

**ИНФОРМАЦИОННО-
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

**Материалы
Всероссийской конференции
с международным участием**

Москва, РУДН, 18–22 апреля 2016 года

УДК 004:007(063)

ББК 32.81

И74

Организатор конференции: Российский университет дружбы народов

Соорганизаторы конференции:

Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ)

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Лаборатория информационных технологий Объединенного института ядерных исследований (ЛИТ ОИЯИ)

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)

Программный комитет: Самуйлов К. Е., д.т.н., проф., РУДН — председатель программного комитета; Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН — сопредседатель программного комитета; Толмачев И. Л., к.ф.-м.н., проф., РУДН — сопредседатель программного комитета; Гудкова И. А., к.ф.-м.н., доцент, РУДН — секретарь программного комитета; Андреев С. Д., к.т.н., РУДН, Tampere University of Technology, г. Тампере, Финляндия; Башарин Г. П., д.т.н., проф., РУДН; Боголюбов А. Н., д.ф.-м.н., проф., МГУ; Винницкий С. И., д.ф.-м.н., проф., ЛПФ ОИЯИ; Вишневский В. М., д.т.н., проф., ИПУ РАН; Гайдамака Ю. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Гнатич М. М., проф., Pavol Jozef Šafárik University in Košice, Словакия; Гольдштейн Б. С., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Горшенин А. К., к.ф.-м.н., доцент, ФИЦ ИУ РАН; Дружинина О. В., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Ефимушкин В. А., к.ф.-м.н., доцент, ОАО «Интеллект Телеком»; Ибрагимов Б. Г., д.т.н., проф., Азербайджанский технический университет (АзГУ), г. Баку, Азербайджан; Кореньков В. В., д.т.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Крынев А. В., д.ф.-м.н., проф., НИЯУ «МИФИ»; Кулябов Д. С., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Кучерявый А. Е., д.т.н., проф., СПб ГУТ; Кучерявый Е. А., к.т.н., проф., НИУ ВШЭ, Tampere University of Technology, г. Тампере, Финляндия; Ланев Е. Б., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Мартикайнен О. Е., проф., Service Innovation Research Institute, г. Хельсинки, Финляндия; Назаров А. А., д.т.н., проф., ТГУ; Наумов В. А., проф., Service Innovation Research Institute, г. Хельсинки, Финляндия; Осипов Г. С., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Пузынин И. В., д.ф.-м.н., проф., ЛИТ ОИЯИ; Пшеничников А. П., к.т.н., проф., МТУСИ; Ромашкова О. Н., д.т.н., проф., МГПУ; Севастьянов А. Л., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Степанов С. Н., д.т.н., проф., МТУСИ; Стрельцова О. И., к.ф.-м.н., с.н.с., ЛИТ ОИЯИ; Сущенко С. П., д.т.н., проф., ТГУ; Хачумов В. М., д.т.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Цирулев А. Н., д.ф.-м.н., проф., ТвГУ; Цитович И. И., д.ф.-м.н., доцент, ИППИ РАН; Шоргин С. Я., д.ф.-м.н., проф., ФИЦ ИУ РАН; Щетинин Е. Ю., д.ф.-м.н., проф., СТАНКИН.

Оргкомитет:

Председатель: Самуйлов К. Е., д.т.н., профессор, РУДН.

Сопредседатели: Севастьянов Л. А., д.ф.-м.н., проф., РУДН; Толмачёв И. Л., к.ф.-м.н., профессор, РУДН.

Секретарь: Диваков Д. В., РУДН.

Члены оргкомитета: Гудкова И. А., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Никитина Е. В., к.х.н., зам. декана по науке, РУДН; Королькова А. В., к.ф.-м.н., доцент, РУДН; Соченков И. В., к.ф.-м.н., РУДН; Демидова А. В., к.ф.-м.н., РУДН; Острикова Д. Ю., РУДН; Таланова М. О., РУДН; Тютюнник А. А., РУДН.

Секции:

Теория телеграфика и ее применения

Сопредседатели: д.т.н., проф. Башарин Г. П. (РУДН), к.т.н., проф. Пшеничников А. П. (МТУСИ), к.ф.-м.н. доцент Гудкова И. А. (РУДН).

Секретарь: Острикова Д. Ю. (РУДН).

Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура

Сопредседатели: д.т.н., проф. Самуйлов К. Е. (РУДН), д.т.н., проф. Вишневский В. М. (ИПУ РАН), к.ф.-м.н., доцент Гайдамака Ю. В. (РУДН).

Секретарь: Таланова М. О. (РУДН).

Прикладные информационные системы

Сопредседатели: д.ф.-м.н., проф. Осипов Г. С. (ФИЦ ИУ РАН), проф. Толмачев И. Л. (РУДН).

Секретарь: к.ф.-м.н. Соченков И. В. (РУДН).

Высокопроизводительные технологии распределенных вычислений

Сопредседатели: д.т.н., проф. Кореньков В. В. (ЛИТ ОИЯИ), к.ф.-м.н., доцент Кулябов Д. С. (РУДН).

Секретарь: к.ф.-м.н., доцент Королькова А. В. (РУДН).

Математическое моделирование

Сопредседатели: д.ф.-м.н., проф. Севастьянов Л. А. (РУДН), д.ф.-м.н., проф. Крынев А. В. (НИЯУ «МИФИ»), д.ф.-м.н., проф. Дружинина О. В. (ФИЦ ИУ РАН).

Секретарь: к.ф.-м.н. Демидова А. В. (РУДН).

И74

Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 18–22 апреля 2016 г. — Москва : РУДН, 2016. — 349 с. : ил.

ISBN 978-5-209-07163-1

УДК 004:007(063)

ББК 32.81

© Коллектив авторов, 2016

© Российский университет дружбы народов, Издательство, 2016

Содержание

Теория телетрафика и её применения

Васильев А. П. Построение и анализ модели с групповым поступлением данных и динамическим распределением канального ресурса	10
Дараселия А. В., Сопин Э. С. К вопросу энергоэффективности облачной системы	13
Ибрагимов Б. Г., Гасанов А. Г. Исследование качества функционирования сетей NGN/IMS при установлении мультимедийной сессии	16
Ибрагимов Б. Г., Гумбатов Р. Т., Ибрагимов Р. Ф. К анализу показателей качества обслуживания в мультисервисных сетях связи	19
Кутбитдинов С. Ш., Лохмотко В. В., Рудинская С. Р. Модель оценки гарантированной битовой скорости для мультимедийных приложений IMS	22
Лившиц К. И., Ульянова Е. С. Релейно-гистерезисное управление скоростью производства скоропортящейся продукции	25
Лисовская Е. Ю., Моисеева С. П. Исследование суммарного объема требований в бесконечнолинейной системе массового обслуживания вида M GI ∞	28
Мамедов Г. А., Ибрагимов Б. Г., Исаев Я. С. Построение и анализ модели сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика	31
Маркова Е. В., Полуэктов Д. С. Рекуррентный алгоритм расчета стационарного распределения вероятностей состояний модели с прерыванием обслуживания для не толерантного к задержкам трафика в сети 3GPP LTE с поддержкой LSA	34
Мацкевич И. А. Вероятностно-временные характеристики системы массового обслуживания с обобщенным обновлением и повторным обслуживанием	37
Назаров А. А., Бронер В. И. Метод R-аппроксимации для системы управления запасами с релейным управлением	40
Назаров А. А., Измайлова Я. Е. Исследование RQ-системы M GI 1 с неэкспоненциальной задержкой заявок в ИПВ и вытеснением заявок	43
Назаров А. А., Пауль С. В. Аппроксимация распределения неотрицательной случайной величины PH-распределением	46
Панкратова Е. В., Убонова Е. Г., Моисеева С. П. Исследование бесконечнолинейной СМО с разнотипным обслуживанием и входящим потоком марковского восстановления	49
Поморцева Н. А., Назаров А. А. Асимптотический анализ RQ-системы с конфликтами и дообслуживанием заявок	52
Романов А. М. Математическая модель обслуживания трафика реального времени от конечной группы источников и трафика данных с динамическим распределением ресурса сети	55
Сопин Э. С., Растрига Р. В. Анализ характеристик времени отклика системы облачных вычислений	59
Федуро А. А., Маркова Е. В., Гудкова И. А. Модель схемы совместного использования ресурсов LSA со снижением скорости и прерыванием обслуживания в сети 3GPP LTE	62

Фёдорова Е. А. Исследование RQ-системы M M N в условии большой загрузки.	65
Филипова В. Р., Маркова Е. В., Мариняк Б. В., Гудкова И. А. К сравнительному анализу схем совместного использования ресурсов LSA с прерыванием обслуживания в сети 3GPP LTE.	68
Сети связи следующего поколения: управление, качество, архитектура	
Абаев П. О., Бесчастный В. А. К анализу плотности распределения устройств D2D-сети	71
Абаев П. О., Бесчастный В. А., Царев А. С. Построение модели и анализ показателей эффективности IMS сервера конференцсвязи	74
Балыка Е. И., Ботвинко А. Ю., Зарипова Э. Р., Сайтов Д. А. Влияние межсетевое экрана на среднее время установления сессии	77
Бегишев В. О., Бутурлин И. А., Тен В. О., Чукарин А. В. Разработка симулятора радиоканала случайного доступа с процедурой запрета классов доступа для трафика межмашинного взаимодействия	79
Бегишев В. О., Бутурлин И. А., Исаев Ю. Д. Построение модели радиоканала случайного доступа с предварительной синхронизацией D2D-устройств	82
Безкостая А. В., Поповская Н. О., Шипунов С. П., Гайдамака Ю. В. Пример построения модели деятельности телекоммуникационной компании в виде сети массового обслуживания	85
Вишневский В. М., Иванов Р. Е., Ларионов А. А. Способы построения опорной сети миллиметрового E-диапазона для сетей 5G	88
Горшенин А. К., Королев В. Ю. Статистический подход для определения экстремальных пороговых значений	90
Ермакова Т. Н., Ромашкова О. Н. Математическая модель оценки финансовых показателей средней общеобразовательной организации	93
Зарипова Э. Р., Чухно О. В., Чухно Н. В. Оптимизация показателей эффективности бизнес-процесса «ввод в эксплуатацию» с помощью симплекс-метода	96
Князева А. Н. Анализ социально-экономических и психологических данных в пакете SPSS	99
Краденых А. А. Построение математической модели системы облачных вычислений	101
Медведева Е. Г., Гайдамака Ю. В. Пример расчета показателей качества P2PTV-сети при схеме с разделением данных на поток для просмотра и поток для раздачи пользователям	104
Обжерин Ю. Е., Бойко Е. Г., Сидоров С. М. Производительность технологической ячейки с мгновенно пополняемым резервом времени	107
Осипов О. А., Тананко И. Е. Моделирование сетей передачи данных с многопутевой маршрутизацией сетями массового обслуживания с делением и слиянием требований	110
Острикова Д. Ю., Гудкова И. А. К анализу средней скорости передачи данных по технологии мультивещания устройствами межмашинного взаимодействия в беспроводной сети	113
Пяткина Д. А. Прогнозирование временного ряда пользователей INTERNET в России средствами EVIEWS	116

Тимошенко А. Г., Бахтин А. А., Тепляков И. М., Моленкамп К. М., Волков А. С. Ориентирование группы мобильных роботов	119
Тихомирова В. С., Гудкова И. А. К анализу среднего времени выполнения бизнес-процессов поддержки беспроводных межмашинных взаимодействий для управления городской инфраструктурой	122
Япо Ги С., Зарядов И. С. Интервальные оценки характеристик системы с оптимальным выбором	124

Прикладные информационные системы и технологии

Азофейфа Э. Х. Математический аппарат для анализа диаграмм состояний бизнес-процессов	127
Андрейчук А. А. Методы планирования совокупности траекторий для коалиции интеллектуальных агентов	130
Боковой А. В. Совмещение границ в методах одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры	133
Власова Е. Д., Новикова Г. М., Полевая О. М. Типы противоречий при формировании стратегии предприятия.	136
Дульнева А. С., Жуков В. В., Новикова Г. М. Использование нормативно-правового контента для повышения эффективности работы CRM-системы	139
Зубрихина М. О., Новикова Г. М., Лутфалла Ф. А. Проектирование базы данных для работы с бизнес-процессами в прикладных системах	142
Иванов А. Е. Методы анализа стереоизображений в задаче распознавания параметров трехмерных сцен	145
Исаков В. А. Приложение для просмотра текстовых заимствований	147
Каменская М. А. Модель дискурса научно-технического текста в задаче извлечения информации	150
Кобозева М. В. Принципы риторической разметки текстов на русском языке	153
Нгуен Зуй Тхань Анализ инвариантных моментов в задачах масштабирования и вращения изображений	156
Новикова Г. М., Янгутова С. Ч. Разработка и систематизация информационного контента для системы предоставления электронных услуг	160
Резаиан Н., Новикова Г. М. Система автоматического реферирования текста на персидском языке	163
Осипенко М. А. Разработка и исследование метода сбора и структурирования информации для создания мультязычного тезауруса на основе энциклопедии Wikipedia	166
Пальчевский А. И. Выбор модели освещения при построении изображения с использованием метода Фонга	169
Руденкова Ю. С. Применение OLAP-технологий при анализе эффективности проведения судебных экспертиз	172
Салпагаров С. И., Маркина Ю. Р. Поиск оптимальной стратегии распределения ресурсов	175

Соченкова А. С. Разработка метода индексации коллекций изображений для идентификации персон	178
Стефанюк В. Л., Алхуссайн А. Х. Криптография и кодирование как методы защиты информации	181
Стихуров В. В., Фомин М. Б. Построение схем разреженности многомерных кубов данных	183
Хейдари М. Использование OLAP технологии и многомерных данных для принятия управленческих решений	186
Храбров Р. Н. Операторы HDR Tone Mapping для повышения реалистичности изображения	189
Ягло М. Д. Применение технологии оперативной аналитической обработки данных в задачах здравоохранения	191
Ядринцев В. В. Разработка морфологического анализатора русского и английского языка	194

Высокопроизводительные технологии распределённых вычислений

Адам Г., Беляков Д. В., Валя М., Зрелов П. В., Матвеев М. А., Подгайный Д. В., Стрельцова О. И. Особенности программно-аппаратной среды гетерогенного вычислительного кластера HybriLIT	197
Адам Г., Вальова Л., Валя М., Заикина Т. Н., Киракосян М. Х., Торосян Ш. Г. Информационная среда гетерогенного кластера HybriLit	199
Валя М., Майоров А. В., Бутенко Ю. А., Подолян Г. П., Булатов А. С. Веб-сервис мониторинга гетерогенного кластера HybriLit	201
Зуев М. И., Адам Г., Беляков Д. В., Валя М., Матвеев М. А., Подгайный Д. В., Стрельцова О. И. Разработка и поддержка проекта «Paralleling features» в системе GitLab в рамках сервисов, предоставляемых пользователям кластера HybriLIT	204
Кадочников И. С., Пелеванюк И. С. Мониторинг сервисов TIER1 в ОИЯИ	206
Максимов А. А. Анализ производительности пакета Geant4 на архитектуре HybriLIT	209

Математическое моделирование

Айриян А. С. Алгоритм и моделирование процесса теплопроводности для проектирования тонкого многослойного технического устройства	213
Аль-Натор М. С. О выборе оптимального портфеля с комиссией в модели Марковица	214
Аль-Натор М. С., Аль-Натор С. В. Анализ двумерных портфелей с комиссией в условиях неопределенности	217
Аль-Натор М. С., Власова М. А. Нахождение оптимального размера заемного капитала при требуемом уровне риска на основе модели Модильяни-Миллера с корпоративными налогами	220
Амирханов И. В., Саркар Н. Р., Сархадов И., Тухлиев З. К. Численное моделирование квазистационарных состояний в открытых системах	223
Амирханов И. В., Саркар Н. Р., Сархадов И., Тухлиев З. К., Шарипов З. А. Моделирование тепловых процессов в металлах при облучении импульсными пучками ионов	226

Башов Р. Б., Крынев А. В. Математическое моделирование формирования эффективных портфелей на рынках перестрахования	229
Болотова Г. О., Миронова В. А. Построение экономико-математической модели ценообразования на услуги контент-провайдеров	232
Будочкина С. А. Ви-гамильтоновы и Гамильтона-допустимые уравнения в механике бесконечномерных систем	233
Будочкина С. А. Операторное уравнение с первой производной по времени и классические уравнения Биркгофа	236
Васильев С. А., Болотова Г. О. Моделирование неоднородных счетных цепей Маркова на основе систем нелинейных дифференциальных уравнений бесконечного порядка с малым параметром	239
Васильев С. А., Капитдинов С. К. Построение методов прогнозирования динамики сложных систем с использованием нейронных сетей с бесконечным числом ячеек	240
Васильев С. А., Коршок Е. О. Построение асимптотических решений сингулярно возмущенного стохастического дифференциального уравнения бесконечного порядка	242
Васильев С. А., Урусова Д. А. Исследование существования, единственности и устойчивости равновесия в экономико-математической модели рынка телекоммуникаций в случае олигополии	244
Васильев С. А., Харун Х. С. Построение модели ценообразования в телекоммуникациях в условиях перегрузок в сетях	247
Велиева Т. Р., Королькова А. В. Разработка гибридной имитационной модели модуля активного управления трафиком	248
Герасимова А. В., Ланеев Е. Б., Муратов М. Н. Использование составных стабилизаторов в функционале Тихонова при решении одной обратной задачи физики плазмы	251
Герасимова А. В., Ланеев Е. Б., Муратов М. Н. Приближенное устойчивое численное решение интегрального уравнения первого рода с использованием весовых функций в стабилизаторе функционала Тихонова	253
Гусев А. А., Хай Л. Л., Виницкий С. И., Очбадрах Ч. Решение задачи на собственные значения с кусочно-постоянными потенциалами	255
Дашицыренов Г. Д. Устойчивый алгоритм построения дисперсионных кривых многослойного диэлектрического планарного волновода	258
Диваков Д. В. Неполный метод Галеркина в задаче моделирования направляемых мод открытых нерегулярных волноводов	261
Диваков Д. В., Чупритский В. К. Решение задачи теплопроводности для прогнозирования температуры зданий	264
Дружинина О. В., Масина О. Н. Условия устойчивости модели динамики популяций на основе детерминированного и стохастического подходов	267
Ершов Н. М., Полуян С. В. Улучшение сходимости роевых и эволюционных алгоритмов оптимизации на основе моделирования поведения рыбных стай	271
Ефферина Е. Г., Кулябов Д. С. Основное кинетическое уравнение в представлении чисел заполнения	274

Зюбина М. В., Самойлов С. Н., Дикова Е. В., Рыбка В. С., Крылов А. И. Математическое моделирование нестационарных волн напряжений в консоли при воздействии воздушной ударной волны на консоль с основанием (упругая полуплоскость) используя численный метод, алгоритм и комплекс программ Мусаева В.К.	277
Карамышева А. В., Шипова Е. П. Прогнозирование численности населения России с помощью стандартной демографической модели	280
Карпунин С. А. Оптимальное геометрическое размещение методом растеризации сумм минковского	283
Крянев А. В., Сеницын А. Е. Формирование эффективных инвестиционных портфелей на основе многокритериальной постановки	286
Кулябов Д. С., Геворкян М. Н., Мачука Х. Р., Диаррассуба Калилу, Дали Джерей Тьерри Ги Численное и имитационное моделирование дисциплин обслуживания очереди типа RED на маршрутизаторе	289
Кузьмина Л. К. О некоторых подходах в проблемах математического моделирования	292
Любин П. Г., Щетинин Е. Ю. Эффективное сглаживание двумерной поверхности	296
Матюшенко С. И., Дубе Н. Классификация стран Африки по социально-экономическим показателям с помощью кластерного анализа	299
Матюшенко С. И., Нибасумба Э. Исследование платежеспособности клиентов кредитных организаций с помощью дискриминантного анализа	302
Матюшенко С. И., Перес Д. Применение многослойного имитационного моделирования для оценки инвестиционного проекта	306
Михеев А. В. Методы и принципы оценки стоимости финансовых инструментов и контрактов страхования	309
Мусаев В. К. Математическое моделирование стоячих волн напряжений в горизонтальной бесконечной полосе при воздействии в виде дельта функции и функции Хевисайда	312
Осокин Л. А. Моделирование работы прачечной многоквартирного арендного дома	315
Петров В. А., Савин А. С., Хохлов А. А., Четов А. И. Анализ временных рядов методом SSA в приложении к изучению поведения покупателей	318
Полуян С. В., Ершов Н. М. Эволюционные алгоритмы оптимизации в задаче предсказания вторичной структуры белка	321
Севастьянов Л. А., Васильев С. А., Блинов А. И. Математическое моделирование транспортных систем с использованием нейронных сетей	324
Сингх Л., Сподарев А. А., Ланеев Е. Б., Муратов М. Н. Продолжение потенциального поля с поверхности общего вида	325
Сподарев А. А., Сингх Л., Ланеев Е. Б., Муратов М. Н. Об одной задаче продолжения потенциального поля	327
Тарасенко А. А., Стародубцев В. В., Мусаев А. В., Крылов А. И., Рыбка В. С. Численное моделирование внешнего ударного воздействия на несущие конструкции технических систем с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К.	328
Тютюнник А. А. Расчетная модель коэффициентных функций метода волноводов сравнения для открытых плавно-нерегулярных волноводов	331

Хай Л.Л., Гусев А.А., Виницкий С.И., Очбадрах Ч. Решение многоканальной задачи рассеяния с кусочно-постоянными потенциалами	334
Шарапова А.А. Метод полного и рассеянного поля для моделирования удаленного источника плоской волны	338
Шибашова А.Г., Стадник А.В. Разработка алгоритма детектирования возгорания и задымления на основе анализа видеопотока	340
Щербаков А.В. Качественный анализ моделей популяционной динамики, учитывающих конкурентные и симбиотические отношения	343
Авторский указатель	346

Теория телетрафика и её применения

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ С ГРУППОВЫМ ПОСТУПЛЕНИЕМ ДАННЫХ И ДИНАМИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КАНАЛЬНОГО РЕСУРСА

Васильев А.П.

Московский технический университет связи и информатики, arvasil@yandex.ru

В работе рассматривается модель динамического распределения канального ресурса при групповом поступлении запросов на передачу данных. Одной из технологий, в которой используется динамическое распределение канального ресурса, является технология LTE (Long Term Evolution). В построенной математической модели учтены следующие особенности: запросы на передачу данных поступают группами, скорость на передачу данных изменяется в соответствии с загрузкой линии. Определены формулы для оценки характеристик качества обслуживания.

Ключевые слова: динамическое распределение канального ресурса, LTE, групповое поступление запросов, трафик передачи данных.

Введение

Динамический способ распределения канального ресурса позволяет значительно повысить его загрузку, что представляет особую важность для сотовых сетей подвижной связи, так как диапазон радиочастот, выделяемых для образования радиоканалов, является ограниченным ресурсом. В технологии LTE предусмотрено динамическое распределение ресурса за счет диспетчеризации в восходящем и нисходящем каналах. Диспетчеризация представляет собой процесс распределения сетевых ресурсов между абонентами, передающими данные. Функция динамической диспетчеризации реализована в радиointерфейсе LTE и выполняется на базовой станции (eNodeB). Базовая станция отвечает за управление радиоресурсами RRM (Radio Resource Management) распределение радиоканалов и динамическое распределение канального ресурса, диспетчеризацию ресурсов (scheduling) [1]. Динамическая диспетчеризация обеспечивает передачу данных на повышенных скоростях, задействуя для этого частотные и временные ресурсы. В сети LTE, как и в любой другой сети, могут создаваться условия, когда запросы на передачу данных, например файла, просмотра видеоролика, поступают группами. Подобная ситуация может возникнуть если на территории покрытия базовой станции (eNodeB) резко увеличивает число активных пользователей беспроводного интернета. В работе предполагается построить модель в которой описывается динамическое распределение ресурса при групповом поступлении заявок.

Описание модели

Обозначим через C – скорость линии, выраженную в битах в секунду, r – скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей. Будем полагать, что значение C – делится нацело на r , и обозначим через $v = \frac{C}{r}$ скорость линии, выраженную в единицах канального ресурса. В модели имеется v каналов, которые обслуживают поступающий пуассоновский поток отдельных групп запросов на передачу данных интенсивности λ . С вероятностью f_k поступившая группа содержит k запросов, $k = 1, 2, \dots, s$. Для удобства записи последующих формул будем считать, что $s = v$, тогда индекс k для f_k меняется от 1 до v . Таким образом, поступившая группа запросов не будет пустой и общее число запросов в группе не превосходит имеющегося канального ресурса. При этом выполняется $\sum_{k=1}^s f_k = 1$. Пусть b_m среднее число файлов, находящихся в одной группе [2]. Тогда значение b_m находится из выражения (1).

$$b_m = \sum_{k=1}^s f_k k. \quad (1)$$

Обозначим через F – объем передаваемого файла. Пусть его объем имеет экспоненциальное распределение со средним значением F , которое выражено в битах. Из этого следует, что время обслуживания запроса всем ресурсом канала также имеет экспоненциальное распределение и будет иметь среднее значение $\frac{F}{C}$, выраженное в секундах. Число запросов на передачу данных находящихся на обслуживании обозначим через i . Через $\mu = \frac{C}{F}$ обозначим параметр экспоненциального распределения времени обслуживания запроса всем имеющимся канальным ресурсом [3].

Качество обслуживания абонента оценим долей потерянных запросов на передачу данных и средним значением временем передачи файла, которое определяется с помощью формулы Литтла. Для ее использования необходимо вычислить среднее число запросов, находящихся на обслуживании [4]. Доля потерянных запросов на передачу данных π_c определяется из следующего выражения:

$$\pi_c = \frac{1}{b_m} \sum_{i=1}^v p(i) \sum_{k=0}^{i-1} f_{v-k} (i - k). \quad (2)$$

Доля потерянных запросов на передачу данных также можно определить как отношение интенсивности потерянных запросов Λ_b , к интенсивности поступивших запросов Λ , находится из равенства $\pi_c = \frac{\Lambda_b}{\Lambda}$. Интенсивность поступивших запросов Λ находится из равенства $\Lambda = \lambda \cdot b_m$.

Обозначим через W среднее время обслуживания запроса, а через L обозначим среднее число запросов, находящихся в системе. Расчетное выражение для L имеет вид:

$$L = \sum_{i=0}^v p(i) i. \quad (3)$$

Используя формулу Литтла и соотношение (1), находим выражение для оценки W :

$$W = \frac{L}{\Lambda - \Lambda_b} = \frac{L}{\Lambda (1 - \pi_c)} = \frac{L}{\lambda \cdot b_m (1 - \pi_c)} = \frac{\sum_{i=0}^v p(i) i}{\lambda \cdot b_m (1 - \pi_c)}. \quad (4)$$

Перечисленные характеристики могут быть найдены, если известны значения доли времени $p(i)$ пребывания модели в состоянии с i занятыми каналами. Обозначим через $S = ((i), i = 0, 1, \dots, v)$ пространство состояний исследуемой модели [5]. Их изменение с течением времени описывается случайным процессом $r(t) = i(t)$, где $i(t)$ – число занятых обслуживанием запросов на передачу файлов каналов в момент времени t . Поскольку все реализуемые в модели случайные величины имеют экспоненциальное распределение и не зависят друг от друга, то введенный процесс $r(t)$ можно считать марковским [6]. Найдём значения $p(i)$. Для этого необходимо составить и решить систему уравнений равновесия. Из данной системы следуют соотношения для $p(i)$:

$$\begin{aligned} p(0)\lambda &= p(1)v\mu, \\ p(i)(\lambda + v\mu) &= (p(0)f_i + p(1)f_{i-1} + \dots + p(i-1)f_1)\lambda + p(i+1)v\mu, \quad i = 1, 2, v-1 \quad (5) \\ p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(v) &= 1. \end{aligned}$$

Рассчитаем долю потерянных запросов на передачу файлов при динамическом распределении канального ресурса, используя выражения (1)-(5), и сравним с показателем для модели без динамического распределения, при одинаковых значениях входных параметров, которые примем равными: скорость канала передачи $C = 10$ Мб/с, скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей $r = 1$ Мб/с, интенсивность поступления запросов на передачу данных $\lambda = 1$ Эрл, средний объем пересылаемого файла $F = 2$ Мб. Параметры группового поступления запросов на передачу данных зададим соотношениями: $f_2 = 0,5, f_{10} = 0,5$.

Доля потерянных запросов на передачу файлов при динамическом распределении канального ресурса $\pi_c = 0,0101$, без динамического распределения канального ресурса $\pi_c = 0,09329$. Таким образом, доля потерянных запросов на передачу данных для модели с динамическим распределением ресурса в 9 раз меньше, чем для модели без динамического распределения ресурса.

Заключение

Построена и проанализирована модель с групповым поступлением данных и динамическим распределением канального ресурса. Проведен сравнительный анализ доли потерянных запросов на передачу данных. Полученные результаты показывают эффективность использования процедуры с динамическим распределением канального ресурса. В результате использования динамического распределения канального ресурса улучшаются характеристики качества обслуживания и решается проблема более эффективного использования частотного спектра.

Литература

1. 3GPP TS 36-Series, <http://www.3gpp.org/>.
2. Степанов С.Н. Модель обслуживания трафика сервисов реального времени и данных с динамически изменяемой скоростью передачи // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №1. – С. 18-33.
3. Степанов С.Н. Теория телетрафика: концепции, модели, приложения. – М: Горячая линия – Телеком, 2015. – 868 с.
4. Bonald T., Virtamo J. A recursive formula for multirate systems with elastic traffic // IEEE Communications Letters. – 2005. V. 9. – P. 753-755.
5. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Управление качеством и вероятностные модели функционирования сетей связи следующего поколения. – Учебное пособие, 2008. – 157 с.
6. Bonald T., Roberts J. Internet and Erlang formula // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. – 2012. – V. 24. – N. 1. – P. 22-30.

THE CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF MODELS WITH MULTICAST DATA TRAFFIC AND DYNAMIC DISTRIBUTION OF CHANNEL RESOURCES

Vasiliev A.P.

Moscow Technical University of Communications and Informatics, apvasil@yandex.ru

The model of the dynamic distribution of channel resource for group entry data transfer requests is constructed. The example of this technology is LTE (Long Term Evolution). The constructed model takes into account the following features: the transmission request received data groups for transmission of data rate varies according to the load line. The characteristics are defined for estimating the quality of service characteristics.

Key words: dynamic allocation of channel resource, LTE, group admission queries, data traffic.

К ВОПРОСУ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ОБЛАЧНОЙ СИСТЕМЫ¹

Дараселия А.В., Сопин Э.С.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
nastyadar6@gmail.com, esopin@sci.pfu.edu.ru

Построена модель облачных вычислений в терминах теории массового обслуживания без учета миграции виртуальных машин для оценки энергопотребления системы.

Ключевые слова: облачные вычисления, энергоэффективность, теория массового обслуживания.

Введение

Технология облачных вычислений быстро развивается последние несколько лет. Эта новая развивающаяся модель вычислений обеспечивает повсеместный удобный сетевой доступ к общему пулу настраиваемых вычислительных ресурсов (например, сетей, серверов, систем хранения, приложений и услуг) [1,2].

В данной работе рассматривается модель облачной системы Green Cloud, ориентированной на снижение избыточного потребления энергии. Основными потребителями электроэнергии вычислительных узлов в облачных центрах обработки данных являются процессоры, оперативная память, жесткие диски и сетевые интерфейсы. По сравнению с другими системными ресурсами, процессор потребляет большую часть энергии, и, следовательно, в этой работе мы ориентируемся на управление его энергопотреблением и эффективное использование. Кроме того, использование процессора, как правило, пропорционально общей нагрузке системы.

Поскольку в среднем простаивающий без нагрузки сервер потребляет от 50% до 70% энергии, затрачиваемой при его полной загрузке, перевод бездействующих серверов в спящий режим позволяет существенно снизить энергопотребление [3]. Потребление энергии сервером в зависимости от его нагрузки может быть описано формулой

$$P(u) = kP_{\max} + u(1-k)P_{\max}, \quad (1)$$

где P_{\max} - максимальная мощность, потребляемая, когда сервер используется полностью, K - доля мощности, потребляемой в режиме ожидания сервера (т.е. 50%), u - доля использования процессора.

Когда виртуальные машины не используют все предусмотренные ресурсы, они могут быть логически изменены и объединены с минимальным количеством физических узлов, а неработающие узлы могут быть переключены в режим ожидания, чтобы устранить ненужное энергопотребление и снизить общее потребление энергии в центре обработки данных [3]. В данной работе построена модель системы облачных вычислений без учета миграции виртуальных машин, предложен метод расчета стационарных вероятностей, позволяющий оценить энергопотребление облачной системы.

Математическая модель облачной системы

Рассмотрим систему массового обслуживания, состоящую из N групп приборов, каждая из которых состоит из V_i приборов. На систему поступает пуассоновский поток заявок с постоянной интенсивностью λ , а длительность обслуживания заявок на приборе распределено по экспоненциальному закону с интенсивностью μ . Пространство состояний описывается множеством векторов $\mathcal{S} = \{ \mathbf{n} = (n_1, \dots, n_N) \mid 0 \leq n_i \leq V_i, 1 \leq i \leq N \}$,

где n_i - число занятых приборов (виртуальных машин) в i -ой группе (сервере).

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 14-07-00090, 15-07-03051, 15-07-03608.

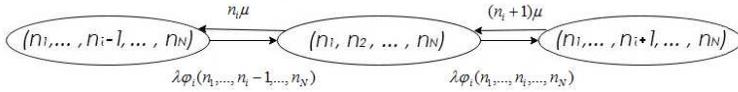


Рис.1 Диаграмма интенсивностей переходов для модели облачных вычислений

При поступлении заявки она идет на обслуживание на наиболее загруженную группу приборов, иными словами, заявка поступает на i -й сервер, если выполнены условия $\{n_i < V_i, \max(\frac{n_1}{V_1}; \frac{n_2}{V_2}; \dots; \frac{n_N}{V_N}) = \frac{n_i}{V_i}\}$. Если же все приборы заняты, т.е. $n_i = V_i, 1 \leq i \leq N$, то заявка теряется. Фрагмент диаграммы интенсивностей переходов представлена на рисунке 1.

С учетом введенных обозначений система уравнений равновесия (СУР) имеет вид:

$$p(n_1, \dots, n_N) [(n_1, \dots, n_N) \mu + \lambda] = \sum_{i=1}^N (n_i + 1) \mu \varphi(n_1, n_2, \dots, n_i + 1, \dots, n_N) + \lambda \sum_{i=1}^N \varphi_i(n_1, \dots, n_i - 1, \dots, n_N) p(n_1, \dots, n_i - 1, \dots, n_N), \quad \mathbf{n} \in \mathcal{S}, \quad (2)$$

где

$$\varphi_i(n_1, n_2, \dots, n_N) = \begin{cases} 1, & \text{если } n_i < V_i; \frac{n_i}{V_i} = \max(\frac{n_k}{V_k}), k = \overline{1, N}; \frac{n_i}{V_i} > \frac{n_j}{V_j}, j = \overline{1, i-1} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}, \quad (3)$$

Показатели энергоэффективности

Получив стационарные вероятности системы решая СУР (2), можно оценить параметры эффективности системы. Пусть s_i - среднее число занятых виртуальных машин на i -м сервере, тогда потребляемая сервером мощность выражается формулой

$$P_i(t) = \begin{cases} k P_i^{\max} + (1 - k) P_i^{\max} u_i(t), & u_i(t) > 0, \\ 0, & u_i(t) = 0; \end{cases} \quad (4)$$

где P_i^{\max} - максимальная мощность, потребляемая i -м сервером при полной загрузке,

u_i - коэффициент нагрузки i -го сервера, т.е. $u_i(t) = \frac{s_i}{V_i}$. Суммарная потребляемая мощность является суммой потребляемых мощностей всех серверов:

$$P(t) = \sum_i P_i(t). \quad (5)$$

Для N серверов с учетом выражения (4) получается следующая формула:

$$P(t) = k \sum_{i=1}^N P_i^{\max} + (1 - k) \sum_{i=1}^N P_i^{\max} u_i. \quad (6)$$

Был проведен численный анализ полученных в работе формул для расчета потребляемой мощности. Рассматривается система облачных вычислений с $N=4$ серверами, на каждом из которых может быть запущено до 5 виртуальных машин: $V_1=5, V_2=5, V_3=5, V_4=5$, а интенсивность обслуживания $\mu = 5$. На рисунке 2 представлен график зависимости потребляемой мощности от интенсивности входящего потока при данных исходных параметрах системы.

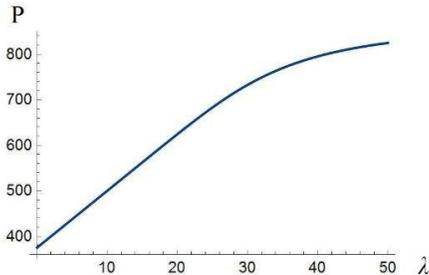


Рис.2 Графики зависимости мощности P от интенсивности нагрузки λ

Заключение

В этой работе была построена модель системы зеленых облачных вычислений в терминах теории массового обслуживания, получены стационарные характеристики системы, позволяющие провести анализ энергоэффективности облака без учета миграции виртуальных машин. В дальнейшем мы планируем провести анализ алгоритмов распределения ресурсов, использующих динамическую консолидацию виртуальных машин для снижения потребления энергии.

Литература

1. Panagiotis Kalagiakos, Panagiotis Karampelas «Cloud Computing Learning» // 5 th International Conference on Application of information and communication technologies, 2011
2. Wei Zhao, Yong Peng Xie, Zhonghua Dai «Modeling and Simulation of Cloud Computing: A Review» // Cloud Computing Congress (APCloudCC), 2012 IEEE Asia Pacific - Pp. 20 – 24.
3. Anton Beloglazov, Jemal Abawajy, Rajkumar Buyya «Energy-aware resource allocation heuristics for efficient management of data centers for Cloud computing» // Future Generation Computer Systems, vol.28, 2012. - Pp. 755 - 768.

ON THE ENERGY EFFICIENCY OF GREEN CLOUD

Daraseliya A.V., Sopin E.S.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
nastyadar6@gmail.com, esopin@sci.pfu.edu.ru*

We developed a mathematical model of Green Cloud without live migration of virtual machines in terms of queuing theory for energy efficiency analysis.

Key words: cloud computing, energy efficiency, queuing theory.

ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТЕЙ NGN/IMS ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ МУЛЬТИМЕДИЙНОЙ СЕССИИ

Ибрагимов Б.Г., Гасанов А.Г.

Азербайджанский Технический Университет, i.bayram@mail.ru

Исследованы характеристики качества функционирования сетей NGN/IMS при установлении мультимедийной сессии и предложена математическая модель звена систем сигнализации с учетом свойств самоподобия сигнального трафика.

Ключевые слова: сети NGN/IMS, сигнальный трафик, протокол SIP, самоподобный трафик, среднее время обслуживания пакета, мультимедийные услуги.

Введение

Бурное развитие мультисервисных сетей связи с использованием архитектурной концепции NGN (Next Generation Network) требует создания адекватной математической модели качества функционирования систем сигнализации на базе подсистемы мультимедийной связи IMS (IP Multimedia Subsystem), которые представляют собой узлы коммутации сетей NGN/IMS при установлении соединения и оказании мультимедийной связи. Здесь под мультимедийной связью подразумеваются организация телефонных соединений, видеоконференции, передача мультимедийной информации, а также услуги Triple Play, включающие голосовые услуги, доступ в Интернет и просмотр телевизионных программ [1].

Мультисервисная сеть NGN/IMS, построенная по архитектуре IMS, состоит из различных модулей и является распределенной структурой управления сеансами связи, использующими системы и протоколы сигнализации – SIP (Session Initiation Protocol) и Diameter, сервер домашних абонентов HSS (Home Subscriber Server), транспортные шлюзы (MGW) и ядра системы управления CSCF (Call/Session Control Function), сигнальные шлюзы (SGW), которые обслуживают служебный и полезный трафики, передаваемые в процессе предоставления мультимедийных услуг связи. Протоколы SIP и Diameter являются основными протоколами установления мультимедийной связи в сетях NGN/IMS, обеспечивающими процедуру обмена сигнальными трафиками для установления мультимедийной сессии.

На основе системно-технического анализа определено [2, 3], что передаваемые по сети NGN/IMS трафики системы и протоколы сигнализации обладают свойствами самоподобия с коэффициентом Херста.

В данной работе рассматривается решение такой задачи, как исследование и анализ показателей качества функционирования систем сигнализации сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика.

Построение и описание математической модели процедуры установления мультимедийной сессии

Проведенные исследования показывают, что рассматриваемая система сигнализации сетей NGN/IMS представляет собой систему массового обслуживания (СМО) типа $M/G/N/N_{\text{об}}$ с некоторыми допущениями. С целью анализа функций взаимодействия управления трафиками протоколов SIP и Diameter в системе сигнализации при установлении сессии, построена и исследована математическая модель, описывающая качества функционирования сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика. В этом случае исследуемая модель представляет собой СМО типа $fBM/G/N/N_{\text{об}}$ с двумя возможными скоростями обслуживания пакетов сигнального трафика.

Входящий поток заявок в систему – стационарный пуассоновский с параметром λ_i , длительность обслуживания i -го трафика имеет функцию распределения $B(t)$ с моментами $b_i, i = \overline{1, n}$. Предполагаем, что в сетях NGN/IMS число мест для ожидания ограничено $N_{\text{бн}}$ при критической загрузке $\rho_i \leq 1, i = \overline{1, n}$. При этом загрузка сетей NGN/IMS для установления мультимедийной сессии выражается как

$$\rho_i = (\lambda_s + \lambda_D) / (N \cdot \mu_i) \leq 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

где λ_s, λ_D – скорости поступления трафиков протоколов SIP и Diameter, соответственно; μ_i – скорость обслуживания i -го трафика, $i = \overline{1, n}$.

Из выражения (1) следует, что условие $\rho_i < 1$ является необходимым и достаточным для существования стационарного режима системы сигнализации сетей NGN/IMS.

В такой модели исследуемая в процессе занятости подсистема IMS с некоторыми допущениями описывается одномерным марковским процессом состояния системы, который задается параметром n . Марковские случайные процессы играют важную роль при исследовании СМО [2]. Случайный процесс $r(t)$, описывающий функционирование СМО типа $f_{BM} / G / N / N_{\text{бн}}$, задается компонентами

$$r(t) = \{i_n(t), m_n(t), s_n(t)\}, \quad n \geq 1, \quad (2)$$

где $i_n(t)$ – число функциональных элементов в подсистеме IMS, занятых обслуживанием трафиков мультимедийных услуг, регистрацией и установлением сессии в момент времени t ; $m_n(t)$ – число пакетов трафика в подсистеме IMS в момент времени t ; $s_n(t)$ – состояние обслуживающей подсистемы IMS в момент времени t .

С учетом (1) и (2), вычислив стационарное распределение вероятностей состояний системы в произвольный момент времени, можем определить некоторые вероятностно-временные характеристики (ВВХ) сетей NGN/IMS.

Анализ характеристик сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика

Установлено [3, 4], что передаваемые трафики системы и протоколы сигнализации сетей NGN/IMS обладают свойствами самоподобия с коэффициентом Херста H , которые позволяют использовать общий тип СМО $f_{BM} / G / N / N_{\text{бн}}$ для исследования процессов качества функционирования сетей NGN/IMS.

На основании метода диффузионной аппроксимации [4] коэффициент загрузки системы при обслуживании самоподобного трафика сетей NGN/IMS выражается следующим образом:

$$\rho(\lambda, H) = (\lambda \cdot C_{\text{max}}^{-1}) \cdot f(H) \cdot \mu_{ce} \leq 1, \quad 0,5 < H < 1, \quad (3)$$

где C_{max} – максимальная пропускная способность сетей NGN/IMS при передаче пакета i -го сигнального трафика; μ_{ce} – параметр процесса обслуживания пакета сигнального трафика; $f(H) = 2H$ – функция, учитывающая свойство самоподобия поступающих пакетов сигнального трафика протокола сетей NGN/IMS, при этом $H = 1 - 0,5\beta, 0 < \beta < 1$ [2].

Оценка вероятностно-временных характеристик сетей NGN/IMS

Учитывая формулы Литтла, среднее время задержки при передаче пакетов сигнального трафика определяется следующим выражением:

$$E[T_{cz}(H)] = [1 - 0,5\rho(\lambda, H)(1 - \sigma^2 \cdot \mu_{ce}^2)] \cdot [(1 - \rho(\lambda, H) \cdot \mu_{ce})^{-1}] \quad (4)$$

Выражения (4), (5) и (8), (9) определяют вероятностно-временные характеристики сетей NGN/IMS и являются их показателем QoS (Quality of Service).

Одной из ключевых характеристик сетей NGN при обслуживании пакетов трафика протокола сигнализации является коэффициент эффективного использования канального ресурса узлов коммутации NGN/IMS:

$$\eta_k(\lambda_i, H) = q_i \cdot (L_{cn} / T_{cn} \cdot N \cdot C_{\max}) \leq 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (5)$$

здесь параметр q_i определяет вероятность наличия пакетов сигнального трафика в сетях NGN/IMS и отражает полезную занятость системы сигнализации; T_{cn} – длительность цикла работы системы сигнализации. Последняя процедура является необходимой операцией для оказания мультимедийных услуг пользователям в сетях NGN/IMS.

Выражение (7) характеризует эффективное использование переменной пропускной способности сетей NGN/IMS при установлении соединения и оказании мультимедийных услуг.

Выводы

В результате исследования была предложена математическая модель системы сигнализации сетей NGN/IMS, на основе которой получены аналитические выражения, позволяющие оценить показатели качества функционирования СМО с учетом свойств самоподобия сигнального трафика при установлении соединения и оказании мультимедийных услуг.

Литература

1. Филимонов А. Ю. Построение мультисервисных сетей Ethernet. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 592с.
2. Самуйлов К.Е., Зартова Э.Р. Модель локального механизма контроля перегрузок SIP-сервера // Т-Comm: Телекоммуникации и Транспорт. № 7, 2012. – с.185-187.
3. Ибрагимов Б.Г., Гусейнов Ф.И. Исследование и анализ показателей качества функционирования систем сигнализации//Всероссийская конференция с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем», Российский Университет Дружбы Народов, Москва. 2015. – с.21 – 23.
4. Ибрагимов Б.Г., Гусейнов Ф.И. Исследование и анализ эффективности передачи мультимедийного трафика в сети NGN/IMS // Т-Comm, Телекоммуникации и транспорт, Том 9. № 12. Москва. 2015.– с.27-31.

RESEARCH OF THE QUALITY FUNCTIONING OF THE NGN/IMS NETWORKS IN ESTABLISHING A MULTIMEDIA SESSION

Ibrahimov B.G., Hasanov A.H.

Azerbaijan Technical University, Baku, i.bayram@mail.ru

Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences

The investigated characteristics of quality functioning NGN/IMS networks in establishing a multimedia session and the mathematical model-level signaling systems, taking into account the properties self-similar traffic signal.

Key words: network NGN/IMS, signaling traffic, protocol SIP, average service time package, multimedia services, link signaling systems, self-similar traffic.

К АНАЛИЗУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ В МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЯХ СВЯЗИ

Ибрагимов Б.Г., Гумбатов Р.Т., Ибрагимов Р.Ф.

*Азербайджанский Технический Университет, i.bayram@mail.ru
Институт Систем Управления НАН Азербайджана*

В работе проанализированы показатели качества обслуживания в мультисервисных сетях связи при оказании интеллектуальных услуг и предложена математическая модель звена систем сигнализации в интеллектуальных сетях связи.

Ключевые слова: интеллектуальные сети связи, сигнальный трафик, протокол INAP.

Введение

В настоящее время в мире продолжается активное распространение мультисервисных сетей телекоммуникаций на базе архитектурной концепции NGN (Next Generation Network), поддерживающих высокие скорости передачи полезного и служебного трафиков, что позволяет операторам предоставлять широкий спектр мультимедийных услуг.

Среди мультисервисных сетей телекоммуникации в последнее время получили широкое развитие интеллектуальные сети связи (ИСС) с использованием систем и протоколов сигнализации INAP (Intelligent Network Application Part) и ISUP (ISDN User Part). Протокол INAP является протоколом верхнего уровня в системе сигнализации и обеспечивает взаимодействие между двумя основными объектами мультисервисной сети, построенной по принципам интеллектуальной сети, а именно: между узлом коммутации SSP (Service Switching Point) и узлом управления услугами SCP (Service Control Point) при оказании дополнительных услуг [1, 2].

Выявлено, что увеличение числа дополнительных услуг ИСС и интенсивности их использования увеличивает нагрузку на систему сигнализации, что приводит к увеличению времени установления соединения и времени задержки на выполнение интеллектуальной услуги (Телеголосования, Универсальный номер доступа и др.). При этом повышаются требования пользователей к качеству предоставляемых интеллектуальных услуг с использованием программных интерфейсов. В рекомендациях ITU-T, Q.1200 узлы SSP и SCP не рассмотрены в достаточной степени [1], и нормативные значения задержек обработки сообщений в узлах ИСС не приведены.

В данной работе анализируются показатели качества обслуживания в мультисервисных сетях связи при выполнении интеллектуальных услуг.

Постановка задачи и описание модели узлов коммутации систем сигнализации

На основе исследований [1, 2] установлено, что с точки зрения сигнализации качество функционирования интеллектуальной сети связи определяется целым комплексом показателей эффективности передачи служебного трафика протокола INAP и вероятностно-временных характеристик узлов коммутации ИСС с распределенной архитектурой. С целью анализа показателей качества обслуживания сигнального трафика предложена математическая модель систем и протоколов сигнализации, учитывающая различные сценарии вызовов услуг ИСС и структурный состав обслуживаемого сигнального трафика. На основе алгоритмов работы узлов коммутации ИСС при оказании интеллектуальных услуг и особенностей протоколов ISUP и INAP ($\lambda_{ISUP}, \lambda_{INAP}$), рассматриваемая сеть сигнализации представляет собой одноканальную систему массового обслуживания (СМО) типа $M/G/1/N_{on}$ с ожиданиями при критической нагрузке $\rho_i \leq 1, i=1, n$. При этом нагрузка сетей ИСС для установления соединения и оказания интеллектуальной услуги выражается как

$$\rho_i = [(\lambda_{ISUP} + \lambda_{INAP}) / \mu_i] \leq 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

где $\lambda_{ISUP}, \lambda_{INAP}$ – скорости поступления трафиков протоколов ISUP и INAP, соответственно; μ_i – скорость обслуживания i –го трафика, $i = \overline{1, n}$. Из выражения (1) следует, что условие $\rho_i \leq 1$ является необходимым и достаточным для существования стационарного режима системы сигнализации сетей ИСС с использованием систем и протоколов ISUP и INAP. Предполагаем, что классы требований, используемые при построении модели установления соединения для услуги ИСС, соответствуют сигнальным трафикам подсистем ISUP и INAP, которыми обмениваются узлы ИСС в процессе установления соединения и при оказании интеллектуальных услуг. В СМО поступающий на обслуживание сигнальный трафик систем и протоколов сигнализации является пуассоновским с интенсивностью $\lambda_i, i = \overline{1, n}$, длительность обслуживания i –го трафика имеет функцию распределения $B_i(t)$. Предполагается, также, что для распределения $B_i(t)$ существуют среднее значение длительности обслуживания трафиков протоколов системы сигнализации $b_i^{(1)}$ и второй момент $b_i^{(2)}$. При этом нагрузка СМО типа $M/G/1/N_{\text{бн}}$ определяется следующим образом

$$\rho = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot b_i^{(1)}, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Один из важнейших результатов исследования системы $M/G/1/N_{\text{бн}}$ при выполнении интеллектуальных услуг с использованием узлов коммутации SSP и SCP является выражение для средней длины очереди:

$$E[L_{i,c}] = \lambda_i \cdot b_i + \rho_i^2 \cdot (1 + C_B^2) \cdot [2(1 - \rho_i)], \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где C_B^2 – квадратичный коэффициент вариации длительности обслуживания, определяется следующим выражением:

$$C_B^2 = 1 + (1 - 2p)^2 \cdot [2p(1 - p)]^{-1}, \quad (4)$$

Здесь величина p – параметр формы, меняется в пределах $p = 0...0,5$.

Полученные на основании формулы Полячека-Хинчина выражения являются одними из ключевых стационарных характеристик СМО типа $M/G/1/N_{\text{бн}}$ при выполнении интеллектуальных услуг, позволяющими оценить эффективность передачи сигнального трафика и вероятностно-временных характеристики (ВВХ) ИСС.

Оценка вероятностно-временных характеристик сигнального трафика

С учетом системно-технического анализа модели СМО типа $M/G/1/N_{\text{бн}}$ установлено [2], что среди ВВХ узлов коммутации ИСС особое место занимает среднее время ожидания начала обслуживания пакетов сигнального трафика протоколов системы сигнализации. Используя формулы Полячека-Хинчина, среднее время ожидания начала обслуживания пакетов сигнального трафика в узлах ИСС определяется следующим образом:

$$E[T_{i,ожс}] = E[R_i] + b_i^{(1)} \cdot E[N_i], \quad i = \overline{1, n} \quad (5)$$

где R_i – остаточное время обслуживания в момент поступления i –го пакета сигнального трафика. Это означает, что, если пакет сигнального трафика j находится на

обслуживании в момент появления i -го пакета трафика, то R_i равно промежутку времени от этого момента до завершения обслуживания трафика j . При этом среднее остаточное время определяется как $R = \lim_{i \rightarrow \infty} E[R_i]$. Если отсутствуют обслуживаемые

пакеты трафика, т.е. система пуста в момент поступления i -го пакета, то $R_i = 0$.

Учитывая продолжительность обслуживания i -го пакета сигнального трафика в узлах ИСС T_i и число пакетов сигнального трафика, находящихся в очереди в момент поступления i -го пакета сигнального трафика N_i , время ожидания в очереди на начало обслуживания i -го пакета сигнального трафика определяется следующим выражением [3]:

$$T_{i,ож} = R_i + \sum_{j=i-N_i}^{i-1} T_j, \quad i = \overline{1, n} \quad (6)$$

В (5), переходя к пределу при $i \rightarrow \infty$, выражение, определяющее время ожидания в очереди на начало обслуживания i -го пакета сигнального трафика:

$$T_{ож} = R + (\lambda / \rho) \cdot E[N_q], \quad (7)$$

Используя формулы Литтла для выражения (7), получим математическое ожидание числа пакетов сигнального трафика в очереди $E[N_q]$ при оказании интеллектуальных услуг

$$E[N_q] = \lambda \cdot \rho \cdot \mu \cdot [2(1 - \rho)]^{-1} \cdot b_i^{(2)}, \quad i = \overline{1, n} \quad (8)$$

Таким образом, полученные на основе модели аналитические выражения позволяют оценить эффективности передачи и обработки сигнального трафика в ИСС.

Выводы

В результате исследования предложена и обоснована математическая модель узлов коммутации услуг с использованием протокола INAP, позволяющая определить вероятностно-временные характеристики сигнального трафика в ИСС.

Литература

1. Бузюкова И.Л., Яновский Г.Г. Методика расчета вероятностно-временных характеристик интеллектуальных сетей связи // Информационно-управляющие системы. 2008. № 1. – С. 17–23.
2. Ибрагимов Б.Г., Мамедов Ш.М. Исследование и анализ влияния дополнительных услуг интеллектуальной сети на нагрузочные характеристики систем сигнализации // Вестник Бакинского Университета. № 1. Баку. 2010. – с.79–86.
3. Крылов В.В., Самохвалова С.С. Теория телетрафика и ее приложения. – СПб.:БХВ – Петербург. – 2005. – 288с.

PERFORMANCE MEASURES ANALYSIS IN MULTISERVICE COMMUNICATION NETWORKS

Ibrahimov B.G., Humbatov R.T., Ibrahimov R.F.

*Azerbaijan Technical University, Baku, i.bayram@mail.ru
Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences*

This paper analyzes the quality of service indicators in multiservice communication networks in the provision of intellectual services, and a mathematical model signaling systems in intelligent communication networks.

Keywords: intelligent network, signaling traffic, protocol INAP.

МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ГАРАНТИРОВАННОЙ БИТОВОЙ СКОРОСТИ ДЛЯ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ IMS

Кутбитдинов С.Ш.¹, Лохмотко В.В.², Рудинская С.Р.³

¹ ГУП Центр научно-технических и маркетинговых исследований «UNICON.UZ»,
Узбекистан, kutbitdinov@unicon.uz

² Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций, Россия, lvy1950@tut.by

³ Учреждение образования «Белорусская государственная академия связи»,
Республика Беларусь, sabina.rudin@mail.ru

Приводятся оценка минимальной гарантированной битовой скорости и ее распределение по приложениям IP мультимедийной подсистемы.

Ключевые слова: гарантированная битовая скорость, GBR, IMS, QoS-нормативы, сервер, средняя задержка пакета, коэффициент использования.

Введение

В отличие от QoS-ориентированных задач теории телетрафика, ресурсные исследования, например [1], возводят QoS-показатели в разряд ограничений и нацеливаются на поиск пропускной способности серверов и каналов, обеспечивающей своевременную доставку (обработку) заданных объемов трафика.

Трафик современных гетерогенных сетей архитектуры IMS-сигнализация + LTE-транспорт + мультимедийные приложения, основанные на различных комбинациях голоса, текста, графики и видео, диверсифицирован 9-ю приоритетами и широкими нормативными диапазонами – по задержке пакета 50, ..., 300 мс, а по потерям – 10^{-2} , ..., 10^{-6} (для Long Term Evolution).

Необходимость обеспечения QoS-гарантированного обслуживания критических пользовательских приложений, планирования сетевых ресурсов и резервирования полосы пропускания под разнородный трафик обуславливает актуальность задач минимизации битовой скорости (сервера, канала) и ее распределения по приложениям.

Постановка задачи

Исследуется сервер IP мультимедийной подсистемы (IMS) на модели СМО с приоритетным обслуживанием. Задано K приложений и для каждого из них: λ_k – интенсивность входящего пуассоновского потока; V_k – средний объем пакета; T_{zk} – заданная норма на среднюю задержку пакета k -го приложения, $k = \overline{1, K}$.

Требуется найти минимальную битовую скорость C_{\min} , необходимую для обработки трафика с «массой» $m_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i V_i$, $k = \overline{1, K}$ и заданными нормативами T_{zk} по средней задержке пакета, а также распределить скорость C_{\min} по K приложениям.

Оценка минимальной гарантированной битовой скорости

На базе средней задержки T_k пакета в СМО типа $\overline{M} / \overline{M} / 1 / \infty$ при приоритетном обслуживании с прерыванием и дообслуживанием [2]

$$T_k = \frac{V_k \cdot (C - m_k) + A_k}{(C - m_{k-1})(C - m_k)}, \quad A_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k m_i V_i, \quad k = \overline{1, K}, \quad (1)$$

формируется система из K уравнений

$$T_k = T_{zk}, k = \overline{1, K}. \quad (2)$$

Обращением (2) относительно скорости C , получается K уравнений степени, не выше 2, на примере 1-го уравнения вида $C_1 = V_1(\lambda_1 + 1/T_{z1})$.

Очевидно, что решением несовместной системы уравнений (2) будет компонент C_k с максимальным значением битовой скорости

$$C_{\min} = \max_k \{C_k\} \quad (3)$$

гарантирующей обработку трафика «массы» Σm_k с задержками T_k , не превышающими заданных норм.

Приводится численный пример для $K = 5$ и нормативов $T_{zk} = k \cdot 0,1$ [мс], интенсивностей потоков $\lambda_k = k \cdot 100$ [пакет/с], средних объемов пакетов $V_k = k \cdot 1000$ [бит], где k – текущий индекс приоритета. Решение уравнений (2) дает набор значений скоростей {10,1; 10,4; 11,0; 11,9 и 13,23} [Мбит/с], среди которых последнее – максимальное. Если в первую очередь обрабатывать пакеты с максимальным значением задержек T_{zk} , набор локальных решений видоизменяется {2,1; 5,4; 11; 21,97 и 53,36} [Мбит/с], а минимально необходимая битовая скорость $C_{\min} = 53,36$ возрастает примерно в 4 раза.

Распределение пропускной способности по приложениям

Такое распределение предлагается проводить пропорционально максимально допустимым нагрузкам (порогам), определяемым из (1). Для случая 3-х приложений пороги представляются функциями вида:

$$\rho_1^* = 1 - \frac{V_1}{CT_{z1}}, \rho_2^* = \frac{V_1}{CT_{z1}} - \frac{1}{T_{z2}} \left(\frac{V_1 + V_2}{C} + T_{z1} \right), \rho_3^* = \frac{1}{T_{z2}} \left(\frac{V_1 + V_2}{C} + T_{z1} \right) \quad (4)$$

Превышение коэффициентами использования ρ_1 и ρ_2 порогов ρ_1^* и ρ_2^* приведет к нарушению ограничений $T_k = T_{zk}$ по задержке, а занижение – к выполнению нормативов с запасом ($T_{zk} - T_k > 0$), что равноценно недоиспользованию пропускной способности.

