

**ИНФОРМАЦИОННО-
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

**Материалы
Всероссийской конференции
с международным участием**

Москва, РУДН, 22–25 апреля 2014 года

УДК 004:007 (063)

ББК 32.81

И74

Программный комитет: Башарин Г. П., д.т.н., проф., РУДН; Боголюбов А. Н., д.ф.-м.н., проф., МГУ; Виницкий С. И., д.ф.-м.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Вишневский В. М., д.т.н., проф., НИФ «ИНСЕТ»; Гольдштейн Б. С., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Дружинина О. В., д.ф.-м.н., проф., ВЦ РАН; Ефимушкин В. А., к.ф.-м.н., доцент, ОАО «Интеллект Телеком»; Кореньков В. В., д.т.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Краснова С. А., д.т.н., проф., ИПУ РАН; Крянев А. В., д.ф.-м.н., проф., НИЯУ «МИФИ»; Кучерявый А. Е., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Кучерявый Е. А., проф., Tampere University of Technology, Финляндия; Ланеев Е. Б., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Мартикайнен О. Е., проф., Service Innovation Research Institute, Финляндия; Наумов В. А., проф., Service Innovation Research Institute, Финляндия; Осипов Г. С., д.ф.-м.н., проф., ИСА РАН; Пузынин И. В., д.ф.-м.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Пшеничников А. П., к.т.н., проф., МТУСИ; Ромашкова О. Н., д.т.н., проф., МГПУ; Самуилов К. Е., д.т.н., проф., РУДН; Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Степанов С. Н., д.т.н., проф., ОАО «Интеллект Телеком»; Стрельцова О. И., к.ф.-м.н., с.н.с., ЛИТ ОИЯИ; Толмачев И. Л., к.ф.-м.н., проф., РУДН; Хачумов В. М., д.т.н., проф., ИСА РАН; Цирулев А. Н., д.ф.-м.н., проф., ТвГУ; Цитович И. И., д.ф.-м.н., доцент, ИППИ РАН; Шоргин С. Я., д.ф.-м.н., проф., ИПИ РАН; Щетинин Е. Ю., д.ф.-м.н., проф., СТАНКИН.

Оргкомитет:

Председатель: Самуилов К. Е., д.т.н., профессор, РУДН.

Сопредседатели: Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Толмачев И. Л., к.ф.-м.н., профессор, РУДН.

Учѐный секретарь: Гудкова И. А., к.ф.-м.н., РУДН.

Члены оргкомитета: Зубков Ф. И., к.х.н., доцент, РУДН; Гайдамака Ю. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Гудкова И. А., к.ф.-м.н., РУДН; Демидова А. В., РУДН; Королькова А. В., к.ф.-м.н., РУДН; Кулябов Д. С., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Соченков И. В., РУДН; Таланова М. О., РУДН.

Секции:

Теория телеграфика и ее применения

сопредседатели: д.т.н., проф. Башарин Г. П.; к.т.н., проф. Пшеничников А. П.

секретарь: к.ф.-м.н. Гудкова И. А.

Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура

сопредседатели: д.т.н., проф. Самуилов К. Е.; д.т.н., проф. Вишневский В. М.;

к.ф.-м.н., доцент Гайдамака Ю. В.

секретарь: Таланова М. О.

Прикладные информационные системы

председатель: проф. Толмачев И. Л.

секретарь: Соченков И. В.

Высокопроизводительные технологии распределенных вычислений

сопредседатели: д.т.н., проф. Кореньков В. В.; к.ф.-м.н., доцент Кулябов Д. С.

секретарь: к.ф.-м.н. Королькова А. В.

Математическое моделирование

сопредседатели: д.ф.-м.н., проф. Севастьянов Л. А.; д.ф.-м.н., проф. Крянев А. В.;

д.ф.-м.н., проф. Дружинина О. В.

секретарь: Демидова А. В.

И74 **Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем** : материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 22–25 апреля 2014 г. — Москва : РУДН, 2014. — 300 с. : ил.

ISBN 978-5-209-05753-6

УДК 004:007(063)

ББК 32.81

© Коллектив авторов, 2014

© Российский университет дружбы народов, Издательство, 2014

Содержание

Теория телетрафика и её применения

| | |
|---|----|
| Башарин Г. П., Русина Н. В. Моносервисная модель передачи приоритетного трафика в PON | 8 |
| Бородакий В. Ю., Гудкова И. А., Маркова Е. В., Масловская Н. Д. Модель схемы управления доступом с прерыванием обслуживания для услуги мультимедиа в сети LTE | 11 |
| Бутурлин И. А. Алгоритм расчета вероятностно-временных характеристик модели соты сети LTE с трафиком межмашинного взаимодействия | 14 |
| Бутурлин И. А., Бегиев В. О., Коротков С. В., Короткова Е. В. Задача поиска оптимального размера фиксированного диапазона пропускной способности соты сети LTE для M2M трафика | 17 |
| Зверкина Г. А. Об экспоненциальной скорости сходимости коэффициента готовности к стационарному значению | 20 |
| Маркова Е. В. К приближенному расчету вероятности блокировки в модели передачи данных с индивидуальными потолками на скорость в сети LTE | 24 |
| Маркова Е. В., Кушхов Х. А. К анализу среднего дохода для модели схем управления доступом хэндовер-вызовов к радиоресурсам сети LTE | 27 |
| Масленников А. Г. Модель управления очередью маршрутизатора с нечеткой логикой | 30 |
| Масловская Н. Д., Протасова К. В., Шевякова К. А. К анализу задержек в предоставлении облачных услуг в моделях с системой мониторинга | 33 |
| Наумов В. А., Мартикайнен О. Е. О длительности цикла обслуживания в замкнутых сетях массового обслуживания | 36 |
| Острикова Д. Ю., Иванова А. И., Севастьянов А. Е. Анализ средней задержки предоставления услуги по причине ненадежности базовой станции в сети LTE | 39 |
| Ромашкова О. Н., Дедова Е. В. Оценка живучести систем мобильной радиосвязи в условиях природных и техногенных катастроф | 42 |
| Самуйлов А. К. О методе расчета матрицы переходных вероятностей при моделировании буферизации в потоковых P2P сетях | 45 |
| Самуйлов К. Е., Мокров Е. В. О методе расчета времени отклика системы облачных вычислений с несколькими поставщиками услуг | 48 |
| Самуйлов К. Е., Острикова Д. Ю. О модели распределения радиоресурсов при восстановлении файлов в сетях LTE по технологии мультимедиа | 50 |
| Таланова М. О., Павлоцкий О. Э. Имитационная модель гистерезисного управления перегрузками SIP-сервера на основе механизма LBOC | 53 |
| Таланова М. О., Щербак А. Е. Сравнение однопороговой и двупороговой систем для управления перегрузками SIP-сервера | 56 |
| Таланова М. О., Этезов Ш. А. Имитационная модель гистерезисного управления перегрузками SIP-сервера на основе механизма RBOC | 59 |

Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура

| | |
|---|-----|
| Абаев П. О., Бесчастный В. А. Построение и анализ модели обслуживания M2M трафика от источников функционирующих в двух режимах | 62 |
| Абаев П. О., Сучилова М. А. Анализ влияния процесса регистрации пользователей в подсистеме IMS на время установления соединения. | 65 |
| Артемьев Е. А., Салтымакова К. Э. Построение и анализ модели обслуживания трафика в соте сети LTE со стратегией переключения пользователей | 68 |
| Берсенеv Г. Б., Фам Т. К., Сеницын Н. Ю. Разработка программного обеспечения компьютерного класса с удаленным доступом | 71 |
| Вихрова О. Г. Применение приближенного метода анализа времени установления сессии в подсистеме IMS | 74 |
| Вишневский В. М., Семенова О. В. Об одной модели резервируемых систем массового обслуживания с ненадежными обслуживающими приборами | 77 |
| Гайдамака Ю. В., Васильев И. Ю. Имитационная модель P2P-сети с учетом сдвига по времени между пользователями для стратегии Latest First | 79 |
| Закирова Р. И., Михалкин Д. В. Имитационная модель центра облачных вычислений в виде системы с групповым поступлением заявок | 83 |
| Зарипова Э. Р. К методам исследования процесса обмена сообщениями при предоставлении видеоконтента | 86 |
| Зарипова Э. Р., Болотова Г. О. Анализ характеристик модели с групповым поступлением заявок и прогулками прибора | 88 |
| Змеев Д. О., Назаров А. А. Ограничение нагрузки в телекоммуникационных системах | 91 |
| Иванов В. И. Метод расчета набора путей с минимальным количеством общих линий | 94 |
| Иванов В. И. Распределенное управление информацией о местоположении абонентов низкоорбитальной спутниковой системы | 97 |
| Ивашиненко Е. А., Смагин П. В. Концепция программно-коммутируемых сетей и актуальные задачи | 101 |
| Петров Ю. А. Построение модели SIP-сервера в виде модели поллинга с шлюзовой дисциплиной обслуживания и пороговым управлением. | 104 |
| Черникова Я. Е. Численное исследование некоторых свойств RQ — систем $M G 1$ с приоритетом поступающих заявок в случае неограниченной пропускной способности | 107 |
| Шестакова А. А. Построение модели SIP-сервера в виде модели поллинга с исчерпывающей дисциплиной обслуживания и пороговым управлением | 110 |
| Прикладные информационные системы и технологии | |
| Блинов А. И. К вопросу о задаче доставки грузов | 113 |
| Боковой А. В. Распознавание маркеров методом SURF (Speeded-Up Robust Features) | 116 |
| Джура М. Е. Методы оптимизации фрактального сжатия изображений | 119 |
| Запг Н. К. Т. Применение детерминированного конечного автомата для построения алгоритмов поиска подстроки в строке | 121 |

| | |
|--|-----|
| Иванов Е. С. Математическая модель многомерного представления данных | 125 |
| Жуков В. В., Новикова Г. М. Подход к представлению знаний в юриспруденции | 128 |
| Захарова А. А., Новикова Г. М. Разработка системы моделирования для решения задач прогнозирования в банковской сфере. | 131 |
| Каменская М. А., Храмоин И. В. Методы разрешения местоименной анафоры на основе машинного обучения | 134 |
| Комиссарова А. Г., Стадник А. В., Сажин П. С. Алгоритм обнаружения огня в видео-потоке. | 137 |
| Кузнецов Е. А., Фомин М. Б. Использование темпорального подхода при построении системы версионирования многомерной информационной системы | 140 |
| Молдченков А. И., Руденкова Ю. С. Применение методов машинного обучения к задачам в области медицины | 143 |
| Новикова Г. М., Кузнецова А. В. Концепция создания автоматизированной системы поддержки SWOT - анализа для инвестиционного планирования | 147 |
| Новикова Д. С. Применение методов стохастической микродинамики для исследования равновесия в системах экономического обмена | 150 |
| Овчаренко Р. И. Методы автоматического выявления потенциально нежелательного графического контента | 153 |
| Павлюкова А. В. Использование вейвлет-преобразования для построения аудио-идентификатора музыкальных произведений. | 155 |
| Стадник А. В., Гулина К. И., Кузнецов А. С., Соколова Ю. С. Поиск шаблонов с использованием признаков Хаара | 158 |
| Torosyan Sh. G. A new approach on information leak prevention in corporate information systems | 161 |
| Червякова К. А. Разработка критериев для определения жанра музыкального произведения | 165 |

Высокопроизводительные технологии распределённых вычислений

| | |
|---|-----|
| Балашов Н. А., Баранов А. В., Кутровский Н. А., Семенов Р. Н. Использование облачных технологий в ЛИТ ОИЯИ | 168 |
| Геворкян М. Н., Королькова А. В., Кулябов Д. С. Настройка высокопроизводительного вычислительного комплекса | 171 |
| Петрова В. А., Матвеев М. А., Зувев М. И. Параллельные алгоритмы для решения уравнения теплопроводности на гибридных вычислительных системах | 173 |

Математическое моделирование

| | |
|---|-----|
| Аль-Джаноби С. А., Шуббар Х. Х. Д. Методы оценки бета-коэффициентов в однофакторной модели Шарпа | 176 |
| Аль-Натор М. С., Аль-Натор С. В., Аль-Джаноби С. А., Шуббар Х. Х. Д. Модели с переменным капиталом и графики ведения счета в схеме простых процентов | 179 |
| Аль-Натор М. С., Аль-Натор С. В., Кунак Е. С. Бета-модель рандомизированной вероятности заявления иска | 182 |

| | |
|---|-----|
| Амирханов И. В., Саркар Н. Р., Сархадов И., Тухлиев З. К., Шарипов З. А. Исследование квазистационарных состояний в рамках квазипотенциального уравнения | 185 |
| Амирханов И. В., Саркар Н. Р., Сархадов И., Тухлиев З. К., Шарипов З. А. Моделирование тепловых процессов в аморфных сплавах при облучении тяжелыми ионами высоких энергий. | 188 |
| Баранова Е. А., Шорохов С. Г. О построении штрафной функции в задачах оптимальной ликвидации портфеля | 190 |
| Бизулу Ф. Э., Майкл А. Н., Баатар О., Гансук Д. Модель управления очередями на маршрутизаторах. Алгоритмы WRED, AURED, POWARED, LRED | 192 |
| Бочкарев В. В., Крянев А. В., Ханбикова Д. Т. Ранжирование ядерно- и радиационно опасных объектов, эксплуатация которых прекращена | 195 |
| Буурулдай А. Э. Об управлении риском портфеля производных ценных бумаг | 198 |
| Васильев С. А., Алешина К. М., Коршок Е. О., Крылов С. В. Прогнозирование динамики фондовых рынков в условиях неопределенности | 200 |
| Васильев С. А., Исембергенова Ф. С., Канзитдинов С. К. Решение задач стохастической оптимизации прибыли и финансовой устойчивости телекоммуникационных компании. | 202 |
| Васильев С. А., Миронова М. О., Миронова Р. О., Петрова Ю. Н. Применение методов теории эконофизики для анализа динамики фондовых рынков | 203 |
| Васильева И. И. Моделирование магнитооптического эксперимента в висмуте на основе расчета коэффициента пропускания | 205 |
| Вдовин Я. О., Пономаренко Е. Ю. Об устойчивом численном решении одного интегрального уравнения Фредгольма в физике плазмы | 209 |
| Велиева Т. Р. Построение стохастической модели управляющего модуля маршрутизатора. | 212 |
| Дашицыренов Г. Д. Метод адиабатических мод для расчёта профиля тонкоплёночной интегрально-оптической линзы Лüneберга | 215 |
| Демидова А. В., Геворкян М. Н. Анализ влияния введения стохастики в детерминистическую модель «хищник-жертва» | 218 |
| Денисенков А. Н., Сушев Т. С., Ситник В. Г., Тарасенко А. А., Зюбина М. В. Моделирование защиты окружающей среды от взрывных воздействий в объекте хранения опасных веществ с помощью численного метода Мусаева В. К. в перемещениях | 221 |
| Диваков Д. В. Неполный метод Галеркина в задаче моделирования локально-нерегулярных оптических волноводов | 225 |
| Дружинина О. В., Масина О. Н. Анализ устойчивости колебаний в динамических моделях с симметрией | 228 |
| Евляхов С. А. О матрице плотности системы 2-х кубит | 232 |
| Ефферина Е. Г. Согласованное введение стохастики в эпидемиологическую модель | 233 |
| Зорин А. В. Состояния измеренной наблюдаемой с минимальной дисперсией | 236 |
| Климачкова Т. С., Мулкиджан А. С. Вопросы стабилизации до технической устойчивости для управляемых динамических систем | 239 |
| Козлов Г. Е., Васильев Ю. О. Исследование реконструкции D0-мезонов в эксперименте CBM | 242 |

| | |
|--|-----|
| Котюков М. М. Математическое моделирование направляемых мод трехслойного регулярного оптического волновода в случае непоглощающих сред | 245 |
| Кочанова М. А., Севастьянов Л. А. Дифракции волноводных мод на стыке планарных волноводов | 248 |
| Крянев А. В., Пинегин А. А., Климанов С. Г., Рыжов А. А., Удудян Д. К. Выявление аномалий в распределении энергovyделения в активных зонах ядерных реакторов | 252 |
| Кузнецова Л. В., Зарядов И. С. Структура дополнительных пакетов в R | 255 |
| Литвяков Е. В. XACML — стандарт управления политиками безопасности | 257 |
| Lyubin P. G. Regression analyze of spatialtemporal data | 260 |
| Масина О. Н., Игонина Е. В. Сравнительный анализ подходов к разработке методов управления моделью подъемно-транспортного механизма | 262 |
| Мусаев В. К. Математическое моделирование волн напряжений в задаче Лэмба | 266 |
| Погосян А. С. Об управлении самофинансируемым портфелем активов с заданными динамическими свойствами | 270 |
| Полуян С. В., Ершов Н. М. Самоадаптация в алгоритме бактериального поиска | 273 |
| Пономаренко Е. Ю., Сибелев Н. С. Восстановление формы носителя плотности потенциала для тел постоянной толщины в сплошной среде по данным на непlosкой поверхности | 276 |
| Севастьянов А. Л., Тютюнник А. А. Применение систем компьютерной алгебры при расчете распространения волноводных мод в плавно-нерегулярных интегрально-оптических многослойных структурах | 278 |
| Севастьянов Л. А., Васильев С. А., Блинов А. И. Экономико-математическое моделирование транспортировки в сетях и системах каналов | 281 |
| Сибелев Н. С., Вдовин Я. О. Устойчивое продолжение поля потенциала в непериодической модели | 282 |
| Сушев Т. С., Юзбеков Н. С., Ситник С. В., Котов О. Н., Куранцов О. В. Моделирование безопасности окружающей среды от воздействий лавины с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях | 285 |
| Шарапова А. А. Сравнение некоторых численных методов решения уравнения эйконала | 289 |
| Шестаков А. А., Дружинина О. В. Анализ устойчивости динамических моделей с помощью дифференциально-геометрических методов | 292 |
| Авторский указатель | 297 |

Теория телетрафика и её применения

МОНОСЕРВИСНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДАЧИ ПРИОРИТЕТНОГО ТРАФИКА В PON

Баширин Г.П., Русина Н.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, gbasharin@sci.pfu.edu.ru,
rusina_nadezda@inbox.ru

Рассматривается частный случай процесса передачи восходящего потока трафика с учетом приоритизации в пассивной оптической сети.

Ключевые слова: пассивная оптическая сеть, оптический терминал, оптическое сетевое абонентское устройство, пассивный оптоволоконный разветвитель/смеситель, восходящий поток трафика, множественный доступ с разделением по времени, приоритетный трафик, вероятностно-временные характеристики.

Введение

Пассивная оптическая сеть (PON, Passive Optical Network) – это архитектура оптического доступа [1]-[5], которая обеспечивает передачу различных классов сетевого трафика между оптическим терминалом (OLT, Optical Line Terminal) и оптическими сетевыми абонентскими устройствами (ONU, Optical Network Units) через пассивные оптоволоконные разветвители/смесители (PO-SC, Passive Optical Splitter/Combiner).

Чтобы разделить нисходящий (от OLT к ONU) и восходящий (от ONU к OLT) поток трафика при использовании одного оптоволокна выделяют одну длину волны для передачи восходящего потока трафика и одну длину волны для передачи нисходящего потока трафика [5 §5.2], [6]

$$W_{up} := \{1310\text{nm}\}, W_{down} := \{1550\text{nm}\}. \quad (1)$$

В этом случае в процессе передачи потока трафика любого направления применяется технология множественного доступа с разделением по времени (TDMA, Time Division Multiple Access) [5 §5.2]. В TDMA PON каждому ONU выделяется определенный временной домен, единицей изменения которого является временной слот. ONU должно буферизовать полученные от клиента данные до тех пор, пока не начнется его временной домен.

Таким образом, ONU может находиться в состоянии ON, т.е. быть активным и осуществлять передачу к OLT и/или получение от OLT данных в выделенном ему временном домене, или в состоянии OFF, т.е. находиться в состоянии «сна», при котором передача к OLT и/или получение от OLT данных приостановлена. Для учета данного процесса функционирования ONU вводится параметр α - вероятность того, что выбранное ONU находится в состоянии ON в некоторый момент времени $t > 0$ [6].

В работе рассматривается моносервисная модель передачи восходящего потока трафика с учетом приоритетного трафика [5 §5.2], [7]. Полученные результаты применяются для расчета вероятностно-временных характеристик модели.

Математическая модель передачи восходящего потока трафика

Рассмотрим процесс передачи восходящего потока трафика с приоритетными и обычными заявками в TDMA PON для некоторого ONU (Рис. 1). ONU имеет накопители длины R_j , $0 < R_j < \infty$, $j = \overline{1,2}$, заявок. Здесь и далее $j=1$ определяет приоритетные заявки, а $j=2$ - все остальные заявки. Потоки поступления j -заявок любого приоритета на ONU пуассоновские с постоянными интенсивностями λ_j , $0 < \lambda_j < \infty$, $j = \overline{1,2}$, и независимы в совокупности. Каждая j -заявка занимает в накопителе, соответствующем приоритету, одно место на время ее обслуживания и освобождает сразу после завершения обслуживания вместе с освобождением длины волны.

Если в момент поступления новой j -заявки, $j = \overline{1,2}$, в ONU оказались заняты больше, чем $R_j - 1$ мест в очереди, то поступившая j -заявка получает отказ и теряется, не влияя на интенсивность поступления породившего ее пуассоновского потока.

Время обслуживания j -заявки в ONU имеет экспоненциальное распределение с параметром μ . Однако необходимо учесть процесс функционирования ONU, которое осуществляет передачу данных только в определенные временные домены, и тем самым, может находиться в состоянии, когда передача полностью прекращена. Тогда интенсивность обслуживания j -заявки, учитывая особенность функционирования ONU, примет вид

$$\alpha\mu. \quad (2)$$

Здесь и далее α - вероятность того, что выбранное ONU находится в состоянии ON в некоторый момент времени $t > 0$ [6].

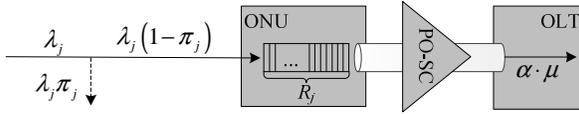


Рис. 1. Модель передачи восходящего потока трафика по j -заявке, $j = \overline{1,2}$

Описание СтМП и пространства состояний

Функционирование СМО будем описывать с помощью СтМП векторной формы $\vec{Z}(t) := (Z_j(t))_{j=\overline{1,2}}$, $t > 0$, где $Z_j(t)$ - число j -заявок в ONU, в момент времени $t > 0$ (Рис. 2).

Вектор и пространство состояний системы

$$\vec{m} := (m_j)_{j=\overline{1,2}}, m_j \in \{0, 1, \dots, R_j\} \text{ и } \Omega := \{\vec{m} \mid 0 \leq m_j \leq R_j, j = \overline{1,2}\}. \quad (3)$$

Подпространство приема и блокировки j -заявок, $j = \overline{1,2}$, соответственно,

$$\Omega_j := \{\vec{m} \in \Omega \mid m_j < R_j\}, \overline{\Omega}_j := \{\vec{m} \in \Omega \mid m_j = R_j\} \quad (4)$$

На рисунке 3 представлен пример схемы переходов между состояниями системы.

Обозначим равновесное распределение процесса $\vec{Z}(t)$ как

$$p(m_1, m_2) := P\{\vec{Z} = \vec{m}\} = P\{Z_j = m_j, j = \overline{1,2}\}, \vec{m} \in \Omega. \quad (5)$$

Система уравнений глобального баланса (СУГБ) будет иметь вид

$$\begin{aligned} p(m_1, m_2) \lambda_1 + \lambda_2 + \alpha\mu + 1(m_1 = 0)\alpha\mu &= \lambda_1 1(m_1 > 0)p(m_1 - 1, m_2) + \\ &+ \lambda_2 1(m_2 > 0)p(m_1, m_2 - 1) + \alpha\mu 1(m_1 < R_1)p(m_1 + 1, m_2) + \\ &+ \alpha\mu 1(m_2 < R_2, m_1 = 0)p(m_1, m_2 + 1), \vec{m} \in \Omega. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь функция-индикатор

$$1(\text{событие } A) = \begin{cases} 1, & \text{если } A \text{ произошло,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (7)$$

Решая численно СУГБ (6), мы можем получить вероятности блокировок j -заявок по следующей формуле

$$\pi_j = \sum_{\vec{m} \in \Omega_j} p(\vec{m}), j = \overline{1,2}. \quad (8)$$

Выводы

С помощью регулирования вероятностного параметра α в СМО, учитывающего особенность функционирования ONU, возможно задавать оптимальную работу системы. Для обоснования в докладе приводится пример численного анализа для частного случая.

Предложенная математическая модель может быть применена для анализа и расчета вероятностно-временных характеристик оптических сетей с передачей трафика в пачках [7].

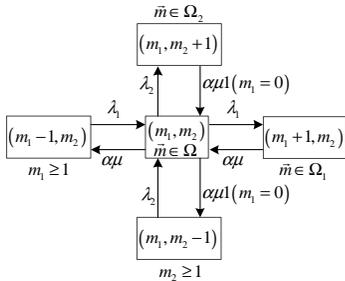


Рис. 2. Схема переходов между состояниями

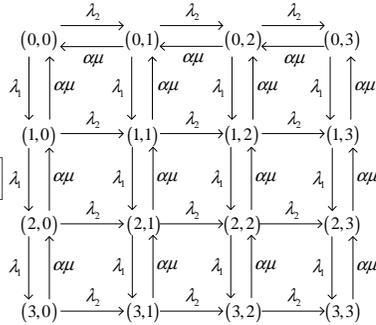


Рис. 3. Схема переходов между состояниями при $R_1 = R_2 = 3$

Литература

1. Гринфилд Д. Оптические сети. – Киев.: Изд-во: ООО «ДиаСофтЮП». Пер. с англ., 2002. – 256 с.
2. Баширин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. Изд.3-е, перераб. и доп. — М.: Изд-во: РУДН, 2009. - 342 с.
3. Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Теория телетрафика мультисервисных сетей. Монография. — М.: Изд-во: РУДН, 2008. - 191 с.
4. Ефимушкин, В.А., Савандюков И.М. Распределение ресурсов в оптических транспортных сетях: Учебное пособие // М.:ЦНИИС, 2010. – 50 с.
5. Mukherjee V. Optical WDM networks. — Springer, 2006. — 973 p.
6. Баширин Г. П., Русина Н. В. Модель функционирования абонентского сетевого устройства в мультисервисной пассивной оптической сети // Труды 17-ой международной конференции «Распределенные компьютерные и коммуникационные сети: управление, вычисление, связь». – Москва: 7-10 октября 2013. – С. 273-275.
7. Баширин Г.П., Шибалева Е.С. Математическая модель функционирования коммутатора оптической сети с учетом волоконно-оптических линий задержки // Т-conn: Телекоммуникации и транспорт. М.: ИД «Медиа Паблишер». – 2012. - № 7. – С. 23-26

MONOSERVICE TRAFFIC MODEL WITH PRIORITY IN PON

Bacharin G.P., Rusina N.V.

Peoples' Friendship University of Russia, gbasharin@sci.pfu.edu.ru, rusina_nadezda@inbox.ru

This paper is concerned with a special case of an upstream traffic transition process with priority in PON.

Key words: Passive Optical Network (PON), Optical Line Terminal (OLT), Optical Network Unit (ONU), Passive Optical Splitter/Combiner (PO-SC), upstream, Time Division Multiple Access (TDMA), priority traffic, steady-state probability.

МОДЕЛЬ СХЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДОСТУПОМ С ПРЕРЫВАНИЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ УСЛУГИ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ В СЕТИ LTE ¹

Бородакий В.Ю.¹, Гудкова И.А.², Маркова Е.В.², Масловская Н.Д.²

¹ ОАО «Концерн «Системпром», bvi@systemprom.ru,

² Российский университет дружбы народов,
igudkova@sci.pfu.edu.ru, mkatyushka@mail.ru, maslov.natik@mail.ru

Построена модель соты сети LTE, поддерживающей три услуги с гарантированной скоростью передачи данных – видеоконференция, игры в режиме реального времени и видео по запросу. Управление доступом к радиоресурсам сети реализовано за счет прерывания обслуживания пользователей менее приоритетной услуги – услуги видео по запросу – в случае необходимости принять запрос от пользователя услуги видеоконференция или игр.

Ключевые слова: LTE, управление доступом, мультивещание, прерывание.

Введение

В сети LTE для управления перегрузкой применяется механизм прерывания обслуживания пользователей. Выделяют два типа прерываний: частичные и полные [1]. При частичном прерывании (service degradation) ресурсы освобождаются за счет снижения скорости предоставления услуг. При полном прерывании (service interruption) услуга с более высоким приоритетом может занять ресурсы, используемые менее приоритетными услугами.

В докладе рассматривается модель соты сети LTE с суммарной для всех пользователей пиковой скоростью C (например, Кбит/с) и управлением доступом, основанном на полном прерывании [2]. Пользователям соты предоставляются три услуги: две более приоритетные услуги мультивещания – игры в режиме реального времени (приоритет=3), видеоконференция (приоритет=4) – и менее приоритетная услуга одноадресной передачи данных – видео по запросу (приоритет=5) [3].

Модель с прерыванием обслуживания

Предположим, что входящий поток является пуассоновским с параметрами Λ , λ , ν для запросов на предоставление услуг игры в режиме реального времени, видеоконференция и видео по запросу соответственно, со средним экспоненциальным временем обслуживания M^{-1} , μ^{-1} , κ^{-1} и предложенной нагрузкой $\rho = \Lambda / M$, $\eta = \lambda / \mu$, $a = \nu / \kappa$. Для услуги видеоконференция сессия мультивещания завершается с окончанием предоставления услуги первому пользователю [4, дисциплина П1], а для услуги игры в режиме реального времени – с окончанием предоставления услуги последнему пользователю, в связи с чем интенсивность обслуживания равна $\Lambda(e^{\rho} - 1)^{-1}$ [4, дисциплина П2]. Все услуги – игры в режиме реального времени, видеоконференция и видео по запросу – предоставляются пользователям на гарантированной скорости (Guaranteed Bit Rate, GBR) – B , b , d соответственно. Без ограничения общности будем считать $d = 1$.

Обозначим $l \in \{0, 1\}$ состояние услуги игры в режиме реального времени, $m \in \{0, 1\}$ состояние услуги видеоконференция, где 1 обозначает, что услуга мультивещания

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-07-00953 а.

предоставляется хотя бы одному пользователю, 0 – в противном случае, а $n \in \{0, 1, \dots, C\}$ число пользователей услуги видео по запросу. Тогда вектор (l, m, n) описывает состояние системы в пространстве состояний

$$\mathbf{X} = \{(l, m, n) \in \{0, 1\} \times \{0, 1\} \times \{0, 1, \dots, C\} : Bl + bm + dn \leq C\}. \quad (1)$$

Диаграмма интенсивностей переходов представлена на рис. 1.

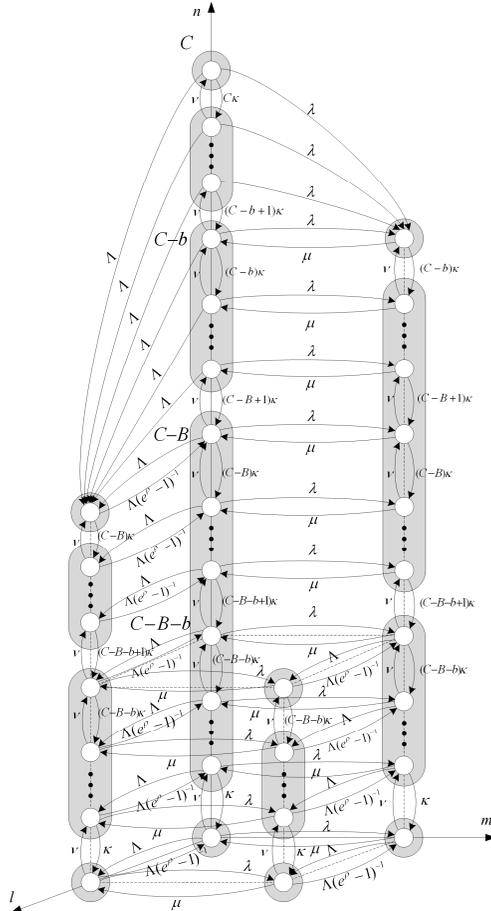


Рис. 1. Диаграмма интенсивностей переходов

Управление доступом построено таким образом, что запросы на предоставление более приоритетных услуг мультивещания принимаются на обслуживание всегда, но в случае недостаточности ресурсов – за счет прерывания обслуживания пользователей услуги одноадресной передачи данных. Запросы на предоставление менее приоритетной услуги одноадресной передачи данных в случае недостаточности ресурсов могут быть

заблокированы. Таким образом, для пользователей услуги видео по запросу возможны четыре случая:

1. запрос на предоставление услуги будет принят, если число свободных ресурсов соты больше либо равно d ;
2. запрос на предоставление услуги будет заблокирован, если число свободных ресурсов меньше d ;
3. обслуживание пользователя, чей запрос был принят, будет прервано по причине услуги видеоконференции, если при поступлении запроса на предоставление услуги видеоконференция число свободных ресурсов соты сети меньше b ;
4. обслуживание пользователя, чей запрос был принят, будет прервано по причине услуги игры в режиме реального времени, если при поступлении запроса на предоставление услуги игры в режиме реального времени число свободных ресурсов сети меньше B .

Выводы

В докладе рассмотрена модель соты сети LTE с приоритетным обслуживанием пользователей услуг мультимедиа и прерыванием обслуживания пользователей услуги одноадресной передачи данных. Для моделей с прерыванием не выполняется критерий Колмогорова, следовательно, распределение вероятностей состояний системы не представимо в мультипликативном виде.

Литература

1. *Khabazian M., Kubbar O., Hassanein H.* A fairness-based pre-emption algorithm for LTE-Advanced // Proc. of the 10th IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM-2012 (December 3–7, 2012, Anaheim, California, USA). – IEEE. – Dec. 2012. – pp. 5320-5325.
2. *Бородакий В.Ю., Гудкова И.А. Маркова Е.В.*, Рекуррентный алгоритм для расчета характеристик модели приоритетного управления доступом в сети LTE // T-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2013. – № 11. – с. 45-49.
3. 3GPP TS 36.300: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN); Overall description; Stage 2 (Release 11). – 2012.
4. *Gudkova I.A. and Plaksina O.N.* Performance measures computation for a single link loss network with unicast and multicast traffics // Lecture Notes in Computer Science. – 2010. – Vol. 6294. – P. 256–265.

RADIO ADMISSION CONTROL SCHEME MODEL WITH SERVICE INTERRUPTION FOR MULTICAST SERVICE IN LTE NETWORK

Borodakiy V.Y.¹, Gudkova I.A.², Markova E.V.², Maslovskaya N.D.²

¹ JSC "Concern Sistemprom", *bvu@systemprom.ru*,

² Peoples' Friendship University of Russia,

igudkova@sci.pfu.edu.ru, mkatyushka@mail.ru, maslov.natik@mail.ru

The model of cell of the LTE network supporting three services with guarantee speed of data transfer – a video conference, real time games and video on demand is constructed. Admission control to radio resources of a network is implemented due to service interruption of users with less priority service – video on demand in case of need to accept request from the user of service a video conference or games.

Key words: LTE, admission control, multicast, interruption.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ СОТЫ СЕТИ LTE С ТРАФИКОМ МЕЖМАШИННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Бутурлин И.А.

*Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: ivan_buturlin@mail.ru*

В докладе представлен алгоритм расчета основных вероятностно-временных характеристик модели распределения радиоресурсов с фиксированным диапазоном для трафика межмашинного взаимодействия в сети LTE.

Ключевые слова: LTE, Интернет вещей, МТС, М2М, трафик межмашинного взаимодействия, H2H, фиксированный диапазон пропускной способности, вероятность блокировки, среднее время передачи, рекуррентный алгоритм.

Рассматривается схема динамического распределения радиоресурсов соты сети LTE, когда для обслуживания трафика межмашинного взаимодействия (Machine-to-Machine, M2M) выделяются фиксированные диапазоны пропускной способности [2], остальные ресурсы доступны для пользователей H2H-услуги (Human-to-Human). Для предложенной схемы обслуживания трафика межмашинного взаимодействия в [3,4] представлено описание соответствующей модели соты сети LTE в терминах теории телетрафика [1], получены распределение вероятностей состояний в мультипликативном виде и формулы для расчета основных вероятностно-временных характеристик модели. В качестве критериев качества функционирования модели рассматриваются вероятности блокировки запросов пользователей H2H-услуги, МТС-устройств (Machine Type Communication) и среднее время передачи блока данных от подобных устройств.

Пусть сота сети LTE имеет пиковую пропускную способность C единиц канального ресурса (ЕКР) [бит/с]. Пользователям предоставляется одна H2H-услуга, а также сота поддерживает передачу блоков данных одного типа от множества МТС-устройств. Для предоставления H2H-услуги зарезервировано R_h ЕКР. Здесь и далее индексы «m» (m:=МТС) и «h» (h:=H2H) обозначают принадлежность того или иного параметра к трафику межмашинного взаимодействия и пользователей H2H-услуги соответственно. Тогда $C_m = C - R_h$ ЕКР доступно для МТС-устройств, C ЕКР – для пользователей H2H-услуги.

Запросы на предоставление H2H-услуги образуют пуассоновский поток интенсивности λ_h [1/ед.вр.] и требуют b_h ЕКР. Обслуживание пользователей H2H-услуги распределено по экспоненциальному закону с интенсивностью μ [1/ед.вр.]. Для передачи блоков данных от МТС-устройств требуется минимум b_m ЕКР. При этом для передачи текущего числа блоков данных, ЕКР выделяются фиксированными диапазонами пропускной способности c ЕКР. Тогда $M := \lfloor c/b_m \rfloor$ максимальное число блоков данных, которые могут быть одновременно переданы на одном фиксированном диапазоне. Будем полагать, что для обслуживания МТС-устройств на соте сети может быть выделено $S := \lfloor C_m/c \rfloor$ фиксированных диапазонов. Не ограничивая общности, будем считать, что $c = M \cdot b_m$ и $C_m = S \cdot c$. Входящий поток запросов от МТС-устройств является пуассоновским с интенсивностью λ_m [1/ед.вр.= 1/c], а длина блока данных распределена по экспоненциальному закону со средним θ [ЕКР×ед.вр.=бит]. Пусть

$a := \lambda_m \theta$ [ЕКР] – интенсивность предложенной нагрузки межмашинного взаимодействия.

Пространство состояний модели представимо в следующем виде [3,4]: $\mathcal{X} := \{ \mathbf{n} \geq \mathbf{0} : n_h b_h \leq C - c(n_m), c(n_m) \leq C_m \}$, где $c(n_m) := c \cdot \lceil n_m / M \rceil$ – количество ЕКР, выделенное для передачи n_m блоков данных от МТС-устройств. Для рассматриваемой модели получен рекуррентный алгоритм расчета вероятностей состояний системы $p(n_m, n_h)$, $(n_m, n_h) \in \mathcal{X}$, вероятностей блокировок пользователей Н2Н-услуги B_h и МТС-устройств B_m , а также среднего времени передачи блока данных от МТС-устройств T_m .

Алгоритм 1

Исходные данные: $C, R_h, c, \lambda_m, \theta, b_m, \lambda_h, \mu, b_h$.

Шаг 1. Расчет исходных параметров

1.1. Расчет предложенной нагрузки: $a := \lambda_m \cdot \theta, \rho := \lambda_h / \mu_h$.

1.2. $C_m = C - R_h, S = \lfloor C_m / c \rfloor, M = \lfloor c / b_m \rfloor$.

Шаг 2. Расчет ненормированных вероятностей $g(n_m, n_h)$ и нормирующей константы $G(\mathcal{X})$

2.1. $g(0, 0) = 1, G(\mathcal{X}) = 1$.

2.2. $c(n_m) = c \cdot \lceil n_m / M \rceil, n_m = 0, \dots, \lfloor S \cdot c / b_m \rfloor$.

2.3. $g(n_m, 0) = g(n_m - 1, 0) \cdot \lceil a / c(n_m) \rceil, G(\mathcal{X}) = G(\mathcal{X}) + g(n_m, 0), n_m = 1, \dots, \lfloor S \cdot c / b_m \rfloor$.

2.4. $g(n_m, n_h) = g(n_m, n_h - 1) \cdot \lceil \rho / n_h \rceil, G(\mathcal{X}) = G(\mathcal{X}) + g(n_m, n_h),$
 $n_h = 1, \dots, \lfloor (C - c(n_m)) / b_h \rfloor, n_m = 0, \dots, \lfloor S \cdot c / b_m \rfloor$.

Шаг 3. Расчет нормированных вероятностей $p(n_m, n_h)$

3.1. $p(n_m, n_h) = g(n_m, n_h) / G(\mathcal{X}), n_h = 0, \dots, \lfloor (C - c(n_m)) / b_h \rfloor,$
 $n_m = 0, \dots, \lfloor S \cdot c / b_m \rfloor$.

Шаг 4. Расчет вероятностей блокировок B_h, B_m

4.1. $B_h = p(0, \lfloor C / b_h \rfloor) + \sum_{s=1}^S \sum_{n_m=(s-1)M+1}^{sM} p(n_m, \lfloor (C - s \cdot c) / b_h \rfloor)$.

4.2. $B_m = \sum_{s=0}^{S-1} \sum_{n_h=\lfloor (C-(s+1)c \rfloor / b_h \rfloor + 1}^{\lfloor (C-s \cdot c) / b_h \rfloor} p(s \cdot M, n_h) + \sum_{n_h=0}^{\lfloor C_h / b_h \rfloor} p(S \cdot M, n_h)$.

Шаг 5. Расчет среднего времени передачи T_m

5.1. $T_m = \left[\sum_{n_m=0}^{\lfloor C_m / b_m \rfloor} \sum_{n_h=0}^{\lfloor (C - c(n_m)) / b_h \rfloor} n_m \cdot p(n_m, n_h) \right] / \lambda_m (1 - B_m)$.

Представленный алгоритм основан на разбиении пространства состояний модели по числу выделенных фиксированных диапазонов пропускной способности. Данный метод позволяет просто и эффективно рассчитывать основные вероятностно временные характеристики. В дальнейшем предполагается уточнить алгоритм для случая, когда на соту сети LTE поступают запросы от МТС-устройств на передачу блоков данных различного типа.

Литература

1. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Математическая теория телеграфика и ее приложения к анализу мультисервисных сетей связи следующих поколений // Автоматика и вычислительная техника. 2013. № 2. С. 11-21.
2. В.Ю. Бородакий, И.А. Бутурлин, К.Е. Самуйлов. О некоторых задачах управления радиоресурсами в сетях LTE-Advanced с учетом M2M трафика // Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем». Тезисы докладов. – М.: РУДН, 2013.
3. Бутурлин И.А., Гудкова И.А., Чукарин А.В. Модель распределения радиоресурсов с фиксированным диапазоном для трафика межмашинного взаимодействия в сети LTE. – T-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2014. – (в печати).
4. Borodakiy V.Y., Buturlin I.A., Gudkova I.A., Samouylov K.E. Modelling and analysing a dynamic resource allocation scheme for M2M traffic in LTE networks // Lecture Notes in Computer Science. 2013. Vol. 8121. P. 420-426.

ALGORITHM FOR CALCULATING PERFORMANCE MEASURES OF RADIO RESOURCE ALLOCATION SCHEME MODEL FOR MACHINE TYPE COMMUNICATIONS IN LTE NETWORK

Buturlin I. A.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow
e-mail: ivan_buturlin@mail.ru*

The report presents an algorithm for calculating the basic probabilistic temporal characteristics of radio resource allocation scheme model for machine type communications in LTE network

Key words: LTE, Internet of Things, Machine-to-Machine (M2M), Machine Type Communication (MTC), Human-to-Human, fixed capacities, blocking probability, mean flow durations, recursive algorithm.

ЗАДАЧА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ФИКСИРОВАННОГО ДИАПАЗОНА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СОТЫ СЕТИ LTE ДЛЯ M2M ТРАФИКА ¹

Бутурлин И.А.¹, Бегишев В.О.¹, Коротков С.В.², Короткова Е.В.²

¹ Российский университет дружбы народов, ivan_buturlin@mail, begishev@mail.ru,

² ЗАО «Всероссийский институт волоконно-оптических систем
связи и обработки информации»

В докладе рассматривается задача поиска оптимального размера фиксированного диапазона пропускной способности, выделяемого для обслуживания трафика межмашинного взаимодействия для модели соты сети LTE.

Ключевые слова: LTE, Интернет вещей, МТС, M2M, трафик межмашинного взаимодействия, H2H, фиксированный диапазон пропускной способности, задача оптимизации.

В [1] рассматривается одна из возможных схем динамического распределения радиоресурсов соты сети LTE, когда для обслуживания трафика межмашинного взаимодействия (Machine-to-Machine, M2M) выделяются фиксированные диапазоны пропускной способности, остальные ресурсы доступны для пользователей H2H-услуги (Human-to-Human). Для исследования эффективности функционирования предложенной схемы распределения радиоресурсов в [2,5] построена модель соты сети LTE, где для передачи блоков эластичных данных, поступающих от МТС-устройств (Machine-to-Machine), выделяются фиксированные диапазоны пропускной способности емкостью c единиц канального ресурса (ЕКР). Для случая, когда пользователям предоставляется одна H2H-услуга, а также сота поддерживает передачу блоков данных одного типа от множества МТС-устройств получено распределение вероятностей состояний в мультипликативном виде. В [3] представлен рекуррентный алгоритм для расчета распределения вероятностей состояний системы и основных вероятностно-временных характеристик: вероятности блокировки запросов пользователей и МТС-устройств, среднее время передачи блока данных, проведен подробный численный анализ функционирования модели.

С учетом активного роста M2M-трафика для операторов сетей связи LTE все более актуальной становится задача эффективного распределения доступных радиоресурсов для обслуживания МТС-устройств с минимальным воздействием на качество предоставления традиционных H2H-услуг (голосовые услуги, потоковое видео и др.), которые приносят основной доход оператору. По построению размер выделяемого фиксированного диапазона пропускной способности c существенным образом влияет на показатели качества функционирования рассматриваемой модели, в том числе на качество обслуживания пользователей H2H-услуги [4]. С учетом небольших размеров файлов, поступающих от МТС-устройств, для их передачи целесообразно выделять минимальное количество доступных ЕКР, в отличие от пользователей H2H-услуги, для которых критичной является величина выделяемой пропускной способности. С учетом вышесказанного, может быть сформулирована задача оптимизации, где в качестве целевой функции используется величина среднего числа ЕКР, не занятых трафиком межмашинного взаимодействия и пользователями H2H-услуги $\bar{C}(c)$:

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-07-00953 а.

$$\left\{ \begin{aligned} \max_c \tilde{C}(c) &:= \max_c \left\{ C - c \cdot \sum_{(n_m, n_h) \in X} \left[\frac{n_m}{M} \right] p(n_m, n_h) - b_h \cdot \sum_{(n_m, n_h) \in X} n_h p(n_m, n_h) \right\}, \\ 1 &\leq c \leq C_m, c \cdot S \leq C_m, \\ B_m &\leq B_m^*, \\ B_h &\leq B_h^*, \\ T_m &\leq T_m^*, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где B_m^*, B_h^*, T_m^* – пороговые значения для вероятности блокировок пользователей Н2Н-услуги, МТС-устройств и для среднего времени передачи блока эластичных данных от МТС-устройств соответственно.

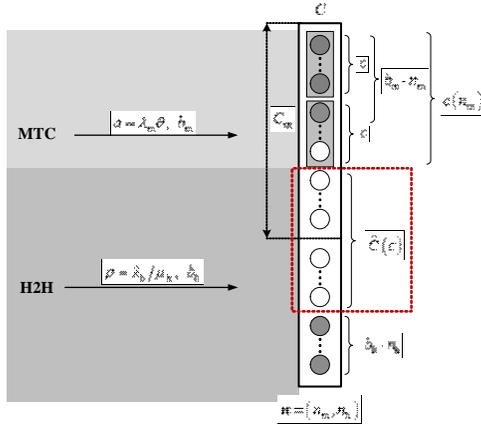


Рис.1. Задача поиска оптимального c

Для решения сформулированной задачи (1) разработано программное средство на объектно-ориентированном языке Java. Используя исходные данные аналогичные [2], получено решение задачи для различных значений предложенной нагрузки.

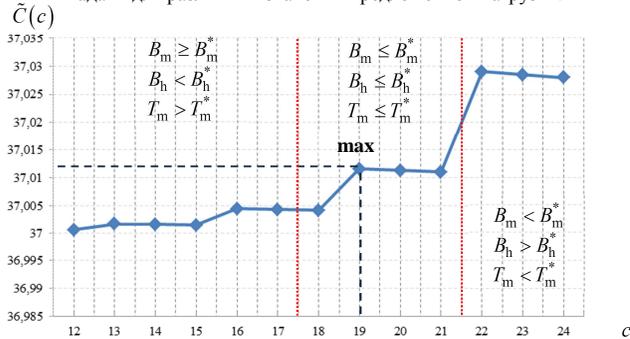


Рис.2. Зависимость $\tilde{C}(c)$ от размера фиксированного диапазона

На рисунке 2 проиллюстрирован метод поиска оптимального размера фиксированного диапазона пропускной способности для соты сети LTE с пиковой

пропускной способностью $C = 50$ Мбит/с. Для каждого возможного варианта c на графике представлено значение целевой функции $\tilde{C}(c)$. С учетом зафиксированных пороговых значений $B_m^* = 10^{-3}$, $B_h^* = 10^{-3}$, $T_m^* = 10^{-1}$ с и ограничения на количество выделяемых диапазонов пропускной способности $S = 2$ максимальное $\tilde{C}(c)$ достигается при $c = 19$.

В докладе сформулирована задача поиска оптимального размера фиксированного диапазона пропускной способности соты сети LTE, выделяемого для обслуживания M2M-трафика. Представлены результаты численного решения задачи оптимизации методом перебора. В дальнейших исследованиях планируется рассмотреть задачу поиска оптимального размера фиксированного диапазона для других целевых функций и для случая, когда на соту сети LTE поступает неоднородный трафик межмашинного взаимодействия.

Литература

1. В.Ю. Бородакий, И.А. Бутурлин, К.Е. Самуйлов. О некоторых задачах управления радиоресурсами в сетях LTE-Advanced с учетом M2M трафика // Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем». Тезисы докладов. – М.: РУДН, 2013.
2. Бутурлин И.А., Гудкова И.А., Чукарин А.В. Модель распределения радиоресурсов с фиксированным диапазоном для трафика межмашинного взаимодействия в сети LTE. – Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2014. – (в печати).
3. Бутурлин И.А. Алгоритм расчета вероятностно временных характеристик модели соты сети LTE с трафиком межмашинного взаимодействия // Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем». Тезисы докладов. – 2014.
4. Бутурлин И.А., Бегишев В.О. Метод распределения радиоресурсов для сети LTE-Advanced с трафиком межмашинного взаимодействия // Международный форум информатизации МТУСИ. Тезисы докладов. – М.: 2013. Стр.44.
5. Borodakiy V.Y., Buturlin I.A., Gudkova I.A., Samouylov K.E. Modelling and analysing a dynamic resource allocation scheme for M2M traffic in LTE networks // Lecture Notes in Computer Science. 2013. Vol. 8121. P. 420-426.

THE TASK OF SEARCHING FOR THE OPTIMUM CAPACITY OF FIXED RANGE FOR MODEL RADIO RESOURCE ALLOCATION IN LTE NETWORK WITH MACHINE-TYPE COMMUNICATIONS TRAFFIC

Buturlin I.A.¹, Begishev V.O.¹, Korotkov S.V.², Korotkova E.V.²

¹ Peoples' Friendship University of Russia, ivan_buturlin@mail, begishevu@mail.ru,
² JSC "VIVOS and OI"

The report addresses the task of finding the optimal size of fixed bandwidth ranges for model cell LTE network with traffic machine-type communications.

Key words: LTE, Internet of things, MTC, M2M, Machine-Type Communications, H2H, dynamic resource allocation, fixed range of bandwidth, streaming traffic, elastic traffic, the blocking probability, mean transmission time.

ОБ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ГОТОВНОСТИ К СТАЦИОНАРНОМУ ЗНАЧЕНИЮ

Зверкина Г.А.

Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), zverkina@gmail.com

Приведены достаточные условия сходимости коэффициента готовности к стационарному значению с экспоненциальной скоростью.

Ключевые слова: коэффициент надёжности, скорость сходимости, марковские процессы, условие Дёблина-Дуба.

Введение

Следуя [1], дадим определение коэффициента готовности. Пусть некий элемент, начав работу в момент $t_0=0$ и проработав случайное время T'_1 , выходит из строя, затем он восстанавливается (заменяется на исправный) в течение случайного времени T_1 ; восстановленный элемент работает время T'_2 и затем восстанавливается время T_2 ; и т.д. ($\mathbf{P}\{T'_i < x\} = F(x)$, $\mathbf{P}\{T_i < x\} = G(x)$; все эти сл.в. попарно независимы). Моменты

$$t_i = \sum_{j=1}^{i-1} (T_j + T'_j)$$

есть моменты восстановления элемента, а моменты $t'_i := t_i + T'_i$ – моменты отказов. Коэффициент готовности элемента в момент t $k_{\Gamma}(t) := \mathbf{P}\{t_i \leq t \leq t'_i\}$ – вероятность того, что в момент t элемент исправен. В монографии [1, гл.2, §3], показано, что в случае, когда T'_i и T_i имеют непрерывное распределение и сл.в. $(T'_i + T_i)$ имеют ненулевую дисперсию,

$$\exists k_{\Gamma} = \lim_{t \rightarrow \infty} k_{\Gamma}(t) = \frac{ET'}{ET' + ET''} -$$

стационарное значение коэффициента готовности. Обычно предполагается, что время безотказной работы и время восстановления распределены экспоненциально с параметрами λ и μ соответственно, т.е. плотности распределения этих сл.в. таковы:

$$f(t) = F'(x) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad g(t) = G'(x) = \lambda e^{-\mu t}. \quad (1)$$

В [1] показано, что в этом случае

$$\exists \lim_{t \rightarrow \infty} k_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

скорость сходимости $k_i(t)$ к k_{Γ} экспоненциальна, и дана точная оценка:

$$0 < k_{\Gamma}(t) - k_{\Gamma} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}.$$

Кроме того, в [1] высказано предположение, что в случае, когда для некоторых $\lambda > 0$, $\mu > 0$ и некоторых C_1, C_2 выполнено

$$f(t) = F'(x) < C_1 e^{-\lambda t}, \quad g(t) = G'(x) < C_2 e^{-\mu t}, \quad (2)$$

то коэффициент готовности сходится к стационарному значению с экспоненциальной скоростью, т.е.

$$\text{для некоторых } C > 0, \alpha > 0 \forall t \geq 0 |k_{\Gamma}(t) - k_{\Gamma}| < C e^{-\alpha t}. \quad (3)$$

Целью настоящей работы является установление в терминах интенсивностей более широких, чем (1), достаточных условий для того, чтобы разность $|k_{\Gamma}(t) - k_{\Gamma}|$ убывала экспоненциально.

Постановка задачи и основной результат

Как известно, для исследования скорости сходимости процесса обслуживания в ТМО (и, в частности, скорости сходимости распределения процесса восстановления в теории

надёжности) часто применяется теория марковских процессов. Иногда для этого используются вложенные марковские процессы (цепи) или применяются иные методы марковизации.

В нашем случае с поведением восстанавливаемого элемента свяжем процесс $X_t=(n_t, x_t)$, где $n_t=n(X_t)=0$, если элемент неисправен, и $n_t=n(X_t)=1$ в противном случае; $x_t=x(X_t)$ – время, прошедшее с момента последнего изменения n_t . Пространство состояний процесса X_t – это пространство $X=\{(0,1)\times\mathbf{R}_+\}$. Введём в X стандартную метрику: $\text{dist}((n,x),(m,y))=|n-m|+|x-y|$ и σ -алгебру $\mathcal{B}(X)$, порождённую этой метрикой. Обозначим

$$\varphi(t)=\frac{f(t)}{1-F(t)}, \quad \psi(t)=\frac{g(t)}{1-G(t)} -$$

интенсивности отказа и восстановления элемента. Несложно заметить, что процесс X_t является марковским (подробнее см. [3–4]).

Теорема. Если при некоторых $a>0$, $b>0$, $c>0$, $k>0$

$$\forall t \geq 0 \quad \varphi(t) \in (a; b + ct^k), \quad \psi(t) \in (a; b + ct^k), \quad (4)$$

то верно (3).

Доказательство Теоремы основано на проверке условия Дёблина-Дуба для процесса X_t . Как известно, условие Дёблина-Дуба для марковских процессов с непрерывным временем (см. [2]), заключается в следующем:

Существует конечная мера $\nu(\cdot)$, определённая на борелевских множествах пространства состояний процесса X_t , и числа $\varepsilon>0$, $s>0$, такие, что

$$P(s, X_0, A) = P_{X_0} \{X_s \in A\} \leq 1 - \varepsilon \quad (5)$$

при $\nu(A)<\varepsilon$. Если это условие выполнено, то:

1. Существует стационарное распределение (мера π на пространстве состояний) процесса X_t .

2. Для некоторых C и $\alpha>0$

$$\|\pi_t - \pi\|_{TV} = 2 \sup_{A \in \Omega} |P\{X_t \in A\} - \pi(A)| < Ce^{-\alpha t}. \quad (6)$$

Сначала заметим, что из условия (4) следует существование таких чисел K , $\kappa>0$, что $f(t)<Ke^{-\kappa t}$, $g(t)<Ke^{-\kappa t}$. Действительно, при достаточно большом K_1 верно $K_1e^{at}>c^2t^{2k}$, и

$$f(t) = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(s) ds} \leq (b + ct^k) e^{-at} < (b + K_1) e^{\frac{at}{2}} e^{-at} = K e^{-\frac{at}{2}}. \quad (7)$$

Аналогично доказывается неравенство для $g(t)$.

При фиксированном n для множества $A=\{(n,x): x \in A_1 \in \mathcal{B}(\mathbf{R}_+)\}$ определим меру $\nu(A)$:

$$\nu(A) = \Phi \int_{A_1} e^{-\kappa s} ds.$$

Соответственно, для любого $A \in \mathcal{B}(X)$

$$\nu_1(A) = \nu_1(A \cap \{(0, x), x \in \mathbf{R}_+\}) + \nu_1(A \cap \{(1, x), x \in \mathbf{R}_+\}); \quad \nu_1(X) = 2C/\kappa < \infty.$$

Пусть число $\Phi>K$ достаточно велико, а $\delta>0$ достаточно мало. Положим

$$e^{\kappa s} = \frac{\Phi}{\delta}; \quad s = \frac{\ln \Phi - \ln \delta}{\kappa}. \quad (8)$$

Для произвольного начального состояния X_0 процесса X_t оценим $P(s, X_0, A)=P(X_s \in A|X_0)$ для такого $A \in \mathcal{B}(X)$, что $\nu(A)<\delta$. Рассмотрим следующие случаи.

а. $A \subseteq \{(n, x): x>s\}$, \bar{n} фиксировано, $\nu(A)<\delta$. Событие $\Sigma=\{X_s \in A|X_0\}$ может произойти только в том случае, если в течении времени, большего, чем s , $n(X_t)$ не менялось;

$$P(\Sigma) \leq 1 - \int_0^s Ke^{-\kappa t} dt < \frac{K}{\Phi} \nu(A). \quad (9)$$

б. $A \subseteq \{(\tilde{n}, x): \alpha < x < \beta < s\}$, \tilde{n} фиксировано; $v(A) \leq \Phi e^{-\kappa\alpha} - \Phi e^{-\kappa\beta} < \delta$. Событие $\Sigma = \{X_s \in A | X_0\}$ может произойти только в том случае, если в некоторый момент $\tau \in (s-\beta; s-\alpha)$ значение n_t изменилось на \tilde{n} , и на интервале $(\tau; s]$ скачков не было. Общее число изменений n_t на $(0, s)$ может быть произвольным, например, равным m . Обозначим такое событие $S(m, \alpha, \beta)$. Соответственно, с учётом (7) и (8)

$$\begin{aligned} P_{X_0}(X_s \in A \& S(m, \alpha, \beta)) &\leq \int_{s-\beta < \sum_{j=1}^m x_j < s-\alpha} \prod_{j=1}^m (Ke^{-\kappa x_j}) dx_1 \dots dx_m \times \int_{\alpha}^{\infty} Ke^{-\kappa \tau} d\tau \leq \\ &\leq \frac{K-\delta}{\kappa} K^m e^{-\kappa(s-\beta)} \left(\frac{(s-\alpha)^m}{m!} - \frac{(s-\beta)^m}{m!} \right) < \frac{K}{\kappa} \left(\frac{K^m (s-\alpha)^m}{m!} - \frac{(s-\beta)^m}{m!} \right); \\ P_{X_0}(X_s \in A) &= \sum_{m=1}^{\infty} P_{X_0}(X_s \in A \& S(m, \alpha, \beta)) < \frac{K}{\kappa} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{K^m (s-\alpha)^m}{m!} - \frac{(s-\beta)^m}{m!} \right) = \\ &= \frac{Ke^{\kappa s}}{\kappa} (e^{-\kappa\alpha} - e^{-\kappa\beta}) = \frac{K(e^{-\kappa\alpha})^{\frac{\kappa}{K}}}{\kappa} (e^{-\kappa\alpha} - e^{-\kappa\beta}) = \frac{K}{\kappa} \left(\frac{\delta}{K} \right)^{\frac{\kappa}{K}} (e^{-\kappa\alpha} - e^{-\kappa\beta}) \leq \\ &\leq \frac{K}{\kappa} \left(\frac{\delta}{K} \right)^{\frac{\kappa}{K}} \times \frac{K}{\kappa} e^{\kappa s} (e^{-\kappa\alpha} - e^{-\kappa\beta}) \leq \frac{K}{\kappa^2} K^{\frac{\kappa}{K}} \delta^{\frac{\kappa}{K}} \frac{\Phi}{\delta} v(A). \end{aligned} \quad (10)$$

в. Пусть $v(A) < \delta$, $A \subseteq \{(\tilde{n}, x): \alpha < x < \beta\}$, $0 \leq \alpha < \beta \leq \infty$, \tilde{n} фиксировано. Тогда $A = A_1 + A_2$, где $A_1 = A \cap \{(\tilde{n}, x): 0 < x < s\}$, $A_2 = A \cap \{(\tilde{n}, x): s \leq x < \infty\}$;

$$\begin{aligned} P_{X_0}(X_s \in A) &= P_{X_0}(X_s \in A_1) + P_{X_0}(X_s \in A_2) \leq \\ &\leq \frac{K}{\Phi} v(A_1) + \frac{K}{\kappa^2} K^{\frac{\kappa}{K}} \delta^{\frac{\kappa}{K}} \frac{\Phi}{\delta} v(A_2) \leq R(K, \kappa, \Phi, \delta) v(A). \end{aligned}$$

Таким образом, для любого множества A вида $\{(\tilde{n}, x): \alpha < x < \beta\}$, $0 \leq \alpha < \beta \leq \infty$, $v(A) < \delta$ доказано, что $P(X_s \in A | X_0) \leq R(K, \kappa, C, \delta) v(A)$.

Выберем $\varepsilon > 0$ так, чтобы $2\varepsilon R(K, \kappa, \Phi, \delta) < 1 - \varepsilon$. Пусть $A \in \mathfrak{B}(X)$, $v(A) < \varepsilon < \delta$. Выберем множества A_i из $\mathfrak{B}(X)$ так, чтобы

$$\begin{aligned} A &\subseteq \bigcup_{i=1}^m A_i, \quad A_i = \{(n_i, x): \alpha_i < x < \beta_i\}, \quad \sum_{i=1}^m v(A_i) < 2\varepsilon; \\ P_{X_0}(X_s \in A) &\leq \sum_{i=1}^m P_{X_0}(X_s \in A_i) \leq \sum_{i=1}^m R(K, \kappa, C, \delta) v(A_i) \leq R(K, \kappa, C, \delta) 2\varepsilon < 1 - \varepsilon. \end{aligned}$$

Итак, процесс X_t удовлетворяет условию Дёблина-Дуба с мерой ν и поэтому существует стационарная мера π , к которой сходится распределение процесса X_t , и выполнено (6).

В частности, если $A = \{(0, x), x \in \mathbf{R}_+\}$ – множество исправных состояний элемента, то $k_{\Gamma}(t) = P\{n(X_t) = 0\} = P\{X_t \in A\}$, $k_{\Gamma} = P\{n(\tilde{X}_t) = 0\} = P\{\tilde{X}_t \in A\}$, где \tilde{X}_t – стационарная версия процесса X_t , и существуют такие $C > 0$, $\alpha > 0$, что

$$|k_{\Gamma}(t) - k_{\Gamma}| = |P\{X_t \in A\} - P\{\tilde{X}_t \in A\}| \leq \|\pi_t - \pi\|_{TV} < Ce^{-\alpha t}.$$

Теорема доказана.

Выводы

Условие (4) охватывает достаточно широкий класс распределений, для которых ранее не доказывалась экспоненциальная сходимость коэффициента готовности, в частности, это (урезанное) нормальное распределение. (Интенсивность нормального распределения может быть ограничена сверху линейной функцией.)

Предложенный способ доказательства экспоненциальной сходимости распределения процесса обслуживания к стационарному распределению может быть применён для СМО с *конечным* числом приборов и *конечной* очередью с теми же, как (4) условиями на интенсивность входящего потока и интенсивность обслуживания.

К сожалению, с помощью условия Дёблина-Дуба пока не удаётся доказывать экспоненциальную сходимость в случае, когда интенсивности не отделены от нуля (например, когда плотность распределения времени работы или восстановления элемента на некоторых интервалах обращается в нуль).

Благодарности

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 14-01-00319-а).

Автор выражает глубокую признательность профессору А.Ю. Веретенникову за неоценимую поддержку в работе и чрезвычайно полезные консультации.

Литература

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надёжности, М.: Наука, 1965; также изд. 2, испр. и доп., М.: URSS, 2013.
2. Дуб Дж.Л. Вероятностные процессы, V.: Издательство иностранной литературы, 1956.
3. Veretennikov A.Yu. On the rate of convergence for infinite server Erlang–Sevastyanov’s problem, *Queueing Systems*, 2014, Volume 76, Issue 2, pp 181–203.
4. Веретенников А.Ю. О скорости сходимости к стационарному распределению в системах обслуживания с одним прибором, *Автоматика и телемеханика*, 2013, №10, стр. 23–35. Engl. trans. On the rate of convergence to the stationary distribution in the single-server queuing system, *Autom. Remote Control* 74(10), 1620–1629 (2013).

ON THE EXPONENTIAL RATE OF CONVERGENCE TO THE STATIONARY VALUE FOR THE AVAILABILITY FACTOR

Zverkina G.A.

Moscow State University of Railway Engineering (MIIT), zverkina@gmail.com

We give the sufficient conditions for the exponential convergence rate of the availability factor to the stationary value.

Key words: availability factor, convergence rate, Markov processes, Doeblin-Doob’s condition.

К ПРИБЛИЖЕННОМУ РАСЧЕТУ ВЕРОЯТНОСТИ БЛОКИРОВКИ В МОДЕЛИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ИНДИВИДУАЛЬНЫМИ ПОТОЛКАМИ НА СКОРОСТЬ В СЕТИ LTE

Маркова Е.В.

Российский университет дружбы народов, mkatyushka@mail.ru

Построена модель соты сети LTE, поддерживающей передачу данных двух типов. Скорость передачи данных может динамически варьироваться от максимального «индивидуального потолка» до минимального значения. Для расчета вероятности блокировки предложен приближенный метод.

Ключевые слова: LTE, управление доступом, переменная скорость, Non-GBR, индивидуальный потолок, приближенный метод, вероятность блокировки.

Введение

Для обеспечения требуемого качества предоставления услуг на базе сети LTE перед сотовыми операторами возникает необходимость выбора оптимальных схем управления доступом к радиоресурсам сети [1,2]. В случае перегрузки сети управление доступом может быть реализовано в лучшем случае за счет ухудшения качества предоставления услуг (service degradation), а в худшем за счет прерывания обслуживания менее приоритетных пользователей (service interruption).

В докладе рассматривается модель соты сети LTE с пиковой пропускной способностью C единиц канального ресурса (ЕКР) и двумя услугами передачи данных, для которых определены различные индивидуальные потолки на скорость. Управление доступом основано на снижении скоростей предоставления услуг пропорционально индивидуальным потолкам.

Модель с индивидуальными потолками и порогом на число блоков

Предположим, что входящий поток запросов на передачу блоков данных k -типа является пуассоновским с интенсивностью λ_k , со средней экспоненциальной длиной блока θ_k и предложенной нагрузкой $\rho_k := \lambda_k \theta_k$, $k=1,2$. Обозначим максимальное число ЕКР, которые могут быть выделены для передачи блока данных k -типа d_k , $k=1,2$. Будем считать, что $d_1 > d_2$.

Пусть n_k число передаваемых блоков данных k -типа, $k=1,2$. Для обеспечения гарантированного времени передачи данных введем пороговое значение суммарного числа передаваемых блоков $N > \lfloor C / d_2 \rfloor$. Состояние соты в некоторый момент времени описывает вектор (n_1, n_2) в пространстве состояний

$$X = \{(n_1, n_2) : n_1 > 0, n_2 > 0, n_1 + n_2 \leq N\}. \quad (1)$$

Отметим, что в случае недостаточности ресурсов для передачи блока данных k -типа на максимальной скорости d_k ($n_1 d_1 + n_2 d_2 > C$), скорость передачи снижается пропорционально индивидуальным потолкам до тех пор, пока суммарное число передаваемых блоков не больше порогового значения N , и становится равной

$d_k f(n_1, n_2)$, где $f(n_1, n_2) = \frac{C}{n_1 d_1 + n_2 d_2} < 1$ – коэффициент ухудшения качества

обслуживания. В случае когда суммарное число передаваемых блоков данных равно

пороговому значению, запрос на передачу блока данных k -типа блокируется, $k=1,2$ (рис.1).

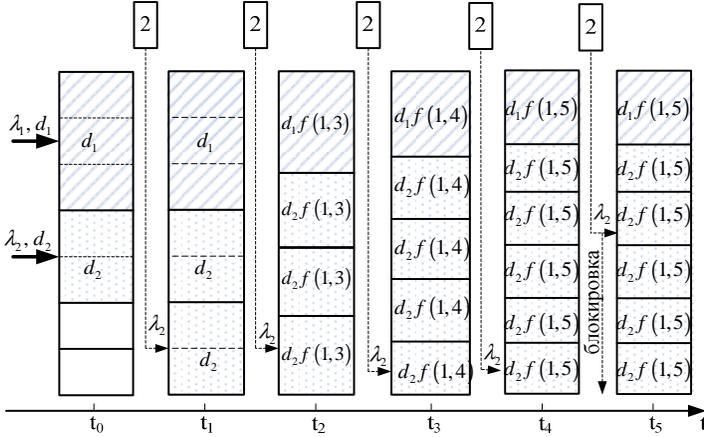


Рис. 1. Принцип ухудшения качества обслуживания ($C = 7, N = 6, d_1 = 3, d_2 = 2$)

Соответствующая диаграмма интенсивностей переходов представлена в [2]. Для рассматриваемой модели не выполняется критерий Колмогорова, поэтому для анализа основной характеристики модели – вероятности блокировки запросов на передачу блоков данных – необходима разработка приближенного метода.

Приближенный метод

Вероятность блокировки запросов на передачу блоков данных 1,2-типа равна:

$$B_1 = B_2 \approx q(N) / \sum_{n=0}^N q(n), \quad (2)$$

где $q(n)$ – приближенное значение ненормированной вероятности того, что в системе передается ровно n блоков данных. Предположим, что выполняется частичный баланс, тогда $q(n), n \in \mathbf{X}(n) = \{(n, n_2) \in \mathbf{X} : n_1 + n_2 = n\}$ рассчитывается по формулам:

$$q(n) = 0, \quad n < 0;$$

$$q(n) = 1, \quad n = 0;$$

$$q(n) = \left(\frac{\rho_1}{d_1 n} + \frac{\rho_2}{d_2 n} \right) q(n-1), \quad n = 1, \dots, \lfloor C/d_1 \rfloor;$$

$$q(n) = \frac{\rho_1}{d_1 n} Q_{n-1}(\{0, \dots, i(n)-1\}) + \frac{\rho_2 (d_1 - d_2)}{C d_2 n} M_{n-1}(\{i(n)+1, \dots, n-1\}) +$$

$$+ \frac{\rho_2}{d_2 n} Q_{n-1}(\{0, \dots, i(n)\}) + \frac{\rho_2}{C} Q_{n-1}(\{i(n)+1, \dots, n-1\}) + \frac{\rho_1 (d_1 - d_2)}{C d_1 n} Q_{n-1}(\{i(n), \dots, n-1\}) +$$

$$+ \frac{\rho_1 (d_1 - d_2)}{C d_1 n} M_{n-1}(\{i(n), \dots, n-1\}) + \frac{\rho_1 d_2}{C d_1} Q_{n-1}(\{i(n), \dots, n-1\}), \quad n = \lfloor C/d_1 \rfloor + 1, \dots, \lfloor C/d_2 \rfloor;$$

$$q(n) = (d_1 - d_2) \frac{d_1 \rho_2 + d_2 \rho_1}{Cd_1 d_2 n} M_{n-1}(\mathbf{X}(n)) + \frac{d_1 \rho_2 n + d_2 \rho_1 n + (d_1 - d_2) \rho_1}{Cd_1 n} q(n-1),$$

$$n = \lfloor C / d_2 \rfloor + 1, \dots, N,$$

$$\text{где } i(n) = \frac{C - d_2 n}{d_1 - d_2}, \quad n = \lfloor C / d_1 \rfloor + 1, \dots, \lfloor C / d_2 \rfloor, \quad \mathbf{N}_1(n) = \{n_1 : (n_1, n_2) \in \bar{\mathbf{X}}(n) \subseteq \mathbf{X}(n)\},$$

$Q_n(\mathbf{N}_1(n))$ – вероятность того, что суммарное число передаваемых блоков равно n при условии, что, количество передаваемых блоков данных 1-типа принадлежит множеству $\mathbf{N}_1(n)$, а $M_n(\mathbf{N}_1(n))$ – среднее число передаваемых блоков данных 1-типа при условии, что суммарное число передаваемых блоков данных равно n , а количество передаваемых блоков данных 1-типа принадлежит множеству $\mathbf{N}_1(n)$, и определяются по формулам

$$Q_n(\mathbf{N}_1(n)) = \sum_{n_1 \in \mathbf{N}_1(n)} p(n_1, n - n_1) \approx q(n) \frac{\sum_{n_1 \in \mathbf{N}_1(n)} \left(\frac{\rho_1}{d_1} n_1 + \frac{\rho_2}{d_2} (n - n_1) \right)}{\sum_{n_1=0}^n \left(\frac{\rho_1}{d_1} n_1 + \frac{\rho_2}{d_2} (n - n_1) \right)},$$

$$M_n(\mathbf{N}_1(n)) = \sum_{n_1 \in \mathbf{N}_1(n)} n_1 p(n_1, n - n_1) \approx q(n) \frac{\sum_{n_1 \in \mathbf{N}_1(n)} n_1 \left(\frac{\rho_1}{d_1} n_1 + \frac{\rho_2}{d_2} (n - n_1) \right)}{\sum_{n_1=0}^n \left(\frac{\rho_1}{d_1} n_1 + \frac{\rho_2}{d_2} (n - n_1) \right)}.$$

Выводы

В дальнейшем предполагается провести численный эксперимент, направленный на определение точности предложенного алгоритма, а также расчет основных характеристик модели.

Литература

1. Chowdhury M. Z., Jang Y. M., Haas Z. J. Call Admission Control based on Adaptive Bandwidth Allocation for Multi-Class Services in Wireless Networks // Communications and Networks – Vol. 15. – Feb. 2013. – Pp.15-24.
2. Бородакий В.Ю., Гудкова И.А., Маркова Е.В. Модель управления доступом к радиоресурсам с индивидуальными потолками на скорость передачи данных в сети LTE // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2014. – (в печати).

ON APPROXIMATE CALCULATION OF BLOCKING PROBABILITY IN MODEL FOR NON REAL-TIME SERVICES WITH MAXIMUM BIT RATE

Markova E.V.

Peoples' Friendship University of Russia, mkatyushka@mail.ru

We propose a model of the cell LTE networks, which supports two types of data transfer without guaranteed bit rate. Data bit rate can dynamically vary from maximum "a personal ceiling" to the minimum. For calculation of blocking probability the approximate method is offered.

Key words: LTE, radio admission control (RAC), Non-Guaranteed Bit Rate (Non-GBR), approximate method, blocking probability.

К АНАЛИЗУ СРЕДНЕГО ДОХОДА ДЛЯ МОДЕЛИ СХЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДОСТУПОМ ХЭНДОВЕР-ВЫЗОВОВ К РАДИОРЕСУРСАМ СЕТИ LTE

Маркова Е.В., Кушхов Х.А.

Российский университет дружбы народов, mkatyushka@mail.ru, xxxusikk@gmail.com

Построены четыре модели схем управления доступом к радиоресурсам сети LTE. Схемы основаны на приоритетном обслуживании хэндовер-вызовов. Предложены формулы для расчета величины среднего дохода, полученного для каждой модели.

Ключевые слова: LTE, управление доступом, хэндовер-вызов, полученный доход.

Введение

В сетях подвижной связи 4-го поколения LTE двумя наиболее важными показателями качества обслуживания [1,2] в случае перегрузки сети являются вероятность блокировки нового вызова и вероятность прерывания хэндовер-вызова. В связи с тем, что абоненту сотовой подвижной связи выгоднее принять отказ в обслуживании при первой попытке установления соединения, чем столкнуться с разрывом соединения, хэндовер-вызовы являются более приоритетными по сравнению с новыми вызовами [3].

Схемы управления доступом для хэндовер-вызовов

Выделяют четыре схемы приоритетного управления доступом к ресурсам сети [2]:

1. схема с резервированием и приоритетным занятием зарезервированных ресурсов,
2. схема с резервированием и приоритетным занятием полноступенчатых ресурсов,
3. схема с пороговым управлением для новых вызовов,
4. схема с вероятностным управлением для новых вызовов.

В докладе рассматривается сота сети LTE с пиковой пропускной способностью C единиц канального ресурса (ЕКР), на которую поступают два пуассоновских потока вызовов: хэндовер-вызовы с интенсивностью λ_H ($H=Handover$) и новые вызовы с интенсивностью λ_N ($N=New\ call$). Среднее время обслуживания вызовов любого типа равно μ^{-1} , без ограничения общности будем считать $\mu^{-1}=1$. Пусть стоимость хэндовер-вызова равна $K > 1$, а стоимость нового вызова равна 1. Интенсивность среднего дохода, полученного оператором при применении схем управления доступом, основанных на приоритетном обслуживании хэндовер-вызовов, определяется по формуле:

$$H = K \cdot \lambda_H P\{\mathbf{x} \notin \mathbf{B}_H\} + 1 \cdot \lambda_N P\{\mathbf{x} \notin \mathbf{B}_N\}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} – вектор, описывающий состояние системы в некоторый момент времени, а \mathbf{B}_H и \mathbf{B}_N – множества блокировок хэндовер и новых вызовов соответственно.

Расчет среднего дохода

Первый тип схем управления доступом – схемы с резервированием некоторого числа ресурсов R для обслуживания хэндовер-вызовов (рис. 1.а, 1.б).

Для схемы 1 при приоритетном занятии зарезервированных ресурсов поступающие в систему хэндовер-вызовы сначала занимают выделенные зарезервированные ресурсы, а только затем ресурсы, доступные для вызовов обоих типов (рис. 1.а). Обозначим число занятых зарезервированных ЕКР m_R ($R=Reserved$), а число занятых полноступенчатых ЕКР m_F ($F=Fully\ accessible$). Состояние модели описывает вектор (m_R, m_F) в пространстве состояний

$$\mathbf{X}_1 = \{(m_R, m_F) : m_R = \overline{0, R}, m_F = \overline{0, C-R}\}. \quad (2)$$

Средний доход при использовании схемы 1 определяется по формуле:

$$H_1 = K\lambda_H \left(\sum_{m_R=0}^{R-1} \sum_{m_F=0}^{C-R} \pi_1(m_R, m_F) + \sum_{m_F=0}^{C-R-1} \sum_{m_R=0}^R \pi_1(m_R, m_F) \right) + 1\lambda_N \sum_{m_R=0}^R \sum_{m_F=0}^{C-R-1} \pi_1(m_R, m_F), \quad (3)$$

где $\pi_1(m_R, m_F), (m_R, m_F) \in \mathbf{X}_1$ – стационарное распределение вероятностей, которое не представимо в мультипликативном виде и находится численно.

Для схемы 2 при приоритетном занятии полноступных ресурсов поступающие в систему хэндовер-вызовы сначала занимают ресурсы доступные для вызовов обоих типов, а только затем зарезервированные (рис. 1.б). Обозначим общее число обслуживаемых вызовов n . Тогда пространство состояний модели имеет вид

$$\mathbf{X}_2 = \{n : 0 \leq n \leq C\}.$$

Средний доход при использовании схемы 2 определяется по формуле:

$$H_2 = K\lambda_H \sum_{n=0}^{C-1} \pi_2(n) + 1\lambda_N \sum_{n=0}^{C-R-1} \pi_2(n), \quad (4)$$

где $\pi_2(n), n \in \mathbf{X}_2$ стационарное распределение вероятностей

$$\begin{aligned} \pi_2(n) &= \frac{(\lambda_H + \lambda_N)^n}{n!} \pi_2(0), n = \overline{1, C-R}, \\ \pi_2(n) &= \frac{\lambda_H^{n-C+R} (\lambda_H + \lambda_N)^{C-R}}{n!} \pi_2(0), n = \overline{C-R+1, C}. \end{aligned} \quad (5)$$

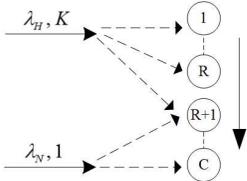


Рис. 1.а. Схема с резервированием и приоритетным занятием зарезервированных ресурсов

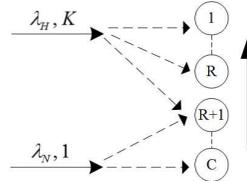


Рис. 1.б. Схема с резервированием и приоритетным занятием полноступных ресурсов

Второй тип схем – схемы с функциональным управлением для новых вызовов. Новые вызовы принимаются на обслуживание в соответствии с некоторыми правилами приема, определенными схемой доступа (рис. 2.а, 2.б).

Рассмотрим схему 3, обозначим k – максимальное число новых вызовов, которые могут быть приняты в систему на обслуживание (рис. 2.а). Пусть n_H – число обслуживаемых хэндовер-вызовов, а n_N – число новых вызовов. Состояние системы описывает вектор (n_H, n_N) в пространстве состояний

$$\mathbf{X}_3 = \{(n_H, n_N) : n_H \geq 0, n_N \geq 0, n_N \leq k, n_H + n_N \leq C\}. \quad (6)$$

Средний доход при использовании схемы 3 определяется по формуле:

$$H_3 = K\lambda_H \sum_{n_H=0}^k \sum_{n_N=0}^{C-n_H-1} \pi_3(n_H, n_N) + 1\lambda_N \sum_{n_H=0}^{k-1} \sum_{n_N=0}^{C-n_H-1} \pi_3(n_H, n_N), \quad (7)$$

где $\pi_3(n_H, n_N), (n_H, n_N) \in \mathbf{X}_3$ стационарное распределение вероятностей

$$\pi_3(n_H, n_N) = \frac{\lambda_H^{n_H} \lambda_N^{n_N}}{n_H! n_N!} \pi_3(0, 0), (n_H, n_N) \in \mathbf{X}_3. \quad (8)$$

Рассмотрим схему 4, пусть новые вызовы принимаются на обслуживание с определенной вероятностью $p_n, n = \overline{0, C-1}$, зависящей от количества текущих вызовов в системе n (рис.2.6). Пространство состояний модели имеет вид $\mathbf{X}_4 = \{n: 0 \leq n \leq C\}$.

Средний доход при использовании схемы 4 определяется по формуле:

$$H_4 = \sum_{n=0}^{C-1} (K \lambda_H + 1 \lambda_N p_n) \pi_4(n), \quad (9)$$

где $\pi_4(n), n \in \mathbf{X}_4$ стационарное распределение вероятностей

$$\pi_4(n) = \frac{\prod_{i=0}^{n-1} (\lambda_H + \lambda_N p_i)}{i!} \pi_4(0), \quad n = \overline{1, C}. \quad (10)$$

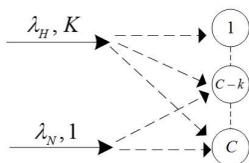


Рис. 2.а. Схема с пороговым управлением для новых вызовов

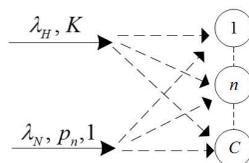


Рис.2.б. Схема с вероятностным управлением для новых вызовов

Выводы

В докладе представлены результаты численного анализа, направленного на определение схемы, позволяющей получить максимальный доход.

Литература

1. Тихвинский В.О., Терентьев С.В., Юрчук А.Б. Сети мобильной связи LTE. Технологии и архитектура. – М.: Эко-Трендз, 2010. – 284 с.
2. Schneps-Schneppe M., Iversen V. B. Call Admission Control in Cellular Networks // The 6th meeting of COST IC0906 WiNeMO: Wireless Networking for Moving Objects. – November 2012. – Pp.1-10.
3. Гайдамака Ю.В., Зарунова Э.Р., Самуйлов К.Е. Модели обслуживания вызовов в сети сотовой подвижной связи: Учебно-метод. пособие. – М.: Изд-во РУДН, 2008. – 72 с.

ON ANALYSIS OF MEAN REVENUE FOR RADIO ADMISSION CONTROL SCHEME MODEL FOR HANDOVER CALLS IN LTE NETWORK

Markova E.V., Kushhov H.A.

Peoples' Friendship University of Russia, mkatyushka@mail.ru, xxxusikk@gmail.com

Constructed four models schemes admission control to network LTE resources. Schemes are based on the service priority handover calls. Formulas are proposed for the calculation of the income revenue for each model.

Key words: LTE, radio admission control, handover calls, income revenue.

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ОЧЕРЕДЬЮ МАРШРУТИЗАТОРА С НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКОЙ

Масленников А.Г.

Московский технический университет связи и информатики, amasl2048@gmail.com

В статье рассматривается система массового обслуживания с активным управлением очередью. В качестве функции управления очередью используется нечеткий регулятор, который автоматически просеивает входящий поток для предотвращения переполнения очереди и удержания длины очереди около заданного эталонного значения. Для данной системы строится математическая модель на основе гистерезисного управления с двумя порогами. Модель описывается марковским процессом, для которого выводится система уравнений равновесия. Численное решение системы уравнений позволяет найти вероятностно-временные характеристики системы и провести качественный анализ системы в диапазоне нагрузки, включающем перегрузки системы.

Ключевые слова: активное управление очередями, предотвращение перегрузок, гистерезисное управление, нечёткая логика, марковская модель, network simulator.

Введение

Переполнение очереди в маршрутизаторе в результате резкого роста нагрузки приводит к отбрасыванию всех вновь поступающих пакетов и ухудшению параметров качества обслуживания, таких как процент потерянных пакетов, задержка и джиттер. Использование функции управления поступающими в очередь пакетами на основе нечеткого регулятора позволяет в моменты перегрузки эффективно управлять нелинейной динамикой нагрузки в зависимости от интенсивности нагрузки и текущей степени заполненности очереди. Нечеткий регулятор позволяет недопускать переполнений и опустошений очереди, а также поддерживает длину очереди на заданном уровне и обеспечивает стабильность задержки [1, 2].

Модель системы массового обслуживания (СМО)

В исследуемой модели нечёткий регулятор для управления длиной очереди измеряет два входных параметра: текущую длину очереди и интенсивность нагрузки, которые используются для расчёта с помощью нечёткой логики приращения вероятности сброса пакета на входе в очередь. Таким образом, регулятор автоматически настраивает вероятность сброса пакетов для поддержания длины очереди на заданном эталонном уровне [3, 4].

Проведем дискретизацию параметров функции управления очередью, введя параметр $r \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, характеризующий уровень интенсивности нагрузки на систему, и параметр $s \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, статуса перегрузки, который определяет уровень загрузки системы, т.е. степень наполненности буфера. При этом состояниям с одинаковым уровнем интенсивности нагрузки r может соответствовать разный статус перегрузки s .

Рассмотрим изображенную на рис. 1 СМО. На систему с буферным накопителем емкости B , нижним порогом L , верхним порогом H и эталонным значением длины очереди Q_{ref} поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью, зависящей от состояния системы – $\lambda(s, q, r)$. Заявки обслуживаются в порядке поступления по экспоненциальному закону с интенсивностью μ .

Построим модель в виде системы массового обслуживания (СМО) с гистерезисным управлением нагрузкой аналогично [5, 6], и выведем систему уравнений марковского процесса, описывающего функционирование СМО. Обозначим λ_r , $r = 0, 1, 2, 3, 4$, интенсивность поступающего потока на СМО на r -м уровне интенсивности нагрузки, причем $\lambda_0 = \lambda$. Для численного анализа вероятностных характеристик исследуемой СМО,

система уравнений равновесия решалась численно с использованием метода LU-разложения.

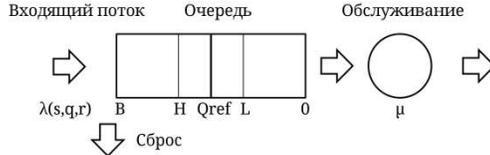


Рис. 1. Система массового обслуживания

Численный анализ

Для проведения численного анализа в качестве исходных данных выберем емкость буферного накопителя $B=50$, значение эталонной длины очереди $Q_{ref}=25$, значения порогов $L=20$ и $H=30$. Заметим, что при данных значениях мощность множества состояний СМО и, следовательно, размерность системы уравнений равновесия, равна 160. Подберём значения интенсивностей предложенной нагрузки такими, чтобы вероятность P нахождения системы в состояниях с длиной очереди диапазоне от L до H достигла максимального значения. В рассматриваемом примере при значениях интенсивностей $\lambda_0 = 1.2$, $\lambda_1 = 1.2$, $\lambda_2 = 0.47$, $\lambda_3 = 0.43$, $\lambda_4 = 0$ и интенсивности обслуживания $\mu = 1$, эта вероятность достигает значения $P=0.68$.

На рис. 2 показаны рассчитанные для данного численного примера зависимости средней длины очереди в зависимости от нагрузки на систему ρ в диапазоне, включающем перегрузки системы $\rho \in [0, 2]$. Из графиков видно, что с увеличением нагрузки, и переходом системы в режим перегрузки $\rho > 1$ средняя длина очереди стремится к заданному эталонному значению длины очереди $Q_{ref} = 25$.

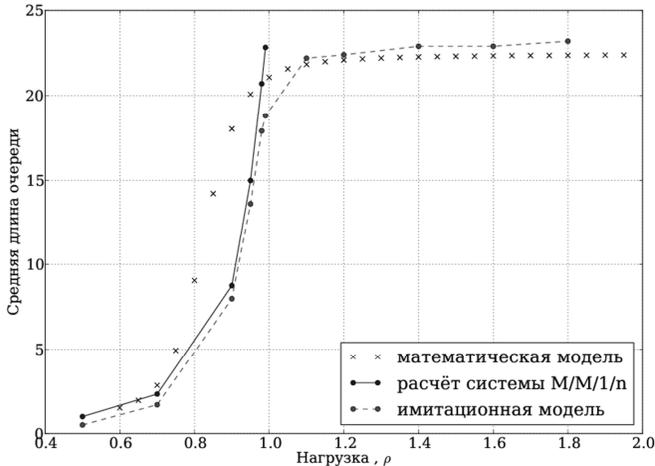


Рис. 2. Зависимость средней длины очереди от нагрузки

Для сравнения на рис. 2 также приведены расчетные значения для системы $M/M/1/n$, при $n=50$ для диапазона нагрузки $\rho < 1$, и результаты имитационного моделирования. Имитационное моделирование системы с активным управлением длиной очереди проводилось в сетевом симуляторе Network simulator - 2 (NS-2). Рост средней длины очереди на имитационной модели при небольшой нагрузке $\rho < 1$ повторяет график

модели M/M/1/50, а при переходе в режим перегрузки, также как и график математической модели, стремится к эталонному значению.

Выводы

В статье построена математическая модель системы массового обслуживания с активным управлением очередью на базе нечеткого регулятора. Сравнение результатов численного анализа построенной математической модели с данными, полученными на имитационной модели, показывают адекватность построенной математической модели с гистерезисным управлением нагрузкой системе с активным управлением очередью на базе нечеткого регулятора. В дальнейшей работе планируется внедрение нечеткого регулятора для управления выходной очередью маршрутизатора для предотвращения перегрузок в сети TCP/IP.

Литература

1. *Fengyuan R., Yong R., Xiuming S.*, Design of fuzzy logic controller for active queue management // Computer Communications, No. 25 – 2002 – p. 874-883.
2. *Chrysostomou C., Pitsillides A., Sekercioglu Y.A.*, Fuzzy explicit marking: A unified congestion controller for Best-Effort and Diff-Serv networks // Computer Networks, No. 53 – 2009 – pp. 650–667.
3. *Пегам А.*, Нечеткое моделирование и управление / пер. с англ., М.: Бином. Лаборатория знаний – 2009 – 798 с.
4. *Деарт В.Ю., Масленников А.Г.*, Исследование влияния параметров канала передачи данных на процедуры управления очередью // Т-Сопм – №7 – "Инфокоммуникационно-управленческие сети. Расчет и оптимизация систем связи" – 2012 – с.77-815.
5. *Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е.*, Гистерезисное управление сигнальной нагрузкой в сети SIP-серверов // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика, No. 4 – 2011 – с. 54–71.
6. *Gaidamaka Yu. V.*, Model with Threshold Control for Analyzing a Server with an SIP Protocol in the Overload Mode // Automatic Control and Computer Sciences, No. 2, Vol. 49 – 2013 – pp. 65–76.

MODEL OF ROUTER QUEUE CONTROL WITH FUZZY LOGIC

Maslennikov A.G.

Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), amasl2048@gmail.com

In the work is considered a queuing system with an active queue management. A fuzzy logic controller is used as a control function which automatically drops incoming load to prevent overloading and keeps the queue length in the range of values close to a given reference value of the queue length. The method of hysteretic control for incoming load with two thresholds was used as a basis of the mathematical model of the system. The model was described by a Markov process for which the system of equilibrium equations was composed. The numerical solution of the equations system allows obtaining steady state probabilities and providing numerical analysis of the system in the load range, which includes a system overload.

Key words: active queue management, congestion avoidance, hysteretic control, fuzzy logic, Markov model, network simulator.

К АНАЛИЗУ ЗАДЕРЖЕК В ПРЕДОСТАВЛЕНИИ ОБЛАЧНЫХ УСЛУГ В МОДЕЛЯХ С СИСТЕМОЙ МОНИТОРИНГА

Масловская Н.Д., Протасова К.В., Шевякова К.А.

Российский университет дружбы народов,
maslov.natik@mail.ru, evsivia90@yandex.ru,
ksenia-sh@mail.ru

В статье представлен сравнительный анализ двух моделей облачной инфраструктуры, который позволяет оценить задержку в предоставлении облачных услуг, связанную с процессом мониторинга.

Ключевые слова: облачные вычисления, центр обработки данных, виртуальная машина, система мониторинга, рекуррентный алгоритм, вероятность блокировки, среднее время.

Введение

В последнее время широкое распространение и активное продвижение получила концепция «облачных вычислений» (cloud computing), которая реализует независимый от конечного абонентского оборудования доступ по требованию к разделяемому между многими пользователями набору разнородных вычислительных ресурсов, территориальное расположение и объем которых может меняться во времени.

Усилия по стандартизации облачных технологий консолидирует Международный союз электросвязи. Из требований, предъявляемых к облачной инфраструктуре, следует необходимость в мониторинге производительности центра обработки данных (ЦОД), в том числе, в отслеживании текущего числа включенных виртуальных машин (ВМ), которое производится с помощью системы мониторинга. При работе системы мониторинга происходит приостановка работы ВМ, соответственно, при мониторинге возникает задержка в обслуживании запросов [2].

В докладе описаны две аналитические модели, учитывающие время, затраченное на мониторинг. Их различие заключается в режиме работы системы мониторинга. В первой модели отслеживание текущего числа включенных ВМ происходит только по завершению обслуживания одного из запросов, находящегося на ВМ. Во второй модели система мониторинга включается также и при поступлении на обслуживание нового запроса. В результате чего погрешность измерений у системы мониторинга во второй модели уменьшается, но при этом увеличивается среднее время обслуживания запроса [1,3].

