Трофимов В. В. ....	206, 218
Тухлиев З. К. ....	336

**У**

Уанкпо Г. Ж. К. ....	55
Удумян Д. К. ....	286, 301

**Ф**

Федоров А. Л. ....	353
Федоров К. В. ....	203
Фёдорова Е. А. ....	59
Федосов М. Е. ....	227
Филонец Т. А. ....	63
Фомин М. Б. ....	191
Фомченко Т. Д. ....	113

**Х**

Хамбикова Г. М. ....	182
----------------------	-----

Харин П. А. ....	122
Харитоновна А. С. ....	185
Хасаншина А. Д. ....	188
Хведелидзе А. М. ....	356
Хохлов А. А. ....	268
Храмоин И. В. ....	153
Христов И. Г. ....	336
Христова Р. Д. ....	336

**Ц**

Царев А. С. ....	80
Цветкова О. О. ....	113
Цурлуков В. В. ....	66
Цыганкова В. С. ....	358

**Ч**

Черчик К. ....	194
Чукарин А. В. ....	69
Чухно Н. В. ....	21
Чухно О. В. ....	21

**Ш**

Шагаев Е. А. ....	197
Шарипов З. А. ....	336
Шипова Е. П. ....	292
Шиянов С. М. ....	353
Шкленник М. А. ....	72
Штыкова Е. Н. ....	75
Шукринов Ю. М. ....	206

**Щ**

Щербakov А. В. ....	360
Щетинин Е. Ю. ....	363

*Научное издание*

**ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

Издание подготовлено в авторской редакции

Технический редактор *Н. А. Ясько*  
Компьютерная вёрстка *А. В. Королькова, Д. С. Кулябов*  
Дизайн обложки *Ю. Н. Ефремова*

Подписано в печать 10.04.2017 г. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс  
Усл. печ. л. 23,5. Тираж 150 экз. Заказ 469.

---

Российский университет дружбы народов  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

---

Типография РУДН  
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. +7(495)952-04-41