Пороги (4) позволяют находить доли пропускной способности C сервера: $C\rho_1^*$ – приходящиеся на трафик старшего приоритета; $C\rho_2^*$ – на трафик 2-го приоритета; $C\rho_3^* = C(1 - \rho_1^* - \rho_2^*)$, оставшуюся на обработку (доставку) неприоритетного трафика без гарантии его качества («best effort»).

Численные оценки (4) для $V_1 = 500$ бит, $V_2 = 1000$ бит, $T_{z1} = 0,1$ мс, $T_{z2} = 1$ мс и различных скоростей C показывают, что независимо от «массы» трафика значение скорости 5 Мбит/с оказывается недостаточно для обслуживания потока 1-го приоритета с нормой 0,1 мс. Если же $C = 6$ Мбит/с, трафику 1-го приоритета следует отвести примерно 17% от общей пропускной способности, трафику 2-го приоритета – не более 48%, на «best effort» останется 35%. При дальнейшем увеличении значения скорости C

наблюдается рост ρ_1^* с одновременным снижением величин ρ_2^* и ρ_3 , а при скорости $C = 35$ Мбит/с ресурс, отводимый трафику 2-го приоритета, оказывается полностью «съеденным» старшим приоритетом. На высоких скоростях ($C = 10$ Гбит/с) даже на «best effort» остается всего 0,05% от пропускной способности C .

Выводы

Предложенный подход не обязывает работать с QoS-ограничениями, как «строгими равенствами», и применять предельно допустимые загрузки (4), он лишь показывает, что:

- задача распределения битовой скорости по нескольким приложениям IMS представляется NP-полной комбинаторной задачей «плотной укладки в контейнер»;
- предоставление минимальной гарантированной битовой скорости (3) при заданных нормах на задержки пакетов и известных объемах трафика неизбежно сопровождается недоиспользованной пропускной способностью, пригодной для обработки трафика «best effort»;
- высокие скорости C нивелируют сетевые характеристики, приводят к поглощению одних классов обслуживания другими и вырождению приоритетного обслуживания в неприоритетное, что согласуется с [3].

Соответствующее пуассоновским потокам значение (3) минимальной GBR следует расценивать как оценку снизу более общего случая – минимальной гарантированной битовой скорости, необходимой для обслуживания реального «тяжелого» трафика.

Литература

1. Башарин Г.П., Грубник А.В., Зарипова Э.Р. Оценка характеристик для фрагмента мультисервисной сети при разделении типов нагрузки. XL Всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии. – М.: изд. РУДН, 2004 г. – <http://www2.telesys.pfu.edu.ru/science/conf/st.pdf>.
2. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных: Пер. с англ. – М.: Мир. 1989. –544с.
3. Михайлов С.К., Сергеева Т.П. Расчет вариации задержки (IPDV) для телефонного соединения. Т-Comm, #7–2013. С.87–89.

MODEL OF GUARANTEED BIT RATE FOR IMS MULTIMEDIA APPLICATIONS

Kutbitdinov S.Sh.¹, Lokhotko V.V.², Rudinska S.R.³

¹SUE Center for scientific and technical and marketing researches «UNICON.UZ»,
Uzbekistan, E-mail: kutbitdinov@unicon.uz

²St. Petersburg State University of Telecommunications, Russia, E-mail: lvv1950@tut.by

³Belarusian State Academy of Telecommunications, Belarus, E-mail: sabina.rudin@mail.ru

The evaluation of the minimum guaranteed bit rate and its distribution according IP multimedia subsystem applications is submitted.

Key words: guaranteed bit rate, GBR, IMS, QoS rule, server, average packet delay, utilization factor.

РЕЛЕЙНО-ГИСТЕРЕЗИСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СКОРОСТЬЮ ПРОИЗВОДСТВА СКОРОПОРТЯЩЕЙСЯ ПРОДУКЦИИ

Лившиц К. И., Ульянова Е. С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, kim47@mail.ru,
katerina_tomsk@sibmail.com

Получены уравнения для плотности распределения количества скоропортящейся продукции при релейно-гистерезисном управлении скоростью производства. Найдено решение этих уравнений при экспоненциальном распределении объемов покупок. Рассмотрена задача оптимального выбора параметров управления.

Ключевые слова: скоропортящаяся продукция, гистерезисное управление, плотность распределения.

Введение

Модели управления запасами с ограниченным сроком годности интенсивно изучаются в последние годы. Достаточно подробно состояние проблемы освещено, например, в работах [1,2]. При этом, как правило, предполагается, что задан некоторый начальный объем запаса и решаются задачи об оптимальном выборе начального объема и построении оптимального алгоритма его расходования. В настоящей работе предлагается и анализируется одна из возможных моделей одновременного производства и сбыта скоропортящейся продукции.

1. Математическая модель задачи

В работе задача поступления и сбыта скоропортящейся продукции рассматривается при следующих предположениях. Пусть $S(t)$ – количество продукции в момент времени t . Считается, что продукция производится (поступает) с некоторой скоростью $C(S)$, зависящей от текущего запаса $S(t)$, так что за время Δt поступает $C(S)\Delta t$ единиц продукции. При хранении продукция непрерывно портится. Считается, что за малое время Δt потери равны $kS(t)\Delta t$. Будем считать, далее, что величины покупок – независимые случайные величины с плотностью распределения $\varphi(x)$ и средним значением $M\{x\} = a$. Моменты продаж образуют пуассоновский поток, интенсивность которого λ зависит от цены продажи b . Считается, что интенсивность потока продаж λ монотонно убывает с ростом цены b .

В работе предполагается, что управление производством осуществляется следующим образом. Устанавливается два пороговых значения допустимого запаса продукции S_1 и S_2 , причем $S_2 > S_1$. В области $S < S_1$ скорость производства $C(S) = C_0$, в области $S > S_2$ скорость производства $C(S) = C_1 = 0$. В области же $S_1 \leq S \leq S_2$ скорость производства $C(S) = C_0$ или $C(S) = 0$, в зависимости от того как процесс $S(t)$ вошел в эту область. Если он вошел в нее через порог S_1 снизу вверх, то остается $C(S) = C_0$, если же он вошел в эту область через порог S_2 сверху вниз, то остается $C(S) = 0$. Таким образом, значение $C(S) = 0$ устанавливается при достижении запасом $S(t)$ значения S_2 и оканчивается при уменьшении запаса до значения S_1 . Область $S_1 \leq S \leq S_2$ и представляет собой область гистерезиса в управлении запасом продукции. Естественно считать, что $C_0 - \lambda a > 0$. Наконец, возможна ситуация, когда текущий спрос не может быть удовлетворен полностью. В этом случае считается, что $S(t) < 0$.

Основная цель настоящей работы состоит в нахождении плотности распределения количества продукции для данной модели при некоторых дополнительных предположениях.

Обозначим

$$P_i(S, t)dS = \Pr\{S \leq S(t) < S + dS, C(t) = C_i\}, \quad i = 0, 1. \quad (1)$$

Теорема 1. Если $P_i(S, t)$ дифференцируемы по t , $SP_i(S, t)$ дифференцируемы по S , то функции $P_i(S, t)$ удовлетворяют системе уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P_1(S, t)}{\partial t} = -\lambda P_1(S, t) + k \frac{\partial}{\partial S}(SP_1(S, t)) + \lambda \int_S^{S_2} P_1(x, t)\varphi(x - S)dx, \quad S \geq S_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial P_0(S, t)}{\partial t} = -\lambda P_0(S, t) - \frac{\partial}{\partial S}((C_0 - kS)P_0(S, t)) + \lambda \int_S^{S_2} P_0(x, t)\varphi(x - S)dx, \quad S_1 < S < S_2, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_0(S, t)}{\partial t} = & -\lambda P_0(S, t) - \frac{\partial}{\partial S}((C_0 - kS)P_0(S, t)) + \\ & + \lambda \int_S^{S_2} P_0(x, t)\varphi(x - S)dx + \lambda_1 \int_{S_1}^{S_2} P_1(x, t)\varphi(x - S)dx, \quad S < S_1 \end{aligned} \quad (4)$$

где $I(x)$ – единичная функция.

Доказательство теоремы аналогично доказательству соответствующей теоремы в [3, 4]. Решение системы уравнений (2) – (4) должно, очевидно, удовлетворять условию

$$P_0(S_2, t) = P_1(S_2, t), \quad \text{условию нормировки} \quad \int_{S_1}^{\infty} P_1(S, t)dS + \int_{-\infty}^{S_2} P_0(S, t)dS = 1 \quad \text{и функция}$$

$$P_0(S, t) \text{ должна быть непрерывна в точке } S_1: P_0(S_1 + 0, t) = P_0(S_1 - 0, t).$$

Безусловная плотность распределения $P(S, t)$ количества продукции будет иметь вид

$$P(S, t) = \begin{cases} P_1(S, t), & S > S_2 \\ P_1(S, t) + P_0(S, t), & S_1 \leq S \leq S_2 \\ P_0(S, t), & S < S_1 \end{cases} \quad (5)$$

2. Экспоненциальное распределение величины продаж

Рассмотрим в качестве примера простейший случай, когда продажи имеют экспоненциальное распределение $\varphi(S) = \frac{1}{a} \exp\left(-\frac{S}{a}\right)$. Обозначим $P_i(S) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(S, t)$.

Можно показать, что в стационарном режиме решение системы уравнений (2) – (4) имеет вид

$$P_0(S) = \begin{cases} BC_0^k e^{-\frac{\lambda_1 - C_0 - \lambda a}{C_0 a} S}, & S < 0 \\ Be^a (C_0 - kS)^{\frac{\lambda_1}{k}}, & 0 \leq S \leq S_1 \\ B \left[1 - \int_{S_1}^S e^{-\frac{x}{a}} (C_0 - kx)^{\frac{\lambda_1}{k}} dx \right] e^{\frac{S}{a}} (C_0 - kS)^{\frac{\lambda_1}{k}}, & S_1 \leq S \leq S_2 \end{cases} \quad (6)$$

$$P_1(S) = \left[A_1 + A_2 \int_{S_1}^S e^{-\frac{x}{a}} x^{-\frac{\lambda}{k}} dx \right] e^{-\frac{S}{a}} S^{-\frac{\lambda}{k}}, \quad S_1 \leq S \leq S_2 \quad (7)$$

где

$$\gamma = \frac{e^{-\frac{S_2}{a}} (C_0 - kS_2)^{\frac{\lambda}{k}}}{a + \int_{S_1}^{S_2} e^{-\frac{x}{a}} (C_0 - kx)^{-\frac{\lambda}{k}} dx e^{-\frac{S_2}{a}} (C_0 - kS_2)^{\frac{\lambda}{k}}}. \quad (8)$$

Постоянные A_1 и A_2 удовлетворяют системе уравнений:

$$A_1 k e^{-\frac{S_1}{a}} S_1^{-\frac{\lambda}{k}} + a k A_2 = a B \gamma, \quad (9)$$

$$A_1 S_2^{-\frac{\lambda}{k}} + A_2 S_2^{-\frac{\lambda}{k}} \int_{S_1}^{S_2} e^{-\frac{x}{a}} x^{-\frac{\lambda}{k}} dx = B \left[1 - \lambda \int_{S_1}^{S_2} e^{-\frac{x}{a}} (C_0 - kx)^{-\frac{\lambda}{k}} dx \right] (C_0 - kS_2)^{\frac{\lambda}{k}}, \quad (10)$$

а постоянная B определяется из условия нормировки. Полученные выражения позволяют исследовать зависимость средней прибыли в единицу времени от параметров модели.

Выводы

В работе получены уравнения, определяющие плотность распределения количества скоропортящейся продукции при релейно-гистерезисном управлении скоростью производства. Получены решения этих уравнений в случае экспоненциального распределения величин продаж. Аналогично вышесказанному могут быть исследованы и другие модели управления производством и сбытом скоропортящейся продукции.

Литература

1. Goyal S.K., Giri B.C. Recent trends in modeling of deteriorating inventory // Eur. J. Oper. Res.– Vol. 134 (1). –2001. – Pp. 1–16.
2. Bakker M., J. Riezebos J., Teunter R.H. Review of inventory systems with deterioration since 2001 // Eur. J. Oper. Res. – Vol. 221.– 2012. – Pp. 275–284.
3. Livshits K., Ulyanova E. Switch-hysteresis control of the selling times flow in a model with perishable goods// Communication in computer and information science. – Vol. 564. – 2015. – Pp. 263–274.
4. Лившиц К.И., Ульянова Е.С. Диффузионная аппроксимация процесса производства и сбыта скоропортящейся продукции// Известия вузов. Физика. – Т. 58. –№ 11/2. – 2015. – С. 281–285.

SWITCH-HYSTERESIS CONTROL OF THE RATE OF PRODUCTION OF PERISHABLE GOODS

Livshits K.I., Ulyanova E.S.

Tomsk State University, kim47@mail.ru, katerina_tomsk@sibmail.com

We have obtained the probability density function of stock of perishable goods under hysteresis control of the rate of production. The exact solution of these equations for the case of exponentially distributed purchase amounts have been found. The problem of selecting the optimal control parameters was considered.

Key words: perishable goods, hysteresis control, probability density function.

ИССЛЕДОВАНИЕ СУММАРНОГО ОБЪЕМА ТРЕБОВАНИЙ В БЕСКОНЕЧНОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ВИДА $MIGI_{\infty}$

Лисовская Е.Ю., Моисеева С.П.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
ekaterina_lisovs@mail.ru

Для бесконечнолинейной системы массового обслуживания определяется вид характеристической функции двумерного распределения вероятностей числа заявок в системе и суммарного объема требований, находящихся в системе при стационарном режиме.

Ключевые слова: теория массового обслуживания, требования случайного объема.

Введение

В настоящее время внимание к теории массового обслуживания в значительной степени стимулировалось необходимостью применения результатов этой теории к важным практическим задачам, возникающим в связи с бурным развитием систем коммуникаций, возникновением информационно-вычислительных систем, появлением и усложнением разнообразных технологических систем, созданием автоматизированных систем управления.

Системы массового обслуживания (СМО) с заявками случайного объема позволяют решать задачи проектирования информационных систем, объектом преобразования в которых является информация, поступающая порциями в виде дискретных или непрерывных сообщений. Сообщения или заявки обладают различным информационным объемом, который представляет собой случайную величину.

Задача исследования СМО, в которых каждая поступающая в систему заявка наряду со случайной длиной имеет случайный объем, причем суммарный объем всех находящихся в системе заявок ограничен, как было замечено еще в работах [3,4,5], играет важную роль при моделировании работы самых разнообразных технических устройств, в частности современных информационно-вычислительных систем. Однако аналитических решений этой задачи для бесконечнолинейных СМО с произвольной функцией времени обслуживания до сих пор не найдено, поскольку для корректного построения соответствующего марковского процесса, описывающего функционирование СМО, необходимо учитывать объемы всех заявок в системе. В настоящей статье предлагается решать поставленную задачу методом просеянного потока позволяющим учитывать объемы заявок находящихся в системе в момент времени t и не учитывать покинувшие.

Постановка задачи

Рассмотрим СМО с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает простейший поток с параметром λ . Считаем, что продолжительность обслуживания заявки имеет произвольную функцию распределения, одинаковую для всех приборов, которую обозначим $B(x)$. Предполагаем, что каждое требование характеризуется некоторым случайным объемом $v > 0$. Объемы различных требований независимы.

Пусть $i(t)$ – число заявок, находящихся на обслуживании в системе в момент t , $V(t)$ – полная сумма объемов требований, находящихся в системе в момент времени t . $G(y) = P\{v < y\}$ – функция распределения случайного процесса v .

Поставим задачу нахождения характеристик двумерного случайного процесса $\{i(t), V(t)\}$. Отметим, что исследуемый процесс не является марковским. Поэтому для его исследования будем использовать метод просеянного потока.

Зафиксируем некоторый момент времени T . Полагаем, что заявка входящего потока, поступившая в систему в момент времени $t < T$ с вероятностью $S(t) = 1 - B(T-t)$ формирует событие просеянного потока.

Обозначим $n(t)$ – число событий, наступивших в просеянном потоке до момента времени t . Тогда, если в начальный момент $t_0 < T$ система обслуживания была свободна, то для момента времени T выполняется равенство $i(T) = n(T)$.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Введем обозначение $P(n, z, t) = P\{n(t) = n, V(t) < z\}$ – распределение вероятностей двумерного Марковского процесса, где $n(t)$ – число событий, наступивших в просеянном потоке к моменту времени t , $V(t)$ – суммарный объем требований, находящихся в просеянном потоке к моменту времени t . Для этого распределения можно записать систему [1] дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\frac{\partial P(n, z, t)}{\partial t} = \lambda S(t) \int_0^z P(n-1, z-y, t) dG(y) - P(n, z, t).$$

Введем характеристическую функцию вида:

$$H(u_1, u_2, t) = M \left\{ \exp(ju_1 n(t) + ju_2 V(t)) \right\} = \sum_{i=0}^{\infty} e^{ju_1 i} \int_0^{\infty} e^{ju_2 z} P(n, z, t) dz.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 n} \int_0^{\infty} e^{ju_2 z} \int_0^z P(n-1, z-y, t) dG(y) dz = \\ &= e^{ju_1} \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 (n-1)} \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} \cdot e^{ju_2 (z-y)} \int_0^z P(n-1, z-y, t) dG(y) dz = \\ &= e^{ju_1} \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 (n-1)} \int_0^{\infty} e^{ju_2 (z-y)} P(n-1, z-y, t) dz \right] dG(y) = \\ &= e^{ju_1} \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} H(u_1, u_2, t) dG(y) = e^{ju_1} H(u_1, u_2, t) \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} dG(y) = \\ &= e^{ju_1} H(u_1, u_2, t) G^*(u_2), \end{aligned}$$

можно записать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial H(u_1, u_2, t)}{\partial t} = \lambda S(t) H(u_1, u_2, t) \left[e^{ju_1} G^*(u_2) - 1 \right].$$

Очевидно, решение имеет вид:

$$\begin{aligned} H(u_1, u_2, t) &= \exp \left\{ \lambda \left[e^{ju_1} G^*(u_2) - 1 \right] \int_{-\infty}^t S(x) dx \right\} = \\ &= \exp \left\{ \lambda \left[e^{ju_1} G^*(u_2) - 1 \right] \int_{-\infty}^t (1 - B(T-x)) dx \right\} = \\ &= \exp \left\{ \lambda \left[e^{ju_1} G^*(u_2) - 1 \right] \int_{T-t}^{\infty} (1 - B(x)) dx \right\}. \end{aligned}$$

При $t = T$ для характеристической функции двумерного процесса в стационарном режиме получим

$$H(u_1, u_2) = \exp\{\lambda_1 [e^{ju_1} G^*(u_2) - 1]\}.$$

Откуда для процесса $i(t)$ в стационарном режиме получим

$$M\{e^{ju_1 i(t)}\} = \exp\{\lambda_1 [e^{ju_1} - 1]\},$$

для процесса $V(t)$ в стационарном режиме получим

$$M\{e^{ju_2 V(t)}\} = \exp\{\lambda_1 [G^*(u_2) - 1]\}.$$

Заключение

Для бесконечнолинейной системы массового обслуживания требований случайного объема была получена характеристическая функция двумерного распределения вероятностей числа занятых приборов и суммарного объема требований, находящихся в системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00292 мол_а.

Литература

1. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М. : Наука, 1987. – 336 с.
2. Назаров А.А. Теория массового обслуживания : учеб. Пособие. / А.А. Назаров, А.Ф. Терпугов. – Томск : Изд-во НТЛ, 2010. – 228 с.
3. Тихоненко О.М. Моделирование процессов и систем обработки информации : курс лекций / О.М. Тихоненко. – Минск : БГУ, 2008. – 148 с.
4. Ромм Э. Л., Об одном обобщении задачи Эрланга // Автоматика и телемеханика / Э. Л. Ромм, В. В., Скитович. – 1971. – № 6. – С. 164–167.
5. Александров А. М. Обслуживание потоков неоднородных требований // Изв. АН СССР. Технич. Кибернетика. / А. М. Александров, Б. А. Кац. – 1973. – №2. – С. 47–53.

STUDY OF THE TOTAL SIZE OF CUSTOMERS IN INFINITE LINEAR QUEUING SYSTEM $M|GI|_{\infty}$

Lisovskaya E., Moiseeva S.

Tomsk State University, ekaterina_lisovs@mail.ru

The characteristic function of the two-dimensional probability distribution of the number of customers in the system and the total size of customers is obtained.

Key words: queuing theory, customers with random sizes.

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ СЕТЕЙ NGN/IMS С УЧЕТОМ СВОЙСТВ САМОПОДОБИЯ СИГНАЛЬНОГО ТРАФИКА

Мамедов Г. А., Ибрагимов Б. Г., Исаев Я. С.

Азербайджанский Технический Университет, i.bayram@mail.ru

В работе построена математическая модель качества обслуживания систем сигнализации в сетях NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика.

Ключевые слова: самоподобный трафик, сети NGN/IMS, SIP-сервера, задержки пакетов сигнального трафика, вероятностно-временные характеристики.

Введение

Современные условия в сфере телекоммуникаций с использованием сетей NGN/IMS предъявляют новые требования к качеству предоставляемых пользователям мультимедийных услуг и непрерывности поддержки новых услуг. Основными задачами операторов связи как поставщиков услуг являются в современных условиях повышение качества обслуживания, снижение времени внедрения новых услуг и понижение эксплуатационных расходов [1, 2].

Для распределенной архитектуры сетей NGN/IMS, используемой при построении мультисервисных сетей связи, основными протоколами сигнализации являются протоколы установления мультимедийных сессий SIP и Diameter [2].

Задача оценки показателей качества обслуживания служебных трафиков в сетях NGN/IMS, использующих протокол SIP, до настоящего времени не имеет стандартизованной методики, что не позволяет проанализировать параметры их производительности и вероятностно-временные характеристики (ВВХ) [1, 2].

Учитывая вышесказанное, в данной работе предлагается математическая модель анализа показателей качества обслуживания сигнальных трафиков в сетях NGN/IMS.

Описание математической модели анализа показателей качества обслуживания в сетях NGN/IMS

Исследуемая сеть NGN/IMS представляет собой одноканальную систему массового обслуживания (СМО) типа $M/G/1/N_{\text{бн}}$ с ограниченным числом мест для ожидания $N_{\text{бн}}$ и постоянной интенсивностью λ_i поступающих трафиков служебного протокола.

Проанализирована математическая модель, описывающая качества функционирования сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика, которая представляет собой СМО типа $fBM/G/1/N_{\text{бн}}$ с возможными многоскоростными обслуживаниями пакетов сигнального трафика протокола SIP при критической нагрузке $\rho_i \leq 1$, $i = \overline{1, n}$. Допустим, что сигнальный трафик, поступающий на обслуживание в СМО, является пуассоновским [2, 3] с интенсивностью λ_i , $i = \overline{1, n}$, длительность обслуживания i -го трафика имеет функцию распределения $B(t) = P[B \leq t]$ с преобразованием Лапласа-Стилтьеса (ПЛС) $b(s) = E[\exp(-bs)]$ и моментами b_i .

Проведенные количественный и качественный анализы собранных статистических данных о трафике сигнального протокола SIP в сети NGN/IMS свидетельствуют о достаточно сильной степени самоподобия исследуемого случайного процесса поступления сигнальных трафиков на серверы сети с коэффициентом Херста H [2, 3].

Предполагаем, что $Y(t)$ – случайный временной ряд [2], характеризующий служебный трафик и измеряемый в пакетах или байтах в момент времени t . Случайный процесс $Y(t)$ является строго самоподобным второго порядка, если

$$B(k) = 0,5\sigma^2[(k-1)^{2H} - 2k^{2H} + (k+1)^{2H}], \quad (1)$$

где k – произвольное целое число, $k \geq 1$; σ^2 – дисперсия случайных процессов, равная $\sigma^2 = B(0) = E[Y(t) - m]$; m – математическое ожидание случайных процессов, $m = E[Y(t)]$; H – показатель Херста, $0 < H \leq 1$.

Загрузка сетей NGN/IMS с учетом свойств самоподобия сигнального трафика выражается следующим образом:

$$\rho_i(H, \lambda_i) = [b_i \cdot f(H) \cdot V_k^{-1} \cdot \lambda_i] \leq 1, \quad (2)$$

где $f(H)$ – функция, учитывающая свойство самоподобия поступающих пакетов сигнального трафика протокола сетей NGN/IMS, для которого: $H = 2 - D$, D – фрактальная размерность; H – параметр Херста [2], равный

$$H = \log(R/S) / \log(aN), \quad 0 < H \leq 1, \quad (3)$$

где R – размах накопленного отклонения; N – число интервалов наблюдения; a – некоторая константа, $a > 0$.

Из (2) следует, что условие $\rho_i \leq 1$ является необходимым и достаточным условием существования стационарного режима системы сигнализации сетей NGN/IMS.

Исследуемая в процессе занятости подсистема IMS в такой модели описывается одномерным марковским процессом состояния системы типа $fBM / G / 1 / N_{\delta n}$, который является непрерывно зависящим от параметра времени $t \in (0, T]$ и принимает значения в конечном пространстве состояний S . Множество возможных состояний выражается как

$$\{i_n, m_n\} \in S, \quad S = \{(n) : 0 \leq n \leq N_{\delta n}\}, \quad (4)$$

где i_n – число функциональных элементов в сети NGN/IMS, занятых обслуживанием трафиков; m_n – число пакетов сигнального трафика в сети NGN/IMS.

Предполагаем, что в сети NGN/IMS прерывание обслуживания сигнальных пакетов не допускается и система функционирует в стационарном режиме. В СМО, если $0 \leq m_n \leq h$, во время обслуживания данных пакетов трафика применяется нормальный режим работы SIP-сервера при ограничении $2 \leq h \leq n - 2$, для которого число пакетов в системе не превышает h , где m – максимальное число пакетов трафика, которые одновременно могут находиться в очереди (т.е. емкость БН, $N_{\delta n}$).

Учитывая (4) можно определить стационарное распределение числа пакетов в системе обслуживания $p_0(m)$, которое выражается следующим образом [2, 3]:

$$p_0(m) = \{1 + \lambda \cdot E[T(m)]\}^{-1}, \quad 1 \leq k \leq m + 1 \quad (5)$$

где $E[T(m)]$ – средняя продолжительность периода занятости системы обслуживания.

В (5) величина $T(m)$ определяет первый период занятости для рассматриваемой системы обслуживания и может быть выражена следующим образом:

$$T(m) = \inf\{n \geq 0 : m_n = 0\}, \quad (6)$$

На основании (4), (5) и (6) находим одну из ключевых стационарных характеристик очереди – среднюю длину очереди $E[L_{co}(m)]$ по формуле

$$E[L_{cd}(m)] = \sum_{k=1}^m k \cdot p_{k+1}(m) \quad (7)$$

Полученные в результате исследования выражения (4,...,7) позволяют оценить ВВХ ВВХ сетей NGN/IMS с использованием СМО типа $fBM / G / 1 / N_{\text{бн}}$, которые являются важным показателем QoS (Quality of Service).

Оценка вероятностно-временных характеристик сетей NGN/IMS

На основе исследования модели СМО типа $fBM / G / 1 / N_{\text{бн}}$ установлено [2], что среди ВВХ сетей NGN/IMS, особое место занимает среднее время задержки пакетов сигнального трафика. Используя формулы Полячека-Хинчина и учитывая метод диффузионной аппроксимации [2, 3], среднее время задержки пакета трафика в сети NGN/IMS определяется следующим образом:

$$E[T_{c3}(\lambda, H)] = b_1 \cdot \{ [1 - \rho(H, \lambda)]^{-1} - (1 - C_B^2) \cdot \rho(H, \lambda) \cdot [2 - 2\rho(H, \lambda)]^{-1} \}, \quad (8)$$

где C_B^2 – коэффициент вариации длительности обслуживания сигнального трафика.

С учетом формулы Полячека-Хинчина можно определить еще два важных выражения, которые являются преобразованиями Лапласа-Стилтьеса длительности ожидания и задержки пакетов сигнального трафика в СМО общего типа, соответственно:

$$T_{ож}(s) = [s \cdot (1 - \rho(H, \lambda)) / [s - \lambda(1 - \beta(s))]], \quad (9)$$

$$T_{c3}(s) = \beta(s) \cdot T_{ож}(s), \quad (10)$$

где $\beta(s)$ – в системе ПЛС времени обслуживания сигнального трафика.

Полученные на основании формулы Полячека-Хинчина распределения (8) и (9) представляют собой сложную задачу и являются одним из важных показателей качества обслуживания полезного и служебного трафиков.

Выводы

В работе для анализа показателей качества функционирования сетей NGN/IMS предложена математическая модель в виде одноканальной СМО с ожиданиями, учитывающая свойства самоподобия сигнального трафика. Были получены аналитические выражения для оценки ВВХ сетей NGN/IMS, обеспечивающие гарантированное качество услуг QoS, регламентируемых рекомендациями ITU-T.

Литература

1. Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р. Модель SIP-сервера с дисциплинами шлюзового и исчерпывающего обслуживания очередей // Вестник РУДН, № 1. Москва, 2013. – с. 52-57.
2. Мамедов Г.А., Ибрагимов Б.Г., Исмаилова С.Р. Подход к оценке эффективности систем и протоколов сигнализации NGN в мультисервисных сетях связи // Вестник компьютерных и информационных технологий, № 10, Москва, 2014. – с. 30 – 35.
3. Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания. – М.: Горячая линия – Телеком, 2013. – 130 с.

DESIGN AND ANALYSIS MODELS NGN/IMS NETWORKS TAKING INTO ACCOUNT THE PROPERTIES SELF-SIMILAR TRAFFIC SIGNAL

Mammadov H.A., Ibrahimov B.G., Isayev Y.S.

Azerbaijan Technical University, Baku, i.bayram@mail.ru

In this paper a mathematical model quality of service signaling systems in NGN/IMS networks, taking into account the properties self-similar traffic signal.

Key words: self-similar traffic, network NGN/IMS, signaling traffic, protocol SIP, packet delay traffic signal, probability-time characteristics.

РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ МОДЕЛИ С ПРЕРЫВАНИЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ НЕ ТОЛЕРАНТНОГО К ЗАДЕРЖКАМ ТРАФИКА В СЕТИ 3GPP LTE С ПОДДЕРЖКОЙ LSA¹

Маркова Е.В., Полуэктов Д.С.

Российский университет дружбы народов, mkatyushka@mail.ru, poluektov_dmitri@mail.ru

Построена модель одной соты сети LTE (Long Term Evolution) с применением системы LSA (Licensed Shared Access), которая позволяет операторам расширить спектр доступных частот за счет их совместного использования оператором-арендатором и оператором-владельцем. Получен рекуррентный алгоритм для частного случая модели.

Ключевые слова: LSA, полоса совместного использования, полоса индивидуального использования, рекуррентный алгоритм, прерывание обслуживания.

Введение

Рассмотрим одну соту сети LTE, которая имеет две полосы частот: индивидуального использования – частоты, владельцем которых является оператор-арендатор, и совместного использования – частоты, взятые в аренду у оператора-владельца, как систему массового обслуживания с двумя группами обслуживаемых приборов [1,2]. Первые из них – надежные соответствуют полосе индивидуального использования, вторые – ненадежные, соответствуют полосе совместного использования. Поступающие на систему заявки заполняют сначала приборы первой группы – полосу индивидуального использования. Если заполнены все приборы первой группы, проверяется доступны ли приборы второй группы, т.е. доступна ли оператору-арендатору полоса совместного использования. Если приборы второй группы доступны, то поступающие заявки заполняют их до тех пор, пока имеются свободные приборы, или не освободится хотя бы один прибор первой группы, в противном случае система блокируется. Система также будет заблокирована, если заполнены все приборы первой группы, а приборы второй группы не доступны.

Заявки, обслуживающиеся на приборах полосы совместного использования, в случае отказа данной полосы, т.е. возврата ее оператору-владельцу, продолжают свое обслуживание на свободных приборах полосы индивидуального использования, а обслуживание заявок, которым не хватило места, прерывается [3].

Построение модели

Предположим, что на систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ . Время обслуживания заявок распределено по экспоненциальному закону с параметром μ . Время, в течение которого доступна или отключена вторая группа приборов, распределено также по экспоненциальному закону с параметрами α и β соответственно. Пусть количество приборов первой группы равно C_1 , второй – C_2 .

Обозначим n_1 – число занятых приборов первой группы, n_2 – число занятых приборов второй группы и s – доступность приборов второй группы ($s = 1$ – приборы доступны и $s = 0$ – приборы не доступны). Состояние модели описывает вектор (n_1, n_2, s) над пространством состояний

$$X = \{(n_1, n_2, s) : s = 0, n_1 \in [0, C_1], n_2 = 0 \cup s = 1, n_1 \in [0, C_1], n_2 \in [0, C_2]\}. \quad (1)$$

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-00421 мол_а.

Пусть $p(n_1, n_2, s)$, $(n_1, n_2, s) \in \mathbf{X}$ стационарное распределение вероятностей состояний, тогда система уравнений равновесия (СУР) имеет вид:

$$(\lambda + \beta)p(0,0,0) = \mu p(1,0,0) + \alpha p(0,0,1); \quad (2)$$

$$(\lambda + \alpha)p(0,0,1) = \beta p(0,0,0) + \mu(p(1,0,1) + p(0,1,1)); \quad (3)$$

$$(\lambda + \mu + \alpha)p(0,1,1) = \mu p(1,1,1); \quad (4)$$

$$(\lambda + n_1\mu + \beta)p(n_1, 0, 0) = \lambda p(n_1 - 1, 0, 0) + (n_1 + 1)\mu p(n_1 + 1, 0, 0) + \alpha(p(n_1, 0, 1) + p(n_1 + 1, 1, 1)), n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \quad (5)$$

$$(\lambda + n_1\mu + \alpha)p(n_1, 0, 1) = \lambda p(n_1 - 1, 0, 1) + (n_1 + 1)\mu p(n_1 + 1, 0, 1) + \beta p(n_1, 0, 0) + \mu p(n_1, 1, 1), n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \quad (6)$$

$$(\lambda + (n_1 + 1)\mu + \alpha)p(n_1, 1, 1) = \lambda p(n_1 - 1, 1, 1) + (n_1 + 1)\mu p(n_1 + 1, 1, 1), n_1 = 1, \dots, C_1 - 1; \quad (7)$$

$$(C_1\mu + \beta)p(C_1, 0, 0) = \lambda p(C_1 - 1, 0, 0) + \alpha(p(C_1, 0, 1) + p(C_1, 1, 1) + p((C_1 - 1), 1, 1)); \quad (8)$$

$$(\lambda + C_1\mu + \alpha)p(C_1, 0, 1) = \lambda p(C_1 - 1, 0, 1) + \beta p(C_1, 0, 0) + \mu p(C_1, 1, 1); \quad (9)$$

$$((C_1 + 1)\mu + \alpha)p(C_1, 1, 1) = \lambda p(C_1 - 1, 1, 1) + \lambda p(C_1, 0, 1). \quad (10)$$

Рекуррентный алгоритм

Для того чтобы сократить сложность решения СУР, был получен рекуррентный алгоритм. Введем ненормированные вероятности $q(n_1, n_2, s)$, которые вычисляются по формулам

$$q(0,0,0) = 1, q(0,1,1) = x, q(0,0,1) = y, \quad (13)$$

$$q(n_1, n_2, s) = \gamma_{n_1, n_2, s} + \delta_{n_1, n_2, s}x + \varepsilon_{n_1, n_2, s}y, \quad (n_1, n_2, s) \in \mathbf{X}: n_1 \geq 0. \quad (14)$$

В формуле (14) коэффициенты $\gamma_{n_1, n_2, s}$, $\delta_{n_1, n_2, s}$, $\varepsilon_{n_1, n_2, s}$ вычисляются по рекуррентным соотношениям

$$\gamma_{0,0,0} = 1, \delta_{0,0,0} = 0, \varepsilon_{0,0,0} = 0;$$

$$\gamma_{0,1,1} = 0, \delta_{0,1,1} = 1, \varepsilon_{0,1,1} = 0;$$

$$\gamma_{0,0,1} = 0, \delta_{0,0,1} = 0, \varepsilon_{0,0,1} = 1;$$

$$\gamma_{1,1,1} = 0, \delta_{1,1,1} = \frac{\lambda + \mu + \alpha}{\mu}, \varepsilon_{1,1,1} = 0;$$

$$\gamma_{1,0,0} = \frac{\lambda + \beta}{\mu}, \delta_{1,0,0} = 0, \varepsilon_{1,0,0} = -\frac{\alpha}{\mu};$$

$$\gamma_{1,0,1} = -\frac{\beta}{\mu}, \delta_{1,0,1} = -1, \varepsilon_{1,0,1} = \frac{\lambda + \alpha}{\mu};$$

$$n_1 \gamma_{n_1, 0, 0} = \gamma_{n_1 - 1, 0, 0}(n_1 - 1 + \gamma_{1, 0, 0}) + \varepsilon_{1, 0, 0} \gamma_{n_1 - 1, 0, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \gamma_{n_1 - 2, 0, 0}, n_1 = 2, \dots, C_1,$$

$$n_1 \delta_{n_1, 0, 0} = \delta_{n_1 - 1, 0, 0}(n_1 - 1 + \gamma_{1, 0, 0}) + \varepsilon_{1, 0, 0}(\delta_{n_1 - 1, 0, 1} + \delta_{n_1 - 2, 1, 1}) - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{n_1 - 2, 0, 0},$$

$$n_1 = 2, \dots, C_1,$$

$$n_1 \varepsilon_{n_1, 0, 0} = \varepsilon_{n_1 - 1, 0, 0}(n_1 - 1 + \gamma_{1, 0, 0}) + \varepsilon_{1, 0, 0} \varepsilon_{n_1 - 1, 0, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \varepsilon_{n_1 - 2, 0, 0}, n_1 = 2, \dots, C_1;$$

$$n_1 \gamma_{n_1, 0, 1} = \gamma_{n_1 - 1, 0, 1}(n_1 - 1 + \varepsilon_{1, 0, 1}) + \gamma_{1, 0, 1} \gamma_{n_1 - 1, 0, 0} - \frac{\lambda}{\mu} \gamma_{n_1 - 2, 0, 1}, n_1 = 2, \dots, C_1,$$

$$n_1 \delta_{n_1, 0, 1} = \delta_{n_1 - 1, 0, 1}(n_1 - 1 + \varepsilon_{1, 0, 1}) + \gamma_{1, 0, 1} \delta_{n_1 - 1, 0, 0} + \delta_{n_1 - 1, 1, 1} - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{n_1 - 2, 0, 1},$$

$$n_1 = 2, \dots, C_1,$$

$$n_1 \varepsilon_{n_1, 0, 1} = \varepsilon_{n_1 - 1, 0, 1}(n_1 - 1 + \varepsilon_{1, 0, 1}) + \gamma_{1, 0, 1} \varepsilon_{n_1 - 1, 0, 0} - \frac{\lambda}{\mu} \varepsilon_{n_1 - 2, 0, 1}, n_1 = 2, \dots, C_1;$$

$$\gamma_{n_1, 1, 1} = 0,$$

$$n_1 \delta_{n_1, 1, 1} = \delta_{n_1 - 1, 1, 1}(n_1 + \varepsilon_{1, 0, 1}) - \frac{\lambda}{\mu} \delta_{n_1 - 2, 1, 1}, n_1 = 2, \dots, C_1,$$

$$\varepsilon_{n_1, 1, 1} = 0.$$

Стационарное распределение вероятностей состояний модели определяется по формуле

$$p(n_1, n_2, s) = \frac{q(n_1, n_2, s)}{\sum_{(i,j,k) \in q(i,j,k)}, (n_1, n_2, s) \in X}.$$

Используя уравнения (8), (9) СУР можно найти решения x, y :

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y = C_1, \\ A_2 x + B_2 y = C_2, \end{cases}$$

где

$$A_1 = \frac{(C_1+1)\mu+\alpha}{\lambda} \delta_{C_1,1,1} - \delta_{C_1-1,1,1} - \delta_{C_1,0,1},$$

$$B_1 = -\delta_{C_1,0,1},$$

$$C_1 = \gamma_{C_1,0,1},$$

$$A_2 = \lambda \delta_{C_1-1,0,1} + \beta \delta_{C_1,0,0} + \mu \delta_{C_1,1,1} - (\lambda + C_1 \mu + \alpha) \delta_{C_1,0,1},$$

$$B_2 = \lambda \varepsilon_{C_1-1,0,1} + \beta \varepsilon_{C_1,0,0} - (\lambda + C_1 \mu + \alpha) \varepsilon_{C_1,0,1},$$

$$C_2 = \lambda \gamma_{(C_1-1),0,1} + \beta \gamma_{C_1,0,0} - (\lambda + C_1 \mu + \alpha) \varepsilon_{C_1,0,1}.$$

Заключение

Целью дальнейших исследований является решение задачи оптимизации количества приборов второй группы – емкости LSA полосы по критерию максимизации числа обслуживаемых на ней заявок и минимизации числа прерываемых пользователей.

Источники

1. *Gudkova I.A., Samouylov K.E., Ostrikova D.Y., Mokrov E.V., Ponomarenko-Timofeev A.A., Andreev S.D., and Koucheryavy Y.A.* Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // Proc. of the 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015. – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2015. – P. 123–131.
2. *Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D.* Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014. – IEEE. – 2014. – P. 490–496.
3. *Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Markova E.V.* Modelling and performance analysis of pre-emption based radio admission control scheme for video conferencing over LTE // Proc. of the 6th International Conference ITU Kaleidoscope: Living in a converged world - impossible without standards? K-LCW-2014. – Switzerland, Geneva, ITU. – 2014. – P. 53–59.

RECURSIVE ALGORITHM FOR CALCULATING STATE PROBABILITY DISTRIBUTION OF 3GPP LTE NETWORK MODEL WITH INTOLERANT TRAFFIC, SERVICE INTERRUPTION, AND LICENSED SHARED ACCESS FRAMEWORK

Markova E.V., Poluektov D.S.

Peoples' Friendship University of Russia, mkatyushka@mail.ru, poluektov_dmitri@mail.ru

In this report, the model of one cell of the Long Term Evolution network with Licensed Shared Access framework is constructed. The model allows operators to expand a range of available frequencies due to their sharing by the LSA licensee and incumbent. The recursive algorithm for a special case of this model is obtained.

Key words: LSA, LSA band, main band, service interruption, recursive algorithm.

ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОБОБЩЕННЫМ ОБНОВЛЕНИЕМ И ПОВТОРНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ

Мацкевич И.А.

Российский университет дружбы народов, ivan.matskevich.1994@gmail.com

Представлены аналитические выражения для расчета основных вероятностно-временных характеристик системы массового обслуживания с обновленным обновлением и повторным обслуживанием.

Ключевые слова: вероятностно-временные характеристики, система массового обслуживания, обобщенное обновление с повторным обслуживанием.

Введение

Рассматривается однолинейная система массового обслуживания с накопителем бесконечной емкости, в которую поступает пуассоновский поток заявок интенсивности λ , а время обслуживания имеет экспоненциальное распределение с параметром μ .

Обобщенное обновление [1,3,4] с повторным обслуживанием [2,5,6] определяется следующим образом: в момент окончания своего обслуживания с некоторой вероятностью $q(i)$, $i \geq 0$, заявка на приборе сбрасывает из накопителя i других заявок и становится снова в накопитель, либо с вероятностью p просто покидает систему. Кроме того, через q обозначим вероятность того, что обслужившаяся заявка полностью опустошит накопитель независимо от того, сколько других заявок было в накопителе, и останется в системе [7].

Вероятностно-временные характеристики системы

Пусть $p_i, i \geq 0$, стационарная вероятность того, то в системе ровно i заявок. Стационарное распределение вероятностей для систем подобного вида [2-7] имеет вид

$$p_i = p_1 g^{i-1}, i \geq 1,$$

$$p_0 = \frac{\mu p (1 - g)}{\mu p (1 - g) + \lambda},$$

где переменная g является решением уравнения вида $\lambda = \mu p g + \mu B(g)$, где [7]

$$B(g) = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{q}(j) g^j, \quad \tilde{q}(i) = \sum_{j=i}^{\infty} q(j) + q.$$

Обозначим через π_1 вероятность того, что все заявки обслужились и покинули систему (ни одна из них не была сброшена из накопителя):

$$\pi_1 = \frac{p p_1}{1 - g p}. \quad (1)$$

Вероятность π_2 того, что ни одна из обслужившихся заявок не покинула систему, и из накопителя не было сброшено ни одной заявки (заявки не покидают систему) – вероятность быстрого переполнения системы имеет вид:

$$\pi_2 = \frac{p_1 q(0)}{1 - g p}. \quad (2)$$

Вероятность π_3 – вероятность того, что ни одна заявка в системе не будет потеряна (ни одна заявка не сброшена из накопителя) представима в виде:

$$\pi_3 = \frac{p_1 (p + q(0))}{1 - g (p + q(0))}. \quad (3)$$

Для расчета вероятности того, что произвольная поступающая в систему заявка не будет потеряна (сброшена из накопителя) и, соответственно, будет обслужена на приборе, нужно ввести вспомогательную производящую функцию:

$$\pi_{1,1}(u) = \sum_{j=1}^{\infty} u^j q(j). \quad (4)$$

Тогда вероятность $p^{(serv)}$ того, что заявка, поступающая в систему, перейдет на обслуживание, вычисляется по формуле:

$$p^{(serv)} = \frac{p_1(p + \pi_{1,1}(g))}{(1-g)(1-g(p + \pi_{1,1}(g)))} + p_0 + \pi_1. \quad (5)$$

Очевидно, что вероятность потери поступившей заявки $p^{(loss)}$ вычисляется как дополнительная к $p^{(serv)}$ вероятность:

$$p^{(loss)} = 1 - p^{(serv)}. \quad (6)$$

Для расчета времени ожидания начала обслуживания сделаем ряд предположений:

- заявки обслуживаются в порядке поступления (дисциплина обслуживания FIFO);
- заявки, закончившие обслуживание и оставшиеся в системе, становятся в конец очереди в накопителе.

Обозначим через $W^{(serv)}(x)$ стационарную функцию распределения времени ожидания начала обслуживания принятой к обслуживанию заявки:

$$W^{(serv)}(x) = \frac{1}{p^{(serv)}} \left(p_0 + \sum_{i=1}^{\infty} p_i \cdot W_i^{(serv)}(x) \right), \quad (7)$$

где $W_i^{(serv)}(x)$ – вероятность того, что время ожидания заявки, поступившей в систему и заставшей в ней i других заявок ($i \geq 1$), будет меньше x при условии, что эта заявка не была сброшена и перешла на обслуживание.

Кроме того, введем преобразование Лапласа-Стилтьеса (ПЛС) $\omega^{(serv)}(s)$ и $\omega_i^{(serv)}(s)$, $i \geq 1$, функций $W^{(serv)}(x)$ и $W_i^{(serv)}(x)$, $i \geq 1$. Тогда в терминах ПЛС, формула (7) имеет вид:

$$\omega^{(serv)}(s) = \frac{1}{p^{(serv)}} \left(p_0 + \sum_{i=1}^{\infty} p_i \cdot \omega_i^{(serv)}(s) \right). \quad (8)$$

Окончательный вид преобразования Лапласа-Стилтьеса стационарной функции распределения времени ожидания начала обслуживания:

$$\omega^{(serv)}(s) = \frac{1}{p^{(serv)}} \left(p_0 + \frac{p_1 \mu}{1-g} \left(\frac{p}{s + \mu(1-gp)} + \frac{p + \pi_{1,1}(g)}{s + \mu(1-g(p + \pi_{1,1}(g)))} \right) \right). \quad (9)$$

Дифференцируя данное ПЛС легко получить среднее время ожидания начала обслуживания.

Выводы

В работе приведены аналитические выражения для расчета основных вероятностно-временных характеристик системы массового обслуживания с обновленным обновлением и повторным обслуживанием: стационарное распределение вероятностей числа заявок в системе, вероятность обслуживания поступающей в систему заявки, стационарное распределение времени ожидания начала обслуживания заявки, не сброшенной из накопителя.

Литература

1. Kreinin A. Queuing Systems with Renovation // Journal of Applied Math. Stochast. Analysis. — 1997. — Vol. 10, No 4. — Pp. 431–443..
2. Щербанская А.А. Система массового обслуживания G/M/1/1 с обобщенным обновлением и дообслуживанием. // Магистерская диссертация. — РУДН. — 2014.

3. Zaryadov I. S., Pechinkin A. V. Stationary Time Characteristics of the $GI/M/n/\infty$ System with Some Variants of the Generalized Renovation Discipline // Automation and Remote Control. — 2009. — No 12. — Pp. 2085–2097.
4. Zaryadov I. S. The $GI/M/n/\infty$ Queuing System with Generalized Renovation // Automation and Remote Control. — 2010. — No 4. — Pp. 663–671.
5. Zaryadov I.S., Scherbanskaya A.A. Time Characteristics of Queuing System with Renovation and Reservice // Вестник РУДН. Серия «Математика, информатика, физика». — 2014. — № 2. — С. 61-66.
6. Зарядов И.С., Королькова А.В., Милованова Т.А., Щербанская А.А. Математическая модель расчета и анализа характеристик систем с обобщенным обновлением и повторным обслуживанием // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2014. — № 6. — С. 26-20
7. Кучеров А.А. Система массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком с обновлением и дообслуживанием и бесконечным накопителем. // Выпускная работа бакалавра. — РУДН. — 2015.

TIME-PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF QUEUEING SYSTEM WITH GENERAL RENOVATION AND REPEATED SERVICE

Matskevich I.A.

Peoples' Friendship University of Russia, ivan.matskevich.1994@gmail.com

The analytical expressions for the calculation of time-probabilistic characteristics of a queuing system with general renovation and repeated service are presented.

Key words: time-probabilistic characteristics, queuing system, general renovation with repeated service.

МЕТОД R -АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С РЕЛЕЙНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Назаров А.А., Бронер В.И.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, valsubbotina@mail.ru

Строится и исследуется математическая модель системы управления запасами с релейным управлением объемом накопленных ресурсов.

Ключевые слова: математическое моделирование, управление запасами, релейное управление, R -аппроксимация.

Введение

С развитием средств связи и вычислительной техники появилось стремление к созданию методов оценки, оптимизации и управления запасами. В последние десятилетия особый интерес был проявлен к математическим моделям управления запасами.

Математическая модель

Рассмотрим систему управления запасами (рис. 1), на вход которой с постоянной скоростью $v = 1$ непрерывно поступают некоторые ресурсы.

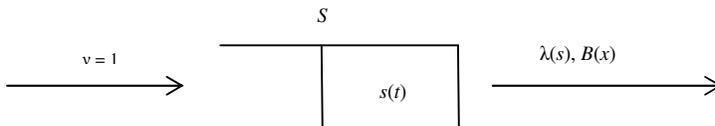


Рис. 1. Система управления запасами

Обозначим объем, накопленных ресурсов в системе к моменту времени t через $s(t)$. Будем полагать, что запросы на потребление ресурса будут поступать в случайные моменты времени, а величины запросов – партии случайного объема.

Пусть моменты потребления образуют пуассоновский поток с кусочно-постоянной интенсивностью $\lambda(s)$, зависящей от значений $s(t) = s$ величин накопленных запасов к моменту времени t поступления заявки на расходование ресурса, здесь

$$\lambda(s) = \begin{cases} \lambda_1, & s < S, \\ \lambda_2, & s \geq S, \end{cases} \quad (1)$$

где S – некоторое пороговое значение уровня запасов $s(t)$.

Будем считать, что объемы потребления, то есть величины запроса на потребление ресурсов, имеют произвольную функцию распределения $B(x)$.

Стоит отметить, что возможна ситуация, когда процесс $s(t)$ принимает отрицательные значения, то есть $s(t) < 0$, система продолжает функционировать, откладывая исполнение заявки на потребление ресурсов.

Для данной системы условие существования стационарного режима имеет вид

$$\lambda_1 b < 1 < \lambda_2 b, \quad (2)$$

где b – среднее значение объема одной партии на потребление ресурсов.

Из описания математической модели следует, что случайный процесс $s(t)$ является марковским с непрерывным временем t и непрерывным множеством значений $-\infty < s < \infty$.

Для стационарной плотности распределения $P(s) = \partial P\{s(t) < s\} / \partial s$ получено уравнение

$$P'(s) + \lambda(s)P(s) = \int_0^{\infty} \lambda(s+x)P(s+x)dB(x). \quad (3)$$

Рассмотрим решение уравнения (3) методом R -аппроксимации, аналогичной гиперэкспоненциальной аппроксимации, предложенной в работе Рыжикова Ю.И. [1], которая реализуется следующим образом.

На первом этапе метода R -аппроксимации найдем решение уравнения (3) при гиперэкспоненциальном распределении объемов потребления

$$B(x) = q(1 - e^{\mu_1 x}) + (1-q)(1 - e^{\mu_2 x}), \quad (4)$$

где $\mu_k > 0$ и $0 < q < 1$, решение уравнения (3) имеет вид

$$P(s) = \begin{cases} C_1 e^{z_1(s-S)} + C_2 e^{z_2(s-S)}, & s < S, \\ C e^{\gamma(s-S)}, & s \geq S, \end{cases} \quad (5)$$

где
$$z_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \kappa \pm \sqrt{\kappa^2 - 4\mu_1\mu_2(1-\lambda_1 b)} \right\}, \quad \gamma = \frac{1}{2} \left\{ \kappa - \sqrt{\kappa^2 - 4\mu_1\mu_2(1-\lambda_2 b)} \right\},$$

$\kappa = \mu_1 + \mu_2 - \lambda_1$, причем $z_1 > 0$, $z_2 > 0$, $\gamma < 0$.

Константы C_1, C_2, C определяются равенствами

$$C_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} \frac{1}{X}, \quad C_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} \frac{1}{X}, \quad C = \frac{1}{X},$$

где $X = a_{31} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} + a_{32} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} - a_{33}$, a_{kv} элементы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1/(z_1 - \mu_1) & 1/(z_1 - \mu_2) & 1/(\gamma - \mu_1) \\ 1/(z_1 - \mu_2) & 1/(z_2 - \mu_2) & 1/(\gamma - \mu_2) \\ 1/z_1 & 1/z_2 & 1/\gamma \end{pmatrix}.$$

Следующим этапом метода R -аппроксимации будет аппроксимация функции распределения $B(x)$ функцией

$$R(x) = q(1 - e^{\mu_1 x}) + (1-q)(1 - e^{\mu_2 x}), \quad (6)$$

которая формально совпадает с гиперэкспоненциальным распределением (4), но значения её параметров могут не удовлетворять ограничениям на параметры гиперэкспоненциального распределения.

Значения параметров q, μ_1, μ_2 , функции $R(x)$ находятся методом моментов, путем приравнивания первых трех начальных моментов a_1, a_2, a_3 , функции распределения $B(x)$ к соответствующим интегральным характеристикам функции $R(x)$. Можно показать, что выполняются следующие равенства

$$\mu_1 = \frac{1}{x}, \mu_2 = \frac{1}{y}, q = \frac{a_1 - y}{x - y},$$

где $x = \frac{1}{2} \left\{ u + \sqrt{u^2 - 4v} \right\}, y = \frac{1}{2} \left\{ u - \sqrt{u^2 - 4v} \right\}, u = \frac{3a_1 a_2 - a_3}{3(2a_1^2 - a_2)}, v = \frac{3a_2^2 - 2a_1 a_3}{6(2a_1^2 - a_2)}$

Имитационное моделирование

В качестве распределения объемов потребления рассмотрим равномерную функцию распределения

$$B(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x/2a, & 0 < x < 2a, \\ 1, & x > 2a, \end{cases}$$

для которой $a_1 = a$, $a_2 = 4a^2/3$, $a_3 = 2a^3$.

При $a = 1$, $S = 10$, $v = 1$, $\lambda_1 = 0.8$ и $\lambda_2 = 0.8$ получены значения параметров $q = 0.5 - 0.866i$, $\mu_1 = 1.5 - 0.866i$, $\mu_2 = 1.5 + 0.866i$ аппроксимирующей функции $R(x)$ и параметров определяющих выражение (5) для плотности распределения вероятностей значений процесса $s(t)$ $z_1=1.881$, $z_2=0.319$, $\gamma=-0.287$, $C_1=-0.019$, $C_2=0.163$, $C=0.144$. Для указанных значений параметров была построена имитационная модель функционирования системы управления запасами с равномерно распределенными объемами потребления и проведено сравнение эмпирической функции распределения $F(x)$ значений процесса $s(t)$ и функции распределения $F_R(x)$, полученной на основе R -аппроксимации.

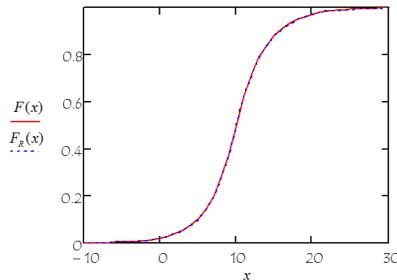


Рис. 2. Сравнение эмпирической функции $F(x)$ и функции распределения $F_R(x)$, полученной на основе R -аппроксимации

Вспользуемся расстоянием Колмогорова $\Delta = \sup_{-\infty < x < \infty} |F(x) - F_R(x)|$ для определения качества аппроксимации. Для заданных параметров оно составило $\Delta = 0.0038$, что говорит о высокой точности аппроксимации.

Выводы

В данной работе построена математическая модель системы управления запасами. Предложена R -аппроксимация распределения значений объема запасов в системе. На основе имитационного моделирования показано, что функция распределения $F_R(x)$ значений процесса $s(t)$ объема ресурсов, полученная на основе R -аппроксимации достаточно точно описывает реальный процесс.

Литература

1. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами // СПб.: Питер, 2001. - 384 с.

METHOD OF R-APPROXIMATION FOR THE INVENTORY CONTROL SYSTEM WITH ON/OFF CONTROL

Nazarov A.A., Broner V.I.

Tomsk State University, valsabbotina@mail.ru

Consider a mathematical model of inventory management with on/off control.

Key words: mathematical modeling, inventory management, on/off control, R -approximation.

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ M|GI|1 С НЕЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ЗАДЕРЖКОЙ ЗАЯВОК В ИПВ И ВЫТЭСНЕНИЕМ ЗАЯВОК

Назаров А.А., Измайлова Я.Е.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
evgenevna.92@mail.ru

В работе исследована RQ-система с простейшим входящим потоком, произвольным временем обслуживания, неэкспоненциальной задержкой в источнике повторных вызовов и вытеснением альтернативных заявок. Получены стационарное распределение состояний прибора и асимптотические средние числа заявок в ИПВ.

Ключевые слова: RQ-система, асимптотический анализ, гиперэкспоненциальное распределение.

Постановка задачи

Рассмотрим (рис. 1) RQ-систему с простейшим входящим потоком, произвольным временем обслуживания, гиперэкспоненциальной задержкой в ИПВ и вытеснением альтернативных заявок.

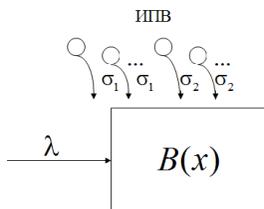


Рис. 1. Схема RQ-системы M|GI|1 с неэкспоненциальной задержкой заявок в ИПВ

На вход RQ-системы поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Если в момент прихода заявка обнаруживает прибор свободным, то она занимает прибор для обслуживания в течение случайного времени с функцией распределения $B(x)$. Если в момент прихода заявка обнаруживает прибор занятым, то она вытесняет обслуживаемую заявку и сама встает на прибор для обслуживания. Вытесненная заявка уходит в источник повторных вызовов (ИПВ). Время пребывания в ИПВ имеет гиперэкспоненциальное распределение с параметрами σ_1, σ_2, q . С вероятностью q заявка осуществляет экспоненциальную задержку с интенсивностью σ_1 (1 фаза) и с вероятностью $1 - q$ заявка осуществляет экспоненциальную задержку с интенсивностью σ_2 (2 фаза). После случайной задержки заявка вновь встает на прибор. Дисциплина обращения заявок из ИПВ аналогична дисциплине обращения первичных заявок.

Обозначим $i_1(t)$ – число заявок в ИПВ на 1 фазе, $i_2(t)$ – число заявок в ИПВ на 2 фазе, $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен} \\ 1, & \text{если прибор занят} \end{cases}$$

Ставится задача нахождения среднего числа заявок в ИПВ и распределения вероятностей состояний прибора.