Построение моделей

В статье рассматривается приложение, размещенное на облачном ЦОД. ЦОД состоит из C ВМ, конечного буфера размером r и системы мониторинга (рис 1). Предполагается, что входящий поток запросов является пуассоновским с интенсивностью λ , а время предоставления облачной услуги распределено по экспоненциальному закону со средним $1/\mu$. Система мониторинга осуществляет свою работу по экспоненциальному закону за среднее время $1/\alpha$.

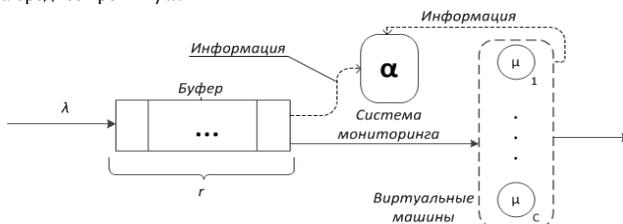


Рис. 1. Схема модели доступа к облачной инфраструктуре

Пусть n – число запросов в системе, а s обозначает состояние системы мониторинга («он»/«off»). Тогда вектор (n, s) описывает состояние системы, а $p(n, s)$ – вероятность нахождения системы в состоянии (n, s) . $R = C + r$ – суммарное количество мест в системе. Пространство состояний для данной модели имеет вид:

$$X = \{(0,0), (n,s), n = 1, \dots, R, s = 0, 1\}.$$

Состояние $(0,0)$ описывает случай, когда вся система пуста. В состояниях $(n, 1)$ система мониторинга находится в режиме «он», в состояниях $(n, 0)$ в режиме «off». Переход системы мониторинга из состояния «off» в состояние «он» у первой модели происходит только в том случае, если один из запросов, находящихся на ВМ, завершил обслуживание. При этом запросы, поступившие, пока система мониторинга находилась в режиме «off», сразу поступают на обслуживание на ВМ. Это создает погрешность статистических данных, так как система мониторинга сможет отследить поступление новых запросов и занятие ими ВМ, не раньше, чем обслужится один из запросов. Во второй модели запросы, поступающие в систему, когда она находится в состояниях $(n, 0)$, $n = 1, C - 1$ будут сначала обслуживаться системой мониторинга, а затем будут распределяться по ВМ. В таком случае среднее время обслуживания запроса увеличивается, но при этом увеличивается и точность при отслеживании текущего числа занятых ВМ. В обеих моделях после того, как все ВМ будут заняты, новый поступивший запрос будет помещаться в буфер и находиться там до того момента, пока не обслужится один из запросов на ВМ.

Рекуррентный алгоритм расчета стационарных вероятностей

Диаграммы интенсивностей переходов двух моделей будут различаться переходами из состояния $(n, 0)$ при $n = 1, \dots, C - 1$. Так как в первой модели при приходе нового запроса система мониторинга остается в режиме «off», это отражается на графе переходом из состояния $(n, 0)$ в состояние $(n + 1, 0)$ (рис. 2). Во втором же случае при поступлении новой заявки система будет переходить из состояния $(n, 0)$ в состояние $(n + 1, 1)$.

Алгоритм расчета стационарных вероятностей для первой и второй модели проводится аналогично, поэтому подробно рассматривается только вторая модель [3]. Вывод рекуррентного алгоритма расчета стационарного распределения вероятностей основан на линейных преобразованиях системы уравнений равновесия.

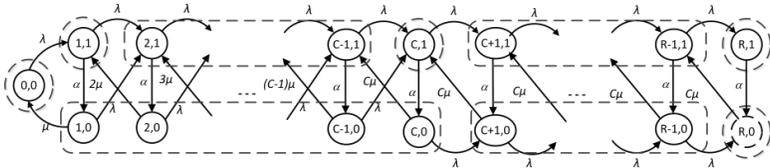


Рис. 2. Диаграмма интенсивностей переходов для модели второго типа

Для получения ненормированных вероятностей применяется алгоритм расчета:

1. $q(0,0) = 1$.
2. $q(1,0) = \frac{\lambda}{\mu}$, $q(1,1) = \frac{1}{\alpha}(\lambda + \mu)q(1,0)$.
3. $q(2,0) = \frac{1}{2\mu}[(\lambda + \alpha)q(1,1) - \lambda]$, $q(2,1) = \frac{1}{\alpha}(\lambda + 2\mu)q(2,0)$.
4. для $n = 3, \dots, C$

$$q(n, 0) = \frac{1}{n\mu}[(\lambda + \alpha)q(n - 1, 1) - \lambda(q(n - 2, 1) + q(n - 2, 0))],$$

$$q(n, 1) = 1/\alpha(\lambda + n\mu)q(n, 0)$$
5. $q(C + 1, 0) = \frac{1}{C\mu}[(\lambda + \alpha)q(C, 1) - \lambda(q(C - 1, 1) + q(C - 1, 0))]$,

$$q(C + 1, 1) = \frac{1}{\alpha} [(\lambda + C\mu)q(C + 1, 0) - \lambda q(C, 0)].$$

6. для $n = C + 2, \dots, R - 1$

$$q(n, 0) = \frac{1}{C\mu} [(\lambda + \alpha)q(n - 1, 1) - \lambda q(n - 2, 1)],$$

$$q(n, 1) = \frac{1}{\alpha} [(\lambda + C\mu)q(n, 0) - \lambda q(n - 1, 0)].$$

7. $q(R, 0) = \frac{1}{C\mu} [(\lambda + \alpha)q(R - 1, 1) - \lambda q(R - 2, 1)],$

$$q(R, 1) = \frac{1}{\alpha} [C\mu q(R, 0) - \lambda q(R - 1, 0)].$$

Получив ненормированные вероятности, можно рассчитать нормирующую константу $G = \sum_{(n,s) \in X} q(n, s)$, а затем найти стационарное распределение вероятностей:

$$p(n, s) = q(n, s) / G, (n, s) \in X.$$

Основными вероятностно-временными характеристиками рассматриваемых моделей являются вероятность блокировки запроса на предоставление облачной услуги, $B = p(R, 0) + p(R, 1)$, среднее время задержки в предоставлении услуги по причине работы системы мониторинга $W_1 = \frac{\sum_{n=C}^{R-1} n p(n, 1) + C \sum_{n=C}^R p(n, 1)}{\lambda(1-B)}$ и суммарное среднее время задержки: $W = w_1 + \frac{\sum_{n=C}^R n(p(C+n, 0) + p(C+n, 1))}{\lambda(1-B)}$.

Заключение

В докладе представлено сравнение двух вероятностных моделей облачной инфраструктуры с системой мониторинга, разработаны рекуррентные алгоритмы для расчета стационарного распределения вероятностей состояний моделей, а также получены формулы для вычисления вероятностно-временных характеристик. В результате проведенных исследований можно сделать вывод, что хоть использование модели первого типа дает большую погрешность в определении текущего числа занятых ВМ, при небольших нагрузках ее использование целесообразнее с точки зрения снижения времени задержки в обслуживании.

Литература

1. Khaled S. and Boutaba R. Estimating service response time for elastic cloud applications // Proc. of the International Conference on Cloud Networking CLOUDNET. – IEEE. – 2012. – P. 12–16.
2. Мокров Е.В., Самуйлов К.Е. Модель системы облачных вычислений в виде системы массового обслуживания с несколькими очередями и с групповым поступлением заявок // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2013. – №11. – С. 139–141.
3. Гудкова И.А., Масловская Н.Д. Вероятностная модель для анализа задержки доступа к инфраструктуре облачных вычислений с системой мониторинга // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – 2014. (в печати)

FOR ANALYSING IMPACT OF DELAYS ON MEAN SERVICE TIME IN CLOUD COMPUTING IN MODELS WITH MONITORING SYSTEM

Maslovskaya N.D., Protasova K.V., Shevyakova K.A.

*Peoples' Friendship University of Russia,
maslov.natik@mail.ru, evsivia90@yandex.ru,
ksenia-sh@mail.ru*

The paper presents a comparative analysis of two models of cloud infrastructure, which allows to estimate the delay in providing cloud services related to the monitoring process.

Key words: cloud computing, data center, virtual machine, monitoring, recursive algorithm, blocking probability, mean time.

О ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЦИКЛА ОБСЛУЖИВАНИЯ В ЗАМКНУТЫХ СЕТЯХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Наумов В.А., Мартикайнен О.Е.

*Исследовательский центр процессов обслуживания (PIKE), Хельсинки, Финляндия
valeriy.naumov@pfu.fi, olli.martikainen@pfu.fi*

В настоящей работе получена явная формула для производных от средней длительности цикла обслуживания в замкнутых сетях массового обслуживания.

Ключевые слова: замкнутые сети массового обслуживания, анализ средних значений, цикл обслуживания.

Введение

Рассмотрим некоторую замкнутую сеть массового обслуживания с K односторонними узлами, n заявками, и обозначим v_k and s_k среднее число посещений и среднее время обслуживания заявки в узле k соответственно. При достаточно широких предположениях показатели качества обслуживания заявок могут быть найдены с помощью алгоритма анализа средних значений [1-2]. Такими показателями для узла k являются интенсивность поступающего потока $\lambda_{k,n}$, среднее число заявок в узле $L_{k,n}$, и среднее время пребывания заявки в узле во время одного его посещения $R_{k,n}$. Алгоритм анализа средних значений заключается в выполнении следующих шагов:

$$L_{k,0} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K;$$

$$R_{k,m} = s_k (1 + L_{k,m-1}),$$

$$\gamma_{k,m} = \frac{mv_k}{\sum_{i=1}^K v_i R_{i,m}}, \quad (1)$$

$$L_{k,m} = \gamma_{k,m} R_{k,m}, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad m = 1, 2, \dots$$

Обозначим $d_k = v_k s_k$ и $D_{k,n} = v_k R_{k,n}$ среднее значение суммарного времени обслуживания и среднюю длительность пребывания заявки в узле k в течение одного цикла ее обслуживания в сети. Из (1) вытекает следующая рекуррентная формула для величин $D_{k,m}$:

$$D_{k,1} = d_k, \quad k = 1, 2, \dots, K;$$

$$D_{k,m+1} = d_k \left(1 + m \frac{D_{k,m}}{D_m} \right), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Здесь $D_m = \sum_{k=1}^K D_{k,m}$ есть средняя длительность цикла обслуживания заявок в сети.

При оптимизации замкнутых сетей массового обслуживания желательно уметь вычислять производные от характеристик сети. Путем дифференцирования равенств (1) в [3] получен рекуррентный алгоритм вычисления производных от основных характеристик сети. В настоящей работе получено явное выражение производных от средней длительности цикла через средние длительности пребывания заявок в узлах в течение одного цикла.

О длительности цикла обслуживания

Положим $H_0 = P_0 = Q_0 = 1$ и введём симметрические многочлены $H_m = H_m(x_1, \dots, x_m)$, $P_m = P_m(d_1, \dots, d_K)$ и $Q_m = Q_m(d_1, \dots, d_K)$ степени m :

$$H_m = \sum_{r=1}^m \sum_{\substack{l_1, l_2, \dots, l_r \geq 1 \\ l_1 + l_2 + \dots + l_r = m}} \frac{x_{l_1} x_{l_2} \dots x_{l_r}}{\prod_{j=1}^r (l_1 + l_2 + \dots + l_j)}, \quad (3)$$

$$P_m = \sum_{k=1}^K d_k^m, \quad Q_m = H_m(P_1, \dots, P_m). \quad (4)$$

Нетрудно показать, что многочлены H_m удовлетворяют следующим равенствам:

$$H_m = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m x_r H_{m-r}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_m}{\partial x_k} = \frac{1}{k} H_{m-k}, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Из этих свойств многочленов H_m , в свою очередь, вытекают полезные свойства многочленов Q_m :

$$Q_m = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m P_r Q_{m-r}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial d_k} = \sum_{r=1}^m d_k^{r-1} Q_{m-r}, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Используя метод математической индукции и равенства (2) и (7) можно получить явные выражения для ряда показателей качества обслуживания заявок в сети.

Теорема 1. Справедливы следующие формулы для средней длительности цикла обслуживания $D_n = D_n(d_1, \dots, d_K)$ и средней длительности пребывания заявки в узле в течение одного цикла $D_{k,n} = D_{k,n}(d_1, \dots, d_K)$:

$$D_n = \frac{nQ_n}{Q_{n-1}}, \quad (9)$$

$$D_{k,n} = \frac{1}{Q_{n-1}} \sum_{r=1}^n d_k^r Q_{n-r}, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (10)$$

Если сравнить формулы (9)–(10) с выражениями величин D_n и $D_{k,n}$ через нормализующие константы (см. например [4]), то можно заметить, что многочлен Q_m в точности совпадает с нормализующей константой для сети с m заявками. Таким образом его можно представить в виде:

$$Q_m = \sum_{\substack{l_1, l_2, \dots, l_r \geq 0 \\ l_1 + l_2 + \dots + l_r = m}} d_1^{l_1} d_2^{l_2} \dots d_r^{l_r}. \quad (11)$$

С помощью теоремы 1 и формулы (8) для производной от многочлена Q_m нетрудно доказать следующий результат.

Теорема 2. Производные от средней длительности цикла обслуживания $D_n = D_n(d_1, \dots, d_K)$ имеют следующий вид:

$$\frac{\partial D_n}{\partial d_k} = \frac{D_n}{d_k} + \frac{D_{k,n}}{d_k} \left(n - \frac{D_n}{d_k} \right), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (12)$$

Вычисление производных по этой формуле не сложнее вычисления величин $D_{k,n}$ с помощью алгоритма анализа средних значений.

Выводы

В настоящей работе используя новое представление для нормализующей константы замкнутой сети массового обслуживания получена простая формула для производных от средней длительности цикла обслуживания. По этой формуле производные можно легко вычислить, если известны средние длительности пребывания заявок в узлах в течение одного цикла обслуживания.

Литература

1. Reiser M., Lavenberg S.S. Mean value analysis of closed multichain queueing networks // Journal of the ACM. – Vol. 27. – Issue 2. – Apr. 1980. – Pp. 313-322.
2. Buzen J.P., Denning P.J. Operational treatment of queue distributions and mean value analysis // Computer Performance. – Vol. 1. – No 1. – 1980. – Pp. 6-15.
3. Strelen J.Ch. A generalization of mean value analysis to higher moments: moment analysis // Performance Evaluation Review, – Vol. 14. – Issue 1. – 1986. – Pp.129-140.
4. Вишневецкий В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – Москва:Техносфера. – 2003. – 512с.

ON THE MEAN SYSTEM RESPONSE TIME IN CLOSED QUEUEING NETWORKS

Naumov V.A., Martikainen O.E.

*Service Innovation Research Institute (PIKE), Helsinki, Finland
valeriy.naumov@pfu.fi, olli.martikainen@pfu.fi*

In this paper we derive explicit formula for the derivatives of the mean system response time in closed queueing networks.

Key words: closed queueing networks, mean value analysis, response time.

АНАЛИЗ СРЕДНЕЙ ЗАДЕРЖКИ ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ УСЛУГИ ПО ПРИЧИНЕ НЕНАДЕЖНОСТИ БАЗОВОЙ СТАНЦИИ В СЕТИ LTE ¹

Острикова Д.Ю.¹, Иванова А.И.², Севастьянов А.Е.²

¹ Российский университет дружбы народов, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru,

² ЗАО «Всероссийский институт волоконно-оптических систем
связи и обработки информации»

Построена модель соты сети LTE с выходящей из строя БС в виде многолинейной СМО с ненадежными приборами и проведен анализ средней задержки предоставления услуги по причине ненадежности базовой станции в сети LTE.

Ключевые слова: LTE, СМО с ненадежными приборами, средняя задержка предоставления услуги.

Введение

В современном мире увеличиваются потребности пользователей в мультимедийных услугах, предоставляемых операторами мобильной связи. Для удовлетворения этих потребностей все чаще используется технология LTE мобильной передачи данных, так как сети LTE отвечают требованиям надежности и обеспечивают высокие скорости передачи данных.

В стандартах 3GPP предъявляются высокие требования к показателям качества обслуживания пользователей в сетях LTE. При проектировании и тестировании сети оператор, в первую очередь, ориентируется на параметры, перечисленные в типовых сценариях стандартов 3GPP. Тем не менее, на качество услуг оказывают влияние и другие, не указанные в этих спецификациях, параметры, например, сбой в подаче электроэнергии, обнуление данных в таблице распределения радиоресурсов. Все эти параметры, вызванные внешними факторами, выводят базовую станцию из нормального режима работы [1]. В частности, возникновение перечисленных факторов приводит к тому, что временно будут недоступны частотно-временные ресурсы соты. Безусловно, функционирующие сети LTE удовлетворяют условиям надежности, и подобные сбои будут кратковременными. Тем не менее, для услуг, чувствительным к задержкам, время недоступности радиоресурсов может оказаться существенным.

Таким образом, автором построена модель соты сети LTE в виде многолинейной системы массового обслуживания (СМО) с ненадежными приборами и проведен анализ средней задержки предоставления услуги по причине ненадежности системы.

Модель сети LTE с ненадежной базовой станцией

Рассматривается сота сети LTE с пиковой пропускной способностью C единиц канального ресурса (ЕКР) [бит/с], поддерживающая предоставление услуги с требованием в 1 ЕКР [2]. Распределение ЕКР осуществляет БС соты, которая функционирует в ненадежном режиме. БС может выходить из строя во время обслуживания запросов пользователей, вызывая тем самым задержки в предоставлении услуги. Для хранения запросов пользователей имеется буфер емкости r . Отказы БС происходят с интенсивностью α . При отказе БС ни одна ЕКР не может быть выделена для обслуживания запросов пользователей, поэтому предоставление услуги приостанавливается вплоть до момента восстановления БС. После любого отказа, БС восстанавливается с интенсивностью β . После восстановления БС, приоритет будут

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-07-00953 а.

иметь те пользователи, обслуживание которых было прервано. Предполагается, что отказ и восстановление распределены по экспоненциальному закону. Входящий поток запросов пользователей на предоставление услуги является пуассоновским с интенсивностью λ . При поступлении запроса, БС резервирует свободную ЕКР для его обслуживания. Если же все ЕКР заняты, то запрос помещается в буфер. В случае если в буфере нет свободных мест, запрос блокируется. Время предоставления услуги распределено по экспоненциальному закону со средним $1/\mu$. Услуга будет предоставлена пользователю без прерывания, если за это время не произойдет отказ БС. Если же за время предоставления услуги БС откажет, то возникнет задержка до момента восстановления БС, далее услуга будет предоставляться с того момента, на котором была прервана. Таким образом, данную систему можно описать в виде многолинейной СМО с ненадежными приборами [3]. На рис. 1 представлена схема модели.

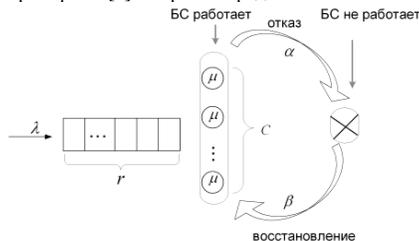


Рис. 1. Схема модели

Распределение вероятностей числа пользователей, ожидающих начала предоставления услуги

Из вероятностно-временных характеристик предложенной модели наибольший интерес представляет среднее время недоступности услуги пользователю, состоящее из среднего времени ожидания начала предоставления услуги и средней задержки предоставления услуги по причине ненадежности системы. Однако формулы для расчета данных характеристик не могут быть получены в явном виде из формулы для расчета среднего времени недоступности услуги пользователю.

Найти среднее время ожидания начала предоставления услуги и среднюю задержку предоставления услуги по причине ненадежности системы позволяет вероятностный подход, основанный на свойствах случайной величины, являющейся минимумом других независимых экспоненциально распределенных случайных величин [4]. Приведем результаты для распределения вероятностей числа пользователей, ожидающих начала предоставления услуги.

Пусть q_n – вероятность того, что n пользователей ожидают начала предоставления услуги. Тогда:

$$q_0 = \sum_{n=0}^C p(0, n) + p(1, 0) + \sum_{i=2}^r p(i, 0) R_i(i), \quad (1)$$

$$q_n = p(n, C) + \sum_{i=1}^C p(n+i, 0) R_i(n+i) + p(n+C, 0) \sum_{j=C+1}^{n+C} R_j(n+C), \quad n=1, \dots, r-C, \quad (2)$$

$$q_n = p(n+1, 0) R_1(n+1), \quad n=r-C+1, \dots, r-1, \quad (3)$$

где $P_\alpha(n)$ – вероятность того, что в буфере стало n запросов по причине перехода БС в состояние отказа, $P_\lambda(n)$ – вероятность того, что в буфере стало n запросов в период нахождения БС в состоянии отказа, $R_j(n)$ – вероятность того, что в буфере стало n

запросов в результате перехода в него j запросов по причине отказа БС и поступления $n - j$ запросов за время нахождения БС в состоянии отказа.

$$R_j(n) = P_\alpha(j) \prod_{i=j+1}^n P_\lambda(i), \quad j=1, \dots, n, \quad n=1, \dots, r, \quad (4)$$

при этом если $j+1 > n$, то произведение $\prod_{i=j+1}^n P_\lambda(i)$ полагается равным единице.

$$P_\alpha(n) = \begin{cases} 1, & n=1, \\ \frac{\alpha p(0, n)}{\alpha p(0, n) + \lambda p(n-1, 0)}, & n=2, \dots, C, \\ \frac{\alpha p(n-C, C)}{\alpha p(n-C, C) + \lambda p(n-1, 0)}, & n=C+1, \dots, r, \end{cases} \quad (5)$$

$$P_\lambda(n) = \begin{cases} 0, & n=1, \\ \frac{\lambda p(n-1, 0)}{\alpha p(0, n) + \lambda p(n-1, 0)}, & n=2, \dots, C, \\ \frac{\lambda p(n-1, 0)}{\alpha p(n-C, C) + \lambda p(n-1, 0)}, & n=C+1, \dots, r. \end{cases} \quad (6)$$

Зная распределение вероятностей q_n , $n=0, \dots, r-1$ можно найти среднее число N пользователей, ожидающих начала предоставления услуги по формуле $N = \sum_{n=1}^{r-1} n q_n$, а затем по формуле Литтла найти среднее время ожидания начала предоставления услуги.

Выводы

Аналогичный вероятностный подход применяется для нахождения средней задержки предоставления услуги по причине ненадежности системы.

Литература

1. Monemian M., Khadivi P., and Palhang.M. Analytical model of failure in LTE networks // Proc. of the 9th Malaysia International Conference on Communications MICC-2009 (December 15–17, 2009, Kuala Lumpur, Malaysia). – IEEE. – 2009. – P. 821–825.
2. Бородакий В.Ю., Гудкова И.А., Острикова Д.Ю. Рекуррентный алгоритм расчета среднего времени недоступности услуги пользователю для модели соты сети LTE // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – М.: Издательский дом Медиа Паблишер. – 2014. – № 11.
3. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. – М.: Наука, 1966. – 244 с.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: РУДН, 1995. – 530 с.

ANALYSIS OF MEAN SERVICE DELAY FOR A MODEL OF BASE STATION FAILURE IN LTE NETWORK

Ostrikova D.Y.¹, Ivanova A.I.², Sevastyanov A.E.²

¹ Peoples' Friendship University of Russia, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru,

² JSC "TIYOSS and OI"

We propose a model of base station failure as a multi-service queuing system with unreliable servers and approach for analysis of mean service delay.

Key words: LTE, queuing system with unreliable servers, mean service delay.

ОЦЕНКА ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ МОБИЛЬНОЙ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ПРИРОДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ КАТАСТРОФ

Ромашкова О.Н., Дедова Е.В.

Российский университет дружбы народов,
ox-rom@yandex.ru, elenadedova_91@mail.ru

Все современные сети подвижной связи реализованы по иерархическому принципу. Подобные системы очень неустойчивы, т.к. отказ одного из элементов может повлечь отказ всей системы. Различные разрушающие воздействия имеют разное влияние на степень и характер повреждения сети. Статья посвящена анализу методов оценки живучести беспроводной сети связи в условиях чрезвычайных ситуаций. Предложены методы расчета основных характеристик поврежденной сети, с помощью которых можно предсказать поведение системы. Также предложен вариант повышения живучести как неотъемлемой составляющей устойчивости сети связи, анализ которой поможет представить характеристики сети, учитывая особенности и зависимость их друг от друга.

Ключевые слова: беспроводная связь, живучесть сетей, чрезвычайная ситуация, устойчивость, оценка живучести.

Введение

Живучесть – это свойство, характеризующее способность сети связи эффективно функционировать при получении повреждений (разрушений) или восстанавливать данную способность в течение заданного времени. Повреждения сети могут быть различными в зависимости от вида чрезвычайной ситуации.

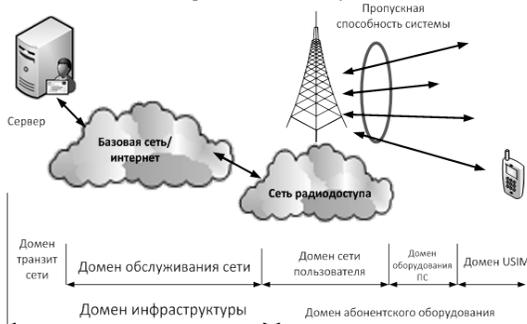


Рис.1. Декомпозиция архитектуры сети

Архитектура сети позволяет представить иерархическую модель живучести сети связи как композицию нескольких моделей живучести подсистем более низкого уровня: оборудования радиодоступа, абонентских терминалов, базовой сети и шлюзов для коммутации с внешними сетями. Причем влияние внешних сетей можно исключить из рассмотрения, так как события, связанные с чрезвычайной ситуацией, обычно носят локальный характер [1]. Так вероятность живучести сети определяется следующим произведением:

$$P_{Ж} = P_{АО} P_{БС} P_{РД} \quad (1)$$

В силу предполагаемой многочисленности и высокой мобильности абонентов можно считать $PAO=1$ за исключением отдельных случаев, когда необходимо оценить степень поражающего воздействия на абонентов. Заметим, что проблема исследования живучести базовой сети закрывается многочисленными исследованиями живучести стационарных сетей. Таким образом, с целью учета специфики живучести мобильной сети связи, имеет смысл сделать акцент на анализе оборудования радиодоступа [2].

Математическая модель

Основной задачей системы связи является преодоление чрезвычайной ситуации и организация оповещения населения, следовательно, критерий живучести определяется оценкой вероятности блокировки вызова E (или интенсивностью отказов).

Введем следующие обозначения:

N – общее количество базовых станций в зоне чрезвычайной ситуации, образующих кластер;

k – случайное число базовых станций, сохранивших работоспособность;

m – число каналов базовой станции;

λ – интенсивность поступления вызова

μ – интенсивность обслуживания запроса [3].

Возможны два вида чрезвычайной ситуации:

- ✓ природная или техногенная катастрофы;
- ✓ преднамеренная атака.

Предположим, что вероятность выживания всех базовых станций одинакова. Например, это предположение верно, когда все станции находятся в очаге поражения.

Критерий живучести определяется формулой:

$$Surv = 1 - \sum_{k=0}^n C_N^k \rho^k (1-\rho)^{N-k} \frac{\rho^{mk}}{(mk)!} \cdot \sum_{i=0}^{mk} \frac{\rho^i}{i!}. \quad (2)$$

Численный анализ

Теперь на примере формулы 2 исследуем зависимость и покажем, как, изменяя различные параметры, можно повысить живучесть сети.

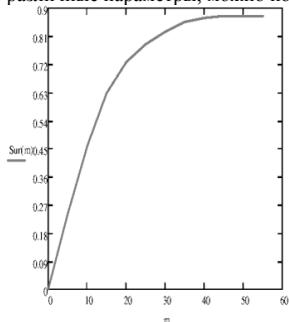


Рис. 2. Расчет зависимости живучести от числа радиоканалов

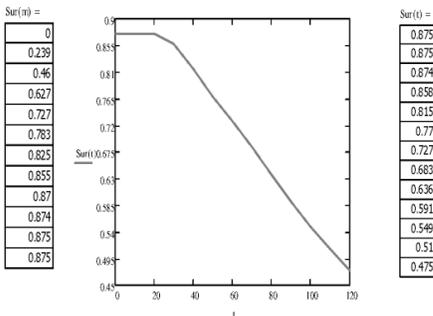


Рис. 3. Расчет зависимости живучести от среднего времени обслуживания

По графику зависимости интенсивности блокировки от числа радиоканалов видно, что при увеличении числа каналов живучесть, несомненно, повышается, но в данном случае максимальная живучесть - 87,5%. Зависимость интенсивности потерь от среднего времени обслуживания вызова t (в секундах) показывает, что чем короче звонки, тем

меньше возможность отказа, но минимальные потери составляют 12,5 %. В целях увеличения эффективности функционирования системы можно принять меры для повышения живучести отдельных станций, например, дублировать стационарные базовые станции мобильными БС.

Выводы

Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы. Наиболее эффективным способом обеспечения функционирования подвижной сети связи в условиях чрезвычайной ситуации является повышение интенсивности обслуживания запроса, например, организация взаимодействия посредством SMS. Увеличение числа каналов в поврежденном кластере целесообразно за счет перераспределения каналов вышедших базовых станций. Дальнейшее увеличение количества радиоканалов в указанном кластере приводит к необходимости решения достаточно трудоемкой задачи, направленной на устранение интерференции. Таким образом, данный метод наряду с повышением живучести отдельной базовой станции целесообразно применять как вспомогательную меру.

Литература

1. Гольдштейн Б.С., Соколов Н.А. Яновский Г.Г. Сети связи: Учебник для ВУЗов. СПб.: БХВ-Петербург, 2010.
2. Ромашкова О.Н., Яковлев Р.А. Анализ и расчет живучести инфокоммуникационных сетей в условиях чрезвычайных ситуаций// Т-Comm - Телекоммуникации и Транспорт, 2012. - №7. – С.165-170.
3. Величко В. В. Живучесть и качество обслуживания мобильных сетей передачи данных в условиях чрезвычайных ситуаций / В. В. Величко. – С. 1-6.

THE ASSESSMENT OF THE SURVIVABILITY OF MOBILE RADIOCOMMUNICATION SYSTEMS UNDER THE CONDITIONS OF NATURAL AND MAN-INDUCED DISASTERS

Romashkova O.N., Dedova E.V.

Peoples' Friendship University of Russia
ox-rom@yandex.ru, elenadedova_91@mail.ru

All modern mobile networks are realised according to the hierarchical approach. Such systems are very unstable, because the element's failure may cause an entire system crash. Various destroying impacts have different influences on the degree and the nature of network's damages. The article is devoted to the analysis of the method for assessing the survivability of a wireless network in emergency situations. The article provides the methods of the performance calculation of damaged networks which enable the system's behavior to be predicted. Furthermore, the method of stimulating the survivability's growth as an integral part of communication network stability is presented also within this article, the analysis of which will aid to adduce network's characteristics considering their peculiarities and their interdependency.

Keywords: wireless network, survivability of networks, an emergency situation, stability, a survivability assessment.

О МЕТОДЕ РАСЧЕТА МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ БУФЕРИЗАЦИИ В ПОТОКОВЫХ P2P СЕТЯХ¹

Самуйлов А.К.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: asam1988@gmail.com

Приведен метод расчета матрицы переходных вероятностей для цепи Маркова, описывающей процесс обмена данными в потоковой одноранговой сети.

Ключевые слова: P2P-сеть, одноранговая сеть, потоковое видео, аналитическая модель.

Введение

На сегодняшний день предложено несколько моделей расчета основных характеристик потоковых P2P-сетей [1-3], таких как вероятность непрерывного просмотра и задержка начала воспроизведения. Однако, в них применяются приближенные формулы для их расчета. Задачей данной работы являлась разработка точного метода вычисления матрицы переходных вероятностей для модели, предложенной в [4] для расчета основных характеристик потоковых P2P-сетей.

Матрица переходных вероятностей

Обозначим \mathbf{X}^l состояние сети в момент $t_l - 0$, где $\mathbf{X} = (x(n))_{n=1, \dots, N}$ – матрица, описывающая состояния буферов всех N пользователей сети, а t_l – момент окончания такта l в модели, предложенной в [4]. Последовательность $\{\mathbf{X}^l, l \geq 0\}$ образует цепь Маркова над пространством состояний $X = \{0, 1\}^{N(M+1)}$. Пусть $\pi^l(\mathbf{X})$ – абсолютная вероятность того, что ЦМ $\{\mathbf{X}^l\}_{l \geq 0}$ на такте l находится в состоянии \mathbf{X} , т.е. $\pi^l(\mathbf{X}) = P\{\mathbf{X}^l = \mathbf{X}\}$, а $\Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = P\{\mathbf{X}^{l+1} = \mathbf{Y} | \mathbf{X}^l = \mathbf{X}\}$ – переходная вероятность ЦМ на шаге $l \geq 0, \mathbf{X}, \mathbf{Y} \in X$.

Абсолютные вероятности $\pi^l(\mathbf{X})$ ЦМ $\{\mathbf{X}^l\}_{l \geq 0}$ удовлетворяют уравнениям Колмогорова-Чепмена:

$$\pi^{l+1}(\mathbf{Y}) = \sum_{\mathbf{X} \in X} \pi^l(\mathbf{X}) \Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}), \mathbf{Y} \in X, l \geq 0. \quad (1)$$

Как показано в [4], вероятность непрерывного просмотра для n -пользователя соответствует вероятности того, что n -пользователь в конце такта на M -месте буфера имеет порцию данных для воспроизведения видео потока, и вычисляется по формуле $V(n) = p_1(n, M)$, где $p_1(n, m) = P\{x_m^l(n) = 1\} = \sum_{\mathbf{X} \in X: x_m(n)=1} \pi^l(\mathbf{X})$.

Таким образом, для вычисления вероятности непрерывного просмотра необходимо решить уравнение (1). Для этого нужно вычислить матрицу переходных вероятностей $\Pi^{l,l+1}$.

Введем вспомогательную матрицу $\mathbf{A} = \mathbf{X}^{l+1} - S\mathbf{X}^l$, каждый элемент которой показывает какие именно изменения произошли с m -местом буфера n -пользователя на l -такте: $\mathbf{A}(n, m) = 0$, если не было изменений; $\mathbf{A}(n, m) = 1$, если n -пользователь успешно загрузил порцию данных на m -место своего буфера; $\mathbf{A}(n, m) = 1$, если соответствующая порция данных «исчезла» из буфера пользователя.

Заметим, что $\mathbf{A}(n, 0)$ будет равно 1, если n -пользователь на l -такте получил порцию данных непосредственно от сервера. Таким образом, $\sum_{n=1}^N \mathbf{A}(n, 0) \leq 1$.

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 13-07-00953-а, 14-07-00090-а.

Если $\sum_{m=0}^M \mathbf{A}(n, m) = 0$, то на l -такте n -пользователь не загрузил ни единой порции данных. Это могло произойти по причине отсутствия пустых мест в буфере пользователя, или если данный пользователь неудачно выбрал другого пользователя и у него не было нужных для загрузки порций данных. А если $\sum_{m=1}^M \mathbf{A}(n, m) = 1$, то n -пользователь смог успешно загрузить порцию данных на l -такте.

Теперь определим следующие множества пар $(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \subset X \times X$:

- Множество $X_{-1} = \{(\mathbf{X}, \mathbf{Y}): \exists n \in \mathbb{N}, \exists m \in M \ Y(n, m) - SX(n, m) = -1\}$, описывающее те переходы из состояния \mathbf{X} состояние \mathbf{Y} , в которых хотя бы одна порция данных «исчезла» из буфера хотя бы одного пользователя;
- Множество $X_{>1} = \{(\mathbf{X}, \mathbf{Y}): \exists n \in \mathbb{N}, \sum_{m \in M} (\mathbf{Y}(n, m) - SX(n, m)) \geq 2\}$, описывающее переходы, при которых хотя бы один пользователь скачал больше одной порции данных.

Согласно модели, переходы между состояниями, входящими в описанные множества, невозможны.

Далее определим вероятности событий, происходящих при переходе системы из состояния \mathbf{X} в состояние \mathbf{Y} :

- $P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^s(n)$ – n -пользователь получил порцию данных непосредственно от сервера;
- $P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^-(n)$ – n -пользователь не получил ни единой порции данных, ни от сервера, ни от любого другого пользователя;
- $P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^+(n)$ – n -пользователь успешно скачал порцию данных согласно стратегии Latest First.

Вероятности данных событий вычисляются по формулам (2)-(4).

$$P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^s(n) = \frac{1}{N} \quad (2)$$

$$P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^-(n) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{h \in \mathbb{N} \setminus \{n\}} I \left(\sum_{m \in M} (1 - SX(n, m)) \cdot SX(h, m) = 0 \right) \quad (3)$$

$$P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^+(n) = \frac{1}{N-1} \times \sum_{m \in M \setminus \{0\}} [(Y(n, m) - SX(n, m)) \cdot \sum_{h \in \mathbb{N} \setminus \{n\}} \left(SX(h, m) \cdot I \left(\sum_{i=1}^{m-1} (1 - SX(n, i)) \cdot SX(h, i) = 0 \right) \right)] \quad (4)$$

Таким образом, переходные вероятности рассчитываются согласно следующему утверждению.

Утверждение 1. Пусть $\mathbf{X}^l = \mathbf{X}$ и $\mathbf{X}^{l+1} = \mathbf{Y}$, тогда

$$\begin{aligned} \Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= 0, \text{ если } \mathbf{X} = \mathbf{Y} = \mathbf{X}_0; \\ \Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= 0, \text{ если } (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \in X_{-1} \cup X_{>1}; \\ \Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= \prod_{n \in \mathbb{N}} (I(\mathbf{A}(n, 0) = 1) \cdot P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^s(n) + I(\sum_{m \in M} \mathbf{A}(n, m) = 0) \cdot P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^-(n) + \\ &+ I(\sum_{m \in M \setminus \{0\}} \mathbf{A}(n, m) = 1) \cdot P_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}^+(n)), \text{ если } (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \in X \setminus \{X_{-1} \cup X_{>1}\} \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно формуле (5), матрица переходных вероятностей Π не зависит от l , т.е. $\Pi^{l,l+1}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \Pi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \ \forall l \geq 0, (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \in X \times X$. Следовательно, формула (5) позволяет рассчитать матрицу Π и стационарные вероятности $\pi(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in X$ ЦМ $\{\mathbf{X}^l, l \geq 0\}$.

Выводы

Разработанный метод позволяет рассчитать матрицу переходных вероятностей ЦМ для расчета вероятности непрерывного просмотра видео пользователем в потоковой одноранговой сети. Целью дальнейшей работы является разработка метода для упрощения расчетов при больших значениях количества пользователей в сети.

Литература

1. *Yipeng Zhou, Dah M. Chiu, Lui J.C.S.* A Simple Model for Analyzing P2P Streaming Protocols // Proc. of the 15th IEEE International Conference on Network Protocols (ICNP 2007), Oct. 16-19, 2007. - Beijing, China. - Pp. 226-235.
2. *Zhao Y., Shen H.* A simple analysis on P2P streaming with peer playback lags. Proc. of the 3rd International Conference on Communication Software and Networks (IEEE ICCSN 2011), May 27-29, 2011. - Xi'an, China. - Pp. 396-400.
3. *Kumar R., Liu Y., and Ross K. W.* Stochastic fluid theory for P2P streaming systems // Proc. of the IEEE INFOCOM, 2007. - P. 919-927.
4. *Adamu A., Gaidamaka Yu., Samuylov A.* Discrete Markov Chain Model for Analyzing Probability Measures of P2P Streaming Network. Lecture Notes in Computer Science. Germany, Heidelberg: Springer. 2011. Vol. 6869. - Pp. 428-439.

CALCULATION OF TRANSITION PROBABILITIES MATRIX FOR VIDEO DATA BUFFERING IN STREAMING P2P NETWORK

Samuylov A.K.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
e-mail: asam1988@gmail.com*

A method for calculating a transition probabilities matrix for the discrete Markov chain describing the process of video data exchange between users of P2P streaming network is obtained.

Key words: P2P network, live streaming video, download strategy, Markov chain.

О МЕТОДЕ РАСЧЕТА ВРЕМЕНИ ОТКЛИКА СИСТЕМЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ПОСТАВЩИКАМИ УСЛУГ

Самуйлов К.Е., Мокров Е.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

e-mail: ksam@sci.pfu.edu.ru, melkor77@yandex.ru

Построена математическая модель описывающая работу системы облачных вычислений с несколькими поставщиками услуг. Предложено использование расчетного метода для получения стационарных вероятностей системы из матрицы переходных вероятностей.

Ключевые слова: система облачных вычислений, система массового обслуживания, групповое поступление заявок, время отклика.

Введение

Облачные вычисления считаются новой вычислительной парадигмой, которая может изменить подход к приобретению и использованию вычислительных ресурсов. До сих пор инвестиции в вычислительные ресурсы являлись одной из основных статей расходов большинства организаций. Однако, с появлением облачных вычислений, расходы на вычислительные ресурсы могут рассматриваться уже не как основные, а как эксплуатационные затраты. Кроме того, компания будет платить только за те услуги, которые она непосредственно использует, а не за аппаратное и программное обеспечение. Облачные вычисления включает в себя несколько компонентов, таких как сетевые устройства, вычислительные ресурсы, системы хранения данных, физически расположенные на больших расстояниях [1]. Пользователи могут гибко совместить эти распределенные ресурсы вместе, чтобы создать уникальную для себя среду.

Постановка задачи

В данной работе рассмотрена математическая модель системы облачных вычислений в виде сети массового обслуживания с групповым поступлением заявок, состоящей из нескольких однолинейных систем массового обслуживания (СМО), согласно числу поставщиков услуг облачных вычислений. В рассматриваемой системе запрос пользователя разбивается на подзапросы, согласно числу однолинейных СМО. Предполагается, что входящий групповой поток является пуассоновским, а время обслуживания в системе каждого поставщика распределено по экспоненциальному закону. В качестве основного показателя эффективности системы рассматривается случайная величина среднего значения характеристики времени отклика системы, получаемая на основании матрицы интенсивности переходов марковского процесса (МП) [4], описывающего функционирование системы.

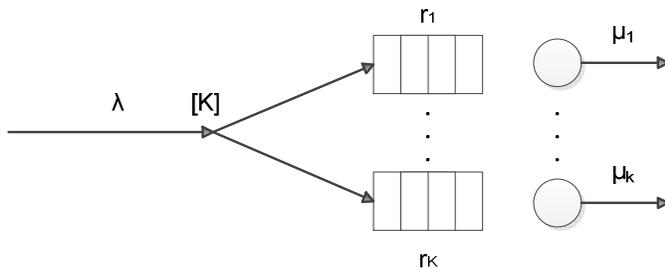


Рис. 1 СМО с групповым входящим потоком как модель облачных вычислений.

На рисунке 1 представлена математическая модель рассматриваемой системы облачных вычислений, где K – число поставщиков услуг, λ – интенсивность поступления запросов в систему, μ_k – интенсивность обслуживания подзапросов в системе k -го поставщика услуг, r_k – емкость накопителя в системе k -го поставщика услуг, $k = 1, \dots, K$.

Для рассматриваемой системы для расчета стационарных вероятностей предложено применение рекурсивного алгоритма из [5]. Этот метод позволяет сократить число операций и, таким образом, ускорить расчеты и снизить их погрешность для систем большой размерности. Это крайне актуально для рассматриваемой системы, поскольку с ростом числа поставщиков при прямом решении системы уравнений равновесия (СУР) методом Гаусса, число требуемых операций растет экспоненциально.

Литература

1. Furht В., Escalante А. “Handbook of Cloud Computing”, Springer New York Dordrecht Heidelberg London, 2010, 634 p.
2. Firdhous M., Ghazali O., Hassan S. Modeling of Cloud System using Erlang Formulas // 17th Asia-Pacific Conference on Communications (APCC), Sabah, Malaysia 2011.
3. Мокров Е.В., Самуйлов К.Е. Модель облачных вычислений в виде системы массового обслуживания // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Сборник избранных трудов VII Международной научно-практической конференции: учебно-методическое пособие. Под ред. проф. В.А. Сухомлина. - М.: ИНТУИТ.РУ, 2012. - С. 685-689.
4. Мокров Е.В., Самуйлов К.Е. Модель системы облачных вычислений в виде системы массового обслуживания с несколькими очередями и с групповым поступлением заявок // Т-Comm - Телекоммуникации и Транспорт. - 2013. - №7. – Принято в печать.
5. Bocharov P. P., D'Apice C., Pechinkin A. V. Queueing Theory (Modern Probability & Statistics) // Peoples' Friendship University Press. Moscow, 1995. – P. 462.

A RESPONSE TIME CALCULATING METHOD FOR A CLOUD COMPUTING SYSTEM WITH MULTIPLE SERVICE PROVIDERS

Samoujlov K.E., Mokrov E.V.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
e-mail: ksam@sci.pfu.edu.ru, melkor77@yandex.ru*

We propose a mathematical model that describes the work of a cloud computing system with multiple providers. A calculating method from [5] is proposed to acquire the steady-state probabilities for the studied system using the transition probability matrix.

Key words: cloud computing system, queuing system, batch arrivals, response time, transition probability matrix.

О МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИОРЕСУРСОВ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФАЙЛОВ В СЕТЯХ LTE ПО ТЕХНОЛОГИИ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ¹

Самуйлов К.Е., Острикова Д.Ю.

Российский университет дружбы народов, ksam@sci.pfu.edu.ru, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru

Построена математическая модель распределения радиоресурсов при восстановлении поврежденных файлов в сетях LTE по технологии мультिवещания, получено распределение вероятностей состояний модели, а также формула для расчета среднего времени восстановления поврежденного файла.

Ключевые слова: LTE, мультिवещания, MBMS, восстановление файлов.

Введение

В настоящее время в мире продолжается активное распространение сетей беспроводной связи четвертого поколения LTE, поддерживающих высокие скорости передачи данных, что позволяет операторам предоставлять широкий перечень мультимедийных услуг. Однако увеличение спроса на высокоскоростные услуги привело к необходимости решения задачи эффективного использования ограниченного объема частотно-временных ресурсов сети. Подход к решению этой задачи был найден в проводных сетях, в которых при предоставлении аналогичных услуг применяется многоадресный режим (multicast) передачи информации, или технология мультिवещания. В современных сотовых сетях, начиная с третьего поколения (UMTS, 3GPP Release 6) для данной цели была разработана отдельная подсистема MBMS (Multimedia Broadcast Multicast Service), в сетях четвертого поколения (LTE, 3GPP Release 8) эта подсистема получила название E-MBMS (enhanced MBMS) [1].

Выделяют четыре типа услуг мультимедийного вещания: потоковые услуги (аудио, видео), услуги по загрузке файлов, так называемые «карусельные» услуги, являющиеся комбинацией потоковых услуг (текст и неподвижные изображения) и услуг по загрузке файлов, а также телевизионные услуги [1]. При загрузке файлов в сетях LTE зачастую возникают потери или повреждение сегментов этих файлов. Для решения данной проблемы в подсистеме MBMS применяется процедура восстановления поврежденных файлов (file repair procedure). Используются три схемы восстановления файлов [2]: одноадресная схема (unicast), при которой один и тот же сегмент файла передается разным пользователям на разных частотах, широковещательная схема (broadcast), при которой сегменты поврежденного файла передаются на одинаковой частоте всем пользователям сети, и многоадресная схема (multicast), при которой сегменты поврежденного файла передаются на одинаковой частоте только пользователям сети, отправившим запрос на восстановление данного файла. Автором рассматривается многоадресная схема восстановления файлов, поскольку она является наиболее эффективной, т.к. позволяет экономно использовать ресурсы сети и избежать передачи сегментов файла пользователям, не нуждающихся в его восстановлении.

Модель с эластичным трафиком мультिवещания

В упомянутой выше схеме восстановления файлов после получения запроса от первого пользователя сети о получении поврежденного файла – блока эластичных данных – центр вещательных услуг BM-SC (Broadcast Multicast Service Center) информирует всех пользователей сети о создании группы мультिवещания для передачи

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-07-00953 а.

поврежденных или потерянных сегментов этого файла. Пользователи, желающие восстановить тот же файл, присоединяются к группе мультивещания. Далее, через определенный временной интервал центр VM-SC передает на одинаковой частоте нужные сегменты файла всем пользователям данной группы [3]. Таким образом, описанную выше многоадресную схему восстановления файлов можно описать СМО $M|M|C|0|P_1$ с дисциплиной обслуживания P_1 [4].

Рассматривается сеть LTE с пиковой пропускной способностью C единиц канального ресурса (ЕКР) [бит/с], поддерживающая многоадресную передачу блоков эластичных данных $\mathbf{K} = \{1, \dots, K\}$ типов. Схема модели изображена на рис. 1.

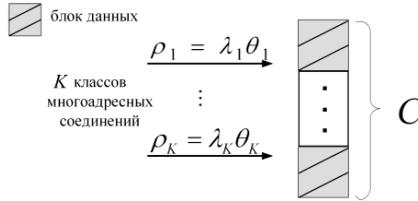


Рис. 1. Схема модели

Нагрузочными параметрами системы являются интенсивность поступления запросов пользователей $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_K)$ [c^{-1}] на передачу блока эластичных данных, длина блока данных $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_K)$ [бит]. Блоки данных разделяют все свободные ЕКР сети по дисциплине разделения процессора (processor sharing) [5]. Функционирование рассматриваемой системы описывает составной марковский процесс $\{N(t) := ((N_1(t), \dots, N_K(t)), t \geq 0)\}$ над пространством состояний $\mathbf{X} := \{\mathbf{n} := (n_1, \dots, n_K), n_i \in \{0, 1\}, \dots, n_K \in \{0, 1\}\}$:

$$n_k = \begin{cases} 0, & \text{в системе нет ни одного запроса на передачу блока данных } k\text{-го типа,} \\ 1, & \text{в системе есть хотя бы 1 запрос на передачу блока данных } k\text{-го типа.} \end{cases}$$

Пусть $(\theta_k \sum_{i \in \mathbf{K}} n_i) / C$ – среднее время передачи блока данных k -го типа в состоянии $\mathbf{n} := (n_1, \dots, n_K)$. Диаграмма интенсивностей переходов состояния модели представлена на рис. 2.

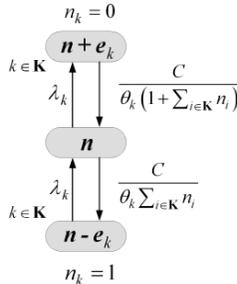


Рис. 2. Диаграмма интенсивностей переходов

Пусть $\rho_k = \lambda_k \theta_k$ – нагрузка, создаваемая запросами на передачу блока данных k -го типа, а $a_k = \frac{\rho_k}{C}$ – доля нагрузки, создаваемая запросами на передачу блока данных k -го типа на каждую ЕКР. Тогда стационарное распределение вероятностей можно представить в мультипликативном виде:

$$p(\mathbf{n}) = G^{-1} \left(\sum_{k \in \mathbf{K}} n_k \right)! \prod_{k \in \mathbf{K}} a_k^{n_k}, \quad \mathbf{n} \in \mathbf{X}, \quad (1)$$

где $G = 1 / p(\mathbf{0})$ – нормирующая константа.

Основной вероятностно-временной характеристикой модели является среднее время передачи блока эластичных данных k -го типа, которое можно вычислить по формуле:

$$T_k = \frac{\sum_{\mathbf{n} \in \mathbf{X}} n_k p(\mathbf{n})}{\lambda_k}, \quad k \in \mathbf{K}. \quad (2)$$

Выводы

В заключение отметим, что в докладе представлены также результаты численного анализа не только среднего времени восстановления поврежденного файла, но и средней скорости передачи файла, а также рекуррентный алгоритм расчета нормирующей константы G .

Литература

1. 3GPP TS 22.246: Multimedia Broadcast/Multicast Service (MBMS) user services; Stage 1 (Release 11). – 2012.
2. Lai Y.-C., Lin P., Lin Y.-B., Chang L.-T. A File Repair Scheme for UMTS MBMS Service // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – IEEE. – 2008. – Vol. 57, № 6. – P. 3746–3756.
3. Бородакий В.Ю., Гудкова И.А., Острикова Д.Ю. Анализ предоставления услуг мультивещания в сетях LTE в виде системы с групповым обслуживанием // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт. – М.: Издательский дом Медиа Паблишер. – 2013. – № 11. – С. 50–53.5.
4. Gaidamaka Y., Samouylov K. Analytical model of multicast network and single link performance analysis // Proc. 6th Int. Conf. on Telecommunications (CONTEL 2001). Zagreb, Croatia. – 2001. – P. 169–175.
5. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: РУДН, 1995. – 530 с.

A MULTICAST MODEL OF RADIO RESOURCE ALLOCATION FOR FILE REPAIR IN LTE NETWORKS

Samouylov K.E., Ostriкова D.Y.

Peoples' Friendship University of Russia, ksam@sci.pfu.edu.ru, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru.

We propose a mathematical model for analyzing a multicast file repair scheme in LTE networks and the main system characteristic – mean time of file repair process.

Key words: LTE, multicasting, MBMS, file repair.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКАМИ SIP-СЕРВЕРА НА ОСНОВЕ МЕХАНИЗМА LBOC

Таланова М.О.¹, Павлоцкий О.Э.²,

¹Российский университет дружбы народов, atalanova@gmail.com

²Московский технический университет связи и информатики, oleg.pavlotsky@yandex.ru

Построена имитационная модель гистерезисного управления перегрузками SIP-сервера на основе механизма LBOC (Loss-Based Overload Control).

Ключевые слова: SIP-сервер, гистерезисное управление перегрузками, механизм LBOC.

Введение

В связи с быстрым ростом числа пользователей и предоставляемых операторами связи услуг в сети SIP-серверов часто происходят перегрузки. Решением предотвращения и устранения перегрузок может являться гистерезисное управление. Для определения управляющих параметров системы разработана имитационная модель обслуживания сообщений SIP-сервером на основе механизма просеивания потока сообщений LBOC (Loss-Based Overload Control).

Описание механизма LBOC

Механизм просеивания потока сообщений (LBOC) работает следующим образом: при наступлении перегрузки SIP-сервер («сервер» в терминах клиент-серверной модели) просит вышедший SIP-сервер («клиент») снизить нагрузку на заданное число процентов в течение определенного промежутка времени. Вышедший сервер перенаправляет или сбрасывает указанную долю трафика, предназначенного перегруженному серверу. Процентное значение, на которое необходимо снизить нагрузку, а также длительность интервала времени, в течение которого интенсивность потока сообщений на перегруженный сервер будет снижена, высчитывается на основе процента потерь нижележащим перегруженным сервером.

Для обмена информацией о перегрузке между сервером и клиентом определены четыре параметра, значения которых могут быть переданы в соответствующих полях любого SIP-сообщения [2]:

- Параметр “oc” используется сервером для указания процентного значения, на которое необходимо снизить нагрузку.
- Параметр “oc-algo” содержит маркер или список маркеров, сообщающих класс поддерживаемых алгоритмов управления перегрузкой.
- Параметр “oc-validity” устанавливает временной интервал, в течение которого управление перегрузкой выполняется согласно значению поля “oc”.
- Параметр “oc-seq” служит для упорядочивания ответов клиента.

Когда клиент получает ответ с заполненным значением параметра “oc”, он должен понизить число запросов серверу, от которого получен данный ответ, в соответствии со значением параметра “oc”. Параметр “oc-algo” в данной имитационной модели принимает единственное значение “lboс”. Параметр “oc-validity” содержит длину временного интервала в миллисекундах, в течение которого должен быть активен уровень контроля, указанный в значении параметра “oc”. По умолчанию данный параметр равен 500 мс. Значение “oc-validity=0” используется в случае, когда сервер хочет прекратить управление перегрузкой или сообщает, что поддерживает управление перегрузкой, но в данный момент не запрашивает снижение нагрузки. Ненулевое значение параметра “oc-validity” принимается клиентом только вместе с установленным значением параметра “oc”, в противном случае отбрасывается. По истечении временного

интервала, указанного в параметре “oc-validity”, клиент не выполняет управление перегрузкой до получения обновлённых значений параметров.

Постановка задачи по разработке имитационной модели

Процесс обработки сообщений SIP-сервером описан с помощью системы массового обслуживания $M_2|M_2|1| \langle L, H \rangle B$ [1] с конечной очередью размера B и гистерезисным управлением нагрузкой с порогами L , $1 \leq L \leq B$, и H , $1 \leq H \leq B$ (см. рис.1). Система может функционировать в одном из трех режимов: режиме нормальной нагрузки ($s=0$), режиме перегрузки ($s=1$) и режиме сброса нагрузки ($s=2$). В режиме нормальной нагрузки при достижении длиной очереди значения H , система переходит в режим перегрузки ($s=1$), в котором новые заявки принимаются с уменьшенной интенсивностью λ' . Для предотвращения осцилляций интенсивность поступающего потока не восстанавливается до нормального значения λ , пока длина очереди не уменьшится до порога L . В режиме перегрузки при достижении длиной очереди значения B система переходит в режим сброса нагрузки ($s=2$), в котором новые заявки не принимаются. Интенсивность поступающего потока не восстанавливается до значения λ' , пока длина очереди не уменьшится до порога H .

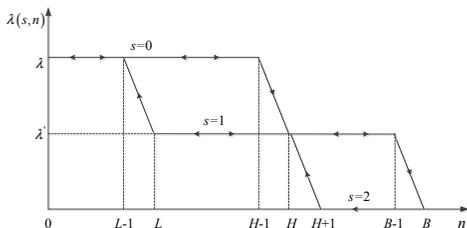


Рис. 1. Функция интенсивности $\lambda(s, n)$ [1].

Моделирование производится событийно. Схема взаимодействия компонентов имитационной модели процесса обработки сообщений SIP-сервером с помощью механизма LBOC представлена на рис. 2.

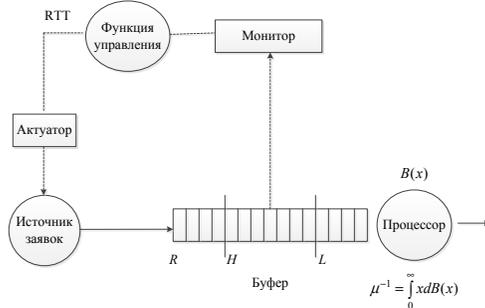


Рис. 2. Схема имитационной модели механизма LBOC.

Компоненты имитационной модели [3]:

- Модуль «Источник заявок» – генерирует заявки на основе заданных параметров в соответствии с экспоненциальным распределением.

- Модуль «SIP-процессор» – обрабатывает поступающие заявки и является той компонентой, которую необходимо защищать от перегрузки.
- Модуль «Монитор» – измеряет текущую нагрузку SIP-процессора. Он реализует механизмы определения текущего использования ресурсов (в первую очередь, состояние буфера), необходимых для SIP-процессора и Функции управления.
- Модуль «Функция управления» – реализует алгоритм управления перегрузкой. Функция управления применяет полученные значения использования ресурсов, на основе которых детектирует перегрузку, и посылает сообщение Актуатору для коррекции нагрузки на SIP-процессор.
- Модуль «Актуатор» – реализует алгоритмы, гарантирующие объём формируемого Источником трафика согласно его критериям.
- «Модуль правления» – осуществляет общее управление работой модели.

Для имитационной модели исходными параметрами являются: L , H , B , q (ос), Δ (ос-validity), RTT , μ (интенсивность обслуживания). Собирается следующая статистика: коэффициент загрузки процессора SIP-сервера $U = 1 - p_{0,0}$, где $p_{0,0}$ - вероятность простоя процессора (вероятность того, что в системе находится 0 заявок), а также среднее число заявок в очереди, среднее время ожидания начала обслуживания, среднее время пребывания заявки в системе (среднее время обработки сообщения сервером), среднее $M\tau_{12}$ и 95% квантиль $\tau_{12}^{0.95}$ времени пребывания системы в состоянии перегрузки.

Выводы

Разработанная имитационная модель гистерезисного управления перегрузками на основе механизма LBOC позволяет определить значения параметров управления, таких как L , H , q , Δ , при которых достигается оптимальный режим функционирования SIP-сервера, например, минимизируются потери сообщений и/или время пребывания в состоянии перегрузки. В дальнейшем запланировано провести анализ эффективности других механизмов управления перегрузками, возникающими в сети SIP-серверов, например, механизма снижения скорости передачи RBOC (Rate-Based Overload Control).

Литература

1. Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Гистерезисное управление нагрузкой в сетях сигнализации // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика.» – М.: Изд-во РУДН. – 2011. – №4. - С. 55-73.
2. Gurbani, Ed.V. Hilt. Session Initiation Protocol (SIP) Overload Control. <http://datatracker.ietf.org/doc/draft-ietf-soc-overload-control>
3. V. Hilt, E. Noel, C. Shen, A. Abdelal. RFC 6357: Design Considerations for Session Initiation Protocol (SIP) Overload Control. – 2013.

SIMULATION OF SIP SERVER OVERLOAD CONTROL USING HYSTERETIC TECHNIQUE AND LBOC MECHANISM

Talanova M.O.¹, Pavlotsky O.E.²,

¹Peoples' Friendship University of Russia, matalanova@gmail.com,

²Moscow Technical University of Communication and Informatics, oleg.pavlotsky@yandex.ru

We describe simulation model of the hysteretic load control technique for SIP-server with LBOC mechanism.

Key words: SIP-server, hysteretic load control, LBOC.

СРАВНЕНИЕ ОДНОПороГОВОЙ И ДВУПороГОВОЙ СИСТЕМ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКАМИ SIP-СЕРВЕРА

Таланова М.О., Щербакова А.Е.

Российский университет дружбы народов, *matalanova@gmail.com*, *aewerbakova@gmail.com*

Построены модели в виде систем с одним и двумя порогами для управления перегрузками. Проведено сравнение некоторых характеристик их функционирования.

Ключевые слова: SIP-сервер, гистерезисное управление нагрузкой, LBOC.

Введение

Управление нагрузкой является основным инструментом предотвращения перегрузок в сетях SIP-серверов (Session Initiation Protocol). Одним из механизмов является гистерезисное управление [1]. Мы исследовали механизм LBOC (Loss-Base Overload Control), при котором осуществляется межузловое управление сигнальной нагрузкой между SIP-серверами.

Системы с гистерезисным управлением перегрузками

Процесс обработки сообщений SIP-сервером можно описать с помощью систем массового обслуживания $M|M|1|L|B$ (рис. 1), и $M_2|M_2|1|\langle L, H \rangle|B$ (рис. 2) с конечной очередью размера B и гистерезисным управлением нагрузкой с порогами L , $1 \leq L < B$, и H , $1 \leq H < B$.



Рис. 1. Система $M|M|1|L|B$ [2]



Рис. 2. Система $M_2|M_2|1|\langle L, H \rangle|B$ [3]

На систему $M|M|1|L|B$ поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ , а на систему $M_2|M_2|1|\langle L, H \rangle|B$ - два потока с интенсивностями λ_1 и λ_2 , время обслуживания заявки на приборе имеет экспоненциальное распределение с параметром μ . При поступлении на обслуживание заявка сохраняет место в очереди, дисциплина выбора заявок из очереди на обслуживание FCFS. Система с одним порогом может функционировать в одном из двух режимов: режиме нормальной нагрузки ($s=0$) или режиме перегрузки ($s=1$), а система с двумя порогами в одном из трех режимов: режиме нормальной нагрузки ($s=0$), режиме перегрузки ($s=1$) и режиме сброса нагрузки ($s=2$).

Состояние систем имеет вид (s, n) , где статус нагрузки: $s \in \{0, 1\}$ или $s \in \{0, 1, 2\}$ соответственно, а количество заявок в очереди: $n, n = \overline{0, B}$. Функционирование систем описывают марковские процессы $X(t), t > 0$, с пространствами состояний $X = X_0 \cup X_1$ для системы с одним порогом и $X = X_0 \cup X_1 \cup X_2$ для системы с двумя порогами.

Графики интенсивности входящего потока, зависящей от состояния систем, представлены на рис. 3. При нахождении системы с одним порогом во множестве X_0 интенсивность входящего потока заявок равна $\lambda > 0$, во множестве X_1 - $\lambda = 0$. При нахождении системы с двумя порогами во множестве X_0 интенсивность входящего потока заявок равна $\lambda > 0$, в множестве X_1 - уменьшается таким образом, что $\lambda' = p\lambda$,

где $p = 1 - q$ – доля заявок, которые принимаются на обслуживание в множестве X_1 . Если система находится в множестве X_2 , то $\lambda = 0$.

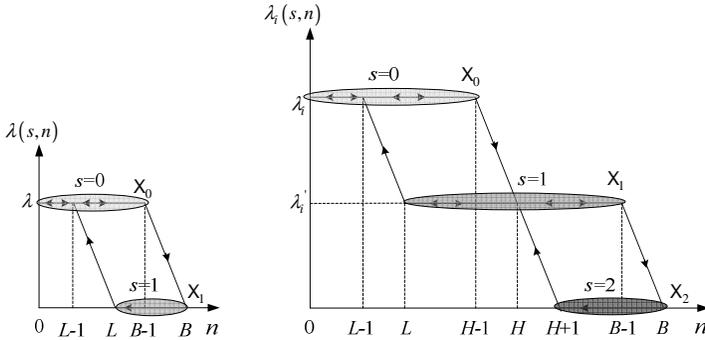


Рис. 3. Функции интенсивности $\lambda(s, n)$ потока заявок для двух систем

Стационарные вероятности $p_{s,n}$ состояний процесса $X(t)$ для двух систем вычисляются через систему уравнений равновесия [3].

Вероятностно-временные характеристики систем

Получены формулы для расчета следующих вероятностно-временных характеристик систем. Для системы с одним порогом вероятность того, что SIP-сервером сообщения на обслуживание не принимаются:

$$B(X_1) = \sum_{n=L}^B p_{1,n}. \quad (1)$$

Для системы с двумя порогами вероятность того, что SIP-сервер перегружен и не принимает неприоритетные сообщения на обработку:

$$B(X_1) = q \cdot \sum_{k=L}^{B-1} p_{1,k}. \quad (2)$$

Вероятность того, что SIP-сервер перегружен, не принимает сообщения на обработку:

$$B(X_2) = \sum_{k=H+1}^B p_{2,k}. \quad (3)$$

Среднее время пребывания системы в множестве состояний перегрузки:

- для системы $M|M|1|L|B$:

$$M\tau_1 = \mu^{-1}(B - L + 1). \quad (4)$$

- для системы $M_2|M_2|1|(L, H)|B$:

$$M\tau_{12} = \int_0^{\infty} t \left(\mu \hat{P}_{(1,H-1)|(0,L-1)}(t) - (\lambda' + \mu) \hat{P}_{(1,H)|(0,L-1)}(t) + \lambda \hat{P}_{(1,H+1)|(0,L-1)}(t) \right) dt, \quad (5)$$

где вероятности переходов находятся с помощью матрицы $\hat{P}(t) = e^{\hat{\Lambda}t}$, $\hat{\Lambda}$ – матрица интенсивностей переходов усеченного процесса с пространством состояний $X = X_1 \cup X_2 \cup \{(0, L-1)\}$.

Найдено значение 95% квантиль величин $M\tau_1$ и $M\tau_2$. Вектор вероятностей усеченного процесса: $\hat{\mathbf{p}}^T(t) = \hat{\mathbf{p}}^T(0)\hat{\mathbf{P}}(t)$. Начальный вектор $\hat{\mathbf{p}}(0)$ для $M|M|L|B$ равен

$$\hat{\mathbf{p}}_{(s,n)}(0) = \begin{cases} 1, & (s,n) = (1,B) \\ 0, & (s,n) \neq (1,B) \end{cases}; \text{ для } M_2|M_2|l\langle L,H \rangle B - \hat{\mathbf{p}}_{(s,n)}(0) = \begin{cases} 1, & (s,n) = (1,H) \\ 0, & (s,n) \neq (1,H) \end{cases} \cdot [1]$$

Тогда функция распределения $F_\tau(t)$ случайной величины τ для обеих систем равна $F_\tau(t) = \hat{p}_{(0,L-1)}(t)$, $t \geq 0$. Значение 95% квантиль величины τ для обеих систем находится из соотношения $F_\tau(\tau^{0.95}) = 0.95$.

Выводы

Возьмем исходные данные: $B=100$, $\rho=1.2$, $\mu=200$ с⁻¹, для системы $M|M|L|B$ $L=86$, для системы $M_2|M_2|l\langle L,H \rangle B$ $\langle L,H \rangle = \langle 44,52 \rangle$, $q=0.3$. По формулам (1)-(5) получены результаты:

- для $M|M|L|B$: $B(X_1) = 0.166667$, $M\tau_1 = 0.075$ с, $\tau_1^{0.95} = 0.10944$ с.

- для $M_2|M_2|l\langle L,H \rangle B$: $B(X_1 \cup X_2) = 0.16668$, $M\tau_2 = 0.280547$ с, $\tau_2^{0.95} = 0.9$ с.

Для $M_2|M_2|l\langle L,H \rangle B$ время возврата системы в множество состояний нормальной нагрузки больше, чем для $M_2|M_2|L|B$. Для $M_2|M_2|l\langle L,H \rangle B$ 95% квантиль времени возврата системы в множество нормальной нагрузки меньше, чем для $M_2|M_2|L|B$. Вероятность пребывания систем в множестве состояний перегрузки почти одинакова.

Литература

1. Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Гистерезисное управление нагрузкой в сетях сигнализации // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика.» – М.: Изд-во РУДН. – 2011. – №4. – С. 55-73.
2. Таланова М.О. Анализ простейшей модели порогового управления перегрузками SIP-сервера // Сборник избранных трудов VIII Международной научно-практической конференции «Современные информационные технологии и ИТ-образование». Под ред. В.А. Сухомлина, 8-10 ноября 2013 г. – М.: ИНТУИТ.РУ, 499-504 с.
3. Таланова М.О. Построение модели механизма просеивания нагрузки с двумя порогами для управления перегрузками в сети прокси-серверов // Материалы Всероссийской конференции с международным участием «ИТТММС». – М.: РУДН. 22-26 апреля 2013 г. – 55-57 с.

COMPARING SYSTEMS WITH ONE AND TWO THRESHOLDS FOR LOAD CONTROL OF SIP-SERVER

Talanova M.O., Shcherbakova A.E.

Peoples' Friendship University of Russia, matalanova@gmail.com, aewerbakova@gmail.com

We developed model of hysteretic overload control with one and two thresholds. The values of characteristics were obtained for compare the two systems.

Key words: SIP-server, hysteretic load control, LBOC.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕГРУЗКАМИ SIP-СЕРВЕРА НА ОСНОВЕ МЕХАНИЗМА RBOC

Таланова М.О., Этезов Ш.А.

Российский университет дружбы народов, *matalanova@gmail.com*, *setezov@gmail.com*

В ходе научной работы при помощи имитационного моделирования проведено исследование сегмента голосовой сети в момент перегрузки.

Ключевые слова: SIP, управление перегрузками, RBOC, «дырявое» ведро.

Введение

SIP (Session Initiation Protocol) является одним из основных протоколов установления соединений между абонентами голосовых сетей, причем процесс установления соединения обычно проходит через несколько SIP-серверов. В моменты резкого увеличения потока трафика в сети на северах возможны перегрузки. Поскольку собственные механизмы протокола SIP не позволяют в полной мере контролировать подобные процессы, а в некоторых случаях могут создать еще большую нагрузку на сеть, в настоящее время большое внимание уделяется поиску дополнительных механизмов, способных регулировать поведение серверов в моменты перегрузок. Одним из проектов IETF является исследование механизма снижения скорости передачи RBOC (Rate-Based Overload Control). В статье представлена имитационная модель этого механизма.

Управление перегрузками в SIP-сетях

В соответствии с [1], схема взаимодействия двух SIP-серверов в условиях перегрузки представлена в виде рис. 1.

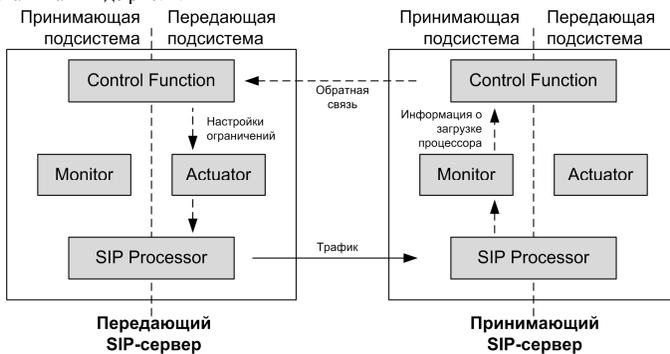


Рис. 1. Схема взаимодействия двух SIP-серверов.

Каждый сервер включает в себя следующие компоненты:

- *SIP Processor* – обрабатывает и отправляет SIP-сообщения, является областью возможной перегрузки, поэтому нуждается в управлении;
- *Monitor* – измеряет текущую нагрузку на локальном SIP-процессоре и передает эту информацию в *Control Function*;
- *Control Function* – в принимающей подсистеме содержит алгоритм управления перегрузками, использует полученные от *Монитора* данные о нагрузке на процессор для определения состояния (перегружен или не перегружен). Отправляет заключение в *Control Function* передающего сервера. В соответствии с

этим заключением (его содержимое зависит от выбранного механизма управления перегрузками) в передающей подсистеме принимается решение о необходимости каких-либо ограничений на передачу SIP-сообщений в сторону нижележащего сервера. Эта информация передается *Актуатору* передающего сервера;

- *Actuator* – содержит алгоритм, позволяющий применить необходимые ограничения, а также определить действия, применяемые к тем или иным сообщениям (например, передавать не более 100 сообщений INVITE в секунду, остальные INVITE сбрасывать).

Содержимое данных, передаваемых в обратной связи, зависит от используемого механизма управления перегрузками. В [2] описан вариант обмена управляющей информацией в теле сообщений SIP-сессии путем добавления четырех параметров в виде дополнительного заголовка к данным SIP:

- *oc* – с помощью этого параметра серверы сообщают друг другу о том, поддерживают они функцию управления перегрузками или нет. В дополнение нижележащий (принимающий, «сервер») сервер уведомляет вышележащего (передающего, «клиент»), о необходимости запуска соответствующего сценария алгоритма управления перегрузками;
- *oc-algo* – с помощью этого параметра серверы обмениваются информацией о поддерживаемых алгоритмах;
- *oc-validity* – передается только в направлении от сервера клиенту, содержит числовое значение (таймер), означающее длительность работы сценария, указанного в параметре *oc*;
- *oc-seq* – передается только в направлении от сервера клиенту, помогает определять актуальность полученного параметра *oc*.

Для рассматриваемого механизма RBOC в параметре *oc* передается допустимая интенсивность потока сообщений от клиента серверу (измеряется в сообщениях в секунду). Для контроля над интенсивностью передачи сообщений серверу в Актуаторе клиента реализуется алгоритм «дырявого» ведра [3].

Алгоритм Leaky Bucket («дырявое ведро»)

Имеется ведро объема $\tau + T$ [единиц объема], где τ [единиц объема] – заранее заданная величина, определяемая в зависимости от объема передаваемых данных в единицу времени; T [единиц объема] – объем ковша,

$$T = \frac{1}{oc}. \quad (1)$$

Из ведра постоянно вытекает жидкость со скоростью 1 единица объема в единицу времени. В случайные моменты времени (моменты поступления SIP-сообщений для отправки от клиента серверу) производится попытка влить в ведро ковш жидкости объемом T . Если в момент поступления ковша объем содержимого ведра не превосходит τ , то поступивший ковш вливается в ведро (сообщение отправляется от клиента серверу). Если в момент поступления ковша объем содержимого ведра превосходит τ , то поступивший ковш не вливается в ведро (сообщение сбрасывается).

Поток поступлений ковшей – это случайный поток событий. Пусть t_k – момент поступления k -го ковша (сообщения), $k \geq 1$. Последовательность $\{t_k, k \geq 1\}$ – последовательность моментов поступления ковшей. Пусть $X(t)$ – объем содержимого ведра в произвольный момент времени $t > 0$; X – объем содержимого ведра в момент последнего приема ковша; LCT – момент времени последнего приема ковша. Тогда:

$$X(t) = X - (t_k - LCT). \quad (2)$$

Если $X(t) > \tau$, значения X и LCT не меняются, ковш не вливается в ведро. Если $X(t) \leq \tau$, то $X = X(t) + T$, $LCT = t_k$. Если же при этом $X(t) \leq 0$, то $X = T$. Величина $(t_k - LCT)$ характеризует объем жидкости, которая вытекла с момента последнего приема ковша.

Выводы

Нами разработана имитационная модель механизма RBOC, который использует алгоритм «дырявое ведро» для определения информации о снижении скорости передачи на нижележащий (перегруженный) сервер. С помощью нее можно определить значения вероятностных и временных характеристик системы, а также оптимизировать параметры управления. В дальнейшем запланировано провести анализ эффективности схем управления перегрузками, возникающими в сети SIP-серверов.

Литература

1. Hilt V., Noel E., Shen C., Abdelal A. RFC 6357: Design Considerations for Session Initiation Protocol (SIP) Overload Control. – 2013.
2. Gurbani V., Hilt Ed.V. Session Initiation Protocol (SIP) Overload Control. – 2014. draft-ietf-soc-overload-control-15
3. Noel E. Session Initiation Protocol (SIP) Rate Control. – 2014. draft-ietf-soc-overload-rate-control-07

SIMULATION OF SIP SERVER OVERLOAD CONTROL USING HYSTERETIC TECHNIQUE AND RBOC MECHANISM

Talanova M.O., Eteзов S.A.

Peoples' Friendship University of Russia, matalanova@gmail.com, setezov@gmail.com

We developed the simulation of overloaded VoIP network using the RBOC mechanism.

Key words: SIP, overload control, RBOC, leaky bucket.

Сети связи следующего поколения

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ ОБСЛУЖИВАНИЯ M2M ТРАФИКА ОТ ИСТОЧНИКОВ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В ДВУХ РЕЖИМАХ

Абаев П.О., Бесчастный В.А.

Российский университет дружбы народов, pabaev@sci.pfu.edu.ru, vabeschastny@gmail.com

В работе построена математическая модель обслуживания M2M трафика, источниками которого являются устройства, работающие в двух режимах – нормальном и экстренном.

Ключевые слова: M2M трафик, LTE, лексикографический порядок, система массового обслуживания, MMPP.

Введение

В течение последних нескольких лет наблюдается стремительный рост количества устройств, использующих ресурсы беспроводных сетей, в том числе сетей LTE, развивающихся наиболее быстрыми темпами. В беспроводных сетях с увеличением числа M2M устройств, запрашивающих доступ к ресурсам, изменяется и скорость передачи данных [1]. Характеристики канала беспроводного соединения также могут изменяться с течением времени, поскольку шумы и помехи оказывают значительное влияние на работу сети. Консорциумом 3GPP на основе результатов исследований сетей радиодоступа LTE были предложены две модели M2M трафика: синхронная и асинхронная [3]. В данной работе рассматривается модель с асинхронным трафиком, т.е. устройства независимо друг от друга переходят в состояние, при котором осуществляется передача экстренных сообщений. Такая модель соответствует нормальной работе сети, в которой устройства запрашивают ресурсы равномерно в течение всего рассматриваемого промежутка времени.

Построение математической модели

Канал беспроводного соединения функционирует в двух режимах, которые имеют различную интенсивность обслуживания [1]. При построении модели для описания процесса обслуживания используется MMPP-2 модель, показанная на рис. 1. Обслуживающий прибор может находиться в одном из двух состояний: «0» или «1». Длительности пребывания прибора в состояниях «0» и «1» имеют экспоненциальное распределение с параметрами ϕ и ψ . В состоянии «0» прибор обслуживает запросы с интенсивностью μ_0 , в состоянии «1» - с интенсивностью μ_1 . На систему с буфером конечной ёмкости r поступает поток сообщений, которые обслуживаются в соответствии с дисциплиной FCFS.

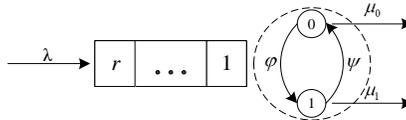


Рис. 1. Модель обслуживания M2M трафика

M2M-устройства также могут функционировать в двух режимах: экстренный (emergency) и нормальный (non-emergency). Согласно [2], агрегированный трафик каждого типа можно моделировать в виде MMPP потока с инфинитезимальным оператором $\mathbf{Q}_k = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_k \\ \beta_k & 0 \end{pmatrix}$ и матрицей интенсивностей $\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_0^k & 0 \\ 0 & \lambda_1^k \end{pmatrix}$. Построенную

модель, изображённую на рис. 2, будем кодировать в обозначениях Башарина-Кендалла как $MMPP_2, MMPP_2 | MMPP_2 | 1 | r$.

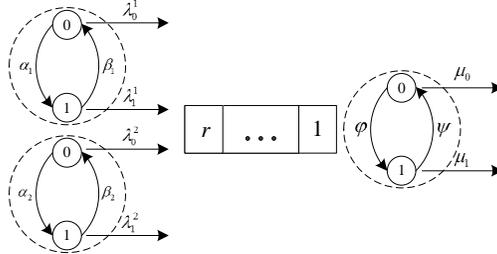


Рис. 2. Модель обслуживания M2M трафика с двумя классами заявок

Обозначим максимальное число заявок в системе $R = r + 1$. Составной случайный процесс $\mathbf{X}(t) = (n_1(t), n_2(t), m_1(t), m_2(t), s(t))$, где $0 \leq n_i \leq R$ – число заявок i -типа, $m_i \in \{0, 1\}$ – состояние i -источника, $s \in \{0, 1\}$ – состояние обслуживающего прибора, по построению является марковским и описывает поведение исследуемой системы над пространством состояний $\mathbf{X} = \{n_1, n_2 : n_1 + n_2 \leq R, n_1 \geq 0, n_2 \geq 0\} \times \{0, 1\}^3$. Введём на множестве \mathbf{X} лексикографический порядок

$$\begin{aligned} (x' = (n'_1, n'_2, m'_1, m'_2, s') > x'' = (n''_1, n''_2, m''_1, m''_2, s'')) &\Leftrightarrow \left((n'_1 + n'_2 > n''_1 + n''_2) \vee (n'_1 + n'_2 = n''_1 + n''_2) \wedge \right. \\ &\left. (n'_2 > n''_2) \right) \vee \left((n'_1 + n'_2 = n''_1 + n''_2) \wedge (n'_2 = n''_2) \wedge (n'_1 < n''_1) \right) \vee \\ &\vee \left((n'_1 + n'_2 = n''_1 + n''_2) \wedge (n'_2 = n''_2) \wedge (n'_1 = n''_1) \wedge \right. \\ &\left. (m'_1 + m'_2 > m''_1 + m''_2) \right) \vee \left((n'_1 + n'_2 = n''_1 + n''_2) \wedge (n'_2 = n''_2) \wedge (n'_1 = n''_1) \wedge \right. \\ &\left. (m'_1 + m'_2 = m''_1 + m''_2) \wedge (m'_1 > m''_1) \right) \vee \\ &\vee \left((n'_1 + n'_2 = n''_1 + n''_2) \wedge (n'_2 = n''_2) \wedge (n'_1 = n''_1) \wedge (m'_1 + m'_2 = m''_1 + m''_2) \wedge (m'_1 = m''_1) \wedge (s' > s'') \right). \end{aligned}$$

Инфинитезимальный оператор \mathbf{A} МП $\mathbf{X}(t)$ имеет трехдиагональный вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_0 & \mathbf{U}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_1 & \mathbf{D}_1 & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{U}_{R-2} & \mathbf{0} \\ 0 & \ddots & \mathbf{L}_{R-1} & \mathbf{D}_{R-1} & \mathbf{U}_{R-1} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{L}_R & \mathbf{D}_R \end{pmatrix}.$$

Множество \mathcal{X} представимо в виде $\mathcal{X} = \bigcup_{i=0}^R \mathcal{X}_i$, где $\mathcal{X}_i = \{(n_1, n_2, m_1, m_2, s) \in \mathcal{X} : n_1 + n_2 = i\}$ и

$\mathcal{X}_i \cap \mathcal{X}_j = \emptyset, i \neq j$. Наддиагональные блоки \mathbf{U}_i описывают переходы МП из состояний множества \mathcal{X}_i в состояние множества $\mathcal{X}_{i+1}, i = 0, R-1$. Аналогично блоки \mathbf{L}_i описывают переходы из состояний множества \mathcal{X}_i в состояния $\mathcal{X}_{i-1}, i = 1, R$, а диагональные блоки \mathbf{D}_i – переходы внутри множества $\mathcal{X}_i, i = 0, R$. Ненулевые элементы блоков матрицы \mathbf{A} вычисляются по следующим формулам

$$\begin{aligned}
 D_i : (x', x'') &= \begin{cases} \alpha_1, x' = (n_1, n_2, 0, m_2, s), x'' = (n_1, n_2, 1, m_2, s); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_2, s = 0, 1; \\ \alpha_2, x' = (n_1, n_2, m_1, 0, s), x'' = (n_1, n_2, m_1, 1, s); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_1, s = 0, 1; \\ \beta_1, x' = (n_1, n_2, 1, m_2, s), x'' = (n_1, n_2, 0, m_2, s); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_2, s = 0, 1; \\ \beta_2, x' = (n_1, n_2, m_1, 1, s), x'' = (n_1, n_2, m_1, 0, s); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_1, s = 0, 1; \\ \varphi, x' = (n_1, n_2, m_1, m_2, 0), x'' = (n_1, n_2, m_1, m_2, 1); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_1, m_2 = 0, 1; \\ \psi, x' = (n_1, n_2, m_1, m_2, 1), x'' = (n_1, n_2, m_1, m_2, 0); n_1 = \overline{0, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_1, m_2 = 0, 1; \end{cases} \\
 U_i : (x', x'') &= \begin{cases} \lambda_k^1, x' = (i, n_2, k, m_2, s), x'' = (i + 1, n_2, k, m_2, s); i = \overline{0, R-1}; n_2 = \overline{0, R}; k, m_2, s = 0, 1; \\ \lambda_k^2, x' = (n_1, i, m_1, k, s), x'' = (n_1, i + 1, m_1, k, s); n_1 = \overline{0, R}; i = \overline{0, R-1}; m_1, k, s = 0, 1; \end{cases} \\
 L_i : (x', x'') &= \begin{cases} \mu_k, x' = (i, n_2, m_1, m_2, k), x'' = (i - 1, n_2, m_1, m_2, k); i = \overline{1, R}; n_2 = \overline{0, R}; m_1, k, s = 0, 1; \\ \mu_k, x' = (n_1, i, m_1, m_2, k), x'' = (n_1, i - 1, m_1, m_2, k); n_1 = \overline{0, R}; i = \overline{1, R}; m_1, k, s = 0, 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Стационарное распределение вероятностей может быть найдено численно, например, с помощью LU-разложения.

Заключение

В работе построена математическая модель обслуживания M2M-трафика, источниками которого служат устройства, работающие в одном из двух режимов (нормальный и экстренный), в виде системы массового обслуживания с буфером конечной емкости и двумя входящими MPPP потоками. Функционирование системы описано с помощью пятимерного марковского процесса, инфинитезимальный оператор которого имеет блочный трехдиагональный вид. Задачей дальнейших исследований является построение и анализ модели, которая позволяет учитывать возможность приоритизации сообщений в очереди на обслуживание.

Литература

1. *Fu Li, Xue-fen Chi, Jia-sheng Zhang, Xu-dong Li* Network Modelling and Performance Analysis under Time-varying Channel and General Arrival of M2M Services.// Proceedings of the 2012 2nd International Conference on Computer and Information Application. – 2012. – P.176-179.
2. *Laner M., Svoboda P., Nikaiein N., Rupp M.* Models for Machine Type Communications.// Proceedings of the Tenth International Symposium on Wireless Communication Systems. – 2013. – P.1-5.
3. 3GPP: Study on RAN Improvements for Machine-type communications. Technical report, TR 37.868, 2012.

MODELLING OF M2M TRAFFIC FROM TWO TYPES OF SOURCES IN LTE NETWORK

Abaev P.O., Beschastnyi V.A.

Peoples' Friendship University of Russia, pabaev@sci.pfu.edu.ru, vabeschastny@gmail.com

Modelling of M2M traffic from sources that operate in two modes –emergency and non-emergency was constructed and analysed.

Key words: M2M traffic, LTE, lexical order, queuing model, MPPP.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕССА РЕГИСТРАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В ПОДСИСТЕМЕ IMS НА ВРЕМЯ УСТАНОВЛЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ

Абаев П.О., Сучилова М.А.

Российский университет дружбы народов, pabaev@sci.pfu.edu.ru, mariya_suchilova@mail.ru

В докладе исследуется процесс регистрации пользователей и процесс установления соединения в подсистеме IMS. Построена модель в виде неоднородной ВСМР-сети.

Ключевые слова: IMS, ВСМР-сеть, время установления соединения, процесс регистрации.

Введение

Создание концепции IMS — это основополагающая ступень на пути к созданию сети связи нового поколения. Подсистема IMS предоставляет пользователям широкий набор услуг с гибкими возможностями по управлению, персонализации и созданию новых наборов услуг. Возрастающий интерес к IMS приводит к увеличению нагрузки на сеть, как следствие, увеличивается и время задержки пакетов, что в итоге влияет на качество обслуживания. В связи с этим актуальной является задача анализа эффективности существующих принципов обмена сообщениями между узлами в IMS. В работе исследуется процесс предоставления услуги регистрации и процесс установления соединения и взаимное влияние друг на друга.

Математическая модель процесса установления соединения

Рассмотрим структуру сети подсистемы IMS, которая состоит из пользовательского оборудования (UE, UE), элементов с функциями управления вызовами и сеансами (Call Session Control Function: I-CSCF, P-CSCF, S-CSCF) и сервера домашних абонентов (Home Subscriber Server, HSS) [1]. Применяя подход из [3] к диаграмме установления соединения и регистрации пользователей в сети, получим, что случайная величина (СВ)

Δ времени установления соединения рассчитывается по формуле $\Delta = \sum_{i=1}^8 h_i \Delta_i$, где h_i -

количество сообщений, которые проходят через i -узел сети, Δ_i - СВ времени, за которое проходит сообщение через i -узел сети. Пусть $V = M\Delta$ - среднее время, за которое происходит установление сессии, $v_i = M\Delta_i$ - среднее время, за которое проходит сообщение через i -узел сети. Среднее время установления соединения V_1 от сети абонента А (Узел 1) к сети абонента В (Узел 8) рассчитывается по формуле $V_1 = 5v_1 + 9v_2 + 9v_3 + 3v_4 + v_5 + 9v_6 + 9v_7 + 4v_8$; а среднее время регистрации пользователя в сети по формуле $V_2 = v_1 + 2v_2 + 3v_3 + 2v_4 + 2v_5$.

Схему функционирования системы представим в виде открытой сети массового обслуживания (СеМО), которая состоит из узлов 2-ух типов $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{IS} \cup \mathcal{M}_{FCFS}$, $|\mathcal{M}| = M$, а именно: множество $\mathcal{M}_{FCFS} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ с дисциплиной FCFS и множество $\mathcal{M}_{IS} = \{1, 8\}$ с дисциплиной IS. На рис. 1 представлена циркуляция части сообщений, участвующих в процессе установления соединения [2].

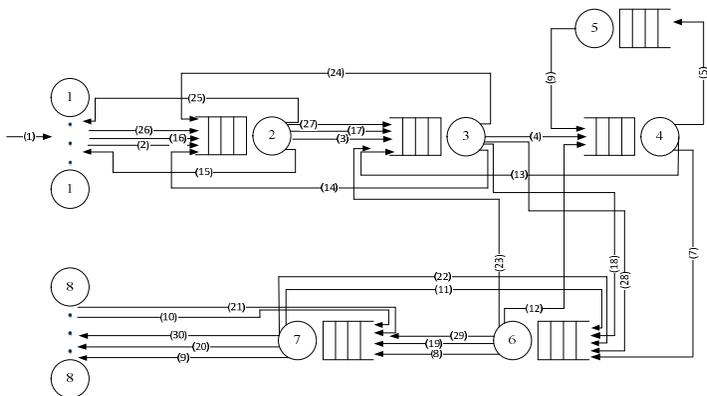


Рис. 1. Циркуляция сообщений в сети

Таблица 1. Соответствие типа сообщений классу заявки

| Класс заявки | Сообщение |
|--|----------------------------|
| $r_1 \in \{2, 3, 4, 7, 8, 9\}$ | INVITE |
| $r_2 \in \{5\}$ | LIR |
| $r_3 \in \{6\}$ | LIA |
| $r_4 \in \{53, 54, 55, 56, 57, 58\}$ | 100 TRYING |
| $r_5 \in \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ | 183 Session in Progress |
| $r_6 \in \{16, 17, 18, 19, 20, 36, 37, 38, 39, 40\}$ | PRACK |
| $r_7 \in \{21, 22, 23, 24, 25, 61, 62, 63, 64, 65, 75, 76, 77\}$ | 200 OK |
| $r_8 \in \{26, 27, 28, 29, 30\}$ | UPDATE |
| $r_9 \in \{31, 32, 33, 34, 35\}$ | RINGING |
| $r_{10} \in \{41, 42, 43, 44, 45\}$ | 200 OK IN INVITE |
| $r_{11} \in \{46, 47, 48, 49, 50\}$ | ACK |
| $r_{12} \in \{68, 69, 72\}$ | REGISTER |
| $r_{13} \in \{70\}$ | User Authorization Request |
| $r_{14} \in \{71\}$ | User Authorization Answer |
| $r_{15} \in \{73\}$ | Server Assignment Request |
| $r_{16} \in \{74\}$ | Server Assignment Answer |

В таблице 1 представлено соответствие типа сообщения отдельному классу для сети, в которой циркулируют сообщения, участвующие в процессе установления соединения

и в процессе регистрации. Назовем (i, r) -заявкой заявку, которая находится на обслуживании в i -узле и принадлежит при этом классу r . Множество $\mathcal{L}' = \{(i, r) : i \in \mathcal{M}, r \in \mathcal{R}\}$ назовем множеством всех допустимых типов заявок. Маршрутизация сообщений в сети описывается стохастической матрицей $\Theta = (\theta_{ir, js}), i, j \in \mathcal{M}, r, s \in \mathcal{R}$. Для описания выхода заявок из сети введем дополнительный узел с номером 9, как только заявка перейдет в этот узел она меняет класс на $r_0 \in \{0, 1, 51, 52, 59, 60, 66, 67, 78\}$. Тогда $\mathcal{L}'' = \{(9, 0)\}$ - дополнительное множество заявок. Маршрутизацию заявок между множеством $\mathcal{L} = \mathcal{L}' \cup \mathcal{L}''$ характеризует расширенная стохастическая матрица Θ .

В предположении, что поступающий поток заявок пуассоновский, обслуживание в узлах сети экспоненциальное и выполняется условие равновесного режима функционирования сети, построенная сеть является сетью ВСМР, и дальнейший анализ может быть проведен по теореме ВСМР. Если обслуживание в узлах сети неэкспоненциальная, то построенная модель относится к классу неэкспоненциальных сетей, и дальнейший анализ возможно провести с помощью метода вторых моментов, в предположении, что сеть однородная.

Заключение

В работе исследуются вероятностно-временные характеристики процесса установления соединения и регистрации пользователей в подсистеме IMS. Построена и исследована модель в виде неоднородной экспоненциальной ВСМР-сети, а в случае детерминированного обслуживания в виде однородной неэкспоненциальной сети массового обслуживания. Получен алгоритм для оценки среднего времени установления соединения и регистрации пользователей в сети.

Литература

1. Гольдштейн Б. С., Соколов Н.А., Яновский Г.Г. Сети связи.- СПб.: БХВ- Петербург, 2010.
2. 3GPP: Digital cellular telecommunications system (Phase 2+); Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); LTE; IP Multimedia Subsystem (IMS); Stage 2; TS 23.228 version 11.6.0 Release 11. 2012
3. Abaev P.O. On SIP Session Setup Delay Modeling in Next Generation Networks // International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control System (ICUMT). -2010. –P. 1125-1131.

ANALYSIS OF INFLUENCE OF USER REGISTRATION PROCESS ON SESSION SETUP DELAY IN IMS

Abaev P.O., Suchilova M.A.

Peoples' Friendship University of Russia, pabaev@sci.pfu.edu.ru, mariya_suchilova@mail.ru

The influence of registration process on session setup delay is studied. Heterogeneous model of queuing network is constructed and analyzed.

Key words: IMS, BCMP network, session setup delay, registration process.

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА В СОТЕ СЕТИ LTE СО СТРАТЕГИЕЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ

Артемов Е.А., Салтымакова К.Э.

Российский университет дружбы народов, eartemev@sci.pfu.edu.ru, ksaltrymakova@sci.pfu.edu.ru

В докладе построена модель в виде системы массового обслуживания для оценки вероятностей блокировки сообщений.

Ключевые слова: LTE, вероятность блокировки, стратегия переключения пользователей.

Введение

На рис. 1 представлена сота гетерогенной сети, состоящая из макробазовой станции (Macro Base Stations, MaBSs) и микро базовых станций (Micro Base Stations, MiBSs), которая функционирует в соответствии с (Novel Switching Strategy, NS) [3], при которой, в зависимости от нагрузки поступающей на сеть, слабонагруженные узлы переходят в режим ожидания, а поступающие вызовы распределяются между работающими.

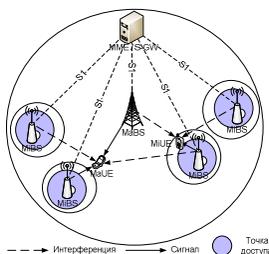


Рис. 1. Архитектура соты сети LTE [3]

Будем считать, что в макросоте случайным образом распределены N устройств для создания микросот. Пользователи (UEs) в данной сети условно разделены на два типа: пользователи, расположенные в зонах покрытия макросот (MaUEs), и пользователи, расположенные в зонах покрытия микросот (MiUEs). Шлюз обслуживания (MME/S-GW) соединяется со всеми базовыми станциями (Base Stations, BS) через интерфейс S1 [1].

Все BSs используют одну и ту же частоту, это может привести к возникновению помех. Основным распределителем ресурсов в LTE-A сетях является блок физических ресурсов (Physical Resource Block, PRB) [2]. В работе рассматривается только негарантированный битрейт (Non-GBR), где 1 PRB, распределяется на каждую сессию. Так же в работе не рассматривается влияние интерференции на прием сигнала.

Работа базовых станций происходит в соответствии с NS стратегией. Если нагрузка на активной MiBS ниже порогового значения, то MiBS переходит в режим ожидания. Если нагрузка на MaBS превышает порогового значения, то одна из спящих MiBS переходит в активный режим. Во избежание дыр в зоне покрытия, будем считать, что макросоты не должны переходить в спящий режим.

В работе строится модель обслуживания LTE трафика пользователей и исследуются основные вероятностно-временные характеристики.

Построение математической модели

Предположим, что поток заявок, поступающих на соту, подчиняется пуассоновскому распределению с параметром λ . Время обработки заявки распределено по экспоненциальному закону со средним $1/\mu$. Обозначим $S(i)$ - состояние, в котором i

микросот находятся в режиме ожидания и $N-i$ микросот в активном режиме. Тогда λ_i^M и λ_i^m - интенсивности поступающих заявок в макросоту и в k -тую активную микросоту в состоянии $S(i)$ соответственно.

Для обозначения размера макросоты и k -той микросоты будем использовать, соответственно, A^M и A_k^m . Плотность распределения числа абонентов в микросоте и плотность распределения числа абонентов, находящихся на территории макросоты, но не в зоне покрытия микросот, обозначим как g_h и $g_{\bar{h}}$ соответственно. Максимальное количество разрешенных негарантированных сессий для макросот и микросот обозначим C^M и C^m , которое определяется их пропускной способностью и управлением доступом. Коэффициент использования MaBS и k -той MiBS может быть представлено в виде $UTIL^M = n^M / C^M$ и $UTIL_k^m = n_k^m / C^m$, где n^M и n_k^m количество активных сессий в макросоте и в k -той микросоте соответственно.

Определим P_k^m как вероятность, что сеанс проходит в области k -той микросоты, которую можно записать в виде $P_k^m = \frac{g_h A_h + g_{\bar{h}} (A_k^m - A_h)}{g_{\bar{h}} (A^M - NA_h) + g_h NA_h}$, $k = 1, 2, \dots, N$. Согласно

[3] будем считать, что вероятность для всех микросот будет приблизительно одна и та же, поэтому далее $P_k^m = P^m$. Тогда, λ_i^M и λ_i^m могут быть найдены как $\lambda_i^M = (1 - (N - i)P^m)\lambda$, $\lambda_i^m = P^m\lambda$. Процесс обслуживания сессий в макросоте и в k -той активной микросоте будем моделировать в виде СМО $M/M/C^M/0$ и $M/M/C^m/0$ соответственно.

Введем марковский процесс $X(t)$ того, что в момент времени t система находится в состоянии $S(i)$. Обозначим $\pi(i)$ стационарную вероятность пребывания в состоянии $S(i)$. Обозначим искомые вероятности блокировок в макросоте, в k -той активной микросоте в состоянии $S(i)$ и во всей системе как $B^M = Q_i^M(C^M)$, $B_k^m = Q_i^m(C^m)$, и $B^{NS} = \sum_{i=0}^N Q_i^M(C^M)\pi(i)$, соответственно, где $Q_i^M(C^M)$ и $Q_i^m(C^m)$ - вероятности того, что установлено C^M сессий в макросоте и C^m сессий в k -той активной микросоте в состоянии $S(i)$.

Распределение числа микросот в спящем режиме

В рамках NS-стратегии k -тая активная микросота может быть выключена, когда ее нагрузка меньше чем Th_k , и загрузка макросоты меньше чем Th_o после перераспределения своей нагрузки. Таким образом, вероятность того, что k -тая активная микросота удовлетворяет условию отключения, когда на макросоте n_i^M сессий,

равна $P_{i,k,off}^{NS} = \sum_{n_{i,k}^m=0}^{\min\{C^m Th_k, C^M Th_o - n_i^M\}} Q_i^m(n_{i,k}^m) \cdot \frac{n_i^M}{C^M} \leq Th_o$. В состоянии $S(i)$, $N-i$ активных микросот.

Вероятность перехода из $S(i)$ в $S(i+1)$ выражается как

$\tilde{\lambda}_i = \sum_{n_i^m=0}^{[C^M Th_o]} [1 - (1 - P_{i,k,off}^{NS})^{N-i}] Q_i^M(n_i^M)$, $i = 1, 2, \dots, N-1$, где k -тая спящая микросота может

быть включена только в том случае, если нагрузка на макросоту стала выше Th_0 . Поэтому вероятность перехода из $S(i)$ в $S(i+1)$

$$\tilde{\mu}_{i-1} = P\left(\frac{n_i^M}{C^m} > Th_0\right) = \sum_{n_i^M = \lfloor C^m Th_0 \rfloor + 1}^{C^m} Q_i^M(n_i^M), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Включение или выключение одной микросоты происходит за один раз. Диаграмма интенсивностей переходов показана на рис. 2.

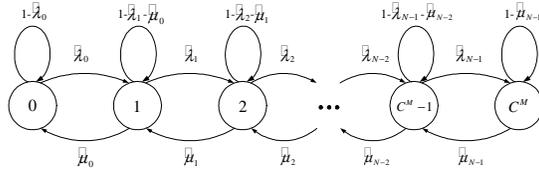


Рис. 2. Диаграмма переходов состояний системы
распределение имеет вид

Стационарная
распределение имеет вид
 $\pi(i) = \delta_{i,0} \prod_{k=0}^{i-1} \tilde{\rho}_k \left(1 + \sum_{j=1}^N \prod_{k=0}^{j-1} \tilde{\rho}_k\right)^{-1}$, $i = 0, \dots, N$, $\tilde{\rho}_k = \tilde{\lambda}_k / \tilde{\mu}_k$, δ_{ij} - символ Кронекера.

Выводы

В работе моделируется работа соты со стратегией переключения пользователей между микросотами в соответствии с NS стратегией в виде систем массового обслуживания. Получены формулы для расчета стационарного распределения числа активных сессий в сети, а также числа активных микросот.

Литература

- 3GPP TS 36.300: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (EUTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (EUTRAN); Overall description; Stage 2, January 2010.
- Тихвинский В.О., Терентьев С.В., Юрчук А.Б. Сети мобильной связи LTE: технологии и архитектура. — М.: Эко-Трендз, 2010. — 284 с.: ил.
- Jinlin Peng, Peilin Hong, and Kaiping Xue. Performance Analysis of Switching Strategy in LTE-A Heterogeneous Networks — Journal of communications and networks, vol. 15, no. 3, 292-300 с., 2013.

MODELING OF SWITCHING STRATEGY IN LTE

Artemev E.A., Salyrnakova K.E.

Peoples' Friendship University of Russia, eartemev@sci.pfu.edu.ru, ksalyrnakova@sci.pfu.edu.ru

Model of switching strategy in LTE network is the form of queuing system was constructed and analyzed. Formulas for calculation of stationary probability and the number of microcells in active mode were obtained.

Key words: LTE, blocking probability, switching strategy.

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО КЛАССА С УДАЛЕННЫМ ДОСТУПОМ

Берсенеv Г.Б., Фам Т.К., Синицын Н.Ю.

Тулский государственный университет, bersgen@gmail.com

Рассматриваются основные функции компьютерных классов с удаленным доступом и вопросы их реализации.

Ключевые слова: информационные технологии, компьютерные классы, удаленный доступ, протоколы RDP и VNC.

Введение

Современный уровень развития вычислительной техники и информационных технологий определяет совершенно новый этап развития образовательных технологий. На смену меловой доске и проектору для презентаций приходят «компьютерные классы» [1, 2], которые могут размещаться в аудитории либо быть распределенными и практически не ограниченными в пространстве.

В компьютерном классе у преподавателя и у каждого студента должен быть свой компьютер, экран которого будет «виртуальной доской», которая не только заменяет меловую доску и экран проектора, но и предоставляет множество других возможностей, которые значительно повышают эффективность работы преподавателя. В частности, преподаватель может не только наблюдать на экране своего компьютера за ходом работы любого студента, но и может удаленно, со своего компьютера, полностью управлять работой любого студенческого компьютера, помогая студенту в трудных ситуациях. Также со своего компьютера преподаватель может ограничить функциональность любого студенческого компьютера (например, запретить/разрешить доступ к интернету или к определенным сайтам), запустить выполнение любых программ на компьютерах студентов и т.п.

Описание задач исследования

На программном рынке имеется ряд производителей систем для управления работой компьютерных классов. Например, компания Netop Business Solutions A/S предлагает четыре версии своей системы, однако всей необходимой функциональностью обладают только самые дорогие версии рассматриваемой системы. С другой стороны, такие системы, как Netop Vision Pro [1], являются достаточно избыточными по своим функциям и ориентированы в большей степени на школьников, чем на студентов, для которых автоматизация многих функций (например, функций учета или жесткого управления работой учащихся) не столь актуальна. Да и реализация некоторых функций не учитывает специфику работы преподавателя и особенности изучаемых дисциплин.

Например, для лектора необходима поддержка демонстрации всех или некоторых слайдов презентации на компьютерах студентов. Простое дублирование экрана преподавателя на экранах студентов во многих случаях нецелесообразно.

Для практических занятий важна реализация виртуальной доски, когда студенты и преподаватель на своих мониторах могут наблюдать за процессом решения задачи одним из студентов, выполняемым им на своем компьютере, при этом преподаватель должен оперативно управлять процессом подключения компьютеров студентов к редактору виртуальной доски.

При проведении лабораторных занятий по таким дисциплинам, как «Технологии программирования», «Клиент-серверное программирование» наибольшая поддержка необходима при работе с инструментальными средами при создании программ и сложных проектных решений. Преподаватель не должен тратить свое время на перемещение между компьютерами студентов и повторное обучение на каждом рабочем месте. Современные протоколы удаленного (сетового) доступа позволяют

преподавателю легко выполнить все эти операции со своего компьютера. В дальнейшем предполагается, что на лекциях, практических и лабораторных занятиях используются лицензированные операционные системы MS Windows – клиентские Windows 7/8 и серверная Windows Server 2012.

Протоколы удаленного доступа

Протоколы RDP (Remote Desktop Protocol – протокол удаленного рабочего стола) и VNC (Virtual Network Computing – вычисления в виртуальной компьютерной сети) широко используются для удаленного администрирования серверов и рабочих станций. Протокол RDP реализован в виде COM-компонента (Component Object Model – модель компонентных объектов) Microsoft RDP Client Control, который поставляется в составе операционной системы MS Windows. Для протокола VNC имеются как коммерческие, так и OpenSource версии. Например, при использовании языка C# можно подключить OpenSource компонент, находящийся в библиотеке VncSharp.dll. Можно также найти исходный код этого компонента и создать библиотеку заново. Отметим, что в панели элементов инструментальной системы компонент протокола VNC появится как компонент RemoteDesktop, который затем надо перетащить на форму приложения. Для установки соединения с серверной частью VNC программа должна выполнить метод Connect компонента RemoteDesktop [3].

Протокол RDP - это протокол прикладного уровня, традиционно использующийся для обеспечения удаленной работы пользователя с сервером, на котором запущен сервис терминальных подключений (выполняется сервер терминалов). Количество удаленных подключений в данном случае не лимитируется, но требуется настройка сервера лицензий (License server) и его последующая активация. Сервер лицензий может быть установлен как на сервер терминалов, так и на отдельный сетевой узел. Возможность удаленного доступа к серверу терминалов открывается только после установки соответствующих лицензий на License server (сервер лицензирования).

В появившейся недавно версии Netop Vision Pro 8.2 предусмотрена возможность организации компьютерного класса с использованием терминального сервера (сервисов Microsoft Remote Desktop Services) на базе Windows Server 2008 R2 или Windows Server 2012. В этом случае модуль учащегося устанавливается только на сервере, к которому должны быть подключены все компьютеры учащихся и преподавателя. Это приводит к упрощению реализации системы управления дисплейным классом за счет использования встроенных в сервер терминальных сервисов на основе протокола RDP. Однако это негативно отражается на функциональности компьютерного класса. Например, преподаватель (по крайней мере, в данной версии) не может пользоваться клавиатурой и мышью учащегося в режиме удаленной помощи.

Необходимо отметить, что использование сервера Windows Server 2012 в учебной лаборатории является хорошим решением, обеспечивающим много дополнительных возможностей. Он позволяет легко подключить компьютеры всей лаборатории к Интернету, запустить на нем различные серверы и/или сервисы (терминальные, приложений), создать ftp-сайт и многое другое. В данной работе рассматриваются вопросы создания класса, компьютеры которого объединены в локальную сеть посредством проводных (витой пары) и/или беспроводных (Wi-Fi) соединений. При наличии в сети сервера Windows Server мы не будем использовать его терминальные сервисы.

Реализация компьютерного класса

При создании программного обеспечения компьютерного класса необходимо определить функции, которые могут оказаться критическими с точки зрения использования процессорных и сетевых ресурсов. Для их реализации актуальной может оказаться задача выбора протокола (TCP/IP, RDP или VNC). Кроме этого, требуется учитывать различные ограничения, присущие этим протоколам. Например, для доступа

по протоколу VNC достаточно указать IP-адрес, а для протокола RDP дополнительно к IP-адресу требуется указывать логин и пароль. С другой стороны, VNC обеспечивает взаимодействие между собой только двух компьютеров, а протокол RDP позволяет реализовать мульти-RDP, когда один компьютер подключается сразу к нескольким компьютерам.

Протокол RDP имеет режим smart-sizing, при включении которого весь удаленный рабочий стол целиком помещается в клиентском окне (без использования полос прокрутки), а при изменении размера клиентского окна изображение автоматически масштабируется так, чтобы целиком поместилось в него. В новой версии RDP клиента в Windows Server 2012 и Windows 8 (RDP v. 8.0) появилась возможность динамической активации и отключения этой функции масштабирования прямо из графического интерфейса RDP-клиента. Протокол поддерживает адаптивное кодирование графики, которое легко приспосабливается к ряду параметров, таких как возможности клиента, тип контента, пропускная способность сети и загрузка процессора. Протокол включает в себя классификатор контента и ряд кодеков, оптимизированных для кодирования текста, изображений или видео. В сочетании с другими методами, такими как прогрессивный рендеринг и динамическая конфигурация стека графических кодеков, протокол RDP 8 (RemoteFX) обеспечивает оптимальное качество работы для всех типов контента во всех типах сетей.

В опциях VNC можно выставить тип используемого сжатия видео-потока: Hextile, CoRRE, RRE или RAW. Самое быстрое отображение, если сервер VNC использует Hextile-кодирование. VNC использует TCP и, соответственно, потери пакетов невелики. Поэтому в VNC практически не бывает эффекта «необновленной области», в отличие от RDP, передающего свои пакеты посредством UDP. Однако, по этой же причине, RDP является куда более быстрым протоколом — интерактивность и скорость отрисовки окон с удаленного сервера при использовании RDP существенно выше.

Выводы

Предложен подход к разработке компьютерных классов с удаленным доступом, учитывающий специфику их использования. Определена основная функциональность компьютерного класса и обоснованы используемые ограничения при реализации. Рассмотрены основные протоколы удаленного доступа и особенности их использования при разработке программного обеспечения компьютерного класса. Приведены результаты экспериментального исследования эффективности реализации наиболее ресурсоемких функций.

Литература

1. Программное обеспечение для удаленного управления и компьютерных классов – Netop. - <http://www.netop.ru>.
2. Net Control 2 – Софт для компьютерных классов. - <http://www.netcontrol2.ru>.
3. Антонов И. Куем RDP и VNC клиентов VR-online - бесплатный электронный журнал для всех. - <http://www.vr-online.ru/content/kuem-rdp-i-vnc-klientov-805>.

DEVELOPMENT OF CLASSROOM MANAGEMENT SOFTWARE WITH REMOTE ACCESS

Bersenev G.B., Fam K. T., Sinicin N.Y.

Tula State University, bersgen@gmail.com

The research of basic functions of computer classes with remote access and their implementation issues.

Key words: information technologies, computer classes, remote access, RDP, VNC.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ВРЕМЕНИ УСТАНОВЛЕНИЯ СЕССИИ В ПОДСИСТЕМЕ IMS

Вихрова О.Г.

Российский университет дружбы народов, o.vikhrova@gmail.com

В работе применен приближенный метод для расчета времени установления сессии при предоставлении медийных услуг.

Ключевые слова: мультимедийная подсистема IMS, установление сессии, интерактивное телевидение, коэффициент вариации, детерминированное время обслуживания запросов.

Введение

В своем ежегодном исследовании «Индекс развития визуальных сетевых технологий за 2013-2018 гг.» компания Cisco предсказывает дальнейший рост популярности видеоконтента в доле потребляемого IP-трафика. К началу 2014 г. расширение сетевой полосы пропускания, увеличение скорости передачи данных в IP-сети и, несомненно, рост популярности телевидения высокой четкости (HDTV) и объемного телевидения (3DTV) позволили увеличить объем передачи данных в сети Интернет больше чем в два раза. Мобильный видеотрафик составлял 53% от общего объема сетевого трафика к концу 2013г. По прогнозу Cisco объем передачи видеоконтента к 2018 г. увеличится в 14 раз. Аналитики уверяют, что на каждые 15,9 ЭБ ежемесячного прироста общего интернет-трафика будет приходиться 11 ЭБ видео [1].

Повсеместное внедрение технологии LTE существенно увеличит объем передаваемых по IP данных, делая привлекательными для пользователей такие услуги как «контент-по-запросу» (Content on Demand, CoD), интерактивное телевидение (IPTV), видеоконференции и возможность просмотра медиаконтента без предварительного скачивания или получение данных с IP-видеокамер [3].

Потребность оперативного внедрения оригинальных услуг в борьбе за клиентов и необходимость поддержки выбранного качества предоставляемых услуг реализуется поставщиками телекоммуникационных услуг за счет мультимедийной подсистемы IMS.

Работа является актуальной. Автором предлагается приближенный метод анализа времени установления сессии в мультимедийной подсистеме IMS.

Приближенный метод анализа времени установления сессии

Данная работа является развитием исследований в [4,5]. На рисунке 1 представлены основные узлы маршрутизации сигнальных запросов, принимающих участие в установлении сессии. При построении математической модели сети массового обслуживания (СеМО) было сделано предположение, что все запросы успешно доставлены и вероятность возникновения повторной передачи запросов близка к нулю.

Предлагаемый приближенный метод позволяет исследовать время установления сессии в подсистеме IMS при предоставлении услуги IPTV для различных времен обслуживания запросов в узлах сети. Для сравнения с результатами из [4], где были произведены расчеты и численный эксперимент для экспоненциального распределения времени обслуживания запросов, в данной работе исследуется экспоненциальное и детерминированное время обслуживания запросов в узлах сети.

При обработке сигнальных запросов возникают задержки, которые составляют время установления SIP-сессии. Зная задержки на каждом из узлов, а также время маршрутизации запросов от одного узла к другому, применив принцип декомпозиции и агрегации, можно оценить время установления сигнальной сессии Δ_{SIP} , которое не должно превышать 2 с согласно требованиям к уровню предоставляемых услуг [2].

В [3,4] описана архитектура сети провайдера услуги IPTV и представлена диаграмма потока сигнальных сообщений между основными узлами при установлении сессии. В [5]

разработана математическая модель установления SIP-сессии, к которой применен приближенный метод УДН [6] как метод, обладающий большей точностью, в том числе при перегрузках сети.

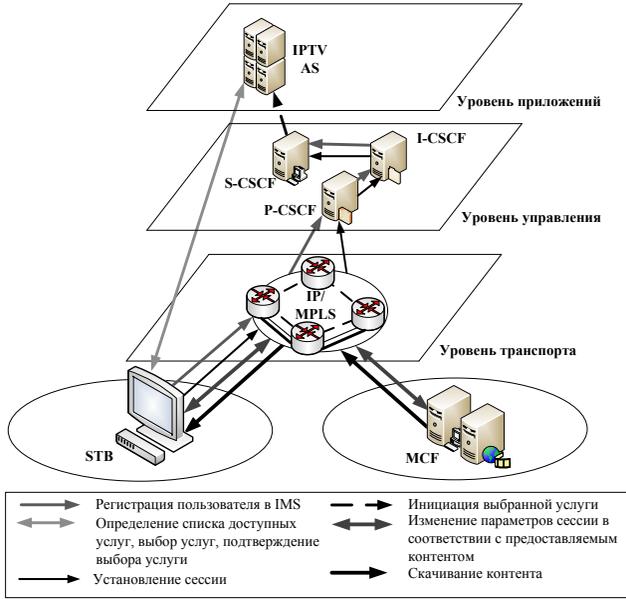


Рис. 1. Схема предоставления мультимедийных услуг в подсистеме IMS

Предположим, что все запросы в СеМО одного типа. В данной работе сохранены упрощающие предположения из [4]. Длительности обслуживания запросов в узлах являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с функцией распределения (ФР) $B_i(x), i \in M, M$ – множество узлов в СеМО средним значением b_i , дисперсией $\sigma_i^2(x)$, интенсивностью обслуживания на узлах μ_i и коэффициентами вариации (КВ) $C_B(i)$. $A_j(x), C_A(j)$ – ФР и КВ интервалов между поступлением запросов в узел j . Нагрузка, поступающая на i -й узел – $\rho_i, i \in M$.

Для известных КВ и нагрузки среднее пребывания запроса в i -ом узле определяется с помощью приближенной формулы Крамера и Лангенбах-Бельца (1) [6].

$$\bar{\omega}_i = \frac{1}{\mu_i} \frac{\rho_i}{z(1-\rho_i)} [C_A^2(i) + C_B^2(i)] g(\rho_i, C_A(i), C_B(i)). \quad (1)$$

$$g(\rho_i, C_A(i), C_B(i)) = \begin{cases} \exp(-(1-\rho)(1-C_A^2)^2(3\rho(C_A^2+C_B^2))^{-1}), & C_A \leq 1 \\ \exp(-(1-\rho)(C_A^2-1)(C_A^2+4C_B^2)^{-1}), & C_A > 1. \end{cases} \quad (2)$$

Среднее время пребывания запроса в узле i определяется формулой (3).

$$v_i = \bar{\omega}_i + b_i. \quad (3)$$

Для нахождения соответствующих КВ проводится исследование открытой СеМО методом диффузионной аппроксимации.

Пример численного эксперимента

Время установления мультимедийной сессии оценено имитационным моделированием и приближенным методом УДН. В соответствии с нагрузочными параметрами в сети [4], был проведен численный анализ предложенной модели, рис. 2.

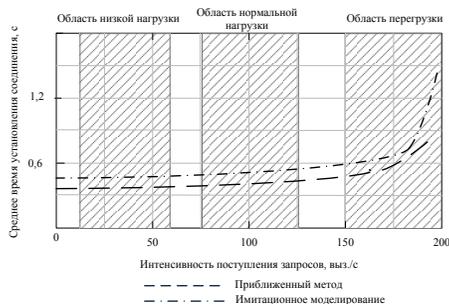


Рис. 2. Время установления сессии при детерминированном времени обслуживания запросов в узлах CeMO

Выводы и задачи дальнейших исследований

Приближенный метод позволяет исследовать модель установления сессии при различных временах обслуживания запросов в узлах CeMO. Время установления сессии при экспоненциальном времени обслуживания запросов больше, чем при детерминированном. В условия низкой, средней нагрузки и при перегрузках при детерминированном времени обслуживания запросов в узлах среднее время установления сессии, рассчитанное приближенным методом, находится внутри 95 % доверительного интервала относительно данных, полученных в помощью имитационного моделирования. Автор планирует исследовать фоновый трафик, поступающий в узлы сети, и его влияние на задержки при установлении мультимедийной сессии.

Литература

1. Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2013–2018, Cisco Systems Inc. FLGD 11446, USA, 2014, 1-40 pp.
2. ETSI TS 182 019 V3.1.2, September 2011.
3. Mikoczy E., Sivchenko D., Bangnan X., Moreno J.I. IPTV Services over IMS: Architecture and Standardization, IEEE Communications Magazine, May 2008, 128-135 pp.
4. Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р. Оценка времени установления соединения для услуги IPTV. Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика», № 1, 2014, с 23-29.
5. Али Раад А.М., Гайдамака Ю.В., Пиеничников А.П. Модель установления соединений с использованием платформы IMS при предоставлении услуг IPTV, Электросвязь, № 10, 2013, с 46-51.
6. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета, М. Наука 1989, 336 с.

APPLICATION OF APPROXIMATE METHOD OF SESSION SETUP TIME EVALUATION IN IMS

Vikhrova O.G.

Peoples' friendship university of Russia, o.vikhrova@gmail.com

The paper introduce approximate method of session setup time evaluation for Triple-play services.

Key words: IP Multimedia Subsystem, session setup, IPTV, variation coefficient, deterministic service time.

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РЕЗЕРВИРУЕМЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕНАДЕЖНЫМИ ОБЛУЖИВАЮЩИМИ ПРИБОРАМИ

Вишнеvский В.М., Семенова О.В.

Институт проблем управления РАН, vishn@inbox.ru, olgasmnv@gmail.com

Рассматривается резервируемая двухканальная система массового обслуживания с ненадежными приборами, попеременно выходящими из строя.

Ключевые слова: система массового обслуживания, ненадежный прибор, лазерный оптический канал, канал миллиметрового диапазона радиоволн.

Быстрое и непрерывное увеличение количества пользователей сети Интернет, повышение объема и качества передаваемой информации в широкополосных беспроводных сетях требует резкого повышения производительности каналов передачи мультимедийной информации. В связи с этим в последние годы в рамках разработки сетей следующего поколения (next generation networks 5G) ведутся интенсивные исследования по повышению производительности беспроводной связи. Одним из основных направлений создания сверхвысокоскоростных (до 10 Гбит/с) и надежных беспроводных средств связи является разработка гибридных систем на базе лазерной и радио технологий. В силу высокой практической потребности в гибридных системах связи в последние годы появилось значительное количество зарубежных работ по исследованию систем этого класса. Наиболее полно эти работы нашли отражение в сборнике трудов [1]. В работах, вошедших в данный сборник, основное внимание уделялось исследованию стационарных характеристик надежности, методам и алгоритмам оптимального переключения каналов в гибридных системах с использованием аппарата имитационного моделирования. Однако отсутствуют работы по комплексному исследованию характеристик надежности и производительности гибридных систем связи. Впервые такие исследования были проведены в работах авторов доклада [2-4], где были разработаны математические модели гибридных систем, включающих лазерный канал и резервный канал IEEE 802.11n (холодный и горячий резерв).

В статье [2] рассматривается так называемое «холодное» резервирование, при котором радиоканал предполагается абсолютно надежным (его работа не зависит от погодных условий) и резервирует атмосферный оптический (лазерный) канал связи лишь когда последний прерывает свою работу из-за неблагоприятных погодных условий. При наступлении благоприятных погодных условий пакеты данных начинают передаваться по оптическому каналу. В работе также проведен статистический анализ метеоданных продолжительности периодов благоприятных и неблагоприятных погодных условий.

В работах [3-4] рассматривается модель гибридного канала связи с «горячим» резервом, при котором резервный канал IEEE802.11n не простаивает, а непрерывно передает данные наряду с оптическим атмосферным каналом, но, в отличие от последнего, на низких скоростях. Математическая модель такого гибридного канала представлена двухканальной системой массового обслуживания с одним ненадежным прибором.

Настоящая работа является дальнейшим развитием этих исследований, когда в качестве резервного канала используется канал миллиметрового диапазона радиоволн (71-76 ГГц, 81-86 ГГц). Особенность такого резервирования состоит в том, что неблагоприятные погодные условия для одного из каналов не влияют на работу другого канала. Оптический атмосферный канал не позволяет передавать данные в условиях

тумана, а радиоканал миллиметрового диапазона радиоволн – при осадках. Поэтому в данном гибридном канале передача данных происходит практически при любых погодных условиях, а каналы передачи данных отказывают в разные временные промежутки.

Для моделирования такого гибридного канала передачи данных предложена двухканальная система массового обслуживания с ненадежными неоднородными обслуживающими приборами, которые попеременно выходят из строя. Предполагается, что периоды благоприятных погодных условий для обоих каналов чередуются периодами неблагоприятных погодных условий для одного из каналов. С заданной вероятностью, которая может быть определена после статистической обработки метеоданных в данном регионе, отказывает атмосферный оптический канал, а с дополнительной вероятностью – канал миллиметрового диапазона. Для удобства исследования полагаем, что периоды благоприятных и неблагоприятных погодных условий имеют экспоненциальное распределение.

Считаем, что в момент отказа занятого прибора (канала, по которому происходит передача данных) обслуживание заявки (передача пакета) прерывается, и заявка требует повторного обслуживания. Если заявка поступает в пустую систему, она поступает на первый прибор (передается по атмосферному оптическому каналу). Для данной системы получены условия существования стационарного режима и применен матрично-аналитический подход к нахождению стационарных вероятностей состояний системы, получены важнейшие характеристики производительности.

Литература

1. Advanced Optical Wireless Communication Systems. Cambridge University Press, 2012. - 404 p.
2. *Вишнеvский В.М., Семенова О.В.* Об одной модели оценки производительности широкополосного гибридного канала связи на основе лазерной и радиотехнологий // Проблемы информатики. - 2010. - №2 (6). - С. 43-58.
3. *Шаров С.Ю., Семенова О.В.* Имитационная модель беспроводного канала связи на основе лазерной и радио технологий // Distributed Computer and Communication Networks. Theory and Applications (DCCN-2010). С. 368-374.
4. *Vishnevskii V.M., Semenova O.V., Sharov S.Yu.* Modeling and analysis of a hybrid communication channel based on free-space optical and radio-frequency Technologies // Automation and Remote Control. - 2013. - Vol. 72. - P. 345-352.

ON A MODEL OF RESERVED QUEUEING SYSTEM WITH UNRELIABLE SERVERS

Vishnevsky V.M., Semenova O.V.

Institute of Control Sciences RAS, vishn@inbox.ru, olgasmnv@gmail.com

We consider a reserved queueing system with two unreliable servers which fail alternately.

Keywords: queueing system, unreliable server, free-space optic channel, mm-wave channel.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ P2P-СЕТИ С УЧЕТОМ СДВИГА ПО ВРЕМЕНИ МЕЖДУ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯМИ ДЛЯ СТРАТЕГИИ LATEST FIRST¹

Гайдамака Ю.В., Васильев И.Ю.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
ygaidamaka@sci.pfu.edu.ru, iuvasiliev@gmail.com

Построена имитационная модель обмена порциями данных между буферами пользователей потоковой P2P-сети с учетом задержек передачи от сервера-источника.

Ключевые слова: P2P-сеть, потоковое видео, лаг, стратегия загрузки.

Введение

Потоковые P2P-сети обладают рядом преимуществ, таких как минимальная нагрузка на сервер-источник видеоданных, эффективное использование ресурсов пользователей сети, масштабируемость и высокая устойчивость сети. Качество предоставляемой услуги потокового видео зависит от нескольких характеристик сети: числа пользователей сети, размеров буферов пользователей и величины задержек передачи данных от сервера, скоростей загрузки и отдачи видеоданных пользователями, частоты подключения пользователей к сети и частоты отключения от сети, применяемой в сети стратегии заполнения буферов пользователей данными.

Имитационная модель

В работе построена имитационная модель процесса обмена порциями данных между буферами пользователей потоковой P2P-сети для стратегии заполнения буферов Latest Useful Chunk First (LF), согласно которой пользователь пытается в первую очередь загрузить наиболее «свежие», реже всего встречающиеся в сети, порции данных [1-3]. Модель позволяет исследовать одну из основных характеристик потоковой P2P-сети - вероятность непрерывного воспроизведения (англ., playback continuity), т.е. вероятность того, что пользователь успеет загрузить ближайшую к воспроизведению порцию данных до момента начала ее воспроизведения [3,4]. Модель учитывает так называемые «лаги» - задержки передачи информации от сервера-источника потоковых мультимедийных данных, показанные на рис. 1 [1,2].

На рис. 1 показаны лаги для каждого пользователя сети. Для простоты в имитационной модели все пользователи разбиты на три группы в зависимости от величины задержки. Так называемые «быстрые» пользователи находятся в непосредственной близости от сервера (напр., n -пользователи), считаем, что данные к ним поступают от сервера без задержки. Так называемые «средние» пользователи (напр., i - и k -пользователи) расположены дальше от сервера, поэтому имеют отличную от нуля задержку). Наконец, так называемые «медленные» пользователи (напр., j - и h -пользователи), являющиеся самыми удаленными от сервера, имеют самую большую задержку.

Для анализа функционирования потоковой P2P-сети была построена имитационная модель сети с одним сервером и N пользователями, которые не подключаются к сети и не отключаются от нее, а присутствуют в сети постоянно. Соотношение пользователей в группах 1:1:1, т.е. в каждой группе $N/3$ пользователей. Процесс воспроизведения потокового видео в P2P-сети разбит на такты. Длина каждого такта постоянна и соответствует времени воспроизведения одной порции данных из буфера пользователя [1-4]. Время работы имитационной модели равно T тактов, причем сбор статистических

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 13-07-00953-а, 14-07-00090-а.

данных начинается спустя T_s тактов с начала моделирования ($T_s < T$). Каждый пользователь имеет буфер для хранения видеоданных размера $M+1$, где M мест предназначено для хранения и обмена порциями данных с другими пользователями, а 0-место – для загрузки наиболее «свежей» порции от сервера. Таким образом, вектор состояния буфера n -пользователя имеет вид $x(n)=(x_0(n), x_1(n), \dots, x_M(n))$, где $x_m(n)=1$, если m -место буфера занято порцией данных и $x_m(n)=0$ в противном случае, $m=0, \dots, M$. Порция видеоданных на M -месте буфера, наиболее «старая» порция видеоданных у пользователя, находится ближе всего к воспроизведению.

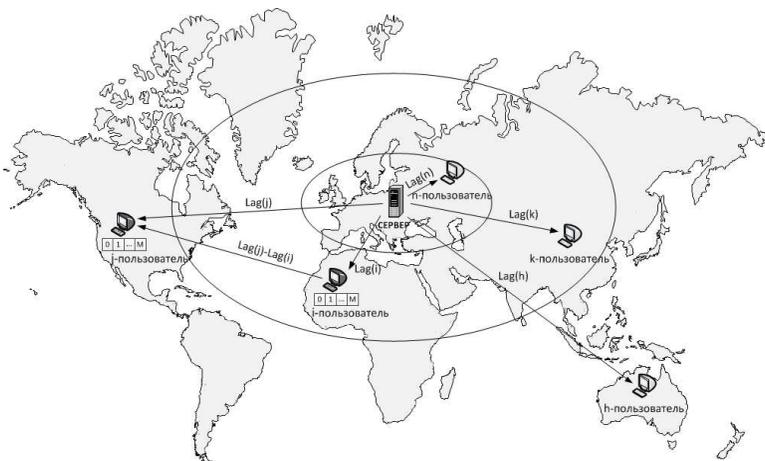


Рис. 1. Задержки передачи информации от сервера-источника

Вследствие задержек пользователи P2P-сети будут воспроизводить одну и ту же порцию данных в разное время: пользователи с минимальной задержкой будут смотреть видео раньше, нежели пользователи с большей задержкой. Разработанная имитационная модель P2P-сети для стратегии LF с учетом сдвига по времени между пользователями позволяет для каждой группы пользователей по собранной статистике оценить вероятность непрерывного воспроизведения.

Для каждого пользователя составляется список соседей, куда входят представители всех трех групп в соотношении 1:1:1. В список соседей пользователи из сети выбираются случайным образом из каждой группы. Список формируется один раз в начале моделирования и остается неизменным в течение всего времени моделирования. Пользователи могут взаимодействовать напрямую только со своими соседями. Предполагается, что за один такт пользователь может загрузить одну порцию данных, причем запрашивать данные он может только у одного пользователя сети, входящего в список его соседей.

Ниже представлен алгоритм функционирования имитационной модели P2P-сети.

Шаг 1. Задание начальных значений.

- 1.1. Определить текущее значение числа тактов, прошедших с начала работы имитационной модели $t = 0$.
- 1.2. Определить количество порций данных, отправленных на воспроизведение от разных групп пользователей $PV_1 = 0, PV_2 = 0, PV_3 = 0$.
- 1.3. Создать список соседей для каждого пользователя сети.

Шаг 2. Проверка критерия остановки алгоритма.

- 2.1. Увеличить $t = t + 1$, и если $t = T$, остановить выполнение.
- 2.2. Если критерий остановки выполнен, завершить работу алгоритма. Результатом выполнения будут величины $PV_i = 3PV_i / N(T - Ts), \forall i = 1, 2, 3$.

Шаг 3. Обновление состояния системы.

- 3.1. Для всех пользователей произвести сдвиг буфера по описанному ранее алгоритму: $x_m(n) = x_{m-1}(n), m = M, \dots, 1; x_0(n) = 0, n = 1, \dots, N$.
- 3.2. Выбрать одного из «быстрых» пользователей, которому сервер загрузит новую порцию видеоданных. Для этого пользователя определить $x_0(n) = 1$.
- 3.3. Каждый пользователь (n -пользователь), которого сервер не выбрал для загрузки видеоданных, выбирает другого, целевого, пользователя из списка своих соседей и производит попытку загрузки от него данных. Номер места загрузки определяется согласно стратегии загрузки Latest First: минимальный номер места, на котором у n -пользователя нет порции данных, а у целевого пользователя есть порция данных. Если такой номер m существует, то определить $x_m(n) = 1$, иначе в состоянии буфера n -пользователя ничего не меняется.

Шаг 4. Сбор статистики.

- 4.1. Если для «быстрого» n -пользователя выполнилось равенство $x_M(n) = 1$ (т.е. имеется порция видеоданных на M -месте его буфера), то увеличить величину PV_1 на единицу. Аналогичная операция увеличения PV_2 на единицу проводится для «средних» пользователей, и PV_3 для «медленных» пользователей.
- 4.2. Перейти к шагу 2.

Численный эксперимент

В качестве исходных данных для имитационного моделирования потоковой P2P-сети было выбрано $N=300, M=40$, количество соседей равно 60, длина задержки быстрых пользователей равна 0 тактов, средних - 10 тактов, медленных - 20 тактов. Время моделирования равнялось $T=10^6$ тактов, сбор статистических данных начинался после $T_S=5 \cdot 10^4$ такта, когда система находилась в стационарном режиме. На рис. 2 для каждой из трех групп пользователей изображены графики зависимости вероятностей непрерывного воспроизведения от величины задержек.

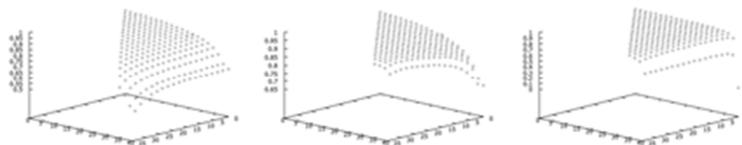


Рис. 2. Зависимость вероятности непрерывного воспроизведения от величины задержек

При фиксированной нулевой задержке у «быстрых» пользователей варьировались размеры задержек у «средних» (от 0 до 35 тактов) и у «медленных» (от размера задержки «средних» пользователей до 40 тактов) пользователей. На первом графике изображена вероятность непрерывного воспроизведения PV_1 для «быстрых» пользователей, на втором – PV_2 для «средних», и для «медленных» пользователей PV_3 на третьем графике. Из рисунков видно, что «медленные» пользователи имеют наибольшую вероятность воспроизведения видео без пауз. Это обусловлено тем, что

недостающие порции данных уже распространены в сети среди «средних» и «быстрых» пользователей.

Выводы

Разработанная имитационная модель учитывает скорости загрузки и отдачи данных пользователями, что позволяет моделировать ситуации так называемых «коллизий», когда скорости отдачи пользователя недостаточно для отдачи порций всем пользователям, которые запросили у него данные. Оценка влияния коллизий на характеристики эффективности функционирования потоковой P2P-сети является задачей дальнейших исследований. Также в дальнейшем планируется исследовать при имитационном моделировании другие известные стратегии заполнения буферов, напр., Rarest First и Greedy.

Литература

1. *Gaidamaka Yu., Vasiliev I., Samuylov A., Samouylov K., Shorgin S.* Simulation of Buffering Mechanism for Peer-to-Peer Live Streaming Network with Collisions and Playback Lags // Proc. of the 13th Int. Conf. on Networks (ICN 2014), February 23 - 27, 2014. - Nice, France. - Pp. 86-91.
2. *Zhao Y., Shen H.* A simple analysis on P2P streaming with peer playback lags // Proc. of the 3rd International Conference on Communication Software and Networks (IEEE ICCSN 2011), May 27-29, 2011. Xi'an, China, pp. 396-400.
3. *Gaidamaka Yu., Samuylov A.* Analytical Modeling of Playback Continuity in P2P Streaming Network with Latest First Download Strategy // Lecture Notes in Computer Science, Germany, Heidelberg, Springer-Verlag, 2013, Vol. 8121, pp. 363-370.
4. *Adamu A., Gaidamaka Yu., Samuylov A.* Discrete Markov Chain Model for Analyzing Probability Measures of P2P Streaming Network // Lecture Notes in Computer Science. Germany, Heidelberg: Springer. 2011. Vol. 6869. pp. 428-439.

SIMULATION OF P2P NETWORK WITH LAGS FOR THE LATEST FIRST DOWNLOAD STRATEGY

Gaidamaka Yu.V., Vasiliev I.Yu.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
ygaidamaka@sci.pfu.edu.ru, iuvasiliev@gmail.com*

A simulation model of the data interchange between peers' buffers in live streaming P2P network with lags is presented.

Key words: P2P network, live streaming video, lag, download strategy.

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЦЕНТРА ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ВИДЕ СИСТЕМЫ С ГРУППОВЫМ ПОСТУПЛЕНИЕМ ЗАЯВОК

Закирова Р.И., Михалкин Д.В.

Российский университет дружбы народов, renatazakirova@gmail.com, dvmixalkin@mail.ru

Построена имитационная модель центра облачных вычислений с использованием нескольких систем массового обслуживания типа $M|M|c$.

Ключевые слова: облачные вычисления, время отклика, вероятность блокировки.

Введение

Облачные вычисления – новая парадигма предоставления вычислительной инфраструктуры конечному потребителю, цель которой снизить затраты на управление и техническое обслуживание аппаратных и программных ресурсов [1].

Одно из ключевых требования к среде облачных вычислений - обеспечение гарантированного качества обслуживания (Quality of service, QoS), которое в терминах соглашения об уровне предоставления услуг (Service level agreement, SLA) можно описать такими характеристиками как пропускная способность, время отклика и доступность. При организации центров облачных вычислений (ЦОВ) перед поставщиками стоит задача предоставления услуг с высоким QoS и с оптимальным распределением ресурсов.

В работе построена имитационная модель центра облачных вычислений (ЦОВ) согласно [2,3], которая позволяет оценить основные характеристики функционирования ЦОВ - вероятность блокировки запроса пользователя на предоставление услуги облачных вычислений и время отклика ЦОВ на запрос пользователя, а также некоторые другие характеристики функционирования ЦОВ, напр., среднюю длину очереди подзапросов к каждому поставщику услуг.

Описание модели

Центр облачных вычислений, объединяющий серверы K поставщиков услуг, предоставляет пользователям M типов услуг. При предоставлении услуг каждого типа задействуются ресурсы нескольких поставщиков, при этом наборы поставщиков для разных услуг могут различаться. Поступающий в ЦОВ запрос пользователя попадает в узел-планировщик, где разбивается на несколько подзапросов в соответствии с определенным для предоставления услуги данного типа набором поставщиков, подзапросы направляются на обслуживание к соответствующим поставщикам услуг, обслуживаются на серверах поставщиков, после чего все обслуженные подзапросы собираются в узле-сборщике. Запрос пользователя на предоставление услуги считается обслуженным, когда обслужены все составляющие его подзапросы. Таким образом, время отклика ЦОВ на запрос пользователя представляет собой интервал времени от момента поступления запроса в ЦОВ до момента окончания обслуживания последнего из всех подзапросов, составляющих этот запрос. Если ресурсов хотя бы одного поставщика услуг, задействованного в обслуживании этого запроса, не хватает для обслуживания соответствующего подзапроса, происходит блокировка запрос пользователя.

Имитационная модель ЦОВ состоит из следующих модулей: «Генератор запросов», модуль «Планировщик», K модулей «Поставщик услуг», модуль «Сборщик», модуль «Сбор статистики» (рис. 1).

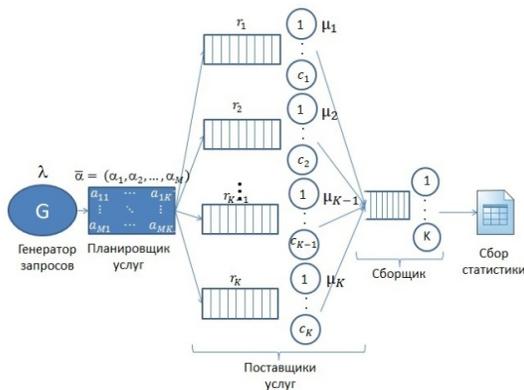


Рис. 1. Структура имитационной модели

В модуле «Генератор запросов» происходит генерация потока запросов в соответствии с экспоненциальным распределением с параметром λ . Сгенерированный запрос, представляющий собой группу заявок, поступает в модуль «Узел-планировщик», который моделируется с помощью СМО типа $M|M|\infty$. Каждой заявке присваивается маркер принадлежности к группе.

В модуле «Планировщик» с вероятностью α_m запрос (группа заявок) объявляется запросом m -типа, тогда в соответствии с матрицей A определяется набор модулей «Поставщик услуг», в которые поступят заявки из этой группы, по одной в каждый модуль. Матрица A имеет K столбцов и M строк, $a_{mk}=1$, если поставщик задействован в предоставлении m -услуги, $a_{mk}=0$ в противном случае. Заметим, что $\sum_{k=1}^K a_{mk}$ соответствует длине группы заявок m -типа.

Модуль «Поставщик услуг» номер k представляет собой СМО типа $M|M|c_k|r_k$, $k=1, \dots, K$. Длительность обслуживания заявки имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_k , $0 < \mu_k < \infty$, $k=1, \dots, K$, причем μ_k не зависят друг от друга. По завершении обслуживания в модуле «Поставщик услуг» заявка переходит в модуль «Сборщик».

В модуле «Сборщик» заявки одной группы ожидают окончания обслуживания последней заявки этой группы. В момент, когда последняя заявка группы поступает в модуль «Узел-сборщик», запрос считается обслуженным.

Модуль «Сбор статистики» позволяет собрать следующие характеристики функционирования модели: время пребывания запроса в системе, время ожидания и время пребывания заявки в модулях «Поставщик услуг», а также вычислить вероятности блокировок запросов для каждого типа услуг, среднюю длину очереди, среднее число занятых приборов, среднее время ожидания начала обслуживания и среднее время пребывания заявки для каждого поставщика услуг.

Исходными данными для имитационной модели являются число K поставщиков услуг, число M типов услуг, интенсивность λ потока запросов пользователей, вектор $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_M)$ выбора типа услуги, матрица A , для каждого типа услуги определяющая набор поставщиков, векторы $c = (c_1, \dots, c_K)$ и $r = (r_1, \dots, r_K)$ числа приборов и мест в очереди для каждого поставщика услуг. За время моделирования в системе было сгенерировано 10^6 запросов. Сбор статистики производился, начиная с запроса 10^4 .

Литература

1. Borko Furht, Armando Escalante “Handbook of Cloud Computing”, Springer New York Dordrecht Heidelberg London, 2010, 634 p.
2. Mohamed Firdhous, Osman Ghazali, Suhaidi Hassan Modeling of Cloud System using Erlang Formulas // 17th Asia-Pacific Conference on Communications (APCC), Sabah, Malaysia 2011.
3. Мокров Е.В., Самуйлов К.Е. Модель системы облачных вычислений в виде системы массового обслуживания с несколькими очередями и с групповым поступлением заявок // Т-Сотт - Телекоммуникации и Транспорт. - 2013. - №7. – Принято в печать.

CLOUD COMPUTING MODEL AS A QUEUEING SYSTEM WITH BATCH INPUT

Zakirova R.I., Mikhalkin D.V.

Peoples' Friendship University of Russia, renatazakirova@gmail.com, dvmixalkin@mail.ru

A simulation model of cloud computing center using several of type $M|M|c|r$ is built.

Key words: response time, block probability, CCS.

К МЕТОДАМ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ОБМЕНА СООБЩЕНИЯМИ ПРИ ПРЕДОСТАВЛЕНИИ ВИДЕОКОНТЕНТА

Заринова Э.Р.

Российский университет дружбы народов, ezarip@gmail.com

В работе исследуется время установления сессии при предоставлении видеоконтента с помощью аппарата сетей ВСМР и приближенным методом УДН.

Ключевые слова: мультимедийная подсистема IMS, установление сессии, видеоконтент, аппарат сетей ВСМР, сеть Джексона.

Введение

По статистическим данным Cisco к концу 2013 года глобальный трафик мобильной передачи данных вырос на 81 процент и достиг 1,5 ЭБ (10^{18} Б) в месяц по сравнению с 820 ПБ (10^{15} Б) в месяц в конце 2012 года. В мобильной сети в 2013 году передано 18 ЭБ трафика, тогда как в 2000 году всего 1 ЭБ трафика был передан во всей глобальной сети Интернет. Мобильный трафик видео превысил 50 процентов в первый раз в 2012 году, а в 2013 году составлял уже 53 процента от общего трафика к концу 2013 года. Прогноз Cisco до 2018 утверждает увеличение доли видеоконтента до 69 процентов от общего объема мобильного трафика. Месячный объем мобильного трафика предполагает рост до 15,9 ЭБ [1].

В настоящее время наблюдается спрос пользователей на интерактивные услуги, которые требуют предоставления медиаданных в индивидуальном порядке в удобное для пользователя время, таким образом, исключая услуги широкополосания.

Борьба телекоммуникационных компаний за клиентов заставляет разработчиков искать усовершенствованные алгоритмы передачи медиаданных конечному пользователю. В работе исследуются методы оценки времени установления сессии при запросе пользователем видеоконтента с помощью аппарата сетей ВСМР и с помощью приближенного метода УДН.

Аппарат сетей ВСМР

Работа является развитием исследований, начатых в источниках [2,3], где показана процедура установления сессии при предоставлении видеоконтента. В [2] описаны основные узлы, принимающие участие при предоставлении видео конечному пользователю. Сигнальные сообщения, обслуживаясь в SIP-серверах, создают нагрузку на данные узлы. Исследовались основные семь узлов: оборудование пользователя (User Equipment, UE), магистральная сеть IP/MPLS, платформа IMS, которая состоит из трех узлов, реализующих функцию управления сеансами связи CSCF (Call Session Control Function), включающую функцию прокси-сервера P-CSCF (Proxy CSCF), функцию обслуживания S-CSCF (Serving CSCF) и функцию запроса I-CSCF (Interrogating CSCF), шестым и седьмым узлами были соответственно сервер приложений (Application Server, AS) и медиа-сервер (Media Functions, MF). Узлы, принимающие участие при предоставлении видеоконтента, для исследований могут быть представлены с помощью систем массового обслуживания (СМО). Сигнальные сообщения, участвующие в установлении сессии, следуют от узла UE до медиа-сервера и обратно, образуя одну цепочку [3] или две цепочки [2] запросов. Применяв принцип декомпозиции и агрегации, можно вычислить время пребывания запроса на каждом из узлов и, просуммировав эти времена, получить время установления сессии при предоставлении видеоконтента. Аппарат сетей ВСМР позволяет оценить время установления сессии для экспоненциального обслуживания запросов на узлах сети массового обслуживания (СМО).

Приближенный метод оценки времени установления сессии

Приближенный метод Университета дружбы народов (УДН) был выбран как наиболее точный среди приближенных методов, используемых для открытых СеМО, для широкого диапазона нагрузок [4]. В отличие от метода оценки времени установления сессии с помощью аппарата сетей ВСМР, метод УДН позволяет произвести анализ и расчеты для любой функции распределения (ФР) времени обслуживания заявок в узлах СеМО. Метод УДН позволяет произвести расчет коэффициентов вариации (КВ) интервалов между поступлениями запросов в узел. Зная КВ и поступающую на узел нагрузку можно вычислить время пребывания запроса в СМО как сумму времен ожидания и обслуживания на узле, применив формулу Крамера и Лангенбах-Бельца [4]. Суммируя времена пребывания запроса в каждой из семи СМО, можно найти время от инициации запроса до начала предоставления контента. Приближенный метод УДН был применен для случая детерминированного и экспоненциального распределения времени обслуживания запросов в узлах.

Выводы и задачи дальнейших исследований

Для оценки данных методов проведено имитационное моделирование для случая детерминированного и экспоненциального распределения времени обслуживания в узлах СеМО. Время установления сессии в обоих случаях не превышает 2 с, определенных международными стандартами. В области низкой и средней нагрузки время установления сессии, рассчитанное двумя методами, находится в 95-процентном доверительном интервале относительно результатов, полученных с помощью имитационного моделирования.

При исследовании замечено, что узел S-CSCF, соответствующий узлу мультимедийной подсистемы IMS, часто находится в состоянии, близком к режиму перегрузки. Автор планирует детально исследовать причину перегрузки на данном узле и применить к нему локальные и межузловые алгоритмы борьбы с перегрузками.

Литература

1. Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2013–2018, Cisco Systems Inc. FLGD 11446, USA, 2014, 1-40 pp.
2. Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р. Оценка времени установления соединения для услуги IPTV. Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика», № 1, 2014, с 23-29.
3. Али Раад А.М., Гайдамака Ю.В., Пиенчиков А.П. Модель установления соединений с использованием платформы IMS при предоставлении услуг IPTV, Электросвязь, № 10, 2013, с 46-51.
4. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета, М. Наука 1989, 336 с.

REVIEW OF VIDEO CONTENT DELIVERY CHARACTERISTICS ANALYSIS

Zaripova E.R.

Peoples' friendship university of Russia, ezarip@gmail.com

The paper evaluate session setup time for video content delivery with the help of BCMP theory and approximate PFU-method.

Key words: IP Multimedia Subsystem, session setup, video content, BCMP, Jackson network.

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ С ГРУППОВЫМ ПОСТУПЛЕНИЕМ ЗАЯВОК И ПРОГУЛКАМИ ПРИБОРА

Зарипова Э.Р., Болотова Г.О.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
ezarip@gmail.com, galinabolotova@gmail.com

В работе в явном виде представлены формулы для расчета среднего числа заявок в очереди, среднего времени ожидания начала обслуживания и дисперсии длины очереди для системы массового обслуживания (СМО) с прогулками прибора и групповым поступлением заявок.

Ключевые слова: групповое поступление заявок, прогулки прибора, система массового обслуживания, средняя длина очереди, среднее время ожидания в очереди, функция распределения длины группы заявок, закон Ципфа, детерминированное распределение, геометрическое распределение.

Введение

Актуальной остается проблема исследования характеристик СМО с групповым поступлении сообщений на сервер. Исследуемая СМО с неограниченной очередью может описывать поступление групп сигнальных сообщений, приходящих на сервер, и дальнейшее их обслуживание. В работе проведен численный анализ вероятностно-временных характеристик (ВВХ) системы для ординарного потока, а также для группового потока заявок с длиной группы, имеющей детерминированное распределение, геометрическое распределение, а также распределенной по закону Ципфа.

Исследование характеристик СМО

Для однолинейной СМО типа $M[X] | G | 1 | \inf$ с групповым поступлением заявок и прогулками прибора на периодах простоя [1,2] исследуются ВВХ. Поток групп заявок является пуассоновским с интенсивностью λ . В каждой группе приходит случайное число заявок с вероятностью l_i того, что поступит ровно i заявок, причем, группа не может быть пустой, т.е. $l_0 = 0$.

Длительность обслуживания является случайной величиной (СВ) с функцией распределения (ФР) $B(x)$ и средним $b^{(1)} < \infty$. Если в некоторый момент времени прибор освободился от обслуживания заявок, он уходит на прогулку, длительность которой есть СВ с ФР $F(x)$ и средним $f^{(1)} < \infty$. Введем обозначения: $\rho = l^{(1)} \lambda \cdot b^{(1)}$, где $l^{(1)}$ – среднее число заявок в группе.

При помощи метода производящих функций получены утверждения 1 и 2.

Утверждение 1.

Для СМО $M[X] | G | 1 | \inf$ средняя длина очереди, N , и среднее время ожидания заявки в очереди, w , определяются формулами (1) и (2) соответственно.

$$N = \frac{f^{(2)} \lambda l^{(1)}}{2f^{(1)}} + \frac{\lambda^2 (l^{(1)})^2 b^{(2)}}{2(1-\rho)} + \frac{(l^{(2)} - l^{(1)})\rho}{2l^{(1)}(1-\rho)}, \quad (1)$$

$$w = \frac{N}{\lambda l^{(1)}} = \frac{f^{(2)}}{2f^{(1)}} + \frac{\lambda l^{(1)} b^{(2)}}{2(1-\rho)} + \frac{\left(\frac{l^{(2)}}{l^{(1)}} - 1\right) b^{(1)}}{2(1-\rho)}. \quad (2)$$

Утверждение 2.

Дисперсия длины очереди в СМО $M[X] | G | 1 | \inf$ определяется формулой (3).

$$\begin{aligned}
 D_N = & \frac{f^{(3)} \lambda^2 (l^{(1)})^2}{3f^{(1)}} + \frac{b^{(3)} (l^{(1)})^3 \lambda^3}{3(1-\rho)} - \frac{(f^{(2)})^2 \lambda^2 (l^{(1)})^2}{4(f^{(1)})^2} + \\
 & + \frac{\lambda^4 (l^{(1)})^4 (b^{(2)})^2}{4(1-\rho)^2} - \frac{(l^{(2)} - l^{(1)})^2 \rho^2}{4(l^{(1)})^2 (1-\rho)^2} - \\
 & - \frac{f^{(2)} (l^{(2)} - l^{(1)}) (2\lambda\rho - \lambda\rho^2 - 2l^{(1)} + \lambda)}{2f^{(1)} (1-\rho)^2} - \frac{b^{(2)} \lambda^2 l^{(1)} (l^{(2)} - l^{(1)}) (\rho - 2)}{2(1-\rho)^2} + \\
 & + \frac{(l^{(3)} - 3l^{(2)} + 2l^{(1)}) \left(-(l^{(1)})^2 b^{(1)} - \rho^2 + 2\rho \right)}{3(1-\rho)^2 l^{(1)}} + \frac{(l^{(2)} - l^{(1)})^2 \rho^2}{2(l^{(1)})^2 (1-\rho)^2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Утверждение 1 подтверждает результаты исследований в источниках [1,2]. Утверждение 2 получено авторами лично и является развитием исследований источников [1,2].

Результаты численного эксперимента

Для численного эксперимента были взяты данные из источников [3,4]. Проведено сравнение ординарного поступления заявок и группового поступления заявок, где длина группы заявок распределена согласно детерминированному распределению, геометрическому распределению, а также закону Ципфа. Времена обслуживания сообщений и прогулки прибора распределены согласно экспоненциальному закону.

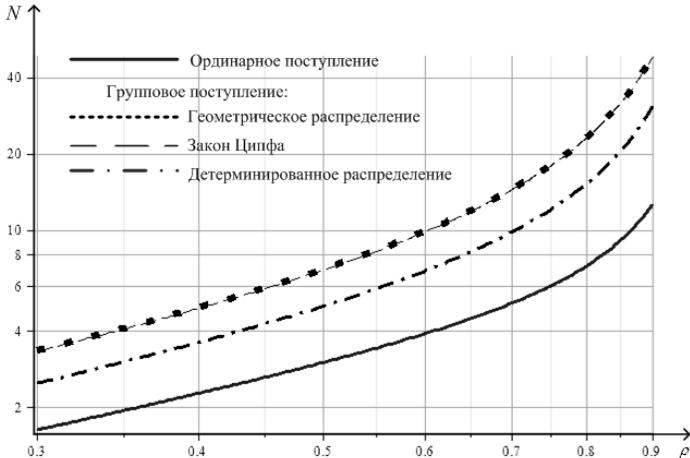


Рис. 1. График зависимости средней длины очереди от интенсивности предложенной нагрузки для ординарного, а также группового поступления заявок с распределением длины пачки согласно детерминированному распределению, геометрическому распределению, а также закону Ципфа

На рис. 1 представлен график зависимости средней длины очереди от интенсивности предложенной нагрузки.

Среднее время обслуживания заявки прибором составляет 15 мс ($b^{(1)} = 15$ мс). Среднее число заявок в группе для группового поступления составляет 5 ($l^{(1)} = 5$), а для ординарного поступления – 1 ($l^{(1)} = 1$). Среднее время прогулки выбрано равным среднему времени обслуживания группы сообщений, т.е. $f^{(1)} = 75$ мс.

Выводы и задачи дальнейших исследований

Работа содержит конечные результаты в виде явных формул для средней длины очереди, среднего времени ожидания начала обслуживания и дисперсии длины очереди для модели $M[X]|G|1|inf$ с прогулками прибора. После проведения численного эксперимента замечено, что при групповом поступлении заявок средняя длина очереди увеличивается в несколько раз по сравнению с ординарным поступлением заявок в режиме, близком к режиму перегрузки, время ожидания обслуживания заявок в очереди почти не отличается для одних средних значений и разных распределений длины группы заявок. Дисперсия длины очереди для группового потока заявок отличается на несколько порядков относительно данных, полученных для ординарного поступления. Для закона Ципфа и геометрического распределения длины группы заявок исследуемые характеристики совпадают в точности до десятых долей. В дальнейшем авторы планируют исследовать различные длины групп сообщений, которые имеют прикладное значение.

Литература

1. Choudhury G. An M/G/1 Retrial Queue with an Additional Phase of Second Service and General Retrial Times // International Journal of Information and Management Sciences 20. – 2009. – Pp. 1-14.
2. Самуйлов К.Е., Сопин Э.С. К анализу системы $M[x]|G|1|g$ с прогулками прибора // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2011. №1. – С.91-97.
3. Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Чукарин А.В. Оценка характеристик сигнального трафика в сети связи на базе подсистемы IMS. // T-COMM 2010, № 7, стр. 8-13.
4. Abhayawardhana V.S., Babbage R. A Traffic Model for the IP Multimedia Subsystem (IMS). // Proceedings of 65th Vehicular Technology Conference. – 2007. – Pp. 783-787.

AN ANALYSIS OF QUEUING MODEL WITH AGGREGATED ARRIVALS USING A HIKING DEVICE

Zaripova E.R., Bolotova G.O.
Peoples' Friendship University of Russia
ezarip@gmail.com, galinabolotova@gmail.com

In this paper we treat a single-line queuing system with aggregated arrivals, hiking device and unlimited queue. As an example of a numerical analysis of probabilistic characteristics of the system there are three explicit formulas for computation the average length of the queue, the average waiting time and the variance of the random variate, which describe the length of the queue.

Key words: aggregated arrivals, hiking device, queueing system, queue length, the average waiting time, Zipf's law, deterministic distribution, geometric distribution.

ОГРАНИЧЕНИЕ НАГРУЗКИ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

Змеев Д.О., Назаров А.А.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» *rector@tsu.ru*

В работе рассмотрена однолинейная система массового обслуживания с одним пуассоновским входящим потоком, бесконечным бункером, экспоненциальным обслуживанием, с возможностью управления в форме ограничения нагрузки. Определена функция качества работы системы, рассмотрены различные классы управления, определён оптимальный класс управления, решена оптимизационная задача стратегии управления.

Ключевые слова: Теория массового обслуживания, управление, оптимизация, гистерезис.

Введение

В качестве одного из современных особенностей при проектировании телекоммуникационных сетей, является возможности отдельных элементов реагировать на скачки нагрузки и загруженности, если не учитывать вероятность скачка загрузки системы, то это может привести к резкой потере качества передачи данных. Именно для решения проблем загруженности всей сети, и отдельных элементов, было введено управление в форме ограничения нагрузки[1]. Это управление, которое позволяет элементам сети регулировать степень своей загрузки. Однако введение любого управления, сопровождается некими издержками или штрафами, которые связаны с работой управления, поэтому также необходимо оптимизировать работу систем, даже с введённым управлением[2].

Постановка задачи

Рассматривается система массового обслуживания $M[M|1]_{\infty}$, состояние такой системы – двумерный Марковский процесс $\{t, k\}$, где t – число заявок в системе, k – режим работы в системе, у системы есть два режима работы 1 – в этом режиме система принимает и обслуживает заявки, 2 – в этом режиме система только обслуживает заявки. Управление вводится как стратегия управления δ_k

$$\delta_k = \begin{cases} \delta_1 = \{\delta_1(0), \delta_1(1), \delta_1(2), \dots\}, k = 1 \\ \delta_2 = \{\delta_2(0), \delta_2(1), \delta_2(2), \dots\}, k = 2 \end{cases} \quad (1)$$

$(1 - \delta_1(t))$ – вероятность того, что при поступлении заявки, управление переведёт систему в режим работы 2, т.е. система перейдёт в состояние $\{i+1, 2\}$

$\delta_1(t)$ – при поступлении заявки, заявка принимается в систему, и остаётся в режиме 1, т.е. система перейдёт в состояние $\{i+1, 1\}$

$(1 - \delta_2(t))$ – при обслуживании заявки, управление переведёт систему в режим работы 1, т.е. система перейдёт в состояние $\{i-1, 1\}$

$\delta_2(t)$ – при обслуживании заявки, система остаётся в режиме 2, т.е. система перейдёт в состояние $\{i-1, 2\}$

Критерий эффективности работы системы

При введении любого управления в систему необходимо определить критерий, который будет оптимизироваться вводимым управлением. Введём критерий:

$$L(\delta_1, \delta_2) = M\{f(t) + c\lambda(1 - \delta_1) + d\lambda(1 - \delta_2)\}$$

$f(i)$ – стоимость содержания i заявок в системе, c – стоимостной коэффициент, переключения системы в режим 2, d – стоимостной коэффициент переключения в режим 1. L – критерий эффективности работы системы, который необходимо минимизировать по стратегии управления. С практической точки зрения слагаемые такого критерия можно интерпретировать следующим образом:

- 1) $f(i)$ – можно интерпретировать, как стоимость реализации бункера такого размера, подразумевается, что функция имеет неубывающий вид
- 2) $c\lambda(1 - \delta_1)$ – практически можно интерпретировать, как потери, которые понесёт система, в процессе переключения в режим 2, это может быть стоимость реализации механизма переключения или потери системы за переход в режим, при котором заявки не принимаются
- 3) $d\lambda(1 - \delta_2)$ – интерпретируется аналогично 2ому пункту

Для оптимизации введённого критерия работы, необходимо определить вид функции, определяющей стратегию управления, для определения вида функции, предлагается использовать метод динамического программирования Беллмана

Определение вида функции управления

Для метода динамического программирования Беллмана вводится следующий функционал

$$\Phi(i, k, \alpha) = \alpha \int_t^{\infty} e^{-\alpha(x-t)} M\{Q(i, k) | i(t) = i, k(t) = k\} dt, \quad (2)$$

Где

$$Q(i, k) = f(i) + c\lambda(1 - \delta_1) + d\lambda(1 - \delta_2) \quad (3)$$

В выражении (2), распишем интеграл по промежуткам $(t, t + \Delta t)$ и $(t + \Delta t, \infty)$, получим

$$\begin{aligned} \Phi(i, k, \alpha) = & \alpha \int_t^{t+\Delta t} e^{-\alpha(x-t)} M\{Q(i, k) | i(t) = i, k(t) = k\} dt + \\ & + \alpha \int_{t+\Delta t}^{\infty} e^{-\alpha(x-t-\Delta t)} M\{Q(i, k) | i(t + \Delta t) = i, k(t + \Delta t) = k\} dt \end{aligned} \quad (4)$$

Так как система может находиться в двух различных режимах работы, т.е. в двух различных состояниях, то данное выражение, разделяется на два, где $k=1$ и $k=2$

Расписываем, функционал по этим двум состояниям, затем распишем выражения по тем событиям, которые могли произойти:

Если система находилась в режиме $k=1$, то возможные события следующие

- 1) С вероятностью $\Delta t \lambda \delta_1(i)$ заявка пришла в систему, система продолжила работу в режиме 1 $\{i+1, 1\}$
- 2) С вероятностью $\Delta t \mu$ – система обслужила заявку и продолжает работать в режиме 1, $\{i-1, 1\}$
- 3) С вероятностью $\Delta t (1 - \delta_1(i))$ – заявка пришла в систему, система сменила режим работы на 2 $\{i+1, 2\}$
- 4) С вероятностью $1 - (\lambda + \mu)\Delta t$ – Не произошло ни одно из перечисленных событий, $\{1, 1\}$

Если система находилась в режиме $k=2$, то возможные события следующие

- 1) С вероятностью $\Delta t \mu (1 - \delta_2(i))$ – система обслужит заявку и перейдёт в режим 1, $\{i-1, 1\}$
- 2) С вероятностью $\Delta t \mu \delta_2$ – система обслужит заявку и продолжит работу в режиме 1, $\{i-1, 2\}$
- 3) С вероятностью $1 - \mu \Delta t$ – не произойдёт перечисленных событий

Выводы

В данной работе рассмотрена система $M|M|1\infty$, с возможностью управления, в форме перенаправления поступающих заявок. Для данной системы было выполнено следующее:

- Определен критерий качества работы системы;
- Для данного критерия качества работы системы определён оптимальный вид функции управления;
- Для определённого вида функции управления предложен алгоритм для определения оптимально управляющей последовательности и вычисления итогового значения оптимального критерия эффективности работы системы;

Дальнейшая работа будет направлена на решение задачи управления в более сложных системах.

Литература

1. Сущенко С.П. Организация ЭВМ/Сущенко С.П.- :Учебное пособие –Томск: Томский государственный университет, 2003. – 196 с.
2. Горцев А.М. Управление и адаптация в системах массового обслуживания/ А.М. Горцев, А.А. Назаров, А.Ф Терпугов; Томск: Изд. Томского университета. 1978. 208 с.

LIMITATION OF LOADS IN TELECOMMUNICATION NETWORKS

Zmeev D. O., Nazarov A.A.

Tomsk state university, zmdeol@mail.com
Tomsk state university nazarov@tsu.ru

The one-server queuing system with one input Poisson flows, infinite buffer, exponential service time is considered. The management mechanism is introduced. The function of quality of work of system is determined. The optimal class of management is defined. The optimization problem management is solved.

Key words: active queue management system, optimization problem.

МЕТОД РАСЧЕТА НАБОРА ПУТЕЙ С МИНИМАЛЬНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ ОБЩИХ ЛИНИЙ

Иванов В.И.

Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), ivanovvi89@gmail.com

В работе предложен метод расчета набора путей с минимальным количеством общих линий для многопутевой маршрутизации.

Ключевые слова: многопутевая маршрутизация, NP сложность, оптимизация, алгоритм имитации отжига.

Введение

Многопутевая маршрутизация повышает отказоустойчивость сети. Если у путей нет общих узлов или линий, то при отказе одного узла или линии откажет только один путь. Поэтому во многих работах предлагается использовать набор из полностью несовпадающих путей [1]. В ряде случаев количество полностью несовпадающих путей недостаточно, поэтому используются пути с общими линиями. В работе предложен метод нахождения множества путей с минимальным количеством общих линий. Сначала создается множество из N путей, где $N > k$. В этом множестве находится такое сочетание путей, при котором у путей наименьшее количество общих линий. Проблема является NP сложной задачей комбинаторной оптимизации. Для ее решения используется алгоритм имитации отжига. В работе представлен метод оценки набора путей и параметры алгоритма имитации отжига, проведен расчет набора маршрутов.

Описание метода

Найдем сначала множество путей, из которого затем выберем набор путей, у которых минимум общих линий. Назовем эти пути максимально разрозненными. Множество, из которого будем выбирать максимально разрозненные пути, назовем исходным множеством. Исходное множество путей найдем следующим образом. Даны два узла: узел-источник S_1 и узел-получатель S_2 . Чтобы найти один путь, выбираем один узел на расстоянии n линий от узла S_1 ; назовем этот узел S_3 . Затем находим кратчайший путь от S_1 к S_3 и от S_3 к S_2 . Соединяем два пути, удаляем петли, в результате получаем путь между двумя узлами. Если $n = 0$, то получаем кратчайший путь между источником и получателем.

Чтобы получить исходное множество путей, выполняем следующую последовательность действий:

1. Выбираем множество значений $n \in [0; N_{\max}]$, $n \in Z$, где N_{\max} – максимальное значение N .
2. Для каждого значения n :
 - 2.1. Выбираем все узлы на расстоянии n скачков от узла-источника.
 - 2.2. Находим пути через все выбранные узлы согласно методу, описанному выше.
3. Из полученного множества путей удаляем повторяющиеся пути. В результате получаем исходное множество путей.

Рассмотрим метод определения набора максимально разрозненных путей. Целью является найти набор путей, у которых минимум общих линий. Это является задачей оптимизации. Определим для задачи оптимизации метод оценки решения.

Для этого введем два параметра оценки набора путей. Пусть дан набор из N путей, обозначим его M . Пусть дан граф сети $G = (S, L)$, где S – множество узлов, L – множество линий. Для каждой линии определим количество путей, которое проходит через нее. Представим результаты определения количества путей в виде множества E . Сумму элементов множества E назовем степенью загрузки линий сети. Чем длиннее

пути из набора M , тем через большее количество линий они проходят, отсюда один и тот же поток данных загрузит большее количество линий, чем при использовании более коротких маршрутов. Чем меньше значение параметра степени загрузки линий, тем меньше нагрузка на сеть.

Из каждого элемента множества E , который больше 0, вычтем 1. Просуммируем все элементы и получим оценку того, насколько разрознены пути в наборе. Назовем эту оценку степенью разрозненности набора путей.

Степень разрозненности означает следующее. Пусть даны два набора по пять путей, каждый из путей проходит через три линии. В первом наборе все пути проходят через разные линии, т.е. ни у одной пары путей нет общих линий. Во втором наборе все пути проходят через одни и те же линии, т.е. полностью совпадают. Степень загрузки линий у обоих маршрутов равна 15. Степень разрозненности у первого набора равна 0, т.к. через каждую линию проходит не больше одного маршрута, а второго набора равна 12, т.к. через три линии проходит все 5 маршрутов. Таким образом, чем меньше значение параметра степени разрозненности набора маршрутов, тем меньше у маршрутов общих линий.

Оценка набора маршрутов сводится к вычислению степени загрузки линий и степени разрозненности. Набор маршрутов A лучше набора B в том случае, если значение параметра степени разрозненности A меньше, чем у B . Если значения равны, то лучшим будет тот набор, у которого меньше значение параметра степени загрузки линий. Мы получаем такой же разрозненный набор, но с более короткими маршрутами.

Решим задачу оптимизации для поиска набора максимально разрозненных путей с помощью алгоритма имитации отжига [2]. Параметры алгоритма следующие:

1. Способ представления и модификации решения. Дано исходное множество из N путей. Требуется найти множество из $k < N$ максимально разрозненных путей. Решением будет вектор $\vec{r} = (r_1, r_2, \dots, r_k)$, который состоит из k неповторяющихся маршрутов, взятых из исходного множества. Для модификации решения случайно выбираем один из маршрутов в \vec{r} и заменяем на любой другой случайно выбранный маршрут из исходного множества. Новый маршрут не должен совпадать ни с одним из тех, что уже находятся в решении.

2. Критерий перехода к новому решению. Модифицированное решение \vec{r}^* , созданное на основе решения \vec{r}_i , становится решением \vec{r}_{i+1} с вероятностью $P(\vec{r}^*, \vec{r}_{i+1})$, которая определяется следующим выражением:

$$P(\vec{r}^*, \vec{r}_{i+1}) = \begin{cases} 1, & R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i) < 0 \\ \exp\left(-\frac{R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i)}{t}\right), & R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i) > 0 \\ 1, & R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i) = 0 \text{ и } L(\vec{r}^*) - L(\vec{r}_i) = 0 \\ 0, & R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i) = 0 \text{ и } L(\vec{r}^*) - L(\vec{r}_i) \geq 0, \end{cases}$$

где $R(\vec{r})$ - значение параметра степени разрозненности маршрутов, $L(\vec{r})$ - значение параметра степени загрузки линий набором маршрутов.

3. Начальная температура системы. Для разных значений k начальная температура будет разной. Чтобы определить значение начальной температуры, создан следующий метод. Создадим 100 случайных решений и модифицируем их. Затем определим модуль разности их параметров степени разрозненности $|R(\vec{r}^*) - R(\vec{r}_i)|$. В результате получаем 100 значений разности параметров. Определим квантиль множества на уровне 90%.

Начальную температуру требуется выбирать такой, чтобы вероятность перехода на решение хуже текущего была близка к 1. Делим значение квантиля на уровне 90% на 0,01 и получаем начальную температуру, при которой в 90% случаях вероятность перехода на решение хуже текущего будет больше 0,99.

4. Функция понижения температуры. Воспользуемся функцией $t_k = \alpha t_{k-1}$, $\alpha \in (0,1)$.

5. Критерий завершения поиска решения. Определенное количество понижений температуры.

Расчет маршрутов

Проведен расчет набора маршрутов для полярной низкоорбитальной спутниковой системы. Используются следующие параметры метода: параметр функции понижения температуры $\alpha = 0,7$, количество итераций перед понижением температуры – 50, остановка поиска после 50 понижении температуры, значение $N_{\max} = 4$.

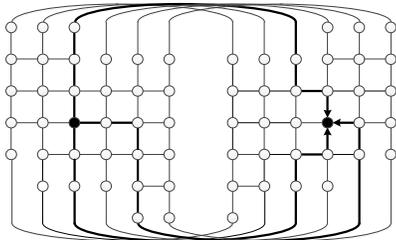


Рис. 1. Набор из трех несовпадающих маршрутов.

На рис. 1 показан набор из трех несовпадающих маршрутов, найденных с помощью предложенного метода.

Выводы

В работе предложен метод поиска набора маршрутов, у которых минимум общих линий. Проведен подбор параметров метода и приведен расчет маршрутов.

Литература

1. Taft-Plotkin N. et al. Quality of Service Routing using Maximally Disjoint Paths // IWQoS '99. 1999 Seventh International Workshop on Quality of Service, 1999. — p. 119 - 128.
2. Tsitsiklis J., Bertsimas D. Simulated Annealing // Statistical Science, Vol. 8, No. 1, 1993. — p. 10 - 15.

THE METHOD FOR FINDING SET OF ROUTES WITH MINIMUM NUMBER OF COMMON LINES

Ivanov V.I.

Moscow Technical University of Communication and Informatics (MTUCI), ivanovvi89@gmail.com

This paper proposes the method for finding set of routes for multipath routing.

Key words: multipath routing, NP complexity, optimization, simulated annealing.

РАСПРЕДЕЛЕННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИЕЙ О МЕСТОПОЛОЖЕНИИ АБОНЕНТОВ НИЗКООРБИТАЛЬНОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

Иванов В.И.

Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), ivanovvi89@gmail.com

Предложен метод распределенного управления информацией о местоположении абонентов низкоорбитальной спутниковой системы.

Ключевые слова: спутниковые системы, низкая земная орбита, управление местоположением, маршрутизация.

Введение

Спутниковые системы связи (ССС) могут обеспечивать глобальное покрытие и используются в труднодоступных местах на планете, где нет наземной инфраструктуры связи, либо используются как резервный канал в случае отказа наземных линий связи.

Один из видов СССР – низкоорбитальные спутниковые системы (НСС). У НСС наименьшая задержка распространения сигнала и наименьшая требуемая мощность для передачи сигнала по сравнению с остальными спутниковыми системами. У низкоорбитального спутника наименьшая площадь области покрытия, поэтому для обеспечения глобального покрытия необходимо использовать спутниковую группировку из большого числа спутников. Спутники НСС обычно связаны между собой межспутниковыми линиями и являются маршрутизаторами. В результате спутниковая группировка представляет собой сеть связанных спутников.

Для передачи данных требуется знать спутник, к которому подключен абонентский терминал. Сложность определения спутника определяется двумя причинами:

1. Абонентские терминалы находятся в области покрытия одного спутника незначительное время, порядка нескольких минут.
2. В НСС терминал часто находится в области покрытия нескольких спутников, между которыми терминал может непредсказуемо переключаться. Переключение происходит в основном из-за перекрытия линий видимости спутников рельефом и/или постройками.

За определение спутника терминала, т.е. его местоположения, отвечает управление информацией о местоположении абонентов (УИюМА). Существующие методы УИюМА используют земные станции (ЗС) для хранения базы данных местоположений абонентских терминалов [1 – 4]. На текущий момент в литературе не освещены методы без использования ЗС, где местоположения абонентов хранятся распределенно на спутниках.

В данной работе предлагается распределенный метод, где УИюМА производится полностью спутниковой группировкой без обращения к наземному сегменту.

Принцип действия метода

Метод УИюМА состоит из метода обновления (рассылки) местоположений и метода запроса местоположений.

Рассмотрим метод обновления местоположений. Местоположение абонентского терминала – это спутник, в области покрытия которого зарегистрирован терминал. Информация о местоположении терминала состоит из: идентификатора терминала, идентификатора спутника, в области покрытия которого зарегистрирован терминал, географических координат терминала, времени определения местоположения.

Обновление местоположения – это рассылка нового местоположения терминала определенному набору спутников. Обновление местоположения происходит после того, как терминал переключился на новый спутник. Новое местоположение терминала рассылает новый спутник. Спутники, которым новый спутник рассылает местоположение, назовем группой рассылки.

В группу рассылки входят следующие спутники:

1. Предыдущий спутник до переключения на новый спутник.
2. Все спутники теоретически видимые терминалом.
3. Все спутники, которые находятся одновременно в пределах N скачков от всех теоретически видимых спутников.

Теоретические видимые спутники – это спутники, которые может видеть терминал, если не учитывать рельеф и погодные условия. Спутники в пределах N скачков – это спутники, у которых количество линий в кратчайшем маршруте до нового спутника меньше или равно N .

Группа рассылки изображена на рис. 1. Полностью закрашенные круги – это видимые терминалом спутники. Если взять $N = 0$, то получим, что новое местоположение рассылается только видимым спутникам. При $N = 2$ в группу рассылки входят видимые спутники и спутники, заштрихованные линиями. При $N = 3$ в группу рассылки входят еще и спутники, обозначенные клетчатой штриховкой. При $N = N_{max}$, где N_{max} – количество линий наиболее длинного кратчайшего пути в системе, все спутники системы узнают о новом местоположении терминала.

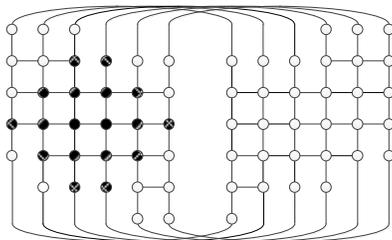


Рис. 1. Группа рассылки.

Местоположение на спутнике может долго не обновляться, тогда оно, скорее всего, будет недействительным. Поэтому, когда происходит запрос местоположения терминала у спутника, проверяется его правильность. Метод проверки следующий:

1. Проверяем время существования записи о местоположении. Если время больше максимального времени нахождения терминала в области покрытия спутника, местоположение считается недействительным. Если нет, то переходим к следующей проверке.
2. Проверяем, может ли точка с координатами терминала из записи о местоположении находится в области покрытия спутника из записи о местоположении. Если да, то переходим к следующей проверке.
3. Проверяем, принадлежит ли спутник, который проверяет местоположение терминала, к группе рассылки спутника в записи о местоположении терминала. Если это условие выполняется, то местоположение терминала считается действительным. Значит, спутник может отправить ответ на запрос местоположения.

Рассмотрим метод запроса местоположения. Спутник начинает искать местоположение тогда, когда терминал в его области покрытия отправляет запрос на связь с другим терминалом. Назовем этот спутник спутником-отправителем. Если у спутника-отправителя есть действительное местоположение терминала, то терминалу отправляется разрешение на связь. Если местоположения нет, то спутник рассылает запрос всем остальным спутникам системы. Если есть устаревшее местоположение, то спутник использует следующий метод рассылки. В информации о местоположении хранятся старые координаты терминала. Терминал мог вообще не перемещаться или перемещаться относительно медленно, тогда по старым координатам терминала спутник определяет набор видимых спутников, выбирает ближайший видимый спутник и

отправляет пакет запроса на этот спутник вместо рассылки запроса всем спутникам системы.

Промежуточный спутник, когда получает запрос местоположения, проверяет, есть ли у него местоположение искомого терминала. Если есть правильное местоположение, то спутник отправляет ответ. Если местоположения нет, то пересылает запрос дальше. Если есть устаревшее местоположение, то, если спутник-отправитель отправлял запрос всем спутникам или отправил запрос местоположения по устаревшему местоположению и это местоположение старше, чем устаревшее местоположение у промежуточного спутника, то промежуточный спутник по устаревшему местоположению в своей базе данных рассчитывает спутник для отправки запроса и пересылает запрос этому спутнику. Если местоположения вообще нет, то спутник пересылает запрос по маршруту в пакете запроса.

Когда пакет запроса приходит к спутнику, определенному по устаревшему местоположению, спутник проверяет, есть ли у него действительное местоположение терминала. Если есть, то спутник отправляет пакет ответа с местоположением искомого терминала. Если у спутника нет действительного местоположения, то он отправляет запрос оставшимся видимым спутникам. Те спутники проверяют, есть ли у них действительное местоположение, и, если есть, то отправляют ответ.

Спутники могут располагать устаревшими местоположениями практически всех терминалов системы. Они их получают при обновлении местоположения терминалов и из пакетов запроса и ответа. Например, если спутник рассылает запрос всем спутникам, то большое количество спутников узнает о местоположении терминала, для которого запрашивается местоположения. Поэтому спутники в большинстве случаев обладают устаревшим местоположением терминала, а значит отправка запроса в большинстве случаев, вместо рассылки запроса всем спутникам, производится только одному спутнику.

После отправки запроса спутник-отправитель определенное время ожидает ответа. В работе время выбрано равным задержке самого длинного пути в системе, умноженной на 2,5. Если в течение этого времени ответ не приходит, то из-за опрарки по старому местоположению, возможно, не все спутники получили пакет запроса. В этом случае спутник-отправитель рассылает пакет запроса всем спутникам с пометкой не отправлять его спутникам, определенным по старому местоположению. Тогда все спутники системы гарантированно получают запрос. Если ответ на повторно отправленный запрос не приходит, то терминал не доступен, и спутник отправляет сообщение терминалу об отказе передачи данных.

Результаты моделирования

Выбрано 4 метода для сравнения с предложенным: Jingling [1], Tsunoda [2], Atiqzaman [3], Zhang [4]. Методы обозначены именем одного из авторов в публикациях. Для оценки методов моделируется полярная низкоорбитальная спутниковая система с параметрами аналогичными спутниковой системе Iridium. Моделируется 100 терминалов. Терминалы равномерно распределены по поверхности земли. Каждый терминал отправляет запрос на связь. Поток запросов является Пуассоновским. Моделирование проведено для диапазона интенсивностей запросов от каждого терминала от 0 до 100 запросов в час.

Задержка предложенного метода (рис. 2) падает с увеличением интенсивности запросов, так как с увеличением интенсивности запросов растет количество спутников, которым рассылается местоположение терминала. У предложенного метода при интенсивности до 34 запросов в час задержка ответа больше, чем у метода Zhang, и меньше по сравнению с остальными методами. После 34 запросов в час у предложенного метода минимальная задержка.

На рис. 3 изображены графики зависимости отношения суммарного количества пакетов других методов к предложенному методу. В диапазоне от 4 до 60 запросов в час количество пакетов остальных методов составляет не меньше, чем 74% от количества пакетов предложенного метода. До интенсивности 4 запроса в час у методов Tsunoda и Zhang количество пакетов близко к 0 и значительно меньше, чем у предложенного метода. После 60 запросов в час у предложенного метода минимальное количество пакетов.

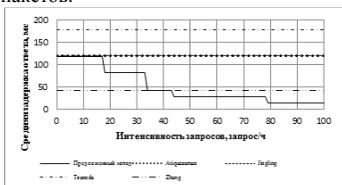


Рис. 2. Средняя задержка ответа.

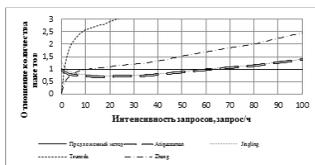


Рис. 3. Отношение суммарного количества пакетов.

Выводы

Предложенный метод вместе с распределенным алгоритмом маршрутизации для НСС позволяет реализовать весь процесс маршрутизации, т.е. определение спутника абонента и расчет маршрута к спутнику, полностью в пределах спутниковой группировки без обращения к наземному сегменту. Моделирование показало, что предложенный метод не уступает в плане количества служебных сообщений и времени ожидания ответа на запрос местоположения современным методам с использованием ЗС, а при высокой интенсивности запросов местоположения предложенный метод превосходит остальные.

Литература

1. Wang Jinglin, Cao Zhigang. Research on Hierarchical Location Management Scheme in LEO Satellite Networks // Future Computer and Communication (ICFCC), 2010 2nd International Conference on (Volume: 1), 21-24 May 2010. — p. V1-127 - V1-131.
2. Tsunoda H. et al. Supporting IP/LEO Satellite Network by Handover-Independent IP Mobility Management // Selected Areas in Communications, IEEE Journal on (Volume: 22, Issue: 2), Feb. 2004. — p. 300-307.
3. Atiquzzaman M. et al. TraSH-SN: A Transport Layer Seamless Handoff Scheme for Space Networks // NASA Earth Science Technology Conference (ESTC), 2004.
4. Qing Guo, Zhu Zhang. An IP Mobility Management Scheme With Dual Location Areas for IP/LEO Satellite Network // Journal of Zhejiang University SCIENCE C, May 2012. — p. 355 - 364.

THE DISTRIBUTED METHOD FOR LOCATION INFORMATION MANAGEMENT OF SUBSCRIBERS IN LOW EARTH ORBIT SATELLITE SYSTEM

Ivanov V.I.

Moscow Technical University of Communication and Informatics (MTUCI), ivanovvi89@gmail.com

Distributed method for subscriber's location information management in low earth orbit satellite system is proposed.

Key words: satellite systems, low earth orbit, location management, routing.

КОНЦЕПЦИЯ ПРОГРАММНО-КОММУТИРУЕМЫХ СЕТЕЙ И АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Ивашиненко Е.А., Смагин П.В.

Российский университет дружбы народов, eaivashinenko@gmail.com, smaginp@yandex.ru

В *оскладе рассматривается концепция программно-коммутируемых сетей SDN, основные ее преимущества и недостатки, а также анализируются актуальные задачи, которые необходимо решить для ее внедрения концепции.*

Ключевые слова: SDN, OpenFlow, транспортная сеть, облачные сервисы.

Введение

За последние три десятилетия вычислительные технологии сделали огромный шаг вперед, вместе с тем базовые сети, которые являются одним из важнейших компонентов всей инфраструктуры в обществе, остались практически неизменными. Традиционные подходы к проектированию сетей стали слишком сложными, громоздкими и закрытыми. Они являются препятствием для создания инновационных услуг в отдельных центрах обработки данных, во взаимосвязанных центрах обработки данных, и еще большим барьером для дальнейшего развития сетей [1]. Основной причиной ограничения сети компании является то, что она построена с использованием коммутаторов, маршрутизаторов и других устройств, которые стали чрезвычайно сложными, поскольку они реализуют все большее количество распределенных протоколов и используют собственные закрытые интерфейсы.

SDN принципиально отличается от других сетевых технологий, поскольку она абстрагирует всю аппаратную сложность, отделяя функцию управления сетью от функции передачи данных. Основной идеей SDN является следующее: посредством создания специального программного обеспечения, функционирующего на отдельном компьютере и контролируемого администратором сети, перехватить управление маршрутизаторами и коммутаторами, при этом существующее сетевое оборудование не должно быть изменено.

Концепция программно-конфигурируемых сетей не нова, однако только сейчас ее можно воспринимать всерьез в качестве альтернативы негибкой аппаратно-ориентированной сети, альтернативы с новым уровнем скорости и производительности.

Архитектура SDN

В основу архитектуры SDN, представленной на рис. 1., заложены три уровня: инфраструктурный уровень, на котором работают сетевые коммутаторы и каналы передачи данных, уровень управления, который обеспечивает механизмы управления устройствами инфраструктурного уровня, и уровень сетевых приложений.

Даная архитектура обеспечивает логическую централизацию управления, что в конечном итоге создает ряд преимуществ, направленных на упрощение плоскости передачи данных, проблем сходимости протоколов маршрутизации, а как следствие, и самого процесса маршрутизации [2]. Также появляются возможности управления качеством передачи данных и использования более простых устройств. Еще одним положительным аспектом является повышение эффективности распределения ресурсов и размещения сервисов в сети, а также обеспечение более высокого уровня безопасности.

Сети превращаются в открытый, программируемый компонент большой облачной инфраструктуры. SDN предоставляет владельцам сети и операторам больше контроля над их инфраструктурой, что позволяет оптимизировать и сокращать общие капитальные и эксплуатационные расходы [3]. Но вместе с тем концепция SDN наделена

и рядом недостатков, среди которых можно выделить следующие: разделение уровня инфраструктуры и уровня контроля крайне усложняет модель отказов, при этом элемент из первого уровня выполняет все действия, которые ему передает контроллер, никаких самостоятельных решений он не принимает. Контроллер же в свою очередь должен реагировать на все события сети. Данный аспект приводит к возникновению еще большей проблемы: при сбое в работе контроллера, вся сеть перестает функционировать.

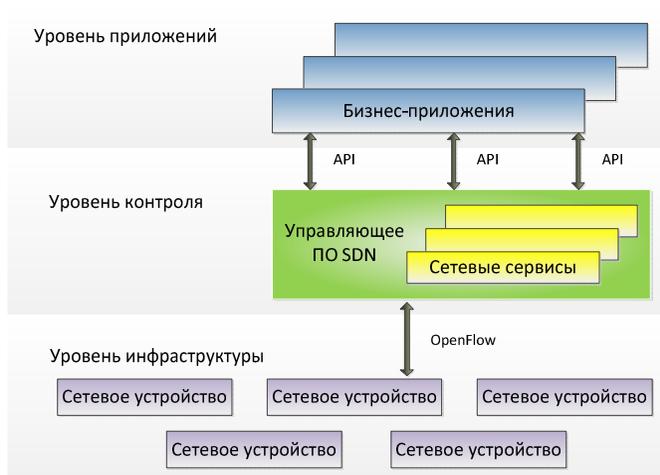


Рис. 1. Архитектура SDN

Актуальные задачи при внедрении SDN

Большинство из вышеперечисленных проблем, в конечном счете, упираются в ряд задач, сфокусированных на расчете показателей качества обслуживания в сети. Вопрос возможностей масштабируемости сети напрямую зависит от производительности узлов, и, следовательно, нужно уметь рассчитывать оптимальные значения размера буфера, минимальную производительность управляющего элемента SDN сети [4], расчет скорости передачи сообщений и вероятности их блокировки при передаче между узлами [5, 6]. Время обмена сообщениями между узлами сети также является одним из факторов, которые критично сказываются на пропускной способности и быстродействии сети. Одним из решений является использование технологии SDN с интегрированным механизмом сжатия пакетного заголовка [7]. Проблемы оперативной адаптации сети к непредвиденным изменениям ее топологии, ресурсозатратности трансляции адреса, недостаточной гибкости в рамках обеспечения передачи сообщений ближайшему узлу, предлагается решать путем использования протокола OpenFlow, который является частью концепции SDN [8].

Посредством простоты своей концепции SDN открывает большой потенциал для построения на ее основе более сложных систем, а декомпозиция передающих и управляющих элементов данной сети – для инноваций. Возрастающий интерес к SDN, наряду с существующими недостатками данной сети приводят к возникновению актуальных вопросов и множеству новых направлений в изучении, усовершенствовании и внедрении программно-конфигурируемых сетей. Актуальность исследования

подтверждается также и заинтересованностью крупнейших компаний современного рынка информационных технологий и множеством успешных SDN-стартапов.