Система уравнений Колмогорова

Так как процесс $\{k(t), i_1(t), i_2(t)\}$ не является марковским, то рассмотрим процесс с переменным числом компонент.

Если $k(t) = 0$, то рассматриваем процесс $\{k(t), i_1(t), i_2(t)\}$. Если $k(t) = 1$, то рассматриваем процесс $\{k(t), i_1(t), i_2(t), z(t)\}$, где $z(t)$ – остаточное время от момента t до момента окончания обслуживания. Обозначим $P\{k(t) = 0, i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\} = P_0(i_1, i_2)$ вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии 0, на 1 фазе ИПВ находится i_1 заявок, на 2 фазе ИПВ находится i_2 заявок; $P\{k(t) = 1, i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2, z(t) < z\} = P_1(i_1, i_2, z)$ вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии 1, на 1 фазе ИПВ находится i_1 заявок, на 2 фазе ИПВ находится i_2 заявок, остаточное время обслуживания меньше z .

Запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова для частных характеристических функций следующего вида:

$$H_0(u_1, u_2) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} e^{ju_1 i_1 + ju_2 i_2} P_0(i_1, i_2), H_1(u_1, u_2, z) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} e^{ju_1 i_1 + ju_2 i_2} P_1(i_1, i_2, z).$$

Получим

$$\begin{aligned} -\frac{\partial H_1(u_1, u_2, 0)}{\partial z} &= -\lambda H_0(u_1, u_2) + j\sigma_1 \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_1} + j\sigma_2 \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_2}, \quad (1) \\ -\frac{\partial H_1(u_1, u_2, z)}{\partial z} + \frac{\partial H_1(u_1, u_2, 0)}{\partial z} &= -je^{-ju_1} \sigma_1 B(z) \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_1} + \\ j\sigma_1 \frac{\partial H_1(u_1, u_2, z)}{\partial u_1} + j\sigma_2 \frac{\partial H_1(u_1, u_2, z)}{\partial u_2} &- je^{-ju_2} \sigma_2 B(z) \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_2} + \\ + \lambda q B(z) e^{ju_1} H_1(u_1, u_2) - \lambda H_1(u_1, u_2, z) &+ \lambda B(z) H_0(u_1, u_2) + \quad (2) \\ + \lambda(1-q) B(z) e^{ju_2} H_1(u_1, u_2) - j\sigma_1 q B(z) &\frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_1} - \\ -j\sigma_2(1-q) B(z) \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_2} - j\sigma_1(1-q) e^{j(u_2 - u_1)} B(z) &\frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_1} \\ - je^{j(u_1 - u_2)} \sigma_2 q B(z) \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_2}. \end{aligned}$$

Аналитически данную систему решить затруднительно. Будем решать ее методом асимптотического анализа в условии большой задержки ($\sigma \rightarrow 0$), полагая, что $\sigma_1 = \gamma_1 \sigma$, $\sigma_2 = \gamma_2 \sigma$.

Асимптотическое решение системы

В системе (2) сделаем замены

$$\sigma = \varepsilon, u_1 = \varepsilon w_1, u_2 = \varepsilon w_2, H_0(u_1, u_2) = F_0(w_1, w_2, \varepsilon), H_1(u_1, u_2, z) = F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon).$$

Система (2) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial F_1(w_1, w_2, 0, \varepsilon)}{\partial z} &= -\lambda F_0(w_1, w_2, \varepsilon) + j\gamma_1 \frac{\partial F_0(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_1} + j\gamma_2 \frac{\partial F_0(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_2}, \\ -\frac{\partial F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(w_1, w_2, 0, \varepsilon)}{\partial z} &= -je^{-j\varepsilon w_1} \gamma_1 B(z) \frac{\partial F_0(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_1} + \\ + j\gamma_1 \frac{\partial F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon)}{\partial w_1} + j\gamma_2 \frac{\partial F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon)}{\partial w_2} &- \\ -je^{-j\varepsilon w_2} \gamma_2 B(z) \frac{\partial F_0(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_2} + \lambda q B(z) e^{j\varepsilon w_1} F_1(w_1, w_2, \varepsilon) &- \lambda F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon) + \\ + \lambda B(z) F_0(w_1, w_2, \varepsilon) + \lambda(1-q) B(z) e^{j\varepsilon w_2} F_1(w_1, w_2, \varepsilon) &- j\gamma_1 q B(z) \frac{\partial F_1(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_1} - \\ -j\gamma_2(1-q) B(z) \frac{\partial F_1(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$-j\gamma_1(1-q)e^{j\varepsilon(w_2-w_1)}B(z)\frac{\partial F_1(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_1} - je^{j\varepsilon(w_1-w_2)}\gamma_2qB(z)\frac{\partial F_1(w_1, w_2, \varepsilon)}{\partial w_2}.$$

Теорема. Предельное (при $\varepsilon \rightarrow 0$, $z \rightarrow \infty$) значение $\{F_0(w_1, w_2), F_1(w_1, w_2)\}$ решения $\{F_0(w_1, w_2, \varepsilon), F_1(w_1, w_2, z, \varepsilon)\}$ системы уравнений (3) имеет вид

$F_0(w_1, w_2) = R_0(x_1, x_2)\exp\{jw_1x_1 + jw_2x_2\}$, $F_1(w_1, w_2) = R_1(x_1, x_2)\exp\{jw_1x_1 + jw_2x_2\}$, где x_1, x_2 являются решением системы уравнений

$$\begin{aligned} -\gamma_1x_1R_0(x_1, x_2) + \lambda qR_1(x_1, x_2) - \gamma_1x_1(1-q)R_1(x_1, x_2) + \gamma_2x_2qR_1(x_1, x_2) &= 0, \\ -\gamma_2x_2R_0(x_1, x_2) + \lambda(1-q)R_1(x_1, x_2) + \gamma_1x_1(1-q)R_1(x_1, x_2) - \gamma_2x_2qR_1(x_1, x_2) &= 0, \end{aligned}$$

а $R_0(x_1, x_2), R_1(x_1, x_2)$ определяются равенствами

$$R_0(x_1, x_2) = B^*(\lambda + \gamma_1x_1 + \gamma_2x_2), \quad R_1(x_1, x_2) = 1 - B^*(\lambda + \gamma_1x_1 + \gamma_2x_2).$$

Выводы

В данной работе была исследована RQ-система M/G/1 с вытеснением альтернативных заявок и гиперэкспоненциальной задержкой в ИПВ методом асимптотического анализа в предельном условии большой задержки. Для нее получены уравнения для нахождения среднего числа заявок в источнике повторных вызовов и стационарного распределения состояний прибора.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00292 мол_a.

Литература

1. Artalejo J.R. A Classified Bibliography of Research on Retrial Queues. Progress in 1990-1999. – 1999. – Vol. 7. – Issue 2. – Pp. 187 – 211.
2. Choi, B. D. and Chang, Y.. Single Server Retrial Queues with Priority Calls. Mathematical and Computer Modeling. – 1999. – Vol. 30. – No. 3-4. – Pp. 7-32.
3. Choi, B. D., Choi, K. B. and Lee, Y. W.. M/G/1 retrial queueing systems with two types of calls and finite capacity. Queueing Systems. – 1995. – Vol.19. – Pp.215-229.

THE RESEARCH OF RETRIAL QUEUEING SYSTEM M/G/1 NON-EXPONENTIAL DISTRIBUTION IN THE ORBIT AND WITH EXCLUSION OF CUSTOMERS

Nazarov A.A., Izmaylova Y.E.

National Research Tomsk State University, evgenevna.92@mail.ru

In this paper we consider retrial queueing system with arrival Poisson flow, hyperexponential distribution in the orbit and exclusion of alternative customers by method of asymptotic analysis under condition of long delay. Stationary probability distribution of server states and values of asymptotic means of the number of customers in the orbit are obtained.

Key words: retrial queueing system, asymptotic analysis, hyperexponential distribution.

АПРОКСИМАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ PH-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

Назаров А.А., Пауль С.В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
paulsv82@mail.ru

В работе рассматривается аппроксимация распределением фазового типа распределения неотрицательной случайной величины, определяемой произвольной функцией распределения $B(x)$.

Ключевые слова: распределение фазового типа, PH-распределение, аппроксимация.

Введение

При рассмотрении систем массового обслуживания с произвольным распределением времени обслуживания заявок (однолинейные системы [1], бесконечно линейные системы [2], RQ-системы [3]) возникают трудности, связанные с получением основных уравнений для распределения вероятностей процессов, описывающих основные характеристики этих систем. Одним из способов разрешить эту проблему является аппроксимация произвольной функции распределения $B(x)$, фигурирующей в системе, PH-распределением [4]. В работе получены формулы для аппроксимации и приведены численные результаты ее точности.

PH-распределение

Рассмотрим цепь Маркова $k(t)$, начальное распределение вероятностей значений $k = 1, 2, \dots, \infty$ которой задано вектором $\mathbf{V} = \{V_1, V_2, \dots, V_k, \dots\}$, где $V_k = P\{k(0) = k\}$. Для всех $k, v = 1, \dots, \infty$ заданы ее инфинитезимальные характеристики q_{kv} – интенсивности переходов из состояния k в состояние v . Обозначим неполную матрицу $\mathbf{Q} = [q_{kv}]$ инфинитезимальных характеристик. Матрица \mathbf{Q} неполная, потому что для этой цепи Маркова существует поглощающее состояние – 0, для которого заданы инфинитезимальные характеристики q_{k0} – интенсивности переходов из состояния k в состояние 0, которые составляют вектор

$$\mathbf{q}^T = \{q_{10}, q_{20}, \dots, q_{k0}, \dots\}.$$

При этом выполняются равенства

$$\mathbf{Qe} + \mathbf{q} = 0 \text{ или } \mathbf{q} = -\mathbf{Qe}.$$

Обозначим τ – длину интервала от момента начала функционирования цепи до момента ее попадания в поглощающее состояние 0. Будем говорить, что величина τ имеет распределение фазового типа или PH-распределение, заданное неразложимым представлением $\{\mathbf{V}, \mathbf{Q}\}$.

Аппроксимирующее PH-распределение

Пусть $k(t)$ – процесс чистой гибели с постоянным параметром μ [5] и начальным распределением v_k в виде

$$v_k = B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right), \quad k = \overline{1, \infty},$$

что определяет предлагаемое PH-распределение, характеристическая функция которого имеет вид

$$\begin{aligned} H(u, \mu) &= Me^{j\mu t} = \sum_{k=1}^{\infty} v_k M\left\{e^{j\mu t} | k(t) = k\right\} = \sum_{k=1}^{\infty} v_k \left(\frac{\mu}{\mu - ju}\right)^k = \left| v_k = B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right) \right| = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\mu}{\mu - ju}\right)^k \left[B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Найдем предел характеристической функции $H(u, \mu)$ при $\mu \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow \infty} H(u, \mu) &= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\mu}{\mu - ju} \right)^k \left[B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right) \right] = \\ &= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{1}{1 - \frac{ju}{\mu}} \right)^{\mu} \right]^{\frac{k}{\mu}} \right\} \left[B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right) \right] = \\ &= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} e^{ju \frac{k}{\mu}} \left[B\left(\frac{k}{\mu}\right) - B\left(\frac{k-1}{\mu}\right) \right] = \int_0^{\infty} e^{jux} B(x) dx. \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, получили равенство

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} H(u, \mu) = \int_0^{\infty} e^{jux} B(x) dx, \quad (3)$$

которое показывает, что характеристическая функция произвольной неотрицательной случайной величины, заданной функцией распределения $B(x)$, можно сколь угодно точно аппроксимировать предлагаемым РН-распределением, в частности это можно сделать и для логарифмически нормальной случайной величины, для которой не существует аналитического выражения характеристической функции.

Нетрудно показать, что функция распределения $F(x, \mu)$ предлагаемого РН-распределения имеет вид

$$F(x, \mu) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\mu x)^k}{k!} e^{-\mu x} B\left(\frac{k}{\mu}\right), \quad (4)$$

а, следовательно, при $\mu \rightarrow \infty$

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} F(x, \mu) = B(x).$$

Численные примеры точности аппроксимации

Рассмотрим следующие численные примеры. Для определения точности аппроксимации воспользуемся расстоянием Колмогорова

$$\Delta = \sup_{0 \leq x < \infty} |F(x, \mu) - B(x)|. \quad (6)$$

Для удобства и наглядности параметры распределений подобраны таким образом, чтобы среднее значение случайных величин во всех примерах было равно единицы.

1. Равномерное распределение с функцией распределения

$$B(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \leq 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

Точность аппроксимации данного распределения РН-распределением при различных μ принимает следующие значения

Таблица 1.

μ	25	50	100
Δ	0,056	0,040	0,028

2. Гамма-распределение с равными параметрами формы и масштаба

Таблица 2.

α	μ	25	50	100
----------	-------	----	----	-----

0,5	0,044	0,031	0,021
1	0,007	0,004	0,002
5	0,026	0,026	0,007
10	0,046	0,046	0,013

3. Логнормальное распределение с параметрами $\alpha = -0,5 \ln z$, $\sigma^2 = \ln z$

Таблица 3.

$z \backslash \mu$	25	50	100
1,2	0,029	0,015	0,007
1,5	0,017	0,009	0,003
2	0,014	0,007	0,003

Выводы

Таким образом, получили, что характеристическая функция PH-распределения, определяемая равенством (1) при $\mu \rightarrow \infty$ сходится к характеристической функции $B^*(u)$ распределения $B(x)$, поэтому указанное PH-распределение при достаточно больших значениях μ сколь угодно точно аппроксимирует распределение неотрицательной случайной величины с функцией распределения $B(x)$.

Литература

1. Назаров А.А. Пауль С.В. Исследование системы массового обслуживания с «прогулками» прибора, управляемой T-стратегией // Международная научная конференция: «Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения». 2015. – Минск: РИВШ. С. 202-207.
2. Назаров А.А. Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
3. Моисеева Е. А. Назаров А.А. Исследование RQ-системы MMPP[GI]1 методом асимптотического анализа в условии большой загрузки // Вестн. Том. гос. ун-та. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. №4 (25). С. 84-94.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания: учебник. М.: Изд-во РУДН, 1995. – 5 29 с.
5. Назаров А.А. Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания: учебное пособие. – Томск: изд. НТЛ, 2004. – 228 с.

Работа выполнена в рамках государственного заказа № 1.511.2014/К Министерства образования и науки Российской Федерации.

APPROXIMATION OF THE DISTRIBUTION OF THE NON-NEGATIVE RANDOM VARIABLE BY PH-DISTRIBUTION

Nazarov A.A., Paul S.V.

National Research Tomsk State University, paulsv82@mail.ru

We consider the approximation of the distribution of the non-negative random variable, which has an arbitrary distribution function $B(x)$, by phase type distribution.

Key words: distribution of phase type, PH-distribution, approximation.

ИССЛЕДОВАНИЕ БЕСКОНЕЧНОЛИНЕЙНОЙ СМО С РАЗНОТИПНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ И ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ МАРКОВСКОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Панкратова Е.В., Убонова Е.Г., Моисеева С.П.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
pankate@sibmail.com

Для бесконечнолинейной системы массового обслуживания с потоком марковского восстановления заявок и разнотипным обслуживанием определены начальные моменты числа занятых приборов и гауссовская аппроксимация характеристической функции двумерного распределения вероятностей числа занятых приборов каждого типа.

Ключевые слова: системы массового обслуживания, разнотипное обслуживание, метод асимптотического анализа.

Введение

Общие выгоды от связи между математической теорией и ее практическим применением в теории массового обслуживания (ТМО) прослеживаются особенно хорошо. В начале 20-го века Эрланг [1] заложил фундамент стохастических моделей для анализа эффективности технических систем. Первоначальная область применения ТМО для анализа телефонных систем вскоре была увеличена путем применения в ремонте машин, контроле запасов, оценке страхового риска, а позже конструировании и анализе компьютерных систем. Тесное взаимодействие теории и практики осталось движущей силой для развития теории массового обслуживания и на сегодняшний день.

Современные потоки данных включают в себя интегрированные разнотипные потоки, включающие передачу голоса, текстовых данных и видео рядов, что требует использования более сложных моделей потоков, чем классический пуассоновский процесс. Развитие компьютерных и мобильных сетей связи привело к необходимости создания новых математических моделей процессов передачи данных.

Системы массового обслуживания с заявками, требующими разного времени обслуживания, являются математическими моделями информационных систем, в которых на обслуживание различных информационных единиц затрачивается различное время в зависимости от формата, соответствующих протоколов и т.д.

Постановка задачи

Рассмотрим СМО $MR/M/\infty$, на вход которой поступает поток марковского восстановления заявок, заданный набором функций распределения длин интервалов $A_1(x), A_2(x), \dots, A_K(x)$ и матрицей \mathbf{P} , вложенной по моментам наступления событий цепи Маркова $k(t)$ с конечным числом состояний K [2].

Дисциплина обслуживания заключается в том, что заявка из MR -потока с вероятностью $p_i, (i=1,2)$ поступает на любой свободный прибор типа $i, (i=1,2)$, где осуществляется ее обслуживание в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром $\mu_i, (i=1,2)$.

Решается задача исследования двумерного случайного процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$ – число занятых приборов каждого типа в момент времени t .

Основные числовые вероятностные характеристики

Для стационарного распределения вероятностей четырехмерного марковского случайного процесса $\{k(t), i_1(t), i_2(t), z(t)\}$, где $z(t)$ – длина интервала от момента

времени t до момента наступления очередного события, $k(t)$, вложенная по моментам восстановления цепь Маркова, составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова вида

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Pi(k, i_1, i_2, z)}{\partial z} - \frac{\partial \Pi(k, i_1, i_2, 0)}{\partial z} - (i_1 \mu_1 + i_2 \mu_2) \Pi(k, i_1, i_2, z) + (i_1 + 1) \mu_1 \Pi(k, i_1 + 1, i_2, z) + \\ & + (i_2 + 1) \mu_2 \Pi(k, i_1, i_2 + 1, z) + \sum_v \frac{\Pi(v, i_1 - 1, i_2, 0)}{\partial z} p_1 P_{vk} A_k(z) + \sum_v \frac{\Pi(v, i_1, i_2 - 1, 0)}{\partial z} p_2 P_{vk} A_k(z) = 0. \end{aligned}$$

Далее осуществлен переход к характеристическим функциям [3]

$$H(k, u, w, z) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} e^{j u i_1} e^{j w i_2} \Pi(k, i_1, i_2, z), \quad j = \sqrt{-1},$$

для которых записано дифференциальное матричное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{H}(u, w, z)}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{H}(u, w, 0)}{\partial z} [p_1 e^{j u} \mathbf{P} \mathbf{D}(z) + p_2 e^{j w} \mathbf{P} \mathbf{D}(z) - \mathbf{I}] - \\ & - \mu_1 j (e^{-j u} - 1) \frac{\partial \mathbf{H}(u, w, z)}{\partial u} - \mu_2 j (e^{-j w} - 1) \frac{\partial \mathbf{H}(u, w, z)}{\partial w} = 0, \end{aligned}$$

где $\mathbf{H}(u, w, z) = [H(1, u, w, z), H(2, u, w, z), \dots, H(K, u, w, z)]$,

$$\mathbf{D}(z) = \begin{bmatrix} A_1(z) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & A_K(z) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{K1} & \dots & p_{KK} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Решение полученного матричного дифференциального уравнения удовлетворяет условию $\mathbf{H}(0, 0, z) = \mathbf{r}(z)$, где $\mathbf{r}(z)$ – вектор-функция стационарного распределения вероятностей значений двумерного марковского процесса $\{k(t), z(t)\}$.

Показано, что средние значения числа занятых приборов каждого типа в рассматриваемой системе определяются равенствами:

$$m_1^{(k)} = \frac{p_k}{\mu_k} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad k = 1, 2,$$

где \mathbf{e} – единичный вектор-столбец.

Моменты второго порядка числа заявок первого и второго типа в системе MR/M/ ∞ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} m_2^{(k)} &= \frac{p_k}{\mu_k} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{P} \mathbf{e} + \frac{p_k^2}{\mu_k} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_k) [\mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_k)]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad k = 1, 2, \\ \mathbf{D}^* (\alpha) &= \int_0^{\infty} e^{-\alpha z} d\mathbf{D}(z). \end{aligned}$$

Для коэффициента корреляции числа занятых приборов каждого типа системы MR/M/ ∞ получена формула вида:

$$r = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} p_1 p_2 \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \left[\mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_1) [\mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_1)]^{-1} + \mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_2) [\mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{D}^* (\mu_2)]^{-1} \mathbf{P} \mathbf{e} \right] \sqrt{D_1 \cdot D_2},$$

$$D_1 = \frac{p_1}{\mu_1} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{Pe} + \frac{p_1^2}{\mu_1} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{PD}^*(\mu_1) [\mathbf{I} - \mathbf{PD}^*(\mu_1)]^{-1} \mathbf{Pe} - \left(\frac{p_1}{\mu_1} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{Pe} \right)^2,$$

$$D_2 = \frac{p_2}{\mu_2} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{Pe} + \frac{p_2^2}{\mu_2} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{PD}^*(\mu_2) [\mathbf{I} - \mathbf{PD}^*(\mu_2)]^{-1} \mathbf{Pe} - \left(\frac{p_2}{\mu_2} \frac{\partial \mathbf{r}(0)}{\partial z} \mathbf{Pe} \right)^2.$$

Кроме того, с помощью метода асимптотического анализа при условии эквивалентно растущего времени обслуживания получена гауссовская аппроксимация исследуемого двумерного процесса [4].

Заключение

Для бесконечнолинейной системы массового обслуживания MR/M/∞ с разнотипным обслуживанием и входящим потоком марковского восстановления найдены первые и вторые начальные моменты, что позволяет определить среднюю загрузженность системы и, в последующем, дать оценку производительности системы. Получен коэффициент корреляции, показывающий взаимосвязь между числом занятых приборов первого и второго типа. Методом асимптотического анализа получена гауссовская аппроксимация исследуемого двумерного процесса. Проведен численный анализ, а именно изменение коэффициента корреляции в зависимости от входных параметров системы, а также анализ допредельных и асимптотических характеристик.

Литература

1. Erlang, A. K. The theory of probability and telephone conversations – 1911. – В. 20. – Р. 33–39.
2. Кокс, Д.Р. Теория восстановления / Д.Р. Кокс, В.А. Смит. Перевод с англ. / Пер. В.В. Рыкова; ред. Ю.К. Беляев – М: Советское радио, 1967. – 298 с.
2. Назаров, А.А. Теория массового обслуживания : учеб. Пособие. / А.А. Назаров, А.Ф. Терпугов. – Томск : Изд-во НТЛ, 2010. – 228 с.
3. Назаров, А.А. Методы асимптотического анализа в теории массового обслуживания / А.А. Назаров, С. П. Моисеева.– Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

QUEUEING SYSTEM WITH RENEWAL ARRIVAL PROCESS AND TWO TYPES OF SERVERS

Pankratova E., Ubonova E., Moiseeva S.

Tomsk State University, pankate@sibmail.comru

The queueing system with renewal arrival process, infinite number of heterogeneous servers and exponential service time is considered. Investigation of two-dimensional stochastic process that characterizes the number of busy devices of different types is held by the method of initial moments. The characteristic function of the number of different types' servers in the system is obtained.

Key words: queueing system, different types' servers, method of initial moments.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ RQ-СИСТЕМЫ С КОНФЛИКТАМИ И ДООБСЛУЖИВАНИЕМ ЗАЯВОК

Поморцева Н.А., Назаров А.А.

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
natashafpmk@gmail.com, nazarov.tsu@gmail.com*

Для однолинейной RQ-системы с конфликтами и дообслуживанием заявок определяются стационарные вероятности состояний прибора и среднее число заявок в блоках ИПВ.

Ключевые слова: RQ-система, конфликт заявок, дообслуживание заявок, асимптотический анализ.

Введение

В настоящее время внимание к теории массового обслуживания в значительной степени стимулируется необходимостью применения ее результатов для важных практических задач, возникающих в связи с бурным развитием телекоммуникационных, компьютерных, информационно-вычислительных систем.

Исследованию RQ-систем [1,2,5] посвящено огромное количество литературы, однако некоторые задачи все еще остаются нерешенными и интересными для изучения. В настоящей работе рассматриваются однолинейные RQ-системы с конфликтами [3,4]. Исследование таких систем подразумевает, что заявка, поступившая в систему и нашедшая прибор занятым и заявка, находящаяся на обслуживании, вступают в конфликт и обе переходят в источник повторных вызовов. RQ-системы с конфликтами заявок находят широкое применение в реальных системах, например, в компьютерных сетях, управляемых протоколами множественного случайного доступа.

Постановка задачи

Рассмотрим однолинейную RQ-систему, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ . Время обслуживания заявки является случайной величиной с двухфазным распределением с интенсивностями μ_1 на первой и μ_2 на второй фазах. Если поступившая заявка застает прибор свободным, то она занимает его для обслуживания. Если прибор занят, то поступившая и обслуживаемая заявки попадают в ситуацию конфликта и обе мгновенно переходят в источник повторных вызовов (ИПВ), состоящий из двух блоков. В первом блоке ИПВ осуществляют случайную задержку заявки, не завершившие обслуживание на первой фазе, а во втором блоке находятся заявки, обслуживание которых было прервано конфликтом на второй фазе. Продолжительность задержки заявки случайная с экспоненциальным распределением с параметрами σ_1 в первом блоке и σ_2 - во втором. После случайной задержки в ИПВ заявка из k -го блока обращается на k -ю фазу обслуживания, что реализует процедуру дообслуживания, в том смысле, что не повторяет завершенной первой фазы.

Пусть $k(t)$ – состояния прибора, $i_1(t)$, $i_2(t)$ - число заявок в первом и втором блоках ИПВ.

Ставится задача исследования трехмерного процесса $\{k(t), i_1(t), i_2(t)\}$.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Обозначив

$$P_k(i_1, i_2) = P\{k(t)=k, i_1(t)=i_1, i_2(t)=i_2\}, \quad (1)$$

$$H_k(u_1, u_2) = \sum_{i_1, i_2=0}^{\infty} \exp\{ju_1 i_1 + ju_2 i_2\} P_k(i_1, i_2), \quad k=0,1,2, \quad j=\sqrt{-1}, \quad (2)$$

запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова в стационарном режиме для частичных характеристических функций $H_k(u_1, u_2)$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\lambda H_0(u_1, u_2) + \lambda e^{2ju_1} H_1(u_1, u_2) + H_2(u_1, u_2) \left[\mu_2 + \lambda e^{ju_1} e^{ju_2} \right] + \\ & + j\sigma_1 \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_1} + j\sigma_2 \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_2} - j\sigma_1 e^{ju_1} \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_1} - \\ & - j\sigma_2 e^{ju_1} \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_2} - j\sigma_2 e^{ju_2} \frac{\partial H_2(u_1, u_2)}{\partial u_2} - j\sigma_1 e^{ju_2} \frac{\partial H_2(u_1, u_2)}{\partial u_1} = 0, \\ & \lambda H_0(u_1, u_2) - (\lambda + \mu_1) H_1(u_1, u_2) - j\sigma_1 e^{-ju_1} \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_1} + \\ & + j\sigma_1 \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_1} + j\sigma_2 \frac{\partial H_1(u_1, u_2)}{\partial u_2} = 0, \\ & -(\lambda + \mu_2) H_2(u_1, u_2) - j\sigma_2 e^{-ju_2} \frac{\partial H_0(u_1, u_2)}{\partial u_2} + j\sigma_2 \frac{\partial H_2(u_1, u_2)}{\partial u_2} + \\ & + j\sigma_1 \frac{\partial H_2(u_1, u_2)}{\partial u_1} + \mu_1 H_1(u_1, u_2) = 0. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Асимптотический анализ в условии большой задержки

Обозначим

$$\sigma_k = \gamma S_k. \quad (4)$$

Систему (3) будем решать методом асимптотического анализа в условии большой задержки, то есть при $\gamma \rightarrow 0$.

Сделаем замены

$$\sigma_k = \varepsilon S_k, \quad u_k = \varepsilon w_k, \quad H_k(u_1, u_2) = F_k(w_1, w_2, \varepsilon). \quad (5)$$

Совершая предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$, получаем систему вида

$$\left\{ \begin{aligned} & -\lambda F_0(w_1, w_2) + \lambda F_1(w_1, w_2) + (\mu_2 + \lambda) F_2(w_1, w_2) + jS_1 \frac{\partial F_0(w_1, w_2)}{\partial w_1} + \\ & + jS_2 \frac{\partial F_0(w_1, w_2)}{\partial w_2} - jS_1 \frac{\partial F_1(w_1, w_2)}{\partial w_1} - jS_2 \frac{\partial F_1(w_1, w_2)}{\partial w_2} - \\ & - jS_2 \frac{\partial F_2(w_1, w_2)}{\partial w_2} - jS_1 \frac{\partial F_2(w_1, w_2)}{\partial w_1} = 0, \\ & \lambda F_0(w_1, w_2) - (\lambda + \mu_1) F_1(w_1, w_2) - jS_1 \frac{\partial F_0(w_1, w_2)}{\partial w_1} + \\ & + jS_1 \frac{\partial F_1(w_1, w_2)}{\partial w_1} + jS_2 \frac{\partial F_1(w_1, w_2)}{\partial w_2} = 0, \\ & -(\mu_2 + \lambda) F_2(w_1, w_2) - jS_2 \frac{\partial F_0(w_1, w_2)}{\partial w_2} + jS_2 \frac{\partial F_2(w_1, w_2)}{\partial w_2} + \\ & + jS_1 \frac{\partial F_2(w_1, w_2)}{\partial w_1} + \mu_1 F_1(w_1, w_2) = 0. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Решение системы (6) будем искать в виде

$$F_k(w_1, w_2) = R_k \exp\{jw_1 a_1 + jw_2 a_2\}, \quad (7)$$

где параметры a_1 и a_2 имеют смысл среднего числа заявок в первом и втором блоках ИПВ соответственно, а R_k - вероятности состояний прибора.

Выполняя ряд преобразований, получаем следующую систему:

$$\begin{cases} -R_0[\lambda + S_1 a_1 + S_2 a_2] + R_1[\lambda + S_1 a_1 + S_2 a_2] + R_2[\lambda + \mu_2 + S_1 a_1 + S_2 a_2] = 0, \\ R_0[\lambda + S_1 a_1] - R_1[\lambda + \mu_1 + S_1 a_1 + S_2 a_2] = 0, \\ S_2 a_2 R_0 + \mu_1 R_1 - R_2[\lambda + \mu_2 + S_1 a_1 + S_2 a_2] = 0, \\ -S_1 a_1 R_0 + R_1[2\lambda + S_1 a_1 + S_2 a_2] + \lambda R_2 = 0, \\ -S_2 a_2 R_0 + R_2[\lambda + S_1 a_1 + S_2 a_2] = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Нетрудно показать, что решение системы (8) имеет вид

$$R_1 = \frac{\lambda}{\mu_1}, \quad R_2 = \frac{\lambda}{\mu_2}, \quad R_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu_1} - \frac{\lambda}{\mu_2}. \quad (9)$$

$$a_1 = \frac{\lambda\{(2R_1 + R_2)(R_0 - R_2) + R_2 R_1\}}{S_1\{(R_0 - R_1)(R_0 - R_2) - R_2 R_1\}}, \quad a_2 = \frac{\lambda R_2\{(R_0 - R_1) + (2R_1 + R_2)\}}{S_2\{(R_0 - R_1)(R_0 - R_2) - R_2 R_1\}}, \quad (10)$$

таким образом, получены вид стационарных вероятностей R_k состояний прибора и среднего числа заявок a_k в каждом из блоков источника повторных вызовов.

Заключение

Для однолинейной RQ-системы с конфликтами и дообслуживанием заявок методом асимптотического анализа в условии большой задержки были получены стационарные вероятности состояний прибора и среднее число заявок в каждом из блоков ИПВ.

Литература

1. *Artalejo J. R.* Retrial Queueing Systems. / Artalejo J. R., Gomez-Correl. - Springer, 2008.
2. *Falin G. I.* On single-line queue with double connection // All-Union Institute for scientific and Technical Information / Falin G. I., Sukharev Yu. I. - Moscow, 1985.
3. *Choi B. D.* Retrial Queues with collision arising from unslotted CSMA/CD protocol // Queueing Systems / Choi B. D., Shin Y. W., Ahn W. C. - 1992. - № 11. - P. 335 - 356.
4. *Krishna Kumar B.* A single server feedback retrial queue with collisions. // Computer and operations research / Krishna Kumar B., Vijayalakshmi G., Krishnamoorthy A., Sadiq Basha S. - 2010. - № 37. - P. 1247 - 1255.
5. *Назаров А.А.* Теория массового обслуживания: учеб. Пособие. / А.А. Назаров, А.Ф. Терпугов. - Томск: Изд-во НТЛ, 2010. - 228 с.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF RETRIAL QUEUEING SYSTEM WITH CONFLICTS AND AFTERSERVICE

Pomortseva N.A, Nazarov A.A.

National Research Tomsk State University, natashafpmk@gmail.com, nazarov.tsu@gmail.com

The stationary probabilities of the states of the device and the average number of requests in the blocks of the orbit are determined.

Key words: retrial queueing system, conflict of requests, afterservice, asymptotic analysis.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОТ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ ИСТОЧНИКОВ И ТРАФИКА ДАННЫХ С ДИНАМИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСА СЕТИ

Романов А.М.

Московский Технический Университет Связи и Информатики, аспирант,
anromanov89@yandex.ru

Сети связи расширяют количество представляемых услуг. Можно разделить создаваемый услугами трафик на две группы: трафик данных и трафик реального времени. На основании этого была разработана математическая модель совместного обслуживания различающегося трафика с учетом их особенностей. Трафик реального времени имеет приоритет при передаче, и первым занимает требуемый ресурс, оставляя зарезервированное количество ресурса для передачи трафика данных (если в этот момент времени заявки последнего находятся на обслуживании). Данные могут занимать оставшийся свободный ресурс, быстрее освобождая зарезервированную мощность, что реализуется принципом динамического изменения скорости передачи на линии доступа. Построенная модель может быть использована для оценки скорости линий доступа, необходимой для пересылки данных с заданными показателями задержки.

Ключевые слова: мультисервисные модели, конечные группы пользователей, трафик реального времени, передача данных, динамическое распределение канального ресурса.

Введение

Услуги связи, предоставляемые абонентам, создают разнообразный трафик на узле сети доступа. Его можно разделить на трафик данных и трафик реального времени. Трафик данных образуется при просмотре веб-страниц, скачивании и пересылке файлов, использовании электронной почты и т.д. Для его транспортировки по сети может быть выделен весь ресурс, оставшийся свободным от пропуска трафика сервисов реального времени. Свободный ресурс делится поровну между всеми имеющимися заявками на передачу данных. Трафик реального времени образуется как услугами телефонии, так и крупными источниками; видеотелефонией, видеоконференцсвязью, видеохостингом и т.п.. Обычно их количество невелико по сравнению с числом абонентов, пользующихся голосовой связью. По этой причине изменение численности активных абонентов данной категории сказывается на интенсивности, формируемого ими потока заявок. Для оценки скорости линий доступа при совместном обслуживании трафика сервисов реального времени, созданных конечными и бесконечными группами пользователей, и трафика данных с динамически изменяемой скоростью передачи необходимо построить математическую модель и провести её исследование с целью построения алгоритма оценки характеристик.

Математическое описание модели

Пусть C — скорость линии, выраженная в битах в секунду; r — скорость передачи информации, обеспечиваемая одной канальной единицей. Предположим, что значение C делится нацело на r и обозначим через $v = \frac{C}{r}$ скорость линии, выраженную в единицах канального ресурса. В модели имеется два потока заявок на получение сервисов реального времени и один поток заявок на пересылку данных. Предполагается, что заявки первого потока образованы бесконечной группой пользователей и поступают по пуассоновскому закону с интенсивностью λ_1 . Для обслуживания одной заявки требуется b_1 единиц канального ресурса, длительность его занятия имеет экспоненциальное распределение со средним $h_1 = \frac{1}{\mu_1}$. Заявки второго потока образованы конечной группой пользователей.

Имеется l источников заявок. Каждый источник может быть в двух состояниях: активном (свободном) или в состоянии занятости. В активном состоянии от источника поступают заявки на выделение канального ресурса через случайное время, имеющее экспоненциальное распределение с параметром β . Для обслуживания одной заявки требуется b_2 единиц канального ресурса. Состояние занятости источника (время обслуживания заявки) длится случайное время, имеющее экспоненциальное распределение со средним $h_2 = \frac{1}{\mu_2}$. Для большей ясности будем предполагать, что первый поток составляют голосовые сообщения, а второй — сообщения, относящиеся к передаче видеоконференцсвязи и подобным им по условиям обслуживания. Для простоты примем далее, что $\mu_1 = \mu_2 = 1$, а β равно γ .

Поступление заявок на передачу данных (файлов) также подчиняется пуассоновскому закону с интенсивностью λ_d . Распределение канального ресурса для передачи данных описано в [5]. Схема функционирования введённой модели звена мультисервисной сети показана на рис. 1.

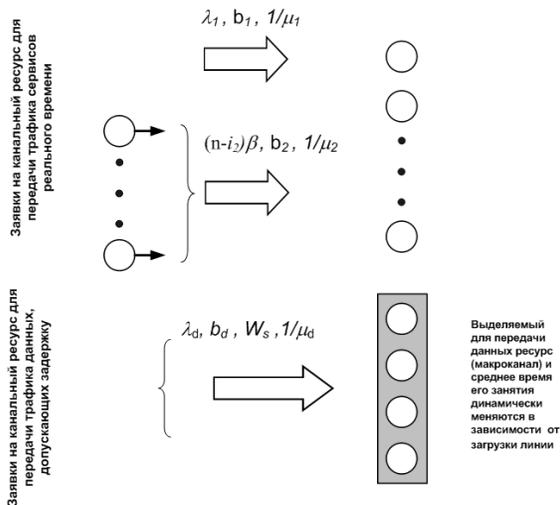


Рис.1. Схема функционирования модели звена мультисервисной сети с динамически изменяемой скоростью передачи трафика данных

Время обслуживания заявки на передачу данных имеет экспоненциальное распределение со средним значением $\frac{F}{C}$ и, соответственно, параметром $\mu_d = \frac{C}{F}$, если передача информации велась только с использованием макроканала с единичной скоростью. Здесь F – объем передаваемого файла, выраженный в битах.

Пусть: $i_1(t)$ — число заявок на передачу трафика голосовых приложений, находящихся в момент времени t на обслуживании, $i_2(t)$ — число заявок на передачу трафика видео-приложений, находящихся в момент времени t на обслуживании, а $d(t)$ — число заявок на передачу данных, обслуживаемых в момент времени t . Динамика изменения общего числа обслуживаемых заявок описывается многомерным случайным процессом $r(t) = (i_1(t), i_2(t), d(t))$, определённым на конечном пространстве состояний S [3].

Обозначим через $p(i_1, i_2, d)$ значения стационарных вероятностей состояний $(i_1, i_2, d) \in S$.

Они имеют интерпретацию доли времени пребывания мультисервисной линии в состоянии (i_1, i_2, d) и могут использоваться для оценки основных характеристик совместного обслуживания заявок.

Процесс обслуживания заявок на передачу графика реального времени характеризуется долей потерянных заявок и средним значением используемого канального ресурса. Качество передачи данных задаётся вероятностью и средним временем обслуживания соответствующей заявки. Последнюю характеристику можно интерпретировать как среднее время доставки информационного сообщения. В рамках построенной марковской модели эти показатели, а также ряд других могут быть найдены суммированием стационарных вероятностей $p(i_1, i_2, d)$ по специальным образом выбранным подмножествам S . Расчетные формулы показателей качества описаны в [3].

Система уравнений равновесия и её решение

Чтобы рассчитать показатель качества совместного обслуживания заявок, необходимо построить и решить систему уравнений статистического равновесия, связывающую значения стационарных вероятностей $p(i_1, i_2, d)$. Выполнив необходимые преобразования, получаем следующую конечную систему линейных уравнений:

$$P(i_1, i_2, d)\{\lambda_1 I(i + d + b_1 \leq v) + (n - i_2)\gamma I(i + d + b_1 \leq v) + i_1 I(i_1 > 0) + i_2 I(i_2 > 0) + \lambda_2 I(i + d + 1 \leq v) + c(f, d)\mu_d I(d > 0)\} = P(i_1 - 1, i_2, d)\lambda_1 I(i_1 > 0) + P(i_1, i_2 - 1, d)(n - i_2 + 1)\gamma I(i_2 > 0) + P(i_1, i_2, d - 1)\lambda_d I(d > 0) + P(i_1 + 1, i_2, d)(i_1 + 1)I(i + d + b_1 \leq v) + P(i_1, i_2 + 1, d)(i_2 + 1)I(i + d + b_2 \leq v) + P(i_1, i_2, d + 1)c(f, d + 1)\mu_d I(i + d + 1 \leq v), \quad (i_1, i_2, d) \in S. \quad (1)$$

В (1) $I(\cdot)$ – индикаторная функция. Полученные в результате решения системы уравнений равновесия ненормированные значения вероятностей $P(i_1, i_2, d)$ необходимо нормировать. Для решения системы уравнений равновесия и последующей оценки введенных характеристик можно использовать итерационный метод Гаусса-Зейделя.

Выводы

Для повышения эффективности использования ресурса передачи информации линий абонентского доступа применяются механизмы динамического перераспределения скорости передачи информации при совместном обслуживании графика сервисов реального времени и трафика данных, допускающего задержку. Построена математическая модель, учитывающая особенности обслуживания перечисленных видов информационной нагрузки. График реального времени порождён конечной (или бесконечной) группой пользователей. Тем самым, при построении модели учитывается структура трафика от небольших групп пользователей, создающих существенную загрузку линий доступа (видеоконференцсвязь, видеозвонки и т.п.). Построенная модель может быть использована для оценки скорости передачи линий доступа при совместной передаче трафика современных коммуникационных приложений.

Литература

1. Bonald T. Insensitive traffic models for communication networks // Discrete Event Dynamic Systems. - 2007. - V. 17. - N. 3. - P. 405-421.
2. Bonald T., Virtamo J. A recursive formula for multirate systems with elastic traffic //IEEE Communications Letters. 2005. V.9. P. 753–755.
3. Степанов С.Н. Теория телетрафика: концепции, модели, приложения / Серия «Теория и практика инфокоммуникаций». – М.: Горячая линия – Телеком, 2015. – 868 с.
4. Степанов С.Н. Основы телетрафика мультисервисных сетей. М.: Эко- Трендз. 2010. 392 с.
5. Степанов С.Н. Романов А.М. Осия Д.Л. Построение и анализ модели передачи данных на линии доступа от конечной группы абонентов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – Том 9. – №9. – С. 29-34.

MODELING SPECIALTY OF REAL-TIME SERVICE TRAFFIC WITH FINITE NUMBER SEEDS, AND DATA TRAFFIC WITH A DYNAMICALLY CHANGEABLE TRANSMISSION SPEED ON ACCESS LINE.

Romanov A.M.

Moscow Technical University of Communications and Informatics, amromanov89@yandex.ru

A model is built up of the joint transmission of the traffic of real-time services and the data traffic admitting a delay on access line. The real-time traffic was creating by finite number seeds (or infinite). Therefore, it is considering traffic structure from not large group subscribers, which are creating existent traffic load on network (videoconferencing, video call, etc.). The real-time traffic has the advantage in the occupation and use of the channel resource over data traffic. It is expressed in terms of a decrease of the data transmission speed to a certain reassigned minimum value. As a free channel resource appears, the data transfer speed increases. The scheme is investigated of the occupation of the channel resource and formal definitions are given of the basic quality indices of the joint service of requests. The evidence obtained by using solving equations set of statistic balance. A model is built up can be used for appraisal transmit speed on access line, when transmitting modern telecommunication traffic.

Key words: multiservice models, ending group subscribers, real-time traffic, data traffic, dynamically changeable transmission speed.

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ВРЕМЕНИ ОТКЛИКА СИСТЕМЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ¹

Сопин Э.С., Растрига Р.В.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
esopin@sci.pfu.edu.ru, fow177@mail.ru

Предложен алгоритм расчета преобразования Лапласа-Стилтьеса времени отклика системы облачных вычислений с динамическим масштабированием, которое позволяет оценить дисперсию и квантили времени отклика.

Ключевые слова: преобразование Лапласа-Стилтьеса, облачные вычисления, гистерезисное управление, время отклика.

Введение

Облачные технологии предоставляют возможность совместного доступа к файлам в реальном времени, позволяя множеству пользователей получать к ним доступ с разных устройств. Главными преимуществами облачных технологий являются простота использования, экономическая эффективность, надежность и высокий уровень доступности. Современные системы, как правило, являются масштабируемыми, что позволяет им выдерживать высокие показатели качества обслуживания в условиях пиковых нагрузок и снижать электропотребление в периоды малых нагрузок. В данной работе рассмотрена модель именно такой системы с гистерезисным управлением режимом обслуживания на основе порогов длины очереди. Гистерезисное управление масштабированием системы позволяет уменьшить число включений/отключений дополнительных серверов [1,2].

Математическая модель

Для анализа основных вероятностных характеристик была построена модель системы облачных вычислений с гистерезисным подключением и отключением дополнительных серверов в виде многолинейной системы массового обслуживания с K приборами, и конечной очередью емкости R . На систему поступает пуассоновский поток заявок с параметром λ . Подразумевается, что приборы однородные, время обслуживания распределено экспоненциально с параметром μ . Число активных приборов определяется на основе длины очереди и значений векторов верхних порогов $\mathbf{H} = (H_1, H_2, \dots, H_{K-1}, H_1 < \dots < H_{K-1})$, и нижних порогов $\mathbf{L} = (L_1, L_2, \dots, L_{K-1})$, $L_1 < \dots < L_{K-1}$, причем $L_{i+1} < H_i < L_{i+2}$, $i = 1, K-1$. Если в некоторый момент времени в системе $k < K$ активных или находящихся в процессе активации приборов, то при снижении длины очереди до порога снижения нагрузки L_{k-1} мгновенно отключится один прибор, а при превышении порога H_k начинается активация дополнительного прибора. Причем активация приборов происходит не мгновенно, а через экспоненциально распределенное время с параметром α . Заявки обслуживаются в соответствии с дисциплиной FCFS (FirstComeFirstServe). Функционирование системы описывается Марковским процессом $X(t)$ с множеством состояний

¹ Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 14-07-00090, 15-07-03051, 15-07-03608.

$$S = \left\{ (k, i, n) \left| \begin{array}{l} 0 \leq n \leq H_1, k = 1, i = 1 \\ L_{k-1} \leq n \leq H_k, k = 2, K-1, i = \overline{1, K-1} \\ H_{K-1} \leq n \leq R, k = K, i = \overline{1, K} \end{array} \right. \right\},$$

где k - необходимое количество приборов; i - количество активированных приборов; n - количество заявок в очереди.

Для данной системы в статье [3] был получен эффективный алгоритм для расчета стационарных вероятностей, а в данной работе нами предлагается алгоритм для вычисления преобразования Лапласа-Стилтьеса (ПЛС) времени пребывания заявки в системе $W(s)$ из рекуррентных соотношений (1-9) и формулы (10).

$$V_{k,i,n}^m(s) = 1, \quad m \leq i; \quad (1)$$

$$V_{k,k,n}^m(s) = \frac{k\mu}{\lambda + k\mu + s} V_{k,k,n-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + k\mu + s} V_{k,k,n+1}^m(s), \quad 1 \leq k \leq K, L_{k-1} < n < H_k; \quad (2)$$

$$V_{k,k,L_{k-1}}^m(s) = \frac{k\mu}{\lambda + k\mu + s} V_{k-1,k-1,L_{k-1}-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + k\mu + s} V_{k,k,L_{k-1}+1}^m(s), \quad 2 \leq k \leq K; \quad (3)$$

$$V_{k,k,H_k}^m(s) = \frac{k\mu}{\lambda + k\mu + s} V_{k,k,H_k-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + k\mu + s} V_{k+1,k+1,H_k+1}^m(s), \quad 1 \leq k \leq K-1; \quad (4)$$

$$V_{K,K,R}^m(s) = \frac{K\mu}{K\mu + s} V_{K,K,R-1}^{m-1}(s); \quad (5)$$

$$V_{k,i,n}^m(s) = \frac{i\mu}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i,n-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i,n+1}^m(s) + \frac{(k-i)\alpha}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i+1,n}^m(s), \quad 1 \leq k \leq K, 1 \leq i < k, L_{k-1} < n < H_k; \quad (6)$$

$$V_{k,i,L_{k-1}}^m(s) = \frac{i\mu}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k-1,i,L_{k-1}-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i,L_{k-1}+1}^m(s) + \frac{(k-i)\alpha}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i+1,L_{k-1}}^m(s), \quad 2 \leq k \leq K, 1 \leq i < k; \quad (7)$$

$$V_{k,i,H_k}^m(s) = \frac{i\mu}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i,H_k-1}^{m-1}(s) + \frac{\lambda}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k+1,i,H_k+1}^m(s) + \frac{(k-i)\alpha}{\lambda + i\mu + (k-i)\alpha + s} V_{k,i+1,H_k}^m(s), \quad 1 \leq k \leq K-1, 1 \leq i < k; \quad (8)$$

$$V_{K,i,R}^m(s) = \frac{i\mu}{i\mu + (K-i)\alpha + s} V_{K,i,R-1}^{m-1}(s) + \frac{(K-i)\alpha}{i\mu + (K-i)\alpha + s} V_{K,i+1,R}^m(s), \quad 1 \leq i < K; \quad (9)$$

$$W(s) = \frac{\mu}{\mu + s} \left(\sum_{(k,i,n) \in S} \pi_{k,i,n} V_{k,i,n}^n(s) \right). \quad (10)$$

ПЛС времени отклика системы, полученное по формуле (10), позволяет получить функцию распределения времени отклика при помощи обратного преобразования, а также квантили произвольных уровней. При больших размерностях системы обращение ПЛС становится слишком сложной вычислительной задачей, однако в этом случае $W(s)$ может быть использована для вычисления моментов времени отклика, в том числе дисперсии.

Численный эксперимент

Для иллюстрации полученного результата был проведен анализ математического ожидания и дисперсии среднего времени отклика облачной системы при различных параметрах нагрузки и следующей конфигурации системы: максимальное число серверов $K=3$, максимальная длина очереди $R=75$, векторы нижних и верхних порогов $\mathbf{L}=(14;24)$, $\mathbf{H}=(25;50)$ и интенсивность обслуживания заявок $\mu=1$.

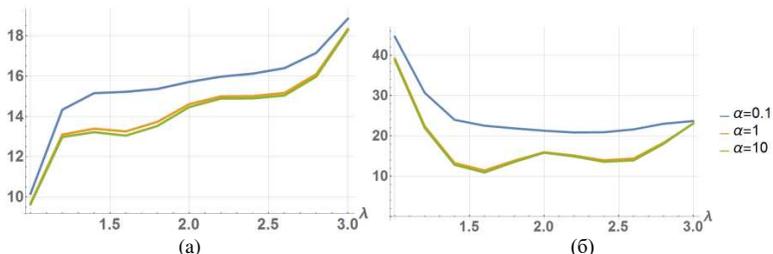


Рис. 1. Математическое ожидание (а) и дисперсия (б) времени отклика при различных значениях λ и α .

Как видно на рисунках, в условиях быстрого подключения дополнительных серверов ($\alpha=1$ и $\alpha=10$) график дисперсии имеет локальные минимумы при полупелых значениях нагрузки. Это вызвано тем, что в таких условиях подключение и отключение дополнительных серверов происходит наиболее часто, сглаживая неравномерность поступления заявок.

Выводы

В работе представлен метод расчета ПЛС времени отклика системы облачных вычислений с динамическим масштабированием, позволяющий получить значения математического ожидания и дисперсии одной из важнейших характеристик производительности системы, на которые следует ориентироваться при расчете и проектировании облачных систем.

Литература

1. Goswami V., Patra S.S., Mund G.B. Performance Analysis of Cloud with Queue-Dependent Virtual Machines // Proc. of 1st Int'l Conf. on Recent Advances in Information Technology, Dhanbad, India. - 2012. - Pp. 357-362.
2. Golubchik L., Lui J.C.S. Bounding of Performance Measures for Threshold-Based Queuing Systems: Theory and Application to Dynamic Resource Management in Video-on-Demand Servers // IEEE Trans. Computers. – 2002. - Vol. 51, No. 4. - Pp. 353-372.
3. Сопин Э.С., Таланова М.О., Гайдамака Ю.В. Анализ показателей качества функционирования систем облачных вычислений с гистерезисным управлением // Т-Comm – Телекоммуникации и Транспорт, № 9. – 2015. С. 54 – 60. – 2015.

CLOUD COMPUTING SYSTEM RESPONSE TIME ANALYSIS

Sopin E.S., Rastriga R.V.

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
 esopin@sci.pfu.edu.ru, fowl77@mail.ru

We propose a method for evaluation of variance and quantiles of cloud computing system response time in terms of Laplace-Stieltjes transform.

Key words: Laplace-Stieltjes transform, cloud computing, hysteretic control, response time.

МОДЕЛЬ СХЕМЫ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ LSA СО СНИЖЕНИЕМ СКОРОСТИ И ПРЕРЫВАНИЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ В СЕТИ 3GPP LTE¹

Федуро А.А.¹, Маркова Е.В.¹, Гудкова И.А.²

¹ Российский университет дружбы народов,

feduro.nastyay@yandex.ru, mkatyushka@mail.ru, igudkova@sci.pfu.edu.ru

² Российский университет дружбы народов, Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН
igudkova@sci.pfu.edu.ru

Построена модель схемы совместного использования радиочастот LSA (Licensed Shared Access) в сети LTE (Long-Term Evolution) оператором-арендатором, имеющим доступ к полосе индивидуального использования и к арендованной полосе совместного использования, и оператором-владельцем, имеющим доступ только к полосе совместного использования. Управление доступом к радиоресурсам сети реализовано за счет снижения скорости обслуживания пользователей на полосе совместного использования, при необходимости использования этих ресурсов оператором-владельцем.

Ключевые слова: LTE, управление доступом, совместное использование радиочастот, LSA, снижение скорости передачи данных.

Введение

Правила совместного использования операторами радиочастот не определены в международных стандартах, что позволяет строить различные варианты моделей схем доступа к радиочастотам [1,2].

В докладе рассматривается модель схемы совместного использования радиочастот, управление радиоресурсами которой построено на реализации «мягкой» политики, снижения скорости обслуживания [3] заявок оператора-арендатора, находящихся на полосе совместного использования, в случае необходимости освобождения ресурсов для оператора-владельца. На полосе индивидуального использования снижения скорости обслуживания не происходит.

Модель со снижением скорости обслуживания

Предположим, что поступающие на обслуживание заявки образуют пуассоновский поток интенсивности λ , а время обслуживания распределено по экспоненциальному закону со средним μ^{-1} . Предложенная нагрузка определяется по формуле $\rho = \lambda/\mu$. Обслуживание на полосе индивидуального использования емкостью C_1 происходит с максимальной скоростью d_{max} . Заявки на полосе совместного использования емкостью C_2 могут быть обслужены как на максимальной d_{max} , так и на минимальной d_{min} скорости, в случае, если оператору-владельцу необходимы его радиоресурсы. Обозначим α – интенсивность, с которой поступают запросы владельца на освобождение ресурсов полосы совместного использования, т.е. интенсивность перехода системы в состояние, когда скорость обслуживания заявок на полосе совместного использования снижается до d_{min} , а β – интенсивность перехода системы в состояние, когда обслуживание заявок на любой полосе доступно на максимальной скорости.

Обозначим $n_1 \in \{0, 1, \dots, \lfloor C_1 / d_{max} \rfloor\}$ – количество заявок на полосе индивидуального использования; $n_2^{max} \in \{0, 1, \dots, \lfloor C_2 / d_{max} \rfloor\}$ – количество заявок на полосе совместного использования, обслуживаемых с максимальной скоростью; $n_2^{min} \in \{0, 1, \dots, \lfloor C_2 / d_{max} \rfloor\}$ – количество заявок на полосе совместного использования, обслуживаемых со сниженной скоростью; $s \in \{0, 1\}$ – состояние системы, где 1 обозначает, что обслуживание на полосе

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00421 мод_а и 16-07-00766 а.

совместного использования доступно на максимальной скорости, 0 – на сниженной скорости. Тогда вектор $(n_1, n_2^{max}, n_2^{min}, s)$ описывает состояние системы в пространстве состояний (1)

$$X = \left\{ \begin{aligned} & n_1 = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{C_1}{d_{max}} \rfloor, n_2^{max} = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{C_2}{d_{max}} \rfloor, n_2^{min} = 0, s = 1 \cup \\ & \cup n_1 = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{C_1}{d_{max}} \rfloor, n_2^{max} = 0, n_2^{min} = 0, 1, \dots, \lfloor \frac{C_2}{d_{max}} \rfloor, s = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Граф интенсивностей переходов представлен на рис.1. Для краткости обозначим $\lfloor C_i/d_{max} \rfloor = \frac{C_i}{d}$, $i = 1, 2$.

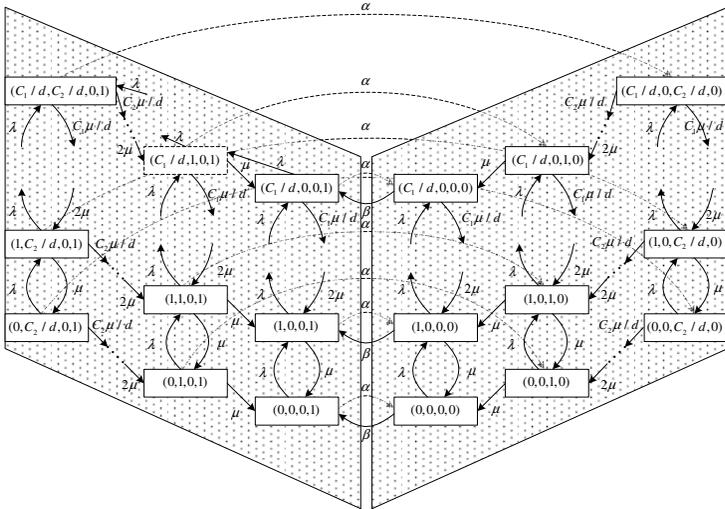


Рис.1. Граф интенсивностей переходов

При поступлении заявки на обслуживание возможны следующие случаи:

- заявка поступает на обслуживание на полосу индивидуального использования, если число свободных ресурсов полосы больше или равно d_{max} ;
- заявка поступает на обслуживание на полосу совместного использования, если на полосу индивидуального использования свободных ресурсов меньше чем d_{max} , а обслуживание на полосу совместного использования доступно на максимальной скорости ($s = 1$), и количество свободных ресурсов полосы больше или равно d_{max} ;
- заявка будет заблокирована, если:
 1. число свободных ресурсов на полосу индивидуального использования меньше d_{max} , и обслуживание на полосу совместного использования не доступно на максимальной скорости ($s = 0$);
 2. число свободных ресурсов на полосу индивидуального использования меньше d_{max} , обслуживание на полосу совместного использования доступно на максимальной скорости ($s = 1$), а число свободных ресурсов на полосу совместного использования меньше d_{max} .

Отметим, что полоса совместного использования обладает следующим свойством: обслуживание может происходить на максимальной скорости d_{max} , т.е. полоса совместного использования переходит в состояние $s = 1$ только тогда, когда завершено обслуживание всех заявок со скоростью d_{min} , т.е. когда $n_2^{min} = 0$, и данные частоты не требуются оператору-владельцу.

Выводы

В докладе построена модель совместного использования радиоресурсов оператором-арендатором и оператором-владельцем со снижением скорости обслуживания пользователей, заявки которых обслуживаются на полосе совместного использования. В дальнейшем предполагается получить формулы для расчета основных вероятностных характеристик модели, а именно вероятности блокировки и средней скорости обслуживания заявок, провести численный анализ этих показателей эффективности модели.

Литература

1. *Gudkova I.A., Samouylov K.E., Ostrikova D.Y., Mokrov E.V., Ponomarenko-Timofeev A.A., Andreev S.D., and Koucheryavy Y.A.* Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // Proc. of the 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015. – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2015. – P. 123–131.
2. *Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D.* Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014. – IEEE. – 2014. – P. 490–496.
3. *Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Markova E.V.* Modelling and performance analysis of pre-emption based radio admission control scheme for video conferencing over LTE // Proc. of the 6th International Conference ITU Kaleidoscope: Living in a converged world - impossible without standards? K-LCW-2014. – Switzerland, Geneva, ITU. – 2014. – P. 53–59.