Опасаясь потерять своих клиентов, Cisco, IBM и другие крупные поставщики сетевого оборудования, быстро стали осваивать новый тренд – SDN [9,10]. HP и Dell также исследуют SDN для того чтобы, во-первых, сохранить существующих клиентов, и во-вторых, попытаться заполучить новых [11]. Наряду с этим, появляется много новых поставщиков сетевого оборудования - такие компании, как Pica8, NoviFlow, Plexxi и Big Switch Networks начинают выпускать коммутаторы, которые способны обеспечить высокую скорость работы и высокую пропускную способность при относительно простом оборудовании в сочетании с программным сервером SDN, что позволит компаниям конкурировать с Cisco и Juniper [12].

Литература

1. "Software defined networking: The new norm for networks," White Paper, Open Networking Foundation, 2012.
2. Thomas D. Nadeau; Ken Gray, "SDN: Software Defined Networks", O'Reilly Media, 2013
3. "Techno-economic analysis of software defined networking as architecture for the virtualization of a mobile network", Bram Naudts, Mario Kind, Fritz-Joachim Westphal, Sofie Verbrugge, Didier Colle, Mario Pickavet, IBBT, Ghent, Belgium, 2012
4. "Performance Evaluation of a Scalable Software-Defined Networking Deployment", Siamak Azodolmolky, Philipp Wieder and Ramin Yahyapour, GWDC, 2013
5. "An Analytical Model for Software Defined Networking: A Network Calculus-based Approach", Siamak Azodolmolky, Reza Nejabatiz, Maryam Pazouki y, Philipp Wieder, Ramin Yahyapour and Dimitra Simeonidou, GWDC, 2013
6. "Performance Analysis of Software-Defined Networking (SDN)", Gelberger, A., Yemini, N., Giladi, R., Modeling, Analysis & Simulation of Computer and Telecommunication Systems (MASCOTS), 2013
7. "Better network latency with end-to-end header compression in SDN architecture", Jivorasetkul, S, Shimamura, M. ; Iida, K, Japan, 2013
8. "Performance Analysis of Load-Aware Anycasting based on OpenFlow", Jingguo Ge, Chuan Du, Yulei Wu, Yuepeng E, Junling You, Computer Network Information Center, Chinese Academy of Sciences, 2013
9. "Software Defined Network for Virtual Environments in IBM", <http://www-03.ibm.com/systems/networking/sdn/>
10. "Software-Defined Networking: Why We Like It and How We Are Building On It", White Paper, Cisco, 2013
11. "Software Defined Networking. A Dell Point of View", <http://i.dell.com/sites/doccontent/business/large-bus, 2012>
12. "SDN will change the world of network professionals", Clive Longbottom

DESIGN PROBLEMS OF SOFTWARE-DEFINED NETWORKS

Ivashinenko E.A., Smagin P.V.

Peoples Friendship University of Russia, eaivashinenko@gmail.com, smaginpv@gmail.com

The paper deals with the concept of software-defined networks, its main advantages and disadvantages. The current design problems were analyzed.

Key words: SDN, OpenFlow, transport network, cloud services.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ SIP-СЕРВЕРА В ВИДЕ МОДЕЛИ ПОЛЛИНГА С ШЛЮЗОВОЙ ДИСЦИПЛИНОЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ И ПОРОГОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Петров Ю.А.

Российский университет дружбы народов, petrov.yu.a@gmail.com

В работе исследована модель поллинга с шлюзовой дисциплиной обслуживания и одним порогом управления уровня контроля перегрузок.

Ключевые слова: SIP, поллинг, математическое моделирование, гистерезисное управление, шлюзовая дисциплина обслуживания.

Введение

Производительность серверов обработки вызовов определяется количеством вызовов, которые способен обслужить сервер в единицу времени. Когда интенсивность вызовов превышает пропускную способность сервера, он переходит в режим перегрузки, время ожидания обслуживания на сервере увеличивается. Клиент ждет ответа на запрос и, не дождавшись, отправляет повторный запрос на установление соединения. Это приводит к еще большему увеличению входной нагрузки на сервер и усугубляет перегрузку. В этой ситуации при отсутствии метода контроля перегрузки производительность сервера резко ухудшается. SIP-прокси-серверы, являющиеся основными элементами, выполняющим функции установления/поддержки/разъединения соединения в сетях IP-телефонии, могут быть подвержены резкому увеличению входной нагрузки по ряду причин: из-за сбоях на элементах сети, во время проведения телевизионных шоу или при умышленных DoS-атаках.

Протокол SIP предусматривает базовый метод управления перегрузками, который использует код ошибки 501 (Not Implemented) и 503 (Service Unavailable). Однако, в части механизма контроля перегрузок до сих пор имеются существенные недоработки. Данная проблема может быть решена посредством использования специальных методов, направленных на контроль перегрузки SIP-сервера в сети, одним из которых является поллинг.

Математическая модель

В работе построена модель SIP-сервера в виде системы поллинга с двумя очередями, шлюзовой дисциплиной обслуживания и пороговым управлением.

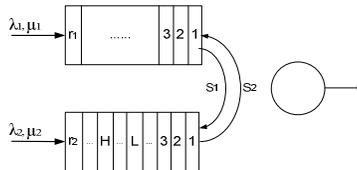


Рис. 1. Схема модели поллинга с двумя очередями, шлюзовой дисциплиной обслуживания и пороговым управлением

Рассматриваемая система поллинга представляет собой систему массового обслуживания с двумя очередями и одним обслуживающим. Прибор обслуживает очереди в случайном порядке с заданными интенсивностями переходов от одной очереди к другой. Согласно разработанному автором лексико-графическому порядку, матрица интенсивностей переходов представима в трехдиагональном блочном виде.

Формулы для вычисления среднего количества заявок в системе и вероятности блокировки по времени представлены ниже.

Среднее число 1-заявок в системе:

$$N_1 = \sum_{n_1=0}^{\eta_1} \sum_{n_2=0}^{\eta_2} \sum_{m=0}^{\eta_1} p(1, p(n_2), m, n_1, n_2) * n_1 + \sum_{n_1=0}^{\eta_1} \sum_{n_2=0}^{\eta_2} \sum_{m=0}^{\eta_1} p(2, p(n_2), m, n_1, n_2) * n_1. \quad (1)$$

Среднее число 2-заявок в системе:

$$N_2 = \sum_{n_1=0}^{\eta_1} \sum_{n_2=0}^{\eta_2} \sum_{m=0}^{\eta_1} p(1, p(n_2), m, n_1, n_2) * n_2 + \sum_{n_1=0}^{\eta_1} \sum_{n_2=0}^{\eta_2} \sum_{m=0}^{\eta_1} p(2, p(n_2), m, n_1, n_2) * n_2. \quad (2)$$

Среднее число заявок во всей системе:

$$N = N_1 + N_2. \quad (3)$$

Вероятность блокировки:

$$B = \sum_{m=0}^{r_1} p(1, p(n_2), m, r_1, r_2) + \sum_{m=0}^{r_2} p(2, p(n_2), m, r_1, r_2). \quad (4)$$

При численном эксперименте использованы следующие значения параметров:

- $r_1 = 10$ – размер первой очереди;
- $r_2 = 10$ – размер второй очереди;
- $\mu_1^{-1} = 4$ мс – среднее время обслуживания 1-заявок;
- $\mu_2^{-1} = 10$ мс – среднее время обслуживания 2-заявок;
- $S_1^{-1} = 0.1$ мс – среднее время перехода обслуживающего устройства из второй очереди в первую;
- $S_2^{-1} = 0.1$ мс – среднее время перехода обслуживающего устройства из первой очереди во вторую;
- $L=4$ – порог нижнего уровня контроля перегрузок;
- $H=7$ – порог верхнего уровня контроля перегрузок;

Интенсивности поступления первых и вторых заявок связаны следующим отношением: $\lambda_1 = 6 * \lambda_2$; $\lambda_2 = \lambda_2/2$ – сниженная интенсивность поступления заявок второго типа при статусе перегрузки $p=1$. Исходные данные для проведения численного анализа взяты автором из источника [1].

На рис.2 и рис.3 представлены результаты расчётов.

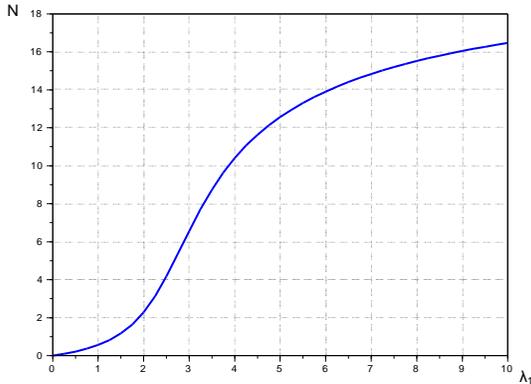


Рис. 2. Зависимость среднего числа заявок в системе от интенсивности поступления заявок первого типа для шлюзовой дисциплины обслуживания

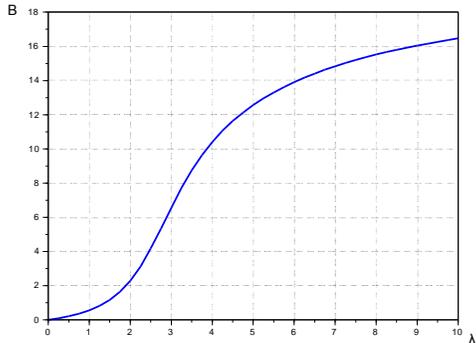


Рис. 3. Зависимость вероятности блокировки системы от интенсивности поступления заявок первого типа для шлюзовой дисциплины обслуживания

Выводы

В работе получены следующие основные результаты. Построена и исследована математическая модель системы поллинга с двумя очередями и пороговым управлением. Разработан лексико-графический порядок, позволяющий представить матрицу интенсивностей переходов марковского процесса в трехдиагональном блочном виде. Получены формулы для вычисления вероятностно-временных характеристик системы – среднего числа заявок каждого типа в системе и вероятности блокировки системы.

Литература

1. *Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е.* Гистерезисное управление нагрузкой в сетях сигнализации (статья, журнал ВАК) // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика.»» – М.: Изд-во РУДН. – 2011. – №4.
2. *Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р.* Модель SIP-сервера с дисциплинами шлюзового и исчерпывающего обслуживания очередей (статья, журнал ВАК) // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика.»» – М.: Изд-во РУДН. – 2013. – №1.
3. *Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р., Болотова Г.О.* Разработка модели функционирования SIP-сервера в виде системы поллинга с дисциплиной шлюзового обслуживания (статья, журнал ВАК) // Т-Comm - Телекоммуникации и Транспорт. - 2013. - №7.
4. *Abaev P.O., Gaidamaka Yu.V., Pechinkin A.V., Razumchik R.V., Shorin S.Ya.* Simulation of overload control in SIP server networks (текст доклада, междунар. конф.) // Proc. of the 26th European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2012 (May 29 - June 1, 2012, Koblenz, Germany). – Germany, Koblenz. – 2012.
5. *Вишневецкий В. М., Семенова О. В.* Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях — М.: Техносфера, 2007.

CREATING A MODEL OF SIP-SERVER BASED ON A GATED POLLING DISCIPLINE AND THRESHOLD CONTROL

Petrov Yu.A.

Peoples Friendship University of Russia, petrov.yu.a@gmail.com

This work considers a model of gated polling discipline and one threshold of overload control.

Key words: SIP, polling, mathematic modelling, hysteresis control, gated discipline of serving.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВ RQ – СИСТЕМ M|GI|1 С ПРИОРИТЕТОМ ПОСТУПАЮЩИХ ЗАЯВОК В СЛУЧАЕ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ

Черникова Я.Е.

НИ ТГУ, Национальный исследовательский Томский государственный университет,
evgenevna.92@mail.ru

В данной работе проводится исследование RQ – системы с приоритетом поступающих заявок в случае неограниченной пропускной способности.

Ключевые слова: RQ – система, пропускная способность, источник повторных вызовов, приоритет поступающих заявок.

Введение

В теории систем массового обслуживания [1–3] различают системы с очередью, бесконечно линейные, с потерями, смешанные, но особый интерес представляют системы с повторными вызовами. (Retrial Queue Systems или RQ – системы). RQ – системы являются адекватными для описания телефонных сетей, для анализа и исследования процессов функционирования телекоммуникационных и компьютерных сетей, транспортных систем и др. Первые системы с повторными вызовами описаны Г. Гоштони [4], Дж. Темполтоном. Также исследованием RQ– систем занимаются Дж. Арталехо, Г. И. Фалин, Ю. И. Сухарев.

Большой интерес представляет ситуация, когда заявка нашедшая прибор занятым в момент прибытия ее в систему пользуется приоритетом по отношению к заявке, находящейся на обслуживании, то есть вытесняет ее. В работе [5] была рассмотрена RQ – системы M|GI|1|R с приоритетом первичных поступающих из внешнего источника заявок.

Настоящая работа посвящена исследованию RQ – системы M|GI|1 с приоритетом заявок, поступающих как из внешнего источника так и из источника повторных вызовов в случае неограниченной пропускной способности.

Постановка задачи

Рассмотрим RQ – систему M|GI|1 с приоритетом поступающих заявок (Рисунок 1).

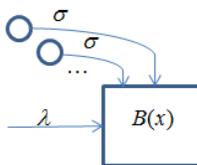


Рис. 1. Схема системы массового обслуживания.

На вход однолинейной системы поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Требование, заставшее прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени с функцией распределения $B(x)$. Если прибор занят, то поступившая заявка вытесняет обслуживаемую и сама встает на прибор, а заявка, которая обслуживалась переходит в ИПВ, где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь встает на прибор. Если прибор свободен, то заявка занимает его на случайное время обслуживания, если же он занят, то заявка из ИПВ вытесняет обслуживаемую и сама встает на прибор, а которая стояла на приборе уходит в ИПВ.

Обозначим $i(t)$ – число заявок в ИПВ, $k(t)$ определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен,} \\ 1, & \text{если прибор занят.} \end{cases}$$

Ставится задача нахождения стационарного распределения вероятностей числа заявок в ИПВ и состояний прибора.

Так как процесс $\{k(t), i(t)\}$ не является марковским, то рассмотрим процесс с переменным числом компонент.

Если $k(t) = 0$, то рассматриваем процесс $\{k(t), i(t)\}$. Если $k(t) = 1$, то рассматриваем процесс $\{k(t), i(t), z(t)\}$, где $z(t)$ остаточное время от момента t до момента окончания полного бесконфликтного обслуживания.

Исследование системы

Обозначим $P\{k(t) = 0, i(t) = i\} = P_0(i, t)$ вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии 0 и в источнике повторных вызовов находится i заявок; $P\{k(t) = 1, i(t) = i, z(t) < z\} = P_1(i, z, t)$ вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии 1, остаточное время обслуживания меньше z и в источнике повторных вызовов находится i заявок.

Пропускной способностью S будем называть максимальное среднее число заявок, которые может обслужить система в единицу времени [6].

Разработан численный алгоритм нахождения двумерного распределения вероятностей $P_k(i)$ состояний k обслуживаемого прибора и i числа заявок в ИПВ.

Были рассмотрены многочисленные примеры численной реализации распределения вероятностей $P(i) = P_0(i) + P_1(i)$ для различных функций распределения $B(x)$ и различных значений параметров λ и σ .

В частности рассмотрена взвешенная сумма гамма и экспоненциального распределений:

$$B^*(x) = q\left(1 + \frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha} + (1 - q)\left(1 + \frac{x}{\gamma}\right)^{-1},$$

в котором заданы положительные параметры α, β, γ и $0 \leq q \leq 1$.

По распределению $P(i)$ найдены первые три момента

$$\begin{aligned} a_1 &= \sum_{i=0}^N iP(i), \\ a_2 &= \sum_{i=0}^N (i - a_1)^2 P(i), \\ a_3 &= \sum_{i=0}^N (i - a_1)^3 P(i), \end{aligned}$$

Обозначим $F(x)$ функцию нормального распределения с моментами a_1 и a_2 , $P_2(i)$ – дискретное распределение неотрицательной величины, определяемое равенством

$$P_2(i) = [F(i + 1) - F(i)](1 - F(0))^{-1}, i \geq 1$$

будем называть гауссовской аппроксимацией или аппроксимацией второго порядка распределения $P(i)$.

Запишем следующее дискретное распределение вероятностей

$$P_3(i) = \frac{1}{d} h_3(u), 0 \leq i \leq N,$$

где

$$h_3(u) = \exp\left\{ju a_1 + \frac{(ju)^2}{2} a_2 + \frac{(ju)^3}{6} a_3\right\},$$

которое будем называть аппроксимацией третьего порядка распределения $P(i)$.

Выводы

Показано, что распределение $P(t)$, в случае неограниченной пропускной способности, при достаточно больших значениях величины задержки заявок в ИПВ, можно аппроксимировать нормальным распределением (аппроксимация второго порядка) и также хорошо аппроксимируется третьем порядком, причем аппроксимация третьего порядка точнее второй в несколько раз.

Литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.:КомКнига, 2007. – 336 с.
2. Кёниг Д., Рыков В., Штойян Д. Теория массового обслуживания (основной курс: марковские модели, методы марковизации): учебное пособие по математике для студентов специальности 0647 прикладная математика – М., 1979 г.
3. Кёниг Д., Штойян Д. Методы теории массового обслуживания. –М.: Радио и связь, 1981.
4. Гоштони Г. Сравнение вычисленных и моделированных результатов для пучков соединительных линий при наличии повторных попыток установления связи //8-ой ГТС, 1977. № 1. Р. 1–16.
5. P. P. Bocharov, O. I. Pavlova and d. A. Puzikova M| G| 1 |r retrieval queueing systems with primary customers, Mathematical and computer Modelling 30, No. 3 – 4, 89 – 98.
6. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория массового обслуживания. — М.: РУДН, 1995.

NUMERICAL STUDY OF SOME PROPERTIES RQ M| GI| 1 PRIORITY OF INCOMING REQUESTS IN CASES UNLIMITED THROUGHPUT

Chernikova Ja. E.

National research of Tomsk state University, evgenevna.92@mail.ru

In this paper we study RQ - system-priority applications in case of unlimited throughput.

Key words: RQ - system throughput, the source of repeated customers, the priority of incoming customers.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ SIP-СЕРВЕРА В ВИДЕ МОДЕЛИ ПОЛЛИНГА С ИСЧЕРПЫВАЮЩЕЙ ДИСЦИПЛИНОЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ И ПОРОГОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Шестакова А.А.

Российский университет дружбы народов, aashestakova91@gmail.com

В данной работе исследована модель поллинга с исчерпывающей дисциплиной обслуживания и двумя порогами управления уровня контроля перегрузок.

Ключевые слова: SIP, поллинг, математическое моделирование, гистерезисное управление, исчерпывающая дисциплина обслуживания.

Введение

Протокол инициирования сеансов - Session Initiation Protocol (SIP) является протоколом прикладного уровня и предназначается для организации, модификации и завершения сеансов связи: мультимедийных конференций, телефонных соединений и распределения мультимедийной информации. Востребованность и актуальность подобных услуг несут за собой возникновение перегрузок в сетях серверов, работающих по протоколу SIP. Исследования проблем перегрузок в сетях SIP-серверов ведутся на кафедре Систем телекоммуникаций РУДН с 2011 года [1-5].

Изначально в спецификации стандарта SIP был определен метод борьбы с перегрузками с помощью сообщений 501 (Not Implemented) и 503 (Service Unavailable), иницирующий повторную передачу сообщений. Однако, практика показала несовершенство данного метода. Для решения данной проблемы существуют специальные механизмы контроля перегрузки такие, как: «Retry-after» регулирование, регулирование загрузки процессора, пороговое управление, поллинг.

Математическая модель

В работе построена модель SIP-сервера в виде системы поллинга с двумя очередями, исчерпывающей дисциплиной обслуживания и пороговым управлением.

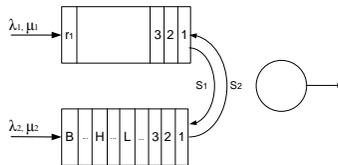


Рис.1. Схема модели поллинга с двумя очередями, исчерпывающей дисциплиной обслуживания и пороговым управлением

Рассматриваемая система поллинга представляет собой систему массового обслуживания с двумя очередями и одним обслуживающим прибором. Прибор обслуживает очереди в случайном порядке с заданными интенсивностями переходов от одной очереди к другой.

При использовании разработанного автором лексико-графического порядка, матрица интенсивностей переходов данной модели поллинга представима в трехдиагональном блочном виде, что позволяет применять к ней уже существующие методы решения.

Формулы для вычисления вероятностно-временных характеристик системы – среднего числа заявок в системе и вероятностей блокировки заявок – представлены ниже. Среднее число заявок в системе:

$$N = \sum_{k=1}^2 \sum_{n_1=0}^{r_1} \sum_{n_2=0}^{r_2} p(k, p, n_1, n_2) * (n_1 + n_2). \quad (1)$$

Вероятность блокировки системы:

$$B = \sum_{k=1}^2 p(k, p, r_1, r_2). \quad (2)$$

При численном эксперименте использованы следующие исходные данные:

- $\mu_1^{-1} = 4$ мс – среднее время обслуживания 1-заявок;
- $\mu_2^{-1} = 10$ мс – среднее время обслуживания 2-заявок;
- $S_1^{-1} = 0.1$ мс – среднее время перехода обслуживающего устройства из второй очереди в первую;
- $S_2^{-1} = 0.1$ мс – среднее время перехода обслуживающего устройства из первой очереди во вторую;
- $L=3$ – порог нижнего уровня контроля перегрузок;
- $H=7$ – порог верхнего уровня контроля перегрузок;

Интенсивности поступления первых и вторых заявок связаны следующим отношением: $\lambda_1 = 6 * \lambda_2$; $\lambda'_2 = \lambda_2/2$ – сниженная интенсивность поступления заявок второго типа при статусе перегрузки $p=1$. Исходные данные для проведения численного анализа взяты автором из источника [1].

На рис.2 и рис.3 представлены результаты расчётов.

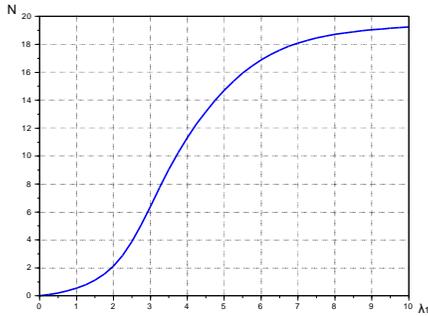


Рис.2. Зависимость среднего числа заявок в системе от интенсивности поступления заявок первого типа для исчерпывающей дисциплины обслуживания

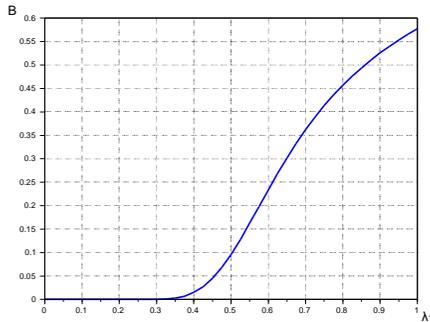


Рис. 3. Зависимость вероятности блокировки системы от интенсивности поступления заявок первого типа для исчерпывающей дисциплины обслуживания

Выводы

В работе получены следующие основные результаты.

1. Построена и исследована математическая модель системы поллинга с двумя очередями и пороговым управлением.
2. Разработан лексико-графический порядок, позволяющий представить матрицу интенсивностей переходов марковского процесса в трехдиагональном блочном виде.
3. Получены формулы для вычисления вероятностно-временных характеристик системы – среднего числа заявок каждого типа в системе и вероятности блокировки системы.

Литература

1. *Абаев П.О., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е.* Гистерезисное управление нагрузкой в сетях сигнализации (статья, журнал ВАК) // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика»» – М.: Изд-во РУДН. – 2011. – №4.
2. *Гайдамака Ю.В., Заринова Э.Р.* Модель SIP-сервера с дисциплинами шлюзового и исчерпывающего обслуживания очередей (статья, журнал ВАК) // «Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика»» – М.: Изд-во РУДН. – 2013. – №1.
3. *Гайдамака Ю.В., Заринова Э.Р., Вихрова О.Г.* Применение системы поллинга с исчерпывающей дисциплиной обслуживания к анализу SIP-сервера (статья, журнал ВАК) // Т-Comm - Телекоммуникации и Транспорт. - 2013. - №7.
4. *Abaev P.O., Gaidamaka Yu.V., Pechinkin A.V., Razumchik R.V., Shorgin S.Ya.* Simulation of overload control in SIP server networks (текст доклада, междунар. конф.) // Proc. of the 26th European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2012 (May 29 - June 1, 2012, Koblenz, Germany). – Germany, Koblenz. – 2012.
5. *Вишневецкий В.М., Семенова О.В.* Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях — М.: Техносфера, 2007.

CREATING A MODEL OF SIP-SERVER BASED ON A EXHAUSTIVE POLLING DISCIPLINE AND THRESHOLD CONTROL

Shestakova A. A.

Peoples Friendship University of Russia, aashestakova91@gmail.com

This work considers a model of exhaustive polling discipline and two thresholds of overload control.

Key words: SIP, polling, mathematic modelling, hysteresis control, exhaustive discipline of serving.

К ВОПРОСУ О ЗАДАЧЕ ДОСТАВКИ ГРУЗОВ

Блинов А.И.

Российский университет дружбы народов, artemkab@rambler.ru

В данной работе рассмотрена задача о доставке грузов с учетом актуальных требований транспортных компаний, применимых на практике.

Ключевые слова: транспортная задача, задача маршрутизации транспорта, маршрутизация перевозок, задача о доставке грузов.

Введение

В настоящее время с развитием общества наблюдается постоянный рост производства товаров, что влияет на развитие бизнеса, связанного с транспортной логистикой и экспедированием. В случае большого объема товара и количества транспорта перед сотрудниками компаний встает трудоемкая задача построения оптимальных маршрутов следования и загрузки ТС для удовлетворения потребностей клиентов.

К сожалению, классическая постановка задачи не учитывает реальные особенности работы транспортных предприятий, что делает невозможным применение классических моделей на практике. В связи с этим, были проанализированы основные потребности логистических компаний и выявлены наиболее актуальные особенности для постановки задачи доставки грузов, применимой на практике.

Классическая постановка задачи маршрутизации транспорта

Задача маршрутизации транспорта (ЗМТ) заключается в построении замкнутых маршрутов для нескольких ТС, проходящих через заданное множество целевых вершин, причем все маршруты должны начинаться и заканчиваться в одной точке называемой депо. Через каждую вершину должен проходить только один маршрут. Цель задачи – минимизировать общую стоимость объезда маршрутов. [2, 3]

Математическая постановка классической ЗМТ:

1. $G(V, E)$ – граф с набором вершин (V) и ребер (E).
2. $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ – множество всех вершин, где v_0 – депо (вершина, в которой начинаются и заканчиваются маршруты).
3. $V' = V \setminus \{v_0\}$ – множество из n целевых вершин.
4. C – матрица стоимостей передвижения между вершинами, где c_{ij} – стоимость переезда между вершинами v_i и v_j .
5. m – количество ТС.
6. $R_i = \{v_i, v_j, v_k, \dots\}$ – маршрут i -ого ТС.
7. $C(R_i)$ – стоимость маршрута R_i .
8. Задача маршрутизации состоит в определении такого множества маршрутов m с минимальной общей стоимостью, чтобы каждая вершина множества V была посещена только одним ТС и только один раз. Все маршруты должны начинаться и заканчиваться в депо. Целевая функция: $\sum_{i=1}^m C(R_i) \rightarrow \min$.

Локальные особенности

Учет характеристик ТС и перевозимого товара

В классической постановке задачи используется только однородный транспорт, что обычно не соответствует действительности. Каждое транспортное средство характеризуется набором параметров: габариты кузова и/или общий объем, грузоподъемность, разрешенный перечень типов перевозимых грузов. Введение данной особенности обусловлено физическими различиями ТС и является неотъемлемой частью решения задачи.

Множество депо и незамкнутый маршрут

Логистические компании, как правило, используют собственный и наемный транспорт, который может быть рассредоточен по всей территории. В связи с этим

актуальной особенностью задачи является наличие множества пунктов отправления (депо). Кроме того, возврат транспорта обратно в депо пустым становится невыгодным. Весьма востребованной особенностью ЗМТ является возможность построения незамкнутого маршрута, в связи с этим, места выезда и возврата ТС могут не совпадать.

Постановка задачи с учетом данной особенности требует количества депо равного или меньшего количеству ТС. Каждое ТС в начальный момент времени может находиться в определенном пункте следования или являться самостоятельным пунктом, в котором не производится загрузка/выгрузка товара. Также для каждого ТС добавляется дополнительный признак, характеризующий необходимость возврата в пункт отправления.

Возможность частичной загрузки/разгрузки ТС в пунктах следования

ТС может как забирать товар и транспортировать его на склад, так и принимать товар от других клиентов или со склада по пути следования. К примеру, крупные сетевые магазины могут перераспределять товар между точками продажи с учетом его потребности в определенный момент времени.

Для использования данного дополнения к постановке ЗМТ каждый пункт следования должен иметь два набора характеристик – грузы к отправлению из пункта и грузы к получению.

Стоит отметить, что при такой постановке ЗМТ появляется потребность в решении задачи распределения товаров, потому как удовлетворить потребности пунктов можно несколькими способами.

Транспортировка мультиноменклатурного груза

В классической постановке задачи используется только одна номенклатура для перевозки, что часто не соответствует действительности, потому как транспортируемый товар может быть различным.

В связи с этим, в постановке задачи используются такие характеристики товара, как масса, объем и тип товара.

Учет приоритета обслуживания пункта

Потому как в данной постановке задачи рассматривается различный, не однородный товар и ограниченное количество ТС, то при обслуживании пунктов необходимо учитывать приоритет их посещения за период планирования. Это обусловлено сроком годности товаров, срочностью выполнения заказа и другими факторами. В связи с тем, что количество ТС ограничено, в некоторых случаях не удастся посетить все пункты в рамках отведенного времени. Для решения данной проблемы можно использовать приоритет обслуживания.

С введением приоритета обслуживания суммарная стоимость транспортировки грузов может быть уменьшена за счет добавления грузов с более низким приоритетом в ТС, которые загружены не полностью.

Постановка задачи доставки грузов

В связи с фактами, перечисленными выше, появилась потребность описать транспортную задачу, которая включает в себя задачу маршрутизации транспорта и использует множество локальных особенностей двух задач для приближения постановки к практическому применению.

Опишем задачу доставки грузов следующей моделью – $\langle V, A, T, C, R \rangle$.

1. $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ – множество пунктов для приема/отправки груза. Для каждого пункта известно $v_i = (t_{i,m}, \tilde{t}_{i,m}, a_{i,t})$, где $t_{i,m} = t_{i,m}(m, tk, p)$, $\tilde{t}_{i,m} = \tilde{t}_{i,m}(m, tk, p)$ соответственно товар, который необходимо отправить/принять. Причем о каждом из товаров m известно количество упаковок tk и степень срочности (приоритет) $p \in (0,1)$, этого действия. $a_{i,t}$ – множество транспорта, который находится в данном пункте.

2. $A = \{a_1, \dots, a_k\}$ – множество транспортных средств, где каждый элемент характеризует его возможности $a_j = a_j(x_j, s_j, ab_j)$. Здесь x_j содержит информацию о допустимых типах перевозимых грузов, грузоподъемности и объеме кузова ТС. s_j -

стоимость проезда одного километра пути, причем для каждого ТС учитывается степень загрузки – пустой (порожний пробег), половина объема, полная загрузка, недоступен (либо в пути, либо на ремонте), ab_j – признак необходимости возврата в исходную точку по окончании маршрута.

3. $T = \{t_1, \dots, t_m\}$ – характеристики товаров, в перемещении которых возникла необходимость. $t_p = t_p(m, tm, tv, tt)$, где соответственно tm – название (код), tm – вес упаковки, tv – объем упаковки, tt – тип товара.

4. $C = (c_{i_1, i_2})$ – стационарная стоимость перевозки товара из пункта i_1 в пункт i_2 . Таким образом, стоимость перевозки состоит из суммарной стационарной стоимости перевозки по маршруту, умноженной на стоимость проезда транспортного средства.

5. $R = \{r_1, \dots, r_s\}$ – маршруты для ТС, где $r_i = \{0, \dots, v_1, \dots, v_h, \dots, 0\}$ – последовательность объезда пунктов.

По существующим требованиям к изменению состава товара следует удовлетворить требованиям пунктов с приоритетом, превышающим некоторое заданное значение p^* за определенный период времени при минимизации общей стоимости перевозки с построением маршрутов ТС.

Целевой функцией задачи является построение таких маршрутов R , что суммарная стоимость объезда пунктов следования минимальна, т.е. $\sum_{i=1}^s C(r_i) \rightarrow \min$, причем гарантируется доставка грузов с приоритетом выше p^* .

Заметим, что при p^* равном минимальному значению по всем положительным значениям p , задача сводится к расширенной транспортной задаче, в которой удовлетворяются все требования пунктов.

Выводы

Решение задачи маршрутизации транспорта очень актуально на сегодняшний день с учетом постоянно увеличивающегося потока грузов. За последние 50 лет было разработано множество методов решения задачи маршрутизации транспорта [5]. Но, тем не менее, проблема предприятий транспортной логистики сегодня стоит также остро, как и ранее. Это объясняется тем, что классическая постановка задачи не может быть применима на практике, потому как не учитывает множество особенностей реальной работы компаний, занимающихся транспортной логистикой. В связи с этим, в данной работе предприняты попытки улучшения постановки задачи для возможности ее применения на практике.

Литература

1. Blinov A.I., Tolmachev I.L. On transport task with due regard to real requirements // Вестник РУДН. Серия: математика, информатика, физика. №1, 2014. – стр. 106-112.
2. G. Clarke, J.W. Wright. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points // Operations Research, 12: 568-581, 1964.
3. Osman I.H. Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem // Ann. Oper. Res. 1993. Vol. 41. P. 421–451.
4. Дроздов, П.А. Основы логистики: учебное пособие. Минск: , 2008.
5. The VRP Web. URL: <http://neo.lcc.uma.es/vrp/>

ON A PROBLEM OF DELIVERY OF CARGOES

Blinov A.I.

Peoples' Friendship University of Russia, artemkab@rambler.ru

In this article we consider the problem of cargo delivery to meet current requirements of transport companies, applicable in practice.

Key words: transportation problem, vehicle routing problem, transportation routing, transport flow.

РАСПОЗНАВАНИЕ МАРКЕРОВ МЕТОДОМ SURF (SPEEDED-UP ROBUST FEATURES)

Боковой А.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, bokovoy@inbox.ru

В работе рассматривается метод распознавания маркеров на изображении, основанный на построении дескрипторов особых точек. Проводится анализ скорости работы алгоритма и устойчивости к искажениям.

Ключевые слова: анализ изображений, распознавание маркеров, особые точки, SURF.

Введение

В распознавании образов часто возникает проблемы, связанные с распознаванием заранее заданного объекта. В частности, в робототехнике существует задача распознавания маркера приземления беспилотного летательного аппарата (БПЛА) на основе анализа изображения с видеокамеры. Маркером, в данном контексте, называют изображение, выделяющееся среди других объектов на сцене. Например, маркером можно назвать изображение окружности черного цвета на белом фоне с крестом внутри нее. Поскольку БПЛА постоянно находится в движении и видео передается по беспроводному каналу, то изображение, полученное с видеокамеры, может быть зашумлено, искажено или частично потеряно. Если маркер присутствует на изображении, то он может быть виден с разных сторон, в перспективе или может быть частично скрыт. Для решения такой задачи, хорошо подходит метод SURF, основанный на выделении дескрипторов изображения.

Выделение особых точек

Особыми точками (interest points) [1] считаются точки на изображении (пиксели), значения яркости которых достигают локального минимума или максимума. Для нахождения особых точек, используется двумерная функция Гаусса от двух переменных, а точнее ее вторые производные по направлениям xx, uu, xu . Вычисляя свертки вторых производных функций Гаусса и заданной функции можно найти число, характеризующее изменение яркости конкретной точки относительно точек в заданной окрестности по направлениям xx, uu, xu . Масштаб окрестности определяется коэффициентом σ , который является одним из аргументов функции Гаусса.

Для того, чтобы учесть изменение яркости точки по всем направлениям, необходимо найти определитель матрицы Гессе, элементами которой являются свертки вторых производных функций Гаусса и заданной функции. Особыми точками будут являться точки, в которых определитель матрицы Гессе будет достигать локального минимума или максимума.

Если представить изображение в виде матрицы, элементами которой будут являться яркости соответствующих пикселей, то, после дискретизации, также можно выделить особые точки. Для увеличения производительности алгоритма при масштабировании, исходная матрица преобразуется к интегральному виду (integral image) [2], что позволяет вычислять яркость произвольной прямоугольной области за четыре обращения к такой матрице.

Для нахождения особых точек на изображении, вычисляются приближенные значения производных функций Гаусса и, также как в общем случае, ищется определитель матрицы Гессе, но уже для дискретных сверток вторых производных функций Гаусса и изображения.

Также, необходимо учесть, в каком масштабе ищется особая точка. Для этого все масштабы, условно разбиваются на октавы, содержащие в себе четыре масштаба, начиная с 9×9 с шагом $6i$, где i – номер октавы. Используя метод соседних точек $3 \times 3 \times 3$ ($3 \times 3 \times 3$ neighborhood) [3] находятся особые точки в разных масштабах.

Нахождение дескрипторов

Для того, чтобы метод был инвариантен к повороту, при составлении дескриптора необходимо учитывать приоритетное направление особой точки. Для каждой особой точки, берется область, центральным элементом которой будет эта точка, размером $4s$, где s – масштаб, в котором была найдена особая точка. Эта область разбивается на 16 квадратов. Для каждого квадрата, с помощью фильтров Хаара [1] ищется изменение яркости по горизонтали (dx) и вертикали (dy). Приоритетным направлением особой точки является суммарный вектор всех таких квадратов.

Далее, каждый квадрат разбивается на 4 подобласти и для каждой полученной подобласти, с помощью фильтров Хаара вычисляется длина направляющего вектора по dx и dy . Затем для всей области вокруг особой точки, считаются суммы по всем dx , $|dx|$, dy , $|dy|$ и получается вектор, размерности 64 вне зависимости от масштаба, в котором была найдена особая точка.

Полученные дескрипторы для искомого объекта и сцены, в простом случае, сравниваются каждый с каждым (brute-force search) и на основе такого сравнения можно судить о присутствии или отсутствии объекта на сцене. Также, в зависимости от условий задачи, для оптимизации времени выполнения алгоритма, возможно использование других алгоритмов сравнения многомерных векторов, например алгоритм FLANN (Fast Library for Approximate Nearest Neighbors).

Реализация метода.

Реализация метода была разработана в виде программы, осуществляющей поиск и выделение маркера на изображениях, полученных с видео-потока. Использовались язык программирования C++ и открытая библиотека для распознавания образов OpenCV. В ходе эксперимента было выявлено, что скорость обработки одного кадра, размером 800×600 , варьируется от 150мс до 200мс (OC Windows 7, CPU Intel Core i7 3770k 3.4 GHz, 16 GB RAM) с учетом сравнения дескрипторов полным перебором и локализации объекта. Процент успешных распознаваний приблизительно равен 86%. Также замечено, что при попытке обнаружения более одного маркера на изображении, наблюдается резкое падение скорости выполнения алгоритма. Такое падение связано с увеличением количества дескрипторов для сравнения и проблемами локализации нескольких объектов. Также было замечено, что при попытке поиска неконтрастных изображений или изображений, сливающихся с фоном, эффективность алгоритма (количество успешных распознаваний) резко падает.

Выводы

В ходе эксперимента было выявлено, что метод SURF позволяет быстро и эффективно распознавать маркеры, которые сильно контрастируют с фоном. При таких условиях метод показывает стабильные результаты, даже если маркер повернут, зашумлен или частично не виден на сцене. Скорость выполнения алгоритма позволяет выполнять поиск маркера на сцене даже на маломощных встраиваемых системах, что позволяет эффективно использовать его в задачах робототехники.

Литература

1. *Herbert Bay, Andreas Ess, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool*. Speeded-Up Robust Features
2. *Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, and Luc Van Gool*, SURF: Speeded-Up Robust Features
3. A. Neubeck and L. Van Gool. Efficient non-maximum suppression. In ICPR, 2006.

MARKER RECOGNITION USING SURF (SPEEDED-UP ROBUST FEATURES) METHOD.

Bokovoy A.V.

Peoples' Friendship University of Russian, Moscow, Russia, bokovoy@inbox.ru

This paper will discuss the marker recognition method, based on descriptors extraction from key (interest) points on image. Also provided analysis of methods' speed and its' resistance to distortions.

Key words: image analysis, marker recognition, interest points, SURF

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНОГО СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Джура М.Е.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, m.tzhura@gmail.com

В работе представлены способы увеличения производительности фрактального сжатия изображений, основывающиеся на анализе блоков изображения и их предварительной обработке.

Ключевые слова: фрактальное сжатие изображений, классификация.

Введение

Одним из аналогов широко распространенным методам сжатия цифровых изображений JPEG и JPEG2000 является фрактальное сжатие. Этот метод основывается на системе итерируемых функций (СИФ), которая является набором аффинных операторов.

Процесс сжатия состоит в создании сходящейся СИФ, чья неподвижная точка является искомым изображением. Процесс восстановления состоит в последовательном применении СИФ к произвольному изображению. Утверждается, что результирующее изображение будет похоже на искомое[1]. Другими словами, результирующее изображение не будет тождественно исходному, то есть при сжатии произойдет потеря части информации.

Постановка задачи сжатия

Ключевой задачей является создание сходящейся СИФ для произвольного искомого изображения. Рассмотрим эту задачу более подробно. Пусть изображение разбито на непересекающиеся квадратные блоки — множество рангов R . Множество доменов — набор квадратных блоков изображения, размер которых больше ранговых. Множество доменов может быть увеличено, если в него также включим блоки, полученные из доменов путем применения восьми преобразований w , состоящие из комбинации поворотов (на 0° , 90° , 180° , 270°) и отражения (к примеру, сверху вниз, слева направо или вдоль одной из диагоналей). Путём усреднения доменных блоков по соседним пикселям, их размер может быть уменьшен до размера ранговых. Таким образом, получим набор блоков D , называющихся таблицей кодов (codebook).

Задача сжатия в простейшем виде состоит в следующем: для каждого рангового блока g из R надо найти такое преобразование w и d из D , что $\|g - w(d)\| \rightarrow \min$, где норма изначально задана. Для поиска блока $w(d)$, который наилучшим образом аппроксимирует ранговую область — сегмент изображения, используется простой перебор доменных областей и их преобразований. То есть, если число доменных блоков равно N , то для поиска наилучшей пары домен-ранг потребуется $O(N)$ сравнений. На практике этот процесс имеет высокую вычислительную сложность [5].

По этой причине актуальной является задача снижения вычислительных затрат. Для этой цели предлагается использовать классификацию блоков изображения. При этом поиск наилучшей пары домен-ранг необходимо производить только внутри одного класса, что уменьшает множество альтернатив для перебора и снижает вычислительные затраты.

Классификация блоков изображения

Разобьем каждый блок на 4 квадранта: верхний левый, верхний правый, нижний правый и нижний левый. В каждом квадранте вычисляется среднее значение яркости A_i и среднеквадратичное отклонение V_i , где $i = 1, 2, 3, 4$. Можно преобразовать блок так, что средние значения яркостей упорядочатся одним из трёх способов, что соответствует определённому классу:

1. $A_1 > A_2 > A_4 > A_3$

$$2. \quad A_1 > A_2 > A_3 > A_4$$

$$3. \quad A_1 > A_3 > A_2 > A_4$$

Так как преобразование блока фиксировано, то каждый из 3 классов имеет 24 подкласса, соответствующие расположению V_i . Поэтому, множество ранговых и доменных областей можно разбить на 72 класса.

Зная класс, к которому принадлежат ранговый и доменный блоки, и их преобразования в каноническую форму, легко найти преобразование домена w , которое минимизирует расстояние $\|r - w(d)\|$ [2].

Сохранение часто используемых параметров

Для оценки сходства двух блоков, вычисляется квадратичная разность светимости пикселей.[3] Для её вычисления требуется знать суммы яркостей и суммы квадратов яркостей пикселей двух блоков. Очевидно, что многократный расчет сумм одних и тех же блоков является излишним, достаточно предварительно их вычислить и сохранить.

При адаптивном разбиении, размер ранга не является фиксированным. Если поиск не дал удовлетворяющего соотношения домен-ранг, то ранг разбивается на квадранты — ранги меньшего размера. Для этих новых блоков необходима собственная таблица кодов, которая, фактически, содержит уменьшенные домены из старой таблицы. При этом потребуется перерасчёт сумм яркостей пикселей, что является трудозатратой операции. На практике, кодовая книга, созданная из изображения Лены [4] с шагом в 8 пикселей и размером 32x32 пикселя, может состоять из 12228, 86016, 77028 блоков, в зависимости от заданных параметров. В данном примере, для создания новой таблицы кодов, состоящей из блоков 16x16 пикселей, нужно вычислить $2 \cdot 12228 = 24456$ сумм, как минимум. Для оптимизации перерасчёта сумм яркостей пикселей, предлагается вычислять среднее значение и среднеквадратичное отклонение яркости блока, из которых легко получить необходимые суммы аналитически.

Выводы

В ходе эксперимента было выявлено, что реализация сжатия с использованием классификации и с предварительным расчетом сумм уменьшает время работы без визуальной потери качества восстановленного изображения.

Литература

1. *Jacquin A.E.* Image Coding Based on a Fractal Theory of Iterated Contractive Image Transformations. IEEE Trans. Image Processing 1 (1992) 18-30
2. *Fisher Y.* Fractal Image Compression: Theory and Application.// Springer-Verlag, 1995.
3. *Saupe D., Hanzouli R., Hartenstein H.* Fractal Image Compression: An Introductory Overview.
4. *Munson, David C.,* A Note on Lena. IEEE Transactions on Image Processing (archive) 5 (1). January 1996.
5. *Шарабайко М.* Обзор фрактального кодека Артёма Петрова.
http://fic.bos.ru/articles/MLovic_APetrovCodecTest.php

METHODS FOR OPTIMIZATION OF FRACTAL IMAGE COMPRESSION

Dzhura M.

Peoples' Friendship University of Russia, m.dzhura@gmail.com

The paper presents ways to increase productivity of fractal image compression, based on the analysis of image blocks and their pretreatment.

Key words: fractal image compression, classification.

ПРИМЕНЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО КОНЕЧНОГО АВТОМАТА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА ПОДСТРОКИ В СТРОКЕ

Занг Нзуен Кат Тиеу

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов»,
tieugiang91@gmail.com*

В работе представлен способ построения и анализа алгоритмов поиска подстроки в строке с помощью детерминированного конечного автомата.

Ключевые слова: детерминированный конечный автомат, поиск подстроки в строке, Кнут-Моррис-Пратт, CompactDFA

Введение

Поиск подстроки в строке является одной из важных проблем в области информационных технологий. Алгоритмы, применяемые для ее решения, используются для решения следующих задач: поиск ДНК-последовательностей, поиск подстроки в тексте для извлечения информации и др. Существует достаточно много алгоритмов, разработанных для решения проблемы поиска подстроки в строке: полный перебор, алгоритм Рабина-Карпа [1], алгоритм Ахо-Корасика [2], алгоритм Кнута-Морриса-Пратта (КМП) [3], алгоритм Бойера-Мура [4] и т.д.

Самым первым алгоритмом является алгоритм полного перебора. Однако его существенным недостатком является то, что он медленно работает. В 1970 г. С. Кук доказал теорему о существовании алгоритма с линейной временной сложностью для решения задачи поиска подстроки в строке через абстрактную машину [4]. В 1976 г., на основе этой теоремы, Кнут, Моорис и Пратт опубликовали алгоритм с линейной временной сложностью [3]. Это эффективный алгоритм, который до сих пор используется в поисковых системах. Минусом этого алгоритма является то, что он довольно сложен для реализации.

Целью этой работы является описание применения модели абстрактной машины для решения проблемы поиска подстроки в строке. Эта модель позволяет проще проводить анализ алгоритма. Если рассматривать алгоритм как симулятор детерминированного конечного автомата (ДКА), то можно ясно видеть структуру алгоритма, легко производить модификации и анализировать результат его работы.

Постановка задачи

Заданы две строки T и P , T – текст, длина которого равна n , P – искомая строка, ее длина равна m , где m и $n \in \mathbb{N}$ – множеству натуральных чисел, и $m < n$.

$T = t_1, t_2, \dots, t_n$

$P = p_1, p_2, \dots, p_m$

Результатом работы алгоритма является позиция первого вхождения в P тексте T , если P существует.

Построение ДКА

Построим ДКА, принимающий язык Σ^*P , для решения проблемы поиска подстроки в строке. На вход ДКА подается текст T . Если достигается конечное состояние, то подстрока найдена. Если не достигается, то в тексте T нет подстроки P . Число состояний автомата равно $m+1$, где m – количество символов в P .

Например, пусть $P = \text{“ababac”}$. На рис. 1 изображен пример автомата для P .

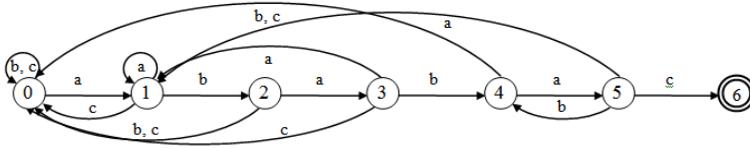


Рис. 1. Пример автомата

ДКА для поиска подстроки в строке можно построить рекурсивно. На первом шаге строится автомат, распознающий универсальный язык над заданным алфавитом. На рис. 2 изображен автомат для рассматриваемого примера Σ^* :

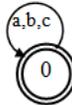


Рис. 2. Пример автомата, распознающего универсальный язык.

На втором шаге алгоритма построения ДКА, строится автомат для первой буквы из P . На рис. 3 изображен результат работы второго шага алгоритма для Σ^*a .

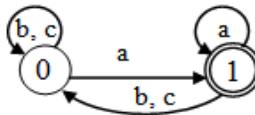


Рис. 3. Результат работы первого шага алгоритма.

Для нашего примера на втором шаге алгоритма строится дуга “а” из состояния 0 в состояние 1 и она удаляется при переходе в состояние 0. Все дуги исходящие из состояния 0 дублируются в состояние 1. Далее второй шаг повторяется для двух и более букв в P .

Легко увидеть, что сложность алгоритма построения ДКА равна $O(m \cdot |\Sigma|)$ (space and time complexity). Далее необходимо уменьшать сложность этого алгоритма, т.к. несмотря на то, что он имеет N сравнений, но имеет нелинейную сложность.

Переход от ДКА к КМП

Имеется таблица состояний ДКА (таблица 1). Далее в каждом столбце выбирается максимальное число. В таблице 1 они выделены жирным шрифтом. Эти цифры соответствуют дугам, которые не рассматриваются. Далее в каждом столбце выделяются максимальные числа из оставшихся. В нашем примере это будут $[0, 1, 0, 1, 0, 4]$. Эти цифры уменьшаются на единицу. Получим следующий массив $k = \{-1, 0, -1, 0, -1, 3\}$. Если начиная с i -го элемента в T , подстрока P не найдена, то поиск подстроки на следующем шаге осуществляется с $i-k[j]$ - го элемента, где j позиция элемента в P , который не совпал с соответствующим элементом в T .

Таблица 1. Таблица состояний ДКА

| | | | | | | |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Состоя- ние Символ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| a | 1 | 1 | 3 | 1 | 5 | 1 |
| b | 0 | 2 | 0 | 4 | 0 | 4 |
| c | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |

Таким образом решена проблема space complexity, но осталась проблема временной сложности (time complexity).

Для решения этой проблемы используем алгоритм КМП.

КМП

Результатом работы алгоритма КМП является массив k , описанный выше. На вход подается подстрока P . Пусть даны $i = [0..m-1]$, $p[i] \in P$ и массив f , который используется для вычисления значений $k[i]$.

Алгоритм КМП состоит из следующих шагов:

1. $i = 0$, $f[0] = -1$.
2. Если $f[i] > -1$ и $p[i] \neq p[f[i]]$, то $f[i+1] = f[f[i]] + 1$.
3. Иначе $f[i+1] = f[i] + 1$.
4. Если $i > 0$ и $p[i] = p[f[i]]$, то $k[i] = k[f[i]]$; в остальных случаях $k[i] = f[i]$.
5. $i = i + 1$. Переход к шагу 2.

Таблица 2 Результат работы алгоритма КМП

| | | | | | | |
|------|----|---|----|---|----|---|
| i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p[i] | a | b | a | b | a | c |
| f[i] | -1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| k[i] | -1 | 0 | -1 | 0 | -1 | 3 |

В результате мы получили массив k за линейное время. Однако предложенный алгоритм не всегда работает эффективно, т.к. может делать лишние шаги. Например, в примере на рис. 1, в состоянии 5 он сначала перейдет в состояние 4, не смотря на символ.

CompactDFA

В отличие от КМП, который формирует массив сдвигов, на выходе CompactDFA массив $map = \{<key, state>\}$, key – буква из алфавита Σ , $state$ – состояние, в которое попадает автомат по дуге, соответствующей key [5]. Основная проблема заключается в том, что дуг намного больше, чем состояний и некоторые из них ведут в нулевое состояние. Массив map должен содержать только те дуги, которые не ведут в нулевое состояние. Докажем, что количество дуг, которые не ведут в нулевое состояние равно m , т.е. длине P . Доказательство.

Обозначим (j, i, x) – дуга из состояния с номером i в состояние с номером j по символу $x \in \Sigma$, $i \leq j$, $x \neq p[j]$ (если $x = p[j]$, то $i > j$), длина дуги равна $j-i$. Если $i = 0$, то префикс $p[0..j-1]$ не является суффиксом $p[0..j-1]x$, $p[0..j-1]$ – строка из символов из P и $p[0..j-1]x$ – строка из символов из P и символа x . Если $i > 0$, то некоторый префикс $p[0..i-1]$ является суффиксом $p[0..j-1]x$, следовательно $p[i-1] \neq p[j]$ (*).

Предположим, имеется две дуги (j, i, x) и (j', i', x') с равными длинами, $i < i'$, $j < j'$, $j > i$. Очевидно, что $p[0..i'-1]$ является суффиксом $p[0..j'-1]x'$. Следовательно, $p[i-1..i-1]$

тоже суффикс $p[0..j^i-1]x^i$, так как $p[i-1]$ находится между $p[0]$ и $p[i^i-1]$. Тогда $p[i^i-1] = x^i$, $p[i^i-2] = p[j^i-1]$ и т.д. до $p[i-1] = p[j^i - (i^i-i)] = p[i^i - j^i + j] = p[j]$. Что противоречит (*).

Таким образом, если для некоторых i и j , была построена дуга длины $j-i$, переводящая ДКА из состояния j в состояние i , то не существуют другие дуги длины $j-i$, переводящие ДКА из состояния j^i в i^i ($j^i \neq j$, $i^i \neq i$). Количество таких дуг $\leq m$.

Алгоритм CompactDFA построения ДКА имеет сложность $O(m)$.

Заключение

Таким образом, ДКА является эффективным подходом для построения и анализа алгоритмов поиска подстроки в строке. Используя ДКА, можно модифицировать построенные алгоритмы для уменьшения их сложности и увеличения эффективности.

Литература

1. Karp Richard M.; Rabin Michael O. (March 1987). Efficient randomized pattern-matching algorithms.
2. Aho Alfred V.; Corasick Margaret J. (June 1975). "Efficient string matching: An aid to bibliographic search". Communications of the ACM **18**(6): 333–340.
3. Knuth Donald; Morris James H., Pratt Vaughan (1977). "Fast pattern matching in strings". SIAM Journal on Computing **6** (2): 323–350.
4. Sedgewick Robert and Wayne Kevin (2011). Algorithms. ISBN-13: 978-0-321-57351-3. P.759
5. Bremler-Barr, A. Hay, D., Koral, Y. CompactDFA: Generic State Machine Compression for Scalable Pattern Matching. INFOCOM, 2010 Proceedings IEEE.

APPLICATION OF DFA TO CONSTRUCT STRING SEARCH ALGORITHMS

Giang Nguyen Cat Tieu

People's Friendship University of Russia, tieugiang91@gmail.com

In this paper, construction and analysis of some string search algorithms are presented as deterministic finite state automaton simulators.

Key words: deterministic finite state automaton, string search, Knuth-Morris-Pratt, CompactDFA.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОМЕРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДАННЫХ

Иванов Е.С.

Российский университет дружбы народов,

Rumbiddiebooo@gmail.com

В работе дано описание математической модели многомерного представления данных, в рамках которой рассмотрены основные функции преобразования куба данных.

Ключевые слова: многомерный куб, куб данных, аналитическое измерение, показатель, факт, ячейка, уровень детализации.

Введение

В процессе анализа сложных явлений возникает потребность в описании и преобразовании огромных объемов информации. При этом появляется необходимость в создании формальной математической модели, на которой основывались бы концептуальная модель и реализация системы. В рамках многомерной модели данных может быть реализован удобный и наглядный способ анализа данных в компьютерных системах, соответствующий интуитивному представлению человека.

Математическая многомерная модель

Источником первичной информации для анализа является факт, представленный в рамках многомерного подхода. Свойства факта выражаются набором величин – показателей, – которые рассматриваются как величины, зависящие от условий, при которых он произошел (например время и место). Характеристики, выражающие эти условия, называются измерениями, и задаются множеством значений измерения. Таким образом показатели можно рассматривать как функции нескольких переменных. Для того, чтобы отделить разные факты друг от друга, можно разбить эти множества на непересекающиеся подмножества. Таким образом, измерение D представляет собой множество, на котором возможно построить разбиение. Разбиением D' множества D назовем его представление в виде объединения непересекающихся его подмножеств.

$$D' = \{ \overline{D}_i \subseteq D \}, \overline{D}_i \cap \overline{D}_j = \emptyset (i \neq j), D = \cup \overline{D}_i \quad (1)$$

Разбиения являются уровнями детализации, если для них можно задать иерархию. Наличие уровней детализации позволяют переходить при анализе фактов от детального рассмотрения к более общему, позволяя получить оценку явления в целом и сделать выводы, необходимые для принятия решения. Если заданы два уровня детализаций D^1, D^2 одного измерения D , то множество D^3 всех попарных пересечений их элементов тоже можно представить как уровень детализации. Этот подход позволяет сформировать более сложные группировки элементов:

$$D^1 = \{d_i^1\}, D^2 = \{d_i^2\}, D^3 = \{d_i^1 \cap d_i^2\} \cdot \quad (2)$$

Существует два особых уровня детализации, для которых введены следующие обозначения:

$$D^A = \{d_i\} \cdot D^E = \cup d_i \cdot \quad (3)$$

где D^A – „атомарный уровень” – на нем заданы значения показателей, а D^E – уровень „все” – одноэлементный уровень, представляющий измерение в целом.

Прямое произведение конечного набора измерений задает пространство, называемое многомерным кубом C факта F :

$$C^F = D_1 \times \dots \times D_n \cdot \quad (4)$$

Показатель m факта – это функция, заданная на атомарном уровне детализации всех измерений куба:

$$m: D_1^A \times \dots \times D_n^A \rightarrow X. \quad (5)$$

Для остальных уровней детализации значения показателей последовательно вычисляются с помощью функции агрегации. Функция агрегации f_a – это любая функция вида

$$f_a: X \times X \rightarrow X, \quad (6)$$

образующая полугруппу с множеством определения показателя.

Факт можно определить как множество значений показателей M на кубе C^F :

$$C_M^F = \{m_i(\bar{d})\} = \{m_1(\bar{d}), \dots, m_k(\bar{d})\}. \quad (7)$$

Множество значений показателей в заданной точке пространства факта называется ячейкой:

$$c_M^F = \{m_i(\bar{d}_0)\} = \{m_1(d_1^0, \dots, d_n^0), \dots, m_k(d_1^0, \dots, d_n^0)\}. \quad (8)$$

Таким образом, факт состоит из ячеек, в каждой из которых находятся конкретные значения показателей факта.

Операции над многомерным кубом данных

Инструментарием для осуществления анализа данных куба может служить небольшой, но эффективный набор операций. Они позволяют рассматривать факты в разных масштабах, с разных точек наблюдения, выделять интересные показатели из полного набора, рассматривать только часть всего аналитического пространства.

Проекция π – задает подмножество множества показателей M факта:

$$\pi(C_M^F) = C_M^F, \bar{M} \subseteq M. \quad (9)$$

Данная операция позволяет избавиться от ненужных показателей рассматриваемого факта.

Кросс-детализация δ – задает новый факт на уже имеющемся кубе:

$$\delta(C_{M_i}^F) = C_{M_i}^F. \quad (10)$$

Операция сопоставляет два факта между собой. Необходимым для выполнения кросс-детализации является условие того, чтобы показатели обоих фактов определяли одинаковые пространства.

Кубический срез σ – задает подмножество пространства факта:

$$\sigma(C_M^F) = \bar{C}_M^F, \bar{C}_M^F \subseteq C_M^F, \bar{C}^F = \bar{D}_1 \times \dots \times \bar{D}_n. \quad (11)$$

Данная операция позволяет выделить для рассмотрения и получения оценок только часть факта. Результатом операции является новый куб с меньшим количеством элементов, заданных для одного либо нескольких измерений.

Смена измерений γ – изменяет уровень детализации куба следующим образом:

$$\gamma(D_1 \times \dots \times D_n, I_D) = D'_1 \times \dots \times D'_n, \quad (12)$$

$$D'_i = \begin{cases} D_i^E, i \notin I_D \\ D_i, i \in I_D, \text{AND } D_i \neq D_i^E \\ D_i^A, i \in I_D, \text{AND } D_i = D_i^E \end{cases}$$

Здесь I_D – множество индексов измерений, к которым нужно перейти. Нужно отметить, что хотя количество измерений не изменяется, переход к уровню D^E означает, что показатели больше не зависят от данного измерения, так как на нем задан только один элемент.

Пусть задан факт вместе со всеми показателями всех его ячеек. Пусть, также, заданы функции агрегации для всех показателей:

$$\bar{f}_a^M = (f_a^m, \dots, f_a^m). \quad (13)$$

Укрупнение ρ – изменяет уровень детализации измерений куба и задает показатели на нем:

$$\rho(C_M^F, \overline{f}_a^M) = \{f_a^{m_1} \dots f_a^{m_n} m_i(d_1, \dots, d_n)\} = \{m_i(d'_1, \dots, d'_n)\}, \quad (14)$$

где D'_i – уровни детализации, к которым нужно перейти. Операция укрупнения увеличивает масштаб измерений куба. При этом значения показателей новых ячеек являются обобщением значений показателей нижнего уровня. По смыслу укрупнение – это анализ данных. Меняя функции агрегации можно получить разные оценки факта.

Нужно отметить, что описанные операции составляют минимальный и полный набор функций над кубом. То есть, все функции, которые можно определить, будут являться либо производными от данных функций, либо их композициями.

Выводы

В данной работе были предложены основные понятия математической модели многомерного представления данных. Также был описан необходимый минимальный набор операций над кубом, при помощи которого можно анализировать данные, представленные в виде многомерного куба.

Литература

1. Висков А.В. - Модель многомерного представления данных и методы ее анализа, 2010.

MATHEMATICAL MULTIDIMENSIONAL DATA MODEL

Ivanov E.S.

Peoples' Friendship University of Russia,

Rumbiddiebooo@gmail.com

The paper proposes a formal mathematical definition of the multidimensional data model basic terms and functions.

Key words: multidimensional data model, data cube, dimension, measure, fact, cell, level.

ПОДХОД К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ЗНАНИЙ В ЮРИСПРУДЕНЦИИ

Новикова Г.М., Жуков В.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, novikova_gm@mail.ru,
zhukpm@gmail.com

Рассматриваются методы формализации нормативно-правовой информации, определяется подход к представлению знаний для эффективного решения задач в области юриспруденции.

Ключевые слова: юриспруденция, формализация законодательства, модели на основе логики, системы фреймов.

Введение

Полнота и непротиворечивость являются важными аспектами грамотно построенной юридической базы. Однако проведение качественного анализа указанных аспектов – задача чрезвычайно трудоемкая для любого человека. Кроме того, в современном мире увеличивается объем обрабатываемой нормативно-правовой информации (НПИ). Все это влечет необходимость создания интеллектуальных систем, способных автоматизировано проводить оценку эффективности, полноты и непротиворечивости законодательной базы [1]. В основе таких интеллектуальных систем необходимо использовать эффективные с точки зрения поставленных задач и адекватные по выразительной мощности модели представления знаний.

В данной работе рассматриваются методы формализации НПИ, их преимущества и недостатки при решении некоторых задач в области юриспруденции, определяется оптимальный подход к представлению знаний.

Модель представления знаний на основе логики

Законодательство представляет собой совокупность нормативных актов (НА). Каждый НА можно рассматривать как совокупность норма права (НП). Структура НП включает в себя гипотезу, диспозицию и санкцию и говорит о следующем: если выполнена гипотеза, то должна быть выполнена и диспозиция, иначе должна быть применена санкция. Формализация законодательства на основе логики предполагает описание НА с помощью логических формул с целью их систематизации и извлечения дополнительной информации при помощи методов логического вывода.

Важно при этом отметить, что в основе законодательства лежат следующие положения:

- никакое действие не может быть одновременно и обязательным, и запрещенным;
- «безразличное» не является ни обязательным, ни запрещенным и т.п.

Одна из групп законов касается связей между основными нормативными понятиями. Эти законы, в частности, говорят: «Действие обязательно только в том случае, если запрещено воздерживаться от него», «Действие разрешено, когда оно не запрещено», «От запрещенного обязательно воздерживаться» и т.д. [2].

Таким образом, использование методов математической логики является одним из ключевых подходов к формализации законодательства. Указанную выше структуру НП можно представить следующим образом:

$$\text{гипотеза} \rightarrow \text{диспозиция} \quad (1)$$

$$(\text{гипотеза} \wedge \neg \text{диспозиция}) \rightarrow \text{санкция} \quad (2)$$

Выполнимость гипотезы определяется набором юридических фактов. Если в текущей ситуации каждый из них истинна, то истинна и гипотеза, а, значит, необходимо

применить соответствующую НП. Данное заключение описывается следующей формулой:

$$\text{Факт}_1 \wedge \text{Факт}_2 \wedge \dots \wedge \text{Факт}_n \rightarrow \text{гипотеза} \quad (3)$$

Каждый факт есть функция переменных предметной области, принимающая значения истина или ложь. Полагая факты, гипотезы, диспозиции и санкции соответствующими предикатными символами, а факторы, от которых зависят значения фактов – переменными, можно перейти к клаузуальной форме записи норм права. При этом все переменные будут связаны квантором всеобщности относительно множества значений, которые они могут принимать в соответствии с данной нормой. При текущем построении становится возможным применять метод резолюций для определения истинности новых формул, описывающих гипотезы, диспозиции и санкции.

В самом простом случае это позволит понять, какими НП, а, главное, как описывается та или иная юридическая ситуация. При этом может оказаться так, что множество формул будет противоречивым. Это будет означать наличие коллизии (противоречия) в законодательстве.

Модель представления знаний на основе системы фреймов

Одна из трудно разрешаемых задач с использованием логического подхода – поиск некоторых видов пробелов в законодательстве, как, например, аналогий.

Предположим наличие в законодательстве нормы, которую можно описать с помощью формулы (4), а также наличие факта Y_2 , который, в некотором смысле, очень похож на факт Y_1 . Однако нормы, соответствующей формуле (5), в законодательстве не существует.

$$X \wedge Y_1 \rightarrow Z \quad (4)$$

$$X \wedge Y_2 \rightarrow Z \quad (5)$$

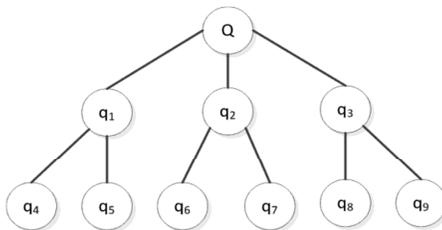
В таких случаях решение относительно выводимости Z из $X \wedge Y_2$ принимает суд, и оно не всегда является однозначным. Поэтому возникает необходимость описания сущностей, которые стоят за юридическими фактами и гипотезами, а также отношений между этими сущностями.

Один из подходов – использование языка фреймов [3]. Это обусловлено следующими характеристиками:

1. Правовые понятия (ПП) и правовые ситуации (ПС) имеют иерархическую структуру;
2. ПП и ПС бывают как абстрактными, так и конкретизированными;
3. Регулирование ПС осуществляют нормы различной степени абстракции;
4. Правовым понятиям и ситуациям присуще большое количество формальных конструкций.

На рис. 1 представлена схема семантической сети фрейма «иметь право» в соответствии с [3].

Использование фреймов позволяет связывать различные уровни абстракции нормативно-правовых актов. При анализе конкретной ситуации становится возможным сформировать на ее основе более общую ситуацию и провести дополнительный анализ. Формирование новых ситуаций на основе одноуровневой (в рамках иерархии понятий) позволяет осуществлять поиск аналогий. Также в ходе анализа возможно уточнение набора атрибутов (например, посредством диалога экспертной системы с пользователем) и переход к анализу более конкретной ситуации.



Q – наименование фрейма

q₁ – общая атрибутивная характеристика

q₂ – общий объект права

q₃ – общий субъект права

q₄ и q₅ – политическое и экономическое права

q₆ и q₇ – действие и вещь

q₈ и q₉ – физическое и юридическое лицо

Рис. 1. Схема семантической сети фрейма "Иметь право"

Выводы

Рассмотренные методы формализации являются мощным инструментом при анализе законодательства и оценке юридических ситуаций. Однако наиболее эффективным (с точки зрения решаемых задач) будет комплексный подход, включающий описание предметной области на основе системы фреймов и набора логических отношений на каждом из уровней иерархической модели. Это обусловлено следующими тезисами. Нормы законодательной базы и отношения между ними естественным образом описываются в рамках логической модели. Однако законодательная база также предполагает выстраивание многоуровневой системы понятий и отношений, что, в свою очередь, легко описывается на основе системы фреймов. Интеграция моделей должна происходить за счет сложно структурированных термов исследуемой предметной области.

Литература

1. Рассолов М.М., Чубукова С.Г., Элькин В.Д. Элементы высшей математики для юристов. - М.: Юрист, 1999. – 184 с.
2. Ивин А.А. Логика. Учебное пособие. Издание 2-е. - М.: Знание, 1998. – 240 с.
3. Гаврилов О.А. Курс правовой информатики: Учебник для вузов. — М.: Г 12 Издательство НОРМА (Издательская группа НОРМА—ИНФРА • М), 2002. — 432 с.

JURISPRUDENCE KNOWLEDGE REPRESENTATION APPROACH

Novikova G.M., Zhukov V.V.

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia, novikova_gm@mail.ru, zhukpm@gmail.com

Legal information formalization methods are being investigated. An approach to knowledge representation for effective problem solving in jurisprudence is being defined.

Key words: jurisprudence, legislation formalization, logic based models, frame systems.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В БАНКОВСКОЙ СФЕРЕ

Захарова А.А., Новикова Г.М

Российский университет дружбы народов, zakharova_alena@list.ru, novikova_gm@mail.ru

Работа содержит описание системы моделирования, поддерживающей решение задач анализа и прогнозирования в банковском секторе. Изложены функциональные возможности системы, а также положенные в основу принципы и теоретические конструкции.

Ключевые слова: моделирование, планирование, банк, прогнозирование, бизнес-ситуация, программная система.

Введение

Успешная работа банка зависит от множества факторов, будь то правильный выбор персонала, умелая инвестиционная деятельность или организация взаимовыгодных отношений с клиентами. Одним из самых главных условий эффективного управленческого подхода является продуманное планирование, которое невозможно осуществить без своевременного предвидения перемен, вызванными внутренними и внешними факторами. Такой подход основывается на необходимости прогнозирования возможных ситуаций, противоречий, проблем с целью повышения эффективности процесса планирования и гарантированного решения поставленных задач. Таким образом, актуальной является разработка системы моделирования для решения задач прогнозирования в банковской сфере.

Назначение системы моделирования

Разрабатываемая система моделирования позволяет на основе информации о внутренних факторах и макроэкономических показателей конкретной ситуации в банке сделать прогноз относительно его экономического состояния на требуемый промежуток времени или провести своего рода «расследование», по каким причинам и в результате каких действий компания пришла текущей ситуации.

Система имеет две основные функции:

- построение возможных сценариев развития конкретной ситуации в зависимости от того, в каком состоянии банк находится на данный момент времени. Система может предсказать, в какое состояние перейдет банк при заданных условиях, и показать несколько вариантов путей выхода из сложившейся ситуации с минимальными потерями;
- построение возможных истоков неблагоприятной ситуации, которая на данный момент стоит перед управляющим звеном банка.

Принципы построения системы моделирования

В основе системы лежит классический принцип построения экспертных систем., основанный на формировании базы знаний о предметной области, а так же средств работы со знанием. База знаний содержит имена и характеристики ситуаций и факторов, все возможные связи между ними, коэффициенты значимости ситуаций и факторов, значения порогов перехода, которые необходимо превысить, чтобы попасть из одной ситуации в другую.

Все факторы и ситуации тесно взаимосвязаны в одну целостную модель, которая спроектирована так, чтобы максимально отразить все закономерности и важные параметры бизнес процессов, протекающих в банке. Каждая ситуация, фактор и связь между ними характеризуется множеством значений показателей. Анализируя текущую модель предметной области можно проследить, как тот или иной показатель влияет на ситуацию в организации, и при каких условиях она перейдет в более тяжелое или

наоборот более удачное состояние. Для удобства восприятия схема взаимосвязи ситуаций и факторов разделена на три перспективы: финансы, информация и клиенты. Выделение перспектив является визуальным разделением модели предметной области, изменения компонентов одной перспективы непременно отражается на двух других (рис. 1).

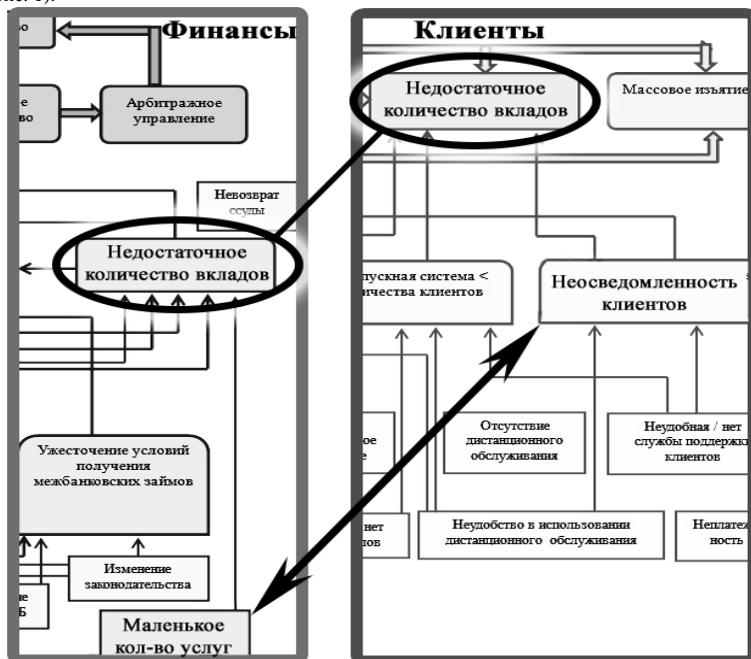


Рис. 1. Взаимосвязь факторов финансовой и клиентской перспектив

Режимы работы системы

Система поддерживает работу пользователя в нескольких режимах:

- Режим администрирования или адаптации - предназначен для эксперта предметной области и администратора системы
- Режим настройки системы на решаемую задачу
- Режим использования

В режиме администрирования происходит первичная настройка системы на предметную область: добавление информации в базу знаний (новые ситуации, факторы, связи, характеристики, базовые пороговые значения и т.д.), а также коррекция информации.

В режиме настройки пользователь системы определяет активную информацию, на основе которой система должна сделать прогноз или анализ ситуации. В этом режиме предусмотрена возможность добавить дополнительные ситуации и факторы в текущую базу данных системы, указывать актуальность уже существующих, а так же указать их характеристики и значения показателей, например коэффициент важности ситуации или

фактора, численное значение порога, который необходимо превысить, чтобы пройти по той или иной связи от одной ситуации/фактора) к другой ситуации/фактору. При внедрении программы на предприятие необходимо ввести формулы преобразования порогов, которые будут отражать зависимость экономических факторов компании и конкретной ситуации, связь которой характеризуется данным порогом.

Режим использования является основным режимом работы системы. В этом режиме пользователь, описав текущую ситуацию, может получить:

- прогноз развития ситуации, результатом которого будет построение «дерево прогноза»;
- анализ причин возникновения ситуации, результатом которого будет построение «дерево анализа».

В рамках режима использования пользователю доступны следующие функции:

- создание сеанса – определение ситуации, с которой будет работать пользователь;
- актуализация предыдущего сеанса работы;
- сохранение/удаление сеанса работы;
- коррекция/обновление информации в рамках сеанса работы;
- изменения функции в рамках режима работы – от прогноза к анализу;
- изменение параметров ситуации – изменение пороговых настроек;
- просмотр сеанса работы системы;
- экспорт решения.

Выводы

В результате проделанной работы была спроектирована система, которая позволяет проводить максимально точное прогнозирование, а так же анализировать текущую ситуацию в нескольких перспективах одновременно. При этом система сможет выдавать отчет, отражающий совершенные ошибки управления, и рекомендации по исправлению неблагоприятных ситуаций.

Литература

1. Банковский менеджмент как сфера управления. - http://referatplus.ru/menejment/1_021_14880.php
2. Основные направления банковского менеджмента. - <http://banknt.ru/?id=301>

DESIGN OF THE SYSTEM MODELING FOR SOLVING THE PROBLEMS OF FORECASTING IN BANKING SECTOR

Zakharova A.A., Novikova G.M

Peoples' Friendship University, zakharova_alena@list.ru, novikova_gm@mail.ru

The paper contains a description of the design of the system, which allows to create accurate and a calculated plans in the banking sector. It describes the functionality of the program, principles and theoretic constructions underlying this design.

Key words: modeling, planning, bank, forecasting, business situation, a software system.

МЕТОДЫ РАЗРЕШЕНИЯ МЕСТОИМЕННОЙ АНАФОРЫ НА ОСНОВЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Каменская М.А., Храмоин И.В.

Российский университет дружбы народов, ma_kamenskaya@mail.ru, ivan_khramoин@yahoo.com

Доклад посвящен исследованию методов автоматического разрешения анафоры местоимений третьего лица. Целями исследования являются сравнение двух методов разрешения анафоры и оценка влияния семантических признаков на точность разрешения анафоры.

Ключевые слова: разрешение анафоры, машинное обучение, метод опорных векторов, деревья решений.

Введение

Лингвистический анализ текстов на естественном языке представляет интерес в задачах проектирования систем машинного перевода, информационного поиска и извлечения информации. Наибольшую трудность при анализе текста вызывает анализ связей между словами, в частности референциальных связей. Референциально связанными называются слова, которые описывают один и тот же объект реального мира. В данном исследовании рассматривается задача разрешения местоименной анафоры, то есть задача поиска референциальных связей, в которых участвуют личные местоимения третьего лица, возвратные и указательные местоимения. Именная группа, на которую ссылается анафор (т.е. местоимение), называется антецедентом.

Разрешение анафоры является важным этапом в автоматической обработке естественно-языковых текстов, повышающим качество понимания текста. Задача автоматического разрешения анафоры для русского языка в настоящее время активно исследуется, но соотношение точности и полноты существующих методов не позволяет считать задачу решенной. В работе [1] исследовано влияние семантических признаков на качество разрешения анафоры для английского языка. Исследование показало, что использование семантических ролей повышает точность автоматической расстановки анафорических связей на величину от 0.1% до 5.6%.

Целью исследования является оценка влияния семантических признаков на точность разрешения анафоры для русского языка и сравнение статистического метода обучения, основанного на машине опорных векторов, и индуктивного метода, основанного на построении деревьев решений.

Методы

В данном исследовании задача разрешения местоименной анафоры сводится к задаче распознавания правильных пар «анафор-антецедент» на основе анализа прецедентов и делится на два этапа: этап обучения и этап разрешения анафоры.

На этапе обучения выявляются закономерности, позволяющие в дальнейшем классифицировать пары «анафор-гипотетический антецедент» как пары с действительной анафорической связью. Гипотетическим антецедентом считается имя существительное или местоимение, для которого уже установлена анафорическая связь, согласованные с анафором по числу и роду. Множество обучающих примеров строится по разному корпусу текстов и содержит множество положительных примеров пар «анафор-антецедент», между которыми действительно существует анафорическая связь, и отрицательных примеров анафорических пар, где вторым компонентом является гипотетический антецедент, не имеющий связи с анафором.

Каждый обучающий пример представляется набором морфологических, синтаксических и семантических признаков:

Морфологические и синтаксические

1. род, число, падеж и одушевленность анафора в виде бинарных признаков;

2. род, число, падеж и одушевленность антецедента в виде бинарных признаков;
3. совпадает ли значение признака одушевленности анафора и антецедента;
4. количество предложений, разделяющих анафор и антецедент;
5. количество слов, расположенных в предложениях между анафором и рассматриваемым антецедентом;
6. количество гипотетических антецедентов, расположенных между анафором и рассматриваемым антецедентом;
7. количество существительных, расположенных в предложениях между анафором и рассматриваемым антецедентом;
8. в какой синтаксической связи состоят антецедент и анафор.

Семантические

9. семантические роли анафора;
10. семантические роли антецедента;
11. категориально-семантический класс антецедента;
12. комбинация категориально-семантического класса предиката анафора и категориально-семантического класса антецедента;
13. комбинация категориально-семантического класса предиката анафора и категориально-семантического класса предиката антецедента.

Значения признаков вычислялись на основе результатов морфологического, синтаксического и семантического анализа текстов с помощью лингвистического анализатора ИСА РАН [2]. Методы установления семантических ролей и категориально-семантических классов описаны в работе [3].

На этапе разрешения анафоры происходит поиск анафоров и гипотетических антецедентов. Затем каждая пара классифицируется как анафорическая или неанафорическая с помощью модели, полученной на этапе обучения.

В качестве методов классификации использовались метод опорных векторов SVM [4] и метод построения деревьев решений REPTree [5].

Для обучения и проверки методов использовались несколько корпусов, вручную размеченных на наличие анафоры. Первый корпус включал 17 текстов из библиотеки Мошкова, 34 текста из корпуса СинТагРус и содержал 910 анафорических пар. Второй корпус был предоставлен в качестве обучающего корпуса организаторами Форума по оценке систем лингвистического анализа текстов, проводимого в рамках конференции Диалог-2014. Он содержал 92 текста и 967 анафорических пар.

Экспериментальное исследование

Для определения влияния семантических признаков на точность разрешения анафоры проводилось несколько экспериментов по обучению на различных наборах признаков. Первый набор включал только морфологические и синтаксические признаки, а во втором наборе к ним добавлялись семантические признаки.

В табл. 1 представлены результаты эксперимента на первом корпусе, в табл. 2 – на втором корпусе. Точность установления анафорических пар рассчитывалась по следующей схеме: первая оценка SCORE-1 касалась точности распознавания как положительных, так и отрицательных примеров анафорических пар (т.е. это классификация по двум классам – правильная пара, неправильная пара), вторая оценка SCORE-2 касалась точности классификации пар только с действительным антецедентом (т.е. она показывает собственно точность разрешения анафоры).

Таблица 1. Точность разрешения анафоры для различных методов и наборов признаков на первом корпусе

| Наборы признаков | SVM | REPTree |
|----------------------------------|-------|---------|
| SCORE-1 | | |
| Морфологические и синтаксические | 0.811 | 0.773 |
| + семантические | 0.821 | 0.789 |

| SCORE-2 | | |
|----------------------------------|-------|-------|
| Морфологические и синтаксические | 0.473 | 0.484 |
| + семантические | 0.539 | 0.529 |

Таблица 2. Точность разрешения анафоры для различных методов и наборов признаков на втором корпусе

| Наборы признаков | SVM | REPTree |
|----------------------------------|-------|---------|
| SCORE-1 | | |
| Морфологические и синтаксические | 0.746 | 0.746 |
| + семантические | 0.771 | 0.747 |
| SCORE-2 | | |
| Морфологические и синтаксические | 0.603 | 0.592 |
| + семантические | 0.61 | 0.609 |

Выводы

Результаты экспериментов показали, что оба используемых метода обучения выдают приемлемые результаты. Метод опорных векторов во всех экспериментах, за исключением двух, показал по сравнению с деревьями решений результаты лучшие на величину от 0.1% до 3.8% точности. Обучение с набором семантических признаков для всех методов во всех экспериментах показало повышение точности обучения по сравнению с набором без семантических признаков на величину от 0.1% до 6.6%.

Наилучший результат точности разрешения анафоры в 61% был достигнут на втором корпусе методом SVM с использованием семантической группы признаков.

Таким образом, по результатам экспериментов метод опорных векторов выдаёт лучшие результаты по сравнению с результатами метода построения деревьев решений. Также можно сделать вывод, что семантические признаки улучшают качество разрешения местоименной анафоры.

Литература

1. *Ponzetto S.P., Strube M.* Semantic role labeling for coreference resolution // EACL '06 Proceedings of the Eleventh Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics: Posters & Demonstrations. – Pp. 143-146.
2. *Осипов Г.С., Смирнов И.В., Тихомиров И.А.* Реляционно-ситуационный метод поиска и анализа текстов и его приложения // Журнал "Искусственный интеллект и принятие решений". Номер 2-2008. - С. 3-10.
3. *Смирнов И.В., Шелманов А.О., Кузнецова Е.С., Храмоин И.В.* Семантико-синтаксический анализ естественных языков. Часть II. Метод семантико-синтаксического анализа текстов // Искусственный интеллект и принятие решений. М.: ИСА РАН – 2014 – №1 – с. 95-108.
4. LIBSVM – A Library for Support Vector Machines. <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>
5. Weka 3: Data Mining Software in Java. University of Waikato. <http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/>

MACHINE LEARNING METHODS FOR ANAPHORA RESOLUTION

Kamenskaya M.A., Khramoin I.V.

Peoples' Friendship University of Russia, ma_kamenskaya@mail.ru, ivan_khramoin@yahoo.com

This paper presents the methods of anaphora resolution based on machine learning. The question of effect of semantic role labeling is also raised.

Key words: anaphora resolution, machine learning, support vector machine, decision trees.

АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ ОГНЯ В ВИДЕО-ПОТОКЕ

Комиссарова А.Г., Сажин П.С., Стадник А.В.

*Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,
comissarova.detka@yandex.ru*

Данная работа посвящена разработке способа обнаружения пламени в цифровом видеопотоке, который позволил бы быстро, максимально точно и с низкими затратами вычислительных ресурсов определять наличие огня на изображении. Построение алгоритма разбито на этапы, которые позволяют отбросить с каждым этапом области изображения которые не удовлетворяют представленным критериям. Этапы алгоритма учитывают следующие характеристики открытого огня: характерный цвет, непрерывное мерцание, характерная текстура огня.

Ключевые слова: компьютерное зрение, детекция огня, цветовой фильтр.

Введение

Решению данной задачи посвящено большое количество работ[1-4], где исследуются различные характеристики открытого огня, которые можно извлечь из видео-потока с использованием частотно-временного анализа, различных вариантов анализа текстуры огня, построение мульти-гауссового распределения для описания цветовых характеристик пикселей принадлежащих огненным регионам[4], и множество других подходов.

Алгоритм детектирования естественным образом разбивается на этапы, которые, учитывая определенные характеристики огня, поэтапно отбраковывают «подозрительные области» изображения, не удовлетворяющие характеристикам огня.

Цветовой фильтр

Под термином «подозрительная область» понимается некоторая область на сцене, которая имеет похожие на огонь характеристики, в дальнейшем эти зоны подвергаются более тщательному анализу. Разделение пространства сцены позволяет не тратить ресурсы вычислительной системы на обработку зон, не представляющих никакого интереса.

Для работы была набрана база данных изображений огня из открытых источников. Суммарно в этой базе изображений выделено около 16 миллионов пикселей, принадлежащих огню. Предварительный этап - разработки цветового фильтра, поскольку именно фильтрация по цвету является минимально ресурсоемкой операцией. Цветовой фильтр, в данном случае - это набор правил для определения, того что данный пиксель окрашен в цвет соответствующий одной из различных вариаций окраски открытого огня. Пиксели изображения, прошедшие все этапы цветового фильтра заносятся в карту огненно-окрашенных пикселей, которая определяет области, которые будут подвергаться обработке следующими этапами алгоритма.

После анализа распределения цветовых компонент пикселей принадлежащих огню, подтвердилось, что пиксели огня занимают довольно узкие области пространства RGB. Следовательно, принадлежность пикселя к одной из этих областей можно использовать, как первый критерий того, что в кадре присутствует огонь. Это позволит отбросить множество изначально неинтересных для данной задачи областей изображения и существенно сократить ресурсы уже на данном этапе алгоритма.

Убедившись в коррелированности цветов огненных пикселей, та же самая статистика была построена в пространстве HSV. Результат можно увидеть на рис.1. Он более показателен, чем результат в пространстве RGB, поскольку значение Hue представляет собой восприятие цвета человеком, а у огня характерный узкий диапазон цветов.

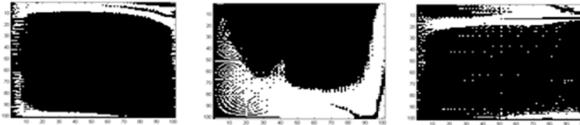


Рис. 1. Распределение цвета для огненных пикселей: плоскости HV, SV, HS

Из распределения Hue видно, что здесь в решающем правиле можно ограничиться принятием решения, исходя из принадлежности Hue узкому диапазону от 0 до 0.2. Для решающего правила с участием других компонент, следует воспользоваться их распределением.

В результате, достаточно ограничиться принадлежностью пикселя одному из двух прямоугольных регионов части пространства SV.

Это позволяет сформулировать итоговое решающее правило в виде:

$$H1 = H < 0.2; SV1 = \text{and}(0.95 \leq V, S \leq 0.75); V2 = \text{and}(0.2 < V, V < 0.95);$$

$$SV2 = \text{and}(V2, 0.75 < S); SV12 = \text{or}(SV1, SV2); F = \text{and}(H1, SV12);$$

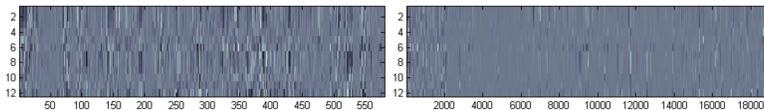
Пространственный анализ

Открытый огонь на изображении обладает характерной текстурой, которая характеризуется большим количеством перепадов яркости в основном в красном канале. Поскольку цветовой фильтр будет пропускать объекты любой природы с характерным для огня цветом, анализ текстуры представляется логичным вторым этапом анализа выделенных областей.

Из общих соображений можно предложить алгоритм с использованием одного или нескольких этапов дискретного вейвлет-преобразования. Сумма абсолютных величин трех плоскостей с коэффициентами соответствующими горизонтальными, вертикальными и диагональными деталями вейвлет-коэффициентов должна принимать максимальное значение на текстурах соответствующих огню. Уровень разложения определяется масштабом и из практических соображений можно ограничиться тремя уровнями разложения и выбрать максимальное значение. Решение о присутствии пламени в анализируемом регионе принимается на основе сравнения выбранной меры с некоторым пороговым значением. Если значение параметра превышает порог, значит, внутри региона находится пламя.

Второй вариант пространственного анализа можно построить, опираясь на собранную статистику и методы машинного обучения.

В качестве входных данных рассмотрим участок изображения размером 16x16 пикселей с верхней левой точкой в качестве исходной. В качестве дескриптора были выбраны 12 точек этого участка текстуры в красном канале изображения по 6 точек в направлениях по обеим осям. В направлении каждой из осей были выбраны точки соответствующие номерам [1,2,4,7,11,16]. Расстояния между выбранными точками увеличиваются в арифметической прогрессии, что позволяет в некоторой степени "просканировать" масштаб изображения. Два, как проиллюстрировано на рис. 2.



Изображения, полученные набором статистики из выборок положительных и отрицательных сэмплов, взятых случайным образом, иллюстрируют отличия выбранных дескрипторов на различных типах текстур

В качестве инструмента построения решающего правила была выбрана искусственная нейронная сеть - прямоточный персепрон с конфигурацией {12-1-1}. Архитектура была выбрана максимально простой, фактически в данном случае линейное отображение.

При обучении была достигнута точность классификации 90%.



Рис. 3. Пример детекции открытого огня.

Выводы

Следующими этапами, дополняющими детекцию, должны идти этапы, которые анализируют видео-последовательность, т.е. принимают решение исходя из временной динамики пикселей подозрительной области.

Одним из основных отличий огня на сцене обычно является мерцание – постоянное изменение границ языков пламени и яркости пламени. Таким образом, большая часть области огня будет детектироваться как движение, которое можно оценить по межкадровой разности или по наличию статистического отклонения от фона.

На рассмотренной статической базе данных эффективность детектирования составила 84%, количество ложных срабатываний составило 2%.

Дальнейшим развитием алгоритма, следует рассмотреть детектор дыма, который в случае его успешной работы поможет снизить вероятность ложного срабатывания.

Литература

1. Yu-Chiang Li, Wei-Cheng Wu: Sequential Pattern Technology for Visual Fire Detection. //JOURNAL OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY, VOL. 10, NO. 3, 2012
2. Yu C., Fang J., Wang J., Zhang Y.: Video Fire Smoke Detection Using Motion and Color Features.//Fire Technology, 46(3), pp. 651-663. (2009)
3. Celik T., Demirel H., Ozkaramanli H., Uyguroglu M.: Fire Detection in Video Sequences using Statistical Color Model. //IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, pp. II213-216. (2006)
4. Celik T., Demirel H.: Fire Detection in Video Sequences using a Generic Color Model. //Fire Safety Journal, 44(2), pp. 147-158. (2009)

ALGORITHM FOR DETECTION OF FIRE IN THE VIDEO STREAM

Komissarova A.G., Sazhin P.S., Stadnik A.V.

International University of Nature, Society and Man "Dubna", komissarova.detka@yandex.ru

This work is devoted to developing a method for detecting a flame in a digital video stream that would quickly and accurately and at low cost computing resources to detect the presence of fire in the image. Construction of an algorithm is divided into stages that allow reject at every stage area of the image that do not meet the criteria shown. Algorithm takes into account the following characteristics of an open fire: a characteristic color, continuous flicker characteristic texture of fire.

Key words: computer vision, fire detection, color filter.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕМПОРАЛЬНОГО ПОДХОДА ПРИ ПОСТРОЕНИИ СИСТЕМЫ ВЕРСИОНИРОВАНИЯ МНОГОМЕРНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Кузнецов Е.А., Фомин М.Б.

Российский университет дружбы народов,
ekuznetcov@sci.pfu.edu.ru, mfomin@sci.pfu.edu.ru

В работе рассматривается подход к построению системы версий метаданных многомерной информационной системы, в котором учитывается развитие системы в реальном и нормативном времени.

Ключевые слова: Многомерные модели данных, система версионирования, нормативное время.

Введение

Как правило, в случае использования многомерного подхода, сбор данных информационной системы осуществляется в соответствии со структурой заданных метаданных. Метаданные формируются на базе допустимых значений измерений в виде сочетаний этих значений по заданным для показателей измерениям. Некоторые измерения связаны с временными характеристиками показателей. Их можно разделить на две группы: временные характеристики, определяющие временную привязку описываемых фактов, и временные характеристики, описывающие процесс сбора данных. Допустимые значения временных характеристик должны соответствовать периоду действия, определенному для используемой версии метаданных.

Описание системы версий метаданных

В процессе развития информационной системы её метаданные претерпевают изменения. Причинами изменений могут быть постановка перед системой новых аналитических задач, изменения в структуре предметной области или в нормативной базе, относящейся к предметной области. После внесения изменений в систему метаданных возникает новая версия метаданных, для которой должен быть задан её период действия – нормативно установленный временной интервал, в течение которого эта версия должна использоваться. Введение периодов действия версий метаданных позволяет упорядочить эти версии на временной оси. Время, определенное на этой оси, будем называть «нормативное время».

В момент реального времени, когда формируется новая версия метаданных информационной системы, и для этой версии нормативно устанавливается период её действия, возникает новое разбиение оси нормативного времени. Моменты фактического появления новых версий метаданных разбивают ось реального времени на интервалы, для каждый из которых характеризуется своей версионной структурой метаданных и своим набором периодов действия версий метаданных. Пример описания структуры версий метаданных путем задания периодов их действия в нормативном и реальном времени представлен на рис. 1.