MODEL OF RADIO SHARED ACCESS SCHEME WITH SERVICE BIT RATE DEGRADATION AND INTERRUPTION IN 3GPP LTE NETWORK WITH LSA FRAMEWORK

Feduro A.A.¹, Markova E.V.¹, Gudkova I.A.²

¹ Peoples' Friendship University of Russia

feduro.nastya@yandex.ru, mkatyushka@mail.ru

² Peoples' Friendship University of Russia, Institute of Informatics Problems FRC CSC RAS

igudkova@sci.pfu.edu.ru

We propose a model of the Licensed Shared Access scheme by operator and incumbent in LTE network. Operator can use radio frequencies of LSA band and main band, incumbent can use radio frequencies only of main band. Admission control is implemented by bit rate degradation of main band services, if incumbent want to use these resources.

Key words: LTE, admission control, LSA, bit rate degradation.

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ M|M|N В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАГРУЗКИ

Фёдорова Е.А.

Томский государственный университет, moiskate@mail.ru

В работе проведено исследование СМО с повторными вызовами M/M/N методом асимптотического анализа в условии большой загрузки.

Ключевые слова: RQ-система, метод асимптотического анализа, большая загрузка.

Введение

В реальных телекоммуникационных системах часто возникают ситуации повторных обращений заявок к обслуживающему прибору после неудачной попытки добиться обслуживания спустя некоторое случайное время. Такие повторные вызовы могут быть вызваны не только отсутствием свободных серверов в моменты поступления заявок, но техническими причинами (например, неисправный прибор).

В качестве математической модели подобных систем, как правило, используют системы массового обслуживания с повторными вызовами – RQ-системы (Retrial Queueing System) [1, 2].

На сегодняшний день исследованию RQ-систем посвящено большое количество работ [3], однако аналитических формул получено немного (лишь для однолинейных систем с простейшим входящим потоком) [2]. В основном, задачи решаются численными методами или с помощью имитационного моделирования, и как следствие, результаты таких исследований имеют узкую применимость.

Для RQ-систем с несколькими приборами Г.И. Фалиным получены формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии числа заявок, а также производящая функция для системы M|M|2 [2].

В данной работе для исследования многолинейных RQ-систем предлагается метод асимптотического анализа в условии большой загрузки, позволяющий получить аналитические результаты для систем массового обслуживания различной сложности.

Математическая модель

Рассмотрим RQ-систему с N приборами, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ , время обслуживания каждой заявки распределено по экспоненциальному закону с параметром μ (рис. 1). Если поступившая заявка застает один из приборов свободным, то она занимает его для обслуживания. Если все приборы заняты, то заявка переходит в источник повторных вызовов (ИПВ или орбита), где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается к прибору с повторной попыткой получить обслуживание. Если есть свободный прибор, то заявка из ИПВ занимает его для обслуживания, в противном случае она мгновенно возвращается в источник повторных вызовов для реализации следующей задержки.

Пусть $i(t)$ – число заявок в ИПВ, а $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если все приборы свободны,} \\ 1, & \text{если 1 прибор занят,} \\ 2, & \text{если 2 прибора заняты,} \\ \dots & \\ N, & \text{если все приборы заняты.} \end{cases}$$

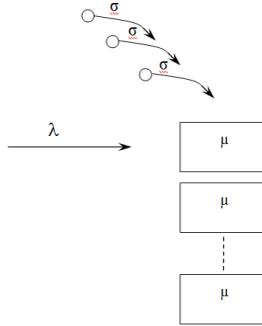


Рис. 1. RQ-система M|M|N

Обозначим $P\{k(t)=k, i(t)=i\}=P(k, i, t)$ – вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии k и в источнике повторных вызовов находится i заявок. Очевидно, что процесс $\{k(t), i(t)\}$ изменения состояний данной системы во времени является марковским.

Ставится задача нахождения распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов такой системы.

Для распределения вероятностей $P(k, i, t)$ состояний рассматриваемой RQ-системы составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова, которую запишем в стационарном режиме.

Введем частичные характеристические функции $H_k(u) = \sum_i e^{ju} P(k, i)$, где $j = \sqrt{-1}$.

$$\begin{cases} -\rho H_0(u) + \frac{j\sigma}{N\mu} H_0'(u) + \frac{1}{N} H_1(u) = 0, \\ -\left(\rho + \frac{k}{N}\right) H_k(u) + \frac{j\sigma}{N\mu} H_k'(u) + \rho H_{k-1}(u) - \frac{j\sigma}{N\mu} e^{-ju} H_{k-1}'(u) + \\ + \frac{k+1}{N} H_{k+1}(u) = 0, \text{ где } k = \overline{1, N-1} \\ -(\rho + 1)H_N(u) + \rho H_{N-1}(u) - \frac{j\sigma}{N\mu} e^{-ju} H_{N-1}'(u) + \rho e^{ju} H_N(u) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\rho = \lambda / (N\mu)$ – параметр, характеризующий загрузку системы.

Решим систему (1) методом асимптотического анализа в условиях большой загрузки, то есть при $\rho \uparrow 1$ или при $\varepsilon \downarrow 0$, где $\varepsilon = 1 - \rho > 0$.

Введем обозначения $u = \varepsilon w$, $H_0(u) = \varepsilon^N F_0(w, \varepsilon)$, $H_1(u) = \varepsilon^{N-1} F_1(w, \varepsilon)$, ..., $H_k(u) = \varepsilon^{N-k} F_k(w, \varepsilon)$, ..., $H_N(u) = F_N(w, \varepsilon)$. Тогда система (1) переписывается в виде:

$$\begin{cases} -(1 - \varepsilon)\varepsilon F_0(w, \varepsilon) + \frac{j\sigma}{N\mu} \frac{\partial F_0(w, \varepsilon)}{\partial w} + \frac{1}{N} F_1(w, \varepsilon) = 0, \\ -(1 - \varepsilon + \frac{k}{N})\varepsilon F_k(w, \varepsilon) + \frac{j\sigma}{N\mu} \frac{\partial F_k(w, \varepsilon)}{\partial w} + (1 - \varepsilon)\varepsilon^2 F_{k-1}(w, \varepsilon) - \\ - \frac{j\sigma}{N\mu} e^{-jw\varepsilon} \varepsilon \frac{\partial F_{k-1}(w, \varepsilon)}{\partial w} + \frac{k+1}{N} F_{k+1}(w, \varepsilon) = 0, \text{ где } k = \overline{1, N-1} \\ -(1 - \varepsilon + 1)F_N(w, \varepsilon) + (1 - \varepsilon)\varepsilon F_{N-1}(w, \varepsilon) - \frac{j\sigma}{N\mu} e^{-jw\varepsilon} \frac{\partial F_{N-1}(w, \varepsilon)}{\partial w} + \\ + (1 - \varepsilon)e^{jw\varepsilon} F_N(w, \varepsilon) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Запишем следующие разложения:

$$F_k(w, \varepsilon) = F_k(w) + \varepsilon \cdot f_k(w) + O(\varepsilon^2). \quad (3)$$

Асимптотическая характеристическая функция в условиях большой загрузки может быть определена равенством: $h(u) = F_N\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) + O(\varepsilon)$.

Таким образом, для нахождения асимптотической характеристической функции из системы (2) необходимо найти вид функции $F_N(w)$.

Решая систему уравнений, полученную из (2) подстановкой разложений (3) и учитывая условие нормировки $h(0) = 1$, можно доказать следующую теорему.

Теорема. Асимптотическая характеристическая функция числа заявок в ИПВ в RQ-системе M|M|N в условии большой загрузки имеет вид:

$$h(u) \approx F_N\left(\frac{u}{1-\rho}\right) = \left(1 - \frac{ju}{1-\rho}\right)^{\frac{\mu+\sigma}{\sigma}}. \quad (4)$$

Выводы

Таким образом, в работе было проведено исследование системы массового обслуживания с повторными вызовами M/M/N в условии большой загрузки. Была получено, что асимптотическая характеристическая функция числа заявок в ИПВ имеет вид характеристической функции гамма-распределения с параметром формы $\alpha = (\mu + \sigma)/\sigma$ и параметром масштаба $\beta = 1 - \rho$. Интересно, что получение гамма-распределения согласуется с результатами для однолинейных RQ-систем [4], для которых показано, что в условии большой загрузки гамма-распределение имеет место и для более сложных систем: с функцией обслуживания произвольного вида, с входящим MPP-потокком.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00292 мол_a.

Литература

1. *Artalejo J.R., Gomez-Corral A.* Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. – Berlin: Springer, 2008. – 267 p.
2. *Falin G.L., Templeton J.G.C.* Retrial queues. – London: Chapman & Hall, 1997. – 328 p.
3. *Artalejo J.R.* Accessible bibliography on retrial queues: Progress in 2000-2009 // *Mathematical and Computer Modelling.* – V. 51. –2010. –Pp. 1071-1081.
4. *Мусеева Е.А., Назаров А.А.* Исследование RQ-системы MPP|GI|1 методом асимптотического анализа // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика.* – №4 (25). – 2013. – С. 84-94.

STUDY OF RETRIAL QUEUEING SYSTEM MIMIN UNDER HEAVY LOAD CONDITION

Fedorova E.A.

Tomsk state university, moiskate@mail.ru

In the paper the retrial queue MIMIN is studied by the asymptotic analysis method under heavy load condition.

Key words: retrial queue, asymptotic analysis, heavy load.

К СРАВНИТЕЛЬНОМУ АНАЛИЗУ СХЕМ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ LSA С ПРЕРЫВАНИЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ В СЕТИ 3GPP LTE¹

Филипова В.Р.¹, Маркова Е.В.¹, Мариняк Б.В.¹, Гудкова И.А.²

¹ Российский университет дружбы народов, valeryflp@gmail.com, mkatyushka@mail.ru, bvmariyak@gmail.com, igudkova@sci.pfu.edu.ru

² Российский университет дружбы народов, Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН igudkova@sci.pfu.edu.ru

В наши дни мобильные операторы все чаще сталкиваются с проблемой нехватки радиоресурсов, необходимых для качественного обслуживания пользователей. Одним из решений этой проблемы является система совместного использования лицензированного спектра частот LSA (Licensed Shared Access). В докладе описаны две возможные модели распределения радиоресурсов при использовании системы LSA в беспроводных сетях 4, 5-го поколений, основанные на прерывании обслуживания пользователей.

Ключевые слова: LTE, совместное использование радиочастот, LSA, прерывание обслуживания.

Введение

Согласно прогнозам компании Cisco Systems, в ближайшие 3 года объем трафика, передаваемого в мобильных сетях увеличится и будет составлять около 24.3 эксабайт в месяц. В связи с этим, мобильные операторы пытаются привлечь дополнительные ресурсы, чтобы предоставлять свои услуги пользователям на требуемом уровне.

В настоящее время, при поддержке Европейской комиссии, разрабатывается система совместного использования частотного спектра LSA [1,2], которая позволяет более эффективно использовать имеющиеся радиоресурсы. Принцип работы системы состоит в том, что владелец лицензированного частотного спектра сдает в аренду оператору-арендатору радиоресурсы в те моменты времени, в которые они ему не требуются.

В докладе предложены две схемы совместного использования радиочастот оператором-арендатором и владельцем. Арендатор имеет доступ как к полосе индивидуального использования – собственной полосе емкостью C_1 , доступной ему непрерывно, так и к полосе совместного использования емкостью C_2 , которую он берет в аренду и использует совместно с владельцем. Обе модели реализованы на основе прерывания обслуживания пользователей арендованной полосы [3], в случае необходимости освобождения ресурсов для владельца. При этом оператор перенаправляет заявки, обслуживаемые на арендованной полосе, на полосу индивидуального использования, если там имеются свободные ресурсы, если свободных ресурсов нет, то обслуживание заявок прерывается. Различие моделей заключается в том, что в первой модели заявки непрерывно обслуживаются на той полосе, ресурсы которой изначально заняты, а во второй – заявки, обслуживаемые на полосе совместного использования, перенаправляются на индивидуальную полосу, если на ней появляются свободные ресурсы.

Описание моделей

Пусть для обеих моделей входящий поток имеет пуассоновское распределение с параметром λ . Среднее время обслуживания – μ^{-1} . Полоса совместного использования может находиться в двух режимах: активном, когда ресурсы доступны как владельцу,

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00421 мод_а и 16-07-00766 а.

так и арендатору, и пассивном, когда ресурсы доступны только владельцу. Обозначим емкость полосы индивидуального использования – C_1 , а емкость полосы совместного использования – C_2 . Управление доступом в обеих моделях реализовано следующим образом: по требованию владельца полоса совместного использования радиочастот с интенсивностью α переходит в пассивный режим, переход в активный режим, т.е. восстановление полосы совместного использования, осуществляется с интенсивностью β . При переходе полосы совместного использования в пассивный режим заявки, обслуживаемые на радиочастотах этой полосы, перенаправляются на полосу индивидуального использования, если там имеются свободные ресурсы, в противном случае обслуживание этих заявок прерывается. Для обеих моделей состояние системы описывает вектор (n_1, n_2, s) , где n_1 – количество заявок на полосе индивидуального использования, n_2 – на полосе совместного использования, s – состояние полосы совместного использования, $s = 0$, если полоса находится в пассивном режиме и $s = 1$, если – в активном. Для первой модели – модели с непрерывным обслуживанием заявки на той полосе, на которую она поступила, пространство состояний имеет вид:

$$X = \{n_1 = 0, \dots, C_1, n_2 = 0, \dots, C_2, s = 1 \vee n_1 = 0, \dots, C_1, n_2 = 0, s = 0\}, \quad (1)$$

для второй:

$$X = \{n_1 = 0, \dots, C_1, n_2 = 0, s = 0 \vee n_1 = 0, \dots, C_1 - 1, n_2 = 0, s = 1 \vee n_1 = C_1, n_2 = 0, \dots, C_2, s = 1\}. \quad (2)$$

Правила приема и обслуживания заявок

В обоих случаях, при поступлении новой заявки в систему, возможны 3 варианта:

- заявка обслуживается на полосе индивидуального использования, если на ней имеются свободные ресурсы;
- заявка обслуживается на полосе совместного использования, если на полосе индивидуального использования нет свободных ресурсов, а полоса совместного использования находится в активном режиме и имеет свободные ресурсы;
- заявка блокируется, в двух случаях: если полоса совместного использования находится в пассивном режиме, а на полосе индивидуального использования нет свободных ресурсов, или, если полоса совместного использования находится в активном режиме, но ни она, ни полоса индивидуального использования не имеют свободных ресурсов.

В отличие от правил приема схемы обслуживания заявок, при условии, что полоса совместного использования находится в активном режиме, различны и были описаны выше. С учетом сформулированных правил приема и обслуживания заявок элементы матриц интенсивностей переходов для обеих моделей, для всех $(n_1, n_2, s), (n_1', n_2', s') \in X$ определяются соответственно следующим образом:

$$a((n_1, n_2, s)(n_1', n_2', s')) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n_1' = \min(C_1, n_1 + n_2), n_2' = 0, s' = 0, s = 1, \\ \beta, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2 = 0, s' = 1, s = 0, \\ \lambda, & \text{если } n_1' = n_1 + 1, n_2' = n_2, s' = s, n_1 < C_1, \\ & \text{или } n_1' = n_1 = C_1, n_2' = n_2 + 1, s' = s = 1, n_2 < C_2, \\ n_1\mu, & \text{если } n_1' = n_1 - 1, n_2' = n_2, s' = s, n_1 > 0, \\ n_2\mu, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2 - 1, s' = s = 1, n_2 > 0, \\ *, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2, s' = s, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (3)$$

$$a((n_1, n_2, s)(n_1', n_2', s')) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n_1' = \min(C_1, n_1 + n_2), n_2' = 0, s' = 0, s = 1, \\ \beta, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2 = 0, s' = 1, s = 0, \\ \lambda, & \text{если } n_1' = n_1 + 1, n_2' = n_2, s' = s, n_1 < C_1 \\ & \text{или } n_1' = n_1 = C_1, n_2' = n_2 + 1, s' = s = 1, n_2 < C_2 \\ n_1\mu, & \text{если } n_1' = n_1 - 1, n_2' = n_2 = 0, s' = s, n_1 > 0, \\ n_2\mu, & \text{если } n_1' = n_1 = C_1, n_2' = n_2 - 1, s' = s = 1, n_2 > 0, \\ *, & \text{если } n_1' = n_1, n_2' = n_2, s' = s, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (4)$$

где $*$ = $-(s\alpha + (1-s)\beta) + \lambda\{n_1 < C_1\} + \lambda\{n_1 = C_1, sn_2 < sC_2\} + n_1\mu\{n_1 > 0\} + n_2\mu\{n_2 > 0\}$.

Заключение

Для наиболее эффективной работы моделей, построенных с применением системы LSA, необходимо чтобы при переходе полосы в пассивный режим, количество заявок, перенаправленных на индивидуальную полосу, было максимально, а число прерванных обслуживаний – минимально. В дальнейшем планируется провести численное решение задачи оптимизации числа пользователей на полосе совместного использования.

Литература

1. Gudkova I.A., Samouylov K.E., Ostrikova D.Y., Mokrov E.V., Ponomarenko-Timofeev A.A., Andreev S.D., and Koucheryavy Y.A. Service failure and interruption probability analysis for Licensed Shared Access regulatory framework // Proc. of the 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2015. – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2015. – P. 123–131.
2. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., Ostrikova D.Y., Ponomarenko A.A., Turlikov A.M., and Andreev S.D. Modeling unreliable LSA operation in 3GPP LTE cellular networks // Proc. of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT-2014. – IEEE. – 2014. – P. 490–496.
3. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Markova E.V. Modelling and performance analysis of pre-emption based radio admission control scheme for video conferencing over LTE // Proc. of the 6th International Conference ITU Kaleidoscope: Living in a converged world - impossible without standards? K-LCW-2014. – Switzerland, Geneva, ITU. – 2014. – P. 53–59.

ON COMPARATIVE ANALYSIS OF SHARED ACCESS SCHEME MODELS WITH SERVICE INTERRUPTION IN 3GPP LTE NETWORK WITH LSA FRAMEWORK

Filipova V.R.¹, Markova E.V.¹, Marinyak B.V.¹, Gudkova I.A.²

¹ Peoples' Friendship University of Russia, valeryftp@gmail.com, mkatyushka@mail.ru, bvmarinyak@gmail.com, igudkova@sci.pfu.edu.ru

² Peoples' Friendship University of Russia, Institute of Informatics Problems FRC CSC RAS igudkova@sci.pfu.edu.ru

Nowadays, mobile operators are faced with a problem of shortage of radio waves resources required for qualitative customer service. One of the possible solutions of this problem is a framework named – licensed shared access. In this report, we describe two possible shared access scheme models with LSA in wireless networks of the 4th and 5th generations, which are based on service interruption.

Key words: LTE, LSA, service interruption.

Сети связи следующего поколения

К АНАЛИЗУ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСТРОЙСТВ D2D-СЕТИ¹

Абаев П.О., Бесчастный В.А.

Российский университет дружбы народов, paabaev@sci.pfu.edu.ru, vbeshchastny@sci.pfu.edu.ru

В работе проводится оценка целесообразности использования пространственных процессов различного типа в зависимости от плотности расположения D2D-устройств в сети. Предложен метод аналитического расчета основных характеристик взаимодействия устройств.

Ключевые слова: пространственные точечные процессы, D2D, LTE, SIR.

Введение

Предложенная в недавнее время концепция беспроводных D2D-соединений (Device-to-Device) в сетях сотовой связи, как ожидается, позволит повысить эффективность использования частотного ресурса и энергопотребления. Основная идея состоит в том, что D2D-соединения будут использовать те преимущества, которые дает близкое расположение взаимодействующих устройств, обладающих возможностью устанавливать прямые соединения между собой. Малые расстояния между устройствами дают возможность значительно повысить скорость передачи данных, уменьшить её задержку и сократить потребление энергоресурсов. В отличие от архитектуры традиционных сотовых сетей в D2D-сетях необходимы новые методы обнаружения устройств, процедуры физического и MAC уровней (Media Access Control Layer) и алгоритмы управления ресурсами сети. Еще одним преимуществом D2D-соединений является возможность организации с помощью LTE-устройств (Long Term Evolution), поддерживающих технологию D2D, сетей общественной безопасности, которые должны функционировать там, где сотовая связь недоступна [1].

При моделировании D2D-взаимодействий в сотовых сетях в качестве эффективного метода часто используются гомогенные пуассоновские пространственные процессы, которые довольно просты для применения и анализа. Однако в действительности равномерное распределение устройств на плоскости встречается крайне редко. Такой подход приводит к тому, что получаемые характеристики сети, в том числе и ключевая характеристика при установлении беспроводных соединений – интерференция, имеют очевидные расхождения с реальными данными, а потому не могут служить основой для разработки новых методов и алгоритмов. Значительно более точных результатов позволяют достичь процессы твердого ядра Матерна, но они сложны для анализа, так как для них не существуют аналитических выражений [2].

Построение математической модели

Рассмотрим фрагмент сети, который представляет собой плоскость с распределенными на ней устройствами. Для простоты будем полагать мощности сигнала всех устройств равными. В рамках данной работы рассматривается только нисходящий сигнал от устройств-источников, которые в процессе функционирования могут вызывать явление интерференции. Таким образом, имеет смысл рассматривать все устройства как потенциальные источники.

Из представленных упрощений можно получить формулу для нахождения значения SIR в виде (1).

$$SIR = \frac{g l_0^{-\alpha}}{g \sum_{i=1}^N l_i^{-\alpha}} = l_0^{-\alpha} \cdot \left[\sum_{i=1}^N l_i^{-\alpha} \right]^{-1}. \quad (1)$$

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №15-07-03608, 15-07-03051.

где α - показатель затухания сигнала в среде (далее в работе полагается $\alpha = 4$, что соответствует наиболее приближенным к реальным условиям), l_0 - расстояние между рассматриваемой парой «целевой источник-приемник», l_1 - расстояние между парами «целевой источник-интерferирующий i-источник», g - мощность сигнала от источников, $N + 1$ - общее количество источников (см. рис. 1) [3].



Рис. 1. Установление прямого соединения между D2D-устройствами

В работе рассматриваются два наиболее часто применяемых при моделировании беспроводных сетей точечных процесса: гомогенный пуассоновский точечный процесс (PPP, Poisson Point Process) и процесс твердого ядра Матерна II-типа (MHCPP II, Matérn Hardcore Point Process), в котором любые две точки не могут находиться на расстоянии меньшем предопределённого параметра ρ . Примеры процессов представлены на рис. 2.

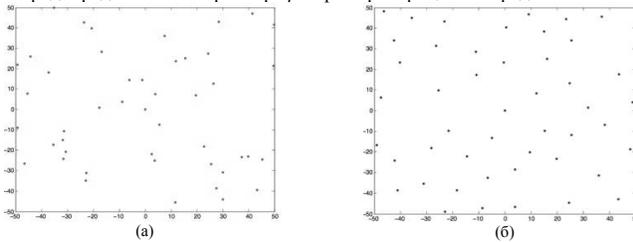


Рис. 2. Точечные процессы PPP (а) и MHCPP II (б)

Из рис. 2 видно, что расстояния между точками для обоих процессов отличаются значительно. И, хотя при малых интенсивностях процессов ($\lambda < 10^{-2}$) разница существенно не сказывается на значениях интерференции, для сетей с плотным распределением устройств такие параметры не применимы.

Известно, что устройства, находящиеся за пределами круга радиуса 2ρ , вносят одинаковый вклад в значение интерференции вне зависимости от выбора одного из двух точечных процессов: MHCPP II или PPP. В работе предложен метод аппроксимации, при котором ближайшие точки моделируются с помощью PPP, однако сдвигаются от целевой пары таким образом, чтобы первые центральные моменты расстояний от них до целевого источника совпадали с расстояниями в MHCPP II. Количество таких ближайших устройств можно определить как число n , при котором $P(l_n < x_a) \leq a$, где $x_a = 2\rho$ - квантиль уровня $a = 0,99$. В таблице 1 представлены значения числа n для различных интенсивностей исходного процесса.

Таблица 1. Количество аппроксимируемых ближайших точек

λ	$[0,01; 0,02[$	$[0,02; 0,05[$	$[0,06; 0,4[$	$[0,4; 1]$
n	7	8	9	10

На рис. 3 показано распределение плотности SIR для трех процессов при $\lambda = 0.01$: MHCPP II, PPP и PPP со сдвигом ближайших точек.

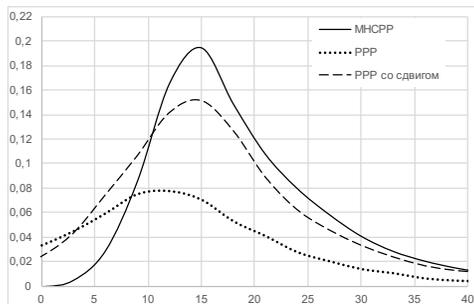


Рис. 3. Распределение плотности SIR для точечных процессов

Выводы

В работе построена математическая модель взаимодействия беспроводных устройств, применимая для решения задач оптимизации для беспроводных сетей с установлением D2D-соединений. Установлено, что аппроксимация процессов твердого ядра Матерна пространственными пуассоновскими процессами приводит к значительной потере точности при моделировании процессов. Тем не менее, сдвиг ближайших к целевой паре точек позволяет достаточно точно аппроксимировать МНСРР II, предоставляя возможность использовать известные аналитические выражения для расчета характеристик сети.

Литература

1. Hesham ElSawy, Ekram Hossain, Mohamed-Slim Alouini Analytical Modeling of Mode Selection and Power Control for Underlay D2D Communication in Cellular Networks // IEEE Ieee Transactions on Communications, Vol. 62, No. 11. – 2014, pp.4147-4161.
2. Qiaoyang Ye, Mazin Al Shalash, Constantine Caramanis, Jeffrey G. Andrews Device-to-Device Modeling and Analysis with a Modified Matern Hardcore BS Location Model // IEEE Communication Theory Symposium. – 2013, pp.1825-1830.
3. Begishev V., Kovalchukov R., Samuylov A., Ometov A., Moltchanov D., Gaidamaka Yu., Andreev S., Koucheryavy E. An analytical approach for SINR estimation in adjacent rectangular premises // Proc. of the 15th IEEE International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking NEW2AN 2015. – 2015, pp.446-458.

ON ANALYSIS OF D2D NETWORK DEVICE DENSITY DISTRIBUTION

Abaev P.O., Beschastnyi V.A.

Peoples' Friendship University of Russia, pabaev@sci.pfu.edu.ru, vbeschastnyi@sci.pfu.edu.ru

Spatial models applicability under different network density levels was analyzed. A method for analytical modelling of D2D underlaid network was proposed.

Key words: spatial process, D2D, LTE, SIR.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ IMS СЕРВЕРА КОНФЕРЕНЦСВЯЗИ¹

Абаев П.О., Бесчастный В.А., Царев А.С.

Российский университет дружбы народов,
{pabaev, vbeshchastny}@sci.pfu.edu.ru, tsarev.alexey.s@gmail.com

Конференцсвязь – это одна из специализированных услуг, поддерживаемых подсистемой IMS. Для анализа показателей эффективности функционирования сервера и качества предоставляемой услуги конференцсвязи построена математическая модель в виде системы с групповым обслуживанием сообщений и прогулками прибора.

Ключевые слова: подсистема IMS, SIP, конференцсвязь, групповое обслуживание, прогулки прибора.

Введение

Мультимедийная подсистема IP (IMS) предоставляет общую платформу мультимедийных услуг для IP-сетей. Одно из основных отличий IMS от других технологий – интеграция различных сетей доступа в одно целое, что позволяет снизить затраты на развитие сети. Конференцсвязь – это одна из специализированных услуг, поддерживаемых IMS. Описание процесса взаимодействия узлов при установлении сеанса конференцсвязи на базе протокола SIP приведено в [1]. Согласно документу, топология сети должна содержать следующие элементы: пользовательское оборудование (UE); сервер приложения (AS) и SIP прокси серверы (CSCF), которые включают в себя edge-проху (P-CSCF) и core-проху (I-CSCF и S-CSCF).

Процедура установления сеанса конференцсвязи

Процедуру установления сеанса конференцсвязи, представленную на рис. 1, можно описать следующим образом: UE-источники посылают INVITE запросы Edge-Proxu 1, расположенному в домашнем регионе. Сообщения группируются по принадлежности к одной конференции, и далее отправляются в виде единственного INVITE запроса, содержащего информацию о всех участниках конференции. Сообщение INVITE достигает узла Edge Proxu 2, который генерирует нужное количество INVITE запросов по числу получателей. Далее, ответные сообщения с кодом 183 группируются на Edge Proxu 2 в единное сообщение 183 и передаются далее по цепочке серверов.

Построение математической модели

Для анализа качества предоставления услуги многосторонней конференции построим математическую модель в виде системы массового обслуживания (СМО) с групповым обслуживанием и прогулками прибора [2]. Рассмотрим однолинейную систему с накопителем конечной емкости R . На систему поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ . Обслуживание заявок производится пачками размера не более L . Длительность обслуживания не зависит от размера пачки и распределена экспоненциально с параметром μ , $0 < \mu < \infty$. Если прибор свободен и в очереди имеются n заявок, то на прибор для обслуживания поступает пачка размерами $\min(n, L)$, $0 \leq n \leq R$. Если прибор занят, то заявки поступают в накопитель. Если при поступлении в систему новой заявки нет свободных мест в накопителе, то заявка теряется. Если по окончании обслуживания пачки система пуста, то прибор уходит на прогулку.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №15-07-03608.

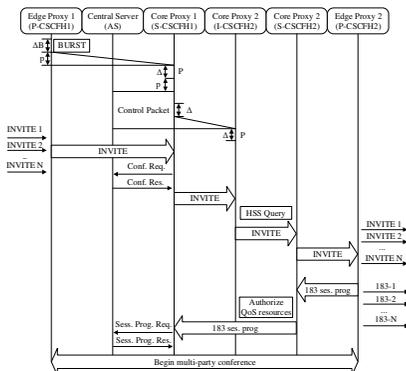


Рис. 1. Агрегация сообщений при установлении сеанса конференцсвязи

Если в очереди имеются по крайней мере H заявок, ожидающих обслуживание, то прогулка завершается через интервал времени, который имеет экспоненциальное распределение с параметром θ , и прибор приступает к обработке заявок. Схема системы массового обслуживания представлена на рис. 2.

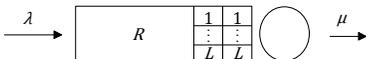


Рис. 2. Схема системы массового обслуживания

Составной случайный процесс $\mathbf{X}(t) = (m(t), n(t))$, где $m = \{0, 1\}$ - состояние прибора (0 - прибор обслуживает заявку, 1 - прибор на прогулке), $0 \leq n \leq R$ - количество заявок в очереди, по построению является марковским и описывает поведение системы над пространством состояний $X(t) = \{(m, n) : (0 \leq n \leq R, m = 0, 1)\}$. Обозначим, $p_{ij} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{m(t) = i, n(t) = j\}$ стационарное распределение процесса $\mathbf{X}(t)$.

Результаты моделирования

Для случая экспоненциального обслуживания решение СУР получены численно, для случая детерминированного обслуживания был разработан программный комплекс, основанный на принципах имитационного моделирования [3]. На рис. 3 представлен график зависимости среднего времени ожидания обслуживания заявки W от интенсивности поступающих заявок λ при различной интенсивности выхода прибора из прогулки.

Видно, что при фиксированных параметрах среднее время ожидания обслуживания заявок уменьшается при увеличении интенсивности поступающих заявок.

Оптимизационная задача

Во время прогулки прибора возможно выделение ресурсов для решения других задач. При этом важно сохранить оптимальные значения среднего времени ожидания

обслуживания заявки $W = \left(\sum_{j=0}^R j p_{0j} + \sum_{j=0}^R j p_{1j} \right) / \lambda$ и вероятность блокировки системы

$B = p_{0R} + p_{1R}$ для достижения наилучших значений качества обслуживания. Для этого

сформулируем оптимизационную задачу максимизации времени прогулки без потери показателей качества обслуживания при заданных параметрах системы.

$$F = \begin{cases} \sum_{i=0}^R P_{i1} \rightarrow \max, \\ B(\theta, H) \leq 10^{-2}, W(\theta, H) \leq 10. \end{cases}$$

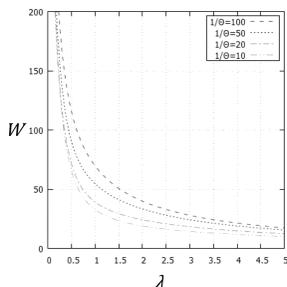


Рис. 3. Среднее время ожидания обслуживания заявок

Выводы

В данной работе была построена математическая модель обслуживания IMS сервера конференцсвязи в виде СМО с групповым обслуживанием заявок и прогулками прибора и разработан программный комплекс для анализа системы для случая детерминированного обслуживания. Оптимизационная задача и вывод аналитических формул для расчета характеристик являются задачами дальнейших исследований. Кроме того, установлено, что наличие прогулки при определенных параметрах системы позволяет без ущерба для QoS выделять ресурсы для решения других задач. В дальнейшем предполагается изучить модель с групповым поступлением сообщений, групповым обслуживанием сообщений и прогулками прибора.

Литература

1. J. Rosenberg. RFC 4353 – A Framework for Conferencing with the Session Initiation Protocol (SIP) // IETF – Feb. 2006.
2. G. Mishra, S. Dharmaraja, S. Kar. Performance Analysis of Multi-party Conferencing in IMS using Vacation Queues // IEEE ANTS 2014 1570023177
3. Строгалев В.П., Толкачева И.О. Имитационное моделирование. – МГТУ им. Баумана, 2008.

MODELLING AND PERFORMANCE ANALYSIS OF IMS CONFERENCING SERVER

Abaev P.O., Beschastniy V.A., Tsarev A.S.

Peoples' Friendship University of Russia,
[pabaev, vbestchastny]@sci.pfu.edu.ru, tsarev.alexey.s@gmail.com

The multi-party conferencing is one of the specialized services provided by IP Multimedia Subsystem. A mathematical model with batch service and vacation queues is constructed in order to analyze the measures of server performance and its quality of service.

Key words: IMS, SIP, multi-party conferencing, batch service, vacation queues.

ВЛИЯНИЕ МЕЖСЕТЕВОГО ЭКРАНА НА СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ УСТАНОВЛЕНИЯ СЕССИИ¹

Балыка Е.И., Ботвинко А.Ю., Зарипова Э.Р., Сaitов Д.А.

Российский университет дружбы народов,

eibalyka@gmail.com, botviay@sci.pfu.edu.ru, ezarip@sci.pfu.edu.ru, da.saitov@gmail.com

Для оценки среднего времени установления сессии между двумя пользователями при наличии одного межсетевого экрана и двух прокси-серверов разработана имитационная модель процедуры установления сессии в среде AnyLogic. Фильтрация трафика межсетевым экраном предполагает последовательную проверку трех правил.

Ключевые слова: межсетевой экран, время установления сессии, фильтрация трафика, имитационная модель, сигнальные сообщения.

Введение

Для эффективной работы средств защиты данных в сети необходимо разрабатывать универсальные методы оптимизации таких комплексов. Правильный выбор оборудования для конкретных задач и анализ общих параметров сети позволяет своевременно обеспечить надежную защиту данных. Исследования внедрения и последующего функционирования в сети межсетевых экранов играют важную роль в формировании комплексных мер защиты информации в каналах передачи данных. Межсетевой экран (англ., firewall) реализует фильтрацию сетевого трафика между двумя конечными пользователями. Фильтрация трафика через межсетевой экран (МСЭ) влияет на временные характеристики, например, на время установления сессии между двумя пользователями. Для более детального рассмотрения была выбрана процедура установления сессии между двумя абонентами с использованием одного МСЭ и двух прокси-серверов по пути следования сигнальных сообщений.

Оценка времени установления сессии при наличии межсетевого экрана

Для оценки эффективности функционирования МСЭ в модели процедуры установления сессии детально исследуется влияние времени фильтрации трафика в МСЭ на общие временные характеристики сети, например, на время установления сессии между двумя конечными абонентами.

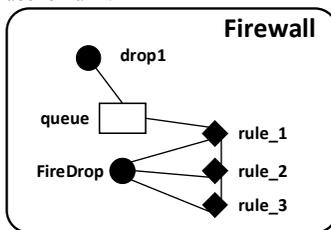


Рис. 1. Функциональный блок Firewall.

Процедура представлена следующими функциональными блоками: Пользователь 1 (источник), Firewall (МСЭ), Проxy-1 (прокси-сервер, выполняющий посреднические функции для первого пользователя), IP/MPLS (магистральная сеть), Проxy-2 (прокси-сервер, выполняющий посреднические функции для второго пользователя), Пользователь 2 (получатель). Некоторые из этих функциональных блоков на практике

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00090-а.

могут быть реализованы совместно, но в данной работе каждый элемент реализован отдельно. МСЭ реализован в виде системы массового обслуживания с конечным буфером. Также на межсетевом экране идет последовательная проверка правил (rule_1, rule_2, rule_3), по которым происходит основная фильтрация трафика. Для каждого сообщения, который не прошел цепочку правил, существует общий сброс (FireDrop).

Оценка времени установления сессии может быть проведена несколькими способами, например, с помощью математической модели в виде сети массового обслуживания (СеМО) [1], или с помощью имитационного моделирования, например, в программе с многоподходным инструментарием для имитационного моделирования AnyLogic.

Моделирование процедуры установления сессии

Авторами разработана имитационная модель в среде AnyLogic, реализованная в виде цепи последовательных блоков, обслуживающих сигнальные сообщения из процедуры установления сессии. Первым функциональным блоком, принимающим участие в процедуре установления сессии является блок Пользователь 1, который находится внутри сети, защищенной МСЭ от несанкционированного доступа. Далее идет блок Proxu-1, который соединяется с Proxu-2 через IP/MPLS сеть, Proxu-2, Пользователь 2. Такая модель позволяет не только оценить время установления сессии с конкретными параметрами, но и рассмотреть временные характеристики каждого блока в отдельности. Для блока Firewall, ввиду его основных функций фильтрации входящего и исходящего трафика (сигнальных сообщений), увеличивается время передачи данных через этот участок цепи и между блоками Пользователь 1 и Пользователь 2 до 10 % от среднего времени установления сессии между двумя пользователями без участия МСЭ.

Выводы и задачи дальнейших исследований

Полученные результаты могут быть полезными в изучении эффективности внедрения МСЭ как средства защиты данных. Наличие межсетевых экранов на пути следования сообщений может быть заметным для временных характеристик. Время фильтрации сообщений в МСЭ также зависит от набора правил фильтрации. При уменьшении количества правил время фильтрации снижается.

Планируется доработка механизма фильтрации трафика в МСЭ с учетом вложенных правил проверки и сравнение результатов моделирования с результатами, полученными с помощью математической модели в виде открытой СеМО [1].

Литература

1. Самуйлов К.Е., Ботвинко А.Ю., Зарипова Э.Р. Оценка времени установления сессии между пользователями при наличии межсетевого экрана // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». – М.: Изд-во РУДН. – 2016. – №1. – Стр. 31-38.

INFLUENCE OF FIREWALL AT AVERAGE SESSION SETUP TIME

Balyka E.I., Botvinko A.Yu., Zaripova E., Saitov D.A.

Peoples' Friendship University of Russia

eibalyka@gmail.com, botviay@sci.pfu.edu.ru, ezarip@sci.pfu.edu.ru, da.saitov@gmail.com

For evaluating the average session setup time between two users with one firewall and two proxy servers, we created the AnyLogic simulation model of procedure for establishing a network session. Firewall traffic filtering involves sequential testing of three rules.

Key words: Firewall, session setup time, traffic filtering, simulation model, signal messages.

Разработка симулятора радиоканала случайного доступа с процедурой запрета классов доступа для трафика межмашинного взаимодействия¹

Бегишев В.О., Бутурлин И.А., Тен В.О., Чукарин А.В.

Российский университет дружбы народов, beGIShevu@mail.ru, ivan_buturlin@mail.ru,
vladislav.ten93@gmail.com, chukarin@yandex.ru

Рассматривается задача разработки симулятора процесса установления соединения по радиоканалу случайного доступа с трафиком межмашинного взаимодействия, для которого применен один из методов контроля за перегрузками, а именно процедура предварительного запрета классов доступа.

Ключевые слова: M2M, RACH, eNB, ACB, трафик межмашинного взаимодействия, контроль за перегрузками, преамбулы доступа.

Применение радиоканала случайного доступа в сетях LTE (Long-Term Evolution) для обслуживания возрастающего по объему трафика межмашинного взаимодействия (M2M, Machine-to-Machine) позволяет избежать ухудшения качества обслуживания H2H (Human-to-Human) пользователей. Существуют специализированные виды M2M-трафика (например, данные от датчиков контроля за землетрясениями), для которых время передачи данных является критичным параметром. Для удовлетворения требований к обслуживанию подобного вида M2M-трафика разработан ряд методов контроля перегрузок в сетях LTE.

Существует два основных подхода к ведению контроля над перегрузками сетей радиодоступа RAN (Radio Access Network), называемые «pull-based» и «push-based»[4]. В методах из категории «push-based» каждое M2M-устройство посылает данные в сеть радиодоступа только при выполнении заданного условия, которое передается от базовой станции в широковещательном сообщении по всей зоне покрытия. Данный подход, с точки зрения сети, не является централизованным подходом к управлению радиоресурсами. В «pull-based» методах каждое M2M-устройство периодически прослушивает широковещательное сообщение (например, групповое сообщение поискового вызова). После получения подтверждения от базовой станции в виде широковещательного сообщения, содержащего ID данного устройства, начинается процедура установления соединения по радиоканалу случайного доступа. С точки зрения сети, этот подход является централизованным и требует большей вычислительной мощности оборудования на базовой станции.

Методы контроля над перегрузками призваны обеспечить дополнительные меры по снижению интенсивности поступления устройств на выбор ограниченного числа преамбул. Для решения данной задачи в некоторых сетях используется «push-based» процедура запрета классов доступа ACB (Access Class Baring). Базовая станция в широковещательном режиме транслирует сообщение типа SIB 2 (System Information Block 2), которое содержит информацию о радиоресурсах, доступных для передачи преамбулы, а также информацию о двух параметрах, а именно:

1. Запрещающий фактор p (Access Class Barring Factor);
2. Время запрета T (Access Class Barring Time);

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03051 а.

Базовая станция eNB (Evolved Node B) передаёт M2M-устройствам запрещающий фактор p , который представляет собой рассчитанную на основе количества устройств и их принадлежности к определенному классу доступа вероятность коллизии. Устройства, получившие данную информацию, генерируют случайное число q ($0 \leq q \leq 1$). Если число q меньше запрещающего фактора p , то M2M-устройство может отправить преамбулу доступа, в противном случае устройство блокируется на случайный период времени, зависящий от параметра T (*время запрета*) и рассчитывающийся по следующей формуле [3]:

$$T_{barring} = (0,6 + 0,7 * rand) * T. \quad (1)$$

После истечения данного времени устройство вновь проходит проверку АСВ в одном из последующих слотов.

На рис. 1 представлена диаграмма последовательности действий в нотации UML [2], которая описывает упрощенную схему процедуры установления соединения по радиоканалу случайного доступа с методом контроля перегрузок АСВ.

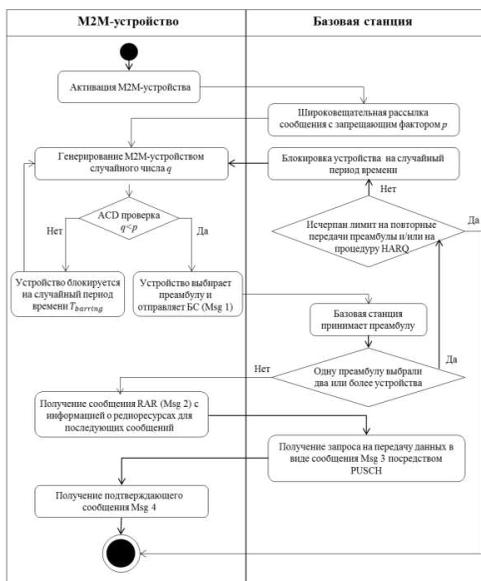


Рис. 1. Процедура установления сессии по радиоканалу случайного доступа с процедурой запрета классов доступа в сети LTE

На основании представленной выше функциональной схемы взаимодействия базовой станции eNB и M2M-устройства был разработан программный комплекс на языке Java, который позволяет моделировать процесс установления соединения по радиоканалу случайного доступа с использованием метода АСВ. Ниже представлены численные результаты работы симулятора, которые были получены с использованием исходных данных, аналогичных [1].

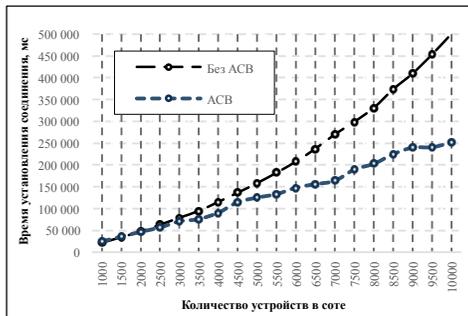


Рис. 2. Зависимость времени передачи данных от роста числа устройств.

На рис.2 изображены две кривые, показывающие среднее время установления сессии в зависимости от общего количества устройств в сети. Основываясь на результатах эксперимента, можно сделать следующий предварительный вывод: использование метода контроля перегрузок ACB позволяет значительно сократить время установления соединения, причем с ростом числа M2M-устройств эффективность данного метода возрастает.

Литература

1. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gaidamaka Y.V., Abaev P.O., Buturlin I.A., Etezev S.A. Modelling a Random Access Channel with Collisions for M2M Traffic in LTE Networks // Lecture Notes in Computer Science. – 2014. – Vol. 8638. – P. 301–310.
2. Буч Г., Рамбо Д., Якобсон И. Язык UML. Руководство пользователя, 2006.
3. Hongliang He, Pinyi Ren, Qinghe Du, Li Sun. Estimation Based Adaptive ACB Scheme for M2M Communications, 2015.
4. Ming-Yuan Cheng, Guan-Yu Lin, Hung-Yu Wei, Alex Chia-Chun Hsu. Overload Control for Machine-Type communications in LTE-Advanced System, 2012.

MODELLING A RANDOM ACCESS CHANNEL WITH THE PROCEDURE ACCESS CLASS BARRING FOR M2M TRAFFIC IN LTE NETWORKS

Begishev V.O., Buturlin I.A., Ten V.O., Chukarin A.V.

Peoples' Friendship University of Russia, ivan_buturlin@mail.ru, vladislav.ten93@gmail.com, begishevu@mail.ru, chukarin@yandex.ru

The report describes the procedure of connection establishment through the random access channel for machine type communications with one of the methods of overload control, namely the Access Class Barring procedure.

Key words: M2M, RACH, eNB, ACB, Machine-Type Communications, overload control, preamble access.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РАДИОКАНАЛА СЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА С ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ D2D-УСТРОЙСТВ¹

Бегизев В.О., Бутурлин И.А., Исаяев Ю.Д.

Российский университет дружбы народов, begishevu@mail.ru, ivan_buturlin@mail.ru, isaybasay17@gmail.com

В докладе рассматривается один из методов контроля за перегрузками при обслуживании трафика межмашинного взаимодействия по радиоканалу случайного доступа.

Ключевые слова: pull-based, push-based, RACH, eNB, схема I-RA, M2M, LTE, трафик межмашинного взаимодействия, контроль за перегрузками.

С учетом активного роста трафика межмашинного взаимодействия, задача оптимального распределения радиоресурсов становится все более актуальной для операторов сетей связи стандарта LTE (Long Term Evolution). В этой связи применение процедуры установления соединения по радиоканалу случайного доступа RACH (Random Access Channel) является одним из возможных решений по улучшению эффективности механизмов обслуживания M2M-устройств (Machine-to-Machine) в беспроводных сетях связи следующего поколения.

Процедура установления сессии начинается с передачи M2M-устройством преамбулы (англ. Msg 1) на базовую станцию LTE через физический радиоканал случайного доступа PRACH (Physical Random Access Channel) [5]. Далее базовая станция eNB (eNodeB) высылает ответное сообщение (англ. Msg 2) типа RAR (Random Access Response) через радиоканал PDCCH (Physical Downlink Control Channel). Следующим шагом M2M-устройство отправляет запрос на передачу данных (англ. Msg 3) посредством радиоканала PUSCH (Physical Uplink Shared Channel). Затем eNB подтверждает соответствующий запрос сообщением (англ. Msg 4). После получения Msg4 M2M-устройством исследуемая процедура установления соединения по радиоканалу случайного доступа считается завершенной [2,3]. После пересылки указанного сигнального сообщения, в зависимости от настройки базовой станции устройство начинает непосредственно передачу данных или происходит последующий обмен сигнальными сообщениями.

Существует две категории контроля, которые управляют перегрузками сетей радиодоступа RAN (Radio Access Network): push-based и pull-based. Метод push-based подробно представлен в [3]. К данному методу относится процедура запрета вызова ACB (Access Class Barring), Differentiated Services Provision и DRA (Dedicated Resource Allocation). В следующей технологии pull-based каждое M2M-устройство периодически прослушивает широковещательное сообщение. Как только устройство обнаруживает, что широковещательное сообщение включает в себя идентификационный код (ID) устройства, то начинается передача блоков данных на базовую станцию. Считается, что pull-based является централизованным, предварительно синхронизирует устройства в кластеры, в которых определяется главное M2M-устройство для передачи блоков данных на базовую станцию сети LTE.

В [4] предложена схема I-RA (Improved Random Access), которая позволяет улучшить значения основных вероятностно-временных характеристик модели установления соединения по радиоканалу случайного доступа. В этой схеме M2M-устройства делятся на две группы: первую называют D-RA-устройствами (Direct

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03051 а.

Random Access), а вторую – D2D-RA-устройствами (Device-to-Device Random Access). Первый тип устройств способен посылать запросы на установление соединения по RACH и передавать свои данные непосредственно базовой станции eNB. Устройства из группы D2D-RA посредством технологии D2D (Device-to-Device) способны передавать свои данные главному устройству кластера. Далее передача трафика на базовую станцию осуществляется после обнаружения D2D-RA-устройством своего UID (Unique Identifier) в широковещательном сообщении. Функционирование схемы I-RA разделена на три периода передачи данных и представлена в [4].

Одной из целей исследования является разработка симулятора, который будет настроен на выполнение метода, аналогичного [4]. На рисунке 1 представлена диаграмма последовательности действий схемы I-RA в нотации UML [1], которая описывает упрощенную схему группового обслуживания M2M-устройств по радиоканалу случайного доступа RACH. Устройства, не входящие в кластеры, не учитываются.

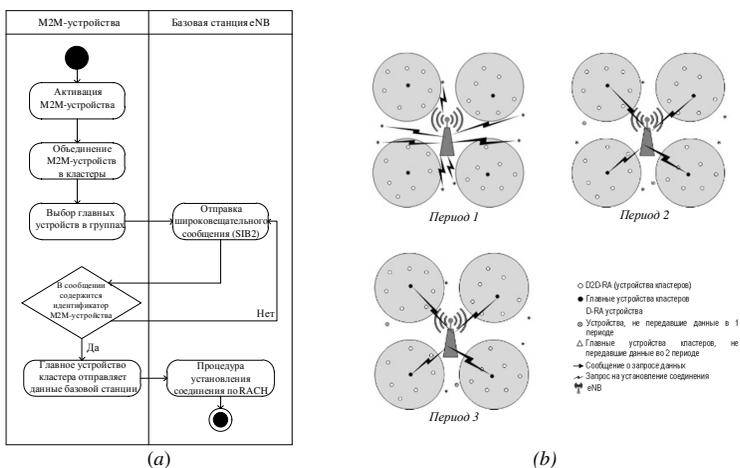


Рис. 1. (а) Модель установления сессии по радиоканалу случайного доступа с процедурой предварительной синхронизации устройств в группы, (б) схема I-RA

На основании сформированной функциональной схемы был разработан программный комплекс на языке Java, который позволяет моделировать процесс установления соединения по радиоканалу случайного доступа с методом контроля за перегрузками I-RA. Для проведения эксперимента число M2M-устройств взято в диапазоне [0; 10 тыс.], время для синхронизации устройств в группы по технологии D2D принимает значение 30 мс. Результаты численного анализа представлены на двух графиках (Рис. 2 а, б) с учетом применения схемы I-RA в сравнении с технологией RACH. На рисунке 2 (а) изображен график, на котором представлены значения среднего времени установления соединения одного устройства с учетом общего их числа. На рисунке 2 (б) показан график общего времени установления соединения в зависимости от роста количества устройств. Не трудно заметить, что кривые, иллюстрирующие работу схемы I-RA, свидетельствуют о преимуществах достижения минимальных задержек на передачу блоков данных.

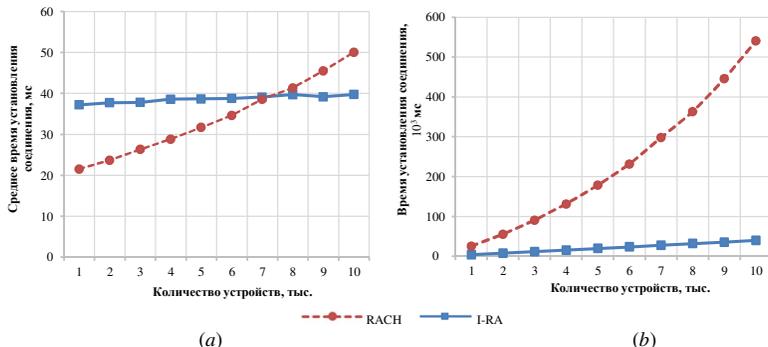


Рис. 2. Зависимость среднего времени передачи данных от роста числа устройств

Основываясь на результатах эксперимента можно заключить предварительные выводы, что применение схемы I-RA позволяет существенно сократить время соединения M2M-устройств с базовой станцией сети в зависимости от значительного роста трафика межмашинного взаимодействия. Таким образом, принцип работы данной схемы достаточно эффективен при любом количестве устройств.

Литература

1. Буч Г. Язык UML. Руководство пользователя / Г. Буч, Д. Рамбо, И. Якобсон. – М: ДМК Пресс, 2006.
2. Borodakiy V.Y., Samouylov K.E., Gaidamaka Y.V., Abaev P.O., Buturlin I.A., Eteзов S.A. Modelling a Random Access Channel with Collisions for M2M Traffic in LTE Networks // Lecture Notes in Computer Science. – 2014. – Vol. 8638. – P. 301–310.
3. Ming-Yuan Cheng, Guan-Yu Lin, Hung-Yu Wei, Alex Chia-Chun Hsu Overload Control for Machine-Type communications in LTE-Advanced System, 2012.
4. Tao Deng, Xian Wang Performance Analysis of a Device-to-Device Communication-Based Random Access Scheme for Machine-Type Communications, 2015.
5. 3GPP TR 37.868 – Study on RAN Improvements for Machine-type Communications. (Release 11), 2011.

MODELLING A RANDOM ACCESS CHANNEL WITH THE PROCEDURE OF PRIOR D2D SYNCHRONIZING FOR M2M TRAFFIC IN LTE NETWORKS

Begishev V.O., Buturlin I.A., Isaev Y.D.

Peoples' Friendship University of Russia, begishevu@mail.ru, ivan_buturlin@mail.ru,
isaybasay17@gmail.com

The report addresses the main principles of maintenance of Machine-Type Communications on a Random Access Channel, namely the procedure of establishing connection with Random Access Channel and a method of overload control during the maintenance of Machine-Type Communications on a Random Access Channel.

Key words: M2M, Machine-Type Communications, overload control, pull-based, push-based, RACH, eNB, I-RA scheme.

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ КОМПАНИИ В ВИДЕ СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Безкостая А.В., Поповская Н.О., Шипунов С.П., Гайдамака Ю.В.

*Российский университет дружбы народов, id_angie@bk.ru, popovskaya.natalja@yandex.ru,
ssh95@mail.ru, ygaidamaka@sci.pfu.edu.ru*

В докладе в виде сети массового обслуживания построена упрощенная модель эталонных процессов деятельности телекоммуникационной компании, позволяющая провести анализ одного из основных показателей качества обслуживания – среднего времени обслуживания клиента.

Ключевые слова: сеть массового обслуживания, неоднородные заявки, эталонный сквозной бизнес-процесс, карта eTOM.

Введение

В настоящее время компании заинтересованы в уменьшении своих расходов, что можно получить при оптимизации работы компании. Для повышения эффективности выполнения бизнес-процессов, протекающих в компании, необходимо провести анализ существующих процессов, определить «узкие места» при обслуживании клиентов и провести реорганизацию бизнес-процессов с точки зрения повышения показателей качества обслуживания [1]. Одним из инструментов такого анализа является математическое моделирование, например, с помощью аппарата систем и сетей массового обслуживания [2, 3].

Модель деятельности компании в виде сети массового обслуживания

В работе показан пример применения аппарата сетей массового обслуживания для построения модели деятельности компании. Для примера выбрана упрощенная модель телекоммуникационной компании, включающая три эталонных сквозных бизнес-процесса - «Запрос - Решение», «Претензия - Решение», «Потребление - Оплата». Процесс «Запрос - Решение» включает в себя действия, связанные с обработкой запросов клиентов, поступающих по различным каналам связи (пользовательским интерфейсам). Процесс «Претензия – Решение» описывает действия по обработке жалоб клиентов, включая выявление причины проблемы, запуск процессов ее решения, мониторинг качества обслуживания. Процесс «Потребление – Оплата» используется в случаях использования услуги или ресурса, закрытия сеанса связи и проверки счета пользователя.

Модель построена в виде открытой сети массового обслуживания с неоднородными заявками (рис.1). Плоскости на рисунке отображают каждый из трех процессов. Узлы сети соответствуют процессам третьего уровня расширенной карты деятельности компании eTOM: узел 1 – менеджеры по работе с клиентами, узел 2 – автоматизированный интерфейс, узел 3 – система управления взаимодействием с клиентом, узел 4 – каталоги услуг и подписок клиента, узел 5 – операторы call-центра, узел 6 – сотрудники техотдела, узел 7 – система управления эксплуатацией ресурсов, узел 8 – система управления эксплуатацией услуг. В сети циркулируют восемь классов заявок: класс 1 – информационный запрос, класс 2 – запрос продаж, класс 3 – претензия, класс 4 – использование услуги, класс 5 – проверка счета, класс 6 – закрытая заявка, класс 7 – претензия с дополнительными сведениями, класс 8 – расчетно-отчетная заявка. Стрелками показаны переходы между узлами, при этом класс заявки может меняться только сразу после окончания обслуживания заявки в узле.

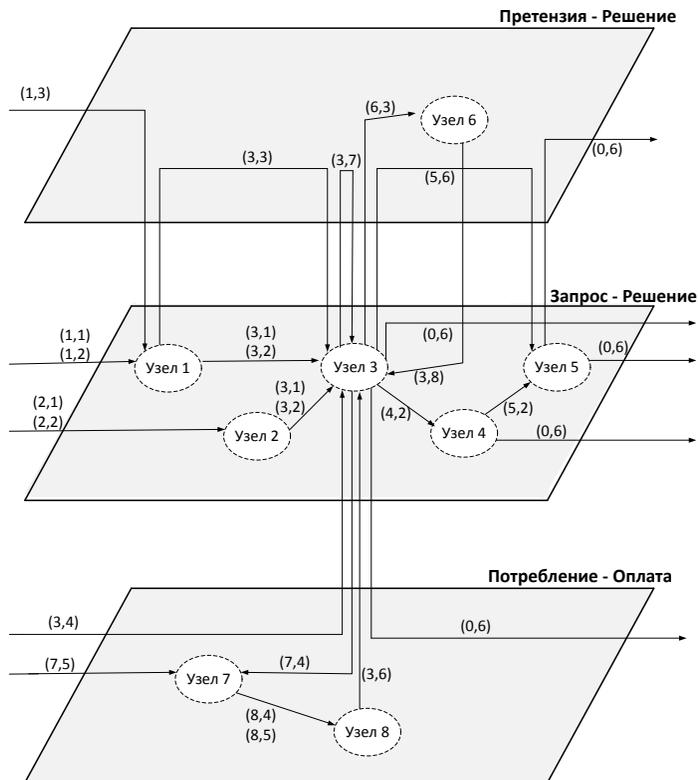


Рис. 1. Модель открытой неоднородной сети массового обслуживания

Эталонный сквозной бизнес-процесс «Запрос - Решение» включает в себя большинство процессов третьего уровня декомпозиции, которые также входят в оба других рассмотренных эталонных сквозных бизнес-процесса, поэтому в рамках модели плоскость процесса «Запрос - Решение» выбрана за основную. Узлы, изображенные на плоскости процесса «Запрос - Решение», не дублируются на остальных плоскостях. Если заявка, идущая через узлы СеМО процесса «Запрос - Решение», относится либо к СеМО процесса «Претензия - Решение», либо к СеМО процесса «Потребление - Оплата», то стрелки маршрута такой заявки проходят через плоскость соответствующего эталонного процесса.