Таким образом, при использовании многомерного подхода в информационной системе могут возникать временные параметры трех типов: временные характеристики, заданные как измерения, для допустимых значений которых определена сочетаемость с допустимыми значениями других характеристик; нормативное время, в котором определены нормативно установленные периоды действия версий метаданных информационной системы; реальное время, в котором выделены диапазоны, различающиеся по набору действующих версий метаданных.

Для организации анализа данных по реальному времени необходимо понимать, в какие моменты времени какие метаданные из действующего набора версий являются актуальными. Синхронизация временных параметров может быть обеспечена

выполнением правила: допустимые значения временных характеристик, описывающих процесс сбора данных, не должны выходить за пределы периода действия версии метаданных, которой они принадлежат.

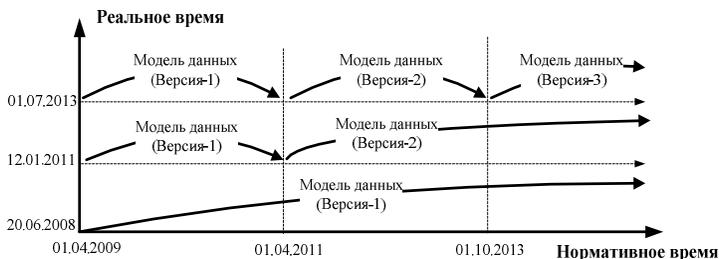


Рис. 1. Пример использования версий структуры метаданных по нормативному времени в реальном времени.

Использование темпорального подхода при формировании метаданных

Версия метаданных информационной системы должна описывать множество объектов, актуальных в период действия данной версии, и отношений между ними. Таким образом, возникает задача в построении зависимости между версиями метаданных и объектами системы метаданных. При её решении может быть использован темпоральный подход, основанный на введении временной метки. Темпоральный подход расширяет метаданные информационной системы путем введения дополнительных отношений между объектами предметной области и моментами времени, представленными в качестве атрибутов донного отношения, которые описывают время некоторого события. Каждое такое отношение является экземпляром соответствующего вида отношения, представленного на диаграмме ниже (рис. 2).



Рис. 2. Экземпляр отношения темпоральной модели данных в ИАС.

В рассмотренном случае временная метка для объектов системы метаданных рассматривается как интервал времени на оси нормативного времени, где начало и конец интервала задают периоды действия объектов.

Таким образом, при использовании темпорального подхода зависимости между периодами актуальности версии метаданных и объектов метаданных информационной системы устанавливаются путем сравнения периодов действия версий метаданных и периодов действия объектов ИАС.

Заключение

В работе был рассмотрен способ построения системы версий метаданных многомерной информационной системы, основанный на темпоральном подходе, в рамках которого должна возникать связь между версиями метаданных в нормативном времени и процессом сбора данных в реальном времени.

Литература

1. Балдин А.В., Елисеев Д.В., Агаян К.Г. Обзор способов построения темпоральных систем. – <http://technomag.edu.ru/doc/441884.htm>.
2. Масленников А.А. Структура темпоральной модели дискретной информационной системы. – <http://cyberleninka.ru/article/n/struktura-temporalnoy-modeli-diskretnoy-informatsionnoy-sistemy>.
3. Костенко Б.Б., Кузнецов С.Д. История и актуальные проблемы темпоральных баз данных. – <http://citforum.ru/database/articles/temporal/>.

TEMPORALITY APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF VERSIONING MULTIDIMENSIONAL INFORMATION SYSTEM

Kuznetsov E.A., Fomin M.B.

Peoples' Friendship University of Russia,

mfomin@sci.pfu.edu.ru, ekuznetcov@sci.pfu.edu.ru

The paper presents an approach to the construction of a multi-dimensional version of the metadata information system which takes into account the development of the system in real time and normative time.

Key words: multidimensional data models, version system, normative time.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ К ЗАДАЧАМ В ОБЛАСТИ МЕДИЦИНЫ

Молодченков А.И., Руденкова Ю.С.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт системного анализа Российской академии наук, aim@isa.ru

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов»,
julia.rudenkova@gmail.com

Аннотация. В работе представлен обзор методов машинного обучения и их применение для решения различных задач в области медицины.

Ключевые слова: искусственный интеллект, машинное обучение, медицина.

Введение

Последние достижения в области информационных технологий (ИТ) создали новые возможности как для врачей, так и для пациентов. Именно эти возможности привели к фундаментальной перестройке клинических процессов благодаря интеграции электронных средств связи на всех уровнях. Медицинские ИТ создают возможность превращения пациентов из пассивных реципиентов медицинской помощи в активных, информированных участников процессов принятия клинических решений. Задача новых информационных технологий заключается в улучшении и обогащении взаимодействия врачей и пациентов.

С развитием как ИТ, так и медицины, изменились и требования к системам, предназначенным для поддержки медицинских технологических процессов. Если лет десять назад было достаточно, если компьютерная система делает прогноз или осуществляет поддержку принятия решения в некоторый момент времени выполнения процесса лечения, то современные системы должны осуществлять поддержку сложных и чаще всего мультидисциплинарных медицинских технологических процессов. Одной из задач при разработке подобных систем является разработка алгоритмов их обучения. Основными источниками знаний для систем поддержки медицинских технологических процессов являются эксперты (практикующие врачи), медицинские базы данных, клинические руководства.

Целью этой работы является обзор существующих методов машинного обучения, использующих различные источники знаний и чаще всего применяемых для решения различных медицинских задач, и анализ их применения в области медицины.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 13-07-12165.

Методы машинного обучения

Методы машинного обучения классифицируются следующим образом:

- 1) по способам обработки данных:
 - статистические (Байесовский классификатор, Метод опорных векторов SVM, Метод К ближайших соседей (K-nearest neighbors), регрессии);
 - логические (Метод покрытий AQ, Деревья решений ID3, ДСМ-метод порождения гипотез);
 - эволюционные (Нейронные сети, генетические алгоритмы).
- 2) По предоставляемым данным:
 - С учителем (Supervised).
 - Без учителя (Unsupervised).

Байесовский классификатор.

Широкий класс алгоритмов классификации, основанный на теореме, утверждающей, что если плотности распределения каждого из классов известны, то искомым алгоритм можно выписать в явном аналитическом виде. Для классифицируемого объекта вычисляются функции правдоподобия каждого из классов, по ним вычисляются апостериорные вероятности классов. Объект относится к тому классу, для которого апостериорная вероятность максимальна. Более того, этот алгоритм обладает минимальной вероятностью ошибок. Байесовский классификатор относится к методам машинного обучения "с учителем", но в отличие от перцептрона и других подобных моделей, он не требует длительной процедуры обучения [1].

Нейронные сети.

Появление искусственных нейронных сетей индуцировано биологией: они состоят из элементов, функциональные возможности которых напоминают функциональные возможности биологических нейронов. Эти элементы затем организуются по способу, который, с некоторой точки зрения, может соответствовать анатомии мозга. Практически все разновидности нейронных сетей могут быть реализованы на обычном универсальном компьютере.

Наиболее распространённой областью применения искусственных нейронных сетей является распознавание образов [2]. Сложные конфигурации искусственных нейронных сетей (когнитроны) позволяют распознавать сильно зашумленный и трансформированный образ. Сети ДАП [двунаправленная ассоциативная память] можно использовать для сжатия входного сигнала и последующего однозначного восстановления.

Алгоритм ID 3.

В самом простом виде дерево решений - это способ представления правил в иерархической, последовательной структуре. Основа такой структуры - ответы "Да" или "Нет" на ряд вопросов.

Один из наиболее ранних алгоритмов обучения деревьев решений рекурсивно разбивает подмножества в узлах дерева по одному из выбранных атрибутов. Разбиение начинается с корня дерева, в котором содержатся все примеры обучающего множества. Для разделения в нем выбирается один из атрибутов, и для каждого принимаемого им значения строится ветвь, и создается дочерний узел, в который распределяются все содержащие его записи. Процедура повторяется рекурсивно до тех пор, пока в узлах не останутся только примеры одного класса, после чего они будут объявлены листьями и ветвление прекратится. Наиболее проблемным этапом здесь является выбор атрибута, по которому будет производиться разбиение. Классический алгоритм ID3 использует для этого критерий увеличения информации или уменьшения энтропии.

Метод опорных векторов SVM.

Основная идея метода [3] — перевод исходных векторов в пространство более высокой размерности и поиск разделяющей гиперплоскости с максимальным зазором в этом пространстве. Две параллельных гиперплоскости строятся по обеим сторонам гиперплоскости, разделяющей наши классы. Разделяющей гиперплоскостью будет гиперплоскость, максимизирующая расстояние до двух параллельных гиперплоскостей. Алгоритм работает в предположении, что чем больше разница или расстояние между этими параллельными гиперплоскостями, тем меньше будет средняя ошибка классификатора [3].

Применение методов машинного обучения в медицине

Методы машинного обучения нашли свое применение в различных областях медицины: онкология [4-8], патология печени [9], прогнозирование [6], урология [6, 7], диагностика [8-15], ревматология [11], кардиология [12] и др. Все эти алгоритмы и

методы предназначены для решения широкого круга задач. Например, для решения задач мониторинга, предупреждения, напоминания используются методы, основанные на правилах; моделирования и прогнозирования – калькуляторы, статистическое моделирование; уточнения, поиска информации – методы анализа текстов, навигаторы; фрейминга и принятия решений – алгоритмы принятия решений, логические модели решений (например, нейронные сети, байесовский классификатор), анализа медицинских данных и изображений – нейронные сети, методы интеллектуального анализа данных.

Чаще всего существующие методы машинного обучения работают только с медицинскими данными, хранящимися в базах данных. Однако для современных систем поддержки медицинских технологических процессов этого недостаточно. Необходимо использовать знания экспертов и информацию, изложенную в клинических руководствах. В современных медицинских системах клинические руководства используются путем их формализации. Эта формализация заключается в том, что клинические руководства размечаются и создаются системы, позволяющие врачу быстро находить интересующую его информацию по сделанной разметке. Для извлечения знаний от эксперта чаще всего используется метод «интервью» [13]. При использовании этого подхода для работы с экспертом привлекается инженер по знаниям.

Однако существенным недостатком существующих систем машинного обучения, применяемых в медицине, является то, что они решают очень узкий круг задач и нет систем, позволяющих осуществлять поддержку сложных и мультидисциплинарных медицинских технологических процессов.

Выводы

Задача создания методов позволяющих разработать компьютерную систему, осуществляющую поддержку широкого числа этапов процесса лечения, является актуальной. Для решения этой задачи необходимо провести адаптацию различных методов искусственного интеллекта, позволяющих осуществлять обучение компьютерных систем и поддержку как простых, так и сложных медицинских технологических процессов в различных областях медицины и здравоохранения.

Литература

1. Осипов Г.С. Методы искусственного интеллекта. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 296 с..
2. Талалаев А.А., Тищенко И.П., Фраленко В.П., Хачумов В.М. Анализ эффективности применения искусственных нейронных сетей для решения задач распознавания, сжатия и прогнозирования. – Искусственный интеллект и принятие решений, №2, 2008, с.24-33.
3. Osuna E., Freund R., Girosi F. Support vector machines: Training and applications: Tech. Rep. AIM-1602: 1997.
4. Bratko I., Mulec P., An Experiment in Automatic Learning of Diagnostic Rules, *Informatica*, Ljubljana, Vol. 4, No. 4, 1980, pp. 18-25.
5. Zwitter M., Bratko I., Kononenko I., Rational and irrational reservations against the use of computer in medical diagnosis and prognosis, *Proc. 3rd Mediterranean Conf. on Medical and Biological Engineering*, Portoroz, Slovenia, Sept. 5-9 1983.
6. Kononenko I., Bratko I., Roskar E., Experiments in automatic learning of medical diagnostic rules, *International School for the Synthesis of Expert's Knowledge Workshop*, Bled, Slovenia, August 1984
7. Bratko I., Kononenko I., Learning Rules from Incomplete and Noisy Data, in B. Phelps (ed.), *Interactions in Artificial Intelligence and Statistical Methods*, Hampshire: Technical Press, 1987.

8. Elomaa T., Holsti N., An Experimental Comparison of Inducing Decision Trees and Decision Lists in Noisy Domains, *Proc. 4th European Working Session on Learning*, Montpellier, Dec. 4-6 1989, pp. 59-69.
9. Lesmo L., Saitta L., Torasso P., Learning of Fuzzy Production Rules for Medical Diagnoses, In Gupta M.M., Sanchez E.(eds.) *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, North-Holland, 1982.
10. Igor Kononenko, Ivan Bratko and Matjaz Kukar Application of Machine Learning to Medical Diagnosis / *Machine Learning and Data Mining: Methods and Applications*. Edited by R.S. Michalski, I. Bratko, and M. Kubat, 1997, John Wiley & Sons Ltd, pp 16-23.
11. Kononenko I., Jauk A., Janc T., Induction of reliable decision rules, *International School for the Synthesis of Expert's Knowledge Workshop*, Udine, Italy, 10-13 Sept. 1988.
12. Bratko I., Mozetic I., Lavrac N., *KARDIO: A Study in Deep and Qualitative Knowledge for Expert Systems*, Cambridge, MA: MIT Press, 1989.
13. Г.С. Осипов. Приобретение знаний интеллектуальными системами: Основы теории и технологии. – М.: Наука. Физматлит, 1997, - 112 с.

APPLICATION OF MACHINE LEARNING METHODS FOR TASKS IN MEDICINE

Molodchenkov A.I., Rudenkova J.S.

Institution of Russian Academy of Sciences Institute for systems analysis, aim@isa.ru

People's Friendship University of Russia, julia.rudenkova@gmail.com

Abstract. The paper presents a review of machine learning methods and their application to solve different tasks in medicine.

Key words: artificial intelligence, machine learning, medicine.

КОНЦЕПЦИЯ СОЗДАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ SWOT - АНАЛИЗА ДЛЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Новикова Г.М., Кузнецова А.В.

Российский университет дружбы народов, novikova_gm@mail.ru, lika_best@mail.ru

Рассматривается концепция создания автоматизированной системы формирования и использования модели SWOT-анализа для инвестиционного планирования.

Ключевые слова: SWOT-анализ, моделирование, инвестиционное планирование, автоматизированная система поддержка принятия решений.

Введение

Сегодня SWOT-анализ является одним из наиболее часто используемых инструментов стратегического планирования. С помощью правильно построенной модели можно не только разработать оптимальную стратегию развития предприятия, но и грамотно распределить уже имеющиеся ресурсы, а также учесть какие ещё ресурсы потребуются для дальнейшего развития. Получив такую информацию, можно рассчитать стоимость развития и оценить возможные риски.

В настоящее время программы, поддерживающие формирование модели SWOT-анализа, не решают задачи использования построенной модели для поддержки принятия решения в инвестиционном планировании. Кроме того, построенная модель является слишком обобщенной и не достаточно глубоко отражает специфику предприятия, не позволяет сделать точных прогнозов и определить оптимальные решения для задачи инвестиционного планирования [1].

Таким образом, актуальной является задача создания систем, которые не только смогут построить модель SWOT-анализа в заданной предметной области, но и даст возможность на ее основе принимать оптимальные инвестиционные решения.

Структура модели SWOT-анализа и модель взаимодействия факторов

В модели SWOT-анализа центральными элементами являются факторы, отражающие состояние внутренней и внешней среды предприятия. Выделяют четыре типа факторов: сильные S-Strengths и слабые Weaknesses стороны самого предприятия, а также возможности O-Opportunities и угрозы T-Threats со стороны внешней среды.

Результатом построения модели SWOT-анализа является следующая таблица, в которой определенным образом распределены выявленные факторы. Фрагмент модели SWOT-анализа приведен в таблице 1.

Таблица 1. Фрагмент модели SWOT-анализа

| SWOT-анализ | |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">сильные стороны</p> <ul style="list-style-type: none"> • высокое качество обслуживания • широкий ассортимент продукции | <p style="text-align: center;">слабые стороны</p> <ul style="list-style-type: none"> • низкое качество товара • неустойчивое финансовое положение предприятия |
| <p style="text-align: center;">возможности</p> <ul style="list-style-type: none"> • близость спальных районов • низкое влияние регулятивных мер | <p style="text-align: center;">угрозы</p> <ul style="list-style-type: none"> • сильные позиции конкурентов • большое количество посредников |

Примерами факторов внешней среды, расширяющего возможности предприятия, могут служить возможность роста регионального рынка или инвестиционная привлекательность отрасли, примерами факторов внутренней среды, отражающих его сильные стороны – опыт работы компании на российском рынке, финансовое положение компании и многое другое.

Источниками факторов могут служить различные данные: состояние трудовых и материально-технических ресурсов, используемые инновационные технологии, геополитические события или погодные условия региона.

Важным моментом при формировании адекватной и работоспособной модели SWOT-анализа является учет взаимосвязи и взаимного влияния факторов внутренней и внешней среды. Для отражения указанных зависимостей необходимо создания модели взаимодействия факторов, приведенной в таблице 2.

Таблица 2. Модель взаимодействие факторов внутренней и внешней среды

| | | | |
|---------------|------------------|-----------------|----------------|
| | Внутренняя среда | Сильные стороны | Слабые стороны |
| Внешняя среда | | | |
| Возможности | | СИВ | СЛВ |
| Угрозы | | СИУ | СЛУ |

- СИВ показывает, как взаимодействуют сильные стороны предприятия с возможностями внешней среды, например – существует отлаженная система обучения новых сотрудников, и есть рынок низкооплачиваемых, но способных к обучению специалистов. Следствие - уменьшаются затраты на высококвалифицированный персонал;
- СЛВ показывает, как взаимодействуют слабые стороны предприятия с возможностями внешней среды, например – несмотря на неустойчивое положение предприятия, инвестиционная привлекательность отрасли высока и находятся новые инвесторы;
- СИУ показывает, как противостоят сильные стороны внутренней среды угрозам внешней среды, например – большой опыт компании на российском рынке и сильные позиции конкурентов;
- СЛУ показывает, как взаимодействуют слабые стороны внутренней среды с угрозами внешней среды, например – неустойчивое финансовое положение предприятия и уменьшение покупательной способности клиентов.

Структура информационного пространства автоматизированной системы

В основе системы ASSSWOT (AUTOMATED SUPPORT SYSTEM FOR SWOT ANALYSIS) лежит рассмотренная выше модель взаимосвязи и взаимодействия факторов внутренней и внешней среды, а также механизмы обработки и манипулирования указанными связями. Модель взаимосвязи составляет основу базы знаний системы.

Все факторы можно разделить на два типа: зависимый фактор и фактор-решение. Существуют такие «зависимые факторы», для идентификации которых, необходимо определить наличие первичных факторов.

Факторы, составляющие модель SWOT – анализа, обладают следующими атрибутами: связь, балл, приоритет и решение. Под «связью» подразумевается, что факторы могут ссылаться друг на друга и по отдельности существовать не могут; т.е. если существует «фактор 1», то непременно существует «фактор 2», который связан с «фактор 1». «Балл» - средняя оценка группы аналитиков значимости этого фактора для развития предприятия. «Приоритет» - выставляется пользователем программы, для определения приоритетных направлений развития предприятия. «Решение» - действия, предложенные аналитиками для решения существующей проблемы. Концептуальная модель структуры информационного пространства системы ASSSWOT приведена на рис.1.

Используя информацию базы знаний, пользователь системы может выбрать направления инвестирования, которые минимизируют угрозы внешней среды, или, учитывая возможности, усиливают слабые стороны предприятия.

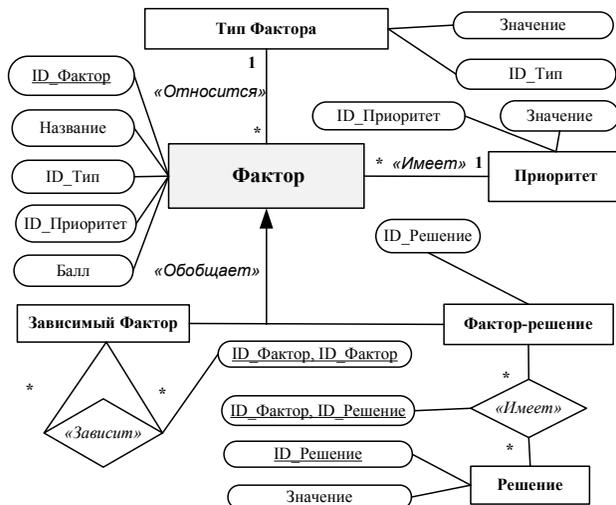


Рис. 1. Структуры информационного пространства системы ASSSWOT

Заключение

Автоматизированная система поддержки SWOT-анализа (ASSSWOT) позволяет на основе построенной модели не только определить причины неэффективной работы предприятия, но и выработать решения по инвестиционному планированию деятельности предприятия. ASSSWOT может являться как частью системы поддержки принятия решения для инвестиционного планирования, так и входить в состав интегрированной среды моделирования корпоративных инфокоммуникационных систем [1].

Литература

1. Автоматизированный SWOT-анализ от компании CiBest – http://www.cibest.ru/bonus_0_1.html
2. Новикова Г.М. Интегрированная среда моделирования корпоративных систем управления Информационные технологии моделирования и управления №1(79)- изд. Наука 2013- с. 66-73

THE CONCEPT OF CREATION OF AUTOMATED SUPPORT SYSTEM OF FORMATION OF SWOT ANALYSIS FOR INVESTMENT PLANNING

Novikova G.M., Kuznetsova A.V.

Peoples' University of Russia, novikova_gm@mail.ru, lika_best@mail.ru

The concept of creation of the automated system build-up and use of the model of the SWOT analysis for investment planning is considered

Key words: SWOT analysis, modeling, investment planning, automated system of support of making decisions.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МИКРОДИНАМИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАВНОВЕСИЯ В СИСТЕМАХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОБМЕНА

Новикова Д.С.

Российский университет дружбы народов, dsnovikova@rambler.ru

Работа посвящена исследованию равновесия в системах экономического обмена с помощью методов стохастической микродинамики (МСМ). Рассмотрена модель системы экономических агентов со стохастическим поведением, проведено ее компьютерное моделирование.

Ключевые слова: стохастическая микродинамика, метод Монте Карло, система экономического обмена, равновесие

Введение

В современном мире одной из актуальных проблем в области экономики является изучение взаимосвязи экономических процессов, протекающих на микро- и макроуровне.

Объект исследования настоящей работы (экономика) предполагает специфическое устройство и состоит из большого числа экономически мотивированных агентов, изменение состояния которых происходит под воздействием собственных «динамических» характеристик и в результате взаимодействия с другими агентами. Исследуемый объект в этом случае, очевидно, приобретает новые «системные» свойства, которые отличаются от индивидуальных свойств агентов.

Динамика исследуемой в работе системы в этом случае реализуется на двух уровнях: макроуровне (уровень системы в целом) и микроуровне (уровень экономических агентов). Микро- и макропроцессы образуют своеобразный контур: микропроцессы трансформируются в макропроцессы («прямая» связь), на основе которых формируется экономическая среда, влияющая на микропроцессы экономических агентов («обратная» связь) [1].

Описанная проблема относится к классу более общих проблем, связанных с изучением соотношения индивидуального и коллективного, которые изучаются в самых разных областях науки [2-6].

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию возникновения равновесного макросостояния в системе экономических агентов со стохастическим поведением. В качестве подхода предлагается использовать методы стохастической микродинамики (МСМ) [7], направленные на прямое компьютерное моделирование, заключающееся в имитации процессов, происходящих в системе.

Описание модели системы экономических агентов

Исследуемая экономическая система состоит из большого числа N экономически мотивированных агентов и функционирует в двух временных шкалах: «быстрого» и «медленного» времени. В шкале «быстрого» времени реализуется микродинамика системы, в шкале «медленного» времени - макродинамика.

Предполагается, что каждый экономический агент i в каждый момент времени t может находиться в роли продавца или в роли покупателя и обладает некоторым количеством товара $n_i(t)$ и денег $m_i(t)$, а также определенной ценой своего товара $v_i(t)$.

Агенты действуют в экономической среде, и обладают индивидуальным поведением при принятии решений. Такое поведение определяется двумя параметрами: количеством товара $u_i(t)$, которое планирует продать агент, находясь в роли продавца, и количеством денег $w_i(t)$, которое планирует потратить агент, находясь в роли покупателя. Таким образом, состояние агента i описывается вектором:

$$x_i(t) = \begin{pmatrix} n_i(t) \\ m_i(t) \\ v_i(t) \\ u_i(t) \\ w_i(t) \end{pmatrix}, \quad i = \overline{1, N},$$

Каждый агент характеризуется собственной динамикой, которая определяется случайным изменением цены товара, по которой агент готов продать единицу товара в момент времени t .

Взаимодействие агентов реализуется в совершении сделки купли-продажи. Роль агентов в сделке (продавец или покупатель) устанавливается случайным образом. Рассматриваются только парные взаимодействия.

Сделка возможна тогда и только тогда, когда у покупателя есть необходимое количество денег, чтобы заплатить за товар по условленной цене, а у продавца – необходимое количество товара для продажи. Наряду с этими ограничениями существуют дополнительные ограничения, определяемые на основании индивидуальных характеристик агентов, участвующих в сделке.

Предполагается, что покупатели выбирают продавца, исходя из того, насколько выгодна сделка с каждым из них. Сделка тем более выгодна, чем меньше затрат несет покупатель при ее совершении.

Результаты моделирования

В связи с тем, что поведение агентов в рассматриваемой модели имеет стохастическую составляющую, для получения достоверных результатов моделирования в работе использовался метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) [8].

Макросостояние системы представляет собой распределение агентов по финансовым уровням. Финансовые уровни представляют собой множества, которым может принадлежать или не принадлежать агент. Пусть

$$f = \max_{i=1, N} \bar{m}_i(t), t \in [0, T],$$

где $\bar{m}_i(t)$ – среднее по ансамблю значение вектора состояния агента i по координате m , определяющее количество денег у агента. Тогда в зависимости от выбранного числа финансовых уровней h интервал $[0, f]$ разбивается на h отрезков одинаковой длины.

Объектом исследования была система, состоящая из 100 экономических агентов: 80 покупателей и 5 продавцов. В системе находился 1 млн. ед. товара и 1 млн. денежных единиц. Моделирование проводилось при 4500 временных шагах (300 шагов в шкале «быстрого» времени и 15 шагов в шкале «медленного»), 200 испытаниях Монте Карло и 6 финансовых уровнях.

На рис. 1 представлена динамика макросостояния описанной системы. Как видно из графиков, начиная с некоторого момента времени, число агентов, принадлежащих каждому финансовому уровню, перестает меняться, что свидетельствует о наступлении стабилизации макросостояния системы.

Выводы

В результате работы было экспериментально установлено возникновение равновесного макросостояния системы экономических агентов со стохастическим поведением, теоретическое обоснование которого дано в рамках теории макросистем [9].



Рис. 1. Изменение макросостояния системы

Литература

1. Попков Ю.С. Стохастическая микро- и макродинамика пространственного экономического обмена// Информационные технологии и вычислительные системы, 2011, №4, с.3-15
2. Meerkov S.M. "Mathematical Theory of Behavior – Individual and Collective behavior of Reyardable Elements"// Mathematical Bioscience, 1979. V.43. P. 41-106
3. Haken H. Synergetics. Springer-Verlag, Heidelberg, 1974.
4. Prigogine I.,Stengers I. Order out of Chaos. Heinemann, London, 1984.
5. Weidlich W., Haag G. Interregional Migration: Dynamic Theory and Comparative Analysis. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
6. Вайдлих В. Социодинамика. Системный подход к моделированию в социальных науках. М.: УРСС, 2004.
7. Двуреченская М.А., Попков А.Ю., Попков Ю.С., Шкловский Е.Ю. Модели и алгоритмы стохастической микродинамики. Труды ИСА РАН, 2011, т.61, вып. 1, с.14-30
8. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
9. Попков Ю.С. Теория макросистем. М.:УРСС, 1999.

APPLICATION OF THE STOCHASTIC MICRODYNAMIC METHODS TO THE RESEARCH OF STABILITY IN THE SYSTEMS OF ECONOMIC EXCHANGE

Novikova D.S.

Peoples' Friendship University of Russia, dsnovikova@rambler.ru

The paper is devoted to the research of stability in the systems of economic exchange with the use of the stochastic microdynamic methods. During the research the model of the system of economic agents with stochastic behavior has been observed and its computer processing has been conducted.

Key words: stochastic microdynamics, Monte Carlo method, system of economic exchange, stability

МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО ВЫЯВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНО НЕЖЕЛАТЕЛЬНОГО ГРАФИЧЕСКОГО КОНТЕНТА

Овчаренко Р. И.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, riovcharenko@gmail.com

В докладе представлен метод бинарной классификации статических изображений с выделением особых точек и формированием «мешка визуальных слов» для решения задач выделения нежелательных изображений.

Ключевые слова: анализ изображений, визуальные слова, классификация изображений.

Введение

Доклад посвящен использованию подхода с выделением особых точек на изображениях (Feature Extraction) применительно к задаче бинарной классификации с целью выявления нежелательного графического контента. Автоматическая фильтрация графического контента становится актуальной, когда речь идет о людях со слабой психикой и детях, пользующихся интернетом. Задачу классификации предлагается решать с помощью построения структуры типа «мешок визуальных слов» (Bag of Visual Words) и построения гистограмм изображений в пространстве, определяемом этой структурой.

Особые точки

В основе метода «мешка визуальных слов» лежит предположение о существовании особых точек (interest points) на изображении, которые являются устойчивыми относительно масштабирования, вращения, переноса, общего изменения яркости изображения. Алгоритмами для выделения таких особых точек являются, например, SIFT (Scale Invariant Feature Transform [1]) и SURF (Speeded-Up Robust Features [2]). Выделяемые этими алгоритмами особые точки являются, по сути, точками локального экстремума интенсивности яркости. После выделения наиболее выделяющихся особых точек формируется их дескриптор – описание области вокруг особой точки. Дескрипторы представляют собой векторы заданной размерности.

Мешок визуальных слов

Дескрипторы, выделенные с изображений из обучающей выборки, объединяются в одно множество дескрипторов. Полученное множество пропускается через алгоритм кластеризации, например, FOREL (FORmal Element [3]), k-means (k-средних) с целью формирования некоторых «классов» дескрипторов. В такой схеме дескрипторы называются «визуальными словами», а само множество называется «мешком визуальных слов».

Алгоритм метода

Процесс классификации изображений с помощью выделения особых точек можно описать следующей последовательностью действий:

1. Создаём обучающую маркированную выборку изображений, содержащую достаточное количество положительных и отрицательных примеров.
2. Извлекаем и описываем особые точки (SIFT, SURF) для каждого изображения из выборки. Полученные дескрипторы записываем в общую структуру в виде векторов.
3. Применяем к полученному множеству дескрипторов алгоритм кластеризации, (FOREL, k-средних, DBSCAN [4],...).
4. По результатам кластерного анализа данных дескрипторов все дескрипторы маркируем как принадлежащие определённому кластеру, составляем гистограммы изображений тестовой выборки в пространстве, заданном мешком визуальных слов.

Таким образом, размерность гистограммы будет равна количеству полученных на предыдущем этапе кластеров. Элементы гистограммы – количество дескрипторов на изображении, принадлежащих определённому кластеру в мешке.

5. Поставив в соответствие каждому изображению его гистограмму, пропускаем полученную выборку через классификатор, например, kNN или SVM (Support Vector Machine [5]). Гистограммы изображений, полученные на предыдущем шаге, являются векторами фиксированной размерности. Обучив классификатор на гистограммах изображений из обучающей выборки, в дальнейшем можно будет определять принадлежность того или иного изображения классу нежелательных. Для этого потребуется вычислить его гистограмму, как для объектов обучающей выборки.

Выводы

В настоящий момент ведётся работа по созданию программной реализации метода с целью проверки его работоспособности и эффективности.

Литература

1. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints, David G. Lowe, 2004, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.157.3843&rep=rep1&type=pdf>.
2. SURF: Speeded Up Robust Features, Herbert Bay, Tinne Tuytelaars, Luc Van Gool, 2006, <http://www.vision.ee.ethz.ch/~surf/eccv06.pdf>
3. Прикладные методы анализа данных и знаний Новосибирск Н. Г. Загоруйко: Изд-во Ин-та математики, 1999, 270 с. ISBN 5-86134-060-9
4. Martin Ester, Hans-Peter Kriegel, Jörg Sander, Xiaowei Xu (1996-). "A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise". In Evangelos Simoudis, Jiawei Han, Usama M. Fayyad. Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96). AAAI Press. pp. 226–231. ISBN 1-57735-004-9
5. Лекции по методу опорных векторов, К. В. Воронцов, 2007, <http://www.ccas.ru/voron/download/SVM.pdf>

METHODS FOR AUTOMATIC INAPPROPRIATE IMAGE DETECTION

Ovcharenko R. I.

Peoples' Friendship University of Russia, riovcharenko@gmail.com

The method for inappropriate image detection based on binary classification with interest point extraction and bag-of-visual-words approach is presented.

Key words: image analysis, visual words, image classification.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АУДИО-ИДЕНТИФИКАТОРА МУЗЫКАЛЬНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

Павлюкова А. В.

*Государственный университет природы, общества и человека "Дубна", кафедра прикладной математики и информатики
E-mail: anna.pavlyukova@inbox.ru*

Данная работа посвящена распознаванию аудиофайлов. В ней представлен подход, использующий вейвлеты, для распознавания аудиофайлов. Программа, реализованная в ходе исследования, и основанная на использовании вейвлетов, обладает хорошими возможностями для идентификации аудио-фрагментов, даже тех, что были искажены в различных вариантах, в том числе в результате шума или плохого качества записи.

Ключевые слова: распознавание аудиофайлов, вейвлет-преобразованию.

Введение

В повседневной жизни люди часто сталкиваются с ситуацией, когда слышат фрагмент интересной музыкальной композиции, а потом пытаются отыскать, по услышанному фрагменту, понравившуюся песню. На помощь им, обычно, приходят программы, распознающие музыкальные треки. В мире есть всего несколько специализированных компаний, которые профессионально занимаются распознаванием музыкальных треков. В России первой компанией, занявшей этой задачей, был Яндекс. На сегодняшний день задача распознавания аудиофайлов все еще остается нетривиальной и представляющей большой интерес для исследования.

Основная часть

В основу работы положен алгоритм распознавания аудио файлов, разработанный в Shazam Entertainment, Ltd[1]. Основной принцип работы этого алгоритма заключается в том, что сравниваются "отпечатки" аудио файлов, основанные на спектрограммах. В целях решения проблемы надежной идентификации в присутствии весьма значительного шума и искажений были проведены эксперименты с различными характеристиками кандидата, которые могут сохраниться при GSM кодировании в присутствии шума. В качестве таких характеристик выбраны пики спектрограммы. Частотно-временная точка является пиком кандидата, если она имеет более высокое содержание энергии, чем все ее соседи в области вокруг данной точки. Пики кандидата выбираются в зависимости от критерия плотности, чтобы гарантировать, что частотно-временная полоса для звукового файла имеет достаточно равномерное покрытие. Пики в каждой частотно-временной области также выбираются в зависимости от амплитуды, на основании того, что самые высокие по амплитуде пики, скорее всего сохранятся даже в условиях искажения.

Таким образом сложная спектрограмма может быть уменьшена до редкого набора координат. Список разреженных координат называется "картами созвездий". Узор из точек должен быть одинаковым для совпадающих сегментов звука. Если поместить карту созвездий песни в базе данных на ленточную диаграмму, а карту созвездий короткого соответствующего образца звука длиной несколько секунд на прозрачный кусок пластика, то при перемещении последнего над первым в какой-то момент при соответствующем смещении во времени и если обе карты созвездий выровнены по диапазону, значительное число точек совпадет.

Количество совпадающих точек будет значительным в присутствии ложных пиков, возникающих из-за шума, поскольку позиции пиков относительно независимы, более того, количество совпадений может быть значительным, даже если многие из правильных точек были удалены.

Для каждого из пиковых значений Shazam отслеживает частоту и промежуток времени от начала трека. Shazam строит свой каталог отпечатков в виде хэш-таблицы, в который роль ключа исполняет значение частоты.

Надо отметить, что создатели Shazama не просто отмечают точку в спектрограмме, они отмечают пары точек: "пик" плюс вторую "опорную точку". Поэтому их ключ содержит не только одиночную частоту, это хэш частот обеих точек. Что, в свою очередь, ведёт к меньшему числу коллизий (когда хэш двух различных ключей совпадает) и ускоряет поиск по каталогу на несколько порядков, позволяя им в большей степени использовать среднее время выполнения.

Если у песни выявлено несколько совпадений, тогда проверяют соответствие частот по времени.

В представленной работе предложено заменить Фурье преобразование, с помощью которого строится спектрограмма, на вейвлет-преобразование, а после повторить алгоритм поиска пиков и сравнения аудиофайлов. Но простое использование вейвлет-преобразования не дает упорядоченного изображения, для решения этой проблемы предлагается использовать вейвлет-пакеты.

Использование вейвлет-пакетов позволяет добиться равномерности ячеек разбиения частотно-временной плоскости, в отличие от стандартного вейвлет-разложения. Таким образом, получаем, упорядочив слои вейвлет-разложения по частот, картину, сравнимую с оригинальной спектрограммой, получаемой в Shazam – см. рис.1 и рис.2.

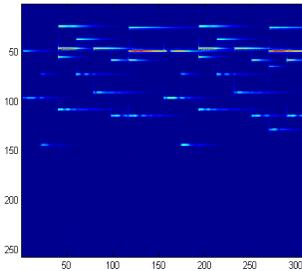


Рис.1. Оригинальная спектрограмма

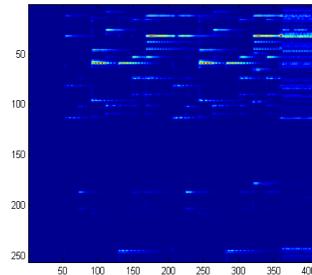


Рис.2. Спектрограмма вейвлет-преобразования

Чтобы воспользоваться алгоритмом поиска пиков, аналогичным тому, что используется в Shazam, необходимо предварительно сгладить полученную вейвлет - спектрограмму. Для этого хорошо подходит свертка с ядром гауссового преобразования. Видно, также, что в полученном представлении имеем множество изолированных единичных пиков, что позволило построить дескриптор для аудиозаписи. Вопрос аналогичности свойств нового дескриптора свойствам оригинального из алгоритма Shazam является предметом дальнейшего исследования.

Преимущество использования вейвлет-преобразования – увеличение обобщающей способности алгоритма для записей с явно выраженными преобладающими низкими частотами, потому что такие записи – это текущее слабое место стандартного алгоритма.

Выводы

В ходе работы была реализован алгоритм поиска пиков на основе вейвлет-преобразования.

Улучшены возможности программы Shazam по распознаванию аудиовайлов с преобладанием низких частот. Увеличено количество найденных пиков, за счет пиков, находящихся в области низких частот. Время выполнения реализованного алгоритма сравнимо с временем оригинального алгоритма. В данный момент проводится набор базы данных и дальнейшая оценка алгоритма.

Литература

1. Avery Wang: «An Industrial-Strength Audio Search Algorithm», Proc. 2003 ISMIR International Symposium on Music Information Retrieval, Baltimore, MD, Oct. 2003.

USING WAVELET-TRANSFORM FOR BUILDING AUDIO-FINGERPRINT OF MUSIC

Pavlyukova A. V.

*State University of Nature, Society and Man "Dubna", Department of Applied Mathematics and Informatics
E-mail: anna.pavlyukova@inbox.ru*

This work is devoted to the recognition of audio files. It presents an approach that uses wavelets for audio recognition. The program, which was implemented in the course of the study and based on the use of wavelets, has good identification capabilities for snippets of audio even such that have been degraded in variety of manners, including competing noise or poor recording quality.

Key words: recognition of audio files, wavelets.

ПОИСК ШАБЛОНОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИЗНАКОВ ХААРА

Стадник А.В., Гулина К.И., Кузнецов А.С., Соколова Ю.С.

Международный университет природы, общества и человека «Дубна», alexeystadnik@gmail.com

В работе рассмотрен алгоритм поиска шаблона на изображении с использованием Хаар-признаков. Предложен адаптивный признак Хаара 8x8, позволяющий описать структуру шаблона и производить его поиск.

Предложенный метод выполняется быстрее аналога из OpenCV.

Ключевые слова: компьютерное зрение, поиск шаблона, адаптивный признак Хаара.

Введение

Задача поиска шаблона на изображении является одной из основных задач в компьютерном зрении и обработке изображений. Алгоритм часто используется как один из основных блоков для построения различных алгоритмов, таких как стабилизация видео, сопровождение объектов, и т.д. Стандартное решение использует вычисление нормализованной кросс-корреляции, требующее достаточно большое количество вычислений, несмотря на наличие эффективной реализации через быстрое преобразование Фурье. Предлагаемый в работе подход использует характеристики шаблона, которые могут быть вычислены как суммы прямоугольных областей изображения.

Интегральное изображение

Интегральное изображение - достаточно распространенный способ представления изображения, который позволяет быстро вычислять суммы значений пикселей прямоугольных областей произвольных размеров, используя три операции сложения[1]. Каждый элемент интегрального изображения $Integrallmage(x,y)$ содержит в себе сумму пикселей изображения в прямоугольнике от (0,0) до (x,y). Расчет интегрального изображения занимает линейное время, пропорциональное числу пикселей исходного изображения по рекуррентной формуле:

$$\begin{aligned} Integrallmage(x,y) \\ = Image(x,y) - Integrallmage(x-1,y-1) \\ + Integrallmage(x,y-1) + Integrallmage(x-1,y) \end{aligned}$$

Одной из полезнейших особенностей интегрального представления является возможность очень быстро вычислить сумму пикселей произвольного прямоугольника или любой другой фигуры, которую можно аппроксимировать несколькими прямоугольниками.

Признаки Хаара

Признак Хаара состоит из нескольких прямоугольных областей[2,3]. Они позиционируются на изображении, далее суммируются интенсивности пикселей в областях, после чего вычисляется разность между суммами. Эта разность и будет значением определенного признака, сложность которого описывается количеством заданных прямоугольных областей. Обычно принято использовать 2-прямоугольные признаки, а также состоящие из 3-х и 4-х прямоугольников. Для расчета признака эффективными становятся интегральное изображение, которое позволяет зафиксировать вычислительную сложность вне зависимости от масштаба признака.

Адаптивный признак Хаара

Для решения задачи поиска шаблона предлагается построить адаптированный признак Хаара для шаблона, который будет с некоторой точностью описывать структуру самого шаблона. Адаптированный признак может состоять из большего количества

прямоугольников, которое будет определяться, в конечном итоге, сложностью структуры шаблона, и нашим желанием детализировать уровень данной структуры.

В работе предложено использовать признак Хаара, состоящий из максимально 64-х прямоугольных областей.

Для построения данного признака, для каждого пикселя масштабированного к размеру 8x8 шаблона, производится сравнение со средним значением, и в случаях, когда значение интенсивности пикселя больше среднего прямоугольник признака Хаара берется с положительным знаком и в противном случае - с отрицательным. Для такого выбора существует возможность описать полученный признак не только в виде изображения (рисунок 1), но также, и в виде 64-битного целого числа без знака. Белым цветом представлены положительные прямоугольники, а черным - прямоугольники со знаком минус.



Рис. 1. Шаблон для поиска (слева), его адаптивный признак Хаара (справа). 64-битное целое соответствующее адаптивному признаку 18446744073702152255.

Поиск шаблона с использованием адаптивного признака Хаара

Алгоритм поиска шаблона состоит в вычислении адаптивного признака Хаара, для каждой точки изображения с шагом по обоим направлениям пропорциональным степени сжатия шаблона к размеру 8x8. Минимум будет показывать положение шаблона на изображении с точностью равной шагу.

При необходимости уточнение положения шаблона может быть произведено как завершающий этап.

Введенное понятие адаптивного признака Хаара, позволяет построить также "нечеткий" алгоритм поиска шаблона, дающий сравнимые результаты в рассматриваемом примере. При сравнении признака Хаара соответствующего шаблону с областью изображения, для нее строится адаптивный признак Хаара, который затем сравнивается с признаком шаблона и в качестве степени различия используется расстояние Хэмминга. Подобный подход работает примерно в 2 раза быстрее, но дает больше возможностей для ложных срабатываний из-за заложенной в него вариативности.

На рисунке 2 показаны результаты поиска шаблона предложенным методом, а также результаты для сравнения адаптивных признаков Хаара. В качестве изображения, в котором искался шаблон, использовалось не оригинальное изображение, а изображение с измененным контрастом и яркостью, то есть с внесенными небольшими нелинейными искажениями для проверки устойчивости алгоритма. Как можно видеть, алгоритмы не только справились с решением данной задачи, но и определили области похожие на шаблон в смысле общей структуры (второй глаз животного).

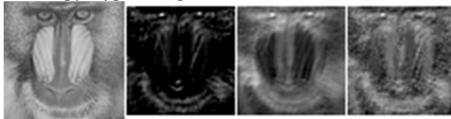


Рис. 2. (слева направо) Изображение с измененным контрастом и яркостью, результат нормализованной кросс-корреляции, результат вычисления адаптивного признака Хаара, расстояние Хэмминга между адаптивными признаками Хаара.

Выводы

Предложенный алгоритм позволяет искать шаблон в изображении даже с нелинейными искажениями, т.е. является достаточно устойчивым. Границы применимости алгоритма требуют дальнейшего исследования, однако на тестовом примере результаты не уступают стандартному алгоритму из OpenCV.

Литература

1. Viola P. Jones M. Robust real-time object detection // Int. Journal of Computer Vision. – 2004. – Vol. 57, N 2. – P. 137-154.
2. Viola and Jones. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features // Computer Vision and Pattern Recognition, 2001
3. Lienhart, R. and Maydt, J. An extended set of Haar-like features for rapid object detection // ICIP02, pp. I: 900–903, 2002
4. OpenCV – <http://opencv.org>

TEMPLATE MATCHING USING HAAR-LIKE FEATURES

Stadnik A.V., Gulina K.I., Kuznetsov A.S., Sokolova Yu.S.

International University of Nature, Society and Man "Dubna", alexestadnik@gmail.com

The paper considers the template matching algorithm in an image using Haar-like features. Proposed an adaptive Haar-like feature of 8x8 size, allows to describe the structure of the template, which allows match this template.

The proposed method is faster of its analogue at OpenCV.

Key words: computer vision, template matching, adaptive Haar-like Feature.

A NEW APPROACH ON INFORMATION LEAK PREVENTION IN CORPORATE INFORMATION SYSTEMS

Torosyan S.

SEIHPE International University of Nature, Society and Man 'Dubna', LIT, JINR,
shusha.torosyan@gmail.com

This paper is devoted to the solution of problem on information leak prevention in corporate information systems (CIS) that, in contrast to existing mechanisms for information monitoring realized in DLP-systems, provides primary automatic classification of incoming documents, certificate development for these documents saving document history, availability of confidential information and other data in these documents allowing control document flows without content examination and analysis. This work presents continuation of research on copyright protection mechanisms in document flow (Torosyan Sh., 2013) undertook by the author earlier.

Key words: Information security, information leak prevention, corporate information systems (CIS), software robot (SR), DLP-systems.

Introduction

Introduction of DLP-systems (Data Leak Prevention) in the 90s became a significant event in the development of CIS information security systems. Modern DLP-systems present technologies that allow prevention of confidential data leak from an organization. However, information that is not considered as a confidential one can be easily transferred through CIS security perimeter by means of any communication channels.

Currently the market of information security systems provides a wide range of DLP-decisions that allow indicate and prevent confidential information leak via various communication channels. However it provides far less effective complex decisions that can affect all possible channels (Shabanov I., (2011)). Under such conditions, it is crucial to select technologies that provide security from confidential information leak with high efficiency and low number of false triggering.

The analysis of current mechanisms of DLP-systems' operation in CIS

DLP-systems are based on the analysis of a document's content or of its particular features (marks) that is applied to electronic documents (ED) with various form and content. Each producer of DLP-systems uses their own technologies, however, all of them can be united into two main groups: **linguistic analysis** and **statistical methods** (Artamonov B.A., Chayretdinov R.N.). More sophisticated technologies allow distinguish graphic images, have integrates stencils' systems, they are adapted for the particularities of the Russian language, they include recognition technologies of a hidden text or transliteration, subsystems of an artificial intelligence for unclassified data self-learning and other technologies (Artamonov B.A.). Thus, these are the main methods of an electronic document analysis:

1. Methods of content filtration.
 - Analysis of marks.
 - Signatures' control and dictionary analysis.
 - Analysis of masks (regular expressions).
 - Analysis according to file types.
2. Methods of context analysis.

Statistical methods include:

1. Digital fingerprints method based on hash-functions.
2. Proactive security technologies.

Disadvantages of DLP-systems' current decisions

Examination of operation mechanisms of various DLP-decisions has shown the following:

1. ED monitoring processes in the current DLP-decisions are integrated into the CIS business processes.
2. From viewpoint of system theory, the architecture of current DLP-decisions is not rational as it requires a constant management at any change of an ED form, etc.
3. A major disadvantage of DLP-decisions is redundancy of ED monitoring. Each document crossing the boundary of security perimeter comes under analysis irrespective of whether it has been analyzed before or not (*Kasperskaya N., (2013)*).
4. The mechanism of identification by DLP-systems of complex composite documents that include changed parts of different confidential documents is still not clear.
5. Almost all Russian DLP-decisions allow security manager look through the content of any ED which constitutes threat of information leak.
6. In the case if inside a CIS there is an access to uncontrolled wireless networks, the current DLP-decisions do not work.

New approaches on DLP-systems development based on creation of ED certificate of its control at crossing the boundary of CIS security perimeter

The main concept of current DLP-decisions is based on the idea of ED total control on the boundary of CIS security perimeter; moreover, only the outgoing stream of ED is observed. In fact, control is carried out in time sensitive situations in the management system when control actions are passed on controlled objects. The analysis of a current information flow system in CIS shows that all ED in CIS can be classified according to the following three groups:

- *Incoming ED that may include confidential information.*
- *ED that are generated by the staff and ACS (Automatic Control Systems).*
- *Complex composite documents, the parts of which have been taken from various ED that contain confidential information.*

There is a need for some additional structure and a mechanism of document description formation (certificate) that allows performing the following functions:

1. To save the history of creation and revision of ED including references in composite documents, their digital fingerprints and positions in the document.
2. To identify authorship.
3. To identify the level of confidentiality of a document according to the confidentiality level of its composite parts.
4. To define the acceptability of the document's output devices (printing, copying to an external carrier, etc.) for this category of ED confidentiality (including document transfer outside the controlled area security perimeter).
5. To define stegocontainers availability, individual parts of a document with encryption and text elements replacement for semantic meaning hiding.

Thus, a new concept of DLP-decisions system is based on the certificate check which includes full information about the document for decision making. The occurrence of a document on the boundary of the security perimeter without a certificate leads to its immediate blocking and to triggering of incident investigation mechanism.

This concept will need the development of radically new decisions:

- Soft robot (SR) for each automated working stations (AWS) in CIS.
- Development of certificate control programs at ED crossing the boundary of security perimeter.
- Development of incidents investigation programs on the documents' certificate analysis.
- Development of programs of information space description of persons in charge and their responsibilities considering their access to documents of different confidentiality level.

What does the development of DLP-decisions bring according to this concept?

- The system is organized more rational: it is not time sensitive; it saves document history; it includes the system of document flow in CIS; it is easily adapted to any number of AWS; it is easily restructured at any changes of employees' role in the security system and at changes of their duties and responsibilities in CIS.
- Set up of DLP-systems is carried out automatically by means of formalized security strategy with distribution of roles and responsibilities of employees in the work of CIS.
- Aggregate cost of DLP-decisions is lower by means of relaxation in the requirements of technical characteristics of servers, development of automated security strategy and role distribution.
- Decisions based on this concept are more competitive by means of document flow function, possibility for automated incident investigation while forming ED certificate.
- In the suggested DLP-system, there is no possibility for security personnel to look through documents with confidential information.
- The suggested decision may find application in creating copyright support system on the global Internet and in prevention of mass compilation of information while deciding educational, scientific and other problems.
- The system to a greater extent is designed for development of proactive security functions because it contains document history.

Conclusions

With a wide use of computer technologies in organizations that possess confidential information, the problem of confidential information leak in ED flow systems has become crucial. With the spread of new network technologies and the development of document flow, there is a need for more sophisticated systems on information leak control security. A new concept of DLP-system development allowing move to a more sophisticated level of these systems' development by means of their architecture upgrading and design of new soft robots on WKS, has been suggested.

References

1. Artamonov B.A., 'DLP – systems: functions and models' – http://itzashita.ru/wp-content/uploads/2012/11/DLP_p12.pdf.
2. DLP Information Security Encyclopedia, (2013),- <http://www.wikisec.ru/index.php?title=DLP>.
3. GOST-R ISO/IEC 17799-2005, Information technologies. Practical rules for information security management.
4. Kasperskaya N., (2013), 'Change of development paradigm of DLP-market to proactive security from insider threats and construction of systems for information security risks analyses - <http://www.anti-malware.ru/node/12739>.
5. Shabanov I., (2011), 'Key differences in Russian and foreign DLP-systems', Journal of Information Security #2.
6. Torosyan Sh., (2013), 'Information security in social media', CybersSecurity for the next generation.
7. Chayretdinov R.N., 'How do DLP-systems operate: examining the technologies of information leak prevention', Hacker Journal №3/11 - <http://www.xakep.ru/post/55604/>

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРЕДУПРЕЖДЕНИЮ УТЕЧЕК ИНФОРМАЦИИ В КОРПОРАТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Торосян Ш.Г.

Международный университет природы, общества и человека «Дубна», г. Дубна, ЛИТ, ОНЯИ,
shusha.torosyan@gmail.com

Данная работа посвящена решению задачи предупреждения утечек информации в корпоративных информационных системах (КИС), которое в отличие от существующих механизмов мониторинга информации, реализованных в DLP-системах, обеспечивает первичную автоматическую классификацию поступающих (создаваемых) в КИС документов, разработку сертификатов этих документов с сохранением в них истории создания документов, наличия в них конфиденциальной информации и других данных, позволяющих контролировать допустимые маршруты перемещения документов без просмотра и анализа их содержания. Работа является продолжением исследований, выполненных автором ранее по механизмам защиты авторских прав в электронном документообороте [1].

Ключевые слова: Информационная безопасность, предотвращение утечки информации, корпоративные информационные системы (КИС), программа агент (ПА), DLP-системы.

РАЗРАБОТКА КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЖАНРА МУЗЫКАЛЬНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Червякова К. А.

Государственный университет природы, общества и человека "Дубна", кафедра прикладной математики и информатики
e-mail: Ksenia_Cher09@mail.ru

Настоящее исследование посвящено разработке критериев для определения жанра музыкального произведения. Автоматическая классификация музыкальных жанров полезна для индексации музыки и ее поиска. В данной работе мы получаем особенности аудио образцов принадлежащих двум музыкальным жанрам. Жанр рок-музыки и поп-музыки. Набор особенностей каждого трека извлекается с помощью системы идентификационных отпечатков (audio fingerprinting) и используется для выявления музыкального контента. Для определения оптимальной границы между двумя различными музыкальными жанрами используется опорная машина векторов.

Ключевые слова: жанр музыкального произведения, методы машинного обучения, метод опорных векторов.

Введение

Музыкальные жанры создаются и используются людьми для определения и описания такого огромного понятия как музыка. Музыкальные жанры не имеют строгого определения или границ, поскольку они возникли в результате сложного взаимодействия между общественными, маркетинговыми, историческими и культурными факторами. Это наблюдение подтолкнуло некоторых исследователей предложить определение новой схемы классификации жанров, которая будет использоваться чисто для целей поиска музыкальной информации.

Упомянутая выше система идентификационных отпечатков (audio fingerprinting) способна распознавать звуковые сигналы на основе конкретных характеристик. Эти характеристики уникальны для каждого аудио объекта. Система идентификационных отпечатков представляет собой краткое описание аудио объекта, которое использует ограниченное число бит.

Опишем общий подход к обработке музыкальных файлов, выделению признаков и их использование для обучения методом опорных векторов и нейронных сетей.

Основная часть

В качестве базы данных в работе использовались треки двух музыкальных жанров - рок и поп-музыки. Представителей каждого жанра было по 35 треков продолжительностью 10 секунд. Все треки были перекодированы из mp3 в wav. Все треки подвергались одинаковому анализу.

В качестве основы использовался алгоритм SHAZAM, а именно выделения пиков максимумов и построения ключевых особенностей. Подробнее о понятии ключевая особенность (landmark) можно ознакомиться в статье Avery Wang, приведенной в списке используемой литературы[1]. Каждая ключевая особенность представляет собой вектор из четырех компонентов – начальное время, начальная частота, конечная частота, разница по времени. В оригинальном алгоритме для каждого трека находили примерно 400 ключевых особенностей. Мы увеличили это количество для каждого трека в среднем примерно в 8 раз. С помощью функции hist, входящей в пакет Matlab, из матрицы ключевых особенностей, характеризующих каждый трек, мы получаем 50 чисел по частоте (2 и 3 столбец матрицы ключевых особенностей) и по времени - 30 чисел (1 и 4 столбец). Всего каждый трек характеризуется с помощью 80 чисел.

Были построены гистограммы, в которых сравнивалось евклидово расстояние между треками внутри одного жанра и между двумя жанрами. Для каждого из двух треков считалось среднее значение характеризующих его чисел и считалось евклидово расстояние между этими двумя числами. Получившиеся гистограммы представлены на рис. 1-3.

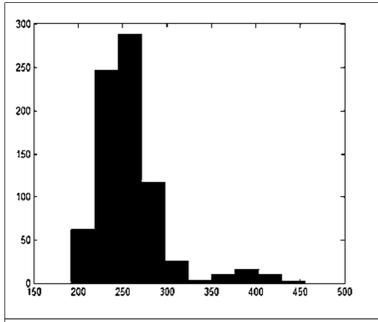


Рис. 1. Евклидово расстояние между треками для выборки из жанра рок-музыки.

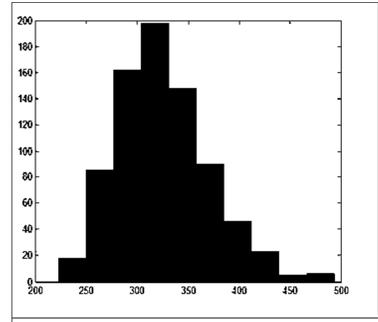


Рис.2. Евклидово расстояние между треками для выборки из жанра поп-музыки.

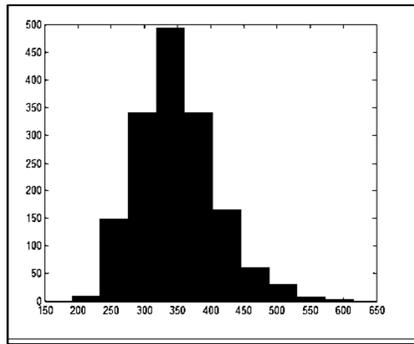


Рис. 3. Евклидово расстояние между треками для выборки жанров поп и рок-музыки.

Из гистограмм видно, что одной метрикой для разделения жанров не обойтись.

Для обучения машины опорных векторов мы используем для каждого трека 80 характеризующих его чисел. Итого для обучения мы имеем 70 треков (каждого жанра по 35 представителей) и у каждого 80 чисел. Для классификации использовали выборку из 5 треков каждого жанра - всего 10. После обучения получили следующие результаты - 2 трека из 70 были не распознаны, количество опорных векторов – 53. Корректное распознавание составляет примерно 97 процентов. При классификации 10 треков получены следующие результаты: 9 треков распознано правильно – один неправильно. Точность составила 90 процентов. Для того чтобы проверить, не произошло ли переобучение SVM, прогоним ту же выборку на нейронной сети.

Для обучения нейронной сети использовалась встроенная в Matlab функция feedforwardnet (сеть прямого распространения). Мы выбрали двухслойную нейронную сеть с двумя нейронами на первом скрытом слое. Из 10 примеров один был распознан неверно. Это был тот же самый пример, что и в случае с SVM.

Выводы

В ходе работы была набрана база данных, состоящая из треков двух различных музыкальных жанров.

Был извлечен набор особенностей каждого трека с помощью системы идентификационных отпечатков.

Проведен эксперимент по обучению SVM и классификации тестового набора треков.

Обучена нейронная сеть на том же наборе треков.

Литература

1. Wang Avery. An Industrial-Strength Audio Search Algorithm, Proc. 2003 ISMIR International Symposium on Music Information Retrieval, Baltimore, MD, Oct. 2003.
2. Ellis D. Robust Landmark-Based Audio Fingerprinting, 2009.
3. Haitisma Jaap, Kalker Ton. A Highly Robust Audio Fingerprinting System, 2002.
4. Crisian Quirante Catalan. Quality assessment and enhancement of an industrial strength audio fingerprinting system, 2009.
5. Shum S. The basics of audio fingerprinting, Oct. 2011.

DEVELOPMENT OF CRITERIA FOR MUSIC GENRE CLASSIFICATION

CherViakova K. A.

*State University of Nature, Society and Man "Dubna", Department of Applied Mathematics and Informatics
e-mail: Cher_Ksenia09@mail.ru*

The following study is concerned with development of criteria for music genre classification. Automatic musical genre classification is very useful for music indexing and retrieval. In this paper we obtain features from audio samples of two music genres which were taken from the internet. A set of features is extracted with the help of landmark-based audio fingerprinting system and used to characterize music content. Support vector machine is used to obtain the optimal class boundaries between different genres of music by learning from training data.

Key words: genre classification, machine learning methods, support vector machine.

Высокопроизводительные технологии распределённых вычислений

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБЛАЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЛИТ ОИЯИ

Балашов Н.¹, Баранов А.¹, Кутовский Н.^{1,2}, Семенов Р.¹

¹Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ, Дубна, Россия

²Национальный центр физики частиц и высоких энергий Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь

В данной статье приведена информация об облачной инфраструктуре, созданной в Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований (ЛИТ ОИЯИ), описаны цели ее создания, особенности реализации, использование, текущие работы и планы по развитию.

Ключевые слова: облачные технологии, виртуализация

Введение

Для перехода на более эффективные средства управления сервисами и серверами ЛИТ с использованием современных технологий, а также для повышения эффективности использования оборудования и надежности работы сервисов и хранения данных в ЛИТ ОИЯИ был развернут облачный сервис, позволяющий предоставлять услуги по модели «инфраструктура как услуга» (IaaS). Данная модель обеспечивают сетевой доступ к вычислительным, программным и информационным ресурсам (сетям передачи данных, серверам, устройствам хранения, сервисам и приложениям), конфигурируемым в соответствии с оперативными запросами, что позволяет значительно сократить расходы на ИТ-инфраструктуру, удовлетворять динамически меняющиеся потребности в ресурсах и т. д.

Реализация инфраструктуры

Облачная инфраструктура ЛИТ ОИЯИ функционирует на базе ПО с открытым исходным кодом OpenNebula [1]. В ней можно выделить два основных компонента:

- головная машина, на которой развернуто ядро облака и пользовательские интерфейсы для взаимодействия с инфраструктурой;
- рабочие узлы, на которых непосредственно размещаются виртуальные машины (VM).

Головная машина облака также является VM и развернута на одном из рабочих узлов.

Для работы с облачной инфраструктурой пользователям доступно два типа интерфейса:

- интерфейс командной строки;
- графический веб-интерфейс «Sunstone» (возможны упрощенный и полнофункциональный варианты), доступный по URL [2]

В текущей реализации облака ЛИТ поддерживаются два типа монитора виртуальных машин (гипервизоров):

- OpenVZ (виртуализация на уровне операционной системы) [3],
- KVM (полная виртуализация) [4].

Рабочие узлы представлены двух типов:

- сервера с двумя дисками в RAID1 («зеркало») для высоконадежных VM;
- сервера с одним диском для тестовых, учебных и исследовательских VM.

Доступ к VM осуществляется либо по {rsa,dsa}-ключу, либо по паролю. Аутентификация пользователя в Sunstone реализована с использованием Kerberos. Для повышения безопасности передачи информации между веб-интерфейсом сервиса и браузерами пользователей применено SSL-шифрование.

Использование инфраструктуры

На данный момент развиваются три направления использования сервиса:

- тестовые, учебные и исследовательские задачи в рамках участия в различных проектах с использованием облачных и грид-технологий;
- размещение систем и сервисов с высокими требованиями к надежности и доступности;
- увеличение вычислительных возможностей грид-инфраструктур в моменты пиковых нагрузок.

В момент написания статьи в облаке ЛИТ развернуты следующие полигоны и сервисы:

- полигон на базе промежуточного ПО грид (ППО) — EMI (используется для обучения работе в грид-средах, выполнения обязательств ОИЯИ в проекте WLCG и т. п.);
- полигон ATLAS T3MON + PanDA (разработка средств мониторинга сайтов уровня Tier-3 эксперимента ATLAS, а также развитие ПО для распределенного анализа с использованием ППО PanDA);
- полигон BES-III на базе ППО DIRAC (разработка системы мониторинга инфраструктуры для распределенного компьютеринга эксперимента BES-III);
- полигон DesktopGrid (тестирование технологии распределенных вычислений на базе персональных компьютеров на предмет её возможного использования для задач пользователей ОИЯИ и организаций из стран-участниц);
- веб-сервис HEPWEB, предоставляющий пользователям возможность пользоваться инструментами для Monte-Carlo моделирования в области физики высоких энергий;
- тестовый экземпляр сервиса «JINR document server» (JDS);
- тестовый экземпляр сервиса JPMS.

Кроме того, на этой же облачной инфраструктуре развернуты полигоны для разработки и отладки драйвера OpenVZ для текущей и новых версий Opennebula. Каждый из таких полигонов состоит из 2-3 виртуальных машин KVM:

- 1 головная машина тестового облачного полигона,
- 1-2 рабочих узла, внутри которых установлен гипервизор OpenVZ.

Схематическое изображение компонентов текущей конфигурации облачной инфраструктуры представлена на рис. 1.

Текущие работы и планы

Ниже приведены текущие работы и прорабатываемые вопросы:

- разработка веб-портала с описанием инфраструктуры, правилами эксплуатации, контактами администраторов, веб-интерфейсом для доступа к самой инфраструктуре и веб-формой для запроса на изменение квот на ресурсы;
- размещение прикладного ПО в облаке («SaaS») и/или предоставления доступа к VM с предустановленным прикладным ПО;
- выбор платформы для системы мониторинга рабочих узлов и виртуальных машин;
- организация доступа к VM с использованием Kerberos;
- создание списка рассылки для организации более эффективного взаимодействия с пользователями (информирование о новостях, профилактических работах, различных нововведениях и т.п.).

НАСТРОЙКА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА

Геворкян М.Н., Королькова А.В., Кулябов Д.С.

*Российский университет дружбы народов, кафедра систем телекоммуникаций
mgvorkyan@sci.pfu.edu.ru, akorolkova@sci.pfu.edu.ru, dharna@sci.pfu.edu.ru*

В работе представлен отчет о настройке и использовании высокопроизводительного вычислительного комплекса РУДН.

Ключевые слова: высокопроизводительные вычисления, параллельные вычисления, OpenMP, MPI, CUDA.

Введение

В связи с развитием многоядерной архитектуры центральных процессоров и технологии массивного параллелизма на основе графических карт использование параллелизма в научных вычислениях стало возможно даже на небольших вычислительных кластерах с малым количеством узлов.

Аппаратная характеристика вычислительного комплекса

Описываемый высокопроизводительный вычислительный комплекс состоит из 3-х вычислительных узлов со следующими аппаратными характеристиками:

- один узел с двумя центральными процессорами Intel Xeon E5-2670 (2.60 GHz, 8 ядер, 16 потоков), 64 Гб ОЗУ;
- два узла с одним центральным процессором Xeon E5-2670, 64 Гб ОЗУ и одной видеокартой Nvidia Tesla M2090 (512 CUDA ядер, 6 Гб памяти) на каждом узле.

Система может быть расширена путем добавления новых вычислительных узлов.

Выбор такой конфигурации дает возможность проводить как параллельные вычисления с использованием центральных процессоров (в общей сумме 32 ядра или 64 потока) с применением технологий OpenMP, MPI и др., так и с помощью графических карт при использовании технологии CUDA.

Установленное программное обеспечение

На вычислительный комплекс был установлен GNU Compiler Collection (gcc) [1], в который включены компиляторы для языков C, C++ и Fortran (gfortran версии 4.4.7 с поддержкой OpenMP) [2] и интерпретатор языка Python версии 2.7. Также были установлены следующие библиотеки:

- OpenMPI и MPICH — для параллельных вычислений с использованием центральных процессоров [3-4];
- BLAS и LAPACK — библиотеки, реализующие численные методы решения задач линейной алгебры на языке Fortran, а также интерфейсы к ним для использования с языком C [5-6];
- библиотека GSL (GNU Scientific Library) [7];
- GAMESS (US) (General Atomic and Molecular Electronic Structure System) — пакет программ для вычислений в области квантовой химии [8];
- Python numpy и scipy — библиотеки, которые реализуют широкий спектр численных алгоритмов [9].

Основные этапы настройки системы управления заданиями

На первом этапе для всех узлов вычислительного комплекса была настроена единая система аутентификации пользователей. Это было необходимо для возможности запуска задачи на всех узлах от имени одного и того же пользователя. Следует также учесть, что домашние каталоги пользователей должны быть доступны на всех узлах вычислительной системы.

Далее был настроен беспарольный доступ по протоколу ssh с управляющего узла на вычислительные и обратно. Это необходимо для передачи заданий с центрального узла на вычислительные и возвращения результата.

Следующий этап — установка и конфигурация менеджера вычислительных ресурсов PBS/Torque [10]. В процессе настройки необходимо было прописать конфигурацию узлов и выделить один из них в качестве сервера. Далее было создано несколько очередей для различных задач. При создании очереди задаются такие параметры, как максимально доступное число процессоров, объем памяти и процессорное время.

Выбор реализации MPI

На вычислительный комплекс были установлены две различные реализации MPI: OpenMPI и MPICH. Обе реализации нельзя использовать одновременно, но есть возможность переключения между ними с помощью утилиты mpi-selector. После выбора конкретной реализации все команды MPI будут доступны пользователю.

Выводы

Вышеописанная конфигурация открывает большие возможности для самых различных научных вычислений с использованием параллелизма. В будущем возможна установка дополнительного программного обеспечения, а также расширение аппаратной части дополнительными вычислительными узлами.

Литература

1. GCC, the GNU Compiler Collection — <http://gcc.gnu.org/>.
2. OpenMP API specification for parallel programming — <http://openmp.org/wp/>.
3. Open MPI: Open Source High Performance Computing — <http://www.open-mpi.org/>.
4. MPICH: High-Performance Portable MPI — <http://www.mpich.org/>.
5. BLAS (Basic Linear Algebra Subprograms) — <http://www.netlib.org/blas/>.
6. LAPACK — Linear Algebra PACKage — <http://www.netlib.org/lapack/>.
7. GSL - GNU Scientific Library — <http://www.gnu.org/software/gsl/>.
8. The General Atomic and Molecular Electronic Structure System (GAMESS) — <http://www.msg.ameslab.gov/games/gamess.html>.
9. SciPy/NumPy — <http://scipy.org/>.
10. TORQUE Resource Manager - Adaptive Computing — <http://www.adaptivecomputing.com/products/open-source/torque/>.

HIGH PERFORMANCE COMPUTING SYSTEM CONFIGURATION

Gevorkyan M.N., Korolkova A.V., Kulyabov D.S.

*Peoples' Friendship University of Russia, Telecommunication Systems Department
mnggevorkyan@sci.pfu.edu.ru, akorolkova@sci.pfu.edu.ru, dharna@sci.pfu.edu.ru*

This paper presents a report about configuration and utilization of high-performance computing systems of Peoples' Friendship University of Russia.

Key words: high performance computing, parallel computing, OpenMP, MPI, CUDA.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ГИБРИДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Петрова В.А.¹, Матвеев М.А.^{1,2}, Зуев М.И.²

¹Международный университет природы, общества и человека «Дубна»

²Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований
lerysik283@gmail.com, matveevma@jinr.ru, zuevmax@jinr.ru

В работе представлена параллельная реализация вычислительной схемы численного решения начально-краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности на гибридных вычислительных системах, содержащих графические процессоры.

Ключевые слова: технология параллельного программирования CUDA, гибридные вычислительные системы, экономичные разностные схемы

Введение

Для численного решения смешанной задачи для двумерного уравнения теплопроводности используется локально-одномерная схема. В работе рассматриваются особенности программной реализации на основе технологии CUDA [1] параллельной вычислительной схемы в части вычисления матричных элементов и правых частей трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), возникающих после дискретизации начально-краевой задачи вдоль каждой координаты.

Разработанные параллельные алгоритмы могут применяться при решении ряда прикладных задач, например, при исследовании теплофизических процессов, протекающих в анизотропных материалах.

Постановка задачи

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения теплопроводности

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} K_1(x, y, t) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_2(x, y, t) \frac{\partial u}{\partial y} + f(x, y, t), \quad (x, y) \in D, \quad t > 0; \\ u|_{t=0} &= u_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{D}; \quad u|_{\Gamma} = \mu(x, y, t), \quad t \geq 0, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где $u = u(x, y, t)$, $\bar{D} = D + \Gamma = \{(x, y): x_L \leq x \leq x_R, y_L \leq y \leq y_R\}$ – прямоугольная область, Γ – граница области D .

Для численного решения задачи (1) в области $\bar{Q}_T = \bar{D} \times [0 \leq t \leq T]$ строится локально-одномерная схема [2, 3] следующим образом.

Введем сетку $\bar{\omega} = \bar{\omega}_\tau \times \bar{\omega}_{h_x h_y}$, $\bar{\omega}_\tau = \{t_j = j\tau, j = \bar{0}, N_\tau - 1\}$,

$\bar{\omega}_{h_x h_y} = \{(x_{i_1}, y_{i_2}): x_{i_1} = x_L + i_1 h_x, i_1 = \bar{0}, N_x - 1; y_{i_2} = y_L + i_2 h_y, i_2 = \bar{0}, N_y - 1\}$,
и запишем цепочку одномерных схем:

$$\frac{v_{(1)}^{j+1} - v_{(1)}^j}{\tau} = A_1 v_{(1)}^{j+1} + \varphi_1, \quad A_1 v = (a_1 v_x)_x, \quad a_1 = K_1(x_{i_1 - \frac{1}{2}}, y_{i_2}, t), \quad (2)$$

$$\frac{v_{(2)}^{j+1} - v_{(2)}^j}{\tau} = A_2 v_{(2)}^{j+1} + \varphi_2, \quad A_2 v = (a_2 v_y)_y, \quad a_2 = K_2(x_{i_1}, y_{i_2 - \frac{1}{2}}, t), \quad (3)$$

$$v_{(\alpha)}^j = v_{(\alpha)}(x_{i_1}, y_{i_2}, t_j), \quad \alpha = 1, 2; \quad (x, y, t) \in \omega; \quad x_{i_1 - \frac{1}{2}} = x_{i_1} - h_x/2, \quad y_{i_2 - \frac{1}{2}} = y_{i_2} - h_y/2;$$

$$v_{(2)}^{j+1} - \text{приближенное решение задачи (1) при } t = t_{j+1};$$

с дополнительными условиями сопряжения

$$v_{(2)}(x, y, t_j) = v_{(1)}(x, y, t_{j+1}), \quad j = \bar{0}, N_\tau - 2, \quad v_{(2)}(x, y, 0) = u_0(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\omega}_{h_x h_y};$$

граничными условиями $v_{(\alpha)}^j = \mu(x, y, t_j)$, $\alpha = 1, 2$, при $(x, y) \in \gamma^\alpha$, где через γ^α обозначено множество граничных узлов; и условием нормировки $\varphi_1 + \varphi_2 = f$.

В расчетах полагалось, что $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = f(x, y, t_{j+1})$. Разностные уравнения (2) и (3) вместе с граничными условиями и условиями сопряжения представляют собой трехдиагональные СЛАУ при каждом фиксированном индексе $i_2(i_1)$.

Алгоритм решения с применением технологии CUDA

Алгоритм решения задачи на GPU состоит в следующем:

- инициализация начальных данных: задание массивов, выделение памяти на GPU, копирование параметров задачи и численного метода (h_x, h_y, τ и др.) в константную память GPU;
- инициализация дескрипторов библиотечных функций cuSPARSE; следующие операции производятся на каждом временном слое:
 - вычисление элементов массивов нижней, верхней и главной диагоналей и правой части СЛАУ соответствующей трехточечному разностному уравнению (2) – для каждого $i_2 = 1, \dots, N_y - 2$;
 - параллельное решение $N_y - 2$ трехдиагональных СЛАУ с помощью функции `cusparsvDgtsvStridedBatch()` в направлении x ;
 - вычисление элементов массивов нижней, верхней и главной диагоналей и правой части СЛАУ соответствующей уравнению (3) – для каждого $i_1 = 1, \dots, N_x - 2$;
 - параллельное решение $N_x - 2$ трехдиагональных СЛАУ с помощью функции `cusparsvDgtsvStridedBatch()` в направлении y ;
- передача вычисленных элементов $v_{(2)}^{N_t-1}$ на CPU с помощью функции `cudaMemcpy()`.

Отметим, что при непараллельном варианте вычислительной схемы трехдиагональные СЛАУ решались методом прогонки [3].

Результаты и анализ вычислений

Тестирование разработанного алгоритма и последующие расчеты проводились на гибридном вычислительном кластере К-100 ИПМ им. М.В. Келдыша [4] и суперкомпьютере «Ломоносов» МГУ им. М.В. Ломоносова [5].

Каждый узел гибридного вычислительного кластера К-100 имеет следующие характеристики: 2 x Intel Xeon X5670, NVIDIA Fermi K2050, на суперкомпьютере «Ломоносов» расчеты проводились на узлах с характеристиками: 2 x Intel Xeon X5670, NVIDIA Tesla X2070.

Тестирование вычислительной схемы проводилось на задачах, имеющих точное решение. Погрешность вычислений по разностным схемам (2), (3) проверялась методом Рунге путем расчетов на последовательности сгущающихся сеток.

В процессе тестирования и проведения расчетов изменялось количество узлов сетки $N_x \times N_y$ и количество временных слоев N_t .

Было проведено исследование на определение оптимального соотношения между нитями (блоками), при котором достигается минимальное время расчетов. Было получено, что минимальное время достигается при соотношении 32×32 . Все последующие расчеты проводились при этих значениях параметров.

Особо отметим важность распределения вычислений по нитям (блокам): каждая нить с индексом i_2 вычисляет все элементы i_1 каждой СЛАУ для задачи (2) или каждая нить с индексом i_1 вычисляет все соответствующие элементы СЛАУ с номером i_2 (аналогично для задачи (3)). Второй вариант распределения вычислений позволяет существенно сократить время расчетов (в среднем, в 1,5 раза).

Далее приведены результаты расчетов на суперкомпьютере «Ломоносов» при различных размерностях задачи, количество временных слоев $N_t = 100$.

На рис. 1 приведены графики зависимости расчетного времени задачи на CPU и GPU от размерностей $N_x \times N_y$, а соответствующие данные приведены в табл. 1. Из приведенных данных видно, что было достигнуто максимальное ускорение в 18 раз.

Таблица 1. Время расчетов задачи на CPU и GPU (в секундах)

| Размерность задачи, | CPU | GPU |
|---------------------|---------|----------|
| | 0,6644 | 5,788 |
| | 1,5856 | 24,4057 |
| | 5,3741 | 99,7087 |
| | 20,5827 | 433,561 |
| | 50,0047 | 904,1974 |

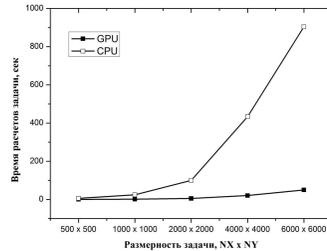


Рис. 1. Зависимость времени расчета на CPU и GPU от размерности

Выводы

Проведен сравнительный анализ различных вариантов распределения вычислений по нитям (блокам) на GPU. Проведенные вычислительные эксперименты на ряде задач показали существенное сокращение расчетного времени. Было достигнуто ускорение в 18 раз. Одним из этапов оптимизации программы может стать задействование разделяемой (shared) памяти для расчетов элементов СЛАУ.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 14-01-31227 мол_а, ОИЯИ № 14-602-03.

Литература

1. Борсков А.В. и др. Параллельные вычисления на GPU. Архитектура и программная модель CUDA: Учебное пособие // Издательство Московского университета, Москва – 2012 – 336 стр.
2. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики // «Наука», Новосибирск – 1967 – 197 стр.
3. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем// «Наука», Москва – 1971 – 552 с.
4. <http://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.html>
5. Воеводин В.Л., Жуматий С.А., Соболев С.И., Антонов А.С., Брызгалов П.А., Никитенко Д.А., Стефанов К.С., Воеводин Вад.В. Практика суперкомпьютера «Ломоносов» // Открытые системы – № 7 – ИД «Открытые системы», Москва – 2012 – стр. 36-39.

PARALLEL ALGORITHMS FOR THE SOLUTION OF HEAT EQUATION ON HYBRID COMPUTING SYSTEMS

Petrova V.A.¹, Matveev M.A.^{1,2}, Zuev M.I.²

¹Dubna International University for Nature, Society and Man

²Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research
lerysik283@gmail.com, matveevma@jinr.ru, zuevmax@jinr.ru

This work presents parallel implementation of a computing scheme of the numerical solution of an initial boundary value problem for the two-dimensional heat conduction equation on hybrid computing systems containing graphical processing units (GPU).

Key words: parallel programming technology CUDA, hybrid computing systems, economical difference schemes.

Математическое моделирование

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ БЕТА-КОЭФФИЦИЕНТОВ В ОДНОФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ШАРПА

Аль-Джанаби С.А.¹, Шуббар Х.Х.Д.²

¹Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, saeef_shlash@yahoo.com

²Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, Фонд мучеников, hhhshb@yahoo.com

Работа посвящена исследованию однофакторной модели, позволяющей упростить оптимизационные вычисления, и проверке ее эффективности на реальных данных

Ключевые слова: однофакторная модель Шарпа, рыночный индекс, бета-коэффициенты.

Введение

Ключевым моментом портфельного анализа является исследование взаимосвязи характеристик акций с различными внутренними и внешними факторами. Когда число акций в портфеле довольно большое, усложняется процесс вычислений, что затрудняет применение на практике многофакторных моделей. Данная работа посвящена исследованию однофакторной модели [1], позволяющей упростить оптимизационные вычисления, и проверке ее эффективности на реальных данных. Основное уравнение модели: $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \epsilon_i$, где r_i - доходность ценной бумаги i за данный период, r_M - доходность рыночного индекса M за тот же период, α_i - коэффициент смещения, β_i - чувствительность ценной бумаги к фактору r_M , ϵ_i - случайная ошибка.

В индексной модели Шарпа используется тесная корреляция между изменением курсов отдельных акций. Предполагается, что необходимые входные данные можно приблизительно определить при помощи всего лишь одного базисного фактора и отношений, связывающих его с изменением курсов отдельных акций. Как правило, за такой фактор берется значение какого-либо индекса. В данной работе был использован индекс ММВБ [3].

Методы оценки бета-коэффициентов

Рассмотрим доходности акций Газпрома, входящих в наш индекс, и доходности самого индекса, на их основе строим соответствующую диаграмму рассеивания (Рис.1). Из нее видно, что наши доходности связаны тесной корреляцией, это аналитически подтверждает теорию Шарпа и дает нам почву для ее дальнейшего исследования

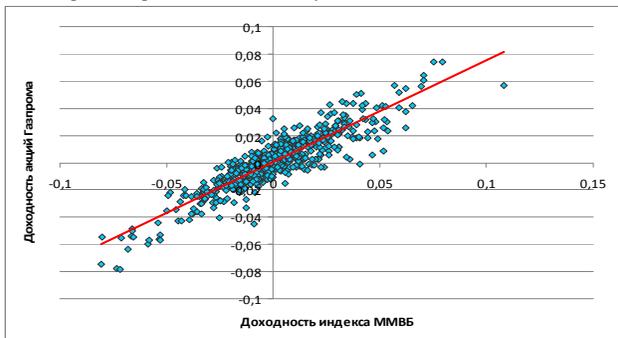


Рис. 1

Для оценки ожидаемого дохода, дисперсии и ковариации могут быть использованы следующие выражения:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{r}_M, \quad \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{ei}^2, \quad \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2,$$

где \bar{r} – средняя доходность акции i (ее математическое ожидание), \bar{r}_M – средняя доходность рыночного индекса M за тот же период, σ_i^2 – совокупный риск бумаги i , σ_M^2 – рыночный риск, σ_{ei}^2 – собственный риск, σ_{ij} – ковариация доходностей акций i и j .

Особую роль здесь играет, так называемый, бета-коэффициент. Мы рассмотрели три метода оценки данного параметра (подробнее об этих методах см.[2]):

1. Нескорректированный бета-коэффициент;
2. Бета-коэффициент Блюма;
3. Бета-коэффициент Васичека.

Эти методы были протестированы на реальных данных за период с 2009 по 2011 год. Такой промежуток времени был выбран в связи с тем, что целесообразно анализировать данные за кризисный и послекризисный периоды в совокупности. Расчеты по однодневным ценовым приращениям ведутся на предыдущем 50-дневном промежутке времени. В расчете коэффициентов используются дневные значения цен ценных бумаг и индекса (ММВБ) на момент закрытия торгов. Итак, остановимся на результатах расчетов в каждом методе.

Метод нескорректированного бета-коэффициента. При таком методе оценки возникают большие расхождения между оцененными параметрами и их реальными значениями. Это связано с тем, что бета-коэффициент не постоянен во времени.

Метод бета-коэффициента Блюма. Заметно, что этот метод расчета бета для нашего примера практически отражает реальность (Рис. 2).

Метод бета-коэффициента Васичека. Согласно проведенным расчетам этот метод дает худший результат (Рис. 3)

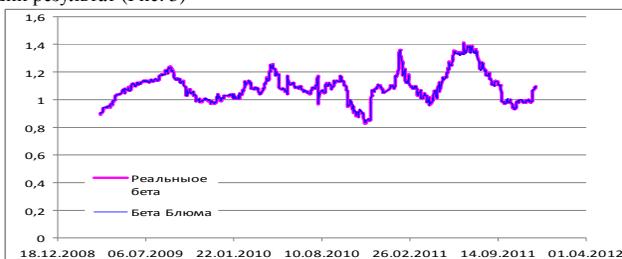


Рис. 2

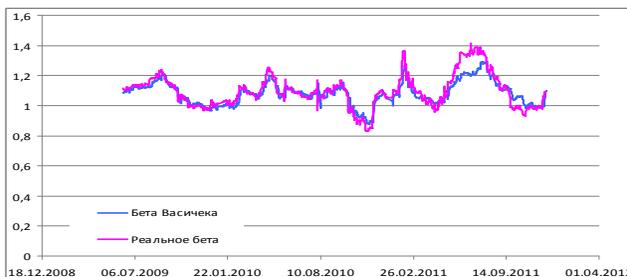


Рис. 3

Литература

1. *Бабайцев В.А., Гусин В.Б.* Математические основы финансового анализа. -М.,ФА, 2005.
2. *Yansen A.* Simplifying the portfolio optimization process via Single Index Model, Northwestern University, 2008.
3. Данные взяты с сайтов:
http://old.micex.ru/stockindices/index_analitycs.html
<http://www.gazprom.ru/investors/stocks>
<http://stocks.investfunds.ru>
<http://www.rosneft.ru/Investors/instruments/quotes>

METHODS FOR ESTIMATION OF BETAS IN SHARPE-ONE-FACTOR MODEL

Al-Janabi S.A.¹, Shubbar H.H.D.²

¹People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, saeef_shlash@yahoo.com

²People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, Martyrs Foundation, hhhshb@yahoo.com

Work is devoted to the one-factor model to simplify the optimization calculation and verification of its effectiveness on real data.

Key Sharpe-factor model, market index, beta coefficients.

МОДЕЛИ С ПЕРЕМЕННЫМ КАПИТАЛОМ И ГРАФИКИ ВЕДЕНИЯ СЧЕТА В СХЕМЕ ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ

Аль-Натор М.С.¹, Аль-Натор С.В.², Аль-Джанани С.А.³, Шуббар Х.Х.Д.⁴

¹Финансовый университет при Правительстве РФ, mahnator@yandex.ru

²Финансовый университет при Правительстве РФ, salnator@yandex.ru

³Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, saeef_shlash@yahoo.com

⁴Российский университет дружбы народов, Министерство высшего образования Ирака, Отдел научных исследований, Фонд мучеников, hhsb@yahoo.com

Предложена программная реализация моделей с переменным капиталом в схеме простых процентов. В частности, реализованы графики погашения долга. Предложен алгоритм нахождения текущей стоимости отложенной ренты для актуарной модели.

Ключевые слова: модели с переменным капиталом, актуарная модель, коммерческая модель, ренты, денежный поток, текущая стоимость денежного потока.

Введение

Основная цель работы состоит в программной реализации графика (в годовой и календарной шкале) ведения переменного счета (допускающего изъятие или доложение) и, в частности, графика погашения долга в схеме простых процентов. Нас будет интересовать также вопрос об определении состояния переменного счета в любой момент времени. Как известно, для сложных процентов в этом случае удастся выписать явные формулы, но для простых процентов задача носит более тонкий характер (подробнее см. [1, 2]). Ниже мы рассмотрим 3 модели ведения переменного счета: мультисчетную, коммерческую и актуарную.

Модели с переменным капиталом в схеме простых процентов

Мультисчетная модель. Мультисчетная модель предполагает независимость отдельных платежей: каждый платеж (изъятие или доложение) рассматривается как отдельный счет. Будущая стоимость потока платежей для мультисчетной модели может быть получена с помощью стандартного оператора будущей стоимости

$$FV_t(CF) = \sum_{k=1}^n C_k (1 + i(t - t_k))$$

где $CF = \{(C_1, t_1), \dots, (C_n, t_n)\}$ – денежный поток, C_k – платеж/изъятие, t_k – момент, когда производится платеж/изъятие, i – нормированная простая процентная ставка, $t \geq t_n$.

Текущая стоимость потока CF находится с помощью стандартного оператора текущей стоимости

$$PV_t(CF) = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{1 + i(t_k - t)}, \quad t \leq t_1.$$

Бинарная модель. Коммерческая и актуарная модели основаны на принципе разделения счета на основной и процентный счета, т.е. текущее состояние счета S_t определяется состояниями P_t основного и I_t процентного счетов:

$$S_t = P_t + I_t.$$

Коммерческая модель. Коммерческое правило ведения счета состоит в том, что доложения делаются только на основной счет, а изъятия – только с основного счета.

При этом процентный счет – это сумма накопленных к данному моменту процентов. Формализация коммерческой модели:

$$P_k = \sum_{i=0}^k C_i = P_{k-1} + C_k,$$

$$I_k = \sum_{i=1}^k J_i = I_{k-1} + J_k,$$

$$J_k = i P_{k-1} T_k,$$

$$S_k = P_k + I_k,$$

где P_k - состояние основного счета в критический момент t_k , I_k - состояние процентного счета, S_k - состояние полного счета, C_k - сумма вложения (изъятия), которое происходит в момент t_k , J_k - проценты за критический промежуток $T_k = t_k - t_{k-1}$, i - нормированная простая процентная ставка.

Будущая стоимость потока платежей для коммерческой модели может быть получена с помощью стандартного оператора будущей стоимости. Что касается текущей стоимости потока платежей, то для ее нахождения существует явное выражение:

$$PV^{com}(CF) = \frac{\sum_{k=1}^n C_k (1 + i(t_n - t_k))}{1 + i(t_n - t_0)}$$

Актуарная модель. Актуарное правило совпадает с коммерческим при взносах на накопительный счет, однако изъятия начинаются с процентного счета. В случае недостатка средств для проведения изъятия недостающая сумма снимается с основного счета.

Для актуарной модели в случае произвольного потока платежей нет общей формулы для текущей стоимости или состояния счета в любой момент времени. Однако такие формулы есть, например, для так называемых регулярных схем погашения (регулярных потоков платежей), когда погасительные платежи образуют ренту. В работе рассмотрены две регулярные схемы погашения долга: равномерная и равномерно амортизационная схемы [1, 2].

Авторам не удалось получить простую формулу текущей стоимости отложенной ренты для актуарной модели. Однако используя принципы введения счета для актуарной модели, авторами предложен алгоритм решения этой задачи, который был программно реализован.

Ниже приведены фрагменты (автоматизированных) рабочих таблиц состояния счета для произвольных платежей в случае актуарной модели. В этой таблице k – номер платежа, t – дата или момент платежа, D – количество дней (точных или приближенных в зависимости от временного правила АСТ/365, АСТ/360 или 30/360) между соседними платежами, T – срок в годах между соседними платежами, C – текущий платеж, P – текущее состояние основного счета, J – проценты за текущий период, I (I соотв.) – состояние процентного счета до (после соотв.) учета платежа за текущий период.

| Актуарное правило: годовая шкала, непрерывная модель | | | | | | | | |
|---|-----------|--------|-----------|------------|-----------|------------|--------|---------|
| годовая процентная ставка счета = 10,50% | | | | | | | | |
| | срок(год) | платеж | осн.счет. | тек. проц. | нак.прц.- | нак.проц.+ | сальдо | |
| k | t | T | C | P | J | I- | I+ | S |
| 0 | 0,00 | | -100,00 | -100,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | -100,00 |
| 1 | 1,00 | 1,00 | 100,00 | -10,50 | -10,50 | -10,50 | 0,00 | -10,50 |
| 2 | 2,00 | 1,00 | 150,00 | 138,40 | -1,10 | -1,10 | 0,00 | 138,40 |
| 3 | 3,00 | 1,00 | -200,00 | -47,07 | 14,53 | 14,53 | 0,00 | -47,07 |

| | | | | | | | | |
|--|------------|-----------|-----------|---------|----------------------|--------------------------------------|------------------------|-----------|
| Актуарное правило: календарная шкала, непрерывная модель | | | | | | Задайте номер временного правила : 1 | | |
| годовая процентная ставка счета = 10% | | | | | | Выбранное временное правило АСТ365 | | |
| k | дата | срок (дн) | срок(год) | платеж | осн.счет. тек. проц. | нак.прц. | нак.проц. ⁺ | сальдо |
| | t | D | T | C | P | J | Г | S |
| 0 | 13.01.1996 | | | 100,00 | 100,00 | 0,00 | 0,00 | 100,0000 |
| 1 | 14.11.1996 | 306 | 0,838 | -400,00 | -291,62 | 8,38 | 8,38 | -291,6164 |
| 2 | 15.06.1997 | 213 | 0,584 | 400,00 | 91,37 | -17,02 | -17,02 | 91,3659 |
| 3 | 14.01.1998 | 213 | 0,584 | -400,00 | -303,30 | 5,33 | 5,33 | -303,3023 |
| 4 | 15.08.1998 | 213 | 0,584 | 400,00 | 79,00 | -17,70 | -17,70 | 78,9982 |

Литература

1. Касимов Ю.Ф. Финансовая математика. -М: Изд-во «Юрайт», 2011, - 335 с. – Серия: Учебники Финансового университета.
2. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений (факты, формулы, примеры, задачи и тесты). Часть I. Учебное пособие. -М: Изд-во Финансового университета, 2012.

VARIABLE CAPITAL MODELS AND ADMINISTRATION ACCOUNT SCHEDULES IN THE SCHEME OF SIMPLE INTEREST

Al-Nator M.S.¹, Al-Nator S.V.², Al-Janabi S.A.³, Shubbar H.H.D.⁴

¹Financial University under the Government of Russian Federation, malnator@yandex.ru

²Financial University under the Government of Russian Federation, salnator@yandex.ru

³People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, saeef_shlash@yahoo.com

⁴People's Friendship University of Russia, Iraqi Ministry of Higher Education, Department of scientific research, Martyrs Foundation, hhhshb@yahoo.com

A software implementation for models with variable capital in the scheme of simple interest is proposed. In particular, a loan repayment schedules are implemented. We propose an algorithm for finding the present value of a deferred annuity for the actuarial model.

Key words: variable capital model, actuarial model, commercial model, annuity, cash flow, present value.

БЕТА-МОДЕЛЬ РАНДОМИЗИРОВАННОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ЗАЯВЛЕНИЯ ИСКА

Аль-Натор М.С.¹, Аль-Натор С.В.², Кунак Е.С.³

^{1,2,3}Финансовый университет при Правительстве РФ
¹malnator@yahoo.com, ²salnator@yandex.ru, ³kunakes@mail.ru

Исследуются нелинейные модели заявленных к концу года страховых случаев с рандомизированной вероятностью их заявления. Разработаны имитационные модели, согласно, которым модели с рандомизированной вероятностью заявления более адекватно описывают реальный процесс наступления страховых случаев.