Выводы

Построенная упрощенная модель деятельности телекоммуникационной компании показывает разрабатываемый авторами под руководством проф. Самуйлова К.Е. метод построения процессной модели телекоммуникационной компании в виде СеМО с неоднородными заявками. Такая модель в экспоненциальном случае позволяет получить аналитические выражения для оценки показателей качества обслуживания клиентов, в частности, для ключевого показателя – среднего времени обслуживания клиента,

которое в модели соответствует среднему времени пребывания заявки в СеМО. В дальнейшем эти оценки могут быть применены при реинжиниринге бизнес-процессов телекоммуникационной компании.

Литература

1. Чукарин А.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В.. Бизнес-процессы и информационные технологии в управлении телекоммуникационными компаниями. Монография. – М.: Альпина Паблшерз. 2016. – 619 с.: ил.
2. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. М.: Изд-во РУДН. 3-е изд. 2009. – 342 с.
3. Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Гайдамака Ю.В. Мультипликативные решения конечных цепей Маркова: монография. М.: Изд-во РУДН, 2015. – 159 с.

EXAMPLE OF BUILDING MODEL OF TELECOMMUNICATIONS COMPANY'S ACTIVITY IN THE FORM OF QUEUING NETWORKS

Bezkostaya A.V., Popovskaya N.O., Shipunov S.P., Gaidamaka Yu.V.
Peoples' Friendship University of Russia, id_angie@bk.ru, popovskaya.natalja@yandex.ru,
sship95@mail.ru, ygaidamaka@sci.pfu.edu.ru

In the paper a simplified model of telecommunications company's activity is built in the form of queuing networks that allows to analyze one of the main indicators of service quality – average time of clients service.

Key words: packets of several classes, open queuing networks, end-to-end business flows, eTOM.

СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПОРНОЙ СЕТИ МИЛЛИМЕТРОВОГО Е-ДИАПАЗОНА ДЛЯ СЕТЕЙ 5G

Вишневецкий В.М., Иванов Р.Е., Ларионов А.А.

Институт Проблем Управления им. В.А. Трапезникова РАН, vishn@inbox.ru

Рассматриваются принципы построения опорной сети «точка-многоточка» в миллиметровом диапазоне радиоволн (71-76, 81-86 ГГц).

Ключевые слова: сети 5G, миллиметровый и сантиметровый диапазоны, сетевые протоколы, механизмы поллинга.

В связи с экспоненциальным ростом передаваемого трафика одним из основных направлений развития сетей 5G является резкое повышение скорости и качества передаваемой информации. Этому направлению соответствуют последние стандарты сантиметрового диапазона LTE и IEEE 802.11ac, обеспечивающие передачу информации со скоростью до 1 Гбит/с. Кроме того, новым является стандарт локальных сетей миллиметрового диапазона (60 ГГц) IEEE 802.11ad, обеспечивающий скорость передачи данных до 7 Гбит/с.

Именно в миллиметровом, в частности – V-диапазоне (58.25 — 63.25 ГГц), ведутся основные работы по созданию сетей 5G [1,2]. На данный диапазон приходится пик резонансного поглощения на кислороде, что позволяет значительно уменьшить размер сот, до 200 — 300 метров, не беспокоясь о том, что сигналы от соседних базовых станций будут интерферировать. Наличие большого числа малых сот позволяет более активно использовать пространственное разделение сигнала, давая большое соотношение скорости передачи данных к площади городской поверхности. Более того, сигналы миллиметрового диапазона узконаправленные, с шириной луча порядка 3.5° , что значительно уменьшает вероятность интерференции и, как следствие, увеличивает эффективность использования частот. Скорость передачи данных в сетях V-диапазона может превысить 20 Гбит/с. Таким образом удастся обеспечить большее число пользователей качественным доступом к ресурсоемким сервисам. Также обеспечивается более высокая гибкость и надежность сети за счет наличия большого количества базовых станций.

В сотовой сети станции объединяются высокоскоростной опорной сетью с низкими задержками, что необходимо для предоставления качественного обслуживания пользователям. Во многих работах для соединения станций сети 5G предлагается использовать высокоскоростную оптоволоконную сеть [3,4]. Однако, из-за большого числа сот резко возрастает стоимость прокладки оптоволоконных опорных сетей, делая проект подобной сети слишком дорогим и сложным. В отличие от известных подходов в настоящем докладе предлагается в качестве опорной сети использовать сети «точка-многоточка» E-диапазона радиоволн (71 — 76, 81 — 86 ГГц).

Такая сеть является аналогом сети WiFi с напорядок более высокими скоростями. Она включает в себя центральную базовую станцию (BS) и оконечное оборудование (CPE), обеспечивающее взаимодействие с BS по скоростному протоколу с одной стороны, и подключение клиентского оборудования (V-диапазона, сантиметрового диапазона или локальных сетей Ethernet) с другой. BS обеспечивает подключение CPE по схеме «точка-многоточка» и соединение с магистральной сетью или Интернет. Для этого BS могут соединяться друг с другом, образуя многошаговую mesh-сеть миллиметрового диапазона [5].

Ввиду существенных различий сантиметрового и миллиметрового диапазонов радиоволн, использование стандартных механизмов и протоколов в разрабатываемой сети невозможно. При создании такой сети необходимо разработать стек протоколов РНУ и MAC-уровней, реализовать протоколы маршрутизации, распределения нагрузки.

Также предполагается предусмотреть механизм для реализации динамического поллинга с целью повышения эффективности работы сети «точка-многоточка».

Литература

1. *Yong Niu, Yong Li, Depeng Jin, Li Su, Vasilakos A.V.* A Survey of Millimeter Wave (mmWave) Communications for 5G: Opportunities and Challenges // *Wireless Networks*, Vol. 21, Issue 8. – Springer US, 2015. – pp. 2657-2676. – DOI: 10.1007/s11276-015-0942-z.
2. *Chandra K., Cao Z., Bruintjes T.M., Prasad R.V.*, et al. MCRAN: A radio access network architecture for 5G indoor communications // *IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW)*. – London, 8-12 June 2015. – pp. 300-305. – DOI: 10.1109/ICCW.2015.7247195.
3. *Jiun-Yu Sung, Chai-Wai Chow*, et. al. Cost-Effective Mobile Backhaul Network Using Existing ODN of PONs for the 5G Wireless Systems // *IEEE Photonics Journal*, Vol. 7, Issue 6. – IEEE, 2015. – DOI: 10.1109/JPHOT.2015.2497222.
4. *Larrabeiti D., Umar M., Sanchez R., Hernandez J.A.* Heuristics for PON-based 5G backhaul design // *16th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON) 2014*. – 6-10 July 2015. – DOI: 10.1109/ICTON.2014.6876513.
5. *Vishnevsky V., Larionov A., Frolov S.* Design and Scheduling in 5G Stationary and Mobile Communication Systems Based on Wireless Millimeter-Wave Mesh Networks // *Communication in Computer and Information Science*. – Springer International Publishing Switzerland, 2014. – pp. 11-27. – DOI: 10.1007/978-3-319-05209-0.

THE WAYS OF MM-WAVE E-BAND 5G NETWORK BACKHAUL DESIGN

Vishnevskiy V.M., Ivanov R.E., Larionov A.A.

V.A. Trapeznikov Institute of Control Science RAS, vishn@inbox.ru

In the paper the principles of designing of point-to-multipoint backhaul in mm-wave E-band (71-76, 81-86 GHz) are presented.

Key words: 5G-networks, mm-wave, network protocols, polling systems.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ПОРОГОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ¹

Горшенин А.К., Королев В.Ю.

Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН, ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова,
agorshenin@frccsc.ru, victoryukorolev@yandex.ru

В работе предложена методология определения экстремальных пороговых значений. Алгоритм основан на применении предельной теоремы Реньи для редуцирующих потоков. Согласно теореме Пикандса-Балкема-де Хаана, распределение превышений данного порога должно стремиться к обобщенному распределению Парето. Процедура автоматизирована с использованием программой среды пакета MATLAB. Предлагаемый алгоритм предназначен для работы с различными видами данных.

Ключевые слова: экстремальные значения, порог, статистический анализ данных, теорема Пикандса-Балкема-де Хаана, теорема Реньи, прогнозирование.

Введение

Задача поиска порогового значения (threshold) является чрезвычайно важной для применения инструментария теории экстремальных значений, так как его выбор фактически и определяет, какие наблюдения являются критическими, опасными и т.д., что составляет суть так называемого метода Peak Over Threshold [1]. В настоящей работе предлагается метод определения величины порогового значения, зависящий от исходных данных (что позволяет адаптивно учитывать их изменяющуюся структуру), однако допускающий применение для широкого спектра предметных областей без внесения каких-либо существенных модификаций. При этом величина порога определяется автоматически без дополнительных эмпирических предположений.

Далее рассмотрим сам алгоритм и его применение для данных модельной информационной системы.

Алгоритм определения уровня для экстремальных наблюдений

На рис. 1 представлены основные шаги работы статистического метода определения порогового значения для данных. В начале должны быть введены:

- анализируемый ряд (переменная *Data*);
- имя *Name* для автоматического формирования заголовков графиков и имени сохраняемого файла с графическим выводом;
- параметр шага изменения порогового значения (переменная *step*);
- уровень значимости статистического критерия *alpha*.

Согласно теореме Реньи для редуцирующих потоков [2], в качестве порога выберем такое значение переменной *lv*, при котором моменты превышения рассматриваемым процессом выбранного уровня образуют пуассоновский поток, то есть разности между моментами пересечения распределены экспоненциально. Для этого, начиная с минимального значения уровня, будем с шагом *step* проверять статистические гипотезы о распределении с помощью критерия хи-квадрат уровня *alpha*. В том случае, если такой момент для данных не удастся определить, предусмотрен вывод диагностического сообщения «Критический уровень не найден». В противном случае формируется новая выборка из значений исходного процесса в моменты превышения порога. После этого выполняется поэлементное вычитание величины *lv* из этой выборки для получения нового набора *data*.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-04040 и № 15-37-20851.

Каждый элемент *data* представляет собой величину превышения процессом порогового значения. Согласно теореме Пикандса-Балкема-де Хаана [3-4], распределение случайной величины, реализацией которой является выборка *data*, должно стремиться к обобщенному распределению Парето при достаточно больших величинах порога. Поэтому для выборки *data* с помощью критерия хи-квадрат уровня *alpha* проверяется гипотеза о соответствии ее эмпирического распределения обобщенному распределению Парето. По итогам работы формируется графический вывод, на котором представлены результаты выполнения каждого из описанных шагов. Пример использования метода для реальных данных рассмотрен в следующем разделе.

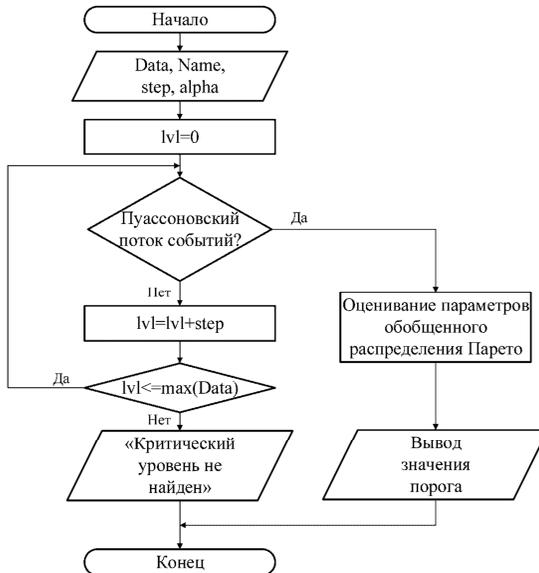


Рис. 1. Общая схема работы метода

Пример практической реализации метода

Предложенный в предыдущем разделе алгоритм был реализован с использованием возможностей пакета MATLAB. Создан программный модуль, получающий в качестве входных значений анализируемый ряд данных, имя файла для сохранения результатов, а также желаемый уровень значимости (для проверки статистических гипотез о распределениях по критерию хи-квадрат). Пример результатов графического вывода алгоритма рассмотрен на рис. 2.

Для модельной информационной системы были получены показатели активности трафика в течение некоторого времени. Ряд наблюдений (см. рис. 2, левый верхний график) и составил анализируемую выборку. В качестве настроек для метода были выбраны шаг 0.01 и уровень значимости критерия 0.05 .

В результате работы метода был определен пороговый уровень, его величина составила 30.2 . Гипотеза об экспонентальности моментов превышения данного порога не отвергается с p -значением 0.0667 (см. рис. 2, правый верхний график), а гипотеза об обобщенном распределении Парето для сформированной выборки *data* не отвергается с p -значением 0.2639 (см. рис. 2, нижний график). Графики на рис. 2 демонстрируют и

высокое визуальное согласие эмпирических и аппроксимирующих распределений. Отметим, что параметры распределений оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия.

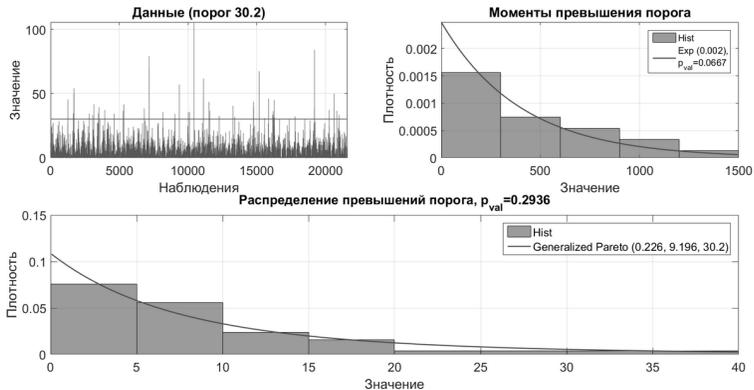


Рис. 2. Иллюстрация результатов работы алгоритма для модельной информационной системы

Выводы

Предложенный в работе метод может быть использован для данных различной природы, так как не использует каких-либо предположений об их структуре, а опирается на две фундаментальные теоремы теорий случайных процессов и экстремальных значений. Практическая реализация в виде программного модуля для пакета MATLAB удобна для широкого круга исследователей.

Литература

1. Leadbetter M.R. On a basis for «Peaks over Threshold» modeling // Statistics & Probability Letters. – 1991. – Vol. 12. – Iss. 4. – Pp.357-362.
2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. 5-е изд. – М.: КНОРУС, 2013. – 448 с.
3. Balkema A., de Haan L. Residual life time at great age // Annals of Probability. – Vol. 2. – 1974. – Pp.792-804.
4. Pickands J. Statistical inference using extreme order statistics // Annals of Statistics. – 1975. – Vol. 3. – Pp.119-131.

STATISTICAL APPROACH TO DETERMINE THRESHOLDS

Gorshenin A.K., Korolev V.Yu.

Institute of Informatics Problems FRC CSC RAS, Lomonosov MSU,
agorshenin@frccsc.ru, victoryukorolev@yandex.ru

The paper presents the methodology for determination of the thresholds. The algorithm is based on the limit Renyi theorem for the thinning flows. According to the Pickands-Balkema-de Haan theorem, the distribution of excess of the threshold tends to the generalized Pareto distribution. The procedure has been automated with a help of the MATLAB programming language. The algorithm is intended for working with the various data types.

Key words: extreme values, threshold, statistical data analysis, Pickands–Balkema–de Haan theorem, Renyi theorem, forecasting.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Ермакова Т.Н., Ромашкова О.Н.

Московский городской педагогический университет, ermaktat@bk.ru

В статье предлагается математическая модель для оценки финансовых показателей средней общеобразовательной организации.

Ключевые слова: факторный анализ, метод вращения факторов «варимакс», критерий Кайзера, финансовые показатели.

Введение

В соответствии с Федеральным законом «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации в связи с совершенствованием правового положения государственных (муниципальных) учреждений» № 83-ФЗ от 08.05.2010 г. произошли изменения в финансовых механизмах функционирования средних общеобразовательных организаций и произошел переход от финансирования самих организаций к финансированию услуг, оказываемых ими [1]. План финансово-хозяйственной деятельности образовательной организации находится в открытом и свободном доступе на сайте образовательной организации. На основе изучения плана финансово-хозяйственной деятельности для анализа были выбраны следующие показатели:

- 1) плановые показатели по поступлениям:
 - субсидии на выполнение государственного (муниципального) задания;
 - целевые субсидии;
 - поступления от оказания государственным (муниципальным) учреждением (подразделением) услуг (выполнения работ), предоставление которых для физических и юридических лиц осуществляется на платной основе;
 - поступления от иной, приносящей доход деятельности;
- 2) плановые показатели по выплатам:
 - оплата труда и начисления на выплаты по оплате труда;
 - оплата коммунальных услуг;
 - социальное обеспечение;
 - прочие расходы.

Основная часть

При оценке финансовых показателей мы рассмотрим два случая: 1) когда средняя общеобразовательная организация войдет в образовательный комплекс, 2) когда средняя общеобразовательная организация не войдет в образовательный комплекс [2]. Используемые для оценки финансовой деятельности образовательной организации факторы – это плановые показатели по поступлениям и плановые показатели по выплатам. Каждый из анализируемых показателей дает вполне определенный неслучайный результат. Вес каждого фактора должен иметь количественное выражение. В результате для анализа финансовых показателей средней общеобразовательной организации была выбрана неполная жестко детерминированная (функциональная) перспективная многофакторная математическая модель.

Общая постановка задачи

Пусть $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – жестко детерминированная модель, характеризующая зависимость показателя оценки финансовой деятельности общеобразовательной организации y от 8 факторов (например, субсидии на выполнение государственного (муниципального) задания); все показатели могут изменяться и иметь некоторое

приращение Δ (например, было выделено на оплата труда и начисления на выплаты по оплате труда 171496530,00, а стало – 182496530,00):

$$\Delta_0 y = y^1 - y^0; \quad \Delta x_i = x_i^1 - x_i^0.$$

Для анализа разработанной математической модели необходимо определить, какие показатели следует изменять для оптимизации поступлений и выплат образовательной организации.

$$\Delta_0 y = \Delta x_1 y + \Delta x_2 y + \dots + \Delta x_n y,$$

где $\Delta_0 y$ – общее изменение финансового показателя, складывающееся под одновременным влиянием всех факторов;

$\Delta x_i y$ – изменение результирующего показателя (финансового показателя) под влиянием только фактора x_i .

С помощью представленного выше выражения можно определить, как изменится показатель финансовой деятельности организации при изменении конкретного фактора, например, при увеличении целевых субсидий.

Метод анализа модели

Для выполнения анализа причинно-следственных связей между исследуемыми без детализации факторами был выбран обратный одноступенчатый алгоритм анализа факторной модели. Указанный алгоритм основан на методе эллиминирования. В ходе анализа мы предполагали, что все факторы изменяются независимо друг от друга. Вначале изменяется один фактор и не изменяются остальные, затем изменяются сразу два фактора, затем – три и т.д., а все остальные остаются без изменений. Данный подход позволит установить степень влияния каждого отдельного фактора на величину исследуемого показателя [3, 4].

Пример реализации модели

На первом этапе была построена корреляционная матрица, были рассчитаны корреляционные коэффициенты Пирсона между рассматриваемыми переменными. Для построенной матрицы были определены собственные значения и соответствующие им собственные векторы (рис. 1) [5: с. 165 – 166].

Компонент	Начальные собственные значения			Суммы квадратов нагрузок извлечения			Суммы квадратов нагрузок вращения		
	Всего	% дисперсии	Суммарный %	Всего	% дисперсии	Суммарный %	Всего	% дисперсии	Суммарный %
1	4.031	50.382	50.382	4.031	50.382	50.382	3.998	49.971	49.971
2	1.675	20.940	71.322	1.675	20.940	71.322	1.708	21.351	71.322
3	.865	10.808	82.130						
4	.649	8.109	90.238						
5	.519	6.493	96.731						
6	.193	2.414	99.145						
7	.065	.807	99.952						
8	.004	.048	100.000						

Метод выделения факторов: метод главных компонент.

Рис. 1. Объясненная совокупная дисперсия

Для облегчения процесса интерпретации факторов применяется метод ортогонального вращения факторов – варимакс с нормализацией по критерию Кайзера. В результате применения данного метода исходная матрица была преобразована в более простую и доступную для интерпретации (рис. 2).

	КОМПОНЕНТ	
	1	2
V1	,885	,353
V2	,674	-,350
V3	-,155	,631
V4	,825	-,338
V5	,898	,404
V6	,885	,252
V7	,564	-,123
V8	,159	,645

Рис. 2. Повернутая матрица компонентов

В результате анализа факторов после вращения были выявлены показатели, которые имеют наибольшее значение для оценки финансовой деятельности образовательной организации:

- субсидии на выполнение государственного (муниципального) задания;
- поступления от оказания государственным (муниципальным) учреждением (подразделением) услуг (выполнения работ), предоставление которых для физических и юридических лиц осуществляется на платной основе;
- поступления от иной, приносящей доход деятельности;
- оплата труда и начисления на выплаты по оплате труда;
- оплата коммунальных услуг.

Выводы

На основе факторного анализа были определены пять финансовых показателей, которые преимущественно относятся к плановым показателям по поступлениям. Такие показатели могут быть составной частью комплексных показателей эффективности образовательных организаций. Разработанная математическая модель может быть применена для анализа финансово-хозяйственной деятельности образовательных организаций разного типа.

Литература

1. Лапушинская Г.К. План финансово-хозяйственной деятельности школы: процедуры формирования и использования // Народное образование. – 2012. – № 6. – С. 157-162.
2. Ромашкова О.Н., Ермакова Т.Н. Моделирование информационных процессов управления образовательным комплексом // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2014. – № 2. – С. 122-129.
3. Факторный анализ – <http://dist-cons.ru/modules/DuPont/section2.html>.
4. Ромашкова О.Н., Ермакова Т.Н. Методика выбора информационной модели для оценки показателей качества обучения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2015. – № 2. – С. 14-20.
5. Многомерный статистический анализ в экономических задачах: компьютерное моделирование в SPSS: учебное пособие / под ред. И.В. Орловой. – М.: Вузовский учебник, 2009. – 310 с.

MATHEMATICAL MODEL OF THE ASSESSMENT OF FINANCIAL INDICATORS OF THE AVERAGE GENERAL EDUCATION ORGANIZATION

Ermakova T.N., Romashkova O.N.

Moscow City University, ermakat@bk.ru

In article the mathematical model for an assessment of financial indicators of the average general education organization is offered.

Key words: factorial analysis, method of rotation of factors «varimax», Kayser's criterion, financial indicators.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА «ВВОД В ЭКСПЛУАТАЦИЮ» С ПОМОЩЬЮ СИМПЛЕКС-МЕТОДА¹

Зарипова Э.Р., Чухно О.В., Чухно Н.В.

Российский университет дружбы народов,

ezarip@sci.pfu.edu.ru, {olga-chukhno95, nadezdachukhno}@yandex.ru

В работе предлагается применение методологии функционального моделирования IDEF0 для описания бизнес-процесса телекоммуникационной компании «Ввод в эксплуатацию» и его подпроцессов. Для поиска оптимального времени выполнения процесса применен симплекс-метод.

Ключевые слова: бизнес-процесс, методология функционального моделирования IDEF0, оптимизация, расширенная карта процессов деятельности eTOM, симплекс-метод.

Введение

Для эффективной работы телекоммуникационной компании необходимо проводить мониторинг бизнес-процессов для дальнейшей оптимизации или реорганизации самого процесса. Для оптимизации бизнес-процесса необходимо знать последовательность его протекающих подпроцессов, а также их зависимость друг от друга. Разбиение процесса на подпроцессы удобно представить с помощью методологии функционального моделирования IDEF0, отличительной особенностью которой являются логические отношения между подпроцессами, а не их временная последовательность.

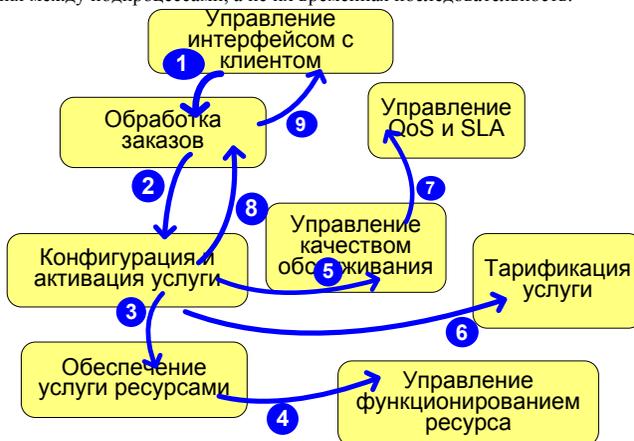


Рис. 1. Последовательность выполнения бизнес-функций процесса «Ввод в эксплуатацию»

Методология IDEF0 позволяет представить крупный процесс как совокупность мелких и служит для визуального моделирования бизнес-процессов. Для иллюстрации выбран процесс ввода продукта в эксплуатацию, показано разбиение процесса на составляющие,

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00090-а.

построен сетевой граф, показывающий последовательность выполнения подпроцессов и время перехода между состояниями. В данной работе для краткости не приводятся графические изображения рассматриваемого процесса. Решена оптимизационная задача линейного программирования с помощью симплекс-метода, найдено минимальное время выполнения бизнес-процесса.

Представление бизнес-процесса в виде сетевого графа

После детализации бизнес-процесса «Ввод в эксплуатацию» в методологии IDEFO, строится сетевой граф и решается оптимизационная задача [1].

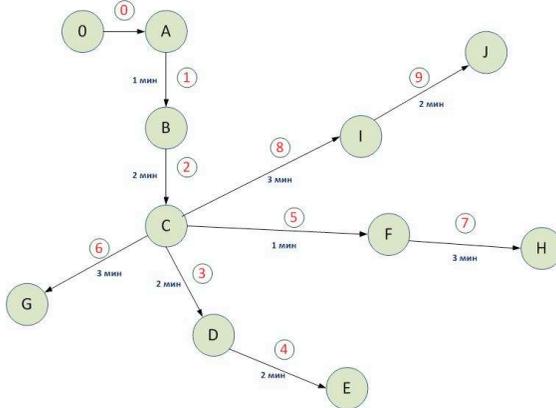


Рис. 2. Сетевой граф для бизнес-процесса «Ввод в эксплуатацию»

На рис. 2 изображен сетевой граф, где 0 означает начало процесса, буквы A, B, C, и т. д. – состояния процесса, цифры в круге – последовательность выполнения подпроцессов от 0 до 9, на дугах графа – время перехода из состояния в состояние. Визуальное представление процесса в виде сетевого графа позволяет сформулировать оптимизационную задачу линейного программирования, минимизировав общее время выполнения процесса. Обозначим τ_{ij} – время начала действия ij , T_{ij} – время окончания действия ij , t_{ij} – продолжительность действия ij , $i, j \in \{0, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$.

Время T_{ij} окончания действия ij определяется по формуле (1):

$$T_{ij} = \tau_{ij} + t_{ij}. \quad (1)$$

Очевидным условием является последовательное выполнение подпроцессов (2):

$$\tau_{ij} \geq T_{li}, \quad (2)$$

ограничивающее переход из i в j только после окончания перехода из l в i , $i, j, l \in \{0, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$. Обозначим общее время выполнения бизнес-процесса T_2 .

Применение симплекс-метода к бизнес-процессу «Ввод в эксплуатацию»

Сетевой граф содержит 4 последовательных маршрута, имеющих разные концовки в выбранном процессе «Ввод в эксплуатацию». А именно:

1. $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$,

2. $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H$,
3. $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G$,
4. $0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow I \rightarrow J$.

Оптимизационная задача сводится к условию (3), где описано условие минимизации времени ввода продукта в эксплуатацию. Время завершения процедуры ввода в эксплуатацию совпадает со временем завершения всех подпроцедур по маршрутам 1-4.

$$T_{\Sigma} = \min \left\{ \begin{array}{l} \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CD} + \tau_{DE}; \\ \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CF} + \tau_{FH}; \\ \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CG}; \\ \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CI} + \tau_{IJ}. \end{array} \right\} \quad (3)$$

После составления системы условий, и решения оптимизационной задачи симплекс-методом, получаем численный ответ в виде оптимального времени выполнения бизнес-процесса «Ввод в эксплуатацию». Итоговое оптимальное время выполнения процесса равно $T_{\Sigma} = 8$ мин.

Выводы и задачи дальнейших исследований

В докладе приведены результаты минимизации времени выполнения бизнес-процесса «Ввод в эксплуатацию» с помощью симплекс-метода. Аналогично можно оптимизировать время выполнения большинства бизнес-процессов [2].

Планируется провести расчет, который минимизирует не только время выполнения, но также и затраченные ресурсы.

Литература

1. Sidnev A., Tuominen J., Krassi B. Business process modeling and simulation. // Helsinki University of Technology. Industrial Information Technology Laboratory Publications. 2005, pp. 1- 116.
2. Чукарин А.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Бизнес-процессы и информационные технологии в управлении телекоммуникационными компаниями. Монография. – М.: Альпина Паблишерз. 2016. – 619 с.: ил.

BUSINESS PROCESS OPTIMIZATION BY THE SIMPLEX METHOD

Zaripova E.R., Chuhno O.V., Chuhno N.V.

Peoples' Friendship University of Russia

ezarip@sci.pfu.edu.ru, {olga-chukhno95, nadezdachukhno}@yandex.ru

Business process is constructed in notation IDEF0 to solve the optimization problem of mathematical programming. The problem is formulated and solved by the simplex method. This method assumes that the execution order of actions is known and it is necessary to find a common execution time of business process.

Key words: business process, modeling, IDEF0, network graph, mathematical programming, simplex method, optimization.

АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ В ПАКЕТЕ SPSS

Князева А.Н.

Российский университет дружбы народов, knyazevaalyona1@gmail.com

В данной работе рассматривается обработка социально-экономических и психологических данных с помощью статистического пакета SPSS, применение которого позволяет выявить и оценить достоверность полученных результатов, визуализировать статистические данные в форме табличных отчетов, графиков или диаграмм.

Ключевые слова: социально-экономические и психологические данные, регрессионный анализ, кластерный анализ, корреляционный анализ.

В работе производится анализ социологических данных. Для такого рода данных демонстрируется построение частотных (линейных) распределений, что является первым шагом обработки социологической информации. В SPSS это делается с помощью последовательного нажатия команд: «Анализ» - «Описательные статистики» - «Частоты». В появившееся диалоговое окно заносятся необходимые данные, а далее выводятся полученные результаты. Также при исследовании социологических данных имеет место корреляционный анализ, основанный на расчете отклонения значений изучаемого признака от линии регрессии. Он делается с помощью процедур «Анализ» - «Дескриптивные статистики» - «Таблицы сопряженности», после последовательного нажатия которых выбираются нужные опции и выводятся результаты. Зачастую, при исследовании социологических данных используется анализ множественных ответов с применением категориального метода, осуществляемый посредством нажатия нескольких команд «Анализ» - «Множественные ответы» - «Определить наборы».

Достаточно распространенная задача - демонстрация средних значений каких-либо количественных показателей в демографических, социальных или иных группах. В пакете SPSS это реализуется с помощью команды «Средние». Наличие или отсутствие различий средних значений можно осуществить с помощью команды T-test и One-Way ANOVA (дисперсионный анализ). Для того, чтобы измерить связь между зависимой переменной и одной или несколькими независимыми переменными используется регрессионный анализ, который является достаточно удобным инструментом тестирования гипотез, а также эффективным методом моделирования и прогнозирования. Делается он с помощью нажатия процедур «Анализ» - «Регрессия». После этого открывается вспомогательное меню, где выбирается вид регрессии.

Структурные данные исследуются посредством факторного анализа, который является одним из самых мощных статистических средств анализа данных. Цель которого состоит в том, чтобы сконцентрировать исходную информацию, выражая большое количество признаков через меньшее число более емких внутренних характеристик, являющиеся латентными. В SPSS реализуется нажатием «Анализ» - «Сокращение объема данных» - «Факторный анализ» и выбором необходимых опций.

Важную роль при исследовании данных играет кластерный анализ, позволяющий классифицировать различные объекты. Существует три вида кластерного анализа: иерархический, метод k – средних и двух – этапный. Выполняется он с помощью команд «Анализ» - «Классифицировать» и выбора нужного метода кластеризации.

Анализ экономических данных происходит посредством корреляционного, регрессионного и кластерного анализа, процедура исполнения которых была описана выше. Психологические данные также можно анализировать всеми выше перечисленными методами. Есть некоторые непараметрические критерии, посредством которых можно анализировать данного типа данные, к ним относятся: критерий Манна –

Уитни, критерий знаков, критерий серий, биномиальный критерий, критерий Вилкоксона, критерий Колмогорова – Смирнова и другие. Реализуется в SPSS это следующим образом: «Анализ» - «Непараметрические критерии» и выбором нужного критерия.

В данной работе изложены различные методы анализа социально – экономических и психологических данных в пакете SPSS, являющимся эффективным инструментом для практической работы в области исследования различных статистических данных.

Литература

1. *Дорогонько Е.В.* Обработка и анализ социологических данных с помощью пакета SPSS. Учебно – методическое пособие, 2010.
2. *Мхитарян В.С.* А Эконометрика. Учебно – методический комплекс, стр. 7-33, 2008.
3. *Наследов А.* Компьютерный анализ данных в психологии и социальных науках, стр. 93-331, 2005.

ANALYSIS OF THE SOCIO-ECONOMIC AND PSYCHOLOGICAL DATA IN THE SPSS

Knyazeva A.N.

People's Friendship University of Russia, knyazevaalyona1@gmail.com

In this work we consider the process of socio-economic and psychological data using the statistical package SPSS, the use of which allows to identify and estimate the reliability of the results, to visualize statistical data in the form of tabular reports, charts and diagrams.

Key words: socio-economic and psychological data, regression analysis, cluster analysis, correlation analysis.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Краденых А.А.

Российский Университет Дружбы Народов, kradenyh94@yandex.ru

Строится математическая модель системы облачных вычислений с помощью системы массового обслуживания с расщеплением поступающих заявок на части и синхронизацией обслуживания.

Ключевые слова: система облачных вычислений, расщепление заявки, система массового обслуживания.

Постановка задачи

Облачные вычисления – это технология, позволяющая пользователю в режиме реального времени по требованию получить доступ к определенным ресурсам посредством Интернета в рамках согласованного качества обслуживания для выбранной ценовой категории [1-3]. Будем рассматривать запросы пользователей, состоящие из k частей. Для обработки каждой части требуется одна виртуальная машина [4]. В качестве математической модели используется система массового обслуживания, состоящая из единого накопителя размера $r < \infty$ и $\alpha \cdot k$ обслуживающих приборов (виртуальных машин), время обслуживания на каждом из которых имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью $\mu_i, i = \overline{1, \alpha \cdot k}$. Запросы поступают в систему как единое целое и только при переходе на обслуживание разбиваются на k частей, каждая часть занимает свой прибор, и при этом приборы, обслуживающие части одной и той же заявки, считаются занятыми до тех пор, пока не обслужится вся заявка целиком (в зависимости от политики обслуживания).

В целях упрощения строящейся модели будем считать, что $\alpha = 1$, то есть число обслуживающих приборов равно длине заявки.

Рассмотрим два варианта обслуживания.

1. Заявка считается обслуженной только тогда, когда обслужилась последняя ее часть. В этом случае заявка из накопителя может перейти на обслуживание только в том случае, когда освободятся все приборы. Таким образом, время обслуживания одной заявки η есть максимум времен обслуживания всех частей данной заявки, т.е. $\eta = \max(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k)$ [5-6].
2. Заявка считается обслуженной тогда, как только обслужится хотя бы одна ее часть. Как только одна из частей обслужилась, все остальные части также покидают свои приборы и новая заявка из накопителя переходит на обслуживание. В этом случае время обслуживания одной заявки η есть минимум времен обслуживания всех частей данной заявки, т.е. $\eta = \min(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k)$.

Для построения математической модели будем использовать следующий случайный процесс $v(t) = (\xi(t), \overline{\phi(t)})$, где $\xi(t)$ – число заявок в накопителе в момент времени t , а $\overline{\phi(t)} = (\phi_1(t), \dots, \phi_k(t))$, – вектор, описывающий число частей заявки (0 или 1) на каждом из k приборов в момент времени t . В данной работе будет полагать, что в системе $k = 2$ приборов. Обозначим через $P_{i,j}$ – вероятность того, что система находится в состоянии $(I, (i, j))$, где I – количество заявок в системе, а (i, j) – вектор, описывающий занятость приборов (0 – свободен, 1 – занят). Для краткости, будем обозначать $P_{0,0,0} = P_0, P_{1,1,1} = P_1, I = \overline{1, r + 1}$.

Максимум времен обслуживания

В случае, когда приборы заняты до момента окончания обслуживания последней части, т.е. когда $\eta = \max(\eta_1, \eta_2)$, то рассматриваемая система описывается следующей системой уравнений равновесия (СУР):

$$\lambda P_0 = \mu_1 P_{1,1,0} + \mu_2 P_{1,0,1}, \quad (1)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2)P_I = \lambda P_{I-1} + \mu_1 P_{I+1,1,0} + \mu_2 P_{I+1,0,1}, \quad I = \overline{1, r}, \quad (2)$$

$$(\mu_1 + \mu_2)P_{r+1} = \lambda P_r, \quad (3)$$

$$(\lambda + \mu_2)P_{1,0,1} = \mu_1 P_1, \quad (4)$$

$$(\lambda + \mu_1)P_{1,1,0} = \mu_2 P_1, \quad (5)$$

$$(\lambda + \mu_2)P_{I,0,1} = \lambda P_{I-1,0,1} + \mu_1 P_I, \quad I = \overline{2, r}, \quad (6)$$

$$(\lambda + \mu_1)P_{I,1,0} = \lambda P_{I-1,1,0} + \mu_2 P_I, \quad I = \overline{2, r}, \quad (7)$$

$$\mu_2 P_{r+1,0,1} = \lambda P_{r,0,1} + \mu_1 P_{r+1}, \quad (8)$$

$$\mu_1 P_{r+1,1,0} = \lambda P_{r,1,0} + \mu_2 P_{r+1}. \quad (9)$$

Введем вероятность $\tilde{P}_I = P_{I,1,0} + P_{I,0,1}$, $I = \overline{1, r+1}$, того, что хотя бы один прибор занят, а также предположим, что $\mu_i = \mu \quad \forall i = \overline{1, 2}$. Тогда СУР (1)-(9) примет вид:

$$\lambda P_0 = \mu \tilde{P}_1, \quad (10)$$

$$(\lambda + 2\mu)P_I = \lambda P_{I-1} + \mu \tilde{P}_{I+1}, \quad I = \overline{1, r}, \quad (11)$$

$$2\mu P_{r+1} = \lambda P_r, \quad (12)$$

$$(\lambda + \mu) \tilde{P}_{1,0,1} = \mu_1 P_1, \quad (13)$$

$$(\lambda + \mu) \tilde{P}_I = \lambda \tilde{P}_{I-1} + 2\mu P_I, \quad I = \overline{2, r}, \quad (14)$$

$$\mu \tilde{P}_{r+1} = \lambda \tilde{P}_r + 2\mu P_{r+1}, \quad (15)$$

с условием нормировки

$$\sum_{I=0}^{r+1} (P_{I,1,1} + P_{I,1,0} + P_{I,0,1}) = P_0 + \sum_{I=0}^{r+1} (P_I + \tilde{P}_I) = 1. \quad (16)$$

Положив $\rho = \lambda/\mu$, из СУР (10)-(15) получаются следующие рекуррентные формулы для расчета вероятностей P_I и \tilde{P}_I ($I = \overline{0, r+1}$):

$$\tilde{P}_1 = \rho P_0, \quad P_1 = 0,5\rho(\rho + 1)P_0, \quad (17)$$

$$\tilde{P}_I = (\rho + 2)P_{I-1} - \rho P_{I-2}, \quad P_I = 0,5\rho(\rho + 1) \tilde{P}_I - 0,5\rho \tilde{P}_{I-1}, \quad I = \overline{2, r}, \quad (18)$$

$$P_{r+1} = 0,5\rho P_r, \quad \tilde{P}_{r+1} = 2P_{r+1} + \rho \tilde{P}_r. \quad (19)$$

Минимум времен обслуживания

В случае же, когда приборы заняты до первого момента окончания обслуживания одной из частей заявки, т.е. $\eta = \min(\eta_1, \eta_2)$, система описывается следующей СУР:

$$\lambda P_0 = (\mu_1 + \mu_2)P_1, \quad (20)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2)P_I = \lambda P_{I-1} + (\mu_1 + \mu_2)P_{I+1}, \quad I = \overline{1, r}, \quad (21)$$

$$(\mu_1 + \mu_2)P_{r+1} = \lambda P_r. \quad (22)$$

В предположении, что $\mu_i = \mu$, $\forall i = \overline{1, 2}$, данная система уравнений равновесия принимает вид:

$$\lambda P_0 = 2\mu P_1, \quad (23)$$

$$(\lambda + 2\mu)P_I = \lambda P_{I-1} + 2\mu P_{I+1}, \quad I = \overline{1, r}, \quad (24)$$

$$2\mu P_{r+1} = \lambda P_r. \quad (25)$$

При $\rho = \lambda/(2\mu)$ решение данной СУР имеет вид:

$$P_I = \rho^I P_0, \quad I = \overline{1, r+1}. \quad (26)$$

Используя условие нормировки $\sum_{I=0}^{r+1} P_I = 1$, получаем $P_0 = 1 - \rho$, и тогда решение (26) принимает вид:

$$P_I = \rho^I (1 - \rho), \quad I = \overline{0, r+1}. \quad (27)$$

Таким образом, СУР (23)-(25) эквивалентна СУР для СМО $M|M|1|r$, а времена обслуживания заявок в этой системе имеют экспоненциальное распределение с параметром 2μ .

Выводы

Рассмотрена математическая модель системы облачных вычислений, для построения которой использовалась система массового обслуживания с расщеплением поступающих заявок для дальнейшего параллельной обработки на приборах. Представлено два варианта обслуживания заявки – заявка считается обслуженной тогда, когда обслужились все ее части, и, второй вариант, когда заявка считается обслуженной, как только первой обслужилась одна из ее частей. Для первого варианта предложен рекуррентный алгоритм расчета стационарного распределения числа заявок в системе. Для второго показано, что решение аналогично уже известному для системы $M|M|1|r$.

Литература

1. *Xiong K., Perros H.* Service performance and analysis in cloud computing // IEEE World Conference on Services. – Los Angeles. 2009. – PP. 693–700.
2. *Satyanarayana A., Suresh Varma P., Rama Sundari M. V., Sarada Varma P.* Performance Analysis of Cloud Computing under Non Homogeneous Conditions // International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering. – Vol. 3. Iss. 5. – 2013. – PP. 969-974.
3. *Buyya R., Broberg J., Goscinski A.M.* Introduction to cloud computing // Cloud Computing: Principles and Paradigms. – John Wiley & Sons Inc. – 2011. – PP. 3-42.
4. *Khazaei H., Mistic J., Mistic V. B.* A Fine-Grained Performance Model of Cloud Computing Centers // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. – Vol. 24, issue 11. – 2012. – PP. 2138–2147.
5. *Mokrov E., Samouylov K.* Modeling of cloud computing as a queuing system with batch arrivals // T-Comm. – № 11. – 2013. – PP. 139-141.
6. *Горбунова А.В., Зарядов И.С., Матюшенко С.И., Самуёлов К.Е., Шоргин С.Я.* Аппроксимация времени отклика системы облачных вычислений. // Информатика и ее применение. – Т. 9, выпуск 3. – 2015. – С. 32 - 38.

DESIGN OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE CLOUD COMPUTING SYSTEM

Kradeniyh A.A.

Peoples' Friendship University of Russia, kradeniyh94@yandex.ru

The mathematical model of cloud computing system based on a queuing system with the splitting of applications for parts and service synchronization is described.

Key words: cloud computing, split of task, queueing system.

ПРИМЕР РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА P2PTV-СЕТИ ПРИ СХЕМЕ С РАЗДЕЛЕНИЕМ ДАННЫХ НА ПОТОК ДЛЯ ПРОСМОТРА И ПОТОК ДЛЯ РАЗДАЧИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯМИ¹

Медведева Е.Г., Гайдамака Ю.В.

Российский университет дружбы народов, {egmedvedeva, yugaidamaka}@sci.pfu.edu.ru

В работе построен пример расчета показателей качества P2PTV-сети при схеме с разделением на поток для собственного просмотра и для раздачи.

Ключевые слова: одноранговые сети, P2P, вероятность всеобщей передачи, группа раздачи канала, подпоток, view-upload decoupling.

Введение

Механизм передачи потокового видео в системах вещания P2P TV с разделением данных на поток для собственного просмотра и поток для раздачи другим пользователям, так называемая схема VUD (View-Upload Decoupling), описан в работах [1,3,4]. Его использование в сетях большой размерности позволяет улучшить характеристики вещания для каналов с небольшой аудиторией. В работе применение этого механизма иллюстрируется на примере сети небольшой размерности, состоящей из 10 пользователей, которые подключены к системе P2PTV-вещания трех каналов. Цель исследования заключается в формализации процесса формирования групп раздачи.

Принцип формирования группы раздачи потоков каналов

Рассмотрим систему вещания, состоящую из N пользователей (пиров) и J каналов. Для каждого канала заданы его популярность ρ_j – доля зрителей, просматривающих j -й канал, скорость воспроизведения канала $r_j = r$, $j=1, \dots, J$, также заданы скорости раздачи данных для каждого пользователя. Считаем, что в сети имеется два типа пользователей: N^l пользователей с низкой скоростью раздачи u^l и N^h пользователей с высокой скоростью раздачи u^h , $N^l + N^h = N$, причем задано отношение $f = N^l/N$. Для схемы VUD предполагается разделение потоков каналов на несколько подпоток: S_j – число подпоток канала j , $j=1, \dots, J$. Число подпоток, имеющих в системе, обозначим $I = \sum_{j=1}^J S_j$. Для каждого подпотока i канала j назначается так называемая группа раздачи подпотока – группа пользователей, не являющихся зрителями этого канала, но отвечающих за раздачу данных назначенного им подпотока i с потоковой скоростью $r_j^i = r/S_j$, $i=1, \dots, I$, $j=1, \dots, J$. Аналогично модели неоднородной системы с конечным числом пользователей двух типов, построенной в [2], количества N_i^l и N_i^h пользователей с низкой и с высокой скоростями раздачи в группе раздачи подпотока, $i=1, \dots, I$, будут определяться формулами $N_i^l = K_i^l N$ и $N_i^h = K_i^h N$, причем

$$\sum_{i=1}^I K_i^l = f, \quad \sum_{i=1}^I K_i^h = 1 - f. \quad (1)$$

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00090.

Задача формирования групп пользователей для раздачи потоков каналов представляет собою комбинаторную задачу разложения шаров по корзинам, при этом шар соответствует пользователю, а корзина – группе раздачи подпотока. Распределить N^l пользователей с низкой скоростью раздачи по l подпотокам при выполнении условия (1) можно $d^l = C_{l+N^l-1}^{l-1}$ возможными способами, аналогично определяется число $d^h = C_{l+N^h-1}^{l-1}$ возможных вариантов распределения N^h пользователей с высокой скоростью раздачи по l подпотокам. При этом каждый вариант распределения пользователей по группам раздачи подпотоков может быть описан с помощью вектора $\vec{K} = (K_1^l, K_2^l, \dots, K_l^l, K_1^h, K_2^h, \dots, K_l^h)$ с $2l$ компонентами, для которых выполняется условие (1). Пусть \mathcal{K} – множество таких векторов, при этом $|\mathcal{K}| = d^l \times d^h$.

Введем множество \mathcal{K}_j векторов, соответствующих таким распределениям пользователей по подпотокам, при которых все зрители j -канала получают данные канала со скоростью не ниже скорости воспроизведения этого канала, то есть выполнено условие нахождения канала в состоянии всеобщей передачи [2]:

$$\mathcal{K}_j = \left\{ \vec{K} \in \mathcal{K} : (u^l - r_j)K_i^l + (u^h - r_j)K_i^h \geq \rho_j r_j^i, i = 1, \dots, S_j \right\}. \quad (2)$$

Пусть $|\mathcal{K}_j|$ – число таких векторов, $j = 1, \dots, J$. Тогда вероятность всеобщей передачи j -го канала и вероятность всеобщей передачи всей системы определяются формулами

$$PU_j = \frac{|\mathcal{K}_j|}{|\mathcal{K}|}, \quad PU = \prod_{j=1}^J \frac{|\mathcal{K}_j|}{|\mathcal{K}|}. \quad (3)$$

В следующем разделе показан пример расчета вероятности всеобщей передачи для системы вещания небольшой размерности.

Численный пример расчета вероятности всеобщей передачи

Рассмотрим систему вещания P2P TV, состоящую из $N = 10$ пользователей и $J = 3$ каналов. Характеристики видео передачи соответствуют данным, актуальным в настоящее время для ряда торрент-клиентов и пользователей: скорость потоковой передачи видео данных каналов $r_j = r = 5$ Мбит/с, что позволяет просматривать видео с разрешением до 1920×1080 pxl, скорости раздачи пользователей $u^l = 0.2r = 1$ Мбит/с и $u^h = 3r = 15$ Мбит/с, доля $f = N^l/N = 0.3$. Полагаем, что деления потоков каналов на подпотоки не происходит, то есть $S_j = 1$, $j = 1, \dots, J$, следовательно, $l = 3$. Находим $d^l = C_{3+3-1}^{3-1} = 10$ и $d^h = C_{3+7-1}^{3-1} = 36$. В этом случае множество \mathcal{K} содержит $|\mathcal{K}| = d^l \times d^h = 360$ векторов типа $\vec{K} = (K_1^l, K_2^l, K_3^l, K_1^h, K_2^h, K_3^h)$, для которых выполняется условие (1). Например, вектор $\vec{K}' = (0, 1; 0, 1; 0, 1; 0, 3; 0, 2; 0, 2)$ соответствует состоянию сети, при котором группа раздачи канала №1 включает 4 пользователя, в т.ч. $N_1^l = 1$ пользователь с низкой и $N_1^h = 3$ пользователя с высокой скоростью раздачи, группа раздачи канала №2 включает 3 пользователей, в т.ч. $N_2^l = 1$ пользователь с низкой и $N_2^h = 2$ пользователя с высокой скоростью раздачи, группа раздачи канала №3 включает 3 пользователей, в т.ч. $N_3^l = 1$ пользователь с низкой скоростью раздачи и $N_3^h = 2$

пользователя с высокой скоростью раздачи. Для сравнения, вектор $\vec{K}^* = (0; 0; 0, 3; 0, 2; 0, 2; 0, 3)$ соответствует состоянию сети, при котором канал №1 раздают два пользователя с высокой скоростью раздачи, канал №2 также раздают два пира с высокой скоростью раздачи, а канал №3 раздают 3 пользователя с низкой скоростью раздачи и 3 пользователя с высокой скоростью раздачи. Зададим значения популярностей каналов $\rho_1 = 0,5$, $\rho_2 = 0,3$, $\rho_3 = 0,2$, которые позволяют оценить число зрителей канала: канал №1 просматривают $\rho_1 N = 5$ пользователей, канал №2 $\rho_2 N = 3$ пользователя, канал №3 $\rho_3 N = 2$ пользователя. Строим множества \mathcal{K}_j по формуле (2).

Заметим, что $\vec{K}' \in \bigcap_{j=1}^J \mathcal{K}_j$, $\vec{K}^* \notin \mathcal{K}_1$, $\vec{K}^* \in \mathcal{K}_2 \cap \mathcal{K}_3$. Значения вероятности всеобщей передачи для каждого канала и системы в целом, вычисленные по формуле (3), содержатся в таблице 1.

Таблица 1. Вероятность всеобщей передачи каналов и системы P2PTV

Номер канала, j	№1	№2	№3	№1, №2 №3
$ \mathcal{K}_j $	135	192	232	7
PU_j	0,375	0,533	0,644	0,019

Литература

1. *Wu D., Liu Y., Ross K.* Queuing Network Models for Multi-Channel P2P Live Streaming Systems // Proc. IEEE INFOCOM, 19-25 April 2009, Rio de Janeiro, Brazil. – pp.73-81.
2. *Гайдамака Ю.В., Самуйлов А.К.* Анализ стратегий заполнения буфера оборудования пользователя при предоставлении услуги потокового видео в одноранговой сети // Т-Сотм – Телекоммуникации и Транспорт. №11, 2013. – С.77-81.
3. *Гайдамака Ю.В., Медведева Е.Г.* К анализу параметров качества передачи многоканального потокового трафика в одноранговой сети // IX Междунар. отрасл. научно-техн. конф. «Технологии информационного общества», 24 марта 2015 г. – Москва, МТУСИ. – 2015. – С.11.
4. *Медведева Е.Г., Гайдамака Ю.В.* К анализу параметров качества передачи мультисканального потокового трафика в одноранговой сети // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Т. 2 (№ 11), 2015. – С.192-198.

SIMPLE EXAMPLE OF PERFORMANCE ANALYSIS OF P2PTV NETWORKS WITH VIEW-UPLOAD DECOUPLING-SCHEME

Medvedeva E.G., Gaidamaka Yu.V.

Peoples' Friendship University of Russia, {egmedvedeva, ygaidamaka}@sci.pfu.edu.ru

In this paper we derive the probability of universal streaming of multichannel P2PTV network with View-Upload Decoupling-scheme.

Key words: P2P, multichannel streaming, probability of universal streaming, distribution group, substream, view-upload decoupling.

ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ С МГНОВЕННО ПОПОЛНЯЕМЫМ РЕЗЕРВОМ ВРЕМЕНИ¹

Обжерин Ю.Е., Бойко Е.Г., Сидоров С.М.

ФГАОУВО «Севастопольский государственный университет», vmsevntu@mail.ru

В работе построена полумарковская модель функционирования технологической ячейки с мгновенно пополняемым резервом времени. Определена производительность технологической ячейки с учетом резерва времени.

Ключевые слова: технологическая ячейка, полумарковский процесс, резерв времени, производительность.

Введение

Одним из методов повышения надежности и эффективности функционирования технологических систем является временное резервирование [1-4]. О временном резервировании говорят в тех случаях, когда системе в процессе функционирования предоставляется возможность израсходовать некоторое дополнительное время (резерв времени) на восстановление и продолжение ее функционирования. Источники резерва времени могут быть различными: склады, межоперационные накопители, аккумуляторы, инерционность технологических процессов, запас производительности.

В монографии [4] проведен анализ влияния резерва времени на надежность технологической ячейки (ТЯ), в данной работе анализируется влияние мгновенно пополняемого резерва времени на производительность ТЯ.

Описание системы

Рассматривается функционирование системы S , состоящей из ТЯ, обрабатывающей продукцию и имеющей мгновенно пополняемый резерв времени. В начальный момент времени ТЯ приступает к обработке продукции. Время обработки ТЯ единицы продукции – случайная величина (СВ) α_1 с функцией распределения (ФР) $F_1(t)=P(\alpha_1 \leq t)$ и плотностью распределения (ПР) $f_1(t)$. Время безотказной работы ТЯ – СВ α_2 с ФР $F_2(t)=P(\alpha_2 \leq t)$ и ПР $f_2(t)$. При наступлении неисправности ТЯ, начинается ее восстановление, время восстановления ТЯ – СВ β с ФР $G(t)=P(\beta \leq t)$ и ПР $g(t)$. Отказ системы S наступает в момент времени, когда время восстановления ТЯ станет равным τ ($\tau > 0$, $\tau = \text{const}$) и продолжается до восстановления ТЯ. При этом предполагается, что к моменту восстановления ТЯ резерв времени пополняется до уровня τ . При наступлении неисправности ТЯ обработка единицы продукции прекращается: если время восстановления $\beta \leq \tau$, то после восстановления ТЯ обработка единицы продукции продолжается, в противном случае ($\beta > \tau$) после восстановления ТЯ начинается обработка новой единицы продукции. Предполагается, что СВ α_1 , α_2 , β независимы и имеют конечные математические ожидания.

Для описания функционирования системы S используем ПМВ $\{\xi_n, 0_n; n \geq 0\}$ и соответствующий ему ПМП $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний [5]. Введем следующее множество E полумарковских состояний системы: $E = \{1, 10x, 11x, 20x, \omega, 21x\}$.

Временная диаграмма функционирования системы изображена на рис. 1. На временной диаграмме ломаной линией показана неисправность ТЯ, жирной линией – резерв времени τ .

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-01-05840.

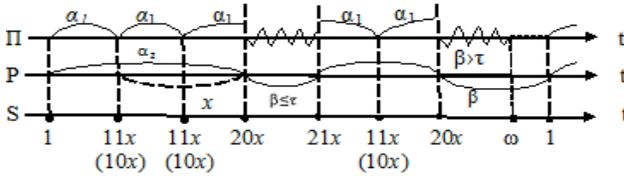


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования системы

Обозначим через $\rho(1)$, $\rho(\omega)$ значения стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ на состояниях 1, ω и предположим существование стационарных плотностей $\rho(10x)$, $\rho(11x)$, $\rho(20x)$ и $\rho(21x)$ для состояний $10x$, $11x$, $20x$ и $21x$ соответственно.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0 = \rho(1) = \rho(\omega) = \bar{G}(\tau) \int_0^{\infty} \rho(20y) dy, \\ \rho(10x) = \rho_0 \int_0^{\infty} f_2(x+t) f_1(t) dt + \int_x^{\infty} \rho(10y) f_1(y-x) dy + G(\tau) \int_0^{\infty} f_2(x+y) \rho(20y) dy, \\ \rho(11x) = \rho(10x), \\ \rho(20x) = \rho_0 \int_0^{\infty} f_1(x+t) f_2(t) dt + \int_0^{\infty} f_1(x+y) \rho(10y) dy + G(\tau) \int_x^{\infty} f_2(y-x) \rho(20y) dy, \\ \rho(21x) = G(\tau) \rho(20x), \\ \rho(1) + \rho(\omega) + \int_0^{\infty} (\rho(10x) + \rho(11x) + \rho(20x) + \rho(21x)) dx = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

Получим систему уравнений:

Методом последовательных приближений можно показать, что стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(10x) = \rho(11x) = \rho_0 \varphi_1(x), \\ \rho(20x) = \rho_0 \varphi_2(x), \\ \rho(21x) = \rho_0 G(\tau) \varphi_2(x), \\ \rho(1) = \rho(\omega) = \bar{G}(\tau) \rho_0 \bar{\Phi}_2(0) = \rho_0, \end{array} \right. \quad (2)$$

где:
$$\varphi_1(x) = \int_0^{\infty} f_2(x+t) h_{f_1}(t) dt + \int_0^{\infty} \pi_1(x, y) dy \int_0^{\infty} f_2(y+t) h_{f_1}(t) dt +$$
 (3)

$$\begin{aligned} & + \int_0^{\infty} \gamma_2(x, t) dt \int_0^{\infty} f_1(y+t) h_{f_2}^{(\tau)}(y) dy + \int_0^{\infty} \pi_1(x, y) dy \int_0^{\infty} \gamma_2(y, t) dt \int_0^{\infty} f_1(z+t) h_{f_2}^{(\tau)}(z) dz, \\ \varphi_2(x) = & \frac{1}{G(\tau)} \int_0^{\infty} f_1(x+t) h_{f_2}^{(\tau)}(t) dt + \frac{1}{G(\tau)} \int_0^{\infty} \pi_2(x, y) dy \int_0^{\infty} f_1(y+t) h_{f_2}^{(\tau)}(t) dt + \\ & + \int_0^{\infty} \gamma_1^{(\tau)}(x, t) dt \int_0^{\infty} f_2(y+t) h_{f_1}(y) dy + \int_0^{\infty} \pi_2(x, y) dy \int_0^{\infty} \gamma_1^{(\tau)}(y, t) dt \int_0^{\infty} f_2(z+t) h_{f_1}(z) dz, \end{aligned} \quad (4)$$

$h_{f_1}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_1^{*(n)}(t)$ – плотность функции восстановления $H_{f_1}(t)$ процесса восстановления, порожденного СВ α_1 , $f_1^{*(n)}(t)$ – n -кратная свертка плотности распределения $f_1(t)$;

$h_{f_2}^{(\tau)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} G^n(\tau) f_2^{*(n)}(t)$ – плотность функции

восстановления $H_{f_2}^{(\tau)}(t)$;

$$\gamma_1^{(\tau)}(x, t) = f_1(x + t) + \int_0^{\infty} h_{f_2}^{(\tau)}(y) f_1(x + y + t) dy, \gamma_2(x, t) = f_2(x + t) + \int_0^{\infty} h_{f_1}(y) f_2(x + y + t) dy,$$

$$k_1^{(1)}(x, y) = k_1(x, y) = G(\tau) \int_0^{\infty} \gamma_2(x, t) \gamma_1^{(\tau)}(t, y) dt, k_2^{(1)}(x, y) = k_2(x, y) = G(\tau) \int_0^{\infty} \gamma_1^{(\tau)}(x, t) \gamma_2(t, y) dt,$$

$$k_i^{(n)}(x, y) = \int_0^{\infty} k_i(x, t) k_i^{(n-1)}(t, y) dt, \pi_i(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} k_i^{(n)}(x, y), \bar{\Phi}_i(0) = \int_0^{\infty} \varphi_i(x) dx, \bar{\Phi}_i(x) = \int_x^{\infty} \varphi_i(t) dt, i=1,2;$$

постоянная ρ_0 находится из условия нормировки.

Запишем формулу для расчета производительности ТЯ [6]:
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_A(t)}{t} = \frac{\int_A \rho(dx)}{\int_E m(x) \rho(dx)},$$

где $N_A(t)$ – число попаданий полумарковского процесса в состояние $A = \{10x\}$.

Используя данную формулу, получаем формулу для расчета производительности ТЯ с мгновенно пополняемым резервом времени:

$$P_{ТЯ} = \frac{\bar{\Phi}_1(0)}{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \frac{M\beta}{G(\tau)} + \int_0^{\infty} \bar{\Phi}_1(x) \bar{F}_1(x) dx + G(\tau) \int_0^{\infty} \bar{\Phi}_2(x) \bar{F}_2(x) dx} \quad (5)$$

Выводы

Полученные результаты могут быть использованы для анализа влияния величины мгновенно пополняемого резерва времени на производительность ТЯ. Предполагается использование данной методики для построения моделей многокомпонентных систем с резервом времени.

Литература

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов / Г.Н. Черкесов. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
2. Креденцер Б.П. Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью. – Киев: Наукова думка, 1978, 240 с.
3. Ushakov I.A. Probabilistic Reliability Models / I.A. Ushakov – Wiley, 2012. – 244 p.
4. Копт В.Я., Обжерин Ю.Е., Песчанский А.И. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. – 284 с.
5. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – К.: Наук. Думка, 1982. – 236 с.
6. Шуренков В.М. Эргодические процессы Маркова. М., Наука 1989г. 336 с.

TECHNOLOGICAL CELL PRODUCTIVITY WITH INSTANTLY REPLANISHED RESERVE OF TIME

Obzherin Yu.E., Boyko E.G., Sidorov S.M.
Sevastopol State University, vmsevtu@mail.ru

The paper built semi-Markov model of functioning technological cell with instantly replanished reserve of time. Technological cell productivity considering the reserve of time is defined.

Key words: technological cell, semi-Markov process, reserve of time, productivity.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИЕЙ СЕТЯМИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ДЕЛЕНИЕМ И СЛИЯНИЕМ ТРЕБОВАНИЙ

Осипов О.А., Тананко И.Е.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, oleg.alex.osipov@gmail.com, TanankoIE@info.sgu.ru

Изучаются сети передачи данных с многопутевой маршрутизацией. Предложено использование сетей массового обслуживания с делением и слиянием требований для моделирования и анализа производительности.

Ключевые слова: многопутевая маршрутизация, сети массового обслуживания с делением и слиянием требований, МРТСП, многопутевой TCP, математическое моделирование, цепи Маркова.

Введение

Для современных сетей передачи данных со сложной структурой и огромным количеством пользователей характерно увеличение числа информационных потоков, циркулирующих в сети, при этом, возрастают требования к уровню надежности и пропускной способности.

В таком случае удобным и эффективным способом решения возникающих проблем является распараллеливание информационных потоков. При данном подходе поток от источника к получателю разделяется на несколько субпотоков, которые передаются по различным маршрутам, что позволяет эффективно распределить нагрузку в сети и тем самым увеличить пропускную способность [1]. Однако при этом возникает необходимость осуществления синхронизации всех субпотоков.

В настоящее время одним из методов организации такого типа маршрутизации является протокол транспортного уровня МРТСП (Multipath Transmission Control Protocol) [2], который представлен как набор расширений однопутевого TCP.

При использовании многопутевой маршрутизации передача данных происходит одновременно по нескольким маршрутам, которые могут быть не полностью изолированными (совместно использовать несколько маршрутизаторов). Поэтому для описания процессов, которые происходят в сетях передачи данных с многопутевой маршрутизацией, воспользуемся сетями массового обслуживания (СМО) с делением и слиянием требований (fork-join queueing networks), которые являются математическими моделями дискретных стохастических систем с параллельным принципом функционирования [3]. Данная модель успешно применяется для анализа распределенных баз данных, многопроцессорных ЭВМ, GRID-кластеров и других реальных систем [4]. Наиболее полный обзор всех фундаментальных и прикладных результатов за тридцатилетний период изучения сетей обслуживания рассматриваемого класса можно найти в монографии [5]. В данной работе будет исследована СМО данного класса с произвольной топологией, в отличие от работ [3-5].

Краткое описание модели

Рассмотрим сеть массового обслуживания N с одним классом требований. В сеть из внешнего источника поступает пуассоновский поток требований с заданной интенсивностью. Требования в сети могут разделяться на фрагменты, которые затем обслуживаются параллельно и по окончании своего обслуживания снова объединяются в одно требование.

Системы массового обслуживания (СМО) в сети N принадлежат к одному из трех типов:

1) Базовая система обслуживания – СМО с произвольным числом обслуживающих приборов и конечной вместимостью очереди. Длительность обслуживания фрагментов прибором базовой системы имеет экспоненциальное распределение с заданной интенсивностью;

2) Дивайдер – одноприборная СМО. Назначением дивайдера является деление поступающего в него требования на фиксированное количество родственных фрагментов;

3) Интегратор – СМО с бесконечным числом приборов. Назначением интегратора является накопление и слияние всех родственных фрагментов в одно требование.

Полагаем, что процессы деления и слияния фрагментов в сети обслуживания N выполняются в соответствующих системах обслуживания мгновенно, а каждому дивайдеру однозначно поставлен в соответствие интегратор, в котором и должно произойти объединение полученных родственных фрагментов.

Требование, поступившее в дивайдер, делится на некоторое фиксированное количество фрагментов, которые затем немедленно распределяются для поступления в базовые системы, в которых происходит их обслуживание. Для маршрутизации родственных фрагментов между дивайдером и соответствующим ему интегратором используется набор матриц передач, согласно которым осуществляются переходы фрагментов между системами сети обслуживания.

Каждый из фрагментов требования при поступлении в интегратор находится там до тех пор, пока все его родственные фрагменты, то есть фрагменты, полученные при делении того же требования, не поступят в интегратор. Как только это произошло, родственные фрагменты объединяются, и полученное требование сразу же покидает интегратор.

Таким образом, в терминах многопутевой маршрутизации попадание требования в дивайдер и последующее его деление на фрагменты, означает порождение нескольких субпотоков в рамках одного соединения. Объединение фрагментов в интеграторе моделирует синхронизацию всех порожденных субпотоков.

Результаты исследований

В ходе исследований была построена модель для сетей передачи данных с многопутевой маршрутизацией в виде сети массового обслуживания с делением и слиянием требований. Для разработанной модели был получен метод, позволяющий определить ее основные характеристики. Данный метод может быть использован в задачах анализа, синтеза и оптимизации сетей передачи данных с многопутевой маршрутизацией.

Выполнена серия вычислительных экспериментов с сетями обслуживания, проведен анализ полученных результатов.

В дальнейшем планируется подробно рассмотреть задачи, связанные с оптимизацией и распределением нагрузки в сетях передачи данных с многопутевой маршрутизацией, используя для этого предложенную математическую модель.

Литература

1. Singh S. K., Das T., Jukan A. A Survey on Internet Multipath Routing and Provisioning // IEEE Communications Surveys & Tutorials – Vol. 17. – №. 4. – 2015. – Pp. 2157-2175.
2. Wischik D., Handley M., Raiciu C. Control of Multipath TCP and optimization of multipath routing in the Internet // Network Control and Optimization – 2009. – Pp. 204-218.
3. Flatto L., Hahn S. Two parallel queues created by arrivals with two demands I // SIAM Journal on Applied Mathematics. – Vol. 44. – №. 5. – 1984. – Pp. 1041-1053.
4. Heidelbergberger P., Trivedi K. S. Analytic queueing models for programs with internal concurrency // IEEE Transactions on Computers. – Vol. C-32. – №. 1. – 1983. – Pp. 7-82.
5. Thomasian A. Analysis of Fork/Join and Related Queueing Systems // ACM Computing Surveys. – Vol. 47. – №. 2 – 2015. – Pp. 17:1-17:71.

MODELING OF MULTIPATH ROUTING IN TELECOMMUNICATION NETWORKS USING FORK-JOIN QUEUEING NETWORKS

Osipov O.A., Tananko I.E.

*Saratov State University named after N.G. Chernyshevsky, oleg.alex.osipov@gmail.com,
TanankoIE@info.sgu.ru*

This paper considers multipath routing in telecommunication networks. We apply generalized fork-join queueing networks to performance analysis of multipath routing.

Key words: multipath routing, fork/join queueing networks, MPTCP, Markov chain.

К АНАЛИЗУ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО ТЕХНОЛОГИИ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ УСТРОЙСТВАМИ МЕЖМАШИННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ¹

Острикова Д.Ю.¹, Гудкова И.А.²

¹ Российский университет дружбы народов, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru

² Российский университет дружбы народов, Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,
igudkova@sci.pfu.edu.ru

Построена модель беспроводной сети со стационарными устройствами межмашинного взаимодействия. Получена формула расчета среднего значения суммарной максимальной скорости передачи данных всеми устройствами группы.
Ключевые слова: беспроводная сеть, устройство межмашинного взаимодействия, мультивещание, подгруппы мультивещания, средняя скорость передачи данных.

Введение

В телекоммуникационных беспроводных сетях четвертого поколения на базе технологии LTE (Long Term Evolution) увеличение спроса на высокоскоростные услуги приводит к необходимости эффективного использования частотно-временных ресурсов. Подходом к решению проблемы является передача данных в многоадресном режиме – «точка – много точек», – поддерживаемом подсистемой для предоставления мультимедийных услуг в широковещательном и многоадресном режимах (Multimedia Broadcast Multicast Service, MBMS) [1]. Услуги многоадресной передачи (мультивещания) могут предоставляться в режиме одночастотной групповой вещательной сети (Multicast-Broadcast Single-Frequency Network, MBSFN). Скорость передачи данных в группе мультивещания определяется минимальной скоростью, поддерживаемой устройствами группы мультивещания, что ограничивает возможности устройств, находящихся в непосредственной близости к базовой станции и способных достигать более высокие скорости передачи данных. Решение проблемы может быть достигнуто за счет разделения устройств одной группы мультивещания на подгруппы в соответствии с достигаемыми скоростями. В работе построена модель беспроводной сети со стационарными устройствами межмашинного взаимодействия (machine-to-machine, M2M) при их разбиении на подгруппы мультивещания. Для расчета среднего значения суммарной максимальной скорости передачи данных всеми устройствами M2M используется комплекс из математической модели сети с многоадресными соединениями [2] и алгоритма разбиения устройств на подгруппы [3].

Модель беспроводной сети с устройствами межмашинного взаимодействия

Рассматривается одна сота сети LTE радиуса R с доступным числом N ресурсных блоков (РБ) и стационарными, образующими группу мультивещания, M2M устройствами, которые могут находиться в активном (передают данные) и пассивном состоянии. Предполагается, что время между моментами, когда устройство становится активным, распределено по экспоненциальному закону с параметром λ . Время нахождения устройства в активном состоянии распределено по экспоненциальному закону со средним μ^{-1} . Территория соты разделена на S непересекающихся зон в соответствии с передаваемыми устройствами значениями индикатора качества радиоканала (Channel

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол_а_мос, РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-03051 а и Министерства образования и науки Российской Федерации (СП-2987.2016.5).

Quality Indicator, CQI). Обозначим $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$ множество значений CQI. Зона $s = 1, \dots, S-1$ имеет форму кольца с радиусами R_s и R_{s+1} , $R_s > R_{s+1}$, $s \in \mathcal{S}$, $R_1 = R$. Зона $s = S$ имеет форму круга с радиусом $R_S = R/S$.

Обозначим b_s , $s \in \mathcal{S}$ скорость передачи данных, соответствующую s -значению CQI при выделении одного РБ, $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_s) := (m_s)_{s \in \mathcal{S}}$ вектор распределения числа устройств между зонами. М2М устройства распределены на плоскости в соответствии с пуассоновским точечным процессом, и таким образом, равномерно размещены внутри соты. Тогда вероятность того, что М2М устройство становится активным в зоне $s \in \mathcal{S}$, равна

$$p_s = (2S - 2s + 1) / S^2, \quad s = 1, \dots, S-1, \quad p_S = 1 / S^2. \quad (1)$$

Таким образом, функционирование соты сети LTE со стационарными М2М устройствами может быть описано в виде системы массового обслуживания (СМО) с S пуассоновскими входящими потоками заявок (сессии, в течение которых М2М устройства передают данные). Интенсивность поступления заявок s -типа равна $\lambda_s = \lambda p_s$. Время обслуживания (длительность сессии) распределено по экспоненциальному закону с интенсивностью μ [2]. Зная распределение вероятностей $p(\mathbf{m}) = p(m_1, \dots, m_s)$ числа М2М устройств в каждой зоне, можно применить представленный в [3] алгоритм оптимального разбиения устройств на подгруппы мультимедиа для расчета суммарной максимальной скорости $b(\mathbf{m})$ передачи данных всеми устройствами соты и ее среднего значения $\bar{b} = \sum_{\mathbf{m}} p(\mathbf{m}) \cdot b(\mathbf{m})$.

Алгоритм разбиения устройств на подгруппы мультимедиа

Шаг 1. Определить множество $\mathcal{S}_1 = \{s \in \mathcal{S} : m_s \neq 0\}$, $s_1 = \min \{s \in \mathcal{S}_1\}$, $\mathbf{m}_1 = (m_s)_{s \in \mathcal{S}_1}$.

Шаг 2. Найти $s^* = \arg \max \left\{ s \in \mathcal{S}_1 \setminus \{s_1\} : b_s \sum_{i \geq s} m_i \right\}$.

Шаг 3. Если $b_{s^*} \sum_{s \in \mathcal{S}_1 : s \geq s^*} m_s \geq b_{s_1} \sum_{s \in \mathcal{S}_1 : s < s^*} m_s$, тогда

- оптимальным является разбиение группы мультимедиа на две подгруппы с числом устройств $M_1 = \sum_{s \in \mathcal{S}_1 : s < s^*} m_s$ и $M_2 = \sum_{s \in \mathcal{S}_1 : s \geq s^*} m_s$ и числом РБ $N_1 = 1$ и $N_2 = N - 1$, суммарная скорость передачи данных равна $b(\mathbf{m}) = b_{s_1} M_1 N_1 + b_{s^*} M_2 N_2$;

иначе

- оптимальным является объединение всех устройств соты в одну группу мультимедиа, т.е. $M = \sum_{s \in \mathcal{S}_1} m_s$ и выделение всех N РБ соты данной группе, суммарная скорость передачи данных равна $b(\mathbf{m}) = b_{s_1} M N$.

Выводы

В заключение отметим, что в докладе проведен численный анализ средней суммарной максимальной скорости передачи данных всеми устройствами межмашинного взаимодействия.

Литература

1. *Samouylov K.E., Gudkova I.A., and Ostriкова D.Y.* Modelling and performance analysis of multicast file repair in 3GPP LTE networks // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – Vol. 9247. – P. 383–392.
2. *Basharin, G., Gaidamaka, Y., Samouylov, K.* Mathematical theory of teletraffic and its application to the analysis of multiservice communication of next generation networks. *Autom. Control Comput. Sci.* 47(2), 62–69 (2013).
3. *Araniti, G., Condoluci, M., Cotronei, M., Iera, A., Molinaro, A.* 2015 'A Solution to the Multicast Subgroup Formation Problem in LTE Systems', In: *Wireless Communications Letters, IEEE* , vol.4, no.2, pp.149-152

ANALYSIS OF MEAN MULTICAST DATA RATE OF M2M DEVICES IN WIRELESS NETWORK

*Ostriкова D.U.*¹, *Gudkova I.A.*²

¹ Peoples' Friendship University of Russia, dyostrikova@sci.pfu.edu.ru

² Peoples' Friendship University of Russia, Institute of Informatics Problems FRC CSC RAS, igudkova@sci.pfu.edu.ru

We construct a model of the wireless network with stationary M2M devices. We also determine mean value of an aggregate maximum data rate of all M2M devices in multicast group.

Key words: wireless network, M2M device, multicast, subgrouping, mean data rate.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ INTERNET В РОССИИ СРЕДСТВАМИ EViews

Пяткина Д.А.

Российский университет дружбы народов, daria_pu@mail.ru

В данной работе предлагается алгоритм прогнозирования временных рядов с помощью моделей ARMA в пакете Eviews. Особое внимание уделяется алгоритму выбора лучшей модели и прогнозированию.

Ключевые слова: прогноз, стационарность, коррелограмма, модели ARIMA, скользящее среднее, авторегрессия, коэффициент детерминации, информационные критерии.

Прогноз проникновения Интернета актуален для многих фирм, желающих оценить перспективы развития бизнеса в сети Интернет. В качестве источника данных была использована база данных компании EuromonitorInternational.

При импорте данных в пакет EViews мы задали структуру данных (ежегодные с 1997 по 2013 гг.). Временной ряд достаточно короткий и явно нестационарный.

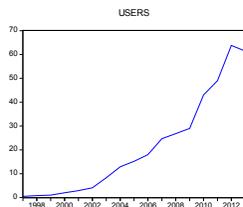


Рис. 1. График ряда и тест Дики-Фуллера. Тест Дики-Фуллера подтверждает гипотезу о нестационарности временного ряда ($p\text{-value}=0,9998$).

Таким образом, мы будем рассматривать ARMA-модели для первых разностей (или ARIMA($p,1,q$)-модели). При этом мы будем рассматривать в пределах от 0 до 3, т.к. временной ряд достаточно короткий и обычно достаточно рассматривать небольшое число лагов.

Коррелограмма первых разностей процентной доли пользователей Интернета указывает на то, что имеет смысл особое внимание обратить на использование второго лага первых разностей в модели.

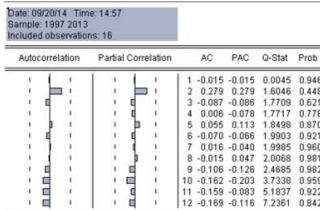


Рис. 2. Коррелограмма первых разностей

Обобщим результаты построения различных моделей.

Табл. 1. Сравнение моделей ARMA

Тип модели	Adjusted R-squared	Akaike criterion	Schwarzcriterion
ARMA(1,0)	-0.076428	6.168521	6.262928
ARMA(2,0)	0.103932	6.016824	6.108118
ARMA(0,1)	-0.071242	6.127600	6.224173
ARMA(0,2)	0.070939	5.985200	6.081773
ARMA(1,1)	0.178167	5.951945	6.093555
ARMA(1,2)	-0.025025	6.172881	6.314491
ARMA(2,1)	0.292398	5.836535	5.973476
ARMA(2,2)	0.066906	6.113159	6.250100

Лучшей моделью по скорректированному коэффициенту детерминации (чем выше, тем лучше) и информационным критериям (чем ниже, тем лучше) стала модель ARMA(2,1):

DependentVariable: D(USERS)
 Method: LeastSquares
 Date: 09/20/14 Time: 15:43
 Sample (adjusted): 2000 2013
 Includedobservations: 14 afteradjustments
 Convergenceachievedafter 14 iterations
 MA Backcast: 1999

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	12.41689	14.36152	0.864595	0.4057
AR(2)	0.857212	0.230196	3.723839	0.0034
MA(1)	-0.922543	0.075109	12.28274	0.0000
R-squared	0.401260	Meandependentvar		4.314286
Adjusted R-squared	0.292398	S.D. dependentvar		4.847975
S.E. of regression	4.078072	Akaikeinfocriterion		5.836535
Sumsquaredresid	182.9374	Schwarzcriterion		5.973476
Loglikelihood	-37.85575	Hannan-Quinnccriter.		5.823859
F-statistic	3.685953	Durbin-Watsonstat		1.592548
Prob(F-statistic)	0.059540			
Inverted AR Roots	.93	-.93		
Inverted MA Roots	.92			

В набор данных добавили 2 пустых наблюдения, соответствующих 2014 и 2015 гг. и создали прогноз для них.

В результате работы процедуры Forecastv Eviewsбыла создана переменная usersf, содержащая прогноз на 2014 и 2015 гг.

Year	Value
1997	NA
1998	NA
1999	NA
2000	-0.115424
2001	1.829003
2002	2.645833
2003	6.085604
2004	8.668786
2005	13.28038
2006	17.17341
2007	22.99380
2008	28.10394
2009	34.86623
2010	41.01968
2011	48.58939
2012	55.63719
2013	63.89801
2014	71.71345
2015	80.56857

Рис. 3. Прогноз по итоговой модели

На наш взгляд, прогноз выглядит весьма реалистично. Так, согласно ему в 2015 году доля интернет-пользователей в России составит 80%. Возможным недостатком модели с содержательной точки зрения может стать переоценка темпов роста числа интернет-пользователей, т.к. модель предполагает ускоряющийся прирост их доли, тогда как есть основания полагать, что в скором времени наступит замедление темпов роста по мере приближения к отметке в 100%. Однако данное замечание больше касается более долгосрочного прогнозирования, нежели прогнозирования на 1-2 года вперед.

Литература

1. Магнус Я.Р. Эконометрика. Начальный курс : Учебное пособие для вузов / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. - 2-е изд., испр. - М. : Дело, 1998. - 248 с. : ил. - ISBN 5-7749-0055-X : 90.00.

TIME SERIES PREDICTION OF INTERNET USERS IN RUSSIA BY MENS OF EIEWS

Pyatkina D.A.

Peoples' Friendship University of Russia, daria_pu@mail.ru

In this paper we propose an algorithm for time series prediction using ARMA model in the package Eviews. Particular attention is paid to the choice of the best algorithm and model prediction.

Keywords: forecast, stationary, correlogram, models ARIMA, moving average, autoregression coefficient of determination, information criteria.

ОРИЕНТИРОВАНИЕ ГРУППЫ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ

Тимошенко А.Г., Бахтин А.А., Тепляков И.М., Моленкамт К.М., Волков А.С.

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»; timoshenko@edu.miet.ru, bah@miec.ru

В данной статье описывается метод ориентирования группы мобильных роботов с использованием радиосвязи с всенаправленной антенной. Для процесса оптимизации используются диаграммы Вороного.

Ключевые слова: MANET, группы роботов, метод ориентирования, радиосвязь, диаграмма Вороного, связность, карта местности, РЛС.

Введение

Задача построения карты местности, в которой работает робот или группа роботов может быть решена различными путями. Существуют методы оптического, ультразвукового и лазерного сканирования пространства для построения карты местности. Построение карты на основе радиосредств сводится к использованию методов пассивной или активной радиолокации и сетевых методов. Примером первой группы методов может служить ориентация роботов в известном пространстве на основании параметров отражения сигнала от различных поверхностей, и сравнение их с паттерном, хранящимся в системе [1]. Такой метод также применим в условиях определения местоположения робота в динамически меняющейся среде. Второй тип методов может использовать технику мультиагентных систем, основанную на разрыве соединения [2]. В данной работе предлагается рассмотреть вариант гибридизации методов радиолокации и сетевой передачи информации, используя физический уровень сетевого устройства (рис. 1а).

Создание карты местности

По сути, задача создания карты местности группой роботов с использованием радио средств может быть сведена к построению РЛС на каждом из роботов. Данное решение может увеличить стоимость конструкции робота, а так же утяжелить его. Последнее не желательно, если речь идет о роботах, выполняющих миссию по исследованию поверхности планеты или спутника. В таком случае требуется использовать доступные на роботизированных объектах элементы.

С одной стороны, использование систем связи распределенных роботизированных транспортных средств с всенаправленной антенной, можно рассматривать как ФАР. С другой стороны расстояние между узлами не пропорционально длине волны, поэтому необходимо синтезировать поверхность преобразования для антенны фазовой решетки, что требует дополнительных вычислительных ресурсов на каждом из устройств, в том числе обеспечение синхронизации.

В отличие от радаров с синтезируемой апертурой и импульсом, [3], передающиеся сигналы с частотным разделением с каждого из узлов MANET сети не должны быть ортогональными. Для анализа отраженного сигнала будем использовать m -последовательность, длиной 256, при этом разные узлы отправляют зондирующие сигналы на своих частотных подканалах. Во временную диаграмму работы MANET сети включим режим построения карты местности, так как для связи и для ориентирования используется один и тот же радиоканал.

Для анализа мы используем первую зону размером $1\text{ км} \times 1\text{ км}$ с 20 робототехническими устройствами, а построение карты местности проводится на площади второй зоны $2\text{ км} \times 2\text{ км}$ (рис. 1б). По сценарию координаты роботов, вектора и скорости движения были выбраны случайным образом, так, что бы ни выходить за пределы первой зоны. Мы используем модели MANET со случайными промежуточными

точками для описания узлов. Предположим, что связность в MANET определяется, как в [4].

Эллипсы на рис 1б показывают, как роботы получают информацию о препятствиях. На протяжении всего эллипса ЦСП отправляет одну и ту же информацию о R . R – это константа, которая представляет собой геометрическое место точек, для которых одинакова сумма расстояний до двух фиксированных точек плоскости, называемых точками фокуса. Расстояние R больше, чем расстояние между точками фокуса. Фокальными точками являются расположения передатчика и приемника.

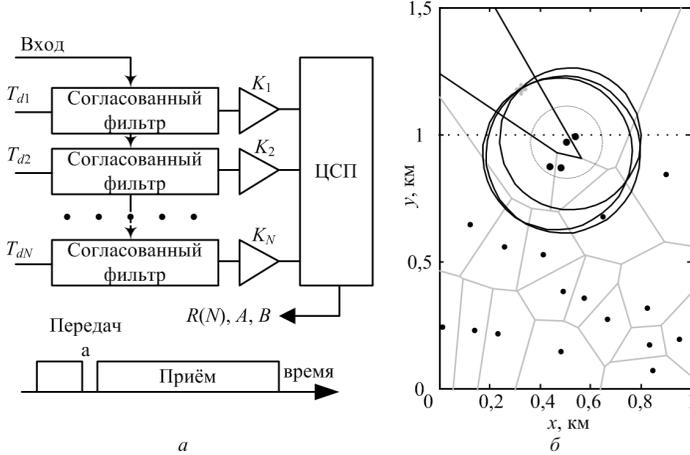


Рис. 1. (а) Архитектура приемника и квазиимпульсные временные диаграммы работы приемопередатчика; (б) использование диаграмм Вороного для оптимизации

Коэффициент отражения Φ может быть описан следующим образом:

$$\Phi = 2\varepsilon \sin(\gamma)(\varepsilon - 1)^{-\gamma/2} - 1 \tag{1}$$

Если высота антенны робототехнического устройства не велика, $\sin(\gamma)$ будет равен γ . Отраженная мощность от планеты с диэлектрической проницаемостью ε будет небольшой и будет адаптироваться к порогу согласованного фильтра. Для препятствия коэффициент отражения будет выше, а порог преодолен и ЦСП зафиксирует число N согласованного фильтра и вычислит R .

Для коэффициента отражения описанного в (1) максимальное число ошибок может быть определено следующим образом:

$$\sigma = 2 \sin^2 \gamma ((\varepsilon - 1)(1 - \sin(\gamma)(\varepsilon - 1)^{-\gamma/2}))^2 \tag{2}$$

Уравнение (2) показывает малую часть ошибки, обусловленную особенностями распространения сигнала. В модели мы оптимизируем количество анализируемых эллипсов до трех (рис. 1б), теряя менее 3σ в точности. С другой стороны, расчет решения по третьей части, как сервер за пределами напланетной миссии, отображение может быть сделано очень точным, используя все парные комбинации приём и передача. Максимальная точность получается в описанной выше модели на основе диаграммы Вороного. Ближайшая ветвь определяет фокальные точки для пересечения эллипсов.

Для сокращения вычислительных ресурсов системы, модифицируем алгоритм Форчуна, используя вместо заматающей кривой – окружность (пунктирная окружность

на рис. 1б), а число узлов, участвующих в общих вычислениях, как было показано выше равно четырем (один передатчик и три приёмника). Доопределение истинного положения препятствия проводится путем изменения конфигураций приём-передача каждого из устройств.

Выводы

Предложенный метод использования всенаправленной антенны и радиосвязи для построения карты местности для группы роботов, позволяет обнаружить и определить координаты имеющихся препятствий. Для оптимизации использовались диаграммы Вороного. Были подсчитаны точности для первой (внутренней, 1 км × 1 км) и второй зон дальности (до 5 км). Дальнейшие исследования предполагают оптимизацию точности модели для второй (внешней) зоны методом Доплеровского синтеза апертуры.

Литература

1. *Witkowski U. et al.* Ad-hoc network communication infrastructure for multi-robot systems in disaster scenarios //Proceedings of IARP/EURON Workshop on Robotics for Risky Interventions and Environmental Surveillance (RISE 2008), Benicassim, Spain. – 2008.
2. *Bouraqaqi N., Doniec A., de Douai E. M.* Flocking-based multi-robot exploration //National conference on control architectures of robots. – 2009. April 23-24, pp. 1-8.
3. *Baixiao Chen, Jianqi Wu,* Synthetic Impulse and Aperture Radar (SIAR): A Novel Multi-Frequency MIMO Radar, 2014.
4. *Semenova A., Simonova O., Omelyanchuk E.* On Connectivity Maintenance Problems in Planetary Robotics MANET // International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies, ICCICCT-2015, 18-19 December 2015, Kumarcocil, India.

MOBILE ROBOT GROUP OUTDOOR MAPPING

Timoshenko A.G., Bakhtin A.A., Teplyakov I.M., Molenkamp K.M., Volkov A.S.
National Research University of Electronic Technology (MIET), timoshenko@edu.miet.ru, bah@miee.ru

This article is described the method of robot group using omnidirectional radio link communication for outdoor mapping. The Voronoi diagrams are used for the process optimization.

Key words: MANET, robots group, outdoor mapping, radar, Voronoi diagram, connectivity.

К АНАЛИЗУ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ПОДДЕРЖКИ БЕСПРОВОДНЫХ МЕЖМАШИНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРОЙ ¹

Тихомирова В.С.¹, Гудкова И.А.²

¹ Российский университет дружбы народов, tikhomirovavi@gmail.com

² Российский университет дружбы народов, Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН, igudkova@sci.pfu.edu.ru

В докладе исследуется вопрос оценки и оптимизации времени выполнения бизнес-процессов, поддерживающих беспроводные межмашинные взаимодействия для управления городской инфраструктурой. Анализ проведен при помощи методов имитационного моделирования и на базе карты бизнес-процессов eTOM концепции TM Forum Framework.

Ключевые слова: smart city, межмашинное взаимодействие, M2M, TM Forum Framework, eTOM, управление бизнес-процессами, среднее время выполнения бизнес-процесса, имитационное моделирование.

Введение

В последние годы активно внедряются решения для «умных городов», представляющих собой единую систему управления городским хозяйством, основанную на энергосберегающих и энергоэффективных технологиях, информатизации производственных процессов. Правительством Москвы реализуется программа «Информационный город», направленная на решение ряда приоритетных задач в области развития информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), которые затрагивают в том или ином объеме все основные общегородские системы и требуют более методического и всеобъемлющего контроля за ходом их реализации [1]. Примером таких систем могут служить системы видеонаблюдения, отслеживание транспортных средств, датчики автоматического освещения и т.д. Технологически подобные решения реализуются посредством беспроводных межмашинных взаимодействий (machine-to-machine – M2M, machine type communications – MTC) для управления городской инфраструктурой.

Важным показателем эффективности является время, затрачиваемое на передачу данных от датчика M2M к серверу MTC [2]. Другим важным аспектом является оптимизация бизнес-процессов, связанных с внедрением и поддержкой датчиков M2M, что можно реализовать в рамках концепции TM Forum Framework [3], а именно карты бизнес-процессов eTOM.

Бизнес-процессы для поддержки межмашинных взаимодействий в энергетической отрасли

Авторы работы [4], на основе статистики международной европейской энергетической компании CEZ Group, провели анализ бизнес-процессов, которые являются ключевыми для поддержки датчиков M2M. Например, процесс разработки таких датчиков, процесс обработки заказов для установки продукта в домах, процесс настройки, процесс выбора тарифа, процесс отладки дефекта. Эти процессы в терминах eTOM имеют следующие названия: разработка продукта и предложения и их изъятие с рынка, обработка заказов, конфигурация и активации услуги, управление выставлением счетов, управление

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 15-37-70016 мол_а_мос и Министерства образования и науки Российской Федерации (СП-2987.2016.5).

решением проблем на клиентском уровне. Анализ бизнес-процессов компании ĀEZ Group авторами [4] проводился на нескольких уровнях: города, района, области, при этом исследовалось среднее время выполнения каждого бизнес-процесса, которое сравнивалось с пороговым значением.

Задача исследования и выводы

В докладе проведен обзор различных областей применения беспроводных межмашинных взаимодействий M2M для управления городской инфраструктурой города Москвы, в том числе для управления домашними хозяйствами. Выделены типы областей, для которых схожи ключевые бизнес-процессы поддержки M2M. Отметим, что бизнес-процессы могут отличаться: например, процесс обработки заказа актуален для домашних хозяйств, когда устанавливаются датчики автоматической передачи данных электроэнергии, но не так важен для городского управления освещением, поскольку установка осуществляется централизованно. Анализ среднего времени выполнения бизнес-процессов проведен на базе средства имитационного моделирования BIMP [5].

Литература

1. Программа "Информационный город" на 2012 - 2018 гг. [Online]. Available: <http://dit.mos.ru/legislation/programms/detail/467261.html>.
2. Gudkova I.A., Samouylov K.E., Buturlin I.A., Borodakiy V.Y., Gerasimenko M., Galinina O.S, and Andreev S.D. Analyzing impacts of coexistence between M2M and H2H communication on 3GPP LTE system // Lecture Notes in Computer Science. – 2014. – Vol. 8458. – P. 162–174.
3. Чукарин А.В., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Бизнес-процессы и информационные технологии в управлении телекоммуникационными компаниями: Монография. – М.: Альпина Паблишерз, 2016. – 619 с.
4. Holeczek J., Brabec Z., and Tikovsky V. Smart Grids process framework assessment through process modeling // Proc. of the 16th International Conference on Mechatronics - Mechatronika ME-2014 (December 3–5, 2015, Brno, Czech Republic). – USA, New Jersey, Piscataway, IEEE. – 2014. – P. 100–106.
5. The Business Process Simulator [Online]. Available: <http://bimp.cs.ut.ee/>

ON ANALYZING MEAN EXECUTION TIME OF BUSINESS PROCESSES RELATED TO WIRELESS MACHINE TYPE COMMUNICATIONS FOR URBAN INFRASTRUCTURE MANAGEMENT

Tikhomirova V.S.¹, Gudkova I.A.²

¹ Peoples' Friendship University of Russia, tikhomirovavi@gmail.com

² Peoples' Friendship University of Russia, Institute of Informatics Problems FRC CSC RAS,
igudkova@sci.pfu.edu.ru

The paper addresses the problem of estimation and optimization of the business processes mean execution time for wireless machine type communications for urban infrastructure management. The analysis is performed by simulations and based on the business processes framework eTOM as a part of TM Forum Framework.

Keywords-smart city, machine type communications, M2M, TM Forum Framework, eTOM, business process management, mean execution time, simulation.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ С ОПТИМАЛЬНЫМ ВЫБОРОМ¹

Яно Ги Серже¹, Зарядов И.С.²

¹Российский университет дружбы народов, serge_evariste@hotmail.com

²Российский университет дружбы народов, Институт проблем информатики ФИЦ ИУ РАН,
izaryadov@sci.pfu.edu.ru

Представлены интервальные оценки характеристик системы массового обслуживания с оптимальным выбором – выбором системы с кратчайшей очередью.

Ключевые слова: интервальные оценки, числовые характеристики, система с оптимальным выбором.

Описание системы

Исследуется система массового обслуживания, состоящая из двух параллельных подсистем (накопитель и обслуживающий прибор). Оптимальный выбор – поступающие в систему заявки выбирают ту подсистему, для которой длина очереди в накопителе минимальна. Если в обеих подсистемах длины очередей совпадают, то с вероятностью p выбирается одна из подсистем, с дополнительной вероятностью $q = 1 - p$ выбирается вторая подсистема. Предполагается, что в систему поступает пуассоновский поток интенсивности λ , времена обслуживания на приборах подчинены экспоненциальным распределениям с параметрами μ_1 и μ_2 соответственно. Емкости накопителей – r_1 и r_2 ($r_i \leq \infty, i = \overline{1,2}$)

Ряд полученных результатов совпадает с результатами работы [1], актуальность исследования подчеркнута в работах [2-5], необходимый аппарат теории массового обслуживания – [6].

Случайный процесс $\{v_1(t), v_2(t)\}, t \geq 0$, (где $v_1(t)$ – случайная величина, обозначающая число заявок в системе с накопителем r_1 , а $v_2(t)$ – случайная величина – число заявок в системе с накопителем r_2), описывающий число заявок в системе в произвольный момент времени, является двумерным марковским процессом [1,5]. Его множество состояний X имеет вид $X = \{(i, j), i = \overline{0, r_1 + 1}, j = \overline{0, r_2 + 1}, r_1, r_2 \leq \infty\}$.

Система уравнений равновесия

Обозначим через $p_{i,j}$ – стационарную вероятность того, что i заявок находится в первой подсистеме, а j – во второй подсистеме (условие существования стационарного режима представлено в [1,3,5]). Система уравнений равновесия для данной системы имеет вид:

$$\lambda p_{0,0} = \mu_1 p_{1,0} + \mu_2 p_{0,1}, \quad (1)$$

$$(\lambda + \mu_1) p_{1,0} = \lambda p p_{0,0} + \mu_1 p_{2,0} + \mu_2 p_{1,1}, \quad (2)$$

$$(\lambda + \mu_1) p_{i,0} = \mu_1 p_{i+1,0} + \mu_2 p_{i,1}, \quad i > 0, \quad (3)$$

$$(\lambda + \mu_2) p_{0,1} = \lambda q p_{0,0} + \mu_1 p_{1,1} + \mu_2 p_{0,2}, \quad (4)$$

$$(\lambda + \mu_2) p_{0,j} = \mu_1 p_{1,j} + \mu_2 p_{0,j+1}, \quad j > 0, \quad (5)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p_{i,j} = \lambda p_{i-1,j} + \lambda p_{i,j-1} + \mu_1 p_{i+1,j} + \mu_2 p_{i,j+1}, \quad i = j = \overline{1, \infty}, \quad (6)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p_{i,j} = \lambda p_{i-1,j} + \lambda q p_{i,j-1} + \mu_1 p_{i+1,j} + \mu_2 p_{i,j+1}, \quad i = j - 1, \quad j = \overline{2, \infty}, \quad (7)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p_{i,j} = \lambda p_{i-1,j} + \mu_1 p_{i+1,j} + \mu_2 p_{i,j+1}, \quad j = \overline{3, \infty}, \quad i = \overline{1, j - 2}, \quad (8)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p_{i,j} = \lambda p_{i,j-1} + \lambda p p_{i-1,j} + \mu_1 p_{i+1,j} + \mu_2 p_{i,j+1}, \quad i = \overline{2, \infty}, \quad j = i - 1, \quad (9)$$

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p_{i,j} = \lambda p_{i,j-1} + \mu_1 p_{i+1,j} + \mu_2 p_{i,j+1}, \quad i = \overline{3, \infty}, \quad j = \overline{1, i - 2}. \quad (10)$$

¹ Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-07-00090, 15-07-03007, 15-07-03406 и 16-07-00766.

Условие нормировки:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 0. \quad (11)$$

Введя вспомогательные вероятности $p_{i.}$ – вероятность того, что в первой подсистеме ровно i заявок (вне зависимости от числа заявок во второй подсистеме); $p_{.j}$ – вероятность того, что во второй подсистеме ровно j заявок (вне зависимости от числа заявок в первой подсистеме):

$$p_{i.} = \sum_{j=0}^{\infty} p_{ij}, p_{.j} = \sum_{i=0}^{\infty} p_{ij},$$

то из системы уравнения равновесия (1)-(10) можно получить вероятность того, хотя бы одна из подсистем свободна:

$$\mu_1 p_{0.} + \mu_2 p_{.0} = \mu_1 + \mu_2 - \lambda. \quad (12)$$

В предположении о симметричности системы [5], получаем выражения для вероятностей простоя каждой из подсистем:

$$p_{0.} = 1 - \frac{\lambda}{\mu_1} p, p_{.0} = 1 - \frac{\lambda}{\mu_2} q. \quad (13)$$

Интервальные оценки характеристик системы

Обозначим через $P_{w=0}$ – стационарную вероятность немедленного начала обслуживания поступившей в систему заявки:

$$P_{w=0} = \sum_{j=1}^{\infty} p_{0,j} + \sum_{i=1}^{\infty} p_{i,0} + p_{0,0}. \quad (14)$$

Если предположить, что $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, то из (12) с учетом (14), получаем:

$$p_{0.} + p_{.0} = 2 - \lambda/\mu = P_{w=0} + p_{0,0} \Rightarrow P_{w=0} \leq 2 - \lambda/\mu.$$

Далее, обозначим через $p_k = \sum_{i=0}^k p_{i,k-i} = \sum_{j=0}^k p_{k-j,j}$ вероятность того, что в обеих подсистемах ровно k ($k \geq 0$) заявок. Тогда, используя систему уравнений локального баланса для вероятностей p_k ($k \geq 0$), вероятность простоя системы p_0 (при $\mu_1 = \mu_2 = \mu$) лежит в интервале:

$$1 - \lambda/\mu \leq p_0 = p_{0,0} \leq 1 - \lambda/2\mu. \quad (15)$$

Для вероятности $P_{w=0}$ получаем следующую интервальную оценку:

$$P_{w=0} \geq 1 - \lambda/2\mu. \quad (16)$$

Для случая, когда $\mu_1 \neq \mu_2$ формулы (15) и (16) представимы в виде:

$$1 - \frac{\lambda}{\min(\mu_1, \mu_2)} \leq p_0 = p_{0,0} \leq 1 - \frac{\lambda}{2\max(\mu_1, \mu_2)}. \quad (17)$$

$$P_{w=0} \geq 1 - \frac{\lambda}{2\max(\mu_1, \mu_2)}. \quad (18)$$

Для среднего числа заявок в системе (в обеих подсистемах) N верны следующие оценки:

$$\frac{\lambda}{2\mu - \lambda} \leq N \leq \frac{\lambda}{\mu - \lambda}, \quad (19)$$

$$\frac{\lambda}{2\max(\mu_1, \mu_2) - \lambda} \leq N \leq \frac{\lambda}{\min(\mu_1, \mu_2) - \lambda}, \quad (20)$$

для случаев, когда $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ и $\mu_1 \neq \mu_2$, соответственно.

Стоит отметить, что если использовать производящую функцию для вероятностей $p_k, k \geq 0$, то можно уточнить формулу (20), уменьшив значения границ для оценки среднего числа заявок в системе:

$$\lambda \frac{2\max(\mu_1, \mu_2)}{\min(\mu_1, \mu_2)} \cdot \frac{\min(\mu_1, \mu_2) - \lambda}{2\max(\mu_1, \mu_2) - \lambda} \leq N \leq \lambda \frac{\min(\mu_1, \mu_2)}{2\max(\mu_1, \mu_2)} \cdot \frac{2\max(\mu_1, \mu_2) - \lambda}{\min(\mu_1, \mu_2) - \lambda}. \quad (21)$$

Выводы

Рассмотрена система массового обслуживания, состоящая из двух подсистем (накопитель и прибор), в которую поступает пуассоновский поток заявок, причем заявки становятся в ту подсистему, где меньше других заявок. Представлена система уравнений равновесия, а также ряд интервальных оценок для вероятности простоя системы, вероятности немедленного обслуживания поступающей заявки, среднего числа заявок в системе.

Литература

1. *Cohen J.W., Boxma O.J.* Boundary Value Problems in Queueing system analysis. North-Holland, 1983
2. *Suh K., Diot Ch., Kurose J., Massoulié L., Neumann Ch., Towsley D., Varvello M.* Push-to-peer video-on-demand system: Design and evaluation. // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 25:9 (2007). – Ср. 1706–1716
3. *Bramson M.* Stability of Join the Shortest Queue Networks. // Ann Appl Probab. – 21:4 (2011). – Ср. 1568–1625
4. *Введенская Н. Д.*, Конфигурация перегруженных серверов при динамической маршрутизации. // Пробл. передачи информ. – 47:3 (2011). – С. 80–95
5. *Введенская Н. Д., Добрушин Р. Л., Карпелевич. Ф.И.* Система обслуживания с выбором наименьшей из двух очередей – асимптотический подход. // Пробл. передачи информ. – 32:1 (1996). – С. 20–34
6. *Бочаров П.П., Печинкин А.В.* Теория массового обслуживания. – РУДН. – 1995

INTERVAL ESTIMATIONS OF CHARACTERISTICS OF QUEUEING SYSTEM WITH OPTIMAL CHOICE

Yapo Guy Serge¹, Zaryadov I.S.²

¹*Peoples' Friendship University of Russia, serge_evariste@hotmail.com*

²*Peoples' Friendship University of Russia, Institute of Informatics Problems, FRC CSC RAS, izaryadov@sci.pfu.edu.ru*

The interval estimates of characteristics of queueing systems with the optimum choice – the choice of the system with the shortest queue are presented.

Key words: interval estimates, characteristics, queueing systems with the optimum choice.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ АНАЛИЗА ДИАГРАММ СОСТОЯНИЙ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ

Азофейфа Э.Х.

Российский университет дружбы народов, esteban.azofeifa@gmail.com

Рассматривается получение диаграмм состояний с помощью первичной информации бизнес-процессов, представляется математический аппарат на основе диаграмм состояний, используемый в процессе анализа нечетких знаний; обсуждаются способы применения математического аппарата в анализе бизнес-процессов.

Ключевые слова: диаграмма состояний, математический аппарат, нечеткие знания, бизнес-процесс, переходы состояний.

Введение

Одним из простых способов анализа бизнес-процессов является наблюдение за состоянием ключевых объектов в течение заданного периода. В процессе наблюдения мы получаем возможные переходы состояний, на основании которых строится диаграмма состояний. Если выяснить, какие переходы состояний встречаются чаще всего и насколько часто, то можно задать нечеткие значения этим переходам.

Описание математического аппарата

Рассмотрим диаграмму состояний G , где каждая вершина в G соответствует состоянию экземпляра, который является базовым [3, стр. 92]. Пусть c - вершина, r соседняя вершина, и $b = (c, i, r)$, ребро с меткой i . По отношению к узлу c , ребро с меткой 1 соответствует дуге, выходящей из узла в другое состояние, и ребро с меткой 2 направлено в противоположную сторону [2, с. 114]. Тогда пусть $i \in \{1, 2\}$ и $\{B_c = (c^*, i^*, r^*) \in B \mid c^* = c\}$ множество ребер, примыкающих к узлу c . Количество ребер, примыкающих к c , которые помечены как “ i ” выражается следующим образом:

$$q(c) = \sum_{b \in B_c} n_b \cdot u(b) \quad (1)$$

Где n_b – число случаев базового ребра b . Функция u определяется следующим образом:

$$u(b) = \begin{cases} 1, & \text{если } l(b) = i \\ 0, & \text{если } l(b) \neq i \end{cases} \quad (2)$$

Где l – функция маркировки. Функция $p(c, b)$, обозначающая вероятность входа или выхода вершины c через ребро b выражается следующим образом:

$$p(c, b) = \frac{n_b}{q(c)} \quad (3)$$

Обозначим функцию (1) как нечеткую степень принадлежности [1] ребра b диаграмме состояний. Таким образом, нечеткая вероятность выхода или входа вершины c следующая:

$$P = \sum_{b \in B_c} p(b, c) \cdot u(b) \quad (4)$$

Выражение (4) будет равняться 0 или 1 в зависимости от присутствия ребер выхода или входа. Когда $i = 1$, функция (3) обозначается как маршрутизация потока через b . Обновление функции с $i = 2$ обеспечивает вероятность ввода в вершину c от b , которая обозначается как приток от b .

Также можно рассматривать количественное отношение вершины ко всему слою c помощью функции $f(c)$:

$$f(c) = \frac{q(c)}{2 \sum_{b \in B} n_b} \quad (5)$$

Где B есть множество ребер в G . Когда $i = 1$, функция (5) представляет собой коэффициент выхода или $ext(c)$, который является степенью принадлежности выходящих базовых ребер из вершины c по отношению к совокупности базовых отношений. Когда $i = 2$, то входящие ребра в вершину c считаются, и это обозначается как коэффициент входа или $ent(c)$. Соответствующая псевдометрика может быть получена из обоих коэффициентов. Рассмотрим следующее выражение:

$$d(x, y) = |f(y) - f(x)| \quad (6)$$

Где x, y являются вершинами понятий. Это соответствует проценту совокупности базовых отношений. При $i = 1$, функция (6) обозначается как расстояние выхода или d_{ext} . Когда $i = 2$, образуется соответствующее расстояние входа или d_{ent} . Рассмотрим следующее соотношение:

$$h(c) = \frac{ext(c)}{ext(c) + ent(c)} \quad (7)$$

Функция (7) является коэффициентом расхода. Если $h(c) > 1/2$, то c считается источником, со степенью истинности или нечеткой принадлежности $h(c)$. Вершина c считается стоком, если $h(c) < 1/2$, со степенью истинности $1 - h(c)$. Коэффициент расхода может быть задан вершинам в качестве нечеткой степени принадлежности, в зависимости от задачи.

Подход к анализу бизнес-процессов

Прерывания переходов состояний или появление стоков в созданной диаграмме могут являться индикаторами того, что в текущем процессе возникли проблемы. Можно определить насколько эти проблемы критичны путем сравнения соответствующих узлов с входным и выходным расстоянием. Коэффициент расхода дает представление о существующих «бутылочных горлышках» и выделяет возможные критичные точки, которые нужно улучшить или оптимизировать. Нечеткие значения переходов состояний позволяют определить возможные пути исходя из некоторого начального состояния, на основе реальных данных.

Выводы

Использование нечетких данных о переходах состояний было предложено как средство построения диаграмм состояний. Также, на основе этих диаграмм был рассмотрен математический аппарат, состоящий из расстояния выхода и входа, вместе с коэффициентом расхода. И как следствие, были показаны возможные способы применения этого аппарата в анализе бизнес-процессов.

Литература

1. L. Zadeh, "Toward extended fuzzy logic—A first step", Fuzzy Sets and Systems, vol. 160, no. 21, pp. 3175-3181, 2009.
2. M. Chein and M. Mugnier, Graph-based knowledge representation, London: Springer, 2009.
3. R. Langacker, Foundations of Cognitive Grammar: descriptive application, Volume 2. Stanford University Press. California, USA, 1991.

MATHEMATICAL MODEL FOR BUSINESS PROCESS STATE DIAGRAM ANALYSIS

Azofeifa E.J.

Peoples' Friendship University of Russia, esteban.azofeifa@gmail.com

The creation of state diagrams based on historical data from business processes is considered, a mathematical model for fuzzy knowledge analysis on state diagrams is presented, and application methods of the presented model on business process analysis are discussed.

Keywords: state diagram, mathematical model, fuzzy knowledge, business process, state transitions.

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ СОВОКУПНОСТИ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ КОАЛИЦИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ АГЕНТОВ

Андрейчук А.А.

Российский университет дружбы народов, andreychuk@mail.com

В работе представлен аналитический обзор наиболее распространенных методов планирования совокупности траекторий для коалиции интеллектуальных агентов.

Ключевые слова: планирование траектории, поиск пути, мультиагентное планирование

Введение

Задача планирования траектории в искусственном интеллекте обычно рассматривается как задача поиска пути на взвешенном графе. В отличие от планирования траектории для отдельного агента, где сложность задачи зависит лишь от размера графа, сложность задачи планирования траекторий для множества агентов в большей степени зависит от числа агентов. Использование классического алгоритма A^* [1] при планировании траекторий для множества агентов приведет к тому, что на каждой итерации алгоритма будет порождаться M^n новых состояний, где M – количество возможных переходов из текущего состояния, n – количество агентов. То есть сложность алгоритма A^* экспоненциально зависит от числа агентов, что делает его неприменимым на практике, когда количество агентов велико. В связи с этим для решения задачи планирования совокупности траекторий для коалиции интеллектуальных агентов предлагаются специализированные алгоритмы.

Аналитический обзор

Алгоритмы планирования траекторий для множества агентов можно разделить на две группы. В первую группу входят алгоритмы, принцип работы которых основывается на централизованном подходе к решению задачи, то есть имеется один глобальный планировщик, который строит траектории для всех агентов и при этом учитывает положения в пространстве каждого из них в каждый момент времени. Подобные алгоритмы теоретически являются полными, то есть гарантируют нахождение решения, если оно существует, и могут быть оптимальными, то есть гарантируют, что построенные траектории будут кратчайшими.

Одним из наиболее известных и эффективных оптимальных алгоритмов, использующих централизованный подход является алгоритм OD+ID описанный в работе [2]. В основе алгоритма OD+ID лежит алгоритм A^* . Особенностью алгоритма OD+ID является использование методов, позволяющих ускорить процесс и сократить пространство поиска. Первый – Independence Detection(ID) разбивает исходную задачу на несколько подзадач, но при этом не нарушает оптимальность искомого решения. Второй метод – Operator Decomposition(OD) применяется для того чтобы сократить пространство поиска. Вместо того чтобы перемещать всех агентов одновременно, агенты движутся по очереди, тем самым уменьшая количество различных состояний с M^n до $M*n$.

Однако оптимальные алгоритмы остаются слишком ресурсоемкими и не применимыми к практическим задачам, где количество агентов велико, а пространство поиска состоит из десятков и даже сотен тысяч состояний. Существуют алгоритмы, которые также используют централизованный подход и являются полными, но при этом не гарантируют нахождение оптимального решения.

Первый подобный алгоритм был предложен в работе [3]. Принцип работы этого алгоритма основан на преобразовании исходного графа к дереву, элементами которого являются части исходного графа, которые составляют цикл. Ребрами дерева являются

«узкие места» исходного графа, которые не образуют циклы. Данный алгоритм работает за полиномиальное время и при этом гарантирует, что количество шагов не превысит $O(n^3)$, где n -количество вершин в графе. Однако на практике он оказался слишком сложным и неэффективным.

К этой же группе относится алгоритм OA(Optimal Anytime)[4], предложенный авторами алгоритма OD+ID. Принцип его работы схож с алгоритмом OD+ID. Разница заключается в том, что при обнаружении конфликтов агенты не пытаются построить совместные оптимальные траектории. Они также объединяются в группу, но строят свои пути, учитывая других агентов лишь как движущиеся препятствия. Такой подход работает быстрее, но не гарантирует, что найденные пути являются кратчайшими.

Push and Swap - еще один алгоритм, использующий централизованный подход, но при этом не являющийся оптимальным, описан в работе [5]. Целью алгоритма Push and Swap является нахождение субоптимального решения за полиномиальное время. Push and Swap является полным для тех задач, где количество вершин в графе больше чем количество агентов по крайней мере на 2. Алгоритм использует две операции – Push и Swap. С помощью операции Push агенты движутся к своей цели до тех пор, пока это возможно. Операция Swap позволяет поменять местами двух агентов, при этом, не изменяя положение всех остальных агентов (см. Рис.1).

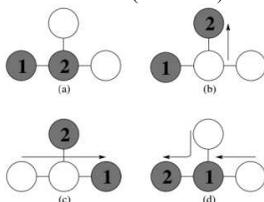


Рис.1 Принцип работы операции Swap.

Алгоритмы второй группы используют децентрализованный подход. В основе этих алгоритмов лежит принцип декомпозиции, который заключается в разбиении исходной задачи на несколько более простых задач. Алгоритмы использующие децентрализованный подход вычислительно более эффективны, но не гарантируют нахождение оптимального решения и не являются полными.

Одним из первых и наиболее применимых на практике алгоритмов, использующих децентрализованный подход, является алгоритм LRA*(Local Repair A*), предложенный в работе[6]. Алгоритм работает в два этапа. На первом этапе каждый агент находит путь, используя алгоритм A*, при этом игнорируя всех остальных агентов. На втором этапе агенты движутся по построенным траекториям до тех пор, пока не возникнет конфликт. Всякий раз, когда агент не может пройти дальше из-за того, что впереди находится другой агент, происходит перерасчет найденного пути. Однако из-за того, что каждый агент независимо перепланирует свою траекторию, это приводит к возникновению новых конфликтов и в итоге могут возникнуть циклические конфликты, неразрешимые подобным подходом.

Позднее появились более совершенные методы планирования траектории для множества агентов, использующие децентрализованный подход. Например, алгоритм WHCA*(Windowed Hierarchical Cooperative A*), описанный в работе [7]. Как и LRA*, алгоритм WHCA* работает в два этапа и для планирования траектории использует алгоритм A*. Ускорение работы алгоритма происходит за счет того, что поиск пути для каждого агента происходит в «окне» - абстрактной области карты размером w^*w . Постепенно «окно» сдвигается в сторону цели. В алгоритме используется 3x-мерная пространственно-временная таблица, в которой хранятся позиции всех агентов в каждый момент времени (см. Рис.2).

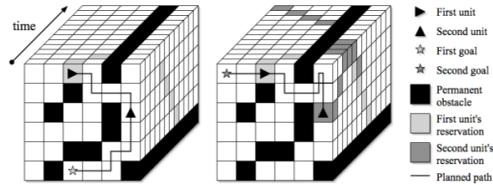


Рис.2 Пример работы алгоритма WHCA*.

Использование подобной таблицы помогает избежать конфликтов, когда два агента пытаются занять одну и ту же вершину, но при этом не отслеживает конфликты, когда агенты пытаются пройти сквозь друг друга. Данный алгоритм решает большее количество заданий, чем LRA*, но при этом требует дополнительных затрат памяти на хранение 3х-мерной таблицы.

Выводы

Существующие алгоритмы планирования совокупности траекторий для коалиции интеллектуальных агентов используют либо централизованный, либо децентрализованный подход к решению задачи. Алгоритмы, использующие централизованный подход, могут обладать такими важными свойствами как полнота и оптимальность. Однако с вычислительной точки зрения алгоритмы, использующие децентрализованный подход, являются значительно более эффективными, что обуславливает их большую применимость в практических задачах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-37-20893.

Литература

1. Hart, P., Nilsson, N., & Raphael, B. (1968). A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(2), 100–107.
2. Standley, T. Finding optimal solutions to cooperative pathfinding problems. In *AAAI*, 2010.
3. Kornhauser, D., Miller, G., & Spirakis, P. (1984). Coordinating pebble motion on graphs, the diameter of permutation groups, and applications. In *Proceedings of the 25th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, FOCS*, pp. 241–250.
4. Standley, T., & Korf, R. (2011). Complete algorithms for cooperative pathfinding problems. In *Proceedings of the Twenty-Second international joint conference on Artificial Intelligence – Volume One, IJCAI*, pp. 668–673. AAAI Press.
5. Luna, R., & Bekris, K. E. (2011b). Push and Swap: fast cooperative path-finding with completeness guarantees. In *Proceedings of the Twenty-Second international joint conference on Artificial Intelligence – Volume One, IJCAI*, pp. 294–300. AAAI Press.
6. Zelinsky, A. 1992. A mobile robot exploration algorithm. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 8(6).
7. Silver, D. (2005). Cooperative pathfinding. In *Proceedings of the 1st Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment, AIIDE*, pp. 117–122.

PATHPLANNING METHODS FOR COALITIONS OF INTELLIGENT AGENTS

Andreychuk A.

Peoples' Friendship University of Russia, andreychuk@mail.com

This paper presents an analytical review of the existing widespread pathplanning methods for coalitions of intelligent agents.

Key words: pathplanning, path searching, multiagent pathplanning.

СОВМЕЩЕНИЕ ГРАНИЦ В МЕТОДАХ ОДНОВРЕМЕННОГО КАРТИРОВАНИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПО ВИДЕОПОТОКУ, ПОЛУЧЕННОМУ С ЕДИНСТВЕННОЙ КАМЕРЫ

Боковой А. В.