Ключевые слова: иски, незаявленные иски, неурегулированные иски, страховой случай, рандомизация.

Введение

Данная работа является непосредственным продолжением [1]. Нас побудила к этому исследованию работа [2].

Продолжая работу [1], авторами предложена группа моделей процесса поступления страховых исков, не заявленных до окончания календарного года и заявленных в течение года. Для этих моделей предполагается, что вероятность заявления исков является случайной величиной, имеющей Бета распределение.

В связи с тем, что модели с рандомизацией приводили к сложным трансцендентным функциям зависимости условного ожидаемого числа страховых случаев за год от числа заявленных исков в течение года, авторами были разработаны соответствующие имитационные модели. Как показано в работе, модели с рандомизированной Бета-вероятностью заявления более адекватно отражают реальный процесс поступления страховых случаев.

Всюду в работе

Y – дискретная случайная величина, описывающая число страховых случаев, произошедших за год;

X – число страховых случаев, заявленных к концу года;

$q(x) = E(Y|X = x)$ – ожидаемое число произошедших страховых случаев за один год при условии, что было заявлено x исков;

$r(x)$ – ожидаемое число произошедших, но незаявленных страховых случаев:

$$r(x) = E(Y - X|X = x) = q(x) - x.$$

Основные модели и результаты

Бета-биномиальная модель. Если имеется страховой случай, то вероятность того, что он будет заявлен к концу года, равна p . При этом предполагается, что p – непрерывная случайная величина, которая имеет Бета распределение с параметрами $a, b > 0$. Пусть X имеет биномиальное распределение с параметрами y, p . Тогда распределение числа заявленных к концу года страховых случаев определяется по формуле

$$P(X = x|Y = y) = \frac{y!}{x!(y-x)!} \frac{B(x+a, y-x+b)}{B(a, b)}.$$

Бета-пуассоно-биномиальная модель. Если предположить в предыдущей модели, что Y имеет распределение Пуассона с параметром λ , то

$$q(x) = \frac{1}{\sum_{i=x}^{\infty} \frac{\lambda^y}{(i-x)!} \frac{\Gamma(i-x+b)}{\Gamma(i+a+b)}} \sum_{y=x}^{\infty} y \frac{\lambda^y}{(y-x)!} \frac{\Gamma(y-x+b)}{\Gamma(y+a+b)}.$$

Заметим, что

$$P(Y = y|X = x) = \frac{\frac{\lambda^y}{(y-x)!} \frac{\Gamma(y-x+b)}{\Gamma(y+a+b)}}{\sum_{i=x}^{\infty} \frac{\lambda^y}{(i-x)!} \frac{\Gamma(i-x+b)}{\Gamma(i+a+b)}}$$

Бета-отрицательная биномиальная модель. Предположим, что Y имеет отрицательное биномиальное распределение с параметрами a, p . Если имеется страховой случай, то вероятность того, что он будет заявлен к концу года, равна d . При этом предполагается, что d – непрерывная случайная величина, которая имеет Бета распределение с параметрами $\alpha, \beta > 0$. Имеем

$$q(x) = \frac{1}{\sum_{i=x}^{\infty} \frac{(i+a-1)! \Gamma(i-x+\beta)}{(i-x)! \Gamma(i+\alpha+\beta)} (1-p)^i} \sum_{y=x}^{\infty} y \frac{(y+a-1)! \Gamma(y-x+\beta)}{(y-x)! \Gamma(y+\alpha+\beta)} (1-p)^y.$$

Заметим, что

$$P(Y = y|X = x) = \frac{\frac{(y+a-1)! \Gamma(y-x+\beta)}{(y-x)! \Gamma(y+\alpha+\beta)} (1-p)^y}{\sum_{i=x}^{\infty} \frac{(i+a-1)! \Gamma(i-x+\beta)}{(i-x)! \Gamma(i+\alpha+\beta)} (1-p)^i}$$

Расчеты и выводы

Расчеты производились с помощью разработанной имитационной модели в среде Maple.

Для Бета-пуассона-биномиальной модели были построены графики $q(x)$ при $\lambda = 150$ и различных параметрах a, b . Примеры представлены на рис.1.

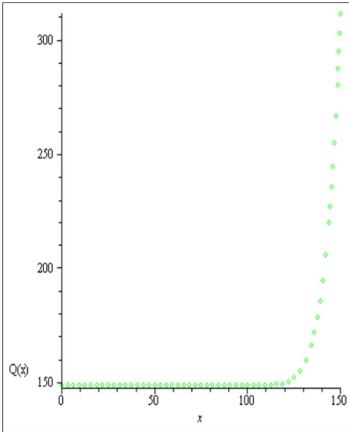


Рисунок 1, а). $a = 1, b = 2$.

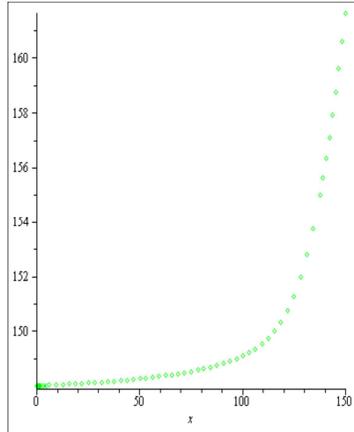
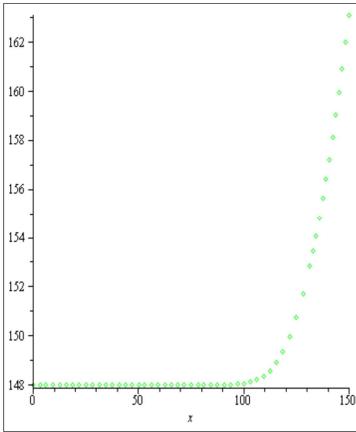
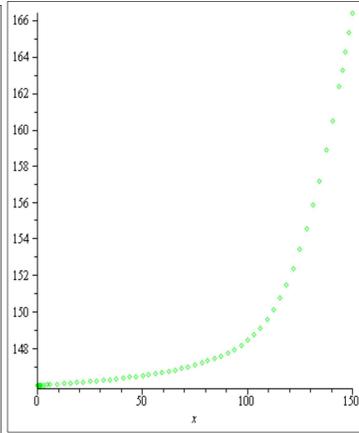


Рисунок 1, б). $a = 2, b = 1,5$.

Для Бета-отрицательной биномиальной модели были построены графики $q(x)$ при $a = 150$, и различных параметрах p, α, β . Примеры представлены на рис.2.

Согласно проделанным расчетам, можно сделать вывод, что по-видимому рассмотренные модели приводят к нелинейным функциям $q(x)$ и $r(x)$.

Рисунок 2, а) $p = 0,5, \alpha = \beta = 1$.Рисунок 2, б) $p = 0,5, \alpha = 2, \beta = 1,5$

Литература

1. Аль-Натор М.С., Аль-Натор С.В., Кунак Е.С. О моделях незаявленных исков // Всероссийская конференция "Прикладная теория вероятности и теоретическая информатика". РУДН и ИПИ РАН. Сборник тезисов. М: Изд-во ИПИ РАН, 2012, с. 8-10.
2. Eric Brosius. Loss Development Using Credibility, 1993. www.casact.org/library/studynotes.
3. Леммер Ж. Автомобильное страхование. Актуарные модели: Перв. с англ., изд. 2-е, с дополнениями. - М.: Янус-К, 2003. - 307с., ил.
4. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика: Пер. с англ. - М.: "Янус-К", 2001. - 644 с.

BETA-MODEL FOR RANDOMIZED PROBABILITY OF REPORTED CLAIMS

Al-Nator M.S.¹, Al-Nator S.V.², Kunak E.S.³

^{1,2,3}*Financial University Under The Government Of Russian Federation
¹malnator@yahoo.com, ²salnator@yandex.ru, ³kunakes@mail.ru*

We study nonlinear models of reported claims by the end of the year with a randomized probability of claims to be reported. According to the developed simulation models the models with randomized probability more adequately describe the actual arrival process of insurance claims.

Key words: claims, unreported claims, outstanding claims, insured event, randomization.

ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ В РАМКАХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К., Шарипов З.А.

Лаборатория информационных технологий, Объединенный Институт Ядерных Исследований,
141980, Московская область, г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, 6, sarker@jinr.ru

В работе проведено исследование решений квазистационарных состояний для квазипотенциального уравнения с кусочно-постоянными потенциалами при различных значениях параметров задачи. Проведен сравнительный анализ решений квазипотенциального уравнения с решениями уравнения Шредингера.

Ключевые слова: квазистационарные состояния, квазипотенциальное уравнение, кусочно-постоянные потенциалы

Введение

Решения уравнения Шредингера при комплексных значениях $E = E_1 + iE_2$, описывают различные физические процессы [1, 2]. Например, при вещественных значениях E описывает рассеяние, которое выражается через вещественные фазы рассеяния и сечение рассеяния. Полоса матрицы рассеяния при мнимых и комплексных значениях E описывают связанные, виртуальные и квазистационарные состояния системы. Полосам матрицы рассеяния в нижней полуплоскости E не лежащим на мнимой оси, соответствуют квазистационарные состояния, описывающие распад или же захват в системе. При комплексных значениях энергии в силу того, что плотность вероятности убывает со временем по экспоненциальному закону, сохранение вероятности может быть обеспечено и при наличии только расходящейся волны в асимптотике решения.

Плотность вероятности для распадающегося состояния, определяющаяся квадратом модули волновой функции, затухает по экспоненциальному закону $|\psi(t)|^2 \sim \exp\left(-\frac{1}{\hbar}\Gamma_r t\right)$. В частности, по такому же закону изменяется со временем и вероятность нахождения частицы в какой-либо ограниченной области пространства. Вероятность распада в единицу времени равна $w_r = \frac{\Gamma_r}{\hbar}$. Поэтому время жизни распадающегося квазистационарного состояния τ_r можно определить посредством равенства $\tau_r = \frac{\hbar}{\Gamma_r}$.

Заметим, что система, распадающаяся со временем, вообще говоря, не обладает дискретным спектром энергий. Вылетающая при распаде частица уходит на бесконечность, поэтому движение системы инфинитно, и, следовательно, энергетический спектр системы непрерывен. Однако если в силу каких-либо причин вероятность распада системы мала, то можно ввести понятие о квазистационарном состоянии. В таком квазистационарном состоянии частица в течение длительного времени движется внутри системы, покидая ее лишь по истечении значительного промежутка времени $\tau_r = \frac{1}{w_r}$. Энергетический спектр таких квазистационарных состояний является квазидискретным и состоит из ряда размытых уровней E_r . Ширина

которых \tilde{A}_r определяется временем жизни соответствующих состояний $\tilde{A}_r = \frac{\hbar}{\tau_r}$.

Очевидно, введение квазистационарных состояний имеет смысл только в том случае, если ширина соответствующих квазидискретных уровней оказывается малой по сравнению с расстояниями между уровнями $\tilde{A}_r \ll D$, где D - среднее расстояние между квазидискретными уровнями.

В данной работе проведено исследование квазистационарных состояний для модельных кусочно-непрерывных потенциалов в рамках уравнения Шредингера и квазипотенциального уравнения [3]. Детали расчетов опубликованы в работе [4]. Здесь мы обсуждаем новые полученные результаты.

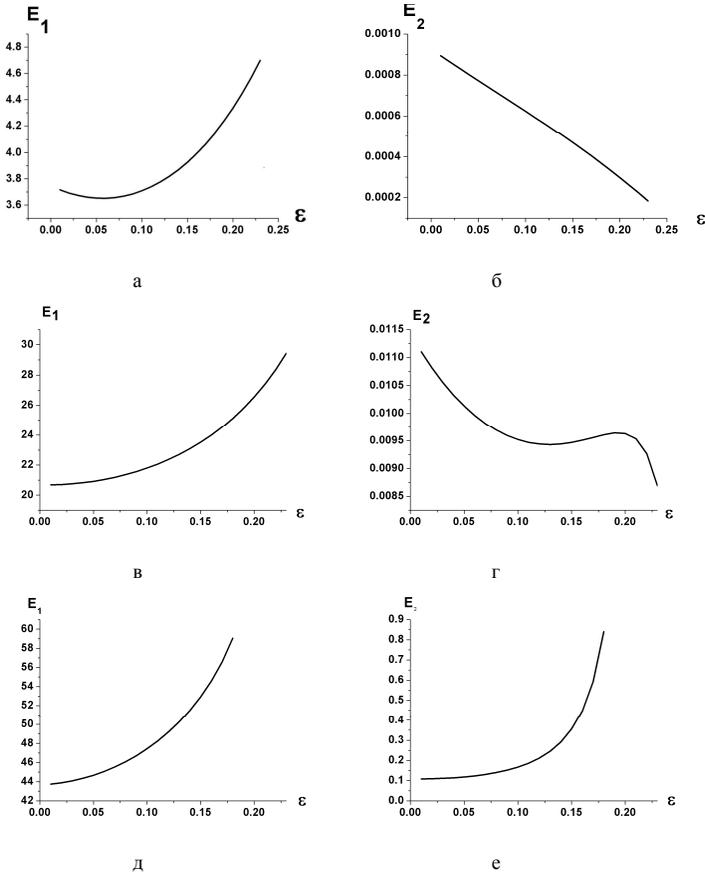


Рис1. Зависимость квазистационарных состояний (действительные - а, в, д и мнимые - б, г, е части) от параметра ε .

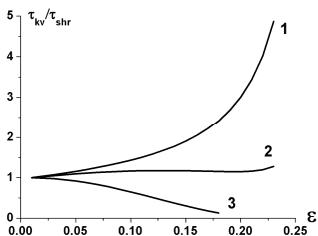


Рис.2. Зависимость отношения τ_{kv}/τ_{shr} для трех состояний от параметра ϵ .

Выводы

Из сравнительного анализа решений квазипотенциального уравнения с решениями уравнения Шредингера, можно делать следующие выводы:

а) во всех случаях при увеличении ϵ действительные части квазистационарных состояний для квазипотенциального уравнения растут по сравнению с ними для уравнения Шредингера, а мнимые части для первого и второго уровня уменьшаются, но для третьего уровня увеличиваются.

б) отношения времен жизни квазистационарных состояний для квазипотенциального уравнения и уравнения Шредингер при росте ϵ в случае первого и второго состояний увеличиваются, а в случае третьего - уменьшаются.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ, № 13-01-00595-а, 14-01-00628-а.

Литература

1. Ситенко А.Г. Лекция по теории рассеяния. Киев. -1971. -260 с.
2. Тейлор Дж. Теория рассеяния. Мир. Москва. -1975. -567 с.
3. Кадышевский В.Г., Мир-Касымов Р.М., Скачков Н.Б. ЭЧАЯ, -1971.-Т. 2. -№3. -С.637-690.
4. Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К., Шарипов З.А. Исследование решений квазистационарных состояний для квазипотенциального уравнения. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 22-26 апреля 2013 года, -С. 167-169.

INVESTIGATION OF QUASISTATIONARY STATES IN THE FRAME OF THE QUASIPOTENTIAL EQUATION

Amirkhanov I.V., Sarker N.R., Sarhadov I., Tukhliev Z.K., Sharipov Z.A.

Laboratory of information technologies, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Moscow region, Dubna, str. Joliot-Curie, 6, sarker@jinr.ru

Investigation of the solutions of quasistationary states is carried out for the quasipotential equation with piecewise-constant potentials at various values of parameters of the problem. The comparative analysis of the solutions of quasipotential equation with the solutions of Schrodinger equation is performed.

Key words: quasistationary states, quasipotential equation, piecewise-constant potentials.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В АМОРФНЫХ СПЛАВАХ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К., Шарипов З.А.

Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий, ул. Жолио-Кюри, 6, 141980 г. Дубна, Московская область, Россия, zafar@jinr.ru

В настоящей работе исследуются тепловые процессы в аморфных сплавах и их влияние на образование трещин в рамках модели термического пика.

Ключевые слова: модель термического пика, моделирование, трещины.

Введение

В работе на основе модели термического пика [1] исследуются тепловые процессы (плавления и затвердевания) и образование трещин в аморфных сплавах при облучении тяжелыми ионами высоких энергий. Настоящая работа является продолжением работы [2]. Система уравнений и физические параметры модели приведены в [1-3].

Полученные результаты

На Рис.1 и Рис.2 представлены численные результаты моделирования. На рис.1 приведены профили температур аморфного сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ при облучении ионами урана с энергией 1.9 ГэВ. Из Рис.1 (а), (б) видно, что профили температур в модели с учетом фазовых переходов существенно отличаются от модели, в которой фазовые переходы не принимаются в расчет. При учете фазовых переходов значительное количество энергии поглощается в точке плавления материала (на скрытую теплоту плавления), что приводит к снижению температуры мишени и, вследствие этого, к уменьшению размера области плавления относительно модели без учета фазового перехода. Горизонтальная штриховая линия показывает температуру плавления аморфного сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$, которая равна $T_{\text{melt}} \approx 1820\text{K}$.

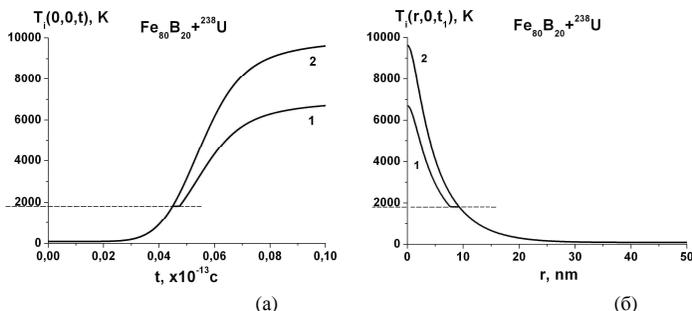


Рис.1. Временные зависимости (а) и радиальные профили (б) температур кристаллической решетки, с учетом (1) и без учета (2) фазового перехода.

На Рис.2 представлены полученные результаты для различных аморфных сплавов, демонстрирующие изменения размеров области плавления с учетом и без учета фазовых переходов, а также проведен сравнительный анализ с экспериментальными данными радиусов трещин [4].

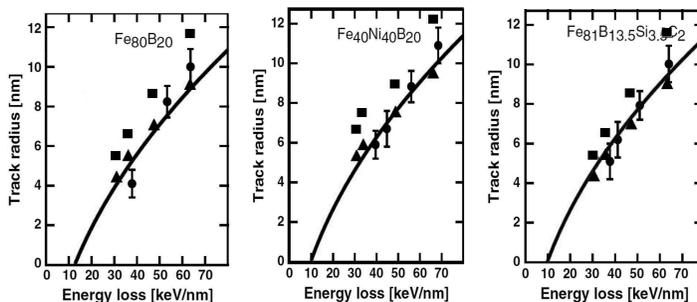


Рис.2. Экспериментальные данные (обозначен знаком ●), численные результаты с учетом (▲) и без учета (■) фазового перехода для различных мишеней. Сплошной линией обозначены численные результаты работы [4].

Заключение

Полученные результаты достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными [4] для соответствующих комбинаций «мишень-ион», причем это согласие улучшается при учете фазовых переходов. Например (Рис.2), для аморфного сплава $\text{Fe}_{80}\text{B}_{20}$ хорошие ($\pm 1\text{нм}$) согласие с экспериментом при облучении ионами с энергетическими потерями 50-60кэВ/нм, аналогично для $\text{Fe}_{40}\text{Ni}_{40}\text{B}_{20}$ ионами с энергетическими потерями 40-60кэВ/нм и для $\text{Fe}_{81}\text{B}_{13.5}\text{Si}_{3.5}\text{C}_2$ ионами с энергетическими потерями 30-60кэВ/нм.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ, № № 13-01-00595-а, 12-01-00396-а, 14-01-00628-а.

Литература

1. Амирханов И.В., Дидык А.Ю., Хофман А. и др. Распыление твердых тел под действием тяжелых ионов и температурные эффекты в электронной и решеточной подсистемах //ЭЧАЯ.2006. Т.37. №6.С.1592-1644.
2. Амирханов И.В., Дидык А.Ю., Пузынин И.В. и др. Моделирование образования треков в аморфных сплавах железа при облучении тяжелыми ионами высоких энергий. //Принята к печати в журнал Вестник РУДН, Серия Математика. Информатика. Физика.
3. Амирханов И.В., Земляная Е.В., Саркар Н.Р. и др. MPI реализация алгоритмов для 2D и 3D моделирования фазовых переходов в материалах, облучаемых тяжелыми ионами, в рамках модели термического пика. //Вестник РУДН, Серия Математика. Информатика. Физика. ISSN:0869-8732, 2013, № 4, Стр.80-94.
4. Rodriguez M.D., Afra B., Trautmann C., et. al. Morphology of swift heavy ion tracks in metallic glasses. Journal of Non-Crystalline Solids. 358 (2012) 571–576.

MODELING OF HEAT PROCESSES IN AMORPHOUS ALLOYS EXPOSED TO HIGH-ENERGY HEAVY IONS

Amirkhanov I. V., Sarkar N. R., Sarkhadov I., Tukhliev Z. K. and Sharipov Z. A.

Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory of Information Technologies, Joliot-Curie, 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russia, zafar@jinr.ru

In this work we investigate the heat processes in amorphous alloys and their influence on the formation of tracks in the thermal spike model.

Key words: thermal spike model, mathematic modeling, tracks.

О ПОСТРОЕНИИ ШТРАФНОЙ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОЙ ЛИКВИДАЦИИ ПОРТФЕЛЯ

Баранова Е.А., Шорохов С.Г.

Российский Университет дружбы народов, Москва, Россия, s.shor@mail.ru

Методы обратной задачи вариационного исчисления применяются к задачам управления портфелями ценных бумаг, а именно, к задаче об оптимальной ликвидации портфеля.

Ключевые слова: обратная задача вариационного исчисления, оптимальная ликвидация портфеля.

Оптимальная ликвидация портфеля ценных бумаг

Задача об оптимальной ликвидации портфеля ценных бумаг [1] состоит в нахождении динамической торговой стратегии, при которой заданный при $t = t_0$ портфель ценных бумаг $x(t_0) = (x^1(t_0), \dots, x^n(t_0))$ к моменту времени $t = T$ будет полностью распродан, т.е. $x^i(T) = 0, i = \overline{1, n}$, при этом торговая стратегия $x(t) = (x^1(t), \dots, x^n(t))$ будет являться экстремалью функционала вида

$$C = \int_{t_0}^T L(t, x(t), \dot{x}(t)) dt, \quad (1)$$

моделирующего потери инвестора при ускоренной продаже значительного пакета ценных бумаг. При определенных допущениях уравнения, определяющие торговую стратегию, будут представлять собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, а именно, систему уравнений Эйлера-Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} = 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

для функции Лагранжа $L(t, x, \dot{x})$ (штрафной функции).

Обратная задача вариационного исчисления

Классическая постановка обратной задачи вариационного исчисления (ОЗВИ) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{x}^i = F^i(t, x, \dot{x}), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

состоит в нахождении симметричной невырожденной матрицы $(g_{ij}(t, x, \dot{x}))$, такой, что

$$g_{ij}(\ddot{x}^j - F^j) \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} \quad (4)$$

для некоторой функции Лагранжа $L(t, x, \dot{x})$ [2]. Для этого требуется найти решение системы уравнений с частными производными первого порядка

$$g_{ij} = g_{ji}, \quad \Gamma(g_{ij}) = g_{ik} \Gamma_j^k + g_{jk} \Gamma_i^k, \quad g_{ik} \Phi_j^k = g_{jk} \Phi_i^k, \quad \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j}, \quad \det(g_{ij}) \neq 0, \quad (5)$$

где $\Gamma_j^i = -\frac{1}{2} \frac{\partial F^i}{\partial x^j}$, $\Phi_j^i = -\frac{\partial F^i}{\partial x^j} - \Gamma_j^k \Gamma_k^i - \Gamma(\Gamma_j^i)$, $\Gamma = \frac{\partial}{\partial t} + \dot{x}^i \frac{\partial}{\partial x^i} + F^i \frac{\partial}{\partial \dot{x}^i}$ (здесь индексы изменяются от 1 до n , по повторяющимся индексам производится суммирование) [3], [4].

Основные результаты

В работе для портфеля, состоящего из двух ценных бумаг ($n = 2$), рассматриваются стратегии ликвидации портфеля вида (3), квадратичные относительно первых

производных \dot{x} , допускающие некоторую штрафную функцию $L(t, x, \dot{x})$. Обсуждаются частные случаи, когда система уравнений (5) может быть проинтегрирована.

Тогда система уравнений, определяющих стратегию ликвидации портфеля, примет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} \equiv g_{ij} \dot{x}^j + f_i = 0, \quad (6)$$

где $f^j = -g_{ij} F^j$, при этом штрафная функция $L(t, x, \dot{x})$ восстанавливается по формулам

$$L(t, x, \dot{x}) = L^{(2)}(t, x, \dot{x}) + L_i^{(1)}(t, x) \dot{x}^i + L^{(0)}(t, x), \quad (7)$$

$$L^{(2)}(t, x, \dot{x}) = \int_0^1 (1 - \tau) g_{ij}(t, x, \tau \dot{x}) \dot{x}^i \dot{x}^j d\tau, \quad (8)$$

$$L_i^{(1)}(t, x) = \int_0^1 \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial f_i}{\partial \dot{x}^j}(t, \tau x, 0) - \frac{\partial f_j}{\partial \dot{x}^i}(t, \tau x, 0) \right) x^j d\tau + \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x^i}, \quad (9)$$

$$L^{(0)}(t, x) = - \int_0^1 f_i(t, \tau x, 0) x^i d\tau + \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial t}, \quad (10)$$

с точностью до произвольной функции $\varphi(t, x)$ [2].

Литература

1. Almgren R., Chriss N. Optimal execution of portfolio transactions // Journal of Risk. – Vol. 3. – 2001. – Pp.5-40.
2. Filippov, V. M.; Savchin, V. M.; Shorokhov, S. G. Variational principles for nonpotential operators. Current problems in mathematics. Newest results, Vol. 40. J. Math. Sci. 68 (1994), no. 3, 275-398.
3. Douglas, J. Solution of the inverse problem of the calculus of variations. Trans. Am. Math. Soc. 50 (1941), 71-128.
4. Sarlet W., Thompson G., Prince G.E. The inverse problem in the calculus of variations: the use of geometrical calculus in Douglas's analysis. Trans. Amer. Math. Soc. 354 (2002), 2897-2919.

ON THE CONSTRUCTION OF COST FUNCTION IN OPTIMAL PORTFOLIO LIQUIDATION PROBLEMS

Baranova E.A., Shorokhov S.G.

Russian Peoples Friendship University, Moscow, Russia, s.shor@mail.ru

Methods of the Inverse Problem of the Calculus of Variations are applied to the problem of optimal portfolio liquidation.

Key words: inverse problem of the calculus of variations, optimal portfolio liquidation.

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ОЧЕРЕДЯМИ НА МАРШРУТИЗАТОРАХ. АЛГОРИТМЫ WRED, AURED, POWARED, LRED

*Бизулу Фрэнк Эммануэль, Майкл Абел Нгамтва,
Баатар Оюун-Эрдэнэ, Гансүх Дууриймаа*

*Российский университет дружбы народов, frankbizulu@yahoo.com,
eng_eboman@yahoo.com, oyuka_521@yahoo.com, dmaa_456@yahoo.com*

В работе исследуется модель управления очередями на маршрутизаторах. В качестве алгоритмов управления трафиком рассмотрены алгоритмы WRED, AURED, POWARED, LRED. Построены фазовые портреты и графики зависимости параметров алгоритмов от времени.

Ключевые слова: активные алгоритмы управления очередями, WRED, AURED, POWARED, LRED.

Введение

Основная цель исследования – изучение и анализ различных алгоритмов активного управления очередями на маршрутизаторах сетей TCP/IP, которые позволяют предотвращать перегрузки в сети. В данной работе на базе модели, предложенной в [1], исследуется влияние значений параметров алгоритмов WRED [2-3], AURED [4], POWARED [5], LRED [6] на поведение мгновенной и средневзвешенной длины очереди.

Модель управления очередями на маршрутизаторе

Модель, предложенная в [1], представляет собой систему стохастических дифференциальных уравнений, математически описывающую взаимодействие TCP-Reno трафика с модулем, функционирующим по алгоритму семейства RED:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE[w(t)]}{dt} = \frac{I(w_{max} - E[(t)])}{E[T(t)]} + I(w(t) - 1) \left[\left(-\frac{E[w(t)]}{2} \right) \right] * \\ * (1 - E(P_{To}(w(t - \tau)))) \left(\frac{E[w(t - \tau)]}{E[T(t - \tau)]} \right) * (E[p_m(\hat{q}(t - \tau))]) + \\ + (1 - E[w(t)]) E[P_{To}(w(t - \tau))] \left(\frac{E[w(t - \tau)]}{E[T(t - \tau)]} \right) E[p_d(\hat{q}(t - \tau))], \\ \frac{dE[q(t)]}{dt} = I(R - E[q(t)]) \left(\frac{NE[w(t)]}{E(T(t))} \right) (1 - E[p_d(\hat{q}(t))]) - E[C(t)], \\ \frac{dE[\hat{q}(t)]}{dt} = \frac{\ln(1 - w_q)}{\delta} E[\hat{q}(t)] - \frac{\ln(1 - w_q)}{\delta} E(q(t)). \end{array} \right.$$

Параметры системы: размер окна TCP $w(t)$, длина очереди $q(t)$, экспоненциально взвешенная длина очереди $\hat{q}(t)$.

Представление конкретного алгоритма выражается видом функции сброса $p(\hat{q})$.

Функции сброса алгоритмов WRED, AURED, POWARED, LRED

Алгоритм WRED отличается от классического RED [7] видом параметра p_{max} . Согласно [3] $p_{max}^{WRED} = \frac{1}{h+1}$, где h - число узлов, через которые проходит трафик.

Алгоритмы AURED, POWARED являются адаптивными алгоритмами управления. Их функция сброса представляет собой параметрически заданную (с параметром p_{max}) кусочно-линейную функцию, аппроксимирующую некоторую нелинейную функцию сброса.

Алгоритм LREDпо своей сути является развитием более общих алгоритмов AQM (типа алгоритма BLUE), учитывающих еще и соотношение отброшенных пакетов к принятым.

Моделируемая система и соответствующие алгоритмам WRED, AURED, POWARED, LRED функции сброса реализованы на языке fortran. Построены графики зависимости параметров системы от времени (рис. 1-4).

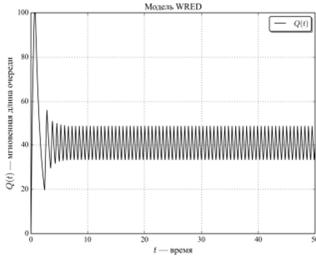


Рис. 1. E[q(t)] WRED системы

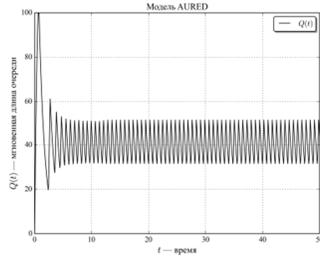


Рис. 2. E[q(t)] AURED системы

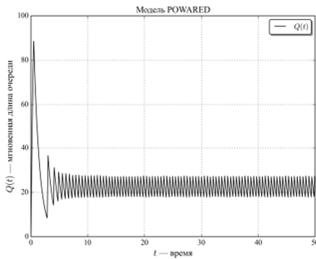


Рис. 3. E[q(t)] POWARED системы

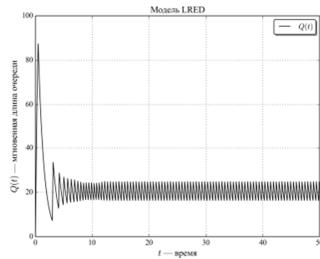


Рис. 4. E[q(t)] LRED системы

Выводы

При определенных значениях порогов и наблюдается возникновение автоколебаний, что отражено на построенных фазовых портретах системы (рис. 5-8).

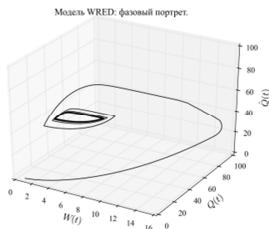


Рис. 5. Фазовый портрет WRED системы

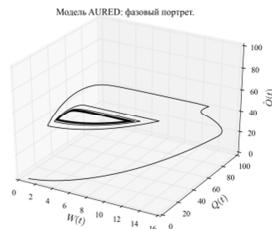


Рис. 6. Фазовый портрет AURED системы

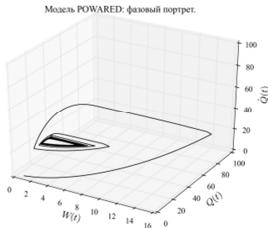


Рис. 7. Фазовый портрет системы POWARED

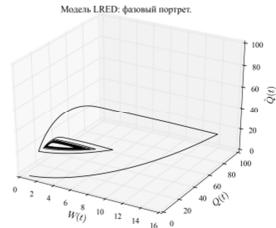


Рис. 8. Фазовый портрет системы с LRED

Литература

1. Королькова А.В., Кулябов Д.С. Математическая модель динамики поведения параметров систем типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2010. - № 2. - С. 68-76.
2. Weighted Random Early Discard (WRED) / Multi-Service IronWareQoS and Traffic Management Configuration Guide. - http://www.brocade.com/downloads/documents/html_product_manuals/NI_05500c_TRAFFIC/wwhelp/wwhimpl/common/html/wwhelp.htm#href=QoS_3.6.13.html&single=true
3. Chaegwon Lim, Chong-Ho Choi, Hyuk Lim. A Weighted RED for Alleviating Starvation Problem in Wireless Mesh Networks // Local Computer Networks, 2008.
4. Hsiu-Jy Ho, Wei-Ming Lin, AURED – Autonomous Random Early Detection for TCP Congestion Control // Systems and Networks Communications, 2008. ICSNC '08. 3rd International Conference on 26-31 Oct. 2008. – P. 79 – 84. – DOI: 10.1109/ICSNC.2008.22
5. POWARED for Non-Linear Adaptive RED / B.K Ng, M.S. Ud-din, A.A.Y.M. Abusin, D. Chieng // Asia-Pacific Conference on Communications, Perth, Western Australia. - 3-5 October 2005.
6. Chonggang Wang, Jiangchuan Liu, Bo Li, KazemSohraby and Y. Thomas Hou. LRED: A Robust and Responsive AQM Algorithm Using Packet Loss Ratio Measurement // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems (TPDS). - Vol.18, Issue 1, 2007. – P. 29 – 43. – doi: 10.1109/TPDS.2007.253279.
7. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1993. — No 1(4). — Pp. 397–413.

ROUTERS QUEUE MANAGEMENT MODEL ANALYSIS. ALGORITHMS WRED, AURED, POWARED, LRED

Bizulu Frank Emmanuel, Micheal Abel Ngamtwa, Baatar Oyun-Erdene, Gansukh Duurimaa
Peoples' Friendship University of Russia, frankbizulu@yahoo.com, eng_eboman@yahoo.com,
oyuka_521@yahoo.com, dmaa_456@yahoo.com

In this paper the model queue management routers. As traffic management algorithms of WRED, AURED, POWARED, LRED. The phase portraits and graphics depending on the time parameters of the algorithms.

Key words: AQM, WRED, AURED, POWARED, LRED

РАНЖИРОВАНИЕ ЯДЕРНО - И РАДИАЦИОННО ОПАСНЫХ ОБЪЕКТОВ, ЭКСПЛУАТАЦИЯ КОТОРЫХ ПРЕКРАЩЕНА

Бочкарев В.В.¹, Крынев А.В.², Ханбикова Д.Т.^{1,2}

¹Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

В настоящем докладе представлена схема ранжирования при выводе из эксплуатации ядерно - и радиационно опасных объектов с целью определения приоритетов при принятии управленческих решений, направленных на вывод из эксплуатации ядерно - и радиационно опасных объектов, а также при оценке эффективности таких решений.

Ключевые слова: Ядерно - и радиационно опасные объекты (ЯРОО), вывод из эксплуатации (ВЭ), частные показатели потенциальной опасности, сводный показатель потенциальной опасности, экспертные оценки.

В настоящее время ВЭ объектов производства ядерного топлива и ядерной энергии, объектов хранения и захоронения отработанного ядерного топлива, включая транспортировку радиационно-опасных материалов с обеспечением ядерной и радиационной безопасности (ЯРБ) является одним из приоритетных направлений в деятельности Федерального агентства по атомной энергии [1]. Среди планируемых в рамках Федеральной целевой программы «Ядерная и радиационная безопасность России на период 2008-2015 гг.» мероприятий по обеспечению ЯРБ особую важность имеет задача разработки системных оценок финансового и материального обеспечения ЯРБ и ВЭ ЯРОО [1-3].

Задача обеспечения своевременного и безопасного ВЭ ЯРОО рассматривается Госкорпорацией «Росатом» как приоритетная и принципиально важная для продолжения дальнейшего ширококомасштабного развития атомной отрасли.

В проекте Концепции предусматривается определение последовательности работ по ВЭ с учетом уровней риска и безопасности объектов и иных обоснованных факторов принятия решений.

Отраслевая информационная система ВЭ ЯРОО должна стать важной частью системы управления жизненным циклом объектов атомной отрасли.

Информационно-математическая модель и реализующая её компьютерная программа поддержки принятия решений при управлении ВЭ ЯРОО будут одной из важных дополняющих частей информационной системы ВЭ ЯРОО.

Экономически эффективное финансовое и материальное обеспечение ВЭ ЯРОО и обеспечение ЯРБ требует прежде всего разработки научно обоснованных принципов и численных критериев ЯРБ для различных типов выводимых из эксплуатации ЯРОО и расчета финансовых и материальных затрат для достижения необходимого уровня ЯРБ выводимого из эксплуатации ЯРОО и их уровней неопределенности [4].

ВЭ ЯРОО характеризуется необходимостью реализации целого комплекса взаимосвязанных мероприятий организационного, технического, технологического и экономического характера.

Планируемые при этом величины целевых показателей реализации мероприятий характеризуются значительной степенью неопределенности, обусловленной влиянием на них различного рода факторов внешнего и внутреннего характера (отсутствие необходимых управленческих компетенций, технологий, инфраструктуры, волатильностью стоимости выполнения тех или иных работ и др.).

Таким образом, для методического обеспечения ВЭ ЯРОО необходимо создать математические модели для оценки потенциальной опасности выводимых из эксплуатации ЯРОО и решить следующие задачи:

1. Определить частные критерии ядерной, радиационной и других опасностей выводимых из эксплуатации ЯРОО.
2. Рассчитать частные критерии ядерной, радиационной и других опасностей для выводимых из эксплуатации ЯРОО различных типов.
3. Провести классификацию (ранжирование) выводимых из эксплуатации ЯРОО по степени их потенциальной опасности с помощью предложенной модификации метода парных сравнений Саати и объединить частные критерии в один сводный комплексный критерий.

Для каждого ЯРОО выделяется несколько групп частных показателей, характеризующих различные аспекты их потенциальной опасности для населения и окружающей среды. В каждой из этих групп производится свертывание частных показателей в один комплексный показатель этой группы. На втором этапе схемы ранжирования ЯРОО производится сворачивание комплексных групповых показателей в один сводный показатель, значение которого для каждого ЯРОО и устанавливает их ранжирование по степени потенциальной опасности [5].

Рассматривается n объектов, каждый из которых оценивается совокупностью m критериев.

Обозначим через K_{ij} значение j -го критерия для i -го объекта.

Ставится задача ранжирования объектов по значениям сводного комплексного критерия, объединяющего все частные критерии. Такого рода задача ставится, в частности, при оценках ЯБ ЯРОО. Не умаляя общности, предполагается, что все критерии характеризуют рассматриваемый объект в одном направлении, т.е. чем больше значение критерия, тем более значительный по ранжированию будет объект.

Все учитываемые частные показатели планируемого на ВЭ ЯРОО могут быть агрегированы в один комплексный критерий.

Сводный комплексный критерий K_i i -го объекта подсчитывается по следующей схеме

$$K_i = \sum_{j=1}^m \frac{K_{ij}}{\sum_{i=1}^n K_{ij}} \cdot \omega_j, \quad (1)$$

где $\omega_j, j = 1, \dots, m, \omega_j > 0, \sum_{j=1}^m \omega_j = 1, \omega_j$ – коэффициенты приоритета критериев.

Для нахождения коэффициентов приоритета критериев $\omega_j, j = 1, \dots, m$ можно использовать схему, объединяющие экспертные оценки приоритетов критериев.

Схема основана на стандартной схеме парных сравнениях критериев каждым экспертом [6].

Для k -го эксперта, $k = 1, \dots, N$ матрица парных сравнений имеет следующий вид

$$W_k = \begin{pmatrix} W_{k11} & W_{k12} & \dots & W_{k1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{km1} & W_{km2} & \dots & W_{kmm} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $W_{kij} = 1, j = 1, \dots, m, W_{kij} = \frac{1}{W_{kj'j}} > 0, j, j' = 1, \dots, m, j \neq j'$.

W_{kij} – числовое значение приоритета j -го критерия перед j' -м критерием для k -го эксперта.

Если $W_{kj} > 1$, то это означает, что для k -го эксперта j – й критерий по значимости выше, чем j – й критерий.

Согласно схеме парных сравнений необходимо решить задачу на нахождение собственного вектора, соответствующего максимальному собственному значению λ_{\max} матрицы парных сравнений W_k

$$W_k \cdot \bar{\omega}_k = \lambda_{\max} \cdot \bar{\omega}_k. \quad (3)$$

Известно, что для любой матрицы парных сравнений $\lambda_{\max} \geq m$, $a \bar{\omega}_k = (\omega_{k1}, \dots, \omega_{km})^T$, $\omega_{kj} > 0$, $\sum_{j=1}^m \omega_{kj} = 1$ (после нормировки собственного вектора).

Компоненты вектора $\bar{\omega}_k$ являются искомыми коэффициентами приоритета критериев.

Литература

1. Федеральная целевая программа «Ядерная и радиационная безопасность России на период 2008-2015 гг.».
2. «Основы государственной политики в области обеспечения ядерной и радиационной безопасности Российской Федерации на период до 2010 года и дальнейшую перспективу».
3. Федеральное агентство Российской Федерации по атомной энергии. Концепция вывода из эксплуатации ядерных установок, радиационных источников и пунктов хранения. 2006.
4. Крынев А.В. Основы финансового анализа и портфельного инвестирования в рыночной экономике. М.: МИФИ, 2001.
5. Крынев А.В., Бочкарев В.В., Ханбикова Д.Т. Ранжирование ядерно – и радиационно опасных объектов при выводе их из эксплуатации. М.: Научная сессия НИЯУ МИФИ-2014, Аннотация докладов, т.2, с. 228.
6. Saaty T.L. Decision making with dependence and feedback. The Analytic Network Process. The organization and prioritization of complexity. University of Pittsburgh, 1997.

RANGING NUCLEAR - AND RADIOACTIVE DANGEROUS OBJECTS WHICH OPERATION IS STOPPED

Bochkarev V.V.¹, Kryanov A.V.², Hanbikova D.T.^{1,2}

¹Scientific and technical centre of nuclear and radiating safety

²National research nuclear university "MEPhI"

In the present report the ranging scheme is presented at a conclusion from operation nuclear and radiating dangerous objects for the purpose of priorities definition at acceptance of the administrative decisions directed on a conclusion from operation nuclear and radiating dangerous objects, and also at an estimation of such decisions efficiency.

Keywords: Nuclear and radiating dangerous objects, conclusion from operation, particular indicators of potential danger, summary indicator of potential danger, expert estimations.

ОБ УПРАВЛЕНИИ РИСКОМ ПОРТФЕЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ

Буурулдай А.Э, Шорохов С.Г.

Российский университет дружбы народов, aivo4ka@mail.ru

Рассматривается задача построения правых частей стохастических дифференциальных уравнений (СДУ), при которых условие дельта-нейтральности является ожидаемым свойством рассматриваемого портфеля. Поставленная задача решается методом построения систем дифференциальных уравнений по заданному интегральному многообразию[3].

Ключевые слова: дельта-нейтральность портфеля, европейский колл опцион.

Введение

Перед финансовой организацией, продающей опцион на внебиржевом рынке, возникает проблема управления риском. Если опцион совпадает с одним из опционов, котируемых на бирже, финансовая организация может нейтрализовать риск, купив на бирже его аналог. Однако если опцион настроен исключительно на удовлетворение потребностей определенного клиента и не имеет стандартных прототипов, задача хеджирования намного усложняется. В работе анализируется один из альтернативных подходов к решению этой проблемы. Изложенный метод можно применять как на биржевом, так и на внебиржевом рынках. [1]

Построение стратегии управления портфелем

Пусть цена S базового актива (без доходов/дивидендов) задается следующим стохастическим дифференциальным уравнением вида

$$dS = rS dt + \sigma S \delta W, \quad (1)$$

где r – процентная ставка, σ – волатильность, δW – винеровский процесс [2].

Цена европейского опциона колл описывается формулами Блэка-Шоулза [3]:

$$c_K(S, t) = N(d_1) \cdot S - N(d_2) \cdot K \cdot e^{-r(T-t)}, \quad (2)$$

где S – текущая цена базисного актива, K – цена исполнения опциона, $(T-t)$ – время до истечения опциона. При этом,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T-t)}{\sigma \cdot \sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T-t}, \quad (3)$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{s^2}{2}} ds \quad (4)$$

Стоимость портфеля, состоящего из двух опционов с разными сроками исполнения определяется формулой:

$$P = x_1 \cdot c_A(S, t) + x_2 \cdot c_B(S, t), \quad (5)$$

где x_1 и x_2 – это, соответственно, количество опционов.

Условие дельта-нейтральности в данном случае будет иметь вид:

$$\omega \equiv \frac{\partial P}{\partial S} = x_1 \cdot \frac{\partial c_A(S, t)}{\partial S} + x_2 \cdot \frac{\partial c_B(S, t)}{\partial S} = 0, \quad (6)$$

Рассмотрим задачу построения стратегии управления портфелем в виде следующих дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} dx_1 = f_1(t, s, x_1, x_2)dt, \\ dx_2 = f_2(t, s, x_1, x_2)dt, \end{cases} \quad (7)$$

где f_1 и f_2 – неизвестные функции, подлежащие определению.

Для решения данной задачи используются лемма Ито [4]

Показано, что искомая стратегия управления портфелем имеет вид:

$$\begin{cases} f_1 = -\frac{N(d_1(A)) \cdot \beta}{N^2(d_1(A)) + N^2(d_1(B))} + N(d_1(B)) \cdot \gamma, \\ f_2 = -\frac{N(d_1(B)) \cdot \beta}{N^2(d_1(A)) + N^2(d_1(B))} - N(d_1(A)) \cdot \gamma, \end{cases} \quad (8)$$

где

$$\beta = \alpha \omega - \left(\frac{r + \sigma^2}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \sqrt{T-t}} \right) \cdot \left(x_1 \cdot e^{-\frac{d_1^2(A)}{2}} + x_2 \cdot e^{-\frac{d_1^2(B)}{2}} \right), \quad (9)$$

ψ - произвольная функция, зависящая от t, s, x_1, x_2 , α - константа.

Выводы

Построенная стратегия управления портфелем деривативов применяется к управлению портфелем, состоящим из опционов колл на акции Сбербанка России с разными сроками исполнения, с заданным свойством дельта - нейтральности.

Литература

1. Джон К. Халл Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. Шестое издание. 2008.-1024 с
2. Бьорк Т. Теория арбитража в непрерывном времени. М.: МЦНМО, 2010. – 560 с.
3. Black, Fischer; Scholes, Myron. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities". Journal of Political Economy 81 (3): 637–654
4. Глеубергенов М.И. Об обратной задаче восстановления стохастических дифференциальных систем. Дифференциальные уравнения. 2001. Т.37 № 5. С.714-716

MANAGEMENT OF RISK OF A PORTFOLIO OF DERIVATIVE SECURITIES

Buurulday A.E, Shorokhov S.G.

Peoples' Friendship University of Russia, aivo4ka@mail.ru

The problem of creation the right parts of SDE is considered, where the condition of a delta-neutrality is expected property of a portfolio. The problem is solved by the method of construction of differential equations with given integral manifold.

Key words: simulation of portfolio with options, delta hedging.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФОНДОВЫХ РЫНКОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Васильев С.А., Алешина К.М., Коришук Е.О., Крылов С.В.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе рассматриваются возможности прогнозирования динамики фондовых рынков в условиях неопределенности.

Ключевые слова: эконометрика, временные ряды, экономико-математическое моделирование, динамика сложных систем, GARCH-модели, портфельное инвестирование.

Введение

В классической теории временных рядов наибольшее распространение получил статический подход, использующий эконометрические методы, с помощью которых имеется возможность описывать реальные процессы в экономике. Практически все эконометрические модели отражают экономическую реальность в некоторой застывшей неизменности структуры, взаимосвязей и равновесия элементов. В эконометрике оперируют динамическими данными и в подавляющем большинстве случаев эту динамику представляют как некоторый упорядоченный во времени набор срезов экономических явлений. При этом считается, что структура среза, его количественные и качественные изменения пропорциональны масштабу упорядочения, в качестве которого выступает время. Но динамический подход рассматривает экономические явления в процессе изменения не только самих экономических систем и их элементов, но и соотношений между ними и ищет закономерности в ходе самих изменений. Для статистики основной предпосылкой анализа экономического процесса является неизменяемость, тождественность происходящих процессов. Для динамики - непрерывность процессов изменения всех взаимосвязей и показателей.

Анализ динамики цены опционов

Опцион – контракт, дающий его владельцу право (но не обязательство) купить (опцион колл) или продать (опцион пут) актив, называемый базовым, по заранее оговоренной цене E (цене страйк) к дате T для получения выгоды.

Основная проблема при постановке таких задач – это определение справедливой цены за предоставление такого права. Тесно связанная с этим проблема – как хеджировать риски, возникающие при продаже опционов. «Европейские» опционы могут быть исполнены исключительно в дату погашения T . Для «американского» типа опционов погашение возможно в любое время до даты экспирации. Понятия европейских и американских опционов не привязаны к географии, это просто обозначение различных типов.

Необходимо отметить, что большинство опционов, торгуемых на биржах – это опционы американского типа, в то время как для европейских опционов из уравнения Блэка-Шоулза [1]-[7] после стандартных преобразований следует краевая задача (которая может быть явно решена для случаев с постоянными коэффициентами и простыми выплатами), для опционов американского типа уравнение Блэка-Шоулза можно свести к уравнению квантового гармонического осциллятора [8].

Решения данного уравнения позволяют описать динамику цены опционов в условиях неопределенности и построить прогнозные оценки его динамики.

Выводы

В данной работе для построения модели сложных систем в условиях неопределенности используется подход, основанный на анализе решений уравнение

Блэка-Шоулза и квантового гармонического осциллятора. На основе полученных результатов рассматривается возможность прогнозирования динамики фондовых рынков в условиях неопределенности. Проведенный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities. - Journal of Political Economics 72, 1973, pp. 637-654.
2. *Merton R.C.* Theory of rational option pricing, J. Bell Econom. and Management Sci., 4 (1973), pp. 141-183.
3. *Paul W., Baschnagel J.* Stochastic Processes: from Physics to Finance, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2000, 231 p.
4. *Kangro R., Nicolaides R.* Far field boundary conditions for Black-Scholes equations, SIAM J. Numer. Anal., 38 (2000), pp. 1357-1368.
5. *Windcliff H., Forsyth P. A., Vetzal K. R.* Analysis of the stability of the linear boundary condition for the Black-Scholes equation, J. Comp. Finance, 8 (2004), pp. 65-92.
6. *Han H., Wu X.* A fast numerical method for the Black-Scholes equation of American options, SIAM J. Numer. Anal., 41 (2003), pp. 2081-2095.
7. *Arnold A., Ehrhardt M., Sofronov I.* Discrete Transparent Boundary Conditions for the Schrodinger Equation: Fast calculation, approximation, and stability, Comm. Math.Sci., № 1 (2003), pp. 501-556.
8. *Cotfas, L.-A.* A finite-dimensional quantum model for the stock market, Physics A 392 (2013) 371.

FORECASTING OF STOCK MARKET DYNAMICS UNDER UNCERTAINTY

Vasilyev S.A., Aleshina K.M., Korshok E.O., Krylov S.V.

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Forecasting of stock market dynamics under uncertainty was studied using Black-Scholes and quantum harmonic oscillator approach.

Key words: econometrics, time series, economical process simulation, dynamics of complicated systems, GARCH-models, portfolio investment.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ И ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ КОМПАНИИ

Васильев С.А., Исембергенова Ф.С., Канзитдинов С.К.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе предложены экономико-математические методы решения задач стохастической оптимизации прибыли и финансовой устойчивости в телекоммуникационной компании.

Ключевые слова: стохастическая оптимизация, экономико-математическое моделирование, телекоммуникации, финансовая математика, финансовый анализ.

Проникновение телекоммуникационных услуг во все сферы жизни современного общества обусловило возникновение рынка телекоммуникаций. Как показал опыт, экономические структуры, порождаемые рынком телекоммуникаций, требуют особых подходов к анализу субъектов этого рынка.

На практике проблема оптимизации зависит в основном от нескольких параметров модели, которые не заданы фиксированным количеством на стадии планирования. Согласно некоторым видам стохастической неопределенности эти параметры должны быть смоделированы случайными величинами, имеющие конкретные распределения вероятности. Как правило, определенные моменты этого распределения известны.

Стохастическая оптимизация представляет подход, позволяющий решить многие оптимизационные задачи. В большинстве приложений методы стохастической оптимизации позволяют получить оптимальное решение путем сведения задач большой размерности к серии задач меньшей размерности [1]-[3].

В данной работе предложены методы решения задач стохастической оптимизации прибыли и финансовой устойчивости в телекоммуникационных компаниях. Проведенный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. *Martí K.* Stochastic optimization methods. – Springer Berlin Heidelberg, 2005.
2. *Carroll C., Tokuoka K., Wu W.* The Method of Moderation for Solving Dynamic Stochastic Optimization Problems // Paper provided by Society for Economic Dynamics in its series 2012 Meeting Papers with number 1102.
3. *Stein, Jerome L.* Stochastic Optimal Control, International Finance, and Debt Crises. – Oxford University Press, 2006.

PROBLEM SOLVING OF STOCHASTIC OPTIMIZATION PROFIT AND FINANCIAL SUSTAINABILITY FOR TELECOMMUNICATION COMPANY

Vasilyev S.A., Isembergenova F.S., Kanzitdinov S.K

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Problem of stochastic optimization profit and financial sustainability for telecommunication company was solved using economical simulation methods.

Key words: stochastic optimization, economical process simulation, telecommunication, finance mathematics, finance analysis.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ЭКОНОФИЗИКИ ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ФОНДОВЫХ РЫНКОВ

Васильев С.А., Миронова М.О., Миронова Р.О., Петрова Ю.Н.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе применяются методы теории эконофизики для анализа динамики фондовых рынков.

Ключевые слова: эконофизика, экономико-математическое моделирование, эконометрика, портфельное инвестирование.

Введение

Анализ поведения мировой экономики за последние годы показывает, что малые изменения экономических параметров могут привести к резким изменениям характера экономической динамики. Это связано с тем, что в таких неустойчивых системах существует не одного, а множества экономических равновесий. Если учесть при этом, что малые возмущения параметров могут носить случайный характер, то это означает, что характер экономической динамики невозможно описать на основании детерминистических моделей, так как случайные факторы могут существенно изменить траекторию развития экономики.

Такие флуктуации, которые наблюдаются в экономике и имеют циклический характер, весьма различны и по амплитуде, и по области распространения, и по длительности. Эти циклы могут быть как национальными, так и интернациональными по охвату, иметь различную продолжительность.

Подобные циклы деловой активности являются принадлежностью современной мировой экономики с взаимозависимыми рынками, имеют изменчивый характер и трансформируются, даже если сохраняют свои основные характеристики устойчивости, а также особые регулярные свойства амплитудных и временных зависимостей.

Для анализа таких экономических циклов могут быть предложены два подхода. Первый подход может быть основан на том, что на экономику воздействуют случайные внешние факторы, что приводит к смещению экономической системы от положения равновесия. Пока система сохраняет близость к равновесию, результирующая траектория развития экономики будет иметь колебательный характер около этого положения равновесия. Второй подход может быть основан на том, что колебания могут возникнуть вследствие сложных нелинейных взаимодействий между экономическими факторами. Такие типы колебаний носят эндогенный характер, включая периодические изменения соотношений монетарных и реальных переменных, цен и объемов производства, потребительских ожиданий и их реализации.

Анализ динамики фондовых рынков на основе методов эконофизики

В данной работе для построения модели фондовых рынков в условиях неопределенности используется подходы эконофизики [1]-[3].

Обозначим p_t ($t = 1, \dots, n$) значение фондового индекса (спрос на финансовые активы), а s_t - общий объем инвестиций (общий объем средств, инвестированных в акции) в момент времени t .

Будем считать, что значение фондового индекса в последующий момент времени $t + 1$ зависит от величины p_t текущего индекса и s_t объема инвестиций $p_{t+1} = G(s_t, p_t) + p_t$, где $G(s_t, p_t)$ - функция двух переменных s_t, p_t , которая связывает рассматриваемые величины и позволяет итерационно рассмотреть динамику индекса p_t .

Пусть прибыль от инвестиций в момент $t = 1, \dots, n$ зависит от текущего объема инвестиций s_t , значения индекса p_{t+1} и разницы между новым и текущими значениями

$p_{t+1} - p_t$, т.е. $p_t = s_{t+1} - s_t = F(s_t, p_{t+1}, p_{t+1} - p_t)$, где $F(s_t, p_{t+1}, p_{t+1} - p_t)$ - непрерывная функция, которая позволяет итерационно задать динамику p_t .

Выводы

В данной работе для построения динамики фондовых рынков на основе методов эконофизики исследованы различные классы функций $G(s_t, p_t)$ и $F(s_t, p_{t+1}, p_{t+1} - p_t)$. Проведенный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. Чернавский Д.С., Старков Н.И., Малков С.Ю., Коссе Ю.В., Щербаков А.В. Об эконофизике и её месте в современной теоретической экономике // УФН, 2011, т. 181, № 7, с. 15.
2. Pellicer-Lostao C., López-Ruiz R. Role of Symmetry and Geometry in a Chaotic PRBG // ICSST, Vol. 2, № 1, 2009, pp. 43-53.
3. Pellicer-Lostao C., López-Ruiz R. A chaotic gas-like model for trading markets // Journal of Computational Science, №.1, 2010, pp. 24–32.

APPLYING OF ECONOPHYSICS METHODS FOR STOCK MARKET DYNAMICS ANALYSIS

Vasilyev S.A., Mironova M.O., Mironova R.O., Petrova J.N.
Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

For the dynamics analysis of complicated systems under uncertainty was used Black-Scholes approach.

Key words: econophysics, economical process simulation, econometrics, portfolio investment.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В ВИСМУТЕ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКАНИЯ

Васильева И.И.

Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина, irinavst@yandex.ru

В работе проведен численный расчет коэффициента пропускания электромагнитного излучения симметричной полосковой линией висмута, помещённой в квантующее магнитное поле.

Ключевые слова: висмут, полупроводник, магнитооптический эффект, коэффициент пропускания.

Введение

В работе рассматривается моделирование магнитооптического эксперимента, заключающегося в измерении коэффициента пропускания электромагнитного излучения симметричной полосковой линией (СПЛ), помещённой в квантующее магнитное поле (рис. 1).

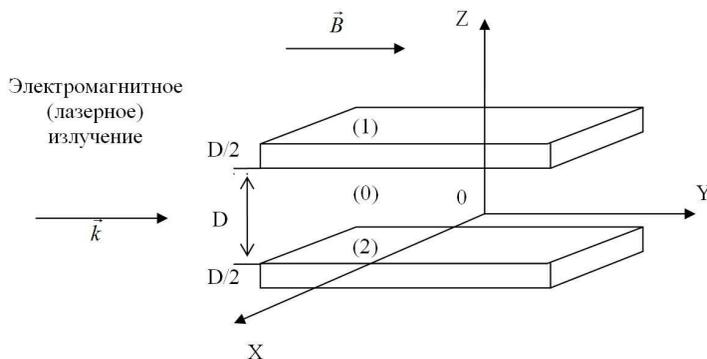


Рис. 1. Взаимное расположение вектора индукции магнитного поля \vec{B} , волнового вектора электромагнитного излучения \vec{k} и исследуемого монокристалла относительно выбранной системы координат, D – расстояние между стенками СПЛ

Для исследования использовались кристаллы полуметалла висмута и сплавов висмут-сурьма. Полуметалл висмут характеризуется узкой запрещённой зоной $E_g=10$ мэВ, анизотропией свойств, малыми значениями некоторых компонент тензора эффективных масс электронов, расположенных в точке L зоны Бриллюэна. СПЛ со стенками из висмута при температуре $T=4,2$ К помещалась в магнитное поле, создаваемое сверхпроводящим соленоидом. В качестве источника излучения использовался HCN лазер с длиной волны $\lambda=337$ мкм. С помощью высокочувствительного болометра измерялась интенсивность излучения, прошедшего через зазор между двумя трансляционно-симметричными монокристаллами висмута [1].

Особенности магнитооптического спектра

Наличие особенностей в магнитооптических спектрах обусловлено процессом переброса носителей заряда вблизи поверхности Ферми из занятых состояний в зоне

проводимости в свободные состояния той же зоны. Следует учесть, что кристалл находится в квантующем магнитном поле, поэтому электроны располагаются на уровнях Ландау. Таким образом, особенности в пропускании обусловлены индуцированными электромагнитным полем оптическими переходами электронов на уровнях Ландау зоны проводимости с учётом правил отбора.

Моделирование формы линии магнитооптического эксперимента заключался в численном расчёте коэффициента пропускания СПЛ. Алгоритм расчёта предполагал решение системы уравнений Максвелла с граничными условиями для СПЛ, расчёт матричных элементов оператора скорости для внутризонных переходов электронов на уровнях Ландау зоны проводимости, расчёт компонент тензора высокочастотной вольной электропроводности и тензора диэлектрической проницаемости.

Общий случай требует рассмотрения вещества с тензором диэлектрической проницаемости ϵ , все девять компонент, которого отличны от нуля [2]:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}.$$

Уравнения Максвелла имеют вид:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho.$$

К уравнениям Максвелла добавляются материальные соотношения: $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, где $\vec{E}, \vec{B}, \vec{D}, \vec{H}$ – зависящие от времени векторы напряжённости и индукции электрического и магнитного полей, $\vec{\nabla}$ – оператор градиента.

В соответствии с работой [2], будем искать решение данного уравнения в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}^{(1)} \exp(-\alpha z) \exp(i(\omega t - q_y y)),$$

где \vec{E} – напряжённость электрического поля электромагнитной волны, ω – круговая частота электромагнитной волны, α – поперечное волновое число, q_y – продольное волновое число, индекс (1) означает, что комплексная амплитуда относится к среде (1).

Решая секулярное уравнение, получающееся в результате подстановки предполагаемого решения в систему уравнений Максвелла, получаем алгебраическое уравнение четвёртой степени. Два из четырёх корней этого уравнения соответствуют физически реальной ситуации, когда электромагнитная волна затухает, проникая в вещество. Эти корни и являются искомыми решениями.

В расчетах удобно сравнивать энергию $W(B)$, переносимую волной при некотором значении магнитного поля B , с энергией $W(0)$, переносимой волной при $B=0$. Таким образом, коэффициент пропускания полосковой линии определяется формулой:

$$T(B) = \frac{W(B)}{W(0)}.$$

Соответствующая форма линии этого отношения представлена на рис.2 в виде расчетной кривой. Экспериментально наблюдались осцилляции пропускания СПЛ, изображенные на рис.2. в виде кривой эксперимента.

Компоненты тензора эффективных масс электрона вблизи края зоны проводимости принимают значения $me_1=0.00139m_0$, $me_2=0.291m_0$, $me_3=0.0071m_0$, $me_4=\pm 0.0359m_0$ (где m_0 – масса свободного электрона). Дырочный эллипсоид является эллипсоидом вращения. Соответствующие компоненты тензора эффективной массы дырок равны $mh_1=mh_2=0.059m_0$, $mh_3=0.634m_0$.

В силу того, что СПЛ является планарным волноводом, электромагнитное поле, распространяющееся в СПЛ, представляет собой так называемые E – и H – волны (TE – и TH – моды) [3]. Это значит, что в нашей системе координат (рис. 1) у E –волны (TH –моды) существует продольная составляющая E_z , а у H –волны (TE –моды) существует продольная составляющая H_z . Продольные составляющие являются причиной того, что

вектор потока энергии Умова–Пойтинга \vec{S} для E и H волн в силу правила правого винта имеет составляющую вдоль оси Z . Следовательно, часть потока энергии электромагнитной волны разворачивается на 90° и уходит в нижнюю или верхнюю стенку СПЛ. Поэтому и наблюдаются особенности в пропускании СПЛ с точки зрения классической физики.

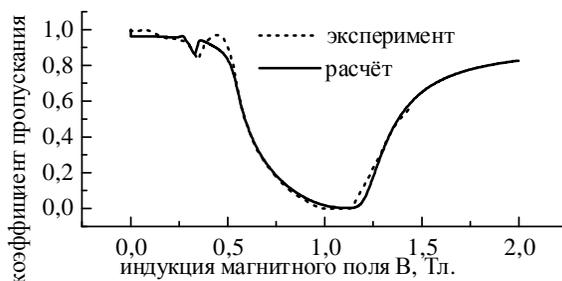


Рис. 2. Полевая зависимость коэффициента пропускания полосковой линии из висмута при $T=4,2$ К и направлении вектора индукции магнитного поля вдоль биссекторной оси

Выводы

В настоящей работе для получения числовых данных применялся метод моделирования формы экспериментальной линии. Результаты данной работы являются продолжением работы [4]. Численный расчёт основывался на моделировании зависимости высокочастотной диэлектрической проницаемости от величины магнитного поля и решении системы уравнений Максвелла для полосковой линии, в которой распространялось электромагнитное излучение. Расчёт высокочастотной диэлектрической проницаемости проводился методами квантовомеханической теории возмущений. Расчёт коэффициента пропускания планарного волновода, в котором распространялось электромагнитное излучение, требовал учёта граничных условий при решении системы уравнений Максвелла и осложнялся необходимостью учитывать все компоненты тензора диэлектрической проницаемости. Разработан алгоритм расчета коэффициента пропускания, на основании которого получены расчетные показатели, почти полностью совпадающие с теоретическими данными. Полученный алгоритм может быть использован в дальнейшем для разработки компьютерных программ.

Литература

1. Иванов К.Г., Кондаков О.В. Магнитооптический квантовый осцилляционный эффект в висмуте и сплавах висмут-сурьма // ФТТ. - 1990. - Т. 32. №1. - С. 290-291.
2. Кондаков О.В., Иванов К.Г., Собченко С.О. Определение времени релаксации в висмуте моделированием формы линии магнитооптических осцилляций // Материалы VII Межгосударственного Семинара «Термоэлектрики и их применения». С.-П., - 2000, - с. 2.

3. Голубев В.Г., Евсеев В.Н., Иванов К.Г., Иванов-Омский В.И. Субмиллиметровая полосковая линия из висмута в магнитном поле // ЖТФ. — 1980. — Т. 50. — С. 1992 – 1997.
4. Васильева И.И., Кондаков О.В. Моделирование магнитопропускания планарного волновода, сделанного из висмута, в далекой инфракрасной области спектра // Системы управления, технические системы: пути и методы исследования: Материалы межвузовской научно-практ. конференции. – Вып.3. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина. - 2011. - С. 70-76.

MODELING OF MAGNETOOPTIC EXPERIMENT IN BISMUTH IS CALCULATING OF TRANSMITTANCE

Vasilyeva I.I.

Elets State University of I.A. Bunin, irinavs1@yandex.ru

This article has a numerical measurement of the transmission of electromagnetic radiation symmetrical stripline bismuth is placed to a quantizing magnetic field.

Key words: bismuth, semiconductor magneto-optical effect, the transmittance.

ОБ УСТОЙЧИВОМ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА В ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ

Вдовин Я. О., Пономаренко Е.Ю.

Российский университет дружбы народов, VdoYar90@mail.ru

Данная работа посвящена нахождению численного решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода в физике плазмы.

Ключевые слова: численные решения, дискретизация, уравнение Фредгольма первого рода.

Введение

Функция распределения электронов плазмы по энергиям $f(\varepsilon)$ является одной из главных характеристик высокотемпературной плазмы. Она определяется по экспериментально измеряемому спектру тормозного излучения $N(E_0)$. Для её определения необходимо решать интегральное уравнение Фредгольма первого рода вида

$$\int_a^b H(E_0, \varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon = N(E_0). \quad (1)$$

Трудности решения такой задачи заключаются в отсутствии непрерывной зависимости решения от правой части $N(E_0)$ малым изменениям $N(E_0)$ соответствуют сколь угодно большие изменения решения. Так как экспериментально получаемый спектр тормозного излучения $N(E_0)$ содержит неконтролируемые ошибки измерений, то эти трудности присущи и задаче определения функции распределения электронов $f(\varepsilon)$ по спектру тормозного излучения $N(E_0)$. Для решения этой задачи будем применять устойчивый метод решения интегральных уравнений первого рода (метод регуляризации), в котором малым изменениям $N(E_0)$ отвечают малые изменения искомой функции $f(\varepsilon)$. Отсюда мы сможем определить функцию распределения $f(\varepsilon)$ и установить наличие второго локального максимума, т.е. что плазма является «двухтемпературной».

Решение задачи

Рассмотрим сглаживающий функционал

$$M^\alpha[z, u] = \rho_{L_2}^2(Az, u) + \alpha \Omega[z] \quad (2)$$

где Az есть левая часть интегрального уравнения (1) со стабилизатором

$$\Omega[z] = \int_a^b \{z''(s) + \rho(z''(s))^2\} ds, \quad (3)$$

где ρ - положительное число.

Для нахождения приближённого решения уравнения (1) достаточно найти функцию $z_\alpha(s)$, минимизирующую сглаживающий функционал $M^\alpha[z, u_\delta]$, и соответствующее значение α .

Будем искать функцию $z_\alpha(s)$, решая уравнение Эйлера, соответствующее

функционалу $M^\alpha[z, u_\delta]$.

Искомой функцией $z_\alpha(s)$, минимизирующей функционал $M^\alpha[z, u_\delta]$, будет решение интегрально-дифференциального уравнения Эйлера

$$A * A_z + \alpha Lz = A * u_\delta, \quad (4)$$

где $L \equiv z + z^{(4)}$, отвечающих следующим крайевым условиям:

$$z'(a) = 0, \quad z'(b) = 0 \quad (5)$$

$$z''(a) = 0, \quad z''(b) = 0$$

Теперь мы можем провести дискретизацию краевой задачи для уравнения Эйлера и решить получившуюся при этом систему линейных алгебраических уравнений.

Проведём дискретизацию на равномерной сетке.

Напишем разностный аналог уравнения (4) на равномерной сетке с шагом h . Разобьём промежуток $[a, b]$ на n равных частей и возьмём в качестве узловых точек сетки середины полученных отрезков, т.е.

$$s_i = a + 0,5 \cdot h + (i - 1)h, i = 0, 1, \dots, n - 1; h = \frac{b - a}{n},$$

$$z(a) = z_0, \quad z(b) = z_{n-1}. \quad (6)$$

Заменяя в левой части уравнения (4) интеграл соответствующей ему интегральной суммой по формуле прямоугольников, получим:

$$\sum_{j=0}^{n-1} \bar{K}(s_i, t_j) h z_j + \alpha z_i + \alpha \rho z^{(4)}(s) = g_i \quad (7)$$

Пусть B - матрица с элементами $B_{ij} = \bar{K}(s_i, t_j) h$. Тогда систему уравнений (7) относительно вектора z с компонентами (z_1, z_2, \dots, z_n) можно записать в виде

$$B_\alpha z \equiv [B + \alpha C]z = g, \quad (8)$$

где g - вектор с компонентами (g_1, g_2, \dots, g_n) , а αC - симметричная матрица вида:

$$C = \frac{1}{h^4} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Таким образом, задача сводится к решению СЛАУ (9)

Выводы

Основным результатом работы является построение устойчивого решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова со стабилизатором второго порядка.

Литература

1. А.Н. Тихонов, В.В. Аликаев, В.Я. Арсенин, А.А. Думова. Определение функции распределения электронов плазмы по спектру тормозного излучения. Журнал экспериментальной и теоретической физики, Вып. 5(11), 1968.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1976.
3. Лансеев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения. М.: РУДН. 2006
4. Тихонов А.Н. Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука 1979.
5. Иванов Б.К., Танана В.П., Васин В.В. "Теория линейных некорректных задач и её приложения», Наука, 1978, с. 102

THE STABLE NUMERICAL SOLUTION OF INTEGRAL EQUATION OF FREDHOLM IN PLASMA PHYSICS

Vdovin Y.O., Ponomarenko E.Y.

People's Friendship University Russia, VdoYar90@mail.ru

The purpose of this work is to create an approximate solution of the Fredholm integral equation of the first kind by means of Tikhonov A.N. regularization method in plasma physics.

Key words: numerical solution, sampling, Fredholm integral equation of the first kind.

ПОСТРОЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЮЩЕГО МОДУЛЯ МАРШРУТИЗАТОРА

Велиева Т.Р.

Российский университет дружбы народов, trvelieva@gmail.com

Построена стохастическая модель управляющего модуля маршрутизатора типа RED, основанная на физических свойствах TCP протокола.

Ключевые слова: протокол TCP Reno, Random Early Detection (RED), стохастические дифференциальные уравнения с винеровским процессом, стохастические дифференциальные уравнения с пуассоновским процессом, одношаговые процессы.

Метод стохастизации

Суть используемого метода стохастизации заключается в построении одношагового процесса, на основе которого записывается основное кинетическое уравнение [1, 2]. При разложении в ряд основного кинетического уравнения получаем уравнение, соответствующее уравнениям Фоккера-Планка и Ланжевена. Более подробно метод описан в работе [2].

Построение стохастической модели

Модель управляющего модуля маршрутизатора состоит из управляющей системы, управляемого модуля, а также системы взаимодействия. Передача данных осуществляется при помощи TCP протокола, а точнее одной из его реализаций – TCP Reno [3].

Так как для подавления перегрузки в протоколе TCP используется механизм окон, то необходимо описать изменение окна [4]. Изменение размера окна перегрузки зависит от фазы, в которой находится механизм управления перегрузками. Механизм управления перегрузками состоит из следующих фаз: медленный старт, предотвращение перегрузок, быстрая передача и быстрое восстановление.

Для упрощения модели рассматриваем только фазу перегрузки.

Запишем уравнения окна перегрузки, средней длины очереди и уравнение мгновенной длины очереди в непрерывном виде, которые соответствуют дискретным уравнениям, приведенным в работах [5, 6].

Дискретное уравнение окна перегрузки:

$$W_{n+1} = W_n + 1$$

Непрерывное уравнение окна перегрузки:

$$\dot{W} = \frac{1}{T},$$

где T - время двойного оборота.

Дискретное уравнение средней длины очереди:

$$\hat{q}(t_k + \delta) = (1 - \omega_q)\hat{q}(t_k) + \omega_q q(t_k)$$

Непрерывное уравнение средней длины очереди

$$\dot{q} = -\frac{\omega_q}{\delta}\hat{q} + \frac{\omega_q}{\delta}q$$

Дискретное уравнение мгновенной длины очереди

$$q_{n+1} = q_n + W_n - C_n$$

Непрерывное уравнение мгновенной длины очереди

$$\dot{q} = \frac{W(t)}{T(t)} - C(t)$$

Кинетические уравнения окна перегрузки

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1^1} W \\ W \xrightarrow{k_2^1} 0 \end{cases}$$

Кинетические уравнения мгновенной длины очереди

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1^2} Q \\ 0 \xrightarrow{k_2^2} Q \end{cases}$$

Применяя методы, описанные в работе [2], получаем уравнения Фоккера-Планка и соответствующие им уравнения Ланжевена.

Уравнение Фоккера-Планка окна перегрузки

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial W} [(k_1^1 - k_2^1 W) \omega] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial W^2} [(k_1^1 - k_2^1 W) \omega]$$

Уравнение Ланжевена

$$dW = (k_1^1 - k_2^1 W) dt + \sqrt{k_1^1 + k_2^1 W} dV^1$$

Уравнение Фоккера-Планка мгновенной длины очереди

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Q} [(k_1^2 + k_2^2) q] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} [(k_1^2 + k_2^2) q]$$

Уравнение Ланжевена

$$dQ = (k_1^2 + k_2^2) dt + \sqrt{k_1^2 + k_2^2} dV^2$$

Результирующая система

$$\begin{cases} dW = \frac{1}{T} dt - \frac{W}{2} dN + \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{W}{2} \frac{dN}{dt}} dV^1 \\ dQ = \left(\frac{W}{T} - C \right) dQ + \sqrt{\frac{W}{T} - C} dV^2 \\ \frac{d\hat{Q}}{dt} = -\frac{\omega_q}{\delta} \hat{Q} + \frac{\omega_q}{\delta} Q \end{cases}$$

Полученные уравнения в моментах соответствуют уравнениям, представленным в работе [6].

Вывод

Используя метод построения одношаговых процессов, получаем стохастическую модель управления модулем маршрутизатора типа RED. Данная модель получена на основе первичных принципов и включает в себя одновременно винеровский и пуассоновский процессы. Для верификации построенной модели использовалась математическая модель, рассмотренная в работе [6].

Литература

1. Демидова А. В. Уравнения динамики популяций в форме стохастических дифференциальных уравнений // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2013. — no. 1. — P. 67–76..
2. Демидова А. В. Метод стохастизации математических моделей на примере системы «хищник-жертва» // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2013. — Москва: МИФИ, 2013. — P. 127.
3. Королькова А. В., Кулябов Д. С., Черноиванов А. И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2009. — no. 3. — P. 34–46.

4. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance. — 1993. — Vol. 22.
5. Misra V., Gong W.-b., Towsley D. Fluid-based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED. — 2000.
6. Королькова А. В. Математическая модель процесса передачи трафика с регулируемой алгоритмом типа RED динамической интенсивностью потока. — 2010. — Vol. 115.
7. Королькова А. В. Метод расчета вероятности сброса пакетов в алгоритме RED // Вестник Российского университета дружбы народов, серия «Математика. Информатика. Физика». — 2007. — no. 1-2. — P. 32–37.
8. Королькова А. В., Кулябов Д. С. Математическая модель динамики поведения параметров систем типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2010. — no. 1. — P. 68–76.
9. Кулябов Д. С., Королькова А. В., Зарядов И. С. Обзор подходов к моделированию модуля управления трафиком // T-Comm - Телекоммуникации и транспорт. — 2012. — no. 7. — P. 122–125.

CONSTRUCTING A STOCHASTIC MODEL OF MANAGED ROUTER MODULE

Velieva T.R.

Peoples' Friendship University of Russia, trvelieva@gmail.com

Stochastic model of the control module type RED router is built based on the physical properties of the TCP protocol.

Key words: protocol TCPreno, Random Early Detection (RED), stochastic differential equations with a Wiener process, stochastic differential equations with a Poisson process, one-step processes.

МЕТОД АДИАБАТИЧЕСКИХ МОД ДЛЯ РАСЧЁТА ПРОФИЛЯ ТОНКОПЛЁНОЧНОЙ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ ЛЮНЕБЕРГА

Дашицыренов Г.Д.,

Российский университет дружбы народов, genin_dl@mail.ru

Исследуется модель адиабатических мод плавно нерегулярного тонкоплёночного интегрально оптического волновода на примере тонкоплёночной волноводной линзы Люнеберга.

Ключевые слова: математическое моделирование, интегральная оптика, оптимизация, электродинамика.

Введение

Распространённым методом математического моделирования плавно нерегулярных интегрально оптических структур является метод волноводов сравнения, первые публикации по которому появились ещё в конце пятидесятых.

Характерным представителем рассматриваемого класса структур является тонкоплёночная линза Люнеберга. Основным свойством, которой является фокусировка параллельного пучка лучей падающего на неё на некотором расстоянии за линзой. По форме линза напоминает цилиндр, расположенный на поверхности трёхслойного планарного волновода, при этом она рассматривается как дополнительный волноведущий слой с переменной толщиной, вне линзы толщина соответственно равна нулю.

Тезисы

Метод волноводов сравнения [1,2] заключается в разложении поля в области нерегулярности на полный набор мод регулярного волновода. В случае линзы это означает, что в каждой точке (y, z) с толщиной $x=h(x, y)$ рассматривается эквивалентный регулярный волновод, моды соответственно ищутся в виде

$$H(x, y, z, t) = H(x) \exp\{i(\omega t + k\beta z)\}$$

$$E(x, y, z, t) = E(x) \exp\{i(\omega t + k\beta z)\}$$

Уравнения Максвелла в этом случае сводятся к уравнениям Гельмгольца:

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)E_y(x) = 0$$

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)H_y(x) = 0$$

Поле в методе адиабатических мод [3] имеет вид:

$$\begin{Bmatrix} \vec{E}(x, y, z, t) \\ \vec{H}(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{E}(x, y, z) \\ \vec{H}(x, y, z) \end{Bmatrix} \exp\{i[\omega t - \varphi(y, z)]\} / \sqrt{\beta(y, z)}$$

Применение этой подстановки сводит уравнения Максвелла к уравнениям второго порядка для продольных компонент (E_z, H_z) поля направляемой моды:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \chi^2 E_z = -p_y \chi_z^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\chi_z^2} \right) E_z - \frac{c}{i\omega\varepsilon} (p_y \chi_z^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\chi_z^2} \right)) \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \chi^2 H_z = -p_y \chi_z^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\chi_z^2} \right) H_z + \frac{c}{i\omega\mu} (p_y \chi_z^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\chi_z^2} \right)) \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2)$$

Для остальных компонент поля из уравнений Максвелла выводятся дифференциальные соотношения, выражающие их через продольные компоненты.

Для широкого класса тонкоплёночных многослойных интегрально-оптических волноводов выполняется условие малости изменения характеристик мод при перемещении в горизонтальном направлении на длину порядка длины волны:

$$\delta = \max \frac{|(\vec{\nabla}\vec{\beta})|}{k_0 \|\vec{\beta}\|^2} \ll 1$$

Это даёт возможность применить асимптотический подход по малому параметру δ . В нулевом приближении асимптотического метода правые части уравнений (1, 2) обнуляются:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)H_z = 0$$

Граничные условия для обоих методов в регулярной области для обоих методов одинаковы:

$$\vec{E}_y|_{-d-0} = \vec{E}_y|_{-d+0}, \vec{H}_y|_{-d-0} = \vec{H}_y|_{-d+0}, \vec{E}_z|_{-d-0} = \vec{E}_z|_{-d+0}, \vec{E}_y|_{-d-0} = \vec{E}_z|_{-d+0}$$

– равенство тангенциальных компонент на поверхности между подложкой волноводным слоем,

$$\vec{E}_y|_{-0} = \vec{E}_y|_{+0}, \vec{H}_y|_{-0} = \vec{H}_y|_{+0}, \vec{E}_z|_{-0} = \vec{E}_z|_{+0}, \vec{E}_y|_{-0} = \vec{E}_z|_{+0}$$

– равенство тангенциальных компонент на поверхности между волноводным слоем и линзой.

В нерегулярной части для метода волноводов сравнения между линзой и покрывным слоем граничные условия имеют вид:

$$\vec{E}_y|_{h(y,z)+0} = \vec{E}_y|_{h(y,z)-0}, \vec{H}_y|_{h(y,z)+0} = \vec{H}_y|_{h(y,z)+0}, \vec{E}_z|_{h(y,z)+0} = \vec{E}_z|_{h(y,z)-0}, \vec{E}_y|_{h(y,z)+0} = \vec{E}_z|_{h(y,z)+0}$$

Метод адиабатических мод позволяет учесть наклон поверхности линзы:

$$\vec{E}^\tau|_{-h(y,z)} = \vec{E}^\tau|_{+h(y,z)}, \vec{H}^\tau|_{-h(y,z)} = \vec{H}^\tau|_{+h(y,z)},$$

$$\vec{H}^\tau = F(\vec{H}, h(x, y), \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}), \vec{E}^\tau = F(\vec{E}, h(x, y), \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y})$$

После подстановки общих решений граничные условия составляют однородное уравнение: $M(\beta, \beta_z, \beta_y, d, h, \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y})(\vec{A}, \vec{B})^T = 0$, где (\vec{A}, \vec{B}) неизвестные амплитудные коэффициенты в общих решениях.

Чтобы упростить поиск профиля линзы, используется свойство симметричности линзы относительно центральной оси, профиль при этом представляется рядом:

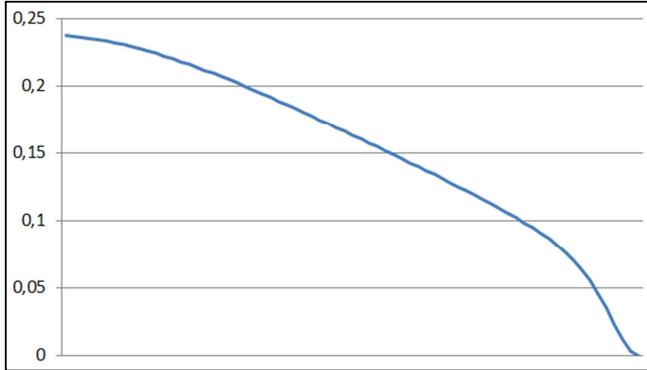
$$h_N(y, z) = \sum_{i=1}^N K_i \exp\left\{-\frac{r^2}{c_i}\right\}$$

Профиль $h(y, z)$ находится путём минимизации функционала

$$\text{Det} \left(M \left(\beta, \beta_z, \beta_y, d, h_N, \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right)_{K_i c_i} \rightarrow \min$$

Выводы

Численные расчёты показали различия в вычисленных значениях толщины волноводного слоя ТОВЛ Люнеберга в приближении метода волноводов сравнения и в нулевом приближении модели адиабатических мод, учитывающем векторный характер электромагнитного поля направляемой моды ТОВЛ Люнеберга в отличие от более грубых скалярных моделей.

Рис. 1. Профиль линзы $h(r)$.

Литература

1. Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами. – М.: Изд. АН СССР, 1961.
2. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах (Введение в теорию). – М.: Наука, 1969.
3. Севастьянов А.Л. Компьютерное моделирование полей направляемых мод тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Лüneберга / Дисс. канд. физ.-мат. наук. – М.: РУДН, 2010.

ADIABATIC WAVEGUIDE MODES METHOD FOR CALCULATING PROFILE OF THIN-FILM INTEGRATED OPTICAL LUNEUBERG LENS

Dashitsyrenov G.D.

Peoples' Friendship University of Russia (PFUR), genin_d@mail.ru

A model of adiabatic modes of smoothly irregular integrated thin-film optical waveguide is investigated on an example of waveguide Lüneburg lenses.

Key words: mathematical modeling, integrated optics, optimization, and electrodynamic.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВВЕДЕНИЯ СТОХАСТИКИ В ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ «ХИЩНИК-ЖЕРТВА»

Демидова А.В., Геворкян М.Н.

Российский университет дружбы народов, ademidova@sci.pfu.edu.ru, mngevorokyan@sci.pfu.edu.ru

В работе исследовано влияние введения стохастичности в детерминистическую модель «хищник-жертва».

Ключевые слова: популяционная динамика, стохастическое моделирование, стохастическое дифференциальное уравнение.

Введение

В предыдущих работах авторов [1,2] разработан метод построения одношаговых стохастических моделей, который позволяет моделировать широкий класс явлений.

При стохастизации математических моделей возникает проблема, как ввести стохастический член, который интерпретируется не как внешнее случайное воздействие на систему, а имеет непосредственную связь с ее структурой. Для получения стохастических моделей предлагается рассматривать процессы, происходящие в системе, как одношаговые марковские процессы. Такой подход позволяет получать стохастические дифференциальные уравнения с согласованными стохастической и детерминистической частями, так как они выводятся из одного и того же уравнения. Привлечение теории стохастических дифференциальных уравнений позволяет провести качественный и численный анализ поведения решений уравнений для полученной стохастической модели. Для иллюстрации результатов предлагается использовать численные методы Рунге-Кутты разных порядков построения решений стохастических дифференциальных уравнений.

Детерминистическая модель «хищник-жертва»

Системы с взаимодействием двух видов популяций типа «хищник-жертва» широко исследованы и для таких систем существует большое количество разнообразных моделей. Самой первой моделью «хищник-жертва» принято считать модель, полученную независимо друг от друга А.Лоткой и В.Вольтеррой, которая описывается системой дифференциальных уравнений вида [3]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= k_1x - k_2xy \\ \dot{y} &= k_2xy - k_3y \end{aligned} \quad (1)$$

где x — численность жертв, y — численность хищников, k_1 и k_3 — положительные постоянные коэффициенты, отражающие естественную рождаемость и смертность жертв и хищников соответственно, а k_2 это положительный постоянный коэффициент, для описания межвидового взаимодействия.

Стохастическая модель «хищник-жертва»

Рассмотрим модель системы «хищник-жертва», состоящую из особой двухвидов, причём один из них охотится, второй — обеспечен неисчерпаемыми пищевыми ресурсами. Введя обозначения X — жертва, Y — хищник, можно записать возможные процессы для вектора состояния $x^i = (X, Y)^T$, где i — компонентный индекс [1,2]:

$$\begin{aligned} X &\xrightarrow{k_1} 2X, & \mathbf{r}^{i1} &= (1, 0), \\ X + Y &\xrightarrow{k_2} 2Y, & \mathbf{r}^{i2} &= (-1, 1), \\ Y &\xrightarrow{k_3} 0, & \mathbf{r}^{i3} &= (0, -1). \end{aligned}$$

Стохастическое дифференциальное уравнение в форме Ланжевена для модели «хищник-жертва» имеет вид:

$$d \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 x - k_2 xy \\ k_2 xy - k_3 y \end{pmatrix} dt + B_{\alpha}^i \begin{pmatrix} dW^1 \\ dW^2 \end{pmatrix}, \text{ где } B_{\alpha}^i B_{\alpha}^{j\alpha} = B^{ij} = \begin{pmatrix} k_1 x + k_2 xy & -k_2 xy \\ -k_2 xy & k_2 xy + k_3 y \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Исследование влияния стохастического члена

Качественное исследование детерминистической модели «хищник-жертва» (1) описано в многочисленной литературе. Приведем основные результаты.

Система (1) имеет два стационарных состояния: (0,0) и $(k_1/k_2, k_3/k_2)$. Точка (0,0) является седлом и определяет положение равновесия, которое характеризуется полным истреблением жертв и вымиранием хищников. Точка $(k_1/k_2, k_3/k_2)$ является центром и отражает стационарный режим сосуществования хищников и жертв с некоторыми ненулевыми численностями.

Фазовый портрет системы в окрестности стационарной точки $(k_1/k_2, k_3/k_2)$ представляет собой замкнутые эллиптические орбиты. Таким образом изменение численности обоих видов происходит по периодическому закону с амплитудой колебаний, определяемой начальными значениями x и y (рис.1). Решения имеют осциллирующие зависимости, показанные на (рис.2). Циклы повторяются неограниченно долго и качественно отражают свойства многих реальных систем «хищник-жертва».

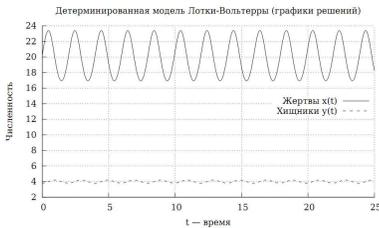


Рис. 1. Зависимость числа хищников и жертв от времени



Рис. 2. Фазовый портрет системы «хищник-жертва»

В то же время этой системе присущи два принципиальных и взаимосвязанных недостатка. С математической точки зрения, система (1) негрубая и консервативная. Это означает, что включение в модель каких бы то ни было дополнительных факторов качественным образом меняет ее поведение. С другой стороны, данная модель не учитывает вероятностный характер процессов происходящих в системе.

Стохастическая модель

Рассмотрим изменение качественного поведения системы (1) при введении стохастического члена (система (2)).

Запишем первый интеграл для детерминистической части системы (2):

$$I(x, y) = k_2(x, y) - k_3 \ln x - k_1 \ln y. \quad (3)$$

Далее воспользуемся формулой Ито для функции $dI(x, y)$, запишем формулу для среднего изменения фазового объёма:

$$\langle dI(x, y) \rangle = \frac{1}{2} \left\langle B^{11} \frac{k_3}{2x^2} + B^{22} \frac{k_1}{2y^2} \right\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \frac{k_1 k_3}{x} + \frac{k_2 k_3 y}{x} + \frac{k_1 k_2 x}{y} + \frac{k_1 k_3}{y} \right\rangle.$$

Поскольку $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$, то видно, что в стохастической модели фазовый объём в среднем монотонно возрастает. В конце концов задевается одна из осей, что говорит о

гибели одной или обеих популяций. Данное поведение проиллюстрировано на рис.4. При этом временная зависимость имеет вид показанный на рис.3.

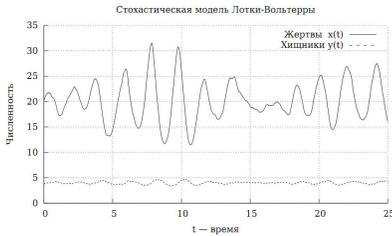


Рис. 3. Зависимость числа хищников и жертв от времени

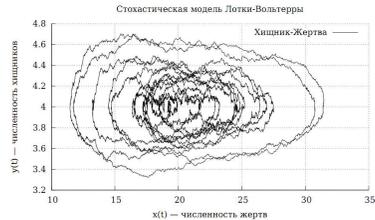


Рис. 4. Фазовый портрет системы «хищник-жертва»

Выводы

В работе продемонстрировано применение к модели типа «хищник-жертва», полученной в предыдущих работах, методики получения стохастической модели с согласованной стохастической и детерминистической частями.

Кроме того, для системы популяционной динамики типа «хищник–жертва» было получено, что в детерминистическом случае, решения уравнений имеют периодический вид и фазовый объем сохраняется, в то время как, введение стохастики в модель, дает монотонное возрастание фазового объема, что говорит о неизбежной гибели одной либо обеих популяций.

Предложенный метод позволяет получить универсальные правила записи стохастических дифференциальных уравнений для систем, процессы в которых представимы как одношаговые процессы, а также расширить аппарат инструментов, используемых для анализа модели, так как одновременно при применении данного подхода для описания системы можно получить обыкновенное стохастическое дифференциальное уравнение и уравнение в частных производных в форме уравнения Фоккера-Планка.

Литература

1. Кулябов Д. С., Демидова А. В. Введение согласованного стохастического члена в уравнение модели роста популяций // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2012. — № 3. — С. 69–78.
2. Демидова А. В. Уравнения динамики популяций в форме стохастических дифференциальных уравнений // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2013. — № 1. — С. 67–76.
3. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. — М.: Физматлит, 2010.

INFLUENCE ANALYSIS INTRODUCTION STOCHASTIC DETERMINISTIC MODEL "PREDATOR-PREY"

Demidova A.V., Gevorkyan M.N.

Peoples' Friendship University of Russia, ademidova@sci.pfu.edu.ru, mngevorkyan@sci.pfu.edu.ru

The aim was to study the effect of the introduction of probability in a deterministic model of "predator-prey".

Key words: population dynamics, stochastic modeling, stochastic differential equation.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАЩИТЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ОТ ВЗРЫВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ОБЪЕКТЕ ХРАНЕНИЯ ОПАСНЫХ ВЕЩЕСТВ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА МУСАЕВА В.К. В ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

Денисенков А.Н., Суцев Т.С., Ситник В.Г., Тарасенко А.А., Зюбина М.В.

Российский университет дружбы народов, musayev-vk@yandex.ru

Для прогноза безопасности сооружений при взрывных воздействиях применяется численное моделирование. Решены задачи о воздействии взрывных воздействий в объекте хранения опасных веществ без полости и с полостями. Показано, что применение полостей уменьшает величину напряжений в окружающей среде при взрывных воздействиях.

Ключевые слова: численное моделирование, метод конечных элементов, явная двухслойная схема, технические средства, защита, сооружение, объект хранения опасных веществ, взрывное воздействие, дельта функция, волны напряжений, окружающая среда, полости, несущая способность.

1. Введение

Для прогноза безопасности объекта хранения опасных веществ при взрывных воздействиях применяется численное моделирование уравнений волновой теории упругости.

2. Реализация методики и алгоритма

В работах [1–20] приводится некоторая информация о практической реализации численного моделирования волн напряжений в сложных деформируемых объектах.

Для решения краевой задачи используется метод конечных элементов в перемещениях. Задачи решаются методом сквозного счета, без выделения разрывов (однородный алгоритм).

3. О распространении взрывных волн напряжений

В настоящее время вопросам безопасности окружающей среды от взрывных воздействий в объектах хранения опасных веществ уделяется большое внимание.