Федеральный исследовательский центр “Информатика и управление” Российской академии наук, Российский университет дружбы народов, bokovoy@isa.ru

□ работе рассматриваются результаты исследований современных методов одновременного картирования и локализации по видеопотоку (vision-based Simultaneous Localization and Mapping - vSLAM), а также описывается оригинальный алгоритм vSLAM, основанный на методе совмещения границ изображения Local Bundle Adjustment.

Ключевые слова: методы одновременного картирования и локализации, компьютерное зрение, единственная камера

Введение

В настоящее время беспилотные летательные аппараты оснащаются большим набором датчиков, таких как инфракрасные и лазерные дальномеры, инерциальные датчики, системы GPS/ГЛОНАСС. Но из-за малой грузоподъемности и ограниченного запаса батареи, малые БПЛА обладают ограниченным набором датчиков, в который из-за своей компактности, низкого энергопотребления и веса входит видеодатчик (камера). Также, при навигации БПЛА в помещении, датчики GPS/ГЛОНАСС – недоступны. В связи с этим актуальной проблемой является задача одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры в реальном времени.

На данный момент уже существуют методы, которые позволяют в разной степени решать поставленную проблему. Их можно разделить на 3 класса:

- 1) Методы, основанные на выделении особенностей изображений [2]
- 2) Методы, использующие контрастные области для составления карты [3]
- 3) Методы, использующие всю информацию изображения [4]

Методы, основанные на выделении особенностей изображений, являются самыми быстрыми, но при этом они обладают низкой точностью построенной траектории и малой детализацией полученной карты. В противопоставление им, алгоритмы, в которых используется вся информация на изображении, являются наиболее точными по построению траектории и позволяют строить высокдетализированные карты, но их работа в реальном времени на современных бортовых вычислителях без ускорения на графических процессорах – невозможна, что затрудняет использование подобных методов в задачах навигации малых БПЛА.

При использовании контрастных областей изображений, можно снизить вычислительную нагрузку с процессора, при этом сохранив точность построения траектории и высокую детализацию карты.

В качестве примера, на рисунке 1 приведено среднее время работы алгоритмов, относящихся к 1-му (MonoSLAM, PTAM), 2-му (LSD-SLAM) классам.

Сохранение точности при небольшой потере по времени исполнения алгоритма (возможность работы в реальном времени на центральном процессоре) являются основными критериями для выбора этого класса алгоритмов в качестве основы для разработки метода одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры LBA-vSLAM.

Основной мотивацией для разработки оригинального метода LBA-vSLAM было совмещение преимуществ методов разных классов. В качестве основы для исследований был взят метод LSD-SLAM как один из наиболее актуальных на данный момент

методов, использующих контрастные области для составления карты. Для сокращения времени работы и пространства для поиска соответствий на изображениях, в LSD-SLAM были модифицированы алгоритм выделения областей и метод локализации и составления карты (используется метод совмещения границ Local Bundle Adjustment).

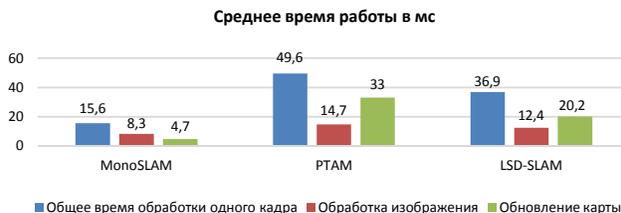


Рис. 1 – Среднее время работы алгоритмов MonoSLAM, PTAM и LSD-SLAM

Метод LBA-vSLAM

Для снижения нагрузки на вычислитель, предлагается ограничить изображение лишь областями, оставшимися после применения оператора Собеля [5]. Это позволит сократить количество информации, которое будет обработано алгоритмом.

Алгоритм LBA-vSLAM состоит из 5-ти основных шагов:

- 1) Калибровка камеры (получение матрицы внутренней калибровки).
- 2) Получение изображения.
- 3) Предобработка изображения, устранение шумов.
- 4) Выделение областей
- 5) Создание или обновление карты

На этапе калибровки камеры, с помощью алгоритмов, основанных на работе с известными шаблонами изображений (например: шахматная доска), необходимо получить внутренние параметры камеры, такие как: фокусные расстояния, координаты точки пересечения плоскости изображения с оптической осью и т.д.

Для повышения стабильности работы алгоритма, при поступлении нового изображения, оно проходит предварительную обработку для устранения шумов и искажений, после чего происходит выделение контрастных областей с помощью фильтра Собеля.

Если точки, лежащие в выделенных областях, не соответствуют точкам в областях предыдущих изображений, то происходит инициализация новой карты и такое изображение берется за точку отсчета при построении карты. Если соответствие найдено, то происходит добавления новых элементов в уже существующую карту.

В качестве подтверждения целесообразности предложенных модификаций, было проведено тестирование на коллекции видеоданных, полученных в закрытом помещении. Результаты тестирования показали уменьшение времени работы на 17% относительно метода LSD-SLAM при сохранении точности локализации объекта и сравнительно небольшом падении в детализации карты в 20% (при условии того, что LSD-SLAM позволяет выделять тысячи точек на видеоряде, продолжительностью менее минуты, которые потом становятся элементами карты, разница в 20% оправдана для прикладных задач).

Выводы

В ходе работы были изучены актуальные методы одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры, а также разработан метод LBA-vSLAM, компоненты которого были программно реализованы. Результаты тестирования показали преимущества метода LBA-vSLAM по скорости работы

относительно методов того же класса при сравнимой точности построения пройденной траектории и степени детализации карты.

Дальнейшим направлением работ является исследования возможности применения алгоритмов корректировки накапливающейся ошибки и алгоритмов замыкания траектории (Loop-Closure Algorithms) [6]. Такой подход позволит распознать места, в которых уже находился БПЛА, скорректировать ошибку и перестроить карту, с учетом уточненных данных.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ №15-07-07483_A

Литература

1. *А.В. Боковой*. Метод одновременного картирования и локализации по видеопотоку, полученному с единственной камеры LBA-vSLAM (Local Bundle Adjustment visual-based Simultaneous Localization and Mapping) // Труды Второй молодежной научной конференции “Задачи современной информатики” – М: ФИЦ ИУ РАН, 2015, с. 39-45
2. *Davidson A., Reid I. Stasse O.* MonoSLAM: Real-Time Single Camera SLAM // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Learning archive, 2007. Т. 29, №6, С. 1052-1067
3. *Klein G., Murray D.* Parallel Tracking and Mapping for Small AR Workspaces // In Proc. International Symposium on Mixed and Augmented Reality, 2014. С. 157-164.
4. *Glocken B., Kelly P.H.J., Davison A. J.* Dense planar SLAM // In Proc. International Symposium on Mixed and Augmented Reality, 2014. С. 157-164
5. *Vincent O.R., Folorunso O.* A Scriptive Algorithm for Sobel Image Edge Detection // In Proc. Of Informing Science & IT Education Conference (InSITE), 2009
6. *Angeli, A., Filliat, D., Doncieux, S., & Meyer, J.-A.* Real-Time Visual Loop-Closure // Detection. Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2008.

LOCAL BUNDLE ADJUSTMENT IN MONOCULAR VISION-BASED SIMULTANEOUS LOCALIZATION AND MAPPING PROBLEM

Bokovoy A.V.

Federal Research Centre “Informatics and Control” of Russian Academy of Science, Peoples’ Friendship University of Russia, bokovoy@isa.ru

□ is paper presents the study’s results of state-of-the-art monocular visual-based simultaneous localization and mapping (vSLAM) methods and algorithms. Also it shows the usage of Local Bundle Adjustment algorithm in original vSLAM method.

Key words: simultaneous localization and mapping, computer vision, video stream, single camera

ТИПЫ ПРОТИВОРЕЧИЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СТРАТЕГИИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Власова Е.Д., Новикова Г.М., Полевая О.М.

*Российский университет дружбы народов,
vlasova.ekaterina.94@mail.ru, novikova_gm@mail.ru, o.m.balakhonova@gmail.com*

Рассматриваются основные типы противоречий, которые необходимо учитывать при разработке непротиворечивых стратегий предприятия.

Ключевые слова: стратегическое управление, стратегия, противоречие, ресурсы, бизнес-процессы

Введение

Современное предприятие — это сложная система, включающая такие элементы, как основные фонды, сырье и материалы, трудовые и финансовые ресурсы. Важнейшая задача сегодня не только оптимально использовать имеющиеся ресурсы для решения оперативных задач, но и разрабатывать стратегии развития предприятия, обеспечивающие оптимальное использование перечисленных элементов и эффективное функционирование всей системы в долгосрочной перспективе. Актуальной задачей при разработке стратегии предприятия является устранение противоречий, наличие которых затрудняет или делает невозможным достижение стратегических целей. В работе дан анализ типов противоречий, которые необходимо учитывать при разработке механизмов построения непротиворечивых, сбалансированных стратегий предприятия[1].

Факторы, влияющие на возникновение противоречий

На разрабатываемую стратегию влияет множество факторов внутренней и внешней среды: требования бизнеса, конкуренты, поставщики, законодательство, стандарты качества, ресурсы предприятия т.д. Все они могут выдвигать различные требования, которые необходимо учитывать, выявляя противоречия. Например, при возникновении потребности в централизованном управлении ИТ-системами территориально распределенного предприятия существует риск столкнуться с проблемой неравномерного развития каналов связи на различных территориях. Для того чтобы снизить риск возникновения противоречий, при разработке стратегии необходимо уделять особое внимание потенциальным местам возникновения противоречий: ресурсному планированию, управлению процессами, целеполаганию.

Потенциальные места возникновения противоречий позволяют классифицировать противоречия. Опишем их возможные типы.

1. Противоречие воздействий

Данное противоречие возникает из-за различных требований, выдвигаемых к одному объекту.

Пусть X – целевой объект, $\{P_i\}$ – множество действий, которые могут осуществляться над объектом X .

Пусть к объекту X выдвигаются требования осуществить воздействие P_1 и P_2 над этим объектом, причем P_1 - воздействие, P_2 - обратное воздействие. Существование данных требований приводит к «противоречию воздействий».

Рассмотрим пример «противоречия воздействий» (рис.1).

Пусть объект X – финансы, воздействия P_1 и P_2 – снижение и повышение затрат в результате осуществления ИТ-проекта соответственно.



Рис. 1. Пример противоречия воздействий

2. Противоречие отсутствия ресурса для воздействия

Данное противоречие возникает при неправильном ресурсном планировании: для совершения действия над объектом недостаточно необходимого ресурса для его совершения. При этом ресурс может отсутствовать в системе предприятия либо быть занят для совершения другого действия.

Пусть X – целевой объект, $\{P_i\}$ – множество действий, которые могут осуществляться над объектом X , P – целевое воздействие, $\{R\}$ – множество необходимых ресурсов для достижения целевого воздействия.

Пусть R – ресурс, необходимый для достижения целевого воздействия, R_e – ресурс в наличии. Если $R_e < R$, то имеет место противоречие отсутствия ресурса для воздействия.

Пример противоречия отсутствия ресурса для воздействия (рис.2).

Пусть X – процесс делопроизводства, воздействие P_1 – автоматизировать делопроизводство компании; R – финансовый ресурс – 150 тыс. руб., R_e – 100 тыс. руб.

R_e – ресурс в наличии



R – ресурс, необходимый для реализации воздействия

Рис. 2. Пример противоречия отсутствия ресурса для воздействия

3. Временное противоречие

Данное противоречие возникает при нарушении последовательности достижения целей и неправильном временном планировании их достижения.

Пример временного противоречия (рис.3).

Пусть X – цель верхнего уровня, для ее достижения необходимо сначала реализовать цель Y . Пусть t_1 – время достижения цели X , t_2 – время достижения цели Y . Если $t_1 < t_2$, то имеет место временное противоречие.



Рис. 3. Пример временного противоречия

4. Противоречие отсутствия процесса для воздействия

Данное противоречие возникает при неправильном построении процессов компании: для выполнения воздействия отсутствует процесс. Для осуществления воздействия может потребоваться как новый процесс, так и изменение уже существующего.

Пусть X – целевой объект, $\{P_i\}$ – множество действий, которые могут осуществляться над объектом X , P – целевое воздействие. $\{Process\}$ – множество процессов компании, описываемое последовательностью воздействий, ресурсов для выполнения воздействий и набором документов. Если не существует процесса из множества $\{Process\}$ такого, что в процессе присутствует воздействие P , то имеет место противоречие отсутствия процесса (рис.4).

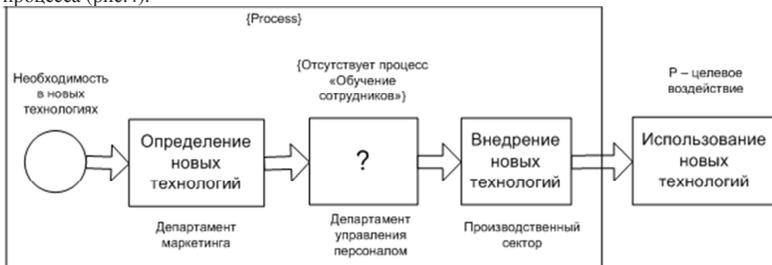


Рис. 4. Пример отсутствия процесса для воздействия

Заключение

Стратегия предприятия является сложной системой, включающей совокупность управляющих воздействий, наличие противоречий в которых может затруднить, а порой и исключить достижение стратегических целей. Рассмотренные типы противоречий, а также факторы, вызывающие противоречия, необходимо учитывать при разработке механизмов формирования непротиворечивых стратегий.

Литература

1. Каплан Р., Нортон Д. Сбалансированная система показателей: от стратегии к действию. 2-е изд. – М.: ЗАО Олимп-Бизнес, 2004- 320 с.

TYPES OF CONTRADICTIONS IN THE FORMATION OF BUSINESS STRATEGY

Vlasova E.D., Novikova G.M., Poleyaya O.M.

Peoples' Friendship University of Russia,
 vlasova.ekaterina.94@mail.ru, novikova_gm@mail.ru, o.m.balakhonova@gmail.com

Discusses the main types of contradictions that need to be considered in the development of consistent strategies for the company

Keywords: strategic management, strategy, contradiction, resources, business processes

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НОРМАТИВНО-ПРАВОВОГО КОНТЕНТА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ CRM – СИСТЕМЫ

Дульнева А.С., Жуков В.В., Новикова Г.М.

*Кафедра информационных технологий, Российский Университет Дружбы Народов, Москва,
Россия, angella94@bk.ru*

Рассматривается использование законодательной базы в CRM –системе для минимизации рисков и повышения эффективности ее работ, приводятся BPMN-модели бизнес-процессов, использующие информацию законов РФ

Ключевые слова: CRM-система, BPMN-модель, бизнес-процессы, законодательство РФ.

Введение

В настоящее время актуальной является задача создания CRM-систем, позволяющих не только автоматизировать процесс взаимодействия с клиентом, но обеспечить правовую чистоту взаимоотношений. Это обусловлено важностью индивидуального маркетинга, о котором говорит Э. Пейн, как о «такой форме маркетинга, при которой происходит диалог непосредственно между компанией и отдельными клиентами или группами клиентов со сходными запросами» [2]. Для организации такая форма диалога должна быть формализована и полностью соответствовать правовым взаимоотношениям в том или ином государстве.

В рассматриваемой условной надстройке к автоматизированной CRM-системе будут заложены определенные бизнес-процессы, которыми смогут руководствоваться как потребители и клиенты, так и представители государственных учреждений. Можно сказать, что мы наполним известную систему нормативно-правовым контентом, облегчая тем самым процессы взаимодействия двух и более сторон. Это поможет ускорить решение многих проблем, возникающих у потребителей, сократить количество действий, повысив тем самым эффективность выполнения таких задач, как: объединение всех клиентов в единую базу с удобным поиском, хранение и ведение полной истории взаимодействия с потребителем, наличие под рукой информации по активным работам с клиентом.

Пример модели бизнес-процессов CRM-системы, использующих информацию законодательной базы РФ

Рассмотрим пример модели бизнес-процесса CRM-системы, в котором используется информация закона «О защите прав потребителей». Этот закон регулирует взаимоотношения с клиентом при обнаружении некачественной продукции; он направлен на учет требований Российского законодательства к действиям обеих сторон. Нормативные акты, используемые в данном процессе, приведены в табл. 1. Модель бизнес-процесса с выделением наиболее важных действий, соответствующих законодательству РФ, представлена на рис. 1.

Таблица 1. Законодательные акты, используемые в построении моделей бизнес-процессов [3].

Закон	Статья	Регулирует/устанавливает
	Статья 5. Права и обязанности изготовителя	Установление срока службы, срока годности товара (работы), а также гарантийного срока на товар (работу)
	Статья 6. Обязанность изготовителя	Обеспечение возможности использования товара в течение его

«О защите прав потребителей»	обеспечить возможность ремонта и тех. обслуживания товара	срока службы
	Статья 8. Права потребителя при обнаружении в товаре недостатков	Устанавливает допустимые действия покупателя в случае обнаружение в товаре недостатков, если они не были оговорены продавцом
	Статья 21. Замена товара ненадлежащего качества	Устанавливает обязанности продавца в случае обнаружения потребителем недостатков товара и предъявления требования о его замене
«О техническом регулировании»	Статья 7. Содержание и применение технических регламентов	Устанавливает необходимые требования, обеспечивающие различного рода безопасность.
	Статья 18. Цели подтверждения соответствия	Устанавливает цели подтверждения соответствия и определяет их необходимость
	Статья 19. Принципы подтверждения соответствия	Подтверждение соответствия и применение равным образом и в равной мере независимо от страны и (или) места происхождения продукции, осуществления процессов производства и жизнедеятельности

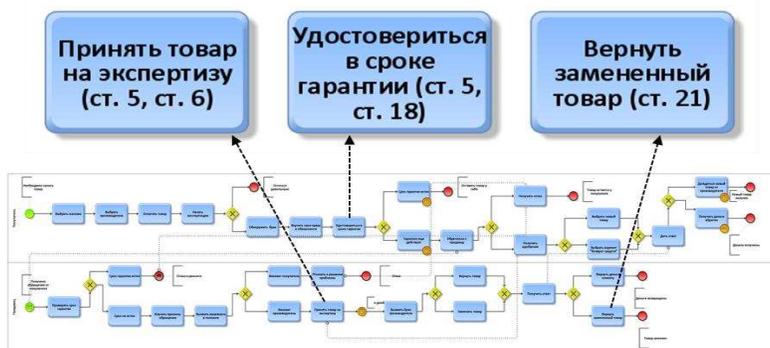


Рис. 1. BPMN-модель, описывающая взаимодействие покупателя и продавца, и ключевые шаги обеих сторон, соответствующие закону «О защите прав потребителей»

После приобретения товара и в случае обнаружения брака, покупатель должен удостовериться в том, что установленный производителем срок службы, гарантии или хранения не истек. Если товар на гарантии, то покупатель вправе потребовать либо заменить товар продуктом той же или другой марки, либо вернуть вложенные средства.

Данные, используемые в моделях бизнес-процессов

Для корректной работы бизнес-процесса система должна обладать набором необходимых данных, специфичных для каждого процесса и законодательного акта. В данном случае можно выделить следующие:

- вид товара (бытовая химия, медикаменты, техника)
- виды требований технического регламента
- способы информирования потребителя (интернет, инструкция)
- срок экспертизы
- срок гарантии
- единица измерения срока службы
- причина неполадки (производственный брак, неаккуратность покупателя)
- ответный выбор покупателя (товар, деньги)

Некоторые данные возможно определять автоматически на основе заданных параметров товаров того или иного вида, другие определяются из разговора с клиентом и т.д.

В качестве реализации таких бизнес-процессов в CRM-системах может рассматриваться подход, основанный на правилах, в частности, с использованием аппарата математической логики [1].

Заключение

Формализованный закон РФ «Закон о защите прав потребителей» в виде бизнес-процесса в дальнейшем может помочь людям экономить свое время и силы, важные шаги по регулированию обращений будут выполняться через CRM-систему с ориентированностью на потребности клиента и проактивную работу с ним.

Литература

1. Жуков В.В., Новикова Г.М. Подход к представлению знаний в юриспруденции. – Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, РУДН, 22-25 апреля 2014 г. – Москва : РУДН, 2014. – с. 128-130
2. Пейн Э. Руководство по CRM: Путь к совершенствованию менеджмента клиентов / Эдриан Пейн; пер. с англ. С.В. Кривошеин. – Минск: Гривцов Паблишер, 2007. – 384 с.
3. Страница системы правовой поддержки КонсультантПлюс [электронный ресурс]. – URL: www.consultant.ru/ (дата обращения: 28.02.2016).

THE USE OF REGULATORY CONTENT FOR IMPROVING THE EFFICIENCY OF CRM-SYSTEM

Dulneva A.S., Zhukov V.V., Novikova G.M.

The Department of Information Technology, People's Friendship University of Russia, Moscow, Russia, angella94@bk.ru

The use of the legal framework in CRM-system to minimize the risks and increase the efficiency is being discussed in this article. BPMN-models of business processes that use legal information of Russian Federation are presented.

Keywords: CRM-system, BPMN-model, business processes, legislation of Russian Federation.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БАЗЫ ДАННЫХ ДЛЯ РАБОТЫ С БИЗНЕС-ПРОЦЕССАМИ В ПРИКЛАДНЫХ СИСТЕМАХ

Зубрихина М.О., Новикова Г.М., Лутфалла Ф. А.

Российский университет дружбы народов,
m.zubrikhina2014@yandex.ru, novikova_gm@mail.ru, lutfallahphilipx93@gmail.com

Описывается подход к проектированию базы данных для работы с бизнес-процессами в прикладных системах, показана ER-модель базы данных, рассмотрена функциональность, поддерживающая работу с базой данных

Ключевые слова: BPM-система, ER-модель, бизнес-процессы, база данных, Java

Введение

В настоящее время наиболее эффективным является процессный подход к управлению предприятием. Он состоит в том, что деятельность предприятия рассматривается как совокупность основных, обеспечивающих, инвестиционных и управленческих процессов. Сегодня на рынке существует большое количество систем, поддерживающих процессный подход. К таким системам можно отнести 1С:Предприятие 8, SAP R/3, Галактика ERP, Oracle E-Business Suite, Флагман (ERP-система) [1]. В то же время, в связи с высокой стоимостью систем, имеющихся на рынке, а также их закрытой функциональностью, задача разработки прикладных систем, в основе которых лежит процессный подход, по-прежнему является актуальной.

Разработка прикладной системы с процессной основой дает возможность реализовать собственный взгляд, как на систему процессов, так и на механизмы их исполнения. В статье рассмотрена структура базы данных такой прикладной системы, а также функциональность, реализованная в среде JAVA, работающая с информацией базы данных.

Проектирование базы данных для работы с бизнес-процессами

Для поддержки бизнес-процессов в прикладных системах спроектирована схема базы данных, хранящая процессы, исполняющиеся в соответствии с конкретными действиями пользователя. Данная база данных не привязана к каким-либо определенным бизнес-процессам, то есть она реализует возможность создания на ней любой прикладной системы, которую можно заполнить конкретными бизнес-процессами для конкретной сферы деятельности. В частности в рамках рассматриваемой схемы базы данных могут быть реализованы как процессы предоставления государственных услуг, так и процессы туристической компании или процессы, поддерживающие проведение банковских операций.

Модели бизнес-процессов, реализованные в нотации BPMN [2], состоят из событий, действий, логических операторов и соединяющих объектов. Именно это логическое деление находит отражение в структуре базы данных, представленной в виде ERM-модели. В модели реализован тот факт, что в системе необходимо выделить информацию как о самом процессе и его составляющих, так и информацию, связанную с исполнением процесса конкретным пользователем. Таким образом, все таблицы базы данных (рис.1)[3] можно условно поделить на две части: таблицы, описывающие непосредственно сам процесс и таблицы, описывающие сохранение информации об исполнении процесса.

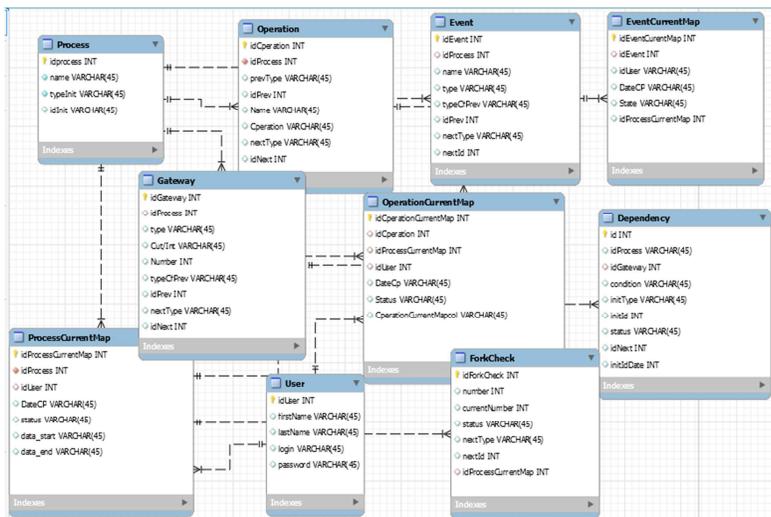


Рис. 1 Структура базы данных для работы с бизнес-процессами.

Таблицы, описывающие процесс:

- **Таблица Process** содержит процессы с полями, инициализирующими запуск.
- **Таблица Operation** хранит операции конкретного процесса. Каждая операция хранит данные о предыдущем элементе, вызвавшем ее, идентификатор процесса, которому она принадлежит и идентификатор следующего элемента, который будет вызван, а также его тип.
- **Таблица Event** хранит информацию о конкретных событиях, о типе события, а также о типе предыдущего элемента и его идентификаторе, и типе следующего элемента с его идентификатором.
- **Таблица Gateway** содержит логические операторы, которые используются в процессе. Также хранит описание оператора и ссылку на предыдущий и первый следующий элемент.
- **Таблица Dependency** хранит соединения между логическими операторами и множеством элементов, с которыми они связаны. Реализует с таблицей Gateway связь один к многим. Также имеет поле условия, в соответствии с которым элемент, связанный с соединением, выполняется или нет.

Таблицы, описывающие сохранение информации об исполнении процесса:

- **Таблица ProcessCurrentMap** хранит конкретные процессы конкретного пользователя, который их инициализировал. В данной таблице содержатся данные, передаваемые по завершению процесса, а также статус выполнения процесса, дата его инициализации и дата завершения.
- **Таблица OperationCurrentMap** предназначена для хранения информации о конкретных операциях конкретного пользователя. В ней хранятся промежуточные данные, которые могут быть переданы на обработку следующему элементу, а также статус выполнения операции.

- *Таблица EventCurrentMap* содержит в себе информацию о конкретных событиях конкретного пользователя и данные, необходимые для передачи следующей операции.
- *Таблица ForkCheck* - это счетчик для хранения информации о завершении всех синхронизованных процессах. Также содержит ссылку на следующий элемент, в случае успешного выполнения входящих ветвей.
- *Таблица User* предназначена для хранения информации о конкретном пользователе. В ней хранится информация о его имени и фамилии, а также логин и пароль, с помощью которых он может проходить аутентификацию в системе.

Функциональность, реализованная в среде JAVA, работающая с информацией базы данных

Для связи и работы с базой данных в среде Java используется технология JDBC. Также созданы отдельные классы, позволяющие сохранять и видоизменять информацию в базе данных. Для каждой операции, название которой хранится в поле operation, в среде Java реализована функция, которая записывает данные в OperationCurrentMap, а также выполняет соответствующую операцию. В процессе выполнения операции может быть произведен расчет, проверены данные пользователя, отправлена и получена необходимая информация и т.д. Также в Java реализован метод, проверяющий выполнение условия, содержащегося в таблице Dependency, с данными, полученными в ходе выполнения конкретной операции. При выполнении условия метод запускает следующую ветвь процесса.

Заключение

Рассмотренная ER-модель базы данных, а также функциональность, созданная в среде Java (version 8)[4], реализуется в создаваемой пилотной системе предоставления электронных услуг. Система поддерживает как создание, так и исполнение бизнес-процессов, реализующих предоставление услуги, и может быть использована в любой предметной области, где предоставление услуги основано на процессном подходе.

Литература

1. Г.М.Новикова Основы разработки корпоративных инфокоммуникационных систем - 2008, РУДН, 152 с.
2. <http://www.bpmn.org/>
3. <http://www.mysql.ru/docs/mysql-man-4.0-ru/introduction.html>
4. Java 8. Полное руководство (Шилдт Герберт) Изд-во "Вильямс", Москва, 2015 (9е издание) - 1375с

DATABASE DESIGN FOR WORKING WITH BUSINESS PROCESSES IN APPLICATION SOFTWARE

Zubrikhina M.O., Novikova G.M., Loutfalla P.A.

*Peoples' Friendship University of Russia,
mzubrikhina2014@yandex.ru, novikova_gm@mail.ru, lutfallaphilipx93@gmail.com*

A database design approach to work with business processes in application systems is considered, a database ER-model is designed, the functionality implemented in the Java environment is considered.

Key words: BPM-system, ER-model, business process, database, Java.

МЕТОДЫ АНАЛИЗА СТЕРЕОИЗОБРАЖЕНИЙ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

Иванов А.Е.

Российский университет дружбы народов, andreyiva111@mail.ru

В работе анализируются алгоритмы сопоставления стереопары изображений и обсуждаются различные способы организации выполнения этих алгоритмов в компьютерах, а так же методы выявления параметров трехмерной сцены, соответствующей стереоизображению, которые могут быть использованы роботами в процессе управления движением.

Ключевые слова: стереопара, карта глубины, машинное зрение, марковские сети.

Введение

Для построения описания трехмерной сцены на основе стереоизображения нужно произвести анализ стереопары изображений с целью найти в них элементы, соответствующие одной точке сцены. Могут быть использованы разные алгоритмы поиска, различающиеся по скорости и точности позиционирования анализируемых точек. Можно выделить два вида таких алгоритмов: глобальный и локальный. Как правило, глобальные алгоритмы имеют более точные показатели, но требуют больше времени на выполнение по сравнению с локальными. В свою очередь локальные алгоритмы работают быстрее, но выдают достаточно много артефактов как при работе с изображениями, насыщенными цветами, или, наоборот, – слишком монотонными. Алгоритмы могут быть выполнены на различных процессорах. На центральном процессоре алгоритмы будут работать медленнее, но при этом они доступнее для запуска и отладки. На видеопроцессоре алгоритмы будут выполняться быстрее, но и сложности с их запуском и отладкой станут гораздо больше. Для построения описания трехмерной сцены по выявленным точкам привязки может быть использована технология DirectX. Эта часть алгоритма может быть выполнена на видеокarte.

Постановка задачи

Для решения описанной задачи необходимо разработать алгоритмы разного типа и проверить их точность и скорость работы. Основная задача всех алгоритмов – построение карты глубины. Карта глубины – изображение, чаще всего состоящая из черно-белого градиента, в пикселях которого содержится информация о расстоянии между точкой пространства и наблюдателем, то есть камерой.

Начнем с описания алгоритмов локального типа. Эти алгоритмы являются одномерными, то есть они обрабатывают изображение построчно. Так же эти алгоритмы решают задачу, разбивая ее на более простые задачи, используя при этом динамическое программирование. (Динамическое программирование – способ решения сложных задач путём разбиения их на более простые подзадачи.) Так как эти алгоритмы работают построчно, на выходе, найденные точки не имеют никакой информации о своих "соседях" сверху или снизу, что и является главным минусом этих алгоритмов. На вход алгоритма подается пиксель с координатами с левого изображения, который остается неизменным в процессе анализа, и после этого по очереди в алгоритм подаются пиксели с правого изображения. Позиция пикселей по вертикали совпадает. С каждым новым пикселем, поступившим с правого изображения, производится сравнение с «левым» пикселем. Эти сравнения могут производиться по-разному. В известных алгоритмах сравнение производится не только для пикселей, но и для окрестностей пикселей. Нужно уточнить, что можно улучшить точность работы алгоритмов, если расширить размерность окрестности или удачно выбрать значение порога схожести окрестностей. Так для проверки схожести можно использовать средние арифметическое значение цвета пикселей и сравнивать именно средние значение цвета окрестности пикселя. В других алгоритмах используется иной способ сравнения. Предполагается, что значение

цвета пикселя – это случайная величина. С учетом этого предположения можно использовать для определения взаимосвязи двух случайных величин – цветов пикселей окрестности – корреляцию. Значительная корреляция между двумя случайными величинами всегда является свидетельством существования некоторой статистической связи в исследуемой выборке.

В результате этой проверки мы получаем процент схожести двух окрестностей. Выбирается окрестность с большим процентом схожести. Используя описанный алгоритм можно найти элементы изображения, соответствующие одной точке сцены. Скорость выполнения алгоритма можно увеличить, если стереопару предварительно подвергнуть предобработке. Следует заметить, что основной проблемой описанных алгоритмов является построчечный принцип обработки, в результате применения которого реконструированный рельеф представляет собой непрерывную линию только в одном – горизонтальном – направлении.

Глобальные алгоритмы иначе работают со стереоизображениями иначе, чем локальные. Обработка изображения производится не только по строкам, а по двумерной сетке. На каждом шаге такого алгоритма производится разметка, для которой вычисляется вероятность совпадения и функция дистанции. Каждый пиксель изображения рассматривается как элемент марковской сети. При этом анализируется информация о его соседях. Главным отличием такого алгоритма является то, что все элементы изображения связаны между собой непрерывно. На выходе получаем готовую карту с расстояниями от наблюдателя до точек сцены.

Рассмотренные алгоритмы могут применяться для получения рельефа со снимков, сделанных спутниками, или для обеспечения функции машинного зрения у роботов. В качестве входных данных в этих алгоритмах могут использоваться не только стереопары, но и изображения, сделанные в движении в близкие моменты времени.

Заключение

В данной работе были рассмотрены различные алгоритмы сопоставления стереопары изображений, которые позволяют по выявленным элементам изображения построить карту глубины, а в дальнейшем – описание трехмерной сцены. Так же рассмотрены различные способы реализации этих алгоритмов на разных процессорах.

Литература

1. Романенко А.А. Применение условных случайных полей в задачах обработки текстов на естественном языке, 2014. – <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/f/fc/Romanenko2014Application.pdf>.
2. Гимельфарб Г.Л. Симметрический подход к задаче автоматических стереоскопических измерений в фотометрии // Кибернетика. – 1979. – № 2. – С. 73 – 82.

METHODS OF THE ANALYSIS OF STEREOIMAGES IN A PROBLEM OF RECOGNITION OF PARAMETERS OF THREE-DIMENSIONAL SCENES

Ivanov A.E.

Peoples' Friendship University of Russia, andreyiva111@mail.ru

The paper presents the stereo pair of images matching algorithms and discusses the various ways of organizing implementation of these algorithms on computers, as well as methods for recognition the parameters of a three-dimensional scene, the corresponding stereo image, which can be used by robots in the process of motion control.

Key words: stereo pair, depth map, machine vision, Markov network.

ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ПРОСМОТРА ТЕКСТОВЫХ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Исаков В.А.

Российский государственный гуманитарный университет, e-mail: visakov@isa.ru

Аннотация: *Татья посвящена созданию программных средств для наглядного отображения найденных текстовых заимствований и информации об их источниках. Разрабатываемое приложение работает через веб-браузер и позволяет просматривать большие документы с сохранением исходного вида.*

Ключевые слова: отображение заимствований, поиск текстовых заимствований, асинхронный веб-сервис.

Введение

Повышение доступности научно-технической информации в сети интернет, с одной стороны, упрощает поиск готового материала по интересующей теме, но с другой стороны, вместе с этим увеличивается и количество неоригинальных работ. В этих условиях все более актуальным является создание систем для проверки текста на оригинальность, и как следствие - программных средств для просмотра найденных заимствований.

На сегодняшний день, программные средства для проверки текста на плагиат могут принять оригинальный фрагмент за текстовое заимствование. Поэтому просмотр результатов поиска с возможностью не учитывать выбранные источники является полезной функцией.

При разработке программных средств ставились три цели:

- Предложить принцип для наглядного отображения источников заимствований.
- Предусмотреть возможность отображать проверяемый документ с сохранением исходного вида.
- Предусмотреть возможность отображения больших документов веб-браузером.

Обзор аналогов

Большинство систем для проверки текста на плагиат отображают извлеченный из проверяемого документа текст без форматирования, и подсвечивают все найденные заимствования одним цветом, к тому же они не позволяют просматривать документ с сохранением исходного вида. Например, по такому принципу работают системы antiplagiat.ru и plagiarisma. Единственной найденной системой, позволяющей просматривать документ с сохранением исходного вида является plagscan. Однако она обладает существенным недостатком: в ней нельзя дифференцировать заимствования по источникам.

Описание интерфейса

Интерфейс приложения (рис. 1) содержит: окно для просмотра документа; навигационную панель; панель со списком источников заимствований; панель содержащую информацию о проценте оригинальных, условно-корректных и некорректных заимствованиях.

Окно для просмотра документа содержит загруженный пользователем текст, при этом исходный вид документа не меняется (сохраняется шрифт, отступы, параметры страниц и т.д.). Навигационная панель находится сверху от окна для просмотра документа. Она состоит из кнопок, с помощью которых можно переходить на страницы документа. Кнопки содержат информацию о количестве текстовых заимствований на каждой странице. Слева от документа отображается панель со списком источников заимствований. Каждому источнику присваивается уникальный цвет, которым

подсвечиваются текстовые заимствования, взятые из этого источника. Если текстовое заимствование найдено в нескольких источниках, то оно подсвечивается серым цветом.

При нажатии на источник производится включение или выключение отображения заимствований из этого источника. При этом на странице обновляется следующая информация: пересчитывается процент оригинальных, условно-корректных и некорректных заимствований по всему документу и по каждой странице; в окне для просмотра документа текстовые заимствования будут подсвечиваться без учета выключенного источника.

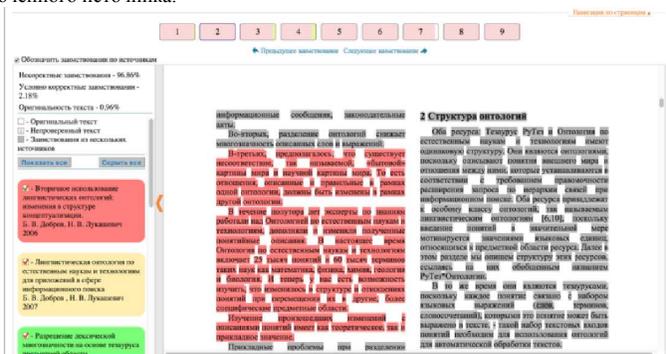


Рис. 1. Интерфейс программных средств для просмотра текстовых заимствований

Имеется режим для просмотра условно-корректных заимствований (заимствованные фрагменты текста, источник которых указан в проверяемом документе) и некорректных заимствований (заимствованные фрагменты текста без указания источника в проверяемом документе), в котором заимствования подсвечиваются двумя цветами: условно-корректные – желтым, некорректные – красным.

Технологические особенности программных средств

Алгоритм работы приложения для просмотра текстовых заимствований (ППТЗ) состоит из следующих шагов:

1. Конвертация текстового файла в HTML и CSS.
2. Добавление картинок, JS и CSS файлов в базу данных.
3. Извлечение текста из HTML.
4. Отправка текста на анализ системе для поиска текстовых заимствований.
5. Выделение найденных заимствований в HTML.
6. Добавление HTML кода страниц в базу данных.
7. Отображение главной страницы в браузере.

ППТЗ разрабатывалось для программных средств системы exactus like, осуществляющих поиск текстовых заимствований, на вход которого отправляется текст без форматирования, а на выходе генерируются данные в формате JSON, содержащие информацию о найденных текстовых заимствованиях и источниках [1,2].

Для выделения заимствований в HTML, который отображается в окне для просмотра документа, необходимо сопоставлять найденные заимствованные фрагменты из JSON с текстом проверяемого документа. Быстрое выделение реализовано с помощью алгоритма Ахо-Корасик [3]. При этом все слова в тексте заменены на уникальные числовые идентификаторы. Таким образом, удалось сократить размер алфавита и общую длину всех слов в словаре, что значительно ускорило поиск подстрок.

Браузеры не способны выделить достаточное количество оперативной памяти для отображения больших документов целиком, в связи с этим страницы загружаются

динамически. Например, при переходе на 5-ую страницу на сервер отправляется запрос, содержащий уникальный идентификатор пользователя и номер страницы – 5. Запрос возвращает код для представления трех страниц – 4, 5, 6 (страница, на которую перешел пользователь и смежные страницы), которые асинхронно встраиваются в представление документа.

Для ускорения обработки запросов используется веб-сервер Apache 2 [4] с модулем `mod_wsgi` в режиме демона. Таким образом, в оперативной памяти всегда находится уже инициализированное приложение. Перейдя с `sgi` на `mod_wsgi` удалось существенно ускорить загрузку страниц. Для сравнения: время загрузки приложения при использовании `sgi` составляет 250 миллисекунд, как при использовании `mod_wsgi` — всего 40 миллисекунд.

Для выполнения динамической загрузки страниц, на протяжении работы пользователя с представлением документа, необходимо хранить на сервере сгенерированный результат обработки файла, состоящий из набора HTML, JS и CSS файлов. Результат обработки файла зачастую имеет слишком большой размер (к примеру, 400-х страничный документ может иметь размер около 50 мегабайт), что не позволяет хранить его в оперативной памяти, поэтому в качестве хранилища результатов анализа документов используется жесткий диск. В данном случае используется реляционная СУБД, которая обеспечивает быстрое добавление и считывание данных.

После завершения работы пользователя с представлением необходимо удалять из БД результаты обработки файла. Для этого используется демон-планировщик `cron`, который регулярно запускает скрипт, очищающий БД от неиспользуемых данных.

Выводы

В статье описан интерфейс системы и ключевые моменты при реализации программных средств для просмотра текстовых заимствований. На данный момент, программные средства используются на сайте <http://like.exactus.ru>. В дальнейшем планируется внедрение пользовательских профилей для продолжения работы с документом без повторного анализа.

Литература

1. Зубарев Д. В. Поиск потенциального плагиата на основе метода многокритериальной оценки сходства текстов // Труды III Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием ТПСА. 2014. Том 2, С. 148-157
2. Zubarev, D., Sochenkov, I.: Using Sentence Similarity Measure for Plagiarism Source Retrieval — Notebook for PAN at CLEF 2014. In: CEUR Workshop Proceedings, CEUR-WS.org, Eds. L. Cappellato, N. Ferro, M. Halvey and W. Kraaij. 2014. P.p. 1027–1034, / [Электронный ресурс] URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1180/CLEF2014wn-Pan-ZubarevEt2014.pdf>, (дата обращения 22.09.2014)
3. Aho A. V., Corasick M. J. Efficient string matching: an aid to bibliographic search // Communications of the ACM. – 1975. – Т. 18. – №. 6. – С. 333-340.
4. Официальный сайт веб-сервера Apache 2 (<https://httpd.apache.org/>)

APPLICATION FOR VISUALIZATION OF REUSED FRAGMENTS

Isakov V.A.

The Russian State University for the Humanities, e-mail: visakov@isa.ru

Abstract: *The article is devoted to the development of software tools for visualization of the founded reused fragments and information about their sources. The developed application works via web-browser and allows to work with large documents preserving the original view.*

Key words: displaying reused fragments, plagiarism detection, asynchronous web service.

МОДЕЛЬ ДИСКУРСА НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ТЕКСТА В ЗАДАЧЕ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Каменская М.А.

Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, mak@isa.ru

В работе предложена оригинальная модель дискурса текста, описывающая структурные разделы научно-технического текста и отношения между ними. Предлагаемая модель выделяет в научном тексте структурную, дискурсивную и целевую информацию.

Ключевые слова: обработка естественного языка, извлечение информации, анализ дискурса, модель дискурса.

Введение

Многие задачи автоматической обработки текстов, в частности задача извлечения информации, требуют учета структуры текста, последовательности изложения и взаимосвязи лингвистических конструкций (высказываний, предложений, абзацев). В связи с этим становится актуальным компьютерный анализ дискурса текста, направленный на выделение в тексте на естественном языке структурных элементов различных типов, их классификацию и установление связей между ними.

Особое внимание исследователей уделяется анализу научного дискурса, поскольку научные тексты представляют собой богатый источник неструктурированных знаний, и извлечение информации из указанных текстов является актуальной проблемой. Однако большинство существующих исследований в области компьютерного анализа дискурса текстов принадлежат зарубежным авторам, а в России подобным работам уделяется значительно меньше внимания.

Существующие модели дискурса

Достаточно много зарубежных исследований посвящено моделированию дискурса научных текстов и разбиению их на логические зоны (argumentative zones) или риторические зоны (rhetorical zones). Наибольшее распространение получили несколько моделей.

Первая модель argumentative zones (AZ) [1] выделяет в текст 7 категорий риторических зон:

1. цель (aim) – точная цель текущего исследования;
2. план (textual) – формулировки структуры глав;
3. текущая работа (own) – нейтральное описание текущей работы (методологии, результаты, обсуждения результатов);
4. сведения общего характера (background) – общепризнанные научные сведения;
5. сравнение (contrast) – сравнение положений текущей работы с другими работами, описывающее слабые стороны других работ;
6. основа (basis) – формулировки, в которых автор соглашается с результатами, полученными в предшествующих работах;
7. другие работы (other) – нейтральное описание работ других исследователей.

Данная модель направлена в большей степени на поиск взаимосвязи текущего исследования с предшествующими работами и не охватывает структуру научного текста в полном объеме. Основной принцип этой схемы базируется на вопросе «кому принадлежит заявленное знание: автору текущего исследования, автору предшествующей (цитируемой) работы или не принадлежит никому и является общим положением».

Эта модель была взята за основу во многих работах, посвященных выделению логических зон в текстах на естественном языке, и неоднократно дорабатывалась и

модернизировалась под другие предметные области и под различные задачи [2-5]. Наиболее активно подобная схема используется в задачах автоматического составления аннотаций научных статей и списка цитирований.

Вторая модель, Core Scientific Concepts (CoreSC) [4], в отличие от AZ модели, рассматривает научную статью с точки зрения содержания исследования. Данная модель включает 11 различных категорий: гипотеза, мотивация, основные положения, цель, объект исследования, метод, модель, эксперимент, наблюдения, результат, вывод. Схема является трехуровневой: на первом уровне описаны категории, к которым принадлежат размечаемые концепты, на втором – свойства концептов (такие как «новый», «старый», «преимущество», «недостаток»), на третьем уровне – уникальные идентификаторы, которые объединяют сущности, принадлежащие одному и тому же концепту.

Разработанная модель дискурса

Предлагаемая в настоящем проекте модель дискурса разработана для задачи извлечения целевой информации из научных текстов и комбинирует модели argumentative zones (AZ) и Core Scientific Concepts (CoreSC), расширяя их разметкой структурных и целевых зон. Таким образом, данная модель включает три уровня:

1. На первом уровне выделяются структурные зоны в тексте, т.е. аннотация, список авторов, аффилиация, ключевые слова, введение, основная часть, заключение, список литературы и др.
2. На втором уровне выделяются логические зоны: гипотеза, цель, объект, модель, метод, обзор, актуальность, эксперимент, результат, выводы, наблюдения, будущая работа.
3. Третий уровень предназначен для целевой разметки. В данной работе под целевой разметкой предполагалось выделение авторских определений и формулировок результатов исследования.

В предлагаемой схеме структура научного документа рассматривается с объектно-ориентированной точки зрения. Основным объектом при анализе в данной модели является документ, а все выделяемые аннотации представляются его атрибутами. Атрибут может иметь стандартное номинальное значение (например, строка текста), являться композицией стандартных значений (список номинальных значений) или быть составным объектом другого типа. Каждый выделенный объект получает свой уникальный ID-номер. Для каждого объекта-документа определяется его предметная область и тип документа (статья-исследование, обзорная статья, автореферат).

Концепты структурного уровня стандартны и не требуют подробного описания. Поясним концепты, выделяемые на дискурсивном уровне.

Концептом «Цель» обозначаются предложения, в которых говорится об основной проблеме, решаемой в исследовании. «Актуальностью» размечаются предложения, показывающие важность исследования. Под «гипотезой» подразумеваются все высказывания, которые еще не были подтверждены теоретически или экспериментально, а являются лишь предположением. «Объектами» исследования являются сущности, для которых автор исследования ведет поиск новых знаний. К «обзору» относятся все предложения, описывающие общие сведения о ранее проведенных исследованиях. Концепт «модель» или «метод» получают все высказывания, описывающие структуру исследования или способ достижения результата исследования соответственно. Предложения, характеризующие технику проведения эксперимента, выделяются как «эксперимент». Концепт «наблюдения» выделяет предложения с описанием данных или явлений, зафиксированных в ходе исследования, и их обсуждение. «Результат» описывает выходные данные эксперимента. «Вывод» – итоговые заключения по результатам исследования. Каждый из концептов дискурсивного уровня разметки может встретиться в тексте несколько раз или не встретиться вообще.

Каждый концепт в схеме обладает своей приоритетностью, которая учитывается в процессе разметки текста в спорных ситуациях, когда в одном предложении речь идет сразу о двух концептах. Приоритетность концептов основывается на важности каждого из них и предполагаемой частоте встречаемости в тексте: чем реже концепт может встречаться в текстах, тем он приоритетней.

Как уже упоминалось выше, на уровне целевой разметки в данной работе выделяются авторские определения и результаты. Под определением подразумеваются некоторые понятия, оформленные при помощи специальных языковых средств.

Определение каждого нового понятия выделяется как отдельный объект со своим уникальным id-номером, если оно описывает разные сущности. Размечается определение двумя концептами: определяемое понятие и дефиниция – фрагмент текста, определяющий понятие. Концепт «Результат» на уровне целевой разметки отличается от одноименного концепта в структурной разметке своей атомарностью.

Выводы

В работе рассмотрена модель научного дискурса, комбинирующая модели *argumentative zones (AZ)* и *Core Scientific Concepts (CoreSC)*, и расширяющая их структурной и целевой разметкой. Предлагаемую схему планируется применять к задаче извлечения целевой информации из текстов. Предполагается, что взаимодействие различных типов извлекаемой информации должно повысить качество решения задачи извлечения целевой информации из научных текстов.

Литература

1. *Teufel S., Moens M.* Summarizing scientific articles: experiments with relevance and rhetorical status // *Computational linguistics*. – 2002. – Vol. 28. – №. 4. – Pp. 409-445.
2. *Mizuta Y. et al.* Zone analysis in biology articles as a basis for information extraction // *International journal of medical informatics*. – 2006. – Vol. 75. – №. 6. – Pp. 468-487.
3. *Teufel S., Siddharthan A., Batchelor C.* Towards discipline-independent argumentative zoning: evidence from chemistry and computational linguistics // *Proceedings of the 2009 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing: Volume 3-Volume 3*. – Association for Computational Linguistics. – 2009. – Pp. 1493-1502.
4. *Liakata M. et al.* Corpora for the Conceptualisation and Zoning of Scientific Papers // *LREC*. – 2010.
5. *Chang J. et al.* Learning Sentential Patterns of Various Rhetoric Moves for Assisted Academic Writing. – 2015.

DISCOURSE MODEL OF SCIENTIFIC TEXTS FOR INFORMATION EXTRACTION

Kamenskaya M.A.

Institute for Systems Analysis, Federal Research Center "Computer Science and Control" of Russian Academy of Sciences, mak@isa.ru

A new original text discourse model was proposed. The model describes the structural zones of the scientific and technical text and the relationships between them. It includes extraction of structural, discourse and target information from scientific texts.

Key words: natural language processing, information extraction, discourse analysis, discourse model.

ПРИНЦИПЫ РИТОРИЧЕСКОЙ РАЗМЕТКИ ТЕКСТОВ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Кобозева М.В.

Институт системного анализа ФИЦ ИУ РАН, mvharitonova@yandex.ru

Работа посвящена обзору существующих методов представления дискурсивной структуры, а также их дальнейшему практическому применению. Целями исследования является адаптация Теории риторических структур к русскому языку и создание корпуса текстов с дискурсивной разметкой в рамках данной теории.

Ключевые слова: анализ дискурса, дискурсивная структура, теория риторических структур, корпусная разметка.

Введение

Основные разделы лингвистики выделяются соответственно тому уровню языка, которому они посвящены: фонетика, морфология, синтаксис. Эти уровни образуют иерархическую структуру, и чем выше уровень, тем более крупными единицами оперирует соответствующая дисциплина. На вершине этой иерархии находится дискурсивный анализ: он выходит за рамки предложения (единицы синтаксического уровня).

В последнее время возрастает интерес к дискурсивному анализу в области компьютерной лингвистики, так как он может быть применим для решения таких актуальных задач обработки текста, как автоматическое реферирование, извлечение информации, определение жанровой принадлежности текста, генерация текстов, в области машинного перевода и др. Помимо лингвистических задач, возможно, например, медицинское применение дискурсивного анализа – неврологическая диагностика [1].

Теории дискурса

Существует несколько различных подходов к представлению дискурсивной структуры. Наиболее известные из них это – Penn Discourse Treebank [2] и Rhetorical Structure Theory (Теория риторических структур) [3]. Принципиальным отличием теории Penn Tree Bank является то, что для определения дискурсивных связей авторы пользуются лексическим критерием: дискурсивное отношение в их понимании имеет эксплицитное выражение – лексический маркер (чаще всего это союзы и вводные слова). В качестве аргументов отношения может выступать одна или несколько клауз. При этом дискурсивная разметка необязательно представляет собой единое дерево для всего текста.

Однако более перспективной нам представляется Теория риторических структур (TRC) В. Манна и С. Томпсон, упомянутая выше [3]. Это теория, созданная в 1980-х годах, описывает иерархическую организацию текста. Предполагается, что каждая единица дискурса (в базовом варианте – клауза) связана риторическим (или дискурсивным) отношением по крайней мере с одной другой единицей и является узлом дискурсивного дерева. Внутри отношения дискурсивная единица может выступать в роли ядра (основной части) или сателлита (сопутствующей части). В зависимости от распределения этих ролей отношения делятся на ассиметричные (одноядерные) и симметричные (мультиядерные). Так как авторы TRC оставляют другим исследователям возможность варьировать список отношений, в разных работах длина списка может существенно различаться (количество отношений может достигать 80-ти), однако базовый набор включает 23 отношения. Приведем некоторые из них: одноядерные – причина, следствие, антитеза, детализация, оценка, обстоятельство, резюме и др.,

мультиядерные – контраст, сравнение, переформулировка и др. В ТРС риторические отношения определяются на основе функциональных и семантических признаков, поэтому наличие формальных признаков (лексических маркеров) для определения того или иного отношения факультативно.

Принципиальной особенностью ТРС является тот факт, что аргументами отношений могут быть как элементарные дискурсивные единицы, так и единицы более высокого уровня, т.е. другие риторические отношения. Поэтому на разных уровнях иерархии используются одни и те же риторические отношения.

Несмотря на то, что за рубежом уже существует огромное количество исследований в рамках теории риторических структур, для русского языка вопросам построения дискурсивной структуры текста посвящено крайне мало работ. На сегодняшний день едва ли не единственным размеченным корпусом является корпус устных текстов, созданный А.А. Кибриком и его коллегами (корпус детских рассказов о сновидениях) [4]. Однако корпусов письменных текстов с риторической разметкой на русском языке до сих пор не существует.

Риторическая разметка для текстов на русском языке

В данной работе разрабатывается теоретическая основа для дискурсивной разметки текстов на русском языке в рамках Теории риторических структур. В общем варианте анализ риторической структуры текста делится на два этапа: выделение элементарных дискурсивных единиц (ЭДЕ) и установление отношений между ними. Поэтому в исследовании, прежде всего, дается определение ЭДЕ, а так же выделяются критерии ее выделения. Базовым вариантом ЭДЕ является клауза, т.е. предикация, поэтому в качестве отдельной ЭДЕ выделяются все части предложения, содержащие сказуемое, включая однородные сказуемые. Исключением являются придаточные изъяснительные, не входящие в состав предложения с косвенной речью. В некоторых случаях выделение той или иной единицы зависит от ее семантики. Так, как отдельные ЭДЕ выделяются дееспричастные обороты и предложные группы со значением: причины, цели, сопутствующих и предшествующих действий.

Следующей задачей исследования является определение списка отношений, так как в различных работах их состав и количество могут существенно различаться. Опираясь на базовую работу Теории риторических структур В. Манна и С. Томпсон [3] и на инструкцию к разметке Л. Карлсона и Д.Марку [5], а также отталкиваясь от собственного пробного опыта разметки, мы выделили следующий список отношений:

- Одноядерные (фон, причина, следствие, вывод, подготовка, условие, уступка, антитеза, детализация, цель, оценка, обоснование, решение, мотивация, источник).
- Мультиядерные (контраст, сравнение, контраст, последовательность, переформулировка).

Все вышеназванные критерии и определения стали основой для разработки инструкции по дискурсивной разметке русскоязычных текстов. В качестве материала для корпуса были выбраны 30 текстов различных жанров из корпуса СинТарРус. Для построения риторических деревьев используется открытый он-лайн разметчик, разработанный А.Зельдесом, Джорджтаунский университет [6].

Кроме того, в рамках данного исследования ведется работа по созданию списка лексических маркеров риторических отношений, а также по выявлению соотношения этих маркеров с конкретными риторическими отношениями.

Заключение

Создание русскоязычного корпуса текстов с риторической разметкой является очень важной и востребованной задачей. На данном этапе работы необходима доработка инструкции по дискурсивной разметке, а также уточнение состава риторических

отношений. В дальнейшем этот корпус будет использован при разработке дискурсивного парсера для русского языка. Предполагается, что данный парсер будет работать на основе правил, учитывающих в том числе и дискурсивные маркеры, а также на основе методов машинного обучения. Такой дискурсивный парсер будет использован для решения множества задач обработки текстов на русском языке.

Литература

1. *Кибрик А. А.* Анализ дискурса в когнитивной перспективе //Дисс.... докт. филол. наук. – 2003.
2. *Miltsakaki E. et al.* The Penn Discourse Treebank //LREC. – 2004.
3. *Mann W. C., Thompson S. A.* Rhetorical structure theory: Toward a functional theory of text organization. // Text, 1988, Vol. 8, №. 3, pp.243-281.
4. *Кибрик А. и др. (ред.).* Рассказы о сновидениях: Корпусное исследование устного русского дискурса. – Litres, 2014.
5. *Carlson L., Marcu D.* Discourse tagging reference manual //ISI Technical Report ISI-TR-545. – 2001. – Т. 54.
6. rstWeb - Browser Annotation of Rhetorical Structure Theory: <https://corpling.uis.georgetown.edu/rstweb/info/>

PRINCIPLES OF A RHETORICAL ANNOTATION OF TEXTS IN RUSSIAN LANGUAGE

Kobozeva M.V.

Institute for Systems Analysis, FRC CSC RAS, mvharitonova@yandex.ru

This paper presents the review of methods of discourse analysis and practical application of them. We describe our attempt to apply of Rhetorical Structure Theory for Russian language and creation of discourse-annotated corpus of texts in the framework of this theory.

Key words: organization of discourse, discourse structure, rhetorical structure theory, annotation, corpus.

АНАЛИЗ ИНВАРИАНТНЫХ МОМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ МАСШТАБИРОВАНИЯ И ВРАЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Нгуен Зуй Тхань

Российский университет дружбы народов, nguyenduythanh1410@gmail.com

Рассматриваются моменты Ну и приводятся доказательства их инвариантности для цифровых моделей изображений. Дается анализ чувствительности моментов при выполнении преобразований над реальными изображениями.

Ключевые слова: моменты Ну, инварианты, геометрические преобразования, изображение, пространственное разрешение.

Введение

Инвариантные свойства моментов впервые были изучены математиком Ну для бинарных изображений. В работе [1] им получены шесть независимых ортогональных моментов и один составной, которые являются инвариантами не только по отношению к положению, масштабу и ориентации, но также и к параллельным проекциям изображения. В настоящей работе проводится проверка (путем прямого доказательства) инвариантности этих моментов относительно масштабирования и вращения изображения в предположении, что изображения представлены непрерывными функциями и без шумов (помех).

Инвариантный подход к распознаванию является одним из немногих подходов, допускающих точную математическую постановку задачи и позволяющих вырабатывать понятия классов объектов для решения задачи распознавания. Инварианты обладают способностью к обобщению, что является необходимым атрибутом искусственного интеллекта, например искусственных нейронных сетей [2]. В работе [3] были предложены семь моментов инвариантных к группе аффинных преобразований для полутоновых изображений.