Управление волновым напряженным состоянием можно осуществить с помощью методов численного моделирования рассматриваемого объекта.

В работе применяется один из возможных технических средств защиты окружающей среды от взрывных воздействий в объектах хранения опасных веществ – полости в окрестности предполагаемого сооружения. Взрывное волновое воздействие, на своем пути встречая полость, будет ее обходить. Поэтому будет снижаться напряженное состояние в предполагаемом объекте.

На основании изложенного можно утверждать, что постановка задачи, разработка методики, реализация алгоритма численного моделирования и решение задач о применении технических средств защиты окружающей среды от волновых взрывных воздействий в объектах хранения опасных веществ, является актуальной фундаментальной и прикладной научной задачей.

Решена задача о воздействии взрывной волны в объекте хранения опасных веществ без полости. Исследуемая расчетная область имеет 14250 узловых точек. Решается система уравнений из 57000 неизвестных. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около объекта хранения опасных веществ без полости. Растягивающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_k = 0,326$. Сжимающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_k = -0,259$. Растягивающее упругое

нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,301$.

Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,204$.

Решена задача о воздействии упругой взрывной волны в объекте хранения опасных веществ с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к пяти). Исследуемая расчетная область имеет 14250 узловых точек. Решается система уравнений из 57000 неизвестных. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около объекта хранения опасных веществ с полостью. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,462 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,66 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,51 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,84 раза.

Решена задача о воздействии упругой взрывной волны в объекте хранения опасных веществ с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к десяти). Исследуемая расчетная область имеет 14250 узловых точек. Решается система уравнений из 57000 неизвестных. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около объекта хранения опасных веществ с полостью. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 3,2 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,86 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 3,07 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 2,04 раза.

Решена задача о воздействии упругой взрывной волны в объекте хранения опасных веществ с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к пятнадцати). Исследуемая расчетная область имеет 14250 узловых точек. Решается система уравнений из 57000 неизвестных. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около объекта хранения опасных веществ с полостью. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 5,34 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 2,75 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 5,79 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 2,61 раза.

Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи, о применении полостей для увеличения безопасности окружающей среды от воздействия упругой взрывной волны в объекте хранения опасных веществ, с помощью численного моделирования волновых уравнений теории упругости.

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за внимание к работе.

4. Выводы

1. Для прогноза безопасности объекта хранения опасных веществ при взрывных воздействиях применяется численное моделирование. С помощью метода конечных элементов в перемещениях разработаны методика, алгоритм и комплекс программ, которые позволяют решать волновые задачи при взрывных воздействиях на уникальные сооружения.
2. Решена задача о безопасности окружающей среды при взрывных воздействиях в объекте хранения опасных веществ без полости и с полостями. Показано, что применение полостей уменьшает величину напряжений в окружающей среде при взрывных воздействиях в объекте хранения опасных веществ.

Литература

1. Дэйвис Р. Волны напряжений в твердых телах. – М.: Иностранная литература, 1961. – 104 с.
2. Ионов В.И., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975. – 464 с.
3. Мусаев В.К. Применение метода конечных элементов к решению плоской нестационарной динамической задачи теории упругости // Механика твердого тела. – 1980. – № 1. – С. 167.
4. Мусаев В.К. Решение задачи дифракции и распространения упругих волн методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – № 4. – С. 74–78.
5. Musayev V.K. Structure design with seismic resistance foundations // Proceedings of the ninth European conference on earthquake engineering. – Moscow: TsNIISK, 1990. – V. 4–A. – P. 191–200.
6. Musayev V.K. Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // Proceedings of the second International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics. – St. Louis: University of Missouri-Rolla, 1991. – V. 3. – P. 87–97.
7. Мусаев В.К. Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. – 1997. – № 1. – С. 87–110.
8. Musayev V.K. Problem of the building and the base interaction under seismic loads // Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering. 2741. – Auckland: University of Canterbury, 2000. – P. 1–6.
9. Мусаев В.К. О некоторых возможностях математического моделирования и численного компьютерного эксперимента // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2006. – № 1. – С. 81–86.
10. Мусаев В.К. Математическое моделирование упругих волн напряжений в сложных деформируемых телах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 62–76.
11. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
12. Мусаев В.К. Численное, аналитическое и экспериментальное решение задачи о концентрации нестационарных динамических напряжений в свободном круглом отверстии // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 4. – С. 67–71.
13. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.

14. Мусаев В.К. О достоверности результатов численного метода решения сложных задач волновой теории упругости при ударных, взрывных и сейсмических воздействиях // Ученые записки Российского государственного социального университета. – 2009. – № 5. – С. 21–33.
15. Мусаев В.К. Моделирование волн напряжений в сложных областях с помощью метода вычислительной механики // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 44–52.
16. Мусаев В.К. Вычислительный эксперимент в задачах моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 138–149.
17. Мусаев В.К. Практическая реализация численного моделирования распространения нестационарных упругих волн напряжений в сложных деформируемых областях // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 287–295.
18. Ситник С.В., Куранцов В.В., Ситник В.Г., Савичев В.А., Денисюк Д.А. Численное моделирование нестационарного волнового напряженного состояния в деформируемых объектах сложной формы с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 478–481.
19. Мусаев В.К. Математическое моделирование системы «сооружение-окружающая среда» на ударные, взрывные и сейсмические воздействия // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2013. – С. 197–200.
20. Юзбеков Н.С., Суцнев Т.С., Ситник С.В., Тарасенко А.А., Зюбина М.В. Математическое моделирование безопасности сооружений при волновых сейсмических воздействиях с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2013. – С. 234–237.

MODELING OF ENVIRONMENTAL PROTECTION FROM EXPLOSIVE IMPACTS IN THE OBJECT STORAGE OF DANGEROUS SUBSTANCES WITH THE HELP OF THE NUMERICAL METHOD MUSAYEV V.K. IN DISPLACEMENTS

Denisenkov A.N., Sushchev T.S., Sitnik V.G., Tarasenko A.A., Zyubina M.V.

Peoples' Friendship University of Russia, musayev-vk@yandex.ru

For the forecast of the security structures for blast effects applied numerical simulation. Solved the problem on the impact of explosive impacts in the object storage of hazardous substances without a cavity and with cavities. It is shown that application of cavities reduces stress value in the environment by the explosive effects.

Key words: numerical simulation, finite element method, explicit two-layer scheme, technical means of protection, structure, object storage of hazardous substances, explosive impact Delta function, a wave of voltages, environment, cavity-bearing capacity.

НЕПОЛНЫЙ МЕТОД ГАЛЕРКИНА В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛОКАЛЬНО-НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Диваков Д.В.

ФГБОУ ВПО РУДН, dmitriy.divakov@gmail.com

Работа посвящена решению волноводной задачи в случае плоского двумерного локально-нерегулярного волновода неполным методом Галеркина.

Ключевые слова: нерегулярный волновод, неполный метод Галеркина.

Введение

Нерегулярные волноводы – основа для современных датчиков моментального химического анализа, что делает моделирование распространения собственных мод в таких структурах актуальной научно-практической задачей. В работе рассматривается задача распространения собственных мод внутри локально-нерегулярного оптического волновода, состоящего из диэлектрических материалов.

Постановка задачи

Рассмотрим двумерный волновод с локальной нерегулярностью.

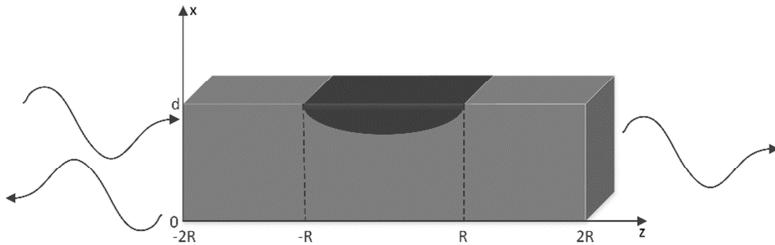


Рис. 1. Двумерный локально-нерегулярный волновод

В регулярных участках волновода поле удовлетворяет уравнению Гельмгольца с постоянным коэффициентом, а в нерегулярной области – уравнению Гельмгольца с переменным коэффициентом. На первом этапе изучения будем рассматривать закрытый волновод, то есть поле на границах $x=0$ и $x=d$ равно нулю тождественно. На границах $z=-R$ и $z=R$ поля в регулярных областях и в нерегулярном участке приравниваются, а так же приравниваются их первые производные.

Однако, для дальнейшего численного решения задачи удобнее записать на границах $z=-R$ и $z=R$ эквивалентные условия третьего рода – парциальные условия излучения, предложенные Свешниковым.

Как итог, краевая задача для уравнения Гельмгольца с переменным коэффициентом будет рассматриваться в ограниченной области $[0, d] \times [-R, R]$.

Приближенное решение поставленной краевой задачи будем искать в виде конечной суммы ряда по собственным функциям $\varphi_n(x)$ поперечного сечения волновода, удовлетворяющим при этом однородным крайевым условиям при $x=0$ и $x=d$:

$$u^N(x, z) = \sum_{n=1}^N u_n(z) \varphi_n(x) \quad (1)$$

Коэффициенты частичной суммы ряда $u_n(z)$ являются неизвестными функциями, которые и подлежат дальнейшему отысканию.

Подставляя приближенное решение (1) в уравнение Гельмгольца и применяя проекционные соотношения метода Галеркина, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно $u_n(z)$ с переменными коэффициентами:

$$\frac{d^2}{dz^2}\bar{u} + [\mathbf{Q}(z) - \mathbf{A}]\bar{u} = \bar{0} \quad (2)$$

С учетом вида приближенного решения (1) парциальные условия излучения редуцируются к следующему виду:

$$\left(\frac{d}{dz}\bar{u} + i\mathbf{\Gamma}\bar{u} \right) \Big|_{z=-R} = \bar{b} \quad (3)$$

$$\left(\frac{d}{dz}\bar{u} - i\mathbf{\Gamma}\bar{u} \right) \Big|_{z=R} = \bar{0} \quad (4)$$

Постановка разностной задачи

Аппроксимируем дифференциальные операторы в (2), (3) и (4) их разностными аналогами на равномерной сетке с шагом $h = 2R/M$ и общим количеством узлов M , обозначая $\bar{u}(z_j) = \bar{u}_j$ [1]. Тогда задача (2), (3), (4) редуцируется к системе линейных алгебраических уравнений с блочно-трехдиагональной матрицей:

$$\bar{u}_1 - \mathbf{B}_0\bar{u}_0 = h\bar{b} \quad (5)$$

$$\bar{u}_{j+1} - \mathbf{B}_j\bar{u}_j + \bar{u}_{j-1} = \bar{0}, \quad j = \overline{1, M-1} \quad (6)$$

$$-\mathbf{B}_0\bar{u}_M + \bar{u}_{M-1} = \bar{0} \quad (7)$$

Устойчивость метода решения

Наиболее распространенные методы решения системы (5), (6), (7) – это метод матричной прогонки, метод блочного LU-разложения, метод направленной ортогонализации и метод LU-разложения, адаптированный к разреженной матрице.

Наиболее экономичным из перечисленных является метод матричной прогонки, устойчивость которого не была подробно изучена для класса волноводных задач. Поэтому, вопросу устойчивости этого метода было уделено особое внимание. Для его устойчивости достаточно выполнения следующих условий [2]:

$$\left\| \left(\frac{1}{2}\mathbf{B}_j \right)^{-1} \right\| \leq 1 \quad (8)$$

$$\|\mathbf{B}_0^{-1}\| < 1 \quad (9)$$

Опираясь на результаты из [3] и [4] был получен следующий результат: для выполнения условий (8) и (9) необходимо, чтобы рассматривался не резонансный случай, и выполнялось условие:

$$4\varepsilon \left(\frac{d}{\lambda_0} \right)^2 \leq 1 \quad (10)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость, λ_0 – длина волны, d – толщина волновода.

В рассматриваемых задачах $\varepsilon > 1$, а толщина d является величиной одного порядка с длиной волны λ_0 .

Таким образом, заявленный достаточный критерий устойчивости метода матричной прогонки выполняться не будет.

Выводы

В работе рассмотрена редукция волноводной задачи для двухмерного локально-нерегулярного волновода неполным методом Галеркина к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

Далее полученная краевая задача аппроксимировалась конечными разностями, в результате чего мы перешли к системе линейных алгебраических уравнений с блочно-тредиагональной матрицей, наиболее просто решаемой методом матричной прогонки, устойчивость которого и проверялась.

По результатам проделанной работы можно сказать лишь о том, что заявленный достаточный критерий устойчивости метода матричной прогонки не выполняется для поставленной задачи, поэтому про устойчивость метода сказать ничего определенного нельзя.

Кроме того, проверенный критерий также является и критерием блочного диагонального преобладания (аналог диагонального преобладания для блочных матриц) и его невыполнение ставит под сомнение также и применимость метода блочного LU-разложения для блочно-тредиагональной матрицы полученной системы.

Следующим этапом изучения, поэтому, будет проверка применимости методов направленной ортогонализации и адаптированного к блочно-тредиагональной матрице метода LU-разложения для решения волноводной задачи.

Автор выражает благодарность Малых М.Д., Севастьянову Л.А. за содействие в работе и обсуждение результатов.

Литература

1. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 552 с.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб.пособие для вузов. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. — 432 с.
3. Ланкастер П. Теория матриц. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1973. — 280 с.
4. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 655 с.

REDUCED GALERKIN'S METHOD FOR SIMULATION OF LOCALLY-IRREGULAR OPTICAL WAVEGUIDING SYSTEMS

Divakov D.V.

PFUR, dmitriy.divakov@gmail.com

The work is dedicated to the solving of waveguiding problem for plane two-dimensional locally irregular waveguide using reduced Galerkin's method.

Key words: irregular waveguide, reduced Galerkin's method.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ С СИММЕТРИЕЙ

Дружинина О.В., Масина О.Н.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ovdruzjh@mail.ru
Елецкий государственный университет им. П.А. Бунина, olga121@inbox.ru

Исследована устойчивость колебаний в динамических моделях с симметрией. Для анализа использованы понятия устойчивости в смысле Н.Е. Жуковского и Дж. Синджа.

Ключевые слова: динамическая модель, орбитальная устойчивость, колебания, первый метод Ляпунова.

Введение

При исследовании математических моделей динамических систем актуальной проблемой является изучение устойчивости колебаний. Классическая теория устойчивости развивалась, начиная с трудов А.М. Ляпунова [1], Н.Е. Жуковского [2], А. Пуанкаре [3], Н.Г. Четаева [4], в работах Н.Н. Красовского [5], А.А. Шестакова [6] и в работах других отечественных и зарубежных ученых. В настоящей работе проведен анализ устойчивости колебаний ряда классов динамических систем. Используемые в работе понятия устойчивости по Дж. Синджу и Н.Е. Жуковскому позволяют исследовать специальные типы сильной орбитальной устойчивости траекторий в существенно нелинейных системах [7–10].

Рассмотренные в работе понятия устойчивости базируются на ортогональном (нормальном) соответствии изображающих точек невозмущенной и возмущенной траекторий системы дифференциальных уравнений. Указанное соответствие позволяет строить специальные уравнения в вариациях, отличные от уравнений в вариациях Пуанкаре. Специальные уравнения в вариациях лежат в основе анализа устойчивости в смысле Дж. Синджа и устойчивости в смысле Н.Е. Жуковского. Устойчивость по Жуковскому и по Синджу, как показывают работы отечественных и зарубежных авторов последнего десятилетия, находит применение в задачах устойчивости технических систем и в задачах изучения хаотических режимов в детерминированных системах.

В работах [11, 12] дано развитие идей Дж. Синджа и предложены условия устойчивости систем нелинейной механики.

Предварительные сведения

Рассматривается голономная консервативная система, кинетическая энергия T и потенциальная энергия V которой определяются в виде

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 m_{ij}(x) \dot{x}_i \dot{x}_j = \frac{1}{2} \langle P(x) \dot{x}, \dot{x} \rangle, \quad (1)$$

$$V = V(x), \quad K + V = h,$$

где $\langle \bullet, \bullet \rangle$ – скалярное произведение двух векторов, $x = (x_1, x_2)$, $\dot{x} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$,

$P(x) = (m_{ij}(x))$ – матрица инерции, h – полная энергия. Для заданного h рассмотрим движение, принадлежащее множеству $G(h) = \{x \in R^2 : h - V(x) \geq 0\}$. Предположим, что множество $G(h)$ ограничено. Обозначим через $\text{int } G(h)$ и $\partial G(h)$ внутренность и границу множества $G(h)$ соответственно.

В работе [7] с помощью понятий римановой геометрии Дж. Синджем изучена динамика системы (1). Рассмотрен линейный элемент ds , определенный равенством

$$ds^2 = \langle P dx, dx \rangle, \quad (2)$$

а также угол α между двумя векторами $a = (a_1, a_2)$ и $b = (b_1, b_2)$.

Возмущение ρ , определяемое с помощью расстояния между конфигурациями периодической траектории C и возмущенной траектории \hat{C} при условии, что ρ ортогонально траектории C , определено в [7]. С помощью тензорного анализа для фиксированного h получено уравнение относительно величины ρ :

$$\ddot{\rho} + Q(t)\rho = 0, \quad Q(t) = K\nu^2 + 3\kappa^2\nu^2 + \sum V_{ij}n_i n_j, \quad (3)$$

где ν – скорость вдоль траектории C , κ – кривизна C , $V_{ij} = \partial^2 V / \partial x_i \partial x_j$, $n = (n_1, n_2)$ – единичная нормаль к траектории C и K – гауссова кривизна.

Траектория C называется устойчивой по Синджу, если значение ρ для каждого решения уравнения (3) постоянно мало. Если v_1 и v_2 – скорости вдоль траекторий C и \hat{C} в точках M_1 и M_2 соответственно, в которых линия $M_1 M_2$ ортогональна траектории C , то справедливо равенство $\dot{\rho} = v_2 \sin \alpha$, где α – угол между v_1 и v_2 .

Отметим, что риманова метрика, заданная формулой (2), эквивалентна евклидовой норме. Следовательно, при исследовании устойчивости возмущение ρ может быть определено посредством евклидовой нормы.

Установлено, что для каждого фиксированного значения полной энергии периодическая траектория системы (1) устойчива по Пуанкаре (орбитально устойчива) тогда и только тогда, когда она устойчива по Синджу.

Устойчивость колебаний в системах с симметрией

Рассматривается система с симметрией

$$m_j(-x) = m_j(x), \quad i, j = 1, 2, \quad V(-x) = V(x),$$

для которой

$$T = \frac{1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2), \quad V = \frac{1}{2}(x_1^2 + \Omega^2 x_2^2) + N(x_1, x_2),$$

$$N(x_1, x_2) = \alpha_0 x_1^4 + \alpha_1 x_1^3 x_2 + \alpha_2 x_1^2 x_2^2 + \alpha_3 x_1 x_2^3 + \alpha_4 x_2^4. \quad (4)$$

Если O – устойчивое состояние равновесия, то существует два типа колебаний, записанных в виде рядов Фурье, причем имеет место симметрия относительно состояния равновесия O . Выберем $t = 0$ в точке O . Тогда $x(-t) = -x(t)$, откуда $C_j = D_j = 0$, $j = 0, 1, 2, 3, \dots$. Так как справедливо равенство $x(\pi/2\omega + t) = x(\pi/2\omega - t)$ для $t \in R$, от $A_j = B_j = 0$, $j = 1, 2, 3, \dots$. Пусть $t \rightarrow t + \pi/2$ – преобразование времени. Тогда (x_1, x_2) -колебание может быть представлено в виде

$$x_1(t) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cos\{(2j-1)\omega t\}, \quad x_2(t) = \sum_{j=1}^{\infty} B_j \cos\{(2j-1)\omega t\}. \quad (5)$$

Рассматривается случай, когда $|A_1| \geq |A_2| > \dots$ и $|B_1| \gg |B_2| > \dots$, и $x_1(t) = A \sin \omega t$, $x_2(t) = B \sin \omega t$. Модальная кривая близка к прямой, а ее угол наклона меняется в зависимости от амплитуды. Подставляя (5) в уравнения движения и применяя метод гармонического баланса, получим

$$f(p) + \frac{3}{4}R^2 g(p) = 0, \quad (6)$$

где $p = \text{tg } \theta$, $R \cos \theta = A$, $R \sin \theta = B$, $f(p) = (1 - \Omega^2)p(p^2 + 1)$,
 $g(p) = \alpha_3 p^4 + (2\alpha_2 - 4\alpha_4)p^3 + (3\alpha_1 - 3\alpha_3)p^2 + (4\alpha_0 - 2\alpha_2)p - \alpha_1$.

Нелинейная естественная частота ω x_1 -колебания может быть записана следующим образом:

$$\omega^2 = \cos \theta + \Omega^2 \sin^2 \theta + \frac{3}{4} R^2 [N_{11}(\cos \theta, \sin \theta) \cos \theta + N_{21}(\cos \theta, \sin \theta) \sin \theta]$$

Решая уравнение (6), можно вычислить ρ при заданном R . Тогда A , B и ω можно получить как решение уравнения x_1 -колебаний.

Так как модальная кривая близка к прямой, то $\kappa=0$. Имеем $K=0$ и $n_1 = -\sin \theta$, $n_2 = \cos \theta$. Тогда уравнение (3) можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} + (\delta + 2\varepsilon \cos 2\tau) \rho = 0, \quad (7)$$

где $\tau = \alpha t$,

$$\varepsilon = \frac{-R^2}{4\omega^2} [N_{11} \sin^2 \theta - 2N_{12} \cos \theta \sin \theta + N_{22} \cos^2 \theta], \quad (8)$$

$$\delta = \frac{\sin^2 \theta + \Omega^2 \cos^2 \theta}{\omega_2} - 2\varepsilon. \quad (9)$$

Уравнение (7) является уравнением Матье. Для заданного R уравнения (8) и (9) дают возможность искать ε и δ соответственно. График зависимости $\delta = \delta(\varepsilon)$ назовем кривой устойчивости x_1 -колебания. Поскольку функция $Q(t)$ в (3) четная и имеет период, равный половине периода x_1 -колебания, то $Q(t) = \overline{Q}(\Omega, A_1) + g_1(A_1) \cos(2\alpha t) + g_2(A_1) \cos(4\alpha t) + \dots$, где $\overline{Q}(\Omega, A_1) \rightarrow \Omega^2$ и $g_j(A_1) \rightarrow 0$ при $A_1 \rightarrow 0$, $j = 1, 2, 3, \dots$. Тогда уравнение (3) примет вид

$$\frac{d^2 \rho}{d\tau^2} + (\delta + 2\varepsilon \cos(2\tau) + \frac{g_2(A_1)}{\omega^2} \cos(4\tau) + \dots) \rho = 0,$$

где

$$\varepsilon = \frac{g_1(A_1)}{2\omega^2}, \quad \delta = \frac{\overline{Q}(\Omega, A_1)}{\omega^2}. \quad (10)$$

Кривая устойчивости x_1 -колебаний может быть получена из (10). Так как $\omega \rightarrow 1$ при $A_1 \rightarrow 1$, кривая начинается в $A_1 = 0$ от точки $(\delta, \varepsilon) = (\Omega^2, 0)$. Поэтому x_1 -колебание может терять устойчивость при небольшой амплитуде, если Ω близко к j , $j = 1, 2, 3, \dots$.

Пусть $\eta = (\eta_1, \eta_2)$ – малое возмущение и пусть $x(t) = x^0(t) + \eta(t)$, где $x^0(t)$ является решением, отвечающим собственным колебаниям системы, заданной (4). Подставив $x(t)$ в уравнения движения и выполнив линеаризацию, получим систему уравнений в вариациях

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_1 + \eta_1 + N_{11}(x^0(t))\eta_1 + N_{12}(x^0(t))\eta_2 &= 0, \\ \ddot{\eta}_2 + \Omega^2 \eta_2 + N_{21}(x^0(t))\eta_1 + N_{22}(x^0(t))\eta_2 &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

На основе первого метода Ляпунова и уравнений в вариациях (11) проведен анализ устойчивости по Жуковскому и по Синджу системы, заданной с помощью (4). Приведены примеры анализа устойчивости колебаний в модели с динамическим амортизатором маятника, для которой также охарактеризованы и хаотические режимы.

Выводы

Анализ устойчивости колебаний динамических моделей на основе понятий устойчивости по Синджу и по Жуковскому позволил получить новые условия устойчивости и охарактеризовать потерю устойчивости при небольших амплитудах. Полученные результаты могут найти применение при решении задач устойчивости технических систем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-08-00710).

Литература

1. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения. М.–Л.: Гостехиздат, 1955.
2. *Жуковский Н.Е.* О прочности движения // Уч. зап. Московского ун-та. 1882. Вып. 4. С. 1-104.
3. *Пуанкаре А.* Избранные труды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1971, 1972.
4. *Четаев Н.Г.* Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. Изд-во АН СССР, 1962.
5. *Красовский Н.Н.* Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
6. *Шестаков А.А.* Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: УРСС, 2007.
7. *Synge J.L.* On the geometry of dynamics, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A. 226. 1926. P. 33-106.
8. *Дружинина О.В., Шестаков А.А.* О предельных свойствах асимптотически устойчивых по Ляпунову траекторий динамических систем // ДАН. 2006. Т.409. №2. С. 185-190.
9. *Дружинина О.В., Шестаков А.А.* Взаимосвязь устойчивости по Жуковскому с понятиями устойчивости топологической динамики // Нелинейный мир. 2013. Т. 11. №7. С. 459-467.
10. *Дружинина О.В.* Устойчивость и стабилизация по Жуковскому динамических систем. М.: Изд-во УРСС, 2013.
11. *Пак С.Н.* Synge's concept of stability applied to nonlinear normal mode // Non-Linear Mechanics. 2006. V. 41. №5. P. 657-664.
12. *Lee W.K., Lee K.S., Pak C.H.* Stability analysis for nonplanar free vibrations of a cantilever beam by using nonlinear normal modes // Nonlinear Dynamics. 2008. V. 52. P. 217-225.

STABILITY ANALYSIS OF OSCILLATIONS IN DYNAMICAL MODELS WITH SYMMETRY

Druzhinina O.V., Masina O.N.

*Dorodnitsyn Computing Center of RAS, ovdruz@mail.ru
Yelets State University after I.A. Bunin, olga121@inbox.ru*

The stability of oscillations in dynamical models with symmetry is researched. For analysis the concepts of stability in the sense of N.E. Zhukovsky and in the sense of G. Synge are used.

Key words: dynamical model, orbital stability, oscillations, the first Lyapunov method.

О МАТРИЦЕ ПЛОТНОСТИ СИСТЕМЫ ДВУХ КУБИТ

Евлахов С.А.

Объединённый институт ядерных исследований, evlakhov@jinr.ru

Рассматриваются смешанные двухкубитные состояния. Вычисляется параметризация фактор-множества глобальных унитарных преобразований по локальным унитарным преобразованиям. Указанная параметризация важна для изучения и моделирования квантовых систем.

Ключевые слова: квантовая информатика, матрица плотности, алгебры Ли, перепутанные состояния.

Введение

Важнейшим ресурсом квантовой информатики, обеспечивающим наиболее интересные её применения служат квантовые корреляции, исследуемое в настоящей работе. Используя методы теории групп и алгебр Ли, мы опишем параметризацию фактор-пространства всех унитарных преобразований по подгруппе локальных унитарных преобразований.

Параметризация фактор-множества

Матрица плотности — это матрица $n \times n$ со следующими свойствами

1. Эрмитовость
2. Единичный след
3. Положительная определённость.

В докладе рассматривается случай $n=4$.

Эволюция квантовой системы описывается унитарным преобразованием, т.е на матрицах плотности определено присоединённое действие унитарной группы. Две матрицы обладают одинаковыми нелокальными свойствами, если они связаны локальным унитарным преобразованием, т.е. преобразованием вида

$$SU(2) \otimes SU(2).$$

Это означает, что нелокальные свойства описываются фактор-множеством всех унитарных преобразований по подгруппе локальных унитарных преобразований. При помощи техникумразложения Картана и систем компьютерной алгебры, мы находим параметризацию указанного факторпространства.

Литература

1. Paliı Yu., Gerdt V. and Khvedelidze A. On the ring of local polynomial invariants for a pair of entangled qubits, J.Math. Sci., 2010, v.168, p.368--378
2. Tilma T., Sudarshan E.C.G. Generalized Euler Angle Parametrization for $SU(N)$, J.Phys A., 2002.
3. Tilma T., Sudarshan E.C.G. Generalized Euler Parametrization for $U(N)$ with applications to $SU(N)$ coset volume Measure, <http://arXiv.org/abs/math-ph/0210057v5>
4. Zyczkowski K., Horodecki P., Sanpera A., Lewenstein M. Volume of the set of separable states, Phys. Rev. A, 1998, v.58, p.883-892

ON DENSITY MATRIX OF TWO-QUBIT SYSTEM

Evlakhov S.A.,

JINR, evlakhov@jinr.ru

We consider mixed two-qubit states and, using Cartan decomposition technique, calculate coset of global unitary transformations by the subgroup of local unitary transformations. This factorization is important for quantum system modelling.

Keywords: quantum informatics, unitary transformations, Lie algebras, mixed states

СОГЛАСОВАННОЕ ВВЕДЕНИЕ СТОХАСТИКИ В ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ

Ефрина Е. Г.

Российский университет дружбы народов, e.g.eferinal@gmail.com

Построена SIR модель с согласованными стохастической и детерминистической частями. Исследовано влияние введения стохастики на детерминистическую модель.

Ключевые слова: эпидемиологическая модель, стохастическая модель, стохастическое дифференциальное уравнение, метод Рунге-Кутты.

Введение

Чтобы смоделировать ход эпидемии в популяции нужно выделить несколько ключевых характеристик, которые имеют отношение к стадии заражения. В работе исследуется эпидемиологическая модель со следующими ключевыми характеристиками: S — количество восприимчивых к заболеванию (number susceptible), I — количество инфицированных особей (number infectious), R — количество восстановленных особей (number recovered (immune)).

Стохастизация модели SIR

В качестве уравнения, описывающего стохастическое поведение исследуемой системы, предлагается использовать стохастическое дифференциальное уравнение, полученное как приближение основного кинетического уравнения, построенного с помощью схем взаимодействия. Тогда схема взаимодействия и вектор \mathbf{r} будут иметь вид [1,2]:

$$\begin{aligned} S + I &\xrightarrow{\beta} 2I, & r^{i1} &= (-1, 1, 0)^T, \\ I &\xrightarrow{\nu} R, & r^{i2} &= (0, -1, 1)^T, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta > 0$ – скорость перехода от S к I, $\nu > 0$ – скорость перехода от I к R (особь либо восстанавливается, либо умирает). Первая строка отражает взаимодействие восприимчивой (S) и инфицированной (I) особей, в результате которого появляется новая инфицированная (I) особь. А вторая строка описывает появление восстановленной (R) особи.

Запишем вероятности переходов:

$$\begin{aligned} s_1^+ &= \beta \frac{S!}{(S-1)!} \cdot \frac{I!}{(I-1)!} = \beta SI, \\ s_2^+ &= \nu \frac{R!}{R!} \cdot \frac{I!}{(I-1)!} = \nu I. \end{aligned}$$

Запишем стохастическое дифференциальное уравнение в форме Ланжевена для модели (1):

$$d \begin{pmatrix} S \\ I \\ R \end{pmatrix} = (A^i) dt + b_\alpha^i \begin{pmatrix} dW^1 \\ dW^2 \\ dW^3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где вектор сносов A^i и матрица диффузии B^{ij} имеют следующий вид:

$$A^i = r^{i\alpha} [s_\alpha^+ - s_\alpha^-], \quad b_\alpha^i b_\alpha^j = B^{ij} = r^{i\alpha} r^{j\alpha} [s_\alpha^+ - s_\alpha^-].$$

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} B^{ij} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \beta SI + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \nu I = \begin{pmatrix} \beta SI & -\beta SI & 0 \\ -\beta SI & \beta SI + \nu I & -\nu I \\ 0 & -\nu I & \nu I \end{pmatrix}, \\ A^i &= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \beta SI + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \nu I = \begin{pmatrix} -\beta SI \\ \beta SI - \nu I \\ \nu I \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Детерминистическое поведение системы

Как следствие можно получить систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику численности особей:

$$\begin{cases} \dot{S} = -\beta SI, \\ \dot{I} = \beta SI - \nu I, \\ \dot{R} = \nu I. \end{cases} \quad (3)$$

Найдем стационарные состояния системы (3), которые являются решениями системы уравнений:

$$\begin{cases} -\beta SI = 0, \\ \beta SI - \nu I = 0, \\ \nu I = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) имеет одно стационарное состояние: $(S, I, R) = \left(\frac{\nu}{\beta}, 0, N - \frac{\nu}{\beta}\right)$, где N – численность популяции.

Фазовый портрет детерминистической модели (4) приведен на рис. 1. Зависимость числа восприимчивых, инфицированных и восстановленных особей от времени для детерминистической модели показана на рис. 2.

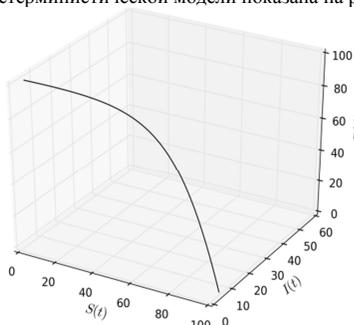


Рис. 1. Фазовый портрет детерминистической модели

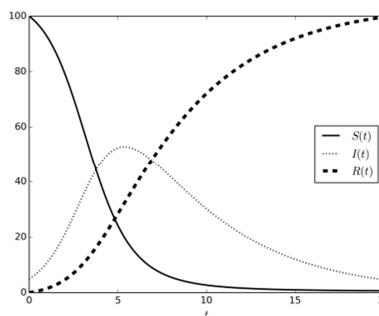


Рис. 2. Детерминистическая модель, динамическое поведение

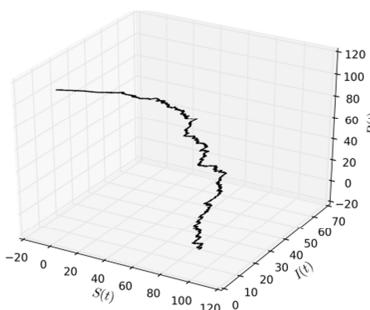


Рис. 3. Фазовый портрет стохастической модели

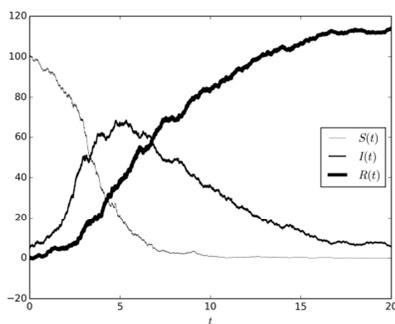


Рис. 4. Стохастическая модель, динамическое поведение

Для решения стохастического дифференциального уравнения в форме Ланжевена (2) в моментах использован метод, заключающийся в распространении методов Рунге-Кутты на случай стохастических дифференциальных уравнений [4].

Фазовый портрет стохастической модели приведен на рис. 3. Зависимость числа восприимчивых, инфицированных и восстановленных особей от времени для стохастической модели показана на рис. 4.

Выводы

Применен метод стохастизации одношаговых процессов к модели SIR и для нее получены дифференциальное уравнение Ланжевена и детерминистическая система уравнений. Характер структурной устойчивости системы приводит к тому, что введении стохастического члена не влияет на поведение системы.

Литература

1. Кулябов Д.С., Демидова А. В., Введение согласованного стохастического члена в уравнение модели роста популяции // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2012. – № 3. – С. 69-78.
2. Кулябов Д.С., Геворкян М. Н., Егоров А. Д., Влияние стохастизации на одношаговые модели // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – 2014. – №1. – С. 71-85.
3. Гардинер К. В., Стохастические методы в естественных науках. – М.: Мир, 1986.
4. Soheili A. R., Namjoo M., Strong approximation of stochastic differential equations with runge-kutta methods // World Journal of Modelling and Simulation. – 2008. – Vol. 4, № 2. – P. 83–93.

COORDINATED INTRODUCTION OF STOCHASTIC IN THE EPIDEMIOLOGICAL MODEL

Eferina E.G.

Peoples' Friendship University of Russia, eg.eferinal@gmail.com

SIR model with agreed stochastic and deterministic parts is build. The influence of the introduction of stochastics on a deterministic model is investigated.

Key words: epidemiological model, stochastic model, stochastic differential equation, Runge-Kutta method.

СОСТОЯНИЯ ИЗМЕРЕННОЙ НАБЛЮДАЕМОЙ С МИНИМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Зорин А.В.

Российский университет дружбы народов, alvalzor@yandex.ru

Из обобщенного соотношения неопределенностей теории квантовых измерений следует, что точность измерения даже одной, отдельно взятой наблюдаемой, в общем случае ограничена, чему нет аналога в общепринятой квантовой механике. Состояния минимальной неопределенности физической величины в механике квантовых измерений являются решениями нелинейного уравнения. Приближенные численные решения находятся методом условной минимизации нулевого порядка с добавкой регуляризирующего члена.

Ключевые слова: обобщенное соотношение неопределенностей, состояния с минимальной дисперсией, решения нелинейного уравнения, метод условной минимизации нулевого порядка.

Введение

В работах Курышкина В.В. сформулировано обобщенное соотношение неопределенностей для измеренных значений квантовой наблюдаемой (см., например, [1]). Принцип неопределенности Гейзенберга был основан на анализе мысленного эксперимента с микроскопом на γ -излучении [2]:

$$\varepsilon(Q)\eta(P) \geq h/2, \quad (1)$$

где $\varepsilon(Q)$ - средняя ошибка измерения положения, а $\eta(P)$ - среднее возмущение значения импульса. Принцип неопределенности в формулировке В. Гейзенберга противоречит теореме Вигнера-Араки-Яназе [3]. М. Озава на основе более глубокого анализа процедуры квантового измерения вывел обобщенное соотношение неопределенностей:

$$\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \left| \langle [A, B] \rangle \right| / 2, \quad (2)$$

где $\sigma^2(A) = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$, справедливо для всех наблюдаемых A, B , любого состояния $| \rangle$ системы и любого «измерительного прибора» [4]. Заметим, что модель квантовых измерений Озава, эквивалентная операциональной модели квантовых измерений и статистической модели квантовых измерений Холево, совпадает с моделью квантовой механики с неотрицательной квантовой функцией распределения Курышкина [5-6]. При этом соотношение неопределенностей (2) совпадает с соотношением неопределенностей Курышкина [7-8].

Основная часть

Основной задачей общепринятой квантовой механики, описывающей изолированные квантовые объекты, является задача на собственные значения и собственные функции (векторы в функциональном пространстве):

$$O_w(H)\psi = E\psi \quad (3)$$

Здесь $O_w(H)$ - оператор, построенный по правилу квантования Вейля для классической наблюдаемой H . Задача на собственные значения и собственные функции:

$$O_\rho(H)\psi_\rho = E_\rho\psi_\rho \quad (4)$$

имеет важное значение и в механике квантовых измерений. Здесь $O_\rho(H)$ оператор измеренной наблюдаемой, построенный по правилу квантования Вейля-Курышкина из

классической наблюдаемой H , где ρ - состояние измерительного прибора [6]. Однако, в отличие от аналогичной задачи в общепринятой квантовой механике, собственные значения определены в состояниях ψ_ρ с ненулевой дисперсией $\sigma_\rho(H)$. Естественным образом, поэтому, не менее важное значение в механике квантовых измерений принимает задача отыскания состояний, обеспечивающих минимальную дисперсию измеренной наблюдаемой:

$$\sigma_\rho^2(A) = \langle O_\rho(A^2) \rangle - \langle O_\rho(A) \rangle^2 \quad (5)$$

Задача минимизации функционала (5) исследовалась в работах Курышкина В.В. и его учеников (см. например, [7]). Воспользуемся следующими утверждениями [9].

Теорема. В квантовой механике с неотрицательной квантовой функцией распределения минимальная неопределенность (дисперсия) $\sigma_\rho^2(A)$ любой физической величины A достигается в чистых состояниях.

Теорема. Если в некотором чистом состоянии ψ_ρ дисперсия (5) физической величины A достигает минимума, то волновая функция ψ_ρ удовлетворяет уравнению:

$$\{O_\rho(A^2) - 2\alpha O_\rho(A) + \alpha^2\}\psi_\rho = \sigma_\rho^2(A)\psi_\rho \quad (6)$$

где $\alpha = \langle \psi_\rho | O_\rho(A) | \psi_\rho \rangle$.

В работе [10] проведено численное исследование состояний с минимальной дисперсией механики квантовых измерений, незначительно отклоняющихся от соответствующих состояний с минимальной дисперсией в общепринятой квантовой механике. Данное рассмотрение обусловлено тем фактом, что спектральные характеристики измеренных наблюдаемых стремятся к спектральным характеристикам изолированных наблюдаемых при стремлении к нулю возмущения наблюдаемых, вносимого процедурой измерения [7, 9]. В случае, когда такое возмущение не является исчезающе малым, подобное исследование следует производить с помощью условной минимизации надлежащим образом построенной целевой функции, включающей в себя невязку и регуляризирующую штрафную составляющую. В качестве начальных точек минимизации, как и в работе [10] удобно выбирать соответствующие состояния с минимальной дисперсией в общепринятой квантовой механике. В качестве метода минимизации предложено использовать метод Нелдера-Мида.

Заключение

В работе исследованы состояния с минимальной дисперсией измеренных квантовых наблюдаемых, принимающие важное значение в механике квантовых измерений. Показано, что такие состояния удовлетворяют нелинейному уравнению. Предложен устойчивый метод решения данного уравнения, использующий как аналитические, так и численные вычисления на компьютере.

Литература

1. *Kuryshkin V. V.* Some problems of quantum mechanics possessing a non-negative phase-space distribution function // Int. J. Theor. Phys., 1973. – V. 7, N 6. – P. 451-466.
2. *Heisenberg W.* "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. Z. Phys. 43, 172-198 (1927).
3. *Ozawa M.* Quantum measuring processes of continuous observables // J. Math. Phys. 25, 79 (1984); Conservation Laws, Uncertainty Relations, and Quantum Limits of Measurements // Phys. Rev. Lett., 88, 050402 (2002).
4. *Ozawa M.* Heisenberg's uncertainty relation: Violation and reformulation. [arXiv: 1402.5601](https://arxiv.org/abs/1402.5601).

5. *Ozawa M.* Mathematical foundations of quantum information: Measurement and foundations. [arXiv:1203.0927](https://arxiv.org/abs/1203.0927).
6. *Sevastyanov L., Zorin A., Gorbachev A.* A Quantum Measurements Model of Hydrogen-like Atoms in Maple // Lecture Notes in Computer Science. V. 8136, 2013. P. 369-380.
7. *Курьшкин В.В., Терлецкий Я.П.* О перспективах развития квантовой механики с неотрицательной КФР // Проблемы статистической физики и теории поля, 1976. - М.: УДН.- С. 70-96.
8. *Зорин А.В., Севастьянов Л.А.* Состояния с минимальной дисперсией наблюдаемых в квантовой механике Курьшкина.// Вестник РУДН, Физика. 2002, т. 10, №1.-С. 65-84.
9. *Запарованный Ю.И.* Квантово-механический формализм с неотрицательной функцией распределения: Дисс. канд. физ-мат наук. -М.: УДН, 1975. -119 л.
10. *Zorin A.V., Sevastianov L.A., Belomestny G.A.* Numerical search for the states with minimal dispersion in quantum mechanics with non-negative quantum distribution function // Lect. Notes in Comp. Sci., 2005, V.3401, pp. 613-621.

STATES WITH MINIMUM DISPERSION OF MEASURED OBSERVABLES

Zorin A.V.

Peoples' Friendship University of Russia, alvalzor@yandex.ru

From the generalized uncertainty relation of quantum measurements theory follows that the accuracy of measurement of even one individual observable, is limited in general, that there is no analog in conventional quantum mechanics. Minimum uncertainty states of physical quantities in quantum measurements mechanics are solutions of the nonlinear equation. Their approximate numerical solutions are searched by conditional minimization zero-order method with the addition of a regularizing term.

Key words: generalized uncertainty relation, states with minimal dispersion, solution of a nonlinear equation, conditional minimization of zero order method

ВОПРОСЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ДО ТЕХНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Климачкова Т.С., Мулкиджан А.С.

ЗАО «БИС», fstatyana@gmail.com

Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), alexeymit@mail.ru

Рассмотрена задача стабилизации и предложены алгоритмы стабилизации до технической устойчивости управляемых динамических систем. Результаты об устойчивости и стабилизации могут быть использованы при изучении динамики технических систем.

Ключевые слова: управляемая динамическая система, устойчивость движения, стабилизация.

Введение

Использование технической устойчивости и стабилизация до технической устойчивости полезны в случаях, когда другие понятия устойчивости не соответствуют постановке задачи системного анализа. Как известно, в ряде случаев не представляется возможным рассматривать движение на бесконечных промежутках времени или особенности структуры фазовых множеств требуют использования понятия технической устойчивости относительно совокупности параметров, которые необходимо учитывать в прикладной задаче.

Условия оптимальной стабилизации нелинейных многосвязных управляемых систем, задаваемых многомерными дифференциальными уравнениями, при минимизации функционала качества управления рассмотрены в [1–5] и других работах. В настоящей работе продолжены исследования [6–8].

Результаты о стабилизации до технической устойчивости и результаты об оптимальной стабилизации находят применения в задачах проектирования, отработки и совершенствования сложных технических систем, в частности, манипуляционных робототехнических систем.

Важной задачей в системном исследовании качества функционирования динамической системы является получение количественных оценок, обеспечивающих наличие технической устойчивости, причем движение изучаемой системы оценивается на некотором заранее заданном промежутке времени при учете ограниченных возмущающих сил, начальные и последующие возмущения которых являются ограниченными величинами.

Стабилизация до технической устойчивости

В настоящей работе рассматривается нелинейная система, возмущенное движение которой в области

$$M_t = \{x, t : \|x\| < m, t_0 \leq t \leq T_o\}; \quad m, T_o < \infty, \quad (1)$$

описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений n -го порядка

$$\frac{dx}{dt} = g(t, x), \quad (2)$$

где x – n -мерный вектор фазовых координат, характеризующий отклонение от программного движения; $g(t, x)$ – n -мерная вектор-функция, удовлетворяющая в области (1) условиям теоремы существования и единственности решений, а также $g(t, 0) = 0$. Очевидно, в силу последнего условия, $x(t) = 0$ является решением системы (2). Нулевое решение $x(t) = 0$ системы (2) называется невозмущенным или программным движением, а все другие решения, отличные от нулевого, называются возмущенными движениями.

Наряду с системой (2) в области (1) рассматривается система

$$\frac{dx}{dt} = g(t, x) + R(t, x), \quad (3)$$

в которой n -мерная вектор-функция $R(t, x)$ учитывает постоянно действующие возмущения.

При заданных конечных и положительных постоянных ε, C, γ ($(\varepsilon \leq C < m)$) допустимые состояния определяются в виде $M_0 = \{x: \|x\| \leq \varepsilon\}$, $M(t) = M_1 = \{x: \|x\| \leq C\}$, $r(t) = \{R(t, x): \|R(t, x)\| \leq \gamma\}$.

Управление $u(t, x)$ называется стабилизирующим до технической устойчивости относительно невозмущенного движения $x(t)=0$ системы

$$\frac{dx}{dt} = g(t, x, u), \quad (4)$$

если при этом управлении $u(t, x)$ невозмущенное движение $x(t)=0$ системы (4) технически устойчиво относительно определяющей совокупности $\{\varepsilon, C, \gamma, t_0, T_0\}$.

В работе сформулированы условия технической устойчивости и алгоритмы стабилизации для линейных стационарных систем при ограниченном управлении.

Как известно, важное значение имеют ограничения, накладываемые на функции управления. Обычно эти ограничения задаются в виде оценки нормы функции управления, при этом норма является элементом того или иного функционального пространства. Для ряда важных случаев в работе даны указанные оценки.

В работе получены условия стабилизации и для других классов управлений с соответствующими ограничениями, являющимися аналогами условий (4). Кроме того, рассмотрены условия стабилизации нелинейных систем на основе использования специальных функций Ляпунова.

Алгоритмы стабилизации применены к задаче управления гироскопическим маятником на конечном интервале времени. Кроме того, динамические модели обобщены на случай моделей интеллектного управления [7–9], когда строится нечеткий логический регулятор. Для систем интеллектного управления поставлена задача стабилизации до технической устойчивости и получены обобщенные условия устойчивости и стабилизации. Соответственно разработаны алгоритмы стабилизации для обобщенных систем.

Выводы

Результаты об устойчивости могут быть использованы при проектировании и совершенствовании сложных технических систем и в задачах обеспечения безопасности их функционирования (таких, как системы транспорта, космические системы, летательные системы, гироскопические системы).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-08-00710).

Литература

1. Румянцев В.В. Об оптимальной стабилизации управляемых систем // Прикл. матем. и мех. 1970. Т. 34. Вып. 3. С. 440–453.
2. Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука, 1987.
3. Красовский Н.Н. Проблемы стабилизации управляемых движений // В кн.: Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. Дополнение 4. М.: Наука, 1966.
4. Дружинина О.В., Щенникова Е.В. О задаче оптимальной стабилизации систем с однородными главными частями // Труды Института системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем. 2010. Т. 49(1). С. 20–25.

5. *Щенникова Е.В., Дружинина О.В., Мулкиджан А.С.* Об оптимальной стабилизации многосвязных управляемых систем // Труды Института системного анализа Российской академии наук. Динамика неоднородных систем. 2010. Т. 53(3). С. 99–102.
6. *Дружинина О.В., Климачкова Т.С., Мулкиджан А.С.* Анализ технической устойчивости и стабилизация управляемых динамических систем // Научные технологии. 2013. Т.14. №6. С. 59–65.
7. *Васильев С.Н.* К интеллектуальному управлению // Нелинейная теория управления и ее приложения. М.: Физматлит, 2000. С. 57–126.
8. *Дружинина О.В., Масина О.Н.* Методы исследования устойчивости и управляемости нечетких и стохастических динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2009.
9. *Масина О.Н., Дружинина О.В.* Моделирование и анализ устойчивости некоторых классов систем управления. М.: ВЦ РАН, 2011.

QUESTIONS OF STABILIZATION TO TECHNICAL STABILITY FOR CONTROLLED DYNAMIC SYSTEMS

Klimachkova T.S., Mulkidjan A.S.

ZAO «BIS», fstatyana@gmail.com

Moscow State University of Railway Transport(MIIT), Alexeymiit@mail.ru

The problem of stabilization is considered and stabilization algorithms to the technical stability of controlled dynamic systems are proposed. Results on the stability and stabilization can be used to study the dynamics of technical.

Keywords: controlled dynamic system, stability of motion, stabilization.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕКОНСТРУКЦИИ D^0 -МЕЗОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ CBM

Козлов Г.Е.¹, Васильев Ю.О.²

¹Лаборатория Информационных Технологий, Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна, Россия, g.kozlov@gsi.de

²Институт Ядерной Физики, Франкфуртский Университет им. Гете, Франкфурт на Майне, Германия, i.vassiliev@gsi.de

В работе рассматривается проблема поиска точек распада D^0 -мезонов при помощи детектора MVD в эксперименте CBM. На реконструкцию вершин может оказать значительное влияние точность восстановления координат пролета частиц через плоскости детектора и количество этих частиц. Для MVD детектора характерно рождение большого числа дельта-электронов при повышении частоты взаимодействия. Таким образом, целью данного исследования является определения влияния алгоритма кластеризации и частоты взаимодействия частиц на качество восстановления первичных вершин для легких векторных мезонов.

Ключевые слова: кластерный анализ, эксперимент CBM, Micro Vertex Detector.

Введение

Одной из ключевых задач эксперимента CBM (Compressed Baryonic Matter) [1], который будет проводиться на строящемся в Дармштадте (Германия) ускорительном комплексе FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research), является исследование процессов рождения и распада чарм-частиц в условиях столкновений тяжелых ионов при высоких и средних энергиях. Мы рассматриваем проблему определения точек распада легких векторных мезонов - D^0 -мезонов.

Важнейшую роль в решении этой задачи играет детектор MVD (Micro Vertex Detector), состоящий из четырех детектирующих плоскостей, предназначенных для учета пролетающих частиц. Каждая такая плоскость включает в себя большое количество квадратных ячеек со стороной 18,4 мкм. Частицы, пролетая через плоскости детектора, активируют не одну, а несколько ячеек, образуя кластеры округлой формы. В процессе реконструкции откликов детектора по таким кластерам должны быть определены координаты пролета частиц. Для этого используется специальная процедура — кластеризация [2].

Кластеризация откликов MVD детектора осложняется высокой множественностью и сложностью данных. Помимо частиц, треки которых должны быть восстановлены, при каждом соударении рождается большое количество дельта-электронов, затрудняющих проведение кластеризации и трекинга. Число дельта-электронов зависит от частоты взаимодействия частиц. В данной работе мы рассматриваем влияние алгоритмов кластеризации и частоты взаимодействия на качество реконструкции D^0 .

Алгоритмы кластеризации

Для кластеризации откликов детекторов мы использовали два различных алгоритма. Первый из них был разработан нами специально для обработки откликов детекторов в случае, если детектирующие ячейки имеют заряд. Данный подход позволяет как определять отдельные, так и разделять большинство перекрывающихся кластеров. Основной принцип работы алгоритма следующий: каждая ячейка с локальным максимумом зарядов образует отдельный кластер, и каждый кластер может включать в себя только одну ячейку с локальным максимумом зарядов. Ячейки, которые не являются локальными максимумами, присоединяются к своим соседям с наибольшим зарядом.

Второй алгоритм не использует информацию о зарядах ячеек, что делает его более гибким в применении. Он основан на упрощенном методе ближайшего соседа [3]. Данный метод предполагает последовательное присоединение объектов к кластерам в зависимости от расстояний между ними. Объект будет присоединен к некоторому кластеру, если расстояние между данным объектом и любым из объектов, уже включенных в кластер достаточно мало. Для достижения максимальной скорости кластеризации, в качестве меры близости объектов мы использовали условие соседства ячеек на плоскости детектора. Таким образом, при помощи простой рекурсивной функции каждая группа соседних ячеек объединяется в отдельный кластер.

Алгоритм кластеризации с зарядами показал наилучшую точность и эффективность кластеризации (более 96%) для рассмотренных нами значений частоты взаимодействия. Но при большом количестве частиц его скорость серьезно падает. Использование алгоритма кластеризации без зарядов но с оптимальным порогом активации ячеек также позволило достичь эффективности более 95% при частоте взаимодействия до 120 кГц, что является очень хорошим показателем. По точности данный алгоритм уступает предыдущему, но его ошибки по-прежнему остаются в допустимых пределах. Главным же преимуществом кластеризации без учета зарядов ячеек является чрезвычайно высокая скорость работы.

Реконструкция D^0

Рождение легких векторных мезонов - крайне редкое событие, поэтому в данном исследовании мы использовали специальные данные, заведомо включающие в себя треки D^0 . В этом случае проведение тестирования может быть осуществлено на малых наборах данных, включающих в себя только 1000 событий. Мы рассмотрели качество определения D^0 как в случае отсутствия фоновых частиц, рождающихся в результате соударений, так и при наличии фона от центрального соударения золота по золоту при энергии 25 АГэВ при различных значениях частоты взаимодействия.

Таблица 1. Зависимость качества реконструкции D^0 от типа входных данных и частоты взаимодействия

| Частота взаимодействия (кГц) | | 0 | 10 | 30 | 50 |
|--|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $D^0+\delta$ | Эффективность (%) | 20,6 | 20,4 | 20,2 | 20,2 |
| | σ (μм) | 42,1 ±1,09 | 44,6 ±1,24 | 43,7 ±1,23 | 41,9 ±1,19 |
| $D^0+\delta+\text{фон}$ | Эффективность (%) | 18,9 | 18,1 | 18,7 | 18,7 |
| | σ (μм) | 38,2 ±3,20 | 42,8 ±3,62 | 39,5 ±4,00 | 47,0 ±3,77 |
| $D^0+\delta+\text{фон},$ с зарядами | Эффективность (%) | 19,0 | 18,9 | 19,1 | 18,8 |
| | σ (μм) | 36,0 ±3,72 | 37,2 ±3,27 | 37,8 ±3,02 | 36,4 ±2,49 |

В таблице 1 приведены значения эффективности и σ для распределений ошибок определения координат распада D^0 по оси Z. Как видно из полученных данных, частота взаимодействия практически не влияет на качество реконструкции D^0 , ярко выраженной зависимости от количества дельта-электронов не наблюдается. Добавление к трекам D^0 фоновых частиц приводит к падению эффективности реконструкции данных треков не более чем на 10%. Учитывая, что в рассматриваемом соударении рождается 500-1000 частиц, такой результат можно трактовать как успешный. Использование зарядов ячеек позволяет увеличить качество реконструкции D^0 за счет более высокой эффективности и

точности алгоритма кластеризации. Но такой прирост показателей незначителен. С учетом малой скорости кластеризации при подобном подходе, использование зарядов для решения задачи реконструкции D^0 не целесообразно.

Заключение

Проведенное исследование показало, что при рассматриваемой геометрии детектора MVD наличие фоновых частиц и дельта-электронов (при частоте взаимодействия до 50 кГц) оказывает минимальное влияние на процесс реконструкции D^0 . Использование зарядов при кластеризации позволяет повысить эффективность и точность определения хитов. Но преимущества такого подхода минимальны, как и влияние на восстановление траекторий частиц. Таким образом, использование зарядов в MVD детекторе не является необходимым условием для успешной реконструкции D^0 , но ведет к падению скорости кластеризации, а так же к значительному повышению стоимости данного детектора за счет использования более сложных элементов.

Литература

1. Compressed Baryonic Matter in Laboratory Experiments, The CBM Physics Book, 2011 - <http://www-alt.gsi.de/documents/DOC-2009-Sep-120-1.pdf>.
2. Мандель И.Д., Кластерный анализ, М.: Финансы и статистика, 1988. 176с.
3. Sibson R., SLINK: An optimally efficient algorithm for the single-link cluster method, The Computer Journal, Vol. 16, 1973.-р. 30-34.

STUDY OF D^0 -MESONS RECONSTRUCTION IN THE CBM EXPERIMENT

Kozlov G.E.¹, Vassiliev I.O.²

¹Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, 141980, Dubna, Russia, g.kozlov@gsi.de

²Institut für Kernphysik, Goethe-Universität Frankfurt, 60438 Frankfurt am Main, Germany, i.vassiliev@gsi.de

We discuss the problem of D^0 -meson reconstruction in the CBM experiment. To found these particles we need to determine D^0 decay points with maximal accuracy and efficiency. MVD detector will be used for this task. The accuracy of hits reconstruction and the number of particles can have a serious impact on the D^0 finding. Increasing of interaction rate leads to the formation of large amounts of delta-electrons. Thus, the aim of our work is to determine of the impact of clustering algorithms and interaction rate on the quality of light vector mesons reconstruction.

Key words: cluster analysis, CBM experiment, Micro Vertex Detector.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРАВЛЯЕМЫХ МОД ТРЕХСЛОЙНОГО РЕГУЛЯРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА В СЛУЧАЕ НЕПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕД

Котюков М.М.

Российский университет дружбы народов, mmkotyukov@gmail.com

Изложен метод математического моделирования направляемых мод трехслойного регулярного оптического волновода в случае непоглощающих сред.

Ключевые слова: математическое моделирование, оптический волновод, направляемые моды.

Введение

Работа посвящена изучению собственных мод трехслойного регулярного волновода. Рассматриваемый в работе волновод представляет собой материальную среду, состоящую из трех диэлектрических подобластей, заполняющих в совокупности все трехмерное пространство. Диэлектрические проницаемости подобластей различны и вещественны, а магнитная проницаемость каждой из них равна диэлектрической проницаемости вакуума. Все подобласти бесконечны и ограничены плоскостями, параллельными плоскости yOz , поэтому $\varepsilon = \varepsilon(x)$, $\mu = 1$. На рисунке ниже (Рис. 1) схематично изображен трехслойный волновод.

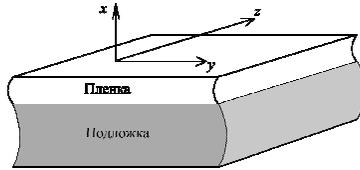


Рис. 1. Схема плоского трехслойного диэлектрического волновода

Математическая модель

В качестве модели использовались уравнения Максвелла в гауссовой системе единиц (СГС) в отсутствии сторонних токов и зарядов. Скалярные уравнения Максвелла следуют из векторных, а граничные условия для нормальных компонент следуют из граничных условий для тангенциальных компонент. Таким образом, электромагнитное поле внутри волновода описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1)$$

Для гармонических по времени и инвариантных по Oy полей вида:

$$(\vec{E}, \vec{H})(x, y, z, t) = (\vec{E}, \vec{H})(x) e^{i\omega t - i\beta z} \quad (2)$$

уравнения Максвелла редуцируются для вертикальных распределений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon \mu - \beta^2) E_z = 0, \quad E_x = -\left(\frac{ik_0 \beta}{\chi^2} \right) \frac{dE_z}{dx}, \quad H_y = -\left(\frac{ik_0 \varepsilon}{\chi^2} \right) \frac{dE_z}{dx}, \quad (3)$$

Выписав общие решения уравнений Гельмгольца во всех трёх слоях [2]:

$$H_y = B_j^+ e^{i\chi_j x} + B_j^- e^{-i\chi_j x}, \quad H_x = B_s^+ e^{\chi_s x}, \quad H_c = B_c^- e^{-\chi_c x} \quad (4)$$

$$E_y = -\frac{\mathcal{X}_f}{k_0 \varepsilon_f} \left(B_f^+ e^{i\mathcal{X}_f x} - B_f^- e^{-i\mathcal{X}_f x} \right), E_s = -\frac{\mathcal{Y}_s}{ik_0 \varepsilon_s} B_s^+ e^{\mathcal{Y}_s x}, E_c = -\frac{\mathcal{Y}_c}{ik_0 \varepsilon_c} B_c^- e^{-\mathcal{Y}_c x}, \quad (5)$$

а также используя граничные условия:

$$H_{ys}(a_1) = H_{yf}(a_1), E_{zs}(a_1) = E_{zf}(a_1) \quad (6)$$

в точке $x = a_1$ и

$$H_{yf}(a_2) = H_{ys}(a_2), E_{zf}(a_2) = E_{zs}(a_2) \quad (7)$$

в точке $x = a_2$, приходим к однородной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [1]:

$$\begin{aligned} B_s^+ e^{\mathcal{Y}_s a_1} &= B_f^+ e^{i\mathcal{X}_f a_1} + B_f^- e^{-i\mathcal{X}_f a_1} \\ \frac{\mathcal{Y}_s}{ik_0 \varepsilon_s} B_s^+ e^{\mathcal{Y}_s a_1} &= \frac{\mathcal{X}_f}{k_0 \varepsilon_f} \left(B_f^+ e^{i\mathcal{X}_f a_1} - B_f^- e^{-i\mathcal{X}_f a_1} \right) \\ B_f^+ e^{i\mathcal{X}_f a_2} + B_f^- e^{-i\mathcal{X}_f a_2} &= B_c^+ e^{-\mathcal{Y}_c a_2} \\ \frac{\mathcal{X}_f}{k_0 \varepsilon_f} \left(B_f^+ e^{i\mathcal{X}_f a_2} - B_f^- e^{-i\mathcal{X}_f a_2} \right) &= -\frac{\mathcal{Y}_c}{ik_0 \varepsilon_c} B_c^+ e^{-\mathcal{Y}_c a_2}, \end{aligned} \quad (8)$$

решением которой является вектор, состоящий из амплитуд полей в соответствующих слоях.

Распространение волноводных мод внутри волновода возможно в случае выполнения особых условий, называемых дисперсионной зависимостью. Поэтому прежде, чем рассчитывать распределение полей внутри волновода, необходимо рассчитать дисперсионную зависимость.

Для построения дисперсионного соотношения в программе, написанной в ходе изучения, использовался следующий алгоритм:

«Сперва был найден критический параметр толщины волноводного слоя, то есть значение, начиная с которого в волноводе могла появиться первая мода. Далее, начиная с этого критического значения и до заданного максимального значения толщины, были найдены все коэффициенты фазового замедления, соответствующие минимумам квадрата детерминанта матрицы, образованной коэффициентами при амплитудах в СЛАУ, поскольку равенство нулю определителя матрицы является условием разрешимости однородной СЛАУ».

Входными данными являлись коэффициенты преломления каждого слоя волновода:

$$n_1 = 1,00, n_2 = 2,15, n_3 = 1,46.$$

При поиске коэффициентов фазового замедления, обращающих в ноль определитель матрицы, значения этих коэффициентов изменялись в пределах от значения коэффициента преломления слоя подложки до коэффициента преломления волноводящего слоя.

Ниже представлена дисперсионная зависимость танталового (Ta_2O_5) волновода на кварцевой подложке:

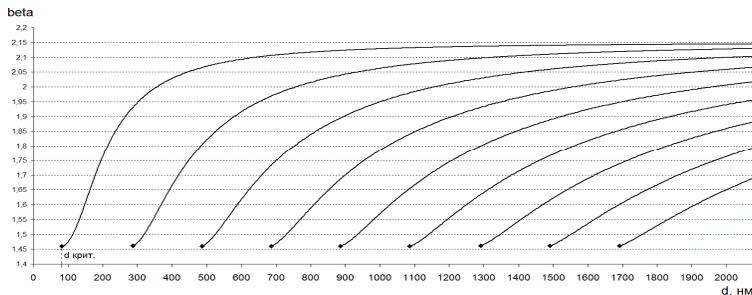


Рис. 2. График дисперсионной зависимости для ТМ-мод трехслойного волновода

Расчет полей производится для всей дисперсионной кривой по следующему алгоритму:

«Для расчета амплитудных коэффициентов в первой точке дисперсионной кривой берётся начальное приближение. Вычисляются все элементы матрицы, соответствующей искомой СЛАУ. Далее с помощью минимизации функционала [1]

$\| \hat{M}(\beta_m)(B) \|^2 + \alpha \| (B) - (B_0) \|^2 \xrightarrow{(B)} \min$ находятся значения амплитудных коэффициентов. Оптимизация проводилась методом Хука-Дживса. Устойчивость обеспечивалась благодаря добавке в виде стабилизирующего функционала к основному функционалу.

Автор выражает благодарность Бикееву О.Н., Севастьянову Л.А., Севастьянову А.Л. и Дивакову Д.В. за помощь в освоении материала, в отладке программы и в подготовке рукописи.

Выводы

Изучен процесс математического моделирования направляемых мод трехслойного регулярного оптического волновода. В результате работы были выявлены оптимальные параметры минимизации в методе Хука-Дживса для рассматриваемой задачи.

Литература

1. Л.А. Севастьянов, К.П. Ловецкий, А.Л. Севастьянов Математические методы оптимального проектирования оптических наноструктур – УМК, 2013
2. Л.Н. Дерюгин, А.Н. Марчук, В.Е. Сотин Свойства плоских несимметричных диэлектрических волноводов на подложке из диэлектрика // Известия вузов СССР – Радиоэлектроника. – 1967. – Том 10. – № 2. — С. 134-141.

MATHEMATICAL MODELING OF GUIDED MODES OF THREE-LAYER REGULAR OPTICAL WAVEGUIDE IN A CASE OF NON-ABSORBING MEDIA

Kotyukov M.M.

Peoples' Friendship University of Russia, mmkotyukov@gmail.com

A method of mathematical modeling of guided modes of three-layer regular optical waveguide in a case of non-absorbing media is described.

Key words: mathematical modeling, guided modes, optical waveguide.

ДИФРАКЦИИ ВОЛНОВОДНЫХ МОД НА СТЫКЕ ПЛАНАРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Кочанова М.А. Севастьянов Л.А.

Российский Университет Дружбы Народов, makochanova@gmail.com, sevast@sci.pfu.edu.ru

Рассматривается процесс дифракции волноводных мод на стыке двух полубесконечных планарных волноводов, регулярных слева и справа от границы раздела. На начальном этапе из рассмотрения исключаются излучательные моды.

Ключевые слова: математическое моделирование, численное моделирование, волноводы.

Введение

Физически волновод представляет собой канал, обеспечивающий распространение электромагнитной волны вдоль некоторой осевой линии с относительно малым затуханием и ограничивающий эту волну в области пространства вблизи оси.

Волноводы искусственного происхождения применяются для передачи энергии или информации (сигналов) различной природы, основываясь на эффекте полного внутреннего отражения.

В открытых планарных волноводах со смешанным (дискретным и непрерывным) спектром существуют направляемые моды, соответствующие точкам дискретного спектра, и излучательные (подложечные и покровные) моды, соответствующие точкам непрерывного спектра [1]. При дифракции волноводных мод на стыке планарного волновода возникают явления, аналогичные преломлению и отражению плоских объемных волн на границе раздела сред [2]

Постановка задачи

Рассмотрим волноведущую систему, представленную на рис. 1.

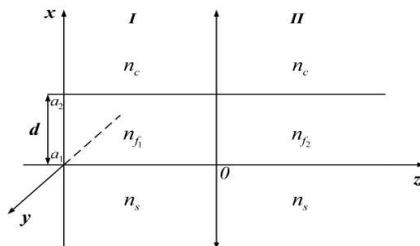


Рис.1. Схематическое изображение стыка двух полубесконечных регулярных вдоль оси Oz планарных волноводов.

Показатели преломления слоев n_s^j, n_f^j, n_c^j ; $j = 1, 2$ вещественны. Толщина d допускает существование N_1 ТЕ- и ТМ-поляризованных волноводных мод в I (левой) подобласти и N_2 ТЕ- и ТМ-поляризованных волноводных мод во II (правой) подобласти, задаваемых компонентами E_y и H_y соответственно: $E_{1, \dots, N_1}^I; H_{1, \dots, N_1}^I$ и $E_{1, \dots, N_2}^{II}; H_{1, \dots, N_2}^{II}$.

Слева на границу раздела набегают выделенная мода, например TE_2^I , описываемая стоячей вдоль оси Ox волной $AE_2^I(x)$. После дифракции на стыке волноводов влево

отразятся моды $R_j^{TE} E_j^I(x)$ и $R_j^{TM} H_j^I(x)$; $j = 1, \dots, N_1$. Во второй подобласти (в правой части волновода) будут распространяться моды $T_j^{TE} E_j^{II}(x)$ и $T_j^{TM} H_j^{II}(x)$; $j = 1, \dots, N_2$.

Здесь A - амплитуда падающей волны, $R_j^{TE}, R_j^{TM}, T_j^{TE}, T_j^{TM}$ - амплитуды отраженных и прошедших волн соответственно.

Таким образом, поле в подобласти I - это совокупность полей падающих и отраженных мод. Поле в подобласти I будет иметь вид:

$$E_y^I = E_y^{inc}(x, z, t) + E_y^{ref}(x, z, t) \quad (1)$$

Слагаемое $E_y^{inc}(x, z)$ описывает падающие (набегающие на границу раздела подобластей) волны, слагаемое $E_y^{ref}(x, z)$ описывает волны, отраженные от границы раздела подобластей.

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти I (слева) примут вид:

$$E_y^I = AE_2^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta^{TE} z)\} + \sum_{j=1}^{N_1} R_j E_j^I(x) \exp\{i(\omega t + k_0 \beta_j^{TE} z)\}; \quad (2)$$

$$H_y^I = \sum_{j=1}^{N_1} R_j H_j^I(x) \exp\{i(\omega t + k_0 \beta_j^{TM} z)\}.$$

Здесь β - коэффициент фазового замедления.

Поле в подобласти II будет представлять собой совокупность прошедших мод: $E_y^{II} = E_y^{trans}(x, z, t)$.

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти II (справа) примут вид:

$$E_y^{II} = \sum_{j=1}^{N_2} T_j E_j^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta_j^{TE} z)\}; \quad (3)$$

$$H_y^{II} = \sum_{j=1}^{N_2} T_j H_j^I(x) \exp\{i(\omega t - k_0 \beta_j^{TM} z)\}.$$

На границе раздела подобластей I и II должно выполняться равенство тангенциальных компонент.

Для ТЕ-мод:

$$E_y^{inc}(x, z, t) + E_y^{ref}(x, z, t) = E_y^{trans}(x, z, t) \quad (4)$$

Для ТМ-мод:

$$H_y^{ref}(x, z, t) = H_y^{trans}(x, z, t) \quad (5)$$

На границе раздела подобластей тангенциальными компонентами также являются компоненты H_x для ТЕ-мод и E_x для ТМ-мод, которые выражаются через E_y и H_y с помощью уравнений Максвелла. Для этих компонент справедливы равенства, аналогичные (4) и (5).

На границе раздела подобластей $z=0$, на оси Ox тангенциальные компоненты электромагнитного поля E_y и H_x для ТЕ-мод и H_y и E_x для ТМ-мод совпадают. В силу того, что $z=0$, множители $\exp(\pm i k_0 \beta z) = 1$. Равенство тангенциальных компонент выполняется в любой момент времени, а значит и при $t=0$, тогда множитель $\exp(i\omega t) = 1$.

Итоговая система уравнений, согласно граничным условиям, примет вид:

$$AE_2^I(x) + \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TE} E_j^I(x) = \sum_{j=1}^{N_1} T_j^{TE} E_j^II(x); \quad A \frac{\beta}{\mu} E_2^I(x) - \frac{\beta}{\mu} \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TE} E_j^I(x) = \frac{\beta}{\mu} \sum_{j=1}^{N_1} T_j^{TE} E_j^II(x); \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TM} H_j^I(x) = \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TM} H_j^II(x); \quad \frac{\beta}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{N_1} R_j^{TM} H_j^I(x) = -\frac{\beta}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{N_2} T_j^{TM} H_j^II(x).$$

Наша задача – найти неопределенные амплитудные коэффициенты этой системы уравнений и таким образом определить вклад каждой отраженной или прошедшей моды

Решение задачи

Прделаем следующую процедуру. Спроектируем отрезки функциональных рядов на подпространства биортогонального базиса [2]. Более детально – умножим каждое уравнение системы на комплексно-сопряженные функции к функциям $E_j^I(x); E_j^II(x); H_j^I(x); H_j^II(x)$, а затем проинтегрируем полученные выражения по всей оси Ox . После чего воспользуемся условием ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix}_j (x) \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix}_j^*(x) dx = \delta_{ij}^{orb}; \quad \alpha, \beta = I, II \quad (7)$$

Умножив систему уравнений сначала на $E_j^{*I}(x)$ и $H_j^{*II}(x)$ (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по x , получим следующую систему (для удобства запишем ее в матричном виде):

$$\hat{A}_{4N_1 \times 2N_1} \cdot \bar{R}_{2N_1 \times 1} = \hat{B}_{4N_1 \times 2N_2} \cdot \bar{T}_{2N_2 \times 1} - \bar{C}_{2N_1 \times 1} \quad (8)$$

где \hat{A} и \hat{B} – блочные матрицы с числовыми элементами, \bar{R} и \bar{T} – векторы неопределенных коэффициентов, \bar{C} – вектор свободных членов.

Умножив систему на $E_j^{*II}(x)$ и $H_j^{*I}(x)$ (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по x , получим:

$$\hat{D}_{4N_2 \times 2N_1} \cdot \bar{R}_{2N_1 \times 1} = \hat{G}_{4N_2 \times 2N_2} \cdot \bar{T}_{2N_2 \times 1} - \bar{C}_{2N_1 \times 1} \quad (9)$$

где \hat{D} и \hat{G} – блочные матрицы с числовыми элементами.

Итоговая система в матричном виде:

$$P_{4(N_1+N_2) \times 2N_1} \cdot \bar{R}_{2N_1 \times 1} = Q_{4(N_1+N_2) \times 2N_2} \cdot \bar{T}_{2N_2 \times 1} - \bar{C}_{2N_1 \times 1} \quad (10)$$

где P и Q – блочные матрицы, составленные из \hat{A} и \hat{D} , \hat{B} и \hat{G} соответственно.

$$P = \begin{pmatrix} \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x) E_1^{*I}(x) dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} E_{N_1}^I(x) E_1^{*I}(x) dx & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\beta}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x) E_{N_2}^{*II}(x) dx & \dots & -\frac{\beta}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} E_{N_1}^I(x) E_{N_2}^{*II}(x) dx & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x) H_1^{*I}(x) dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} H_{N_1}^I(x) H_1^{*I}(x) dx \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x) H_{N_2}^{*II}(x) dx & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} H_{N_1}^I(x) H_{N_2}^{*II}(x) dx \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x)E_1^{*II}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} E_{N_2}^I(x)E_1^{*II}(x)dx & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{\beta}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & -\frac{\beta}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} E_{N_2}^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x)H_1^{*II}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} H_{N_2}^I(x)H_1^{*II}(x)dx \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} H_{N_2}^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx \end{pmatrix}$$

Выводы

В данной работе получена система линейных алгебраических уравнений в виде (10), удобном для численного эксперимента, позволяющая определить вклад каждой направляемой моды в описание дифракции волноводных мод на стыке волноводов. В дальнейшем предполагается учесть излучательные моды, соответствующие непрерывному спектру, аналогично тому, как это сделано в работе [3].

Литература

1. Ayryan E.A., Egorov A.A., Michuk E.N., Sevastyanov A.L., Sevastianov L.A., Stavtsev A.V. Representations of guided modes of integrated-optical multilayer thin-film waveguides // Preprint JINR E11-2011-31, Dubna, 2011, 52 P.
2. R. F. Oulton, D. F. P. Pile, Y. Liu, and X. Zhang. Scattering of surface plasmon polaritons at abrupt surface interfaces: Implications for nanoscale cavities // Phys. Rev. B **76**, 035408 (2007).
3. S. F. Mahmoud, J. C. Beal. Scattering of Surface Waves at a Dielectric Discontinuity on a Planar Waveguide // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **MTT-23**, 193 1975

WAVEGUIDE MODES DIFFRACTION AT A DIELECTRIC DISCONTINUITY ON A PLANAR WAVEGUIDE

Kochanova M.A., Sevastyanov L.A.

Peoples' Friendship University of Russia, makochanova@gmail, sevast@sci.pfu.edu.ru

This work deals with the problem of waveguide mode diffraction at a dielectric discontinuity of two half-infinite planar waveguides that are regular on each side of the waveguide system given. At the beginning radiation modes are excluded from the consideration.

Key words: mathematical modeling, numerical modeling, waveguides.

ВЫЯВЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ В АКТИВНЫХ ЗОНАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Крянев А.В.¹, Пинегин А.А.², Климанов С.Г.¹, Рыжов А.А.², Удуюмя Д.К.¹

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

²Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

В докладе представлены схемы выявления аномалий энерговыделения в активных зонах ядерных реакторов. Выявление аномалий в распределении энерговыделения в активных зонах ядерных реакторов базируется на двух массивах данных: решениях распределения энерговыделения, полученных путем численного решения задач, описывающих перенос нейтронов, и показаниях датчиков внутриреакторного контроля. Предложена схема выявления аномалий. Схема основана на объединении частных показателей аномалий в один комплексный показатель, значение которого и определяет наличие или отсутствие аномалий.

Ключевые слова: Энерговыделение, система внутри реакторного контроля (СВРК), датчики прямого заряда (ДПЗ), тепло выделяющие сборки (ТВС), показания датчиков, аномалии, алгоритм выявления аномалий, расчетные значения.

Одной из причин наличия аномалий в распределении энерговыделения в активной зоне ВВЭР-ТОИ является ошибочная загрузка ТВС в места, не соответствующие их плановым положениям и не обнаружение указанной ошибки в ходе визуального контроля маркировки кассет в процессе самой перезагрузки. Неправильная загрузка является следствием ошибочных действий персонала, участвующих в реализации перезагрузки[1].

Ошибочная замена местами кассет с достаточно большими разностями степени обогачения приводит к незапланированному перераспределению энерговыделения в активной зоне реактора, что может вызвать различного рода нарушения условий безопасной эксплуатации реактора при выводе его на номинальную мощность.

Ошибочная загрузка, связанная с ошибочной заменой местами ТВС может быть обнаружена при выведении реактора с такой загрузкой на проверочные мощности (30%, 80%, 100% от номинала).

Аномалия в распределении энерговыделения будет проявляться в существенном отличии фактического распределения энерговыделения, определяемого с помощью ДПЗ системы СВРК, от планового распределения, определяемого расчетными значениями, полученными на основе расчета с картограммой плановой загрузки [1]. Под существенным отличием фактического распределения энерговыделения от планового понимается такое отличие, при котором значения показателей отличия лежат за пределами доверительных интервалов возможных значений этих показателей, определяемых плановой загрузкой [2-4].

Обнаружение аномалий, связанных с неправильной загрузкой и ошибочной заменой мест размещения ТВС, должно приводить к решению о дальнейшей работе реактора с тремя возможными вариантами решения:

1. Возможность работы реактора на номинальной мощности;
2. Необходимость произвести снижение мощности реактора;
3. Осуществление новой внеплановой перезагрузки в целях устранения ошибочной перестановки ТВС во время предшествующей плановой перезагрузки.

Все показатели (факторы) выявления аномалий используют для расчета их числовых значений расчетные и «экспериментальные» значения мощности энерговыделения в 54 ТВС с ДПЗ:

$Q_i^{\text{расч}}$, $i = 1, \dots, 54$ – расчетное (плановое) значение мощности энерговыделения в i -ой ТВС с ДПЗ; $Q_i^{\text{ДПЗ}}$, $i = 1, \dots, 54$ – «экспериментальное» значение мощности энерговыделения в i -ой ТВС с ДПЗ, вычисленное на основе показаний ДПЗ.

Для выявления аномалий рассматриваются нормированные невязки между расчетными (плановыми) и «экспериментальными» значениями мощности энерговыделения в ТВС с ДПЗ, рассчитываемые по формуле

$$\delta Q_i = \frac{|Q_i^{\text{ДПЗ}} - Q_i^{\text{расч}}|}{Q_i^{\text{расч}}}, \quad i = 1, \dots, 54. \quad (1)$$

Рассматриваются следующие три класса (групп) показателей (факторов) используемых для решения проблемы наличия или отсутствия аномалий:

1. Средние суммарные максимальные невязки между расчетными значениями мощности энерговыделения ТВС с ДПЗ и «экспериментальными» значениями мощности в этих ТВС, полученными с помощью системы ДПЗ.

Числовые значения этих факторов рассчитываются по формулам:

$$\Delta Q_m = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \delta Q_{(i)}, \quad m = 1, \dots, 54, \quad (2)$$

где $\delta Q_{(i)}$, $i = 1, \dots, 54$ – ранжированные в порядке убывания невязки (1)

$$\delta Q_{(1)} \geq \delta Q_{(2)} \geq \delta Q_{(3)} \geq \dots \geq \delta Q_{(54)}. \quad (3)$$

2. Средние локальные послейные суммарные максимальные невязки, рассчитываемые по формуле

$$\Delta Q^{(1)} \geq \Delta Q^{(2)} \geq \Delta Q^{(3)} \geq \dots \geq \Delta Q^{(54)}, \quad (4)$$

$$\Delta Q^j = \frac{1}{n_i+1} (\delta Q_i + \sum_{i' \in \{i\}} \delta Q_{i'}), \quad i = 1, \dots, 54, \quad (5)$$

где $\{i\}$ – множество таких номеров i' ТВС с ДПЗ, которые окружают i – ю ТВС с ДПЗ по двум круговым слоям, n_i – число таких ТВС с ДПЗ.

Максимальные ранжированные показатели асимметрии:

$$\Delta Q_{(1)}^{\text{сим}} \geq \Delta Q_{(2)}^{\text{сим}} \geq \Delta Q_{(3)}^{\text{сим}} \geq \dots \geq \Delta Q_{(54)}^{\text{сим}}. \quad (6)$$

Для каждой из 54 ТВС с ДПЗ $i = 1, \dots, 54$ не ранжированный показатель асимметрии по отношению к той орбите, которой принадлежит i – я ТВС с ДПЗ, подсчитывается по формулам:

$$\Delta Q_i^{\text{сим}} = |\delta Q_i^{\text{ДПЗ}} - \delta Q_i^{\text{план}}|, \quad (7)$$

$$\delta Q_i^{\text{ДПЗ}} = \frac{Q_i^{\text{ДПЗ}} - Q_j^{\text{сред}}}{Q_j^{\text{сред}}}, \quad \delta Q_i^{\text{план}} = \frac{Q_i^{\text{расч}} - Q_j^{\text{сред}}}{Q_j^{\text{сред}}}, \quad Q_j^{\text{сред}} = \frac{Q_{j_1}^{\text{расч}} + Q_{j_2}^{\text{расч}} + Q_{j_3}^{\text{расч}}}{3}, \quad (8)$$

где $Q_{j_1}^{\text{расч}}$, $Q_{j_2}^{\text{расч}}$, $Q_{j_3}^{\text{расч}}$ – расчетные (плановые) значения мощности энерговыделения в трех ТВС с ДПЗ, принадлежащих той же орбите, которой принадлежит i – я ТВС с ДПЗ.

На рисунке 1 представлены численные результаты расчетов показателей выше введенных трех классов. Расчеты энерговыделения произведены с помощью программного комплекса NOSTRA (версия 5.0)[5].

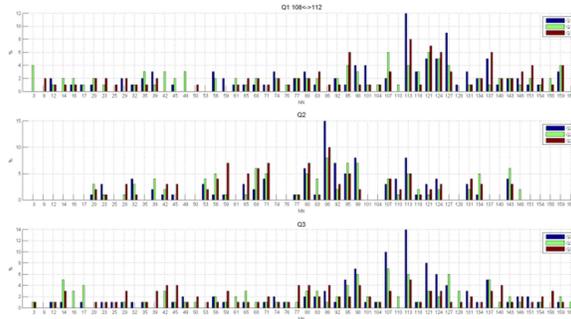


Рис. 1. Значения трех показателей трех классов для одного из вариантов аномалий, вызванного ошибочной заменой местами пары ТВС.

Литература

1. *Техническое задание «Обоснование выбора алгоритма выявления аномальностей в распределении энерговыделения в активной зоне ВВЭР-ТОИ».* НИЦ «Курчатовский институт», 2013.
2. *Крянев А.В., Щукин Н.В., Дружаев А.А. и др.* Математические методы и алгоритмы восстановления поля энерговыделения в активных зонах ядерных реакторов. Вестник национального ядерного университета «МИФИ», Т.2, вып.2, 2013, с.169-175.
3. *Крянев А. В., Курченко А. Ю., Удумын Д. К.* Схема восстановления распределения энерговыделения в активной зоне реактора с помощью метрического анализа. М.:РУДН, Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем, 2011, с.313-315.
4. *Калинушкин А.Е., Курченко А.Ю., Митин В.И., Семченко Ю.М.* Современная система внутриреакторного контроля (СВРК-М), мониторинг ядерного топлива ВВЭР-1000 // Ядерная и радиационная безопасность. - 2010, выпуск 4, с.18-21.
5. *Программа NOSTRA (версия 5.0).* Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный номер ПС в ЦОЭП №478 от 25.07.2000. Регистрационный номер паспорта аттестации ПС № 167 от 23.12.2003. Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности, Москва, 2003.

REVEALING OF ANOMALIES IN POWER ALLOCATION DISTRIBUTION IN ACTIVE ZONES OF NUCLEAR REACTORS

Kryanev A.V.¹, Pineguin A.A.², Klimanov S.G.¹, Rijov A.A.², D.K. Udumyan D.K.¹

¹National research nuclear university "MEPhI", ²National research centre «Kurchatovsky institute»

In thereportschemes of anomalies revealing in power allocation in active zones of nuclear reactors are presented. Revealing of anomalies in power allocation distribution in active zones of nuclear reactors is based on two data files: values of distribution of the power allocation, the problems received by the numerical solution describing of neutron transport, and indications of detectors control. The scheme of revealing of anomalies is offered. The scheme is based on association of particular indicators of anomalies in one complex indicator which value defines presence or absence of anomalies.

Keywords: Power allocation, system inside reactor control, detectors of a direct charge, warmly allocating assemblages, indications of detectors, anomalies, algorithm of revealing of anomalies, computed values.

СТРУКТУРА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПАКЕТОВ В R¹

Кузнецова Л.В., Зарядов И.С.

Российский университет дружбы народов, izaryadov@sci.pfu.edu.ru

Рассматривается структура дополнительных пакетов, разрабатываемых для программного комплекса R.

Ключевые слова: статистический комплекс R, структура, пакет.

Введение

Статистический программный комплекс R в последнее время становится всё более и более популярным не только на Западе, но и России. Это связано с тем, что R можно использовать при решении различных задач, связанных с обработкой и анализом данных, в следующих областях: медицина, экология, финансы, страхование, социальные науки, статистическая генетика, решение дифференциальных уравнений, кластерный анализ, высокопроизводительные технологии и параллельные вычисления, математическое моделирование, решение оптимизационных задач.

В базовую комплектацию R входит около 30 пакетов, отвечающие за графику и основные математико-статистические функции. Помимо базовых пакетов на текущий момент разработано еще 5321 дополнительный пакет, находящийся в свободном доступе.

Основные принципы создания пакетов в R

Основная идея дополнительного (вспомогательного) пакета в R – это механизм, отвечающий за дополнительные коды, данные и документацию.

Коды могут быть написаны на языке программирования R, C, C++ или Fortran, могут быть предназначены для различных операционных систем (Unix, Windows, MacOS), но при этом структура создаваемого пакета остается неизменной [1]. Создаваемый для решения конкретной задачи вспомогательный пакет обязательно содержит в себе:

- файл **DESCRIPTION** (полное описание пакета – название, версия, дата создания, предназначение, лицензия и др.);
- файл **NAMESPACE** (файл, содержащий названия импортируемых и экспортируемых переменных, классов создаваемых и/или используемых объектов)

и следующие поддиректории (некоторые из них могут отсутствовать, но не могут быть пустыми):

- **R** (скрипты разработанных функций на языке R или S, с расширениями .R, .r, .S или .s);
- **data** (файлы с данными (к примеру, статистические данные, выборки) с расширениями .csv, .txt, .R);
- **demo** (R скрипты, используемые для демонстрации работы некоторых функций пакета, с помощью функции demo());
- **man** (документация по пакету);
- **src** (содержит файлы с кодами, которые должны быть откомпилированы);
- **inst** (содержимое этой поддиректории при загрузке и запуске вспомогательного пакета устанавливается в рабочую директорию R);
- **tests** (тесты для проверки правильности созданных кодов, правильности установки пакета);
- **exec** (дополнительные исполняемые скрипты для интерпретаторов shell, Perl или Tcl);

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00090-а.

- **po** (отвечает за языковую локализацию пакета – перевод предупреждений и сообщений об ошибках),

а также дополнительные файлы: **INDEX** (содержит описание наиболее важных с точки зрения разработчика объектов в пакете), **configure** (используется в UNIX-подобных системах при установке пакета), **cleanup** используется в UNIX-подобных системах при установке пакета), **LICENSE** и **NEWS**.

Простейшим дополнительным пакетом в R является пакет, состоящий только из двух файлов (**DESCRIPTION** и **NAMESPACE**) и поддиректории **R** со скриптами разработанных функций.

Выводы

Разработка дополнительных пакетов для пакета R, как показано, не является особо сложной процедурой.

Литература

1. Writing R Extensions. Version 3.0.3 (2014-03-06) – <http://cran.r-project.org/>
2. R Installation and Administration. Version 3.0.3 (2014-03-06) – <http://cran.r-project.org/>

R PACKAGE STRUCTURE

Kuznetcova L.V., Zaryadov I.S

Peoples' Friendship University of Russia, izaryadov@sci.pfu.edu.ru

The structure of packages in statistical complex R is presented.

Key words: R statistic complex, package development.

ХАСМЛ – СТАНДАРТ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛИТИКАМИ БЕЗОПАСНОСТИ.

Литвяков Е.В.

Российский Университет Дружбы Народов

В данной работе рассмотрены современные принципы безопасности бизнес ориентированных систем, с акцентом на управление политиками безопасности.

Ключевые слова: расширяемый язык контроля доступа, стандарты безопасности, информационная безопасность, компьютерная безопасность, безопасность компьютерных систем.

Введение

Ранее в связи со спецификой предприятий и бизнеса в целом безопасность концентрировалась на централизованных системах. Ключевые моменты безопасности основывалась на мандатных и дискреционных моделях. С развитием бизнеса и его масштабным ростом, с появлением в большей степени распределённых систем на предприятиях, появилась необходимость в полной модификации систем безопасности вплоть до переосмысления принципов безопасности в целом.

Была проделана огромная работа комитетами по стандартизации и рядом институтов и университетов запада по созданию портфеля стандартов чётко описывающих принципы безопасности распределённых систем до мельчайших деталей, в ряде организаций была начата работа над разработкой пакета системы безопасности отвечающей новым требованиям. Также были запущены успешные коммерческие проекты направленные на предоставление услуг по развёртыванию системы на предприятиях заказчика.

Цель работы изучить и предоставить материал для дальнейшего развития нового мышления безопасности, положить начало изучению этого аспекта в нашей стране и основываясь на наработках зарубежных коллег разрабатывать и совершенствовать стандарт и его реализации, и в ближайшем будущем предоставить проект для поддержки российского бизнеса и государственных некоммерческих предприятий.

Безопасность организации от информационных утечек очень актуальна на сегодняшний день, информация стоит денег, и часть просочившихся с предприятия коммерческих данных может серьёзно ударить по доходам компании. Новые стандарты призваны для удовлетворения естественной потребности в надёжности и безопасности а самое главное соответствие современным реалиям. Так же реализации стандартов направлены на автоматизацию рутинного процесса аутентификации и авторизации, что повышает удобство в администрировании довольно больших предприятий.

Основные аспекты архитектур.

Стандарт ХАСМЛ выделяет несколько сущностей для обеспечения аутентификации и авторизации в системе. Это РЕР – точка применения правила, PDP – точка выбора правила, PAP – точка администрирования политик и PIP – информационная точка. Такое разделение позволяет выявить в системе самостоятельные элементы, основываясь на выполняемых ими функций и инкапсулировать их. Подобная архитектура обеспечивает прозрачность в системе и позволяет легко отслеживать и обеспечивать взаимодействие сущностей.

Точка РЕР ответственна за обработку запроса от пользователя, который она делегирует в систему PDP, и ожидает специфический ответ, который в конечном итоге преобразует в понятное для пользователя сообщение или событие.

Точка PDP отвечает за принятие решения о доступе к ресурсам, PDP получает всю информацию о соответствующем ресурсе, окружении и субъекте, и проверяет списки правил полученные от PAP точки.

Точка PIP ответственна за сбор соответствующих атрибутов необходимых для PDP и формирования для него соответствующего ответа. Это как уже упоминалось, атрибуты ресурса, атрибуты окружения и субъекта.

PAP – точка администрирования, обеспечивает наполнение списка политик информационной безопасности который будет рассматриваться при принятии решения PDP.

Для внедрения такого подхода на практике требуется дополнительное множество объектов и протоколов обеспечивающих взаимодействие элементов системы. В проекте Trusted Network Control от Trusted Computing Group такие объекты явно стандартизированы и включены в пакет программного обеспечения `tnc@fhh`. Архитектура проекта несколько сложнее архитектуры стандарта XACML.

Система разбивается на три уровня. Уровень доступа к сети, объединяющий компоненты отвечающие за подключение к сети и безопасность. Уровень оценки целостности, здесь осуществляется общая оценка целостности запроса доступа в отношении политик безопасности. И уровень измерения целостности, здесь осуществляется полный сбор информации, а так же проверка её на целостность. Каждый слой включает в себя часть компонентов отвечающих за определённую функциональность и обеспечивающих её. Все части архитектуры являются логическими обеспечивая тем самым гибкую физическую реализацию.

Сборка и конфигурация пакета `tnc@fhh`.

В реализации можно выделить ряд базовых модулей обеспечивающих основную функциональность системы в соответствии со спецификацией стандарта.

В ходе работы была собрана, и запущена реализация системы безопасности от Trusted Computing Group, были настроены компоненты системы для обеспечения работоспособных функций аутентификации и авторизации. Скачаны пакеты и исходники с официальных хранилищ проекта Trusted Network Connect группы TCG, собраны и скомпилированы библиотеки и сопутствующие заголовочные файлы проекта необходимые для работы системы. Установлен и скомпилирован сервер FreeRADIUS, выполнена его конфигурация для использования внутри туннеля безопасности TTLS. Сконфигурирован PEP компонент архитектуры проекта TNC используемый в качестве VPN шлюза.

Собран, скомпилирован и сконфигурирован компонент системы `wpa_supplicant`, а так же была выполнена компиляция компонента IMC и настроена его конфигурация для использования совместно с `wpa_supplicant`. Собран и скомпилирован компонент TNCS роли PDP архитектуры Trusted Network Connect и проведена его конфигурация, так же настроен сетевой экран в соответствии со спецификацией проекта. Собран, скомпилирован и сконфигурирован компонент TNCC роли AR архитектуры TNC.

Установлена последняя версия пакета `Trust@FHH XACML PDP` и выполнена его конфигурационная настройка – это ключевой момент в управлении политиками безопасности во всей системе. В этой работе была рассмотрена одна из ключевых частей в механизме безопасности, стандарт XACML, описывающий основные этапы аутентификации и авторизации в системе.

Для проверки работоспособности системы на машине был протестирован простой набор политик безопасности.

Выводы

В результате выполнения работы рассмотрены основные этапы обеспечения безопасности в распределённых системах. Рассмотрена специфика стандарта управления политиками XACML и раскрыты его базовые, основные элементы и принципы. Изучена архитектура проекта Trusted Network Connect и развёрнута его реализация под виртуальной машиной на операционной системе Ubuntu, позволяющая более детально

осознать и изучить процессы проходящие в системе и ощутить на практике преимущества применения стандарта управления политиками безопасности.

Литература

1. OASIS. eXtensible Access Control Markup Language (XACML) Version 3.0. – 2013. – URL: <http://docs.oasis-open.org/xacml/3.0/xacml-3.0-core-spec-os-en.pdf>
2. Trusted Computing Group. TCG Trusted Network Connect TNC Architecture for Interoperability Version 1.5. – 2012. – URL: http://www.trustedcomputinggroup.org/files/resource_files/2884F884-1A4B-B294-D001FAE2E17EA3EB/TNC_Architecture_v1_5_r3-1.pdf
3. Trust@HsH. Architecture of tnc@fhh 0.4.x. Trust@HsH. – 2009. – URL: <http://trust.f4.hs-hannover.de/2009/02/16/architecture-of-tncfhh-0.4.x.html>
4. OASIS. XACML MAP Authorization Profile version 1.0. – OASIS. – 2013. – URL: <http://docs.oasis-open.org/xacml/xacml-map-authz/v1.0/csprd01/xacml-map-authz-v1.0-csprd01.pdf>

XACML – STANDART POLISY MANAGEMENT.

Lityakov Y.V.

Peoples Friendship University of Russia

In this paper some modern principles of business-oriented security systems, with a focus on security policy management.

Keywords: extensible access control markup language, security standards, information security, computer security, computer systems security.

REGRESSION ANALYZE OF SPATIALTEMPORIAL DATA

Lyubin P.G.

Moscow State Technology University "STANKIN, lyubin.p@gmail.com

In this work we propose a boosting procedure that facilitates model choice and variable selection in a class of complex geoadditive regression models comprising spatial effects, interaction surfaces, random effects, and varying coefficient terms.

Key words: geoadditive regression models, spatiotemporal regression, penalized splines, variable selection, model choice.

Introduction

Generalized linear models (GLM) have become one of the standard tools for analyzing the impact of covariates on possibly non-Gaussian response variables. A crucial question in setting up a GLM for a particular application is the choice of an appropriate subset of the set of available covariates, i.e., variable selection. In addition, one has to determine how to model the covariate effects, a task we will refer to as model choice in the following. While variable selection and model choice issues are already complicated in linear models and GLMs and still receive considerable attention in the statistical literature they become even more challenging in geoadditive regression models including nonparametric effects of continuous covariates, spatial effects, or varying coefficient terms.

As an example, consider the case-study on forest health that will be presented in full detail. Here we aim at analyzing the impact of several covariates on the health status of trees measured as a binary indicator at a number of observation plots repeatedly over time. Instead of a linear predictor, previous analyses have suggested a model with a geoadditive predictor

$$\eta = x'\beta + f_1(x_1) + \dots + f_q(x_q) + f(x_1, x_2) + f_{spatial}(s_1, s_2) + b_{plot}, \quad (1)$$

where $x'\beta$ contains usual linear effects of, for example, categorical covariates, $f_1(x_1) + \dots + f_q(x_q)$ are smooth functions of continuous covariates such as time or age of the trees, $f(x_1, x_2)$ is an interaction surface, $f_{spatial}(s_1, s_2)$ is a spatial effect defined upon the Gauß-Krüger coordinate information (s_1, s_2) and b_{plot} is a plot-specific random effect.

Variable selection and model choice

Variable selection and model choice questions arising in such geoadditive models are as follows: Should a continuous covariate be included into the model at all and if so as a linear effect or as a nonparametric, flexible effect? Is the spatial effect required in the model, i.e., is spatial correlation present beyond the spatial variation accounted for by spatially varying covariates? Is the interaction effect required in the model? To answer these questions, we propose a systematic, fully automated approach to model choice and variable selection in geoadditive regression models utilizing a componentwise boosting procedure. Our approach generalizes previous suggestions for generalized additive models to geoadditive models including space-varying and random effects.

After introducing extended geoadditive regression models and componentwise, we propose suitable base-learners for a variety of modelling strategies. The main ingredient are penalized splines and their bivariate tensor product extensions. One major difficult is to obtain base-learners that are comparable in complexity to avoid biased selection towards more flexible effects. The equivalent degrees of freedom of a nonparametric effect will be used as a general measure of complexity for the base-learners and a suitable re-parametrization will allow us to specify any desired degree of freedom for a base-learner.

Summary

Based on boosting techniques, an approach is presented allowing for variable selection and model choice in rather complex predictor settings in geoadditive modelling.

Since purely nonparametric estimation without structuring assumptions is hopeless, our approach starts with a set of candidate terms within the predictor which has a general additive form that includes parametric as well as nonparametric effect structures. The nonparametric part can be composed of arbitrary combinations of smooth, spatial, interaction, space-varying or random effects. To avoid selection bias towards nonparametric effects, a reparameterisation is introduced that allows to assign exactly one degree of freedom to all effects. The pre-selection of candidate sets can hardly be avoided but is not very restrictive in practical circumstances since it can be chosen very general when using boosting techniques. The proposed procedure automatically simplifies the pre-specified structuring.

References

1. *George E.I.* The variable selection problem. // Journal of the American Statistical Association 95. – 2000. – Pp.1304–1308.
2. *Hastie T. and Tibshirani R.* Generalized Additive Models // Boca Raton, Florida: Chapman and Hall. – 1990.
3. *Hastie T. and Tibshirani R.* Varying-coefficient models // Journal of the Royal Statistical Society. – Series B 55. – 1993. – Pp.757–796.
4. *Bühlmann P. and Yu. B.* Boosting with L2 loss: Regression and classification // Journal of the American Statistical Association 98. – 2003. – Pp.324–338.

РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ИМЕЮЩИХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Любин П.Г.

ФГБОУ МГТУ «СТАНКИН», lyubin.p@gmail.com

В данной работе для облегчения решения задач выбора модели и отбора переменных в классе геоаддитивных регрессионных уравнений, учитывающих пространственные эффекты, взаимодействие поверхностей, случайные эффекты и нелинейность коэффициентов при переменных, мы предлагаем использовать процедуру бустинга.

Ключевые слова: геоаддитивные регрессионные уравнения, пространственно-временная регрессия, штрафные сплайны, отбор переменных, выбор модели.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К РАЗРАБОТКЕ МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ МОДЕЛЬЮ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНОГО МЕХАНИЗМА

Масина О.Н.¹, Игонина Е.В.²

Елецкий государственный университет им. И.А.Бунина, olga121@inbox.ru, elenaigonina7@mail.ru

Проведен сравнительный анализ подходов к построению управления моделью подъемно-транспортного механизма с помощью линейного регулятора по полному состоянию и с помощью логического регулятора.

Ключевые слова: подъемно-транспортный механизм, моделирование, устойчивость, стабилизация, логический регулятор.

Введение

В условиях современного производственного процесса необходимо наиболее быстрое, качественное и безопасное выполнение различных подъемно-транспортных работ. Проектирование моделей, в полной мере описывающих различные характеристики и состояния подъемно-транспортного механизма, является трудной и не всегда решаемой задачей. При составлении математической модели не всегда возможно учесть все внутренние и внешние факторы, оказывающие влияние на подъемно-транспортный механизм в процессе работы. В последнее время перспективным подходом в формировании управления и стабилизации техническими и транспортными механизмами является разработка логических регуляторов на основе нечеткого моделирования [1–5]. В работе [6] описана структура логических регуляторов и рассмотрен вопрос об алгоритмическом конструировании систем управления с помощью логических регуляторов. Устойчивость системы управления с логическим регулятором исследована в [7] с помощью метода дивергентных функций Ляпунова.

В настоящей работе рассматриваются два подхода к построению управления подъемно-транспортным механизмом. В первом подходе задача управления решается на основе составления математической модели портального крана и синтеза линейного регулятора. Во втором подходе поставленная задача управления решается с помощью моделирования логического регулятора: задаются нечеткие и лингвистические переменные, формулируются правила “ситуация-действие” на каждом этапе перемещения груза (подъем, перенос, спуск), позволяющие наиболее качественно осуществлять управление.

Управление подъемно-транспортным механизмом с помощью синтеза линейного регулятора

Портальный кран представляет собой двухмассовую систему маятникового типа, состоящую из тележки и гибкой подвески рабочего органа с грузом. Динамическая модель портального крана описывается уравнениями [5]:

$$m\ddot{x}\cos\varphi + m\dot{\varphi}^2 + mgl\sin\varphi = -h_\varphi\dot{\varphi}, \quad (1)$$

$$(M + m)\ddot{x} + m\dot{\varphi}^2\cos\varphi - m\dot{\varphi}^2\sin\varphi = f(t) - h_x\dot{x},$$

где x - продольное смещение каретки, M - масса тележки, m - масса груза, l - длина жесткого стержня, φ - угол отклонения стержня от вертикали, h_φ - вязкое трение в узле крепления стержня к тележке, h_x - коэффициент трения при движении тележки по рельсам, $f(t)$ - сила линейной тяги, создаваемая электродвигателем.

Задача управления состоит в быстром перемещении груза без раскачки с помощью тележки из исходного неподвижного положения $x=0$ в новое заданное неподвижное положение $x=x^*$, называемое в работе целевой точкой. Для решения поставленной

задачи построен линейный регулятор по полному состоянию, использующий величины отклонения обобщенных координат x и φ от их финальных значений, имеющий вид:

$$u(t) = k_1((\varphi + \pi) \bmod 2\pi - \pi) + k_2\dot{\varphi} + k_3(x - x^*) + k_4\dot{x} \quad (2)$$

Показано, что целевая финальная точка является единственным состоянием равновесия.

Для определения регулятора, обеспечивающего асимптотическую устойчивость груза, выполнена линеаризация системы уравнений (1) с учетом (2) и с учетом математической модели электромотора в окрестности требуемого режима функционирования. Получена модель портального крана в матричной форме в новых переменных – отклонениях от состояния равновесия:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu(t) \\ u(t) &= Kx, \end{aligned} \quad (3)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (\varphi, \dot{\varphi}, x - x^*, \dot{x})^T$ – вектор-столбец новых фазовых переменных, описывающих отклонения от состояния равновесия, $K = (k_1, k_2, k_3, k_4)^T$ – матрица коэффициентов линейного регулятора,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{pmatrix},$$

$$a_{21} = -\frac{(M+m)g}{Ml}, a_{22} = -\frac{(M+m)h_p}{Mml^2}, a_{24} = \frac{1}{Ml} \left(\frac{\gamma \epsilon}{R\beta} + h_x \right), a_{41} = \frac{mg}{M},$$

$$a_{42} = \frac{h_p}{Ml}, a_{44} = -\frac{1}{M} \left(\frac{\gamma \epsilon}{R\beta} + h_x \right), b_2 = -\frac{\gamma}{MRl}, b_4 = \frac{\gamma}{MR},$$

$R, \beta, \gamma, \epsilon$ – параметры электромотора.

Предполагается, что значения коэффициентов $k = (k_1, k_2, k_3, k_4)^T$ зависят от набора некоторых дополнительных параметров p , за счет варьирования которых можно дополнительно влиять на качество переходных процессов. Коэффициенты линейного регулятора (2) для модели объект-регулятор (3) определяются из условия достижения минимума квадратичного функционала

$$I(u) = \int_0^{\infty} (x(t)^T Qx(t) + ru(t)^2) dt, \quad (4)$$

где Q – положительно определенная матрица, $r > 0$ – скалярный параметр. Положительная определенность матрицы достигается путем ее представления в виде $Q = L^T DL$, где D – диагональная матрица с положительной диагональю d_{ii} , а L – верхняя треугольная с единичной диагональю и элементами l_{ij} ($j > i$) над ней. Получено, что в качестве свободных параметров p при $r=1$ следует принять набор из 10 величин вида $p = (d_{ii} > 0 (i=1,4), l_{ij} (i=1,3; 4 > j > i))$.

Управление подъемно-транспортным механизмом с помощью моделирования логического регулятора

В работе рассмотрен альтернативный подход разработки управления моделью подъемно-транспортного механизма, основанный на использовании логического регулятора. Для решения задачи управления и стабилизации использовано качественное описание правил поведения механизма на каждом этапе функционирования на основе лингвистических переменных.

Введены следующие лингвистические переменные: φ - угол раскачивания груза, $\dot{\varphi}$ - угловая скорость; ΔV - разность заданной и измеренной скоростей тележки порталного крана; V - определяемая скорость тележки. Для лингвистических переменных φ , V и $\dot{\varphi}$ введено по пять термов: ПС – «положительная средняя»; ПН – «положительная небольшая»; Н – «нулевая»; ОН – «отрицательная небольшая»; ОС – «отрицательная средняя». Для лингвистической переменной $\dot{\varphi}$ введено три термина: ПН – «положительная небольшая»; Н – «нулевая»; О – «отрицательная». Построены функции принадлежности для используемых лингвистических переменных. Определено поэтапное описание базы правил логического регулятора. Последовательность управляющих действий логического регулятора для каждого этапа перемещения груза разбивается на две составляющие: правила стабилизации (ликвидация раскачки) и правила перемещения груза.

I этап. Подъем груза.

1. Правила стабилизации представлены 24 правилами вида:

П₁: ЕСЛИ $\varphi = \text{ОН}$ и $\dot{\varphi} = \text{О}$ и $\Delta V = \text{ПН}$, ТО $V = \text{ПН}$.

2. Правила разгона представлены 5 правилами вида:

П₂₅: ЕСЛИ $\varphi = \text{Н}$ и $\dot{\varphi} = \text{Н}$ и $\Delta V = \text{Н}$, ТО $V = \text{ПН}$.

II этап. Окончание разгона и равномерный перенос груза.

1. Правила стабилизации представлены 6 правилами вида:

П₁: ЕСЛИ $\varphi = \text{ОН}$ и $\dot{\varphi} = \text{О}$ и $\Delta V = \text{Н}$, ТО $V = \text{ПН}$.

2. Правила перемещения представлены 11 правилами вида:

П₇: ЕСЛИ $\varphi = \text{Н}$ и $\dot{\varphi} = \text{Н}$ и $\Delta V = \text{Н}$, ТО $V = \text{ПН}$.

III этап. Торможение, опускание и стабилизация груза.

1. Правила стабилизации представлены 24 правилами вида:

П₁: ЕСЛИ $\varphi = \text{ОН}$ и $\dot{\varphi} = \text{О}$ и $\Delta V = \text{ОН}$, ТО $V = \text{ПН}$.

2. Правила торможения представлены 5 правилами вида:

П₂₅: если $\varphi = \text{Н}$ и $\dot{\varphi} = \text{Н}$ и $\Delta V = \text{Н}$, ТО $V = \text{ПН}$.

3. Правила стабилизации груза представлены 7 правилами вида:

П₁: ЕСЛИ $\varphi = \text{ОН}$ и $\dot{\varphi} = \text{О}$ и $\Delta V = \text{Н}$, ТО $V = \text{Н}$.

Исследования показали, что главным фактором для стабилизации поведения системы является определение базы правил управления, реализующих нелинейную функцию регулятора. В то же время малые вариации нечетких множеств, определяющих выбор состава и вида терм, оказывают слабое влияние на показатели качества системы.

Далее в работе получены условия устойчивости состояний равновесия модели управления подъемно-транспортным механизмом на основе метода дивергентных функций Ляпунова. Указанный метод основан на совместном использовании функций Ляпунова и дивергенции поля скоростей.

Выводы

Проведенный анализ двух подходов к построению управления моделью подъемно-транспортного механизма показал, что использование методов интеллектуального моделирования значительно облегчает разработку управления подъемно-транспортным механизмом, так как позволяет осуществлять управление с помощью продукционных правил вида ЕСЛИ...ТО. Логические регуляторы, относящиеся к классу обучаемых, сохраняют высокую работоспособность в условиях помех и погрешностей измерения, в отличие от линейных регуляторов, и достаточно быстро настраиваются на меняющиеся условия производства, снижая тем самым потери от неэффективного управления.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при разработке промышленных логических регуляторов для подъемно-транспортных механизмов.

Работа поддержана РФФИ (проект № 13-08-00710-а).

Литература

1. Тэрано Т., Асаи К., Сугэно М. (ред.) Прикладные нечеткие системы. М.: Мир, 1993.
2. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.
3. Дорф Р., Бишон Р. Современные системы управления. М.: Лаборатория базовых знаний, 2004.
4. Ульянов С.В., Тятюшкина О.Ю., Колбенко Е.В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления. Методология проектирования // Системный анализ в науке и образовании. 2011. № 2. С. 1–18.
5. Баландин Д.В., Городецкий С.Ю. Классические и современные методы построения регуляторов в примерах. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012.
6. Дружинина О.В., Масина О.Н., Игонина Е.В. Использование нечетких регуляторов для алгоритмического конструирования систем управления // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. Межвуз. сб. науч. трудов. Вып. 13. М.: МГТУ «Станкин», Янус-К, 2010. С. 142–148.
7. Игонина Е.В. Алгоритмы исследования устойчивости управляемых маятниковых систем на основе дивергентных функций Ляпунова // Труды XXI Международной конференции «Проблемы управления безопасностью сложных систем» (Москва, 18 декабря 2013 г.). М.: ИПУ РАН, 2013. С. 483–486.

COMPARATIVE ANALYSIS OF APPROACHES TO DEVELOPMENT OF CONTROL METHODS OF MODEL HOISTING-AND-TRANSPORT MECHANISM

Masina O.N.¹, Igonina E.V.²

Yelets State University after I.A. Bunin, olga121@inbox.ru¹, elenaigonina7@mail.ru²

Comparative analysis of approaches to the construction control model hoisting-and-transport mechanism by the aid of linear controller to complete state and by the aid of logic controller.

Key words: hoisting-and-transport mechanism, modeling, stability, stabilization, logic controller.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ЛЭМБА

Мусаев В.К.

Российский университет дружбы народов, musayev-vk@yandex.ru

Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования упругих волн напряжений в упругой полуплоскости при сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции. Приводится изменение упругого контурного напряжения на свободной поверхности полуплоскости.

Ключевые слова: математическое моделирование, волны напряжений, поверхностная волна, свободная поверхность, упругая полуплоскость, дельта функция.

1. Введение

Рассматриваются вопросы моделирования с помощью метода конечных элементов волн напряжений в сложных деформируемых телах.

Решается задача о сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции на свободной поверхности упругой полуплоскости.

2. Некоторые результаты исследований

Предложен квазирегулярный подход к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями и к аппроксимации исследуемой области.

Для аппроксимации по пространственным координатам применяются треугольные конечные элементы с тремя узловыми точками с линейной аппроксимацией упругих перемещений и прямоугольные конечные элементы с четырьмя узловыми точками с билинейной аппроксимацией упругих перемещений.

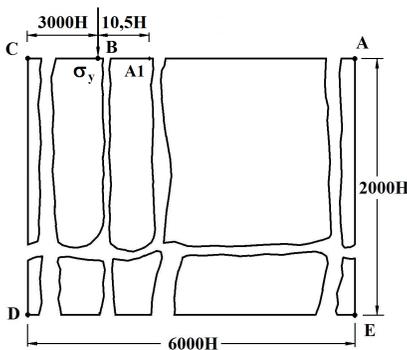


Рис.1. Постановка задачи о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости

Комплекс программ позволяет аппроксимировать исследуемую область по пространственным координатам практически неограниченно.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработана методика, разработан алгоритм и составлен комплекс программ для решения двумерных задач при различных начальных и граничных условиях, для областей сложной формы. Комплекс программ написан на алгоритмическом языке Фортран-90.

Рассматривается задача математического моделирования волн напряжений в упругой полуплоскости. В некоторой точке перпендикулярно свободной поверхности упругой полуплоскости приложено сосредоточенное взрывное воздействие. Воздействие моделируется в виде дельта функции. Задача решается с помощью метода конечных элементов в перемещениях.

Моделирование нестационарных волн напряжений в деформируемых областях рассмотрено в следующих работах [1–20].

Рассмотрим задачу о воздействии сосредоточенной взрывной волны перпендикулярной свободной поверхности упругой полуплоскости (рис. 1).

В точке B перпендикулярно свободной поверхности ABC приложено упругое нормальное напряжение σ_y , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t / \Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $10 \leq n \leq 21$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа (-1 кгс/см²)).

Граничные условия для контура $CDEA$ при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура $CDEA$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 500$. Контур ABC свободен от нагрузок, кроме точки B , где приложено сосредоточенное упругое нормальное напряжение σ_y .

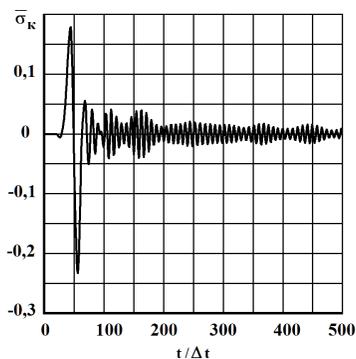


Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t / \Delta t$ в точке $A1$

Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6}$ с; $E = 3,15 \cdot 10^4$ МПа ($3,15 \cdot 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,255 \cdot 10^4$ кг/м³ ($0,255 \cdot 10^{-5}$ кгс см²/см⁴); $C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с.

Решается система уравнений из 48032004 неизвестных.

Для примера на рис. 2 приводится изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ ($\bar{\sigma}_k = \sigma_k / \sigma_0$) во времени n в точке $A1$, находящейся на свободной поверхности упругой полуплоскости.

3. Выводы

1. Амплитуда поверхностной волны Релея существенно больше амплитуд продольной и поперечной волн.

2. Оценка безопасности сложных технических объектов по несущей способности при нестационарных волновых воздействиях должна осуществляться с учетом волн Релея.

Литература

1. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Ионов В.И., Озобалов П.М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975. – 464 с.
3. Musayev V.K. Structure design with seismic resistance foundations // Proceedings of the ninth European conference on earthquake engineering. – Moscow: TsNIISK, 1990. – V. 4–A. – P. 191–200.
4. Musayev V.K. Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // Proceedings of the second International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics. – Sent Louis: University of Missouri-Rolla, 1991. – V. 3. – P. 87–97.
5. Мусаев В.К. Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. – 1997. – № 1. – С. 87–110.
6. Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. – М.: Физматлит, 2004. – 472 с.
7. Мусаев В.К. Математическое моделирование упругих волн напряжений в сложных деформируемых телах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 62–76.
8. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
9. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
10. Мусаев В.К. Моделирование волн напряжений в сложных областях с помощью метода вычислительной механики // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 44–52.
11. Мусаев В.К. Вычислительный эксперимент в задачах моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 138–149.
12. Ситник С.В., Куранцов В.А., Сазонов К.Б., Шепелина П.В., Шиянов С.М. Достоверность результатов численного метода Мусаева В.К. в перемещениях при решении дифракционных задач на круглом свободном и подкрепленном отверстиях // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XIII. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2011. – С. 256–262.
13. Ситник С.В., Сазонов К.Б., Шиянов С.М., Куранцов В.В., Кормилицин А.И. Моделирование волнового напряженного состояния в объектах сложной формы с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XIII. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2011. – С. 262–268.
14. Мусаев В.К. О моделировании отражения упругих волн напряжений от свободной поверхности деформируемой области // Двойные технологии. – 2012. – № 4. – С. 61–64.
15. Сазонов К.Б., Суцеев Т.С., Шепелина П.В., Куранцов О.В., Акатьев С.В. Моделирование нестационарного волнового напряженного состояния в деформируемых объектах с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование

высокотехнологичных систем. Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2012. – С. 332–334.

16. Мусаев В.К. Моделирование контурных напряжений в обделке круглого профиля с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 263–271.

17. Суцес Т.С., Ситник С.В., Савичев В.А., Шепелина П.В., Денисюк Д.А. Сопоставление численного метода Мусаева В.К. в перемещениях с результатами метода динамической фотоупругости при решении дифракционной задачи на круглом свободном отверстии // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 493–496.

18. Ситник С.В., Акатьев С.В., Денисенков А.Н., Савичев В.А., Денисюк Д.А. Достоверность результатов численного метода Мусаева В.К. в перемещениях при решении нестационарной дифракционной задачи на обделке круглого профиля // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 473–477.

19. Ситник С.В., Куранцов В.В., Куранцов О.В., Шепелина П.В., Акатьев С.В. Решение задачи о воздействии плоской продольной упругой волны на подкрепленное круглое отверстие с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Безопасность и экология технологических процессов и производств. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Поселок Персиановский Ростовской области: Донской государственный аграрный университет, 2012. – С. 59–62.

20. Мусаев В.К. Математическое моделирование системы «сооружение-окружающая среда» на ударные, взрывные и сейсмические воздействия // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2013. – С. 197–200.

MATHEMATICAL MODELING OF STRESS WAVES IN THE PROBLEM OF LAMB

Musayev V.K.

Peoples' Friendship University of Russia, musayev-vk@yandex.ru

Discusses some of the issues numerical simulation of elastic waves of stresses in an elastic half-plane with a concentrated explosive impact in the form of Delta functions. Illustrates changes in the elastic loop voltage on the free surface of a half-plane.

Key words: mathematical modeling, a wave of voltages, surface wave, free surface, elastic half-plane, Delta function.

ОБ УПРАВЛЕНИИ САМОФИНАНСИРУЕМЫМ ПОРТФЕЛЕМ АКТИВОВ С ЗАДАННЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Погосян А. С.

Российский Университет Дружбы Народов, nura55590@mail.ru

Рассматриваются задачи построения стратегий управления самофинансируемым портфелем активов заданного риска. Задача решается методом построения правых частей стохастических дифференциальных уравнений по заданному интегральному многообразию.

Ключевые слова: самофинансируемый портфель, моделирование портфеля активов со стохастическими ценами, стохастическое дифференциальное уравнение.

Введение

Задача управлением портфелем ценных бумаг, состоящим из рисковых и безрисковых (банковский счет) вложений, с заданными свойствами (самофинансируемость, постоянство риска) является одной из важных задач современных финансов. В процессе решения данной задачи появляется необходимость построения математической модели, которая для моделирования цен активов использует стохастические дифференциальные уравнения.

Построение стратегии управления самофинансируемым портфелем активов с непрерывным временем

Выберем портфель, состоящий из n рисковых активов, цены которых задаются системой стохастических дифференциальных уравнений:

$$dS_i = \mu_i(t, S)dt + \sum_{j=1}^m \sigma_{ij}(t, S)dW_j, i = \overline{1, n} \quad (1)$$

с начальным условием $s_i(t_0) = s_{0i}$, где dW_j - винеровские случайные процессы, $\mu_i(t, S)$ - ожидаемые доходности активов, σ_{ij} - волатильности.

Пусть $X_i(t)$ - количество единиц-го актива в портфеле в момент времени t . Тогда стоимость такого портфеля в момент времени t определяется формулой:

$$V_p(t) = \sum_{i=1}^n X_i(t)S_i(t), \quad (2)$$

а стратегия управления портфелем активов представляет собой вектор $X(t) = (X_1(t), \dots, X_n(t))$.

Пусть в состав портфеля наряду с рисковыми активами входит и безрисковый (банковский счет в базовой валюте). Пусть на остаток денежных средств на счете начисляются проценты по мгновенной процентной ставке $r(t)$. Тогда стоимость портфеля будет равна

$$V_p = r(t) \cdot x_0(t) + \sum_{i=1}^n x_i(t) \cdot s_i(t). \quad (3)$$

Под самофинансируемым портфелем на множестве времени t $[t_0, T]$ понимают портфель активов, в котором при t (t_0, T) не происходит ни пополнения, ни вывода средств. Математически самофинансируемый портфель рисковых активов с непрерывным временем выражается следующим образом:

$$dV_p = \sum_{i=1}^n x_i ds_i, \quad (4)$$

которое понимается как равенство стохастических дифференциалов в смысле леммы Ито.

Для самофинансируемого портфеля с банковским счетом уравнение, определяющее остаток по банковскому счету, должно иметь вид:

$$dx_0 = (r(t) \cdot x_0 - \sum_{i=1}^n s_i f_i(t, s, x, x_0)) dt. \quad (5)$$

Таким образом, стратегия управления портфелем финансовых активов заключается в выборе количества каждого актива $X_i(t)$, $i=1, \dots, n$, включаемого в портфель, обеспечивающего получение портфеля с заданными характеристиками (заданного риска).

Полагаем, что стратегия управления портфелем $X(t)=(X_1(t), \dots, X_n(t))$ задается системой дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(t, s, X, V_p), i = \overline{1, n} \quad (6)$$

с неизвестными правыми частями $f_i(t, s, X, V_p)$.

Учитывая, что цены активов S_i , изменяющиеся со временем, удовлетворяют стохастическому дифференциальному уравнению (1), будем использовать для оценки риска портфеля показатель VaR, рассчитываемый по формуле:

$$VaR_p = \alpha \sigma_p V_p, \quad (7)$$

где α из R, σ_p -волатильность (стандартное отклонение) доходности портфеля, V_p задается формулой (2).

Рассмотрим самофинансируемый портфель, состоящий из двух ($n=2$) рисковов активов и банковского счета. Динамика цен рисковов активов описывается СДУ (1). Уравнения динамического управления портфелем имеют вид (6). Уравнение, описывающее динамику банковского счета, для самофинансируемого портфеля имеет вид:

$$dx_0 = (r \cdot x_0 - s_1 f_1(t, s, x) - s_2 f_2(t, s, x)) dt. \quad (8)$$

Поставим задачу нахождения правых частей f_1 и f_2 уравнений

$$dX_i = f_i(t, S, X), i = 1, 2$$

при условии, что

$$dS_i = \mu_i(t, S) dt + \sum_{j=1}^m \sigma_{ij}(t, S) dW_j, i = 1, 2,$$

$$dV_p = r(t) \cdot x_0 dt + \sum_{i=1}^2 x_i \cdot dS_i,$$

для которых свойство постоянства риска $\omega_1(t, S, X) \equiv VaR_p - v_0 = 0$ ($v_0 = \text{const}$) является ожидаемым свойством рассматриваемого портфеля.

Данная задача была решена с помощью построения стохастического дифференциала Ито[5,6]:

$$d\omega \equiv \left(\frac{\partial \omega}{\partial s_i} \mu_i s_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_i \partial x_j} \sigma_i s_i \right) dt + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_i} \sigma_i s_i \right) \delta W \quad (9)$$

(здесь по повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до 2 и последующее усреднение) и метода построения правых частей систем дифференциальных уравнений по заданному интегральному многообразию [2].

Таким образом, было получено **утверждение**:

Стратегия управления самофинансируемым портфелем активов со стохастическими ценами с денежным счетом задается следующими формулами:

$$dx_1 = (- (x_1^2 s_1 \sigma_1^2 + x_1 x_2 s_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}) \cdot A + (x_2^2 s_2 \sigma_2^2 + x_1 s_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}) \cdot N) dt, \quad (10)$$

$$dx_2 = (- (x_2^2 s_2 \sigma_2^2 + x_1 s_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}) \cdot A - (x_1^2 s_1 \sigma_1^2 + x_1 x_2 s_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}) \cdot N) dt, \quad (11)$$

при этом

$$dx_0 = (r(t) \cdot x_0 + (x_1^2 s_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 s_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 s_1 x_2 s_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}) \cdot A + \\ + N \cdot \{x_1^2 s_1 s_2 \sigma_1^2 + x_1 x_2 s_2^2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2} - x_2^2 s_1 s_2 \sigma_2^2 - x_1 x_2 s_1^2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2}\}) dt. \quad (12)$$

Здесь α - квантиль распределения, соответствующий выбранному доверительному интервалу, β из R , $N(x_1, x_2)$ – произвольная функция, A задается следующим соотношением:

$$A = \frac{\beta \tilde{\omega}_1 + \alpha^2 x_1^2 s_1^2 \sigma_1^4 + 2\alpha^2 x_1 x_2 s_1^2 \sigma_1^2 s_2 \sigma_2 \text{corr}_{1,2} + \alpha^2 x_2^2 s_2^2 \sigma_2^4}{2\alpha^2 ((x_1^2 s_1^2 \sigma_1^2 + x_1 x_2 s_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2})^2 + (x_2^2 s_2^2 \sigma_2^2 + x_1 s_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \text{corr}_{1,2})^2)}. \quad (13)$$

Литература

1. Бьорк Т. Теория арбитража в непрерывном времени. М.: МЦНМО, 2010. - 560 с.
2. Галиулин А.С., Мухамедзянов И.А., Мухарлямов Р.Г., Фурасов В.Д. Построение систем программного движения. – Наука, 1971. – 352с
3. Тэпман Л.Н. Риски в экономике, М.: ЮНИТИ, 2002.-380с.
4. Alexander C. Market Risk Analysis. Vol.4. Value-at-Risk Models. – John Wiley & Sons, Ltd 2008.- 449p.
5. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т.2. Теория. – М.- ФАЗИС, 1998. – 544с.
6. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введения в теорию и приложения. 5-е издание, М.: МИР, 2003. – 406с.

ON MANAGEMENT OF SELF-FINANCING PORTFOLIO WITH GIVEN DYNAMIC PROPERTIES

Pogosyan A.S.

Peoples' Friendship University of Russia, nura55590@mail.ru

In this paper we investigate the problem of constructing a self-financing portfolio management strategies of given risk. The problem is solved using methods of constructing system of stochastic differential equations with given integral manifold.

Key words: self-financing portfolio, management of portfolios with stochastic prices, stochastic differential equations.

САМОАДАПТАЦИЯ В АЛГОРИТМЕ БАКТЕРИАЛЬНОГО ПОИСКА

Полюян С. В.¹, Ершов Н. М.²

¹ *Международный университет природы, общества и человека «Дубна», Факультет естественных и инженерных наук, Дубна, Россия, svpoluyan@gmail.com*

² *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия, eršovnm@gmail.com*

Предложена схема самоадаптации параметров для алгоритмов роевой оптимизации, использующая генетический алгоритм. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-07-00628 А).

Ключевые слова: роевой интеллект, генетический алгоритм, оптимизация.

Введение

В основе работы практически всех алгоритмов роевой оптимизации лежит, как правило, достаточно простая идея. Однако эта простая идея при реализации обрастает разнообразными вспомогательными правилами (эвристиками), каждое из которых управляется одним или несколькими параметрами. Это приводит к тому, что конечный алгоритм оказывается зависимым от большого числа параметров, которые влияют на эффективность этого алгоритма (например, на скорость сходимости). К сожалению, настроить такие параметры универсальным образом чаще всего не удается. Это значит, что для каждого отдельного набора входных данных оказывается невозможным подобрать такую комбинацию параметров, которая обеспечит лучшую сходимость алгоритма.

Настоящая работа посвящена описанию подхода к построению самоадаптивных алгоритмов роевой оптимизации, в которых происходит автоматическая настройка части параметров алгоритма в процессе его эволюции. Рассматривается работа предложенной схемы самоадаптации на примере алгоритма бактериального поиска [1].

Алгоритм бактериального поиска

Алгоритм бактериального поиска был предложен Квиномо Пассино [1] в 2002 году и является роевым алгоритмом для нахождения глобальных экстремумов многомерных функций. Алгоритм является мультиагентным и основан на моделировании поведения бактерии в естественной среде. Алгоритм включает в себя три этапа.

1) Хемотаксис. Моделируется процесс движения бактерии (кувыркание и плавание) в области поиска. Шаг в области поиска и продолжительность плавания бактерии фиксированы. Для каждой бактерии в новой позиции вычисляется значение целевой функции, а также влияние аттрактанта и репеллента. Если в новой позиции значение функции лучше, чем в предыдущей позиции, то следующий шаг происходит с тем же вектором. Такое повторение может происходить ограниченное число раз. На каждом шаге хемотаксиса корректируется здоровье клетки. Бактерии, приносящие наименьшее (наибольшее) значение целевой функции, выделяют аттрактант, который помогает членам популяции объединяться в группы и двигаться роем, а также исследовать локальную область вокруг найденного экстремума. Таким образом, при движении бактерий используются функция качества, образованная суммой целевой функции и суммарным действием аттрактанта и репеллента в позиции бактерии.

2) Репродукция. Наименее здоровые бактерии удаляются из популяции, в то время как более здоровые бактерии делятся на две бактерии. Размер популяции остается постоянным.

3) Рассеивание. С определенной малой вероятностью бактерия перемещается в произвольную точку области поиска.

Одним из преимуществ и одновременно недостатком алгоритма бактериального поиска по сравнению с традиционными методами роевой оптимизации является высокое количество настраиваемых параметров, которые можно разбить на две группы – глобальные и локальные. Глобальные влияют на всю популяцию, в то время как локальные привязаны к каждой бактерии. Список параметров классического бактериального поиска представлен в табл.1.

Таблица 1. Параметры алгоритма бактериального поиска

| Глобальные | Локальные |
|-------------------------------|------------------------------|
| Размер популяции | Размер шага в области поиска |
| Количество делящихся бактерий | Длина бега бактерии |
| Количество рассеиваний | Глубина аттрактанта |
| Количество репродукций | Ширина аттрактанта |
| Число шагов хемотаксиса | Высота репеллента |
| Вероятность рассеивания | Ширина репеллента |

Схема самоадаптации

Основная идея построения самоадаптивного алгоритма бактериального поиска заключается в том, что на фоне основного алгоритма запускается вспомогательный генетический алгоритм [2]. Целью работы генетического алгоритма является настройка параметров базового алгоритма, обеспечивающая максимально возможную скорость его сходимости. Заметим, что такой алгоритм не является гибридным, так как только базовая его часть отвечает собственно за оптимизацию заданной функции.

Для случая алгоритма бактериального поиска схема самоадаптации для параметра δ , определяющий размер шага в области поиска, выглядит следующим образом. В начальный момент времени значения этого параметра устанавливаются случайным образом для каждой бактерии. Затем, каждые τ итераций основного алгоритма производится одна итерация генетического алгоритма, включающая в себя три шага – отбор, скрещивание и мутацию.

Для выполнения отбора используется турнирная схема, две случайно выбранные особи сравниваются по параметру ΔF , который представляет собой изменение целевой функции F данной особи за промежутки времени Δt . С вероятностью p_m выбирается лучшее значение в паре, с вероятностью $(1-p_m)$ – худшее. Старые значения параметра δ обеих особей заменяются выбранным значением (победителем).

Для рекомбинации параметров применяются арифметическое скрещивание – выбирается пара особей, новые значения δ_i и δ_j находятся по следующим формулам: $\delta_i = p_c \delta_i + (1-p_c) \delta_j$, $\delta_j = p_c \delta_j + (1-p_c) \delta_i$, где p_c случайное значение из диапазона [0,1].

Мутация заключается в умножении текущего параметра δ_i на случайный множитель из диапазона [0.5,2]. Мутация применяется к каждому решению, так как нас интересует высокая степень адаптивности алгоритма.

Численное исследование

Для тестирования алгоритмов бактериального поиска (классического, самоадаптивного и различных модификаций), было принято решение использовать тестовые функции, которые поставляются крупнейшими и наиболее важными конференциями в сфере оптимизации CEC (Congress of Evolutionary Computing) в рамках IEEE WCCI (World Congress on Computational Intelligence). В результате анализа функций, представленных в докладах на различных сессиях конференций, проходивших в разные годы, была выбрана сессия 2008 года [3] с функциями различного вида. На рис. 1 представлена работа предложенной схемы самоадаптации при оптимизации 100 мерной мультимодальной функции DoubleDip [3], состоящей из суммы непрерывной функции и ландшафта, сгенерированного с использованием фракталов.

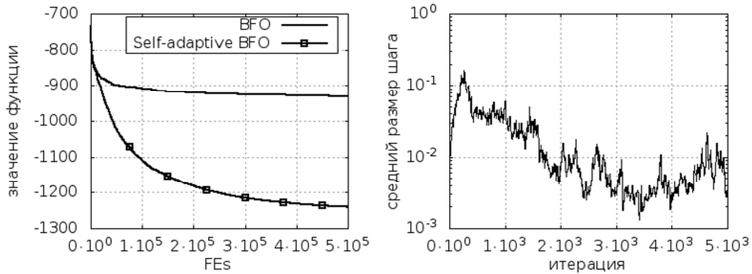


Рис. 1. Сходимость классического и самоадаптивного алгоритма бактериального поиска при оптимизации 100 мерной функции.

Выводы

На основании проведенных исследований можно заключить, что предложенный самоадаптивный алгоритм обладает более высокой скоростью сходимости по сравнению с классическим алгоритмом. Важно отметить, что результаты, полученные при оптимизации 100 мерной функции DoubleDip с требуемым числом вызовов целевой функции превосходят традиционные роевые алгоритмы, представленные на сессии CEC 2008 [3]. Например, модификации алгоритма метода роя частиц EPUS-PSO [4] и DMS-PSO [5] уступают предложенному самоадаптивному алгоритму бактериального поиска.

Целью дальнейшей работы является расширение математической модели самоадаптации бактериального поиска с учетом полученных результатов.

Литература

1. *Passino K.M.* Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control // IEEE Control Systems Magazine, Volume 22, Issue 3, 2002, Pp. 52-67.
2. *Whitley D.* A Genetic Algorithm Tutorial // Statistics and Computing, Volume 4, Issue 2, 1994, Pp. 65-85.
3. *Tang K., Yao X.* Benchmark Functions for the CEC'2008 Special Session and Competition on Large Scale Global Optimization, Technical Report, Nature Inspired Computation and Applications Laboratory, USTC, China, 2007.
4. *Hsieh S.-T., Sun T.-Y., Liu C.-C., Tsai S.-J.* Solving Large Scale Global Optimization Using Improved Particle Swarm Optimizer, in Proceedings IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008, Pp.1777-1784.
5. *Zhao S.Z., Liang J.J., Suganthan P.N., Tasgetiren M.F.* Dynamic Multi-Swarm Particle Swarm Optimizer with Local Search for Large Scale Global Optimization, in Proceedings IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008, Pp. 3845-3852.

SELF-ADAPTATION IN BACTERIAL FORAGING OPTIMIZATION ALGORITHM

Poluyan S.V.¹, Ershov N.M.²

¹ *Dubna International University for Nature, Society and Man, Faculty of Natural and Engineering Science, Russia, Dubna, svpoluyan@gmail.com*

² *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Russia, Moscow, ershovnm@gmail.com*

This paper proposes a self-adaptive scheme for swarm optimization algorithms which use a genetic algorithm.

Key words: swarm intelligence, genetic algorithm, optimization.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОРМЫ НОСИТЕЛЯ ПЛОТНОСТИ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ ТЕЛ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ ПО ДАННЫМ НА НЕПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Пономаренко Е.Ю., Сибелев Н.С.

Российский университет дружбы народов, ponomarenko.e.yu@gmail.com

Данная работа посвящена рассмотрению одного из случаев нахождения устойчивого решения некорректных задач продолжения потенциального поля.

Ключевые слова: некорректные задачи, потенциальное поле, уравнение Фредгольма первого рода, метод регуляризации Тихонова.

Введение

Рассматривается потенциальное поле \mathbf{E} в R^3 . Источники этого поля имеют плотность ρ_0 , которая неизвестна, и постоянную толщину. Форма тела описана характеристической функцией χ_L , где

$$L \subset \Pi = (0, l_x) \times (0, l_y),$$

$$d = \{z : -H - h < z < -H\} \subset R^1$$

Тогда плотность рассматриваемого тела будет иметь вид:

$$\rho(x, y, z) = \rho_0 \chi_L(x, y) \chi_d(z), (x, y, z) \in G, \quad (1)$$

$$G = \Pi \times R^1.$$

Задано значение \mathbf{E}^0 на поверхности

$$S = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) = z\},$$

$$F \in C^1, S \cap \text{Supp} \rho = \emptyset$$

Задача заключается в восстановлении поля \mathbf{E} в области, не содержащей источников:

$$D(F, H) = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) < z < H\},$$

$$D(F, H) \cap \text{Supp} \rho = \emptyset,$$

Рассмотрена векторная задача

$$\text{rot } \mathbf{E}(M) = \mathbf{0}, \quad M \in D(F, H),$$

$$\text{div } \mathbf{E}(M) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}|_S = \mathbf{E}^0,$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{x=0, l_x} = 0,$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{y=0, l_y} = 0$$

которая представляет собой три скалярные задачи – задачи Коши для уравнения Лапласа для компонент поля \mathbf{E} .

Нахождение точного решения

Решение E_z представимо в виде

$$E_z(M) = v_z(M) - \Phi_z(M).$$

Предположим, вместо точного значения E_z^0 задано приближенное $E_z^{0, \delta}$. Таким образом, задача нахождения приближенного устойчивого значения компоненты E_z поля \mathbf{E} сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода, относительно функции $v_{z, H}(P)$.

$$\int_{\Pi(H)} G_H(M, P) \nu_{z, H}(P) dx_p dy_p = \Phi_z(M), M \in \Pi(a). \quad (3)$$

Нахождение устойчивого решения с помощью метода регуляризации Тихонова

С помощью метода регуляризации Тихонова находится устойчивое решение уравнения (3), которое по теореме сходимости [1, 2] сходится к точному решению задачи (2).

Используя найденное значение E_z^0 , решается интегральное уравнение

$$\int_{\Pi} K(M, P) \chi_L(P) d\sigma_p = E_z^0(M), M \in \Pi(a)$$

относительно функции $\chi_L(P)$, которая определяет форму носителя плотности потенциала.

Выводы

Рассмотрена задача продолжения потенциального поля E в цилиндре $D(F; H)$, не включающей источник, имеющий постоянную толщину и вид (1). С помощью метода регуляризации Тихонова получено устойчивое приближенное решение некорректной задачи, которое сходится к точному. По полученному значению находится значение характеристической функции, которая описывает форму носителя плотности потенциала.

Литература

1. Лангев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: Учеб. пособие.- М.: Изд-во РУДН, 2006.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. Изд. 2-е.

RESTORATION OF THE SHAPE OF POTENTIAL DENSITY SUPPORT FOR CONSTANT THICKNESS OBJECTS IN A CONTINUOUS MEDIUM

Ponomarenko E. Yu., Sibelev N.S.

Peoples' Friendship University of Russia, ponomarenko.e.yu@gmail.com

The purpose of this work is the one of cases of finding a stable approximate solution of ill-posed problems of the potential field.

Key words: ill-posed problem, potential field, Fredholm integral equation of the first kind, Tikhonov regularization method.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ПРИ РАСЧЕТЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВДНЫХ МОД В ПЛАВНО-НЕРЕГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИХ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУРАХ

Севастьянов А.Л., Тютюнник А.А.

ФГБОУ ВПО РУДН, nastya.tyutyunnik@gmail.com, alsevastyanov@gmail.com

Рассматривается задача получения системы аналитических выражений в пакете Maple для расчета направляемых волноводных мод.

Ключевые слова: математическое моделирование, нерегулярные волноводы, адиабатические волноводные моды.

Введение

Исследование многослойных плавно-нерегулярных интегрально-оптических волноводов методом адиабатических волноводных мод [1-2] позволяет адекватно учесть трехмерный характер электромагнитного поля распространяющихся волноводных (направляемых) мод. А именно, данный метод описывает явления деполяризации и гибридизации, вызванные нерегулярностями волновода. Метод адиабатических волноводных мод редуцирует уравнения Максвелла к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для двух компонент электромагнитного поля и дифференциально-алгебраическим выражениям оставшихся четырех компонент через две искомые.

Метод решения

В случае, когда многослойный волновод образован нерегулярными слоями из однородных диэлектриков (или полупроводников и метаматериалов), в нулевом приближении асимптотического метода система обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к системе двух несвязанных линейных осцилляторов. Связь между компонентами электромагнитного поля, приводящая к явлениям гибридизации и поляризации, формируется четырьмя дифференциально-алгебраическими выражениями от обоих искомым компонент – решений уравнений осцилляторов. Кроме того, учет наклона касательных плоскостей к неплоским поверхностям раздела сред (слоев) к горизонтальной плоскости «лабораторной» системы координат, привязанной к геометрии подложки, приводит к зависимости тангенциальных компонент электрического (магнитного) поля от всех трех его компонент [3].

В каждом из слоев общее решение уравнения линейного осциллятора представляется в виде линейной комбинации фундаментальной системы решений с неопределенными коэффициентами. Подстановка этих комбинаций в граничные условия для тангенциальных компонент электромагнитного поля приводит к однородной системе линейных алгебраических уравнений для неопределенных коэффициентов [4-5].

Описанная общая схема редукции уравнений Максвелла к системе линейных алгебраических уравнений в каждом конкретном случае приводит к необходимости проведения большого объема громоздких аналитических вычислений. С целью автоматизации этих вычислений нами реализована программа в системе компьютерной алгебры Maple [6-7].

Данная программа в качестве входных данных использует диэлектрические проницаемости слоев, их толщины (уравнения ограничивающих эти слои поверхностей), частоту монохроматического электромагнитного излучения, направление распространения излучения и принцип, согласно которому, интенсивность электромагнитного поля на бесконечности стремиться к нулю. С помощью введенных программой дифференциально-алгебраических соотношений получаем поле фазовых замедлений адиабатических волноводных мод и соответствующие двумерные лучи и

одномерные волновые фронты. Это для решения прямой задачи (диагностики) многослойного тонкопленочного интегрально-оптического волновода.

Для решения задачи проектирования многослойного тонкопленочного интегрально-оптического волновода по заданным характеристикам амплитудно-фазового преобразования входными данными вместо толщин слоев служит поле фазового замедления адиабатических волноводных мод. С их помощью строится матрица однородной системы линейных алгебраических уравнений для неопределенных коэффициентов по фундаментальной системе решений описываемых адиабатических волноводных мод. Условие разрешимости системы линейных алгебраических уравнений, записанное в виде равенства нулю детерминанта ее матрицы, задает нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных для определения (синтеза) толщин волноводных слоев [8].

Выводы

В реализованной нами программе реализован алгоритм получения аналитических выражений, соответствующих граничным условиям на границах раздела диэлектрических сред с учетом их наклона в лабораторной системе координат, связанной с подложкой плавно-нерегулярного интегрально-оптического волновода. Полученные в Maple выражения экспортируются в коды Delphi для последующей численной реализации метода адиабатических волноводных мод для решения прямых и обратных задач распространения волноводных мод в плавно-нерегулярных интегрально-оптических волноводных структурах [9-10].

Авторы выражают благодарность Севастьянову Л.А. и Гусеву А.А. за помощь в отладке программы и подготовке рукописи. Работа выполнена при поддержке Гранта РФФИ № 14-01-00628

Литература

1. Севастьянов Л.А., Егоров А.А. Теоретический анализ волноводного распространения электромагнитных волн в диэлектрических плавно-нерегулярных интегральных структурах // Оптика и спектроскопия, 2008, Т.105, № 4, С. 650-658.
2. Севастьянов Л.А., Егоров А.А., Севастьянов А.Л. Метод адиабатических мод в задачах плавно-нерегулярных открытых волноводящих структур // Ядерная физика. – 2013. Т. 76, № 2. С. 252-268.
3. Егоров А.А., Севастьянов Л.А. Структура мод плавно-нерегулярного интегрально-оптического четырехслойного трехмерного волновода // Квантовая Электроника, 2009, Т.39, №6, с.566-574.
4. Егоров А.А., Ловецкий К.П., Севастьянов А.Л., Севастьянов Л.А., "Моделирование направляемых (собственных) мод и синтез тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Лüneберга в нулевом векторном приближении", Квант. электроника, 2010, 40 (9), 830–836.
5. Егоров А.А., Севастьянов А.Л., Айрян Э.А., Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А. Адиабатические моды плавно-нерегулярного оптического волновода: нулевое приближение векторной теории // Математическое моделирование, 2010. – Т.22, №8. – С. 42-54.
6. Севастьянов А.Л., Тютюнник А.А. Редукция уравнений Максвелла к системе обыкновенных дифференциальных уравнений на основе метода адиабатических волноводных мод // Методы математической физики, МИФИ-2014.
7. Севастьянов А.Л., Тютюнник А.А. Редукция уравнений Максвелла к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для направляемых мод интегрально-оптических волноводов в среде MAPLE //МКО- Дубна

8. Севастьянов А. Л., Кулябов Д. С., Севастьянов Л. А. Моделирование методом адиабатических волноводных мод амплитудно-фазового преобразования электромагнитного поля тонкоплёночной обобщённой волноводной линзой Люнеберга // Вестник РУДН, серия «Математика. Информатика. Физика». - No 4, 2013. - с. 132-142.
9. Егоров А.А., Ловещкий К.П., Севастьянов А.Л., Севастьянов Л.А. Тонкопленочная волноводная линза Люнеберга: от постановки проблемы до ее решения. Теория и математическое моделирование адиабатических мод // Труды конференции «ARMIMP-2012, Суздаль, 18-19 сентября». -М.: РНТОРЭС, с. 186-190.
10. Егоров А.А., Севастьянов А.Л., Айрян Э.А., Ловещкий К.П., Севастьянов Л.А. Расчет и проектирование тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга методом адиабатических мод // Вестник Тверского государственного университета. Серия Прикладная математика, 2012. Выпуск 3(26), Стр. 35-47.

USING OF COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS IN CALCULATION OF WAVEGUIDE PROPAGATION IN SMOOTHLY-IRREGULAR INTEGRATED-OPTICAL MULTILAYER STRUCTURES

Sevastyanov A.L., Tyutyunnik A.A.

PFUR, nastya.tyutyunnik@gmail.com, alsevastyanov@gmail.com

We consider the task of obtaining of analytical expression system, which is used for calculation of guided modes, by means of Maple.

Key words: Mathematical Modelling, irregular waveguides, adiabatic waveguide modes.

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ В СЕТЯХ И СИСТЕМАХ КАНАЛОВ

Севастьянов Л.А., Васильев С.А., Блинов А.И.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе рассматриваются задачи экономико-математического моделирования транспортировки в сетях и системах каналов.

Ключевые слова: транспортная задача, экономико-математическое моделирование, динамика сложных систем.

Огромное количество возможных вариантов перевозок затрудняет получение достаточно экономного плана эмпирическим или экспертным путем. Применение математических методов и вычислительных в планировании перевозок дает большой экономический эффект. Транспортные задачи могут быть решены симплексным методом однако матрица системы ограничений транспортной задачи настолько своеобразна, что для ее решения разработаны специальные методы. Эти методы, как и симплексный метод, позволяют найти начальное опорное решение, а затем, улучшая его получить оптимальное решение.

На основе подробного анализа базовых методов численного моделирования трубопроводных сетей и систем каналов с открытым руслом строится экономико-математическая модель с учетом затрат. Применяя методы численного анализа для решения широкого круга технических и технологических проблем проектирования, строительства и функционирования магистральных трубопроводных и канальных сетей, удастся создать эффективный алгоритм минимизации затрат на проектирование, строительство и эксплуатацию таких систем. Проведенный численный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. *Селезнев Б.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н.* Математическое моделирование трубопроводных сетей и систем каналов. Методы, модели, алгоритмы. – М., МАКСПРЕСС, 2007 г.

ECONOMICAL TRANSPORTATION PROCESS SIMULATION IN NETWORKS AND CHANNAL SYSTEMS

Sevastianov L.A., Vasilyev S.A., Blinov A.I.

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Economical transportation process simulation in networks and channel systems was studied using.

Key words: transportation problem, economical process simulation, dynamics of complicated systems.

УСТОЙЧИВОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ ПОЛЯ ПОТЕНЦИАЛА В НЕПЕРИОДИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Сибелев Н.С., Вдовин Я.О.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, sibelev.nikita@yandex.ru

Работа посвящена построению устойчивого приближенного решения задачи продолжения поля потенциала с поверхности в область, не содержащую источников.

Ключевые слова: потенциальное поле, формула Грина, интегральное уравнение Фредгольма первого рода, некорректно поставленная задача, метод регуляризации Тихонова.

Введение

В пространстве R^3 рассматривается потенциальное поле \mathbf{E} , источники которого имеют плотность ρ с ограниченным носителем:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \mathbf{0} \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= -4\pi\rho. \end{aligned} \quad (1)$$

Предположим, плотность ρ источников неизвестна, но известно, что носитель плотности целиком располагается в бесконечном цилиндре прямоугольного сечения

$$D^\infty = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, -\infty < z < +\infty\}, \quad (2)$$

Задача продолжения потенциального поля \mathbf{E} с поверхности

$$S = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) = z\}, F \in C^1, S \cap \operatorname{Supp} \rho = \emptyset \quad (3)$$

в область, не содержащую источников:

$$\begin{aligned} D(F, H) &= \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) < z < H\}, \\ D(F, H) \cap \operatorname{Supp} \rho &= \emptyset, \end{aligned} \quad (4)$$

имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \mathbf{0}, & M &\in D(F, H), \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{E}|_S &= \mathbf{E}^0, \\ [\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{x=0} &= -f_0^0 \mathbf{j} + f_0^1 \mathbf{k}, & [\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{x=l_x} &= f_l^0 \mathbf{j} - f_l^1 \mathbf{k}, \\ [\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{y=0} &= g_0^0 \mathbf{i} - g_0^1 \mathbf{k}, & [\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{y=l_y} &= -g_l^0 \mathbf{i} + g_l^1 \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Векторная задача (5) сводится к трем скалярным для компоненты поля \mathbf{E} . В частности, для компоненты $E_z(M)$ получаем задачу

$$\begin{aligned} \Delta E_z(M) &= 0, & M &\in D(F, H), \\ E_z|_S &= E_z^0, \\ E_z|_{x=0} &= f_0^0, & E_z|_{x=l_x} &= f_l^0, \\ E_z|_{y=0} &= g_0^0, & E_z|_{y=l_y} &= g_l^0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial n} \Big|_S = \frac{1}{|\mathbf{n}_1|} \left(\frac{\partial E_x^0}{\partial x} + \frac{\partial E_y^0}{\partial y} \right), \quad \mathbf{n}_1 = (F_x, F_y, -1).$$

Точное решение

С помощью формул Грина решение (6) представляется в виде разности двух функций:

$$E_z = v_z(M) - \Phi_z(M), \quad M \in D(F, H). \quad (7)$$

Функцию Φ_z из (7) можно считать известной, а v_z вычисляется с помощью (8) и (9):

$$v_z(M) = \tilde{v}_z(M) - \xi(M) \quad (8)$$

где $\xi(M)$ вычисляется при помощи граничных функций $f_0^0, f_l^0, g_0^0, f_l^0$, то есть значений компоненты $E_z(M)$ поля на боковой границе рассматриваемой области (4).

$$\tilde{v}_z(M) = \int_{\Pi(H)} G_H(M, P) \tilde{v}_{z,H}(P) dx_p dy_p, \quad M \in D(-\infty, H), \quad (9)$$

$$\Pi(H) = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, z = H\}.$$

Таким образом, нахождение точного решения (6) сводится к нахождению неизвестной функции $\tilde{v}_{z,H}(P)$, которая, в свою очередь, является решением интегрального уравнения Фредгольма первого рода:

$$\int_{\Pi(H)} G_H(M, P) \tilde{v}_{z,H}(P) dx_p dy_p = \hat{\Phi}_z(M), \quad M \in \Pi(a), \quad a < \min_{(x,y) \in \Pi(0)} F(x, y), \quad (10)$$

$$\hat{\Phi}_z(M) = \Phi_z(M) + \xi(M).$$

Данная задача является некорректно поставленной.

Устойчивое приближенное решение

Рассмотрим теперь вместо вектор-функции \mathbf{E}^0 из (5) ее приближенное значение

$$\mathbf{E}^{0,\delta} = (E_x^{0,\delta}, E_y^{0,\delta}, E_z^{0,\delta}) : \left\| \mathbf{E}^{0,\delta} - \mathbf{E}^0 \right\|_{L_2(\Pi(0))} = \delta. \quad (11)$$

Для нахождения устойчивого приближенного решения уравнения (10) необходимо минимизировать функционал Тихонова

$$M^\alpha[w] = \left\| \int_{\Pi(H)} G_H w d\sigma - \hat{\Phi}_z^\delta \right\|_{L_2(\Pi(a))}^2 + \alpha \|w\|_{L_2(\Pi(H))}^2 \quad (12)$$

В результате, по теореме сходимости, доказательство которой проводится аналогично теоремам из [1,2], полученное приближенное решение $E_z^{\delta,\alpha}(M)$ равномерно сходится к точному.

Выводы

В работе была рассмотрена задача продолжения потенциального поля с поверхности в область, не содержащую источников, при ненулевых значениях поля на боковой границе области. При помощи метода регуляризации Тихонова было построено устойчивое приближенное решение, сходимость которого к точному следует из теоремы сходимости.

Литература

1. Лангев Е.Б. Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: Учеб. пособие., - М.: Изд-во РУДН, 2006.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. Изд. 2-е.

STABLE POTENTIAL FIELD CONTINUATION IN APERIODIC MODEL

Sibelev N.S., Vdovin Y.O.

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia, sibelev.nikita@yandex.ru

The purpose of this work is to construct a stable approximate solution of potential field continuation problem from the surface to the domain containing no sources.

Key words: potential field, Green's theorem, Fredholm integral equation of the first kind, ill-posed problem, Tikhonov regularization method

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ ОТ ВОЗДЕЙСТВИЙ ЛАВИНЫ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА МУСАЕВА В.К. В ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

Сушев Т.С., Юзбеков Н.С., Ситник С.В., Котов О.Н., Куранцов О.В.

Российский университет дружбы народов, musayev-vk@yandex.ru

Для прогноза безопасности защитных сооружений от ударных воздействий лавины применяется численное моделирование. Показано, что применение полостей уменьшает величину напряжений в предполагаемом сооружении при ударных воздействиях от лавины.

Ключевые слова: численное моделирование, технические средства, безопасность, сооружение, ударное воздействие, волны напряжений, окружающая среда, вертикальные полости, несущая способность.

1. Введение

Для прогноза безопасности окружающей среды при волновых ударных воздействиях применяется численное моделирование уравнений волновой теории упругости.

2. Реализация методики и алгоритма

В работах [1–24] приводится некоторая информация о практической реализации численного моделирования волн напряжений в сложных деформируемых объектах.

Для решения краевой задачи используется метод конечных элементов в перемещениях. Задачи решаются методом сквозного счета, без выделения разрывов (однородный алгоритм).

3. О распространении волн от ударных воздействий

Одной из главных задач обеспечивающих безопасность защитных сооружений является определение волновых напряжений в сооружении.

Различные вопросы в области моделирования волн напряжений, теории упругости, приведены в следующих работах [1–20].

В работе определяются нестационарные волны напряжений защитного сооружения с основанием от ударных воздействий. Для решения поставленной задачи используются математические модели и методы волновой механики деформируемых сред.

Для обеспечения безопасности защитных сооружений при ударных воздействиях от лавины назрела необходимость применять различные технические средства, которые могли помочь управлять напряженным состоянием.

Для прогноза безопасности защитных сооружений от ударной волны лавины применяется численное моделирование.

Решена задача о воздействии упругой ударной волны от лавины на защитное сооружение без полости. Ударное воздействие моделируется в виде трапеции. Исследуемая расчетная область имеет 21624 узловых точек. Решается система уравнений из 86496 неизвестных. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около защитного сооружения без полости. Растягивающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_k = 0,196$. Сжимающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_k = -0,442$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,133$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,402$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное

значение $\bar{\sigma}_y = 0,026$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -0,031$. Растягивающее упругое касательное напряжение $\bar{\tau}_{xy}$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\tau}_{xy} = 0,051$. Сжимающее упругое касательное напряжение $\bar{\tau}_{xy}$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\tau}_{xy} = -0,051$.

Решена задача о воздействии упругой ударной волны от лавины на защитное сооружение с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к пяти). Исследуемая расчетная область имеет 21624 узловых точек. Решается система уравнений из 86496 неизвестных. Рассматриваются некоторые точки на свободной поверхности упругой полуплоскости. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,55 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 2,63 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,53 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пяти, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 2,91 раза.

Решена задача о воздействии упругой ударной волны от лавины на защитное сооружение с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к десяти). Исследуемая расчетная область имеет 21624 узловых точек. Решается система уравнений из 86496 неизвестных. Рассматриваются некоторые точки на свободной поверхности упругой полуплоскости. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 1,87 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 4,05 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 1,73 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к десяти, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 4,62 раза.

Решена задача о воздействии упругой ударной волны от лавины на защитное сооружение с полостью в виде прямоугольника (соотношение ширины к высоте один к пятнадцати). Исследуемая расчетная область имеет 21624 узловых точек. Решается система уравнений из 86496 неизвестных. Рассматриваются некоторые точки на свободной поверхности упругой полуплоскости. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого растягивающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 2,23 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого сжимающего контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в 6,14 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого растягивающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 2,01 раза. Полость, с соотношением ширины к высоте один к пятнадцати, уменьшает величину упругого сжимающего нормального напряжения $\bar{\sigma}_x$ в 7,18 раз.

Полученные результаты можно оценить как первое приближение к решению сложной комплексной задачи, о применении полостей для увеличения безопасности окружающей среды при воздействии упругой ударной волны от лавины на защитное сооружение, с помощью численного моделирования волновых уравнений теории упругости.

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за внимание к работе.

4. Выводы

1. Приводится анализ численного моделирования безопасности окружающей среды при волновых ударных воздействиях от лавины.
2. Показано, что применение полостей уменьшает величину напряжений в предполагаемом сооружении при ударных воздействиях от лавины.

Литература

1. *Кольский Г.* Волны напряжений в твердых телах. – М.: Иностранная литература, 1955. – 192 с.
2. *Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А.* Дифракция упругих волн. – Киев: Наукова думка, 1978. – 308 с.
3. *Мусаев В.К.* Решение задачи дифракции и распространения упругих волн методом конечных элементов // *Строительная механика и расчет сооружений.* – 1990. – № 4. – С. 74–78.
4. *Musayev V.K.* Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // *Proceedings of the second International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics.* – Sent Louis: University of Missouri-Rolla, 1991. – V. 3. – P. 87–97.
5. *Musayev V.K.* Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // *Proceedings of the second International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics.* – Sent Louis: University of Missouri-Rolla, 1991. – V. 3. – P. 87–97.
6. *Мусаев В.К.* Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика.* – 1997. – № 1. – С. 87–110.
7. *Musayev V.K.* Problem of the building and the base interaction under seismic loads // *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering.* 2741. – Auckland: University of Canterbury, 2000. – P. 1–6.
8. *Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В.* Волны в сплошных средах. – М.: Физматлит, 2004. – 472 с.
9. *Мусаев В.К.* Обращение к специалистам в области комплексной безопасности // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности.* – 2005. – № 1. – С. 5.
10. *Мусаев В.К., Жидков Е.П., Севастьянов Л.А.* Аналитические методы теоретической физики в задачах моделирования катастроф // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности.* – 2005. – № 1. – С. 6–8.
11. *Мусаев В.К., Жидков Е.П., Севастьянов Л.А.* Вычислительные методы теоретической физики в задачах моделирования катастроф // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности.* – 2005. – № 1. – С. 9–12.
12. *Мусаев В.К.* О некоторых фундаментальных проблемах комплексной безопасности // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности.* – 2005. – № 2. – С. 5.
13. *Мусаев В.К.* Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности.* – 2007. – № 3. – С. 48–60.

14. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
15. Мусаев В.К. Моделирование волн напряжений в сложных областях с помощью метода вычислительной механики // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 44–52.
16. Мусаев В.К. Вычислительный эксперимент в задачах моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 138–149.
17. Ситник С.В., Сазонов К.Б., Шиянов С.М., Куранцов В.В., Кормилицин А.И. Моделирование волнового напряженного состояния в объектах сложной формы с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XIII. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2011. – С. 262–268.
18. Ситник С.В., Куранцов В.В., Ситник В.Г., Савичев В.А., Денисюк Д.А. Численное моделирование нестационарного волнового напряженного состояния в деформируемых объектах сложной формы с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 478–481.
19. Ситник С.В., Савичев В.А., Акатьев С.В., Акатьев Д.В., Суцев Т.С. Достоверность результатов численного метода Мусаева В.К. в перемещениях при моделировании отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде дельта функции от свободной поверхности // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 482–485.
20. Мусаев В.К. Математическое моделирование системы «сооружение-окружающая среда» на ударные, взрывные и сейсмические воздействия // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2013. – С. 197–200.

MODELING THE SAFETY OF THE ENVIRONMENT FROM THE IMPACTS OF AVALANCHES, USING OF THE NUMERICAL METHOD MUSAYEV V.K. IN DISPLACEMENTS

Sushchov T.S., Yuzbekov N.S., Sitnik S.V., Kotov O.N., Kurantsov O.V.

Peoples' Friendship University of Russia, musayev-vk@yandex.ru

For the prediction of safety of protective constructions of a shock avalanches applied numerical simulation. It is shown that application of cavities reduces stress value in the estimated construction in shock impacts from the storm.

Key words: numerical simulation, hardware, security, construction, shock, a wave of voltages, environment, vertical cavity, bearing capacity.

СРАВНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА

Шарапова А.А.

Российский университет дружбы народов, *asharapovarudn@gmail.com*

В данной работе сравниваются некоторые методы решения уравнения эйконала.

Ключевые слова: численные методы, геометрическая оптика, уравнение эйконала.

Введение

Целью данной работы является сравнение некоторых методов решения уравнения эйконала в контексте задачи о моделировании линзы Люнеберга из кубиков. Решается подзадача определения расстояния от заданной точки до границы сложной формы. Составление полной модели, однако, выходит за рамки данной работы. Рассматриваются такие методы, как метод характеристик, *fast sweeping method* и метод замены переменных.

Линза Люнеберга и ее применение

Линзой Люнеберга называется сферическая либо цилиндрическая линза из неоднородного диэлектрика, коэффициент преломления в которой определяется как следующая функция от расстояния до ее центра.

$$n = \sqrt{2 - \frac{r^2}{R^2}} \quad (1)$$

Где R - радиус сферы, r – расстояние до центра [1]. Особенностью данной линзы является способность собирать параллельный пучок лучей, исходящий из точки в бесконечности, в точку на поверхности линзы. Несмотря на то, что данная конструкция известна давно, изготовление таких линз является технологически сложным, а затраты на производство материалов с непрерывно изменяющимся коэффициентом преломления подчас оказываются слишком высоки. Благодаря тому, что линза Люнеберга допускает качание диафрагмы направленности в широком спектре углов и большой эффективной площади рассеивания, она вызывает закономерный интерес. Данная линза используется в качестве антенн и радиолокационных отражателей, которые находят применение во многих военных и гражданских сферах. В связи с этим встает задача нахождения способов упрощения изготовления такой линзы.

Одним из вариантов является изготовление линзы из небольших кубиков с разнообразными коэффициентами преломления. Следует заметить, что фокусирующее свойство идеальной линзы Люнеберга для случая линзы из дискретных частей может не сохраняться. Определить оптические пути лучей сквозь линзу можно как исходя из чистой геометрии, как это было сделано в [1], так и другими способами, одним из которых является решение уравнения эйконала. В самом деле, в настоящее время все большее внимание уделяется методам решения геометрических задач основанные на решении дифференциальных уравнений с краевыми условиями [4].

Некоторые численные методы решения уравнения эйконала

Уравнение эйконала

$$(\text{grad}\varphi)^2 = \frac{1}{v^2(x, y)} \quad (2)$$

определяет оптическую длину пути луча от излучающей точки на границе до некоторой точки пространства [4]. Положив граничные условия $\varphi(x_0, y_0) = 0$, где x_0, y_0 — координаты точки возмущения, получим дифференциальное уравнение с краевым условием, в котором φ имеет смысл расстояния между двумя точками.

Помимо геометрической оптики, уравнение эйконала применяется также в акустике, электронике, геофизике и так далее.

Существует достаточно большое количество численных методов решения уравнения эйконала. Это связано с тем, что количество явных решений этого уравнения достаточно мало.

Метод характеристик предложен в [2]. Суть его состоит в преобразовании уравнения эйконала к системе ОДУ первого порядка (3) при помощи замены и затем метода характеристик.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = p_1 \frac{1}{b^2} & \frac{dy}{dt} = p_2 \frac{1}{b^2} \\ \frac{dp_1}{dt} = \frac{b_x}{b} & \frac{dp_2}{dt} = \frac{b_y}{b} \\ (x, y)|_{t=0} = (x_0, y_0) & p|_{t=0} = b(x_0, y_0)v^0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{Здесь } b(x, y) = 1/v(x, y) \text{ и } p = (p_1, p_2) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right).$$

Полученную систему можно решить любым подходящим численным методом, например методом Рунге-Кутты как это и предложено в [2]. В результате находится пара характеристик характеризующих луч.

Fast sweeping method метод подробно рассмотрен в [3].

$$\begin{aligned} & \left[\left(\phi_{i,j} - \phi_{x\min} \right)^+ \right]^2 + \left[\left(\phi_{i,j} - \phi_{y\min} \right)^+ \right]^2 = \frac{1}{v^2} h \\ & \phi_{x\min} = \min(\phi_{i-1,j}, \phi_{i+1,j}) \quad \phi_{y\min} = \min(\phi_{i,j-1}, \phi_{i,j+1}) \end{aligned} \quad (4)$$

Этот метод использует противопоточную разностную схему Годунова (4) для дискретизации системы на сетке и модифицированный метод Гаусса-Зейделя для ее решения.

Метод замены переменных, как следует из названия, подразумевает замену искомого переменного. Это делается для того, чтобы избежать бесконечного возрастания функции φ в случае, когда область не ограничена стенками со всех сторон. В [4] предлагается следующая замена:

$$L = Ae^{k\varphi} \quad (5)$$

После расчетов производится обратная замена.

Выводы

Рассмотрены численные методы решения уравнения эйконала. Изучена литература по теме.

Литература

1. Каценеленбаум Б. З., Голубятников А. В. Линза Лüneберга из кубиков. Геометрооптический расчет.-*Письма в ЖТФ*.-1998.-Т.24. №15-С. 69-72
2. Кабанихин С. И., Криворотько О.И. Численное решение уравнения эйконала. - *Сибирские электронные математические известия*.-2013.- Т.10.С.28-34
3. Zhao H. A fast sweeping method for eikonal equations.-*Mathematics of computation* - 2004.-Т 74. №250.С.603-627
4. Иванов Д. И., Иванов И. Э., Крюков И.А. Алгоритмы приближенного решения некоторых задач прикладной геометрии, основанные на уравнении типа Гамильтона-Якоби.-*Журнал вычислительной математики и математической физики*.-2005.-Т.45 №8 -С.1345-1358

CAMPARISON OF SEVERAL NUMERICAL METHODS FOR SOLVING EIKONAL EQUATIONS

Sharapova A.A.

Peoples' Friendship University of Russia, asharpova@gmail.com

In this paper several numerical methods of solving eikonal equations are compared.

Key words: numerical methods, geometrical optics, eikonal equation

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Шестаков А.А., Дружинина О.В.

*Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), aa-shestakov@yandex.ru
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ovdruzch@mail.ru*

На основе сочетания методов теории устойчивости движения и методов дифференциальной геометрии получены условия устойчивости математических моделей динамических систем. Даны признаки статической устойчивости траекторий голономных консервативных систем. Охарактеризована взаимосвязь между статической и кинематической устойчивостью.

Ключевые слова: динамическая модель, устойчивость движения, тензорное уравнение для компонент возмущенного вектора, риманова кривизна.

Введение

В работе рассмотрена статическая устойчивость движения при $t \rightarrow +\infty$ и даны признаки статической устойчивости при $t \rightarrow +\infty$ голономной консервативной системы. Полученные результаты являются развитием исследований У. Томсона и П. Тета [1], Н.Е. Жуковского [2], Т. Леви-Чивита [3], Дж. Синджа [4] и А.А. Шестакова и О.В. Дружининой [5–8], К. Пака [9].

Рассмотренные в работе виды устойчивости относятся к типу сильной орбитальной устойчивости, которая соответствует устойчивости в смысле Н.Е. Жуковского. В настоящее время теория устойчивости по Жуковскому траекторий является интенсивно развивающимся направлением, имеющим свои специфические особенности по сравнению с теорией устойчивости по Ляпунову (см. библиографию в [5, 6]). В частности, асимптотически устойчивые по Ляпунову и асимптотически устойчивые по Жуковскому траектории динамической системы, описываемой многомерным дифференциальным уравнением, имеют различный предельный (финальный) режим при неограниченном возрастании времени. Кроме того, изучение устойчивости по Жуковскому актуально при анализе хаотического поведения детерминированных динамических систем.

Обозначения и определения

Введем обозначения и терминологию:

- 1) \mathcal{R}_k – конфигурационное риманово пространство размерности k ;
- 2) x^σ – контравариантный бесконечно малый вектор смещения относительно линейного элемента действия при консервативных возмущениях и при изометрическом соответствии точек возмущенной и невозмущенной траекторий;
- 3) $\dot{x}^\sigma(x^\sigma)$ – производная контравариантного вектора x^σ по времени t (по параметру s);
- 4) x – модуль контравариантного вектора x^σ ;
- 5) \bar{x}^σ – контравариантная производная контравариантного вектора x^σ вдоль кривой, то есть $\bar{x}^\sigma :: x^\sigma + \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \alpha\beta \end{matrix} \right\} x^\alpha x^\beta$;
- 6) \hat{x}^σ – контравариантная производная по времени функции x^σ от времени вдоль траектории, т.е. $\hat{x}^\sigma :: \dot{x}^\sigma + \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \alpha\beta \end{matrix} \right\} x^\alpha \dot{x}^\beta$;
- 7) $e_{(i)}$ – единичный вектор i -ой нормали, $i = 1, \dots, k$, где k – число степеней свободы.

Рассматривается голономная консервативная система с кинетической энергией $T = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta$ и потенциальной энергией $\Pi = \Pi(q^1, \dots, q^k)$. Тензор $g_{\alpha\beta}$ позволяет ввести инвариантный линейный элемент действия в конфигурационном q -пространстве \mathcal{R}_k , в котором координатами изображающей точки являются k обобщенных координат q^α , следующим образом: $ds^2 = (E - \Pi) g_{\alpha\beta} dq^\alpha dq^\beta$. Механическая система представляется точкой в пространстве \mathcal{R}_k^* , в котором задан линейный элемент действия. Движение $q^\sigma = q^\sigma(t)$ определяет кривую в пространстве и в каждой точке кривой – контравариантный вектор скорости $v^\sigma = \dot{q}^\sigma$, который можно записать в виде $v^\sigma = v_{(0)}^\sigma$, где $e_{(0)}^\sigma = dq^\sigma / ds$ – единичный вектор касательно к кривой. Ковариантное ускорение выражается формулой $a_i = g_{i\sigma} a^\sigma = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^i} - \frac{\partial T}{\partial q^i}$. Лагранжевы уравнения движения имеют вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^i} - \frac{\partial T}{\partial q^i} = Q_i,$$

где Q_i – обобщенная сила.

Пусть x^α – бесконечно малый вектор, проведенный из точки M невозмущенной траектории C к соответственной точке \bar{M} возмущенной траектории \hat{C} . Если O и \bar{O} – фиксированные соответственные точки двух траекторий и если $OM = s$, $\bar{O}\bar{M} = \bar{s}$, то примем закон соответствия $s = \bar{s}$. Следовательно, уравнения траектории \hat{C} можно записать в виде

$$r^{\sigma'} + \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \alpha\beta \end{matrix} \right\} r^{\alpha'} r^{\beta'} = 0, \quad (1)$$

где $r^\sigma = q^\sigma + x^\sigma$ и штрих означает производную по s .

Движение q^σ в конфигурационном пространстве \mathcal{R}_k называется статически устойчивым при $t \rightarrow +\infty$ по Синджу, если для любого числа $\varepsilon > 0$ существует число $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ такое, что имеет место

$$x^\sigma(s_0) < \delta \Rightarrow x^\sigma(s) < \varepsilon \quad \forall s \geq s_0.$$

В противном случае движение q^σ называется статически неустойчивым при $t \rightarrow +\infty$ по Синджу.

Тензорные уравнения для компонент возмущенного вектора и критерии устойчивости

С помощью геодезического уравнения траектории C получены дифференциальные уравнения для вектора возмущения x^σ вида

$$\bar{\bar{x}}^\sigma + G_{\alpha\mu\beta} x^\mu q^{\alpha'} q^{\beta'} = 0, \quad (2)$$

или в ковариантной форме

$$g_{\alpha\mu} \bar{\bar{x}}^\mu + G_{\alpha\mu\beta} q^{\alpha'} x^\mu q^{\beta'} = 0, \quad (3)$$

где $g_{\alpha\beta}$ – фундаментальный тензор для линейного элемента действия, $G_{\alpha\mu\beta}$ – тензор кривизны [4].

Уравнения (2) и (3) являются тензорными уравнениями для компонент возмущенного вектора x^σ (относительно линейного элемента действия). Пусть u^σ – единичный вектор, коллинеарный возмущенному вектору x^σ . Умножая (3) на u^σ и суммируя, получим уравнение:

$$x^\sigma + x(G_{\sigma\beta\alpha}u^\alpha q^\beta u^\mu q^\sigma - \bar{u}^2) = 0,$$

являющееся инвариантным уравнением для длины возмущенного вектора относительно метрики $ds^2 = (E - \Pi)g_{\sigma\beta}dq^\sigma dq^\beta$. Будем считать, что начальные точки O и \bar{O} выбраны так, что \overline{OO} ортогонален траектории C . Тогда и \overline{MM} будет ортогонален траектории C , что означает ортогональность u^σ и q^σ . Поэтому имеем $g_{\sigma\beta}u^\sigma q^\beta = 0$. Тогда $G_{\sigma\beta\alpha}u^\alpha q^\beta u^\mu q^\sigma$ есть риманова кривизна многообразия конфигураций, соответствующая элементу, определенному с помощью u^σ и направления траектории C . Описанный подход аналогичен подходу, базирующемуся на использовании ортогональной (нормальной) параметризации траекторий динамической системы, описываемой конечномерным нелинейным дифференциальным уравнением [6].

Установлено, что если риманова кривизна многообразия конфигураций, соответствующая двумерному элементу, содержащему направление траектории невозмущенного движения, отрицательна или равна нулю для всех точек траектории, то невозмущенное движение $q^\sigma(s)$ статически неустойчиво при $t \rightarrow +\infty$.

Пусть $e_{(0)}^\sigma$ – единичный вектор касательной к невозмущенной траектории C , $e_{(1)}^\sigma, e_{(2)}^\sigma, \dots, e_{(k-1)}^\sigma$ – совокупность взаимно ортогональных единичных векторов, перпендикулярных вектору $e_{(0)}^\sigma$ и перенесенных параллельно вдоль кривой C (в смысле Леви-Чивита). Возмущенный вектор может быть записан в виде

$$x^\sigma = x_{(1)}e_{(1)}^\sigma + x_{(2)}e_{(2)}^\sigma + \dots + x_{(k-1)}e_{(k-1)}^\sigma.$$

Нетрудно показать, что дифференциальные уравнения для определения величины $x_{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, k-1$, имеют вид

$$x_{(i)}'' + \sum_{j=1}^{k-1} K_{(i,j)}x_{(j)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k-1), \quad (4)$$

где $K_{(i,j)} := G_{\sigma\beta\alpha}e_{(i)}^\alpha e_{(j)}^\beta e_{(i)}^\mu e_{(j)}^\sigma$ ($i, j = 0, 1, \dots, k-1$).

Предложены следующие условия устойчивости.

1. Для того чтобы движение голономной консервативной системы было статически устойчивым при $t \rightarrow +\infty$, необходимо и достаточно, чтобы нулевое решение $x(1) = x(2) = \dots = x(k-1) = 0$ дифференциальной системы (4) было кинематически устойчиво.

2. Пусть коэффициенты в уравнении (4) постоянны и движение голономной консервативной системы является установившимся, т.е. вдоль траектории движения все величины $K_{(i,j)}$, $i, j = 1, \dots, k-1$ постоянны. Тогда установившееся движение статически устойчиво при $t \rightarrow +\infty$ тогда и только тогда, когда риманова кривизна многообразия конфигураций, соответствующая каждому двумерному элементу, содержащему касательную к невозмущенной траектории, положительна.

Отдельно рассмотрены двумерный и трехмерный случаи.

Пусть $k = 2$. Движение голономной консервативной системы статически устойчиво при $t \rightarrow +\infty$, если гауссова кривизна многообразия конфигураций положительна для всех точек траектории движения, и статически неустойчиво при $t \rightarrow +\infty$, если она отрицательна или равна нулю для всех точек траектории движения.

Пусть $k = 3$. Для того чтобы движение голономной консервативной системы было статически устойчиво при $t \rightarrow +\infty$, необходимо и достаточно, чтобы решение $x(1) = x(2) = 0$ системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} x_{(1)}'' + K_{(1,1)}x_{(1)} + K_{(1,2)}x_{(2)} &= 0, \\ x_{(2)}'' + K_{(2,2)}x_{(2)} + K_{(1,2)}x_{(1)} &= 0, \end{aligned}$$

где $x^\sigma = x_{(1)}e_{(1)}^\sigma + x_{(2)}e_{(2)}^\sigma$ – разложение вектора возмущения вдоль нормалей, а касательная компонента $x(0)$ равна нулю, было кинематически устойчивым при $t \rightarrow +\infty$.

Для того чтобы установившееся движение голономной консервативной системы было статически устойчивым при $t \rightarrow +\infty$, необходимо и достаточно выполнение неравенств $K_{(1,1)} + K_{(2,2)} > 0$, $K_{(1,1)}K_{(2,2)} > (K_{(1,2)})^2$.

Рассмотрен иллюстрирующий пример движения на плоскости частицы единичной массы, где $ds^2 = (E - \Pi)(dx^2 + dy^2)$, E – полная энергия, Π – потенциальная энергия, (x, y) – декартовы координаты. Гауссова кривизна определяется формулой

$$K = \frac{1}{2}(E - \Pi)^{-3} \times \left\{ (E - \Pi) \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial y} \right)^2 \right\}.$$

Так как $(E - \Pi) > 0$ для всех точек невозмущенной траектории C , то невозмущенное движение частицы единичной массы статически устойчиво при $t \rightarrow +\infty$ (статически неустойчиво при $t \rightarrow +\infty$), если величина

$$(E - \Pi) \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial y} \right)^2$$

положительна (отрицательна или равна нулю) для всех точек траектории C невозмущенного движения.

Замечания исторического характера

Важно отметить, что К. Якоби [10] и У. Томсон – П. Тет [1] в задаче движения точки по гладкой поверхности без внешних сил рассмотрели дифференциальное уравнение первого приближения (называемое часто «уравнением Якоби») для определения невозмущенной геодетики. В этом уравнении, имеющем вид $d^2 y / ds^2 + \theta y = 0$, искомой функцией y является смещение по нормали, независимой переменной – длина дуги вдоль невозмущенной геодетики. Коэффициент θ (гауссова кривизна поверхности) является функцией точки $(s, 0)$ невозмущенной геодетики C . Если вдоль невозмущенной геодетики величина θ постоянна и положительна, то имеет место статическая устойчивость при $t \rightarrow +\infty$ по Синджу невозмущенной геодетики C . Развитие идей Дж. Синджа и применение к анализу несобственных колебаний даны в [9].

У. Томсон – П. Тет [1] исследовали статическую устойчивость при $t \rightarrow +\infty$ под названием «кинематическая устойчивость» и рассмотрели дифференциальное уравнение смежной возмущенной траектории $d^2 y / ds^2 + 2\theta dy / dx + \theta_2 y = 0$, где θ_i – некоторые функции точки $(x, 0)$ невозмущенной траектории C .

Н.Е. Жуковский [2] продолжил исследования К. Якоби и У. Томсона – П. Тета и создал основы теории устойчивости траектории под названием «прочность движения».

В монографиях [5, 6] понятие статической устойчивости при $t \rightarrow +\infty$ по Синджу при изоэнергетических возмущениях названо «устойчивостью по Жуковскому». В [5, 6] представлен современный подход к исследованию устойчивости в смысле Жуковского и даны развитие и модификации первого и второго методов А.М. Ляпунова для анализа устойчивости по Н.Е. Жуковскому.

Выводы

Рассмотренный в работе подход базируется на сочетании методов теории устойчивости движения и методов дифференциальной геометрии с применением ортогональной параметризации траекторий. Сформулированные в настоящей работе условия устойчивости и неустойчивости могут быть использованы при изучении устойчивости математических моделей динамических систем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-08-00710).

Литература

1. Thomson W., Tait P. Treatise on natural philosophy. London: MacMillan and Co., 1867. (Пер. с англ. Томсон У., Тэйт П. Трактат по натуральной философии. В 2-х ч. Москва-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2010).
2. Жуковский Н.Е. О прочности движения // Ученые записки Московского университета. Отд. физ.-мат. 1882. Вып. 4. С. 1-104.
3. Levi-Civita T. Rend. Circolo math. Palermo. 1917. V. 42. P. 173-205.
4. Synge J.L. On the geometry of dynamics // Phil. Trans. Roy. Soc. London, ser. A. 1926. V. 226. P. 31-106.
5. Дружинина О.В., Шестаков А.А. Прочность движения механических систем. М.: РУДН, 1996.
6. Дружинина О.В. Устойчивость и стабилизация по Жуковскому динамических систем. М: URSS, 2013.
7. Дружинина О.В., Шестаков А.А. Необходимые и достаточные условия существования автоколебаний в конечномерной непрерывной динамической системе // ДАН. 2008. Т. 418. № 1. С. 37-41.
8. Шестаков А.А., Дружинина О.В. Финальные свойства асимптотически прочных и фазово асимптотически устойчивых траекторий и конечномерных динамических потоков // Изв. РАЕН. Дифференц. уравнения. 2006. № 11. С. 251-255.
9. Pak C.H. Synge's concept of stability applied to nonlinear normal mode // Non-Linear Mechanics. 2006. V. 41. № 5. P. 657-664.
10. Якоби К. Лекции по динамике. М.–Л.: ОНТИ НКТП, 1936.

STABILITY ANALYSIS OF DYNAMICAL MODELS BY THE AID OF DIFFERENTIAL GEOMETRY METHODS

Shestakov A.A., Druzhinina O.V.

*Moscow State University of Railway Transport (MIIT), aa-shestakov@yandex.ru
Dorodnicyn Computing Center of RAS, ovdruz@mail.ru*

Stability conditions of mathematical models of dynamical systems are obtained on the basis of combination of stability theory methods and differential geometry methods. Conditions of static stability of trajectories of holonomic conservative systems. Interrelation between static stability and kinematic stability in the sense of G. Synge is shown.

Key words: dynamical model, stability of motion, tensor equation for perturbed vector, Riemannian curvature.

Авторский указатель**L**

Lyubin P. G. 260

T

Torosyan Sh. G. 161

A

Абаев П. О. 62, 65
Алешина К. М. 200
Аль-Джанаби С. А. 176, 179
Аль-Натор М. С. 179, 182
Аль-Натор С. В. 179, 182
Амирханов И. В. 185, 188
Артемьев Е. А. 68

Б

Баатар О. 192
Балашов Н. А. 168
Баранов А. В. 168
Баранова Е. А. 190
Башарин Г. П. 8
Бегишев В. О. 17
Берсенеv Г. Б. 71
Бесчастный В. А. 62
Бизулу Ф. Э. 192
Блинов А. И. 113, 281
Боковой А. В. 116
Болотова Г. О. 88
Бородакий В. Ю. 11
Бочкарев В. В. 195
Бутурлин И. А. 14, 17
Буурулдай А. Э. 198

В

Васильев И. Ю. 79
Васильев С. А. 200, 202, 203, 281
Васильев Ю. О. 242
Васильева И. И. 205
Вловин Я. О. 209, 282
Велива Т. Р. 212
Вихрова О. Г. 74
Вишневский В. М. 77

Г

Гайдамака Ю. В. 79
Гансух Д. 192
Геворкян М. Н. 171, 218
Гудкова И. А. 11
Гулина К. И. 158

Д

Дашицыренов Г. Д. 215

Дедова Е. В. 42
Демидова А. В. 218
Денисенков А. Н. 221
Джура М. Е. 119
Диваков Д. В. 225
Дружинина О. В. 228, 292

Е

Евлахов С. А. 232
Ершов Н. М. 273
Ефрина Е. Г. 233

Ж

Жуков В. В. 128

З

Закирова Р. И. 83
Занг Н. К. Т. 121
Зарипова Э. Р. 86, 88
Зарядов И. С. 255
Захарова А. А. 131
Зверкина Г. А. 20
Змеев Д. О. 91
Зорин А. В. 236
Зуев М. И. 173
Зюбина М. В. 221

И

Иванов В. И. 94, 97
Иванов Е. С. 125
Иванова А. И. 39
Иващенко Е. А. 101
Игонина Е. В. 262
Исембергенова Ф. С. 202

К

Каменская М. А. 134
Канзитдинов С. К. 202
Климанов С. Г. 252
Климачкова Т. С. 239
Козлов Г. Е. 242
Комиссарова А. Г. 137
Королькова А. В. 171
Коротков С. В. 17
Короткова Е. В. 17
Коршок Е. О. 200
Котов О. Н. 285
Котоков М. М. 245
Кочанова М. А. 248
Крылов С. В. 200
Крянев А. В. 195, 252

Кузнецов А. С. 158
 Кузнецов Е. А. 140
 Кузнецова А. В. 147
 Кузнецова Л. В. 255
 Кулябов Д. С. 171
 Кунак Е. С. 182
 Куранцов О. В. 285
 Кутовский Н. А. 168
 Кушхов Х. А. 27

Л

Литвяков Е. В. 257

М

Майкл А. Н. 192
 Маркова Е. В. 11, 24, 27
 Мартикайнен О. Е. 36
 Масина О. Н. 228, 262
 Масленников А. Г. 30
 Масловская Н. Д. 11, 33
 Матвеев М. А. 173
 Миронова М. О. 203
 Миронова Р. О. 203
 Михалкин Д. В. 83
 Мокров Е. В. 48
 Молодченков А. И. 143
 Мулкиджан А. С. 239
 Мусаев В. К. 266

Н

Назаров А. А. 91
 Наумов В. А. 36
 Новикова Г. М. 128, 131, 147
 Новикова Д. С. 150

О

Овчаренко Р. И. 153
 Острикова Д. Ю. 39, 50

П

Павлоцкий О. Э. 53
 Павлюкова А. В. 155
 Петров Ю. А. 104
 Петрова В. А. 173
 Петрова Ю. Н. 203
 Пинегин А. А. 252
 Погосян А. С. 270
 Полуян С. В. 273
 Пономаренко Е. Ю. 209, 276
 Протасова К. В. 33

Р

Ромашкова О. Н. 42
 Руденкова Ю. С. 143

Русина Н. В. 8
 Рыжов А. А. 252

С

Сажин П. С. 137
 Салтымакова К. Э. 68
 Самуйлов А. К. 45
 Самуйлов К. Е. 48, 50
 Саркар Н. Р. 185, 188
 Сархадов И. 185, 188
 Севастьянов А. Е. 39
 Севастьянов А. Л. 278
 Севастьянов Л. А. 248, 281
 Семенов Р. Н. 168
 Семенова О. В. 77
 Сибелев Н. С. 276, 282
 Синицын Н. Ю. 71
 Ситник В. Г. 221
 Ситник С. В. 285
 Смагин П. В. 101
 Соколова Ю. С. 158
 Стадник А. В. 137, 158
 Сучилова М. А. 65
 Сушев Т. С. 221, 285

Т

Таланова М. О. 53, 56, 59
 Тарасенко А. А. 221
 Тухлиев З. К. 185, 188
 Тюптонник А. А. 278

У

Удумян Д. К. 252

Ф

Фам Т. К. 71
 Фомин М. Б. 140

Х

Ханбикова Д. Т. 195
 Храмоин И. В. 134

Ч

Червякова К. А. 165
 Черникова Я. Е. 107

Ш

Шарапова А. А. 289
 Шарипов З. А. 185, 188
 Шевякова К. А. 33
 Шестаков А. А. 292
 Шестакова А. А. 110
 Шорохов С. Г. 190

Шуббар Х. Х. Д. 176, 179

Щ

Щербакова А. Е. 56

Э

Этезов Ш. А. 59

Ю

Юзбеков Н. С. 285

Научное издание

**ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

Материалы

Всероссийской конференции с международным участием

Москва, РУДН, 22–25 апреля 2014 года

Издание подготовлено в авторской редакции

Технический редактор *Н. А. Ясько*
Компьютерная вёрстка *А. В. Королькова, Д. С. Кулябов*
Дизайн обложки *М. В. Рогова*

Подписано в печать 2.04.2014 г. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс
Усл. печ. л. 17,44. Тираж 150 экз. Заказ 311.

Российский университет дружбы народов
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

Типография РУДН
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. 952-04-41