В настоящее время теория, основанная на поиске интегральных инвариантов, получает дальнейшее развитие, например в сторону анализа 3D-изображений. Однако реальные изображения в практических случаях не являются непрерывными и содержат шумы, для обработки на ЭВМ они квантуются конечным числом пикселей в дискретных координатах. Шум может быть добавлен к изображению (аддитивно, мультипликативно, случайно) в результате различных факторов, вносимых, например, несовершенными фото и видео – камерами или в процессе передачи изображений по зашумленным каналам связи. Искажения вносятся также в результате выполнения преобразований вычислительными системами ограниченной разрядности. В этих условиях, имеющиеся ошибки и искажения неизбежно отражаются на результатах вычисления моментов Ну. Т.к. моменты могут изменяться в процессе геометрического или яркостного преобразования изображения или во время приема-передачи, то возникает вопрос о возможных размерах отклонений, который, по-видимому, ранее никогда не был систематически изучен для геометрических преобразований.

Моменты Ну и доказательство их инвариантности

Инвариантность моментов Ну можно доказать методом прямой подстановки соответствующих преобразований и коэффициентов в выражения для моментов и последующего выполнения эквивалентных преобразований. Для бинарных изображений следует провести исследования по отношению к группе аффинных преобразований. При этом будем работать фактически с математическими моделями изображений, когда не происходит потери или напротив появления новых точек или шумов, а также отсутствуют ограничения по точности их представления.

Доказательство инвариантности к операциям сдвига вдоль осей координат не представляет затруднений. Проверка инвариантности моментов к операции масштабирования содержится, например, в работе [4].

Покажем, что моменты Ну ($m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$) являются инвариантами к операции поворота изображения вокруг начала координат. Для этого воспользуемся выражением для центральных моментов бинарного изображения

$$m_{pq} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x)(y_i - y)^q,$$

Где $p+q \leq 3$, (x_i, y_i) - искомая точка изображения, (x, y) - центр изображения, N - число точек изображения.

$$\begin{aligned} m_1 &= m_{20} + m_{02} \\ m_2 &= (m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2 \\ m_3 &= (m_{30} - 3m_{12})^2 + (3m_{21} - m_{03})^2 \\ m_4 &= (m_{30} + m_{12})^2 + (m_{21} + m_{03})^2 \\ m_5 &= (m_{30} - 3m_{12})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})^2] + \\ &+ (3m_{21} - m_{03})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2] \\ m_6 &= (m_{20} - m_{02})[(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2] + 4m_{11}(m_{30} + m_{12})(m_{21} + m_{03}) \\ m_7 &= (3m_{21} - m_{03})(m_{30} + m_{12})[(m_{30} + m_{12})^2 - 3(m_{21} + m_{03})^2] - \\ &(m_{30} - 3m_{12})(m_{21} + m_{03})[3(m_{30} + m_{12})^2 - (m_{21} + m_{03})^2] \end{aligned}$$

Выполним проверку, без потери общности, на одном примере.

Проверка инварианта m_1

$$m_1 = m_{20} + m_{02} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]$$

Подставив соответствующее преобразование поворота точек изображения вокруг начала координат на угол α получим:

$$m_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\left((x_i \ y_i) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} - (x \ y) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \right)^2 + \left((x_i \ y_i) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} - (x \ y) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \right)^2 \right]$$

Достаточно воспользоваться утверждением:

$$\begin{aligned} &\left((a \ b) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \right)^2 + \left((a \ b) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \right)^2 \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

и рассмотреть выражение в квадратных скобках

$$\begin{aligned} &\left((x_i \ y_i) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} - (x \ y) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \right)^2 + \left((x_i \ y_i) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} - (x \ y) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \right)^2 = \\ &= \left((x_i - x \ y_i - y) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \right)^2 + \left((x_i - x \ y_i - y) \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \right)^2 = \\ &= (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 \end{aligned}$$

Таким образом, выражение в скобках является инвариантом, что и требовалось доказать.

Аналогично проводится проверка для других моментов, что требует несколько большего объема преобразований. Эти доказательства в настоящей работе не приводятся ввиду их громоздкости.

Чувствительность моментов Ну к искажениям реальных изображений

При обработке реальных изображений приходится выполнять над ним различные преобразования сдвига, масштабирования и вращения. Поскольку изображения являются дискретными, то при отображении изображения на ограниченную сетку возможно появление искажений. Только целочисленный сдвиг изображения без искажений отображает позицию каждого пикселя входного изображения в новое положение в выходном изображении, что не приводит к изменению инвариантных моментов Ну. Преобразование масштабирования применяется для уменьшения или увеличения размера изображения. Уменьшение приводит к слиянию (пропаданию) точек, а увеличение – к прореживанию изображения, которое устраняется методами интерполяции. Оператор поворота отображает положение каждого пиксела на новое положение, повернув его на заданный угол, что, в условиях ограниченной целочисленной решетки, также ведет к появлению искажений. Для устранения искажений применяются различные методы линейной, билинейной и бикубической интерполяции. При возникновении посторонних шумов применяются различные фильтры.

Для практической проверки влияния поворотов изображения на моменты Ну были проведены эксперименты с изображением размером 320 x 156. Результаты влияния вращения на моменты Ну, показаны на рис. 1.



Рис.1. Изображения для экспериментов

Так как вращение реального изображения приводит к его искажению, моменты также изменяются и, строго говоря, перестают быть инвариантами.

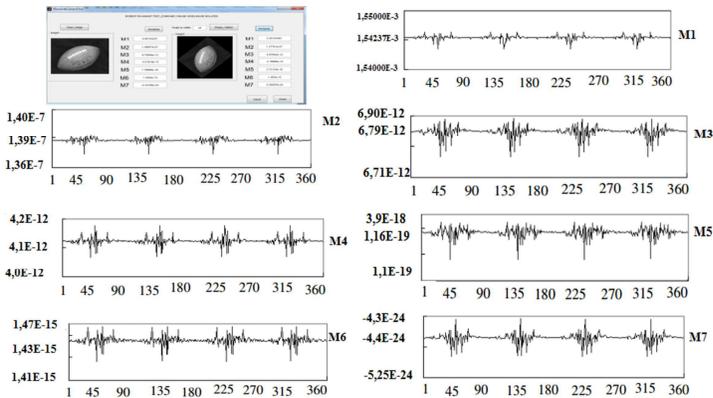


Рис.2. Момент инварианты изображение вращение из 1^0 до 360^0

На рис.2 представлены результаты вычисления моментов при поворотах изображения на углы от 1° до 360° . Из экспериментов видно, что наибольшие искажения имеют место, когда угол поворота близок к 45° , 135° , 225° и 315° градусов. В то же время влияние становится более слабым при поворотах на углы близкие к 90° , 180° , 270° и 360° градусов.

Выводы

В настоящей работе представлен анализ моментов H_u при выполнении поворотов над модельными и реальными изображениями. Показано, что при работе с математическими моделями, связанными с выполнением группы аффинных преобразований, моменты H_u являются инвариантами. Моменты перестают быть инвариантами, когда проводятся преобразования над реальными изображениями, не являющимися непрерывными функциями или когда они подвержены влиянию шумов. Эти факты следует учитывать при решении задач распознавания графических образов. Выполненные исследования носят предварительный характер и будут продолжены для получения статистически значимых результатов и оценок.

Работа выполнена в рамках проекта Программы фундаментальных исследований ОНИТ 1 РАН «Интеллектуальные информационные технологии, системный анализ и автоматизация».

Литература

1. Ming-Kuei H. Visual pattern recognition by moment invariants. – Information Theory, IRE Transactions, 1962, vol. 8, pp.179-187.
2. Шмидт А.А. Инвариантные методы в теории распознавания изображений. – Дисс. на соиск. учен. степени канд. ф.-м.н., 1984. – 164 с.
3. Wong R. Y. Scene matching with invariant moments. – Computer Graphics and image processing, 1978, vol.8, pp.16-24. ,
4. Абрамов Н.С., Фраленко В.П. Определение расстояний на основе системы технического зрения и метода инвариантных моментов. – Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2012, с.32-39.

THE EVIDENCE AND ANALYSIS MOMENT INVARIANTS H_U 'S IMAGE SCALING AND ROTATION

Nguyen Duy Thanh

Peoples' Friendship University of Russia, nguyenduythanh1410@gmail.com

Submit the moment of H_u and evidence of their invariance. Analysis the change of moment invariants in image geometric transformations.

Keywords: H_u moment invariant, image transformation, the spatial resolution.

РАЗРАБОТКА И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО КОНТЕНТА ДЛЯ СИСТЕМЫ ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ УСЛУГ

Новикова Г.М. Янгутова С.Ч.

Российский университет дружбы народов, novikova_gm@mail.ru, soighina@mail.ru

Рассматривается информационный контент для автоматизированной системы предоставления электронных услуг, показана взаимосвязь документов, пакетов документов и электронных услуг, иерархия понятий в информационном пространстве, а также представлены фрагменты модели базы данных.

Ключевые слова: база данных, документ, информационный контент, онтология, пакет услуг, электронная услуга, ISA и SQN иерархии, MySQL.

Введение

Сегодня создание онтологии предметной области и систематизация информационного контента являются важнейшими составляющими процесса проектирования любой прикладной информационной системы, в том числе и системы предоставления электронных услуг. Установление иерархии между понятиями, поддержка таксономии классов позволяет производить автоматизированную обработку информации, не нарушая ее целостности и полноты [1].

Базовой составляющей системы предоставления электронных услуг является понятие «документ», который представляет собой не только средство коммуникации и инструмент взаимодействия между участниками процесса предоставления услуги [2], но и конечную цель электронной услуги. Таким образом, актуальной является задача создания онтологии документов и реализация механизмов наследования информации при работе с документами.

Взаимосвязь документов в системе предоставления электронных услуг

Все электронные услуги можно разделить на несколько тематических разделов, например: жилье, семья, транспортные средства, собственность, здоровье и т.д. В свою очередь, в разделе семья существуют такие услуги, как регистрация брака, регистрация рождения ребенка, запись ребенка в детский сад и школу и т.д. Для реализации каждой из перечисленных услуг требуется сформировать пакет документов. Пример схемы в системе управления базами данных MySQL для пакета документов «предоставление медицинских услуг» приведен на рис. 1.

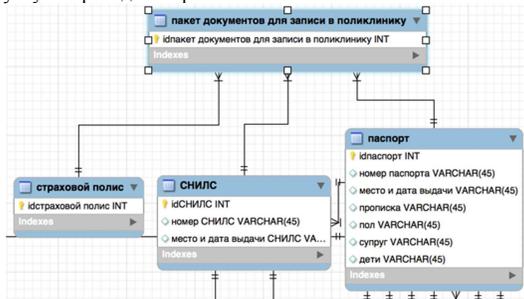


Рис. 1 Пакет документов «предоставление медицинских услуг»

Пересечение документов различных пакетов документов не пусто. В то же время существует класс «персональные документы» (рис. 2), которые необходимо предоставлять с целью получения электронной услуги, например, при просмотре и

оплате штрафов ГИБДД, регистрации машины, записи ребенка в школу. Персональный документ также может быть целью предоставления услуги, например, в перечень государственных услуг входят такие услуги, как выдача загранпаспорта, свидетельства о рождении ребенка, свидетельства о расторжении брака. Таким образом, персональный документ может быть как входным, так и выходным документом бизнес-процесса предоставления услуги. Заметим, что свидетельство о рождении ребенка входит в пакет персональных документов ребенка, а между пакетами документов родителей и ребенка установлена соответствующая связь.

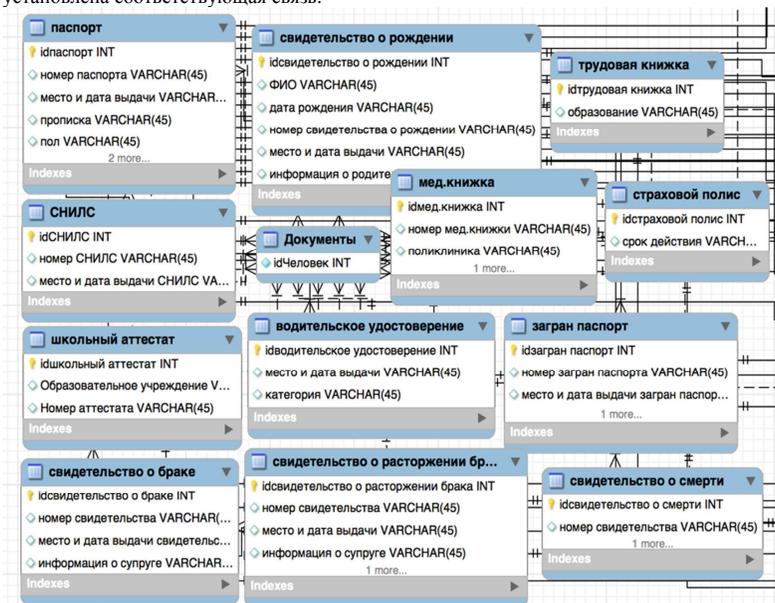


Рис. 2 Фрагмент схемы базы данных «персональные документы»

Поддержка ISA и SQN иерархий в информационном пространстве

Информация системы предоставления электронных услуг должна обладать такими свойствами, как полнота, непротиворечивость, достоверность, что достигается правилами ведения информационного контента: одноразовый ввод информации, установления ISA и SQN иерархий на множестве понятий, поддержка механизмов наследования. В частности, документы, входящие в ISA иерархию могут наследовать как структуру, так и значения понятия более высокого порядка. Например, персональные данные, введенные клиентом, наследуются в его персональных документах. Задача механизмов наследования - исключить возможность искажения информации при повторном вводе, исключить случаи дублирования информации, автоматизировать процесс сбора информации и формирования пакета документов для предоставления услуги, автоматизировать процесс определения недостающей информации для реализации услуги. Пакет документов связан с «персональными документами» отношением «часть-целое», тогда как последние являются подклассом главного класса «электронный документ» [3]. Персональные документы, а также сформированные пакеты документов для предоставления электронной услуги наследуют структуру класса и составляют информационный контент для зарегистрированных

пользователей системы. В то же время поддержка жизненного цикла персонального документа включает механизмы актуализации информации и сохранения истории ее изменения.

Заключение

Рассмотренная систематизация понятий, поддержка логических связей и механизмов наследования между сегментами информации реализуется в создаваемой пилотной системе предоставления электронных услуг, где документ рассматривается как результат и как источник информации и необходимое условие для предоставления услуги. Предложенный подход охватывает не только сферу предоставления государственных услуг, но может использоваться в любой предметной области, где результатом услуги является «электронный документ».

Литература

1. Т. А. Гаврилова и др. Визуализация онтологий как инструмент приобретения знаний // Труды 4-го международного семинара по прикладной семiotике, семiotическому и интеллектуальному управлению ASC/IC'99. Москва - 1999- с. 34-41.
2. Г.М. Новикова Электронный документооборот как инструмент борьбы с бюрократией (плeнарный доклад) Материалы VI Всероссийского конгресса-практикума ИНФОДОКУМ. Москва-2008, с. 63-67.
3. <http://www.slideshare.net/sspchram/mo-req2-bodyv104ru003>- стандарт MoReq-2008- типовые требования к управлению электронными документами

DEVELOPMENT AND SYSTEMATIZATION OF INFORMATION CONTENT FOR A SYSTEM OF ELECTRONIC SERVICES PROVISION

Novikova G.M., Yangutova S.Ch.

Peoples' Friendship University of Russia, novikova_gm@mail.ru, soighina@mail.ru

The information content for an automated system of electronic services is discussed; the relationships between documents, document packages and electronic services are shown, as well as the hierarchy of concepts in the information content. A fragment of the database model is presented.

Keywords: database, document, content, information, electronic service, package of services, ISA and the SQN hierarchy, MySQL, ontology

СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕФЕРИРОВАНИЯ ТЕКСТА НА ПЕРСИДСКОМ ЯЗЫКЕ

Резаиан Н., Новикова Г. М.

Российский университет дружбы народов,
naeim.rezaian@hotmail.com, novikova_gm@mail.ru

Рассматривается подход к системе реферирования текста на персидском языке, дается краткий обзор существующих моделей реферирования, основанных на классических принципах, сравнение моделей реферирования, используемых в персидском языке, а также предлагается подход к реферированию, основанный на графах, TF-IDF и генетическом алгоритме.

Ключевые слова: реферирование, генетический алгоритм, TF-IDF, фитнес-функция.

Введение

В настоящее время людям для работы и жизни нужно все большее количество информации. Возможности интернета позволяют реализовывать эту потребность и делать информацию максимально доступной для человека. От идеи простого потребления информации мы переходим к идее ее ограничения, трансформации, которая позволит сделать это потребление максимально эффективным. Современные научные знания и компьютеры дают шанс решить информационную проблему перегрузки.

Одним из инструментов в решении этой проблемы выступает система автоматического реферирования. Цель системы автоматического реферирования текста - предоставление информации в строгом сочетании с требованиями пользователя. Процесс автоматического реферирования текста дает нам следующие возможности: самостоятельно определять объем и прогнозировать содержание реферируемого текста.

Обзор существующих моделей реферирования

Для классификации различных систем реферирования нет четкого пути. Некоторые исследователи выделяют три основных аспекта системы: *входной источник, цель реферирования и тип выходного текста.*

Входной источник различается по: языку – моноязыковой или мультязыковой; тематике – содержательная часть источника (новости, политика, celebrity и т.д.); источнику – монотематичный или мультитематичный; объему входной информации; формату входного источника (текст, аудио, видео и т.д.). *Цель реферирования различается по:* назначению реферирования (предупреждение, статистика, превью, общая информация, биография и т.д.); целевой аудитории – определение группы пользователей; типу использования - ориентация на уникальный или общеполитический запрос. *Тип выходного текста* различается по своим методологическим подходам. Возможно выделить два основных: *Интерпретация* (abstraction) – генерация абстракта с порождением нового текста, содержательно обобщающего первичный документ или документы, непредставленный явно в исходном тексте. Данный подход использует методы обработки естественного языка (NLP); *Извлечение* (extraction) – извлечение из исходного текста наиболее важных и существенных информационных блоков (абзацев, фраз, предложений).

Модели автоматического реферирования, используемые в персидском языке

На данный момент реализовано большое количество систем автоматического реферирования текста для английского, немецкого, шведского и т.д. языков. При исследовании моделей для персидского языка возможно выделение лишь трех систем автоматического реферирования текста: Farsisum, Parsumist, описывается в работе [3].

Предлагаемый метод системы автоматического реферирования текста

В нашей системе мы попытались устранить недостатки предыдущих систем автоматического реферирования для персидского языка. В предлагаемой модели используется метод извлечения. Первый этап предлагаемого подхода связан с обработкой текста и приведением его к стандартному виду с помощью процедуры нормализации, лемматизации текста и стемминга. Второй этап предполагает использование алгоритма TF-IDF для определения частотности термина (TF) и обратной частотности документов (IDF), рассчитываемые по формулам:

$$tf_{i,j} = \frac{freq_{ij}}{\max_i freq_{i,j}}, \quad idf_i = \log\left(\frac{N}{n_i}\right) \quad (1)$$

После этого этапа следует расчет веса каждого слова в каждом предложении по следующей формуле:

$$W_{i,j} = tf_{i,j} * idf_i \quad (2)$$

Для расчета веса слов в заголовке текста, а также при определении веса ключевых слов текста используется формула

$$W_{i,j} = \left(0.5 + \frac{0.5 * freq_{i,q}}{\max_i freq_{i,q}}\right) * idf_i \quad (3)$$

где q - указывает на заголовки и ключевые слова. На третьем этапе работы системы предполагается построение двух матриц сходства. Вес слов основного текста по формуле

$$sim(s_m, s_n) = \frac{\sum_{i=1}^t w_{im} * w_{in}}{\sqrt{\sum_{i=1}^t w_{im}^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^t w_{in}^2}}, \quad sim(s_j, q) = \frac{\sum_{i=1}^t w_{i,j} * w_{i,q}}{\sqrt{\sum_{i=1}^t w_{i,j}^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^t w_{i,q}^2}} \quad (4)$$

Затем идет этап, связанный с присвоением весовых коэффициентов к ориентированному графу, который производится следующим образом

$$\forall (s_i, s_j) \in E, W(s_i, s_j) = sim(s_i, s_j), \forall i < N: sim(s_i, s_i) = 0, \forall i, j < N: sim(s_j, s_i) = 0 \quad (5)$$

После чего необходимо рассчитать три фактора: сходство с заголовком (TRF), преемственность текста (CF), читаемость текста (RF). Для расчета TRF необходимо для начала высчитать TR – среднее значение сходства каждого предложения с заголовком. Результаты TRF близкие к единице говорят о схожести предложения и заголовка, результаты близкие к нулю свидетельствуют об обратном. Формулы для расчета TR и TRF

$$TR_s = \frac{\sum_{s_j \in \text{summary}} sim(s_j, q)}{s}, \quad TRF_s = \frac{TR}{\max \forall \text{summary}(TR)} \quad (6)$$

Фактор преемственности говорит о связанности предложений в тексте между собой. Для расчета CF высчитываем C – среднее значение сходства всех предложений текста. Если значение CF возрастает, значит предложения в тексте связаны между собой и последовательны, значения, приближающиеся к нулю, говорят об обратном.

$$C_s = \frac{\sum_{s_i, s_j \in \text{summary}} \text{subgraph } W(s_i, s_j)}{N_s}, \quad N_s = (S - 1) + (S - 2) + \dots = \frac{(S) * (S - 1)}{2} \quad (7)$$

$$CF_s = \frac{\log(C * 9 + 1)}{\log(M * 9 + 1)}, \quad M = \max_{i, j \leq N} sim_{i,j} \quad (8)$$

Расчет фактора читаемости текста представляется для нас самым сложным. Документ с высоким фактором читаемости должен быть высоко последовательным. Это предполагает, что два предложения с самой высокой степенью сходства наиболее тесно связаны друг с другом, в свою очередь, второе и третье предложение, третье и четвертое и т.д. имеют такие же взаимосвязи, что позволяет тексту выстроиться в стройную и последовательную цепь.

$$R_s = \sum_{0 \leq i < S} W(s_i, s_{i+1}), \quad RF_s = \frac{R_s}{\max_{\forall i} R_i} \quad (9)$$

После подсчета всех факторов последним шагом в процессе реферирования будет подсчет для генетического алгоритма фитнес-функции. Благодаря присвоению различных дополнительных параметров (α, β, γ) различным факторам при подсчете фитнес-функции, мы можем варьировать значимость этих факторов для нашего реферата.

$$F = \frac{\alpha * TRF + \beta * CF + \gamma * RF}{\alpha + \beta + \gamma}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1, 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (10)$$

При запуске генетического алгоритма работа продолжается до тех пор, пока не будет найдена оптимальная фитнес-функция. Завершает процесс реферирования выстраивание выбранных предложений в порядке исходного текста.

Заключение

Данное исследование системы автоматического реферирования текста на персидском языке рассматривает подход, который реализует инструменты алгоритма TF-IDF и генетического алгоритма совместно. Такой метод позволяет решить ряд проблем, возникающих в работе системы реферирования, которые связаны с особенностями персидского языка, спецификой написания и грамматических конструкций, что порождает некоторое количество ошибок в работе систем. Реализация нашего метода предполагает ряд поэтапных действий. Во-первых, проведение предварительной обработки текста: нормализации, лемматизации и стемминга. Этот этап решает проблемы, связанные с языковыми особенностями, приводя текст к единому монообразному виду. Этап использования при обработке текста алгоритма TF-IDF дает расчет трех ключевых факторов, таких как, сходство с заголовком (TRF), преобладание текста (CF), читаемость текста (RF). Этап использования генетического алгоритма позволяет достичь наиболее оптимального варианта в выборе выходного текста (настройка любой глубины сжатия текста), а также способствует максимально точному выбору настроек системы (параметры α, β, γ), полностью соответствующих запросу пользователя. Таким образом, данная система в полной мере реализует основные задачи системы автоматического реферирования текста.

Литература

1. Persian text summarizer, International Conference on Natural Language Processing, 2009
2. Mazdak N., Hassel M FarsiSum-a Persian Text Summarizer, Master thesis, Department of Linguistics, Stockholm University
3. Optimizing Persian Text Summarization Based on Fuzzy Logic Approach International Conference on Intelligent Building and Management Proc .of CSIT vol.5, (2011) IACSIT Press, Singapore.

AUTOMATIC TEXT SUMMARIZATION IN PERSIAN LANGUAGE

Rezaeian N., Novikova G.M.

*Peoples' Friendship University of Russia,
naeim.rezaeian@hotmail.com, novikova_gm@mail.ru*

The article concerns the approach to the system of text summarizing in the Persian language, in this paper review the existing summary models based on classical tradition briefly and gives the comparison of summary models used in Persian Language, in this method we use graphs, TF-IDF and genetic algorithm.

Key words: summarization, genetic algorithm, TF-IDF, Fitness Function.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА СБОРА И СТРУКТУРИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ МУЛЬТИЯЗЫЧНОГО ТЕЗАУРУСА НА ОСНОВЕ ЭНЦИКЛОПЕДИИ WIKIPEDIA

Осипенко М.А.

Российский университет дружбы народов, mark.osipenko@gmail.com

В работе описан один из методов структурирования информации на основе иерархических связей DOM (Document Object Model) дерева, который используется в анализе интернет-ресурсов. Такой метод имеет преимущество перед анализом информации на основе регулярных выражений, он более гибок и прост в обработке HTML страниц, однако обладает более длительным временем выполнения.

Ключевые слова: парсинг, тезаурус, Википедия.

Введение

Анализ интернет-страниц является важной частью процесса разработки ПО, нацеленного на получение больших массивов данных. В частности представляет интерес структурирование и быстрый доступ к определенным частям этого массива данных, а также возможность быстрого получения любого набора информации или отдельных ее единиц.

Данные, скачанные из требуемых ресурсов могут храниться в любом виде, например в txt файлах или наборе html страниц, однако такой формат хранения не позволяет быстро, а главное точно получить требуемую информацию, также проблемы с анализом могут возникнуть при работе с достаточно большими интернет-ресурсами, такими например как Википедия или Кинопоиск. По этой причине, удобным и рациональным решением будет хранение информации в базе данных. Также для этого процесса требуется определенное время непрерывной работы программы. Непрерывную работу может обеспечить локальный компьютер, но это неудобно с точки зрения пользователя, поэтому запуск программы производится на сервере.[2]

Данная работа представлена в виде программы реализованной с помощью подхода в первую очередь нацеленного на структурирование единиц информации отдельного источника, в качестве которого выступает интернет энциклопедия Википедия.

Процесс получения страницы содержащей необходимую информацию

Для получения большого набора очень похожих между собой данных, был разработан метод получения отдельных страниц ресурса Википедия, такая страница описывает: сущность, объект или дает определение слов. Так как на странице присутствует некий набор лишней информации (внешние ссылки, ссылки на картинки, внутренние якоря, ссылки на источники, шаблонные блоки страницы такие как шапка и футер сайта), то имеет смысл анализировать только те элементы которые представляют интерес, и будут выступать в качестве полезной информации. Создатели Википедии присвоили некоторым блокам html страницы классы по которым можно найти эти блоки используя метод поиска по DOM дереву веб-страницы, в свою очередь, блоки содержат интересующую нас информацию.

При обходе страницы срабатывают методы класса Page, которые выполняют поиск нужной информации на странице и сохраняют объект класса в базе данных, присваивая полям: идентификатор, информацию в формате txt, ссылку по которой был произведен поиск, а также категорию. Таким образом в БД сохраняется одна обработанная страница.

Почти все страницы на Википедии имеют категорию, поэтому помимо нахождения блока содержащего главный объем нужной информации необходимо определить к какой

категории относится данная страница, и если такой категории не существует создать ее. Нахождение категории на странице имеет четкие границы. Категории также заключены в блок с определенным классом, что упрощает поиск данных объектов, за поиск категории отвечает отдельный метод `detect_category` класса `Page`. Который, если в базе данных не находит категорию (объект класса `Category`) к которой принадлежит страница - создает ее. При этом сохраняя связь между страницей и категорией, а в случае обнаружения данной категории в БД присваивает принадлежность страницы к данной категории, посредством связи «многие-ко-многим».

Также, в демонстрационных целях был создан класс `Word`, который во время поиска на странице нужной информации находит определение или описание сущности страницы, иначе говоря объект класса `Word` содержит «определение» той информации которая отображена на странице. На Википедии некоторые статьи имеют очень большой объем текстовой информации, для того что бы не отображать всю информации и предназначен класс `Word`.

Однако каждый объект класса `Word` принадлежит одному объекту класса `Page` что обеспечивает быстрое обращение к полному набору информации полученной из отдельной страницы.

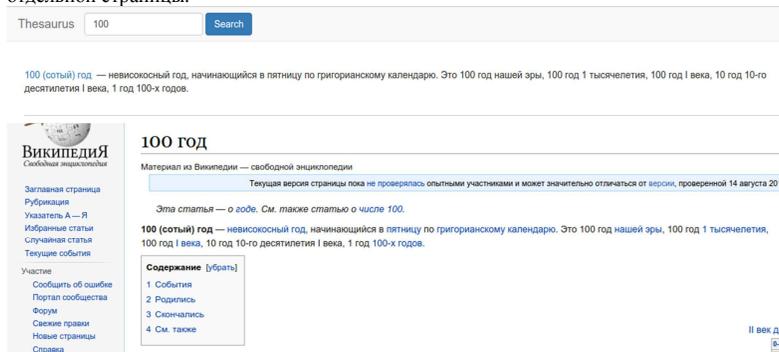


Рис 1. Пример сравнения объекта класса `Word` в приложении со страницей Википедии.

Все ссылки (выделенные в Википедии синим цветом) сохраняются как отдельные объекты класса `PageLink`.

Переход по страницам ресурса

Каждая страница Википедии содержит набор ссылок (внешних, внутренних, ссылок на другие домены Википедии и тд) который нужно отфильтровать для того что бы, во-первых: не парсить весь интернет, во-вторых: что бы снизить нагрузку на сервер, в-третьих что бы увеличить скорость работы программы и в-четвертых что бы получать только ту информации которая имеет ценность. В моем случае ценность представляет информация с двух поддоменов ресурса: `ru` и `en`, иначе говоря мультиязычный тезаурус будет содержать информацию на двух языках английском и русском. Так как Википедия это мультиязычная энциклопедия и она содержит множество страниц на других языках, то была необходимость в создании метода отличающего «нужные» ссылки, метод `detect_links`, класса `Page` обеспечивает поиск ссылок принадлежащих доменам `ru` и `en` в его основе используются регулярные выражения. Объект `PageLink` хранит в базе данных ссылки принадлежащие доменам `ru` и `en`. Благодаря таблице в БД содержащей только набор ссылок полученных из посещаемых программой страниц ресурса, можно создавать очередь для обхода всех ссылок. Таблица в БД содержащая объекты `PageLink`

заполняется во время анализа страницы, другими словами, Объект Page запускает метод который находит ссылки на странице и сохраняет их в базе данных. Это полный разбор одной страницы с получением всех ссылок на следующие страницы.

Нельзя предугадать время завершения создания одного объекта Page так как создание этого объекта завершается после того, как будут сохранены все ссылки найденные на странице, однако при сохранении(создании) каждой ссылки в БД запускается циклический процесс нахождения информации из этих ссылок, тем самым создается очередь из ссылок которые и будут заполнять базу данных. Такую очередь обеспечивает дополнительное ПО работающее асинхронно с сервером.[3]

Выводы

Анализатор представленный в работе имеет преимущества перед другими парсерами, он выступает в качестве шаблона и может быть использован для обработки различных веб-ресурсов, а не только Википедии, (исключение - ресурсы с необходимой регистрацией). Изменение шаблона ссылок по которым производится поиск обеспечивает эту гибкость. Был проведен эксперимент на сайтах Викисловарь, Луркоморье и соответственно Википедия, результат показал, что скорость выполнения программы в этих 3х случаях мало зависит от объема обрабатываемой информации, в большей степени на скорость влияет количества внутренних ссылок на странице которые нужно сохранять в БД. Тезаурус является словарем определений, который отображает связь между единицами человеческого языка[1]. В свою очередь его использование позволит упростить общение человека и машины. Полученные данные и связи между ними можно использовать в анализе и обработке текста машинами. Также он выступает в качестве упрощенного словаря доступ к которому можно получить с помощью любого устройства с возможностью выхода в интернет.

Литература

1. Тезаурус, словарь сведений – <https://ru.wikipedia.org/wiki/Тезаурус>.
2. Синтаксический анализ - [https://ru.wikipedia.org/wiki/Синтаксический анаализ](https://ru.wikipedia.org/wiki/Синтаксический_анаализ)
3. Синтаксический анализатор - [https://ru.wikipedia.org/wiki/Синтаксический анализатор](https://ru.wikipedia.org/wiki/Синтаксический_анализатор)
4. Функции парсера - <http://myblaze.ru/chto-takoe-parser-grabber/>

METHOD FOR DATA CRAWLING TO CREATE MULTILINGUAL THESAURUS BASED ON WIKIPEDIA DATA EXTRACTION

Osipenko M.A

Peoples' Friendship University of Russia, mark.osipenko@gmail.com

Abstract. *The paper describes a method of structuring information when parsing web resources*

Key words: Thesaurus, crawling, wikipedia.

ВЫБОР МОДЕЛИ ОСВЕЩЕНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ФОНГА

Пальчевский А.И.

Российский университет дружбы народов, apalchev@gmail.com

В работе рассматриваются способы описания освещения при построении изображений 3D объекта. Затенение по Фонга — модель расчёта освещения трёхмерных объектов. Данный алгоритм постоянно улучшается и является мощным инструментом в руках разработчиков ПО.

Ключевые слова: Алгоритм Фонга, рендеринг, освещение 3D сцены, фрагментный шейдер.

Введение

Задача построения изображений трёхмерных объектов появляется как в научных исследованиях, так и в индустрии развлечения. Одним из наиболее часто применяемых алгоритмов является алгоритм Фонга, который, в частности, реализован в игровом «движке» “Source”. Он интересен тем, что использует улучшенный алгоритм анализа трассировки света, учитывающий различные варианты формирования бликов и ореолов при отражении света, что позволяет добиться значительной степени реалистичности. Появляется задача выбора варианта реализации использованной в описанном «движке» модели освещения и способа организации данных о сцене.

Постановка задачи

Задачей исследования были выбор способа описания освещения сцены, аналогичной модели “Source”, и выбор варианта реализации алгоритма построения изображения, базирующегося на предложенной модели освещения.

Используемый язык C++ – язык высокого уровня – поддерживает такие парадигмы программирования, как процедурное программирование, объектно-ориентированное программирование, обобщенное программирование и обеспечивает модульность, раздельную компиляцию, обработку исключений, абстракцию данных, объявление типов (классов) объектов, виртуальные функции.

Выбранной для работы моделью сцены является модель бюста человека. Фоном является концепция помещения с 3-мя источниками света.

Пользователю доступен интерфейс для ввода данных и набор инструментов, позволяющих производить добавление и удаление источников света. Программа обрабатывает сформированные данные и строит изображение конечной сцены (Рис. 1).



Рис. 1. Алгоритм выполнения программы

Принцип работы программы

Использование вершинного шейдера позволяет выстраивать более «гладкую» модель за счёт увеличения количества используемых вершин. Возникающая проблема увеличения количества хранимых данных решается при помощи преобразования многомерного массива в одномерный. Это уменьшает время доступа при запросе. В программе используется вершинный шейдер, выполняющий часть функций графического конвейера, в частности – преобразование данных вершин.

Фрагментный шейдер обрабатывает каждую видимую часть конечного изображения. Внутри фрагментного шейдера обрабатывается все данные, связанные с видом поверхности – освещение, тени, отражения, текстуры и расчет их смешивания. Результатом работы фрагментного шейдера, является цвет пикселя в формате RGBA (красный, зеленый, синий и альфа-канал) (Рис. 2). [1]

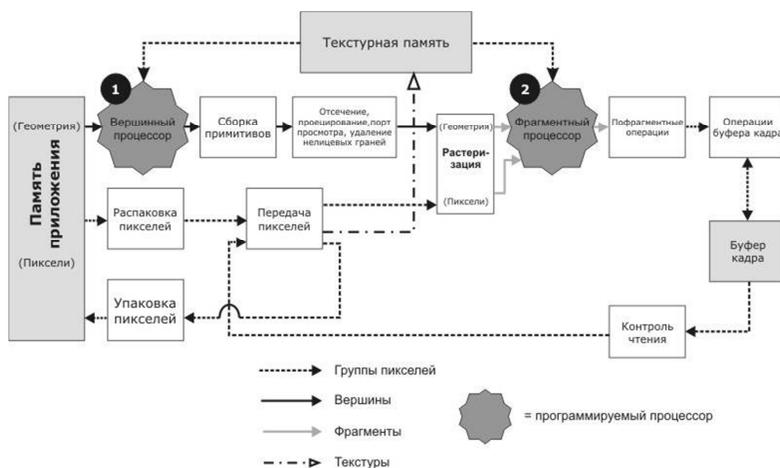


Рис 2. Принцип работы шейдеров

Заключение

В работе был рассмотрен способ формирования модели освещения при построении изображений трехмерных объектов с использованием алгоритма Фонга. В модели освещения описаны эффекта бликов (отражения света от поверхности), а также эффект ореола (распределения света при наведении камеры на источник света). Алгоритм позволяет достичь появления на изображении данных эффектов благодаря улучшенной модели падения света. Используемые библиотеки: Cg (библиотека от фирмы nVidia), стандартные библиотеки glut/gl и glu. Был использован метод хранения данных в виде многомерных массивов, в том числе динамический массив с изменяемыми количеством мерностей и переменных [2].

Литература

1. Боресков А. М.Б. Разработка и отладка шейдеров // БХВ-Петербург, 2006. – 488 с.
2. OpenGL Shading Language Specification v 1.30.8 // <https://www.opengl.org/registry/doc/GLSLangSpec.Full.1.3>.

USING METHODS OF STORAGE AND THEIR USE IN DEALING WITH METHODS FONG, BY CONSTRUCTING MODELS OF OBJECTS

Palchevsky A.I.

Peoples' Friendship University of Russia, apalchev@gmail.com

The paper considers algorithms for constructing 3D objects lighting. Now the use of improved lighting algorithm based on the method of Phong, spread very widely, as well as in research and in the entertainment industry. This algorithm is constantly improving and is a powerful tool in the hands of software developers.

Key words: algorithm Phong, rendering, lighting a 3D scene, the fragment shader.

ПРИМЕНЕНИЕ OLAP-ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ АНАЛИЗЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ СУДЕБНЫХ ЭКСПЕРТИЗ

Руденкова Ю.С.

Российский университет дружбы народов,
julia.rudenkova@gmail.com

В работе описаны возможности применения OLAP-технологий для анализа загруженности экспертов и обсуждаются способы организации работы экспертов.

Ключевые слова: экспертиза, РФЦСЭ при Минюсте России, OLAP-технологии, загруженность.

Введение

Судебная экспертиза (СЭ) процессуальное действие, состоящее из проведения исследований и дачи заключения экспертом по вопросам, разрешение которых требует специальных знаний в области науки, техники, искусства или ремесла, и которые поставлены перед экспертом судом, судьей, органом дознания, лицом, производящим дознание, следователем или прокурором, в целях установления обстоятельств, подлежащих доказыванию по конкретному делу [1]. СЭ проводятся государственными судебными экспертами по поручению руководителя государственного судебно-экспертного учреждения и иными экспертами из числа лиц, обладающих специальными знаниями [1].

Эффективность проведения СЭ зависит от нескольких факторов, основные из них:

- 1) Наличие методической базы;
- 2) Наличие автоматизированного рабочего места эксперта;
- 3) Время, выделяемое для проведения исследования;
- 4) Количество назначенных экспертиз на каждого эксперта;
- 5) Компетентность эксперта.

В данной статье анализируется организация работы Федерального бюджетного учреждения Российского Федерального Центра Судебных Экспертиз при Минюсте России (далее, РФЦСЭ). Раньше в РФЦСЭ приходили материалы (письма о возможности проведения экспертиз, обращения, постановления и т.д.) почти со всех регионов Российской Федерации. Хотя РФЦСЭ не является единственным государственным судебно-экспертным учреждением (далее, ГСЭУ), в большинстве регионов есть свои центры и филиалы, выполняющие аналогичные поручения, а также решающие аналогичные задачи по определенным экспертным специальностям [2]. С 3 февраля 2012 года действует Приказ Минюста РФ № 14 «О территориальных сферах...», который устанавливает территориальные сферы экспертного обслуживания. Территориальной сферой РФЦСЭ является г. Москва и Московская область. Кажется, проблема решена, но в регионах иногда нет специалистов, аттестованных по конкретной экспертной специальности. Следовательно, материалы могут быть переданы и в РФЦСЭ.

Все это порождает высокую загруженность экспертов РФЦСЭ делами и невозможность проведения экспертизы в установленный судом срок, кроме того в экспертном учреждении ведется своя очередность по проведению судебных экспертиз, устанавливаемая в зависимости от времени поступления материалов в производство.

Чтобы решить эту проблему нужно точно знать ответ на некоторые вопросы:

- 1) Есть ли в данном регионе лаборатория, способная решить вопросы, по конкретному делу?
- 2) Сколько экспертов аттестовано по определенным экспертным специальностям в филиалах и регионах в целом?
- 3) Насколько загружены эксперты РФЦСЭ на данный момент?

- 4) Возможно, ли провести анализ и построить диаграмму загруженности экспертов РФЦСЭ, а также диаграмму эффективности работы данного ГСЭУ?

Решить эти вопросы помогут OLAP-технологии, которые способны отобразить любые данные с регулярной структурой.

OLAP-технологии

OLAP применим везде, где есть задача анализа многофакторных данных. Вообще, при наличии некоторой таблицы с данными, в которой есть хотя бы одна описательная колонка и одна колонка с цифрами, OLAP-инструмент будет эффективным средством анализа и генерации отчетов.

В основе концепции OLAP лежит принцип многомерного представления данных.

OLAP-технологии применяются при анализе данных, финансовом планировании/бюджетировании и финансовой консолидации.

Многомерная модель данных, возможность анализировать значительные объёмы данных и быстрый отклик на запросы делают подобные системы незаменимыми для анализа в любой сфере деятельности, а также для других задач с большим объёмом исходных данных. Следовательно, с помощью OLAP-технологий мы можем решить главную проблему – время для поиска нужной информации и эффективность данного поиска. Одна из мер повышения этой эффективности – материализация кубов, а не вычисление их «на лету» (вычисление агрегаций непосредственно во время обработки запроса). Куб представляется в виде графа, в котором узлы определяют представления для ответа на запрос. Для каждого узла пометка обозначает измерение, по которому есть фактические данные в представлении; по пропущенным измерениям производится агрегация. Для трехмерного куба структура будет выглядеть в виде дерева решений с возможностью вернуться на предыдущий шаг [3].

Таким образом, в получившейся структуре куба материализуется набор представлений – «подкубов», содержащий агрегированные данные.

Выбор материализованных элементов этого набора определяет будущую производительность системы. Мы можем получить набор представлений, при использовании которого для выполнения запросов не будет производиться более 1–2 агрегаций (по одному измерению), что означает очень быстрый ответ на запрос.

Многие ячейки кубов могут не представлять интереса для анализа, так как данные в них пренебрежимо малы. Подобная ситуация возникает часто, так как данные разреженно распределены в многомерном пространстве куба. Например, экспертиза назначается только по одному виду исследования по конкретной экспертной специальности. Подобное событие будет отражено в виде набора ячеек с малыми показателями мер (№ специальности, объект исследования). В таких случаях полезно вычислять лишь ячейки со значением меры, большим определённой границы [3].

Например, нас будут интересовать лишь экспертизы, выполненные в одной лаборатории. Такой подход позволяет точнее сфокусировать анализ, сократить время вычисления и отклика. Подобные частично вычисленные кубы – это кубы-айсберги. Простой подход к вычислению таких кубов заключается в следующем: сначала вычисляется весь куб, затем применяется условие и отрезаются неудовлетворяющие ячейки. Но это слишком расточительно. Нужно вычислять куб-айсберг без вычисления полного куба. Использование ограничений на значение меры может приводить к ситуациям, требующим бессмысленные повторные вычисления. Необходимо заметить, что большинство OLAP-систем строится на фактических данных, хранимых в реляционных таблицах, поэтому обоснованный выбор и последующая настройка набора материализованных представлений даёт результаты выше, чем существующие алгоритмы полной материализации. Главная проблема подхода полной материализации (materialize-all) – это «взрыв данных», при котором объём данных и время вычисления куба растут экспоненциально [3].

Еще одно важное ограничение – требование сохранения семантики отношений обобщения/специализации (roll-up/drill-down). Отбрасывая это требование, многие алгоритмы достигают хороших результатов, но восстановление этих отношений в дальнейшем либо невозможно, либо трудно вычисляется, что ограничивает возможность применения подобных алгоритмов.

Путем развертывания кубов OLAP и просмотра имеющейся в них информации с помощью стандартных средств, таких как Excel, появляется возможность поместить данные в общую модель, тем самым можно манипулировать информацией и создавать общие определения и таксономию для всего центра. Из этого можно сделать вывод, что специальных знаний для анализа нужной информации пользователю не требуется. Здесь идет контроль определения бизнес-логики в централизованном режиме. Следовательно, можно определить ключевые показатели эффективности, такие как загруженность эксперта на определенный период, и указать, какие значения будут расцениваться (нет загруженности – «зеленый», частичная загруженность – «желтый», сильная загруженность «красный»). Это позволяет провести анализ не только быстро и качественно, но и получить наглядный отчет с нужными графиками и диаграммами.

Выводы

В результате проделанной работы были описаны возможности использования OLAP-технологий при анализе загруженности экспертов. Данные технологии позволяют быстро, качественно и наглядно получить отчет по определенным запросам. Полученная таким образом информация может быть использована в процессе принятия управленческих решений при управлении работой судебно-экспертного учреждения.

Литература

1. Федеральный закон от 31 мая 2001 г. N 73-ФЗ "О государственной судебно-экспертной деятельности в Российской Федерации" (статьи 9, 14, 16).
2. <http://www.sudexpert.ru/> (дата обращения 24.02.2016).
3. http://www.hse.ru/data/512/676/1239/2008_1_c.66-70_Кудрявцев.pdf (дата обращения 25.02.2016).

APPLICATION OF OLAP-TEHNOLOGIY IN THE ANALYSIS OF EFFICIENCY OF CARRYING OUT JUDICIAL EXAMINATIONS

Rudenkova J.S.

*Peoples' Friendship University of Russia,
julia.rudenkova@gmail.com*

In work possibilities of application of OLAP-technologies for the analysis of load of experts are described and development of ways of an exit from this situation is begun.

Key words: expertise, The RFCFS of the Ministry of Justice of the Russian Federation, OLAP-technologies, workload.

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Салпагаров С.И., Маркина Ю.Р.

Российский университет дружбы народов, sismalg@gmail.com, ymarkina@outlook.com

Аннотация: в данной работе рассматривается один из методов выбора оптимальной стратегии распределения ресурсов на примере обобщения известной в теории дискретной оптимизации задачи о назначениях с помощью аппарата теории гиперграфов.

Ключевые слова: гиперграф, распределение ресурсов, совершенное сочетание.

Введение

В настоящее время потребность в оптимизации экономических, технологических, социальных и иных процессов, связанных с участием человека, крайне велика. Их особенностью является слабая структурированность и нечеткость представления исходных данных. В связи с этим растет потребность в применении современных методов моделирования, позволяющих работать в условиях неопределенности, формализуя параметры и структурируя содержательные описания задач. Использование теории графов является классическим решением, позволяет отражать отношения между различными данными задачи. Но, зачастую, данный метод не дает полного и корректного результата, поэтому появляется необходимость в использовании аппарата теории гиперграфов. В работе рассматривается математическая модель выбора стратегии оптимального распределения ресурсов на примере обобщения задачи о назначениях с применением теории гиперграфов.

Постановка задачи

В агентство, занимающееся предоставлением сервисных услуг в области обслуживания мероприятий, поступили заказы: на обслуживание масштабного мероприятия премиум-класса, корпоративного мероприятия организации, частного закрытого мероприятия и детского праздника. Места или точки проведения планируемых мероприятий: центральный район города, западный район города, другой город и иностранное государство; также в рамках компании сформированы команды, имеющие различную квалификацию и специализирующиеся на проведении и обслуживании мероприятий высокого класса и стандартных мероприятий. Целью данной компании является предоставление качественного сервиса для проведения мероприятий, максимально удовлетворяющих потребность клиентов, учитывая собственные возможности и имеющиеся ресурсы [1].

Рассмотрим содержательную модель оптимизации процесса оказания услуги. Пусть объекты представлены в виде множеств: $A = \{a_i\}$ – множество команд, где a_1 и a_2 – первая и вторая команды соответственно, имеющих лицензию на обслуживание мероприятий премиум-класса, a_3 и a_4 – третья и четвертая команды соответственно, имеющих лицензию на обслуживание стандартных корпоративных мероприятий; $B = \{b_i\}$ – множество заказов, поступивших в компанию, где b_1 – мероприятие премиум-класса, b_2 – корпоративное мероприятие организации, b_3 – частное закрытое мероприятие, b_4 – детский праздник; $C = \{c_i\}$ – множество точек предполагаемого проведения мероприятий, где c_1 – участок в центральном районе города, c_2 – участок в западном районе города, c_3 – другой город, c_4 – иностранное государство.

Задача формулируется следующим образом: команду $a \in A$ назначить на проведение мероприятия $b \in B$ на участке $c \in C$. Результатом такого назначения должно стать удовлетворение потребности заказчиков в проведении мероприятия с учетом возможностей сервисного агентства, т.е. агентству необходимо выбрать такую стратегию оказания услуг, чтобы максимально удовлетворить как потребительское

качество, так и привлекательность проектов для самой сервисной компании. С точки зрения математического моделирования эта задача представляет собой обобщение известной в теории дискретной оптимизации задачи о назначениях.

Таблица 1. Соответствие исходных параметров множествам

Параметр	Характеристика	Множество
Команда	Высокая квалификация	$a_1, a_2 \in A$
	Стандартная квалификация	$a_3, a_4 \in A$
Мероприятие	Премиум-класс	$b_1 \in B$
	Стандартное корпоративное	$b_2 \in B$
	Частное закрытое	$b_3 \in B$
	Детское	$b_4 \in B$
Место проведения	Центральный район	$c_1 \in C$
	Западный район	$c_2 \in C$
	Другой город	$c_3 \in C$
	Иностранное государство	$c_4 \in C$

Математическая модель

Математическая постановка рассматриваемой задачи базируется на 3-однородном 3-однородном гиперграфе $G = (V_1, V_2, V_3, E)$, где $v \in V_1$ однозначно соответствует множеству сервисных команд A ; $v \in V_2$ поставлено во взаимно однозначное соответствие некоторому элементу из множества заказов B , поступивших в агентство; $v \in V_3$ отражают множество точек предполагаемого проведения мероприятий C . Рассматриваются тройки вершин (v_1, v_2, v_3) такие, что $v_1 \in V_1, v_2 \in V_2, v_3 \in V_3$. Всякая тройка является допустимой, если команда v_1 может обслуживать мероприятие v_2 на участке v_3 . Множество всех ребер $E = \{e\}$ определяется как множество всех допустимых троек $e = (v_1, v_2, v_3), v_i \in V_i, i = \overline{1,3}$. Каждому ребру $e \in E$ гиперграфа $G = (V_1, V_2, V_3, E)$ приписаны два веса $w_v(e), v = 1, 2$, которые означают следующее: $w_1(e) = f_1(v_1, v_2, v_3)$ – показатель потребительского качества, $w_2(e) = f_2(v_1, v_2, v_3)$ – показатель качества реализации проекта сервисной компанией. Указанные веса ребер могут формироваться на базе экспертных оценок, например, производиться методом аналитической иерархии [2].

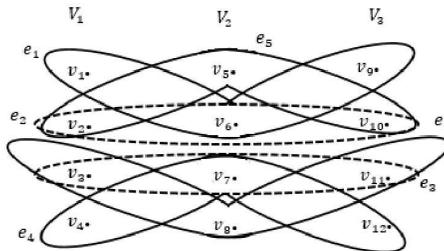


Рис. 1. Пример 3-однородного гиперграфа $G = (V_1, V_2, V_3, E)$.

Допустимым решением x данной задачи является совершенное сочетание $x = (V, E_x)$, $E_x \subseteq E$ на гиперграфе $G = (V_1, V_2, V_3, E)$. Совершенное сочетание представляет собой одну из стратегий оказания услуг, предоставляемых сервисным агентством. Через $X = X(G) = \{x\}$ обозначаем множество всех допустимых решений (МДР) задачи о

совершенных сочетаниях на гиперграфе G . Для компании МДР представляет собой множество всевозможных стратегий реализации планируемых проектов.

Качество допустимых решений задачи $x \in X$ оценивается с помощью векторной целевой функции (ВЦФ) $F(x) = (F_1(x), F_2(x))$, состоящей из критериев вида MAXSUM и MAXMIN: $F_1(x) = \sum_{e \in E_x} w_1(e) \rightarrow \max$, $F_2(x) = \min w_2(e) \rightarrow \max$. Критерий $F_1(x)$ означает суммарный показатель потребительского качества данной стратегии, критерий $F_2(x)$ – самый низкий показатель качества реализации проекта в выбранной стратегии. ВЦФ $F(x)$ определяет в МДР X паретовское множество (ПМ) \bar{X} , состоящее из паретовских оптимумов \bar{x} . Из ПМ выделяется полное множество альтернатив (ПМА) X^0 , которое принимается в качестве искомого решения задачи. Наиболее целесообразное решение выбирается из ПМА с помощью процедур теории выбора и принятия решений [3].

Выводы

В статье рассмотрена математическая постановка обобщенной задачи теории дискретной оптимизации и один из вариантов ее решения с применением аппарата теории гиперграфов. Несмотря на то, что в настоящее время перечень задач, решаемых с помощью гиперграфов весьма ограничен, а сама технология решения недостаточно исследована, применение данного метода имеет значительные преимущества: позволяет четко проследить связи между элементами задачи и ускорить процесс поиска оптимального решения, представляя наглядно интересующие нас данные.

Разработка методов оптимизации дискретных задач и использования их на практике являются актуальными проблемами современного математического моделирования, поэтому работа в этом направлении является одной из наиболее востребованных.

Литература

1. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 234 с.
2. Салпагаров С. И., Омельченко Г. Г. Моделирование на гиперграфах. – М.: РУДН, 2010. – 64.
3. Сигал И. Х., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 240 с.

SEARCH OF OPTIMUM STRATEGY OF RESOURCE ALLOCATION

Salpagarov S.I., Markina Y. R.

Peoples' Friendship University of Russia, sismalg@gmail.com, yrmarkina@outlook.com

This paper is concerned the method of selecting the optimal resource allocation strategy using theory of hypergraphs.

Key words: hypergraph, resource allocation, set.

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ИНДЕКСАЦИИ КОЛЛЕКЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПЕРСОН

Соченкова А.С.

Российский университет дружбы народов, anasochenkova@gmail.com

Данная работа посвящена разработке метода, позволяющего осуществлять быстрый поиск на больших коллекциях изображений для идентификации персон.

Ключевые слова: компьютерные науки, информационные технологии, поиск по визуальному подобию, распознавание лиц, идентификация лиц, индексация.

Введение

Работа посвящена разработке решения задачи распознавания лиц на фотографиях с последующей идентификацией персон. В отдельных случаях необходимо осуществлять поиск не только качественно, но и быстро, как, например, в системах обеспечения безопасности. Исследователями было предложено множество алгоритмов решения этой задачи, однако универсальный подход, дающий хорошие результаты по скорости, точности и полноте на больших коллекциях данных, ещё не был реализован. По этой причине, на сегодняшний день актуально создание методов решения этой задачи.

Связанные исследования

Ряд авторов при решении поставленной задачи опирается на подходы, использующие 3D модели, что зачастую подразумевает рассмотрения объектов с разных ракурсов, то есть наличие серии изображений, или видео-потока. Так, например, в работе [1] авторы строят 3D модель объекта с последующим покрытием поверхности объекта треугольниками. Другие исследователи [2] предлагают использовать набор из 8 особых точек лица, определённое положение которых в пространстве определяет человека.

Многие авторы при решении подобной задачи прибегают к использованию 2D пространства. Это удобно при работе с изображениями в случае, если у есть единичный экземпляр изображения человека и необходимо найти другие изображения этого человека в большой коллекции данных. К примеру, в работе [3] авторы прибегли к рекурсивному вычислению гистограмм направленных градиентов.

Ввиду того, что существует большое количество подходов к решению задачи распознавания лиц и идентификации персон, интересными для изучения являются обзорные работы, в которых представлен сравнительный анализ различных методов [4].

Также важными для поиска более эффективного решения поставленной задачи являются подходы по выравниванию лиц [5] [6].

Предлагаемый метод

Все предлагаемые исследователями методы работы по решению задачи поиска по визуальному подобию и идентификации лиц можно представить в виде обобщённой схемы, представленной на рис. 1. Здесь можно выделить несколько этапов. Наибольший интерес представляют этапы предобработки изображений обучающей выборки с выделением ключевых признаков и последующая индексация полученной информации для решения задачи идентификации лиц.

Графически предлагаемый метод предварительной обработки каждого изображения обучающей выборки коллекции изображен на рис. 2 в виде схемы. Данная методика работы с изображением включает в себя следующие шаги, которые должны быть выполнены последовательно. Шаг 1: необходимо произвести обнаружение области, содержащей лицо человека, затем её нужно выделить. Шаг 2: в выделенной области изображения необходимо произвести выравнивание лица. Шаг 3: на этом шаге из полученного выровненного лица необходимо выделить области, которые содержат: 1) глаза и брови; 2) нос; 3) рот. Шаг 4: при помощи дескрипторов из полученных на шаге 3

областей выделяем значения ключевых признаков. Шаг 5: полученные данные записываем в индекс.

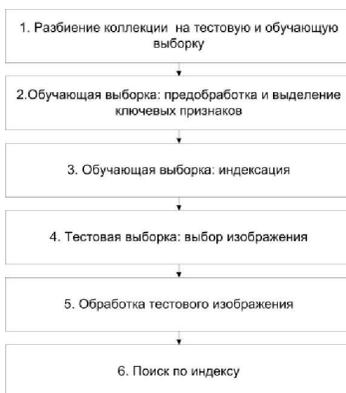


Рис. 1. Общая схема методов решения задач по организации поиска по визуальному подобию

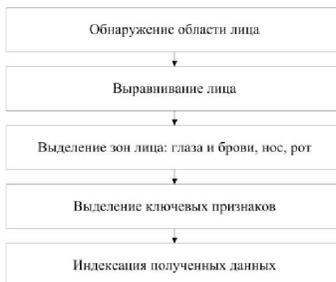


Рис. 2. Предлагаемый метод

Следует отметить, что в зависимости от коллекции, на изображениях обучающей выборки на шаге 1 может оказаться, что изображение включает в себя несколько лиц, что непременно следует учесть, а именно: необходимо проделать шаги 2-5 для каждого лица на изображении.

Обработка тестового изображения при поиске будет производиться сходным образом, однако, без шага индексации.

Выводы

В целях решения поставленной задачи на данном этапе исследований изучаются различные механизмы, позволяющие реализовать каждый шаг предлагаемого метода. Для сравнения их работы проводятся эксперименты.

Литература

1. *Beatriz A. Echeagaray-Patrón, Vitaly Kober*. 3D face recognition based on matching of facial surfaces. Proc. SPIE 9598, Optics and Photonics for Information Processing IX, 95980V (September 9, 2015); doi:10.1117/12.2186695.
2. *Y. Lee, H. Song, U. Yang, H. Shin & K. Sohn* (2005, July). Local feature based 3D face recognition. In Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication(pp. 909-918). Springer Berlin Heidelberg.
3. *A.V. Vokhmintcev, I.V. Sochenkov, V.V. Kuznetsov, D.V. Tikhonkikh*. Face Recognition Based on a Matching Algorithm with Recursive Calculation of Oriented Gradient Histograms // Doklady Akademii Nauk – Vol. 466, No. 3 – , 2016 – Pp. 261–266.
4. *A. Godil, S. Ressler, & P. Grother* (2004, August). Face recognition using 3D facial shape and color map information: comparison and combination. In Defense and Security (pp. 351-361). International Society for Optics and Photonics.
5. *S. Ren, X. Cao, Y. Wei, & J. Sun* (2014). Face alignment at 3000 fps via regressing local binary features. In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (pp. 1685-1692).
6. *Антупова А. Ю., Губарев В. В.* Применение метода моментов в задаче геометрического выравнивания лиц на изображениях //Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2009. – Т. 97. – №. 8.

METHOD FOR IMAGE COLLETION INDEXING DEVELOPMENT FOR PERSON IDENTIFICATION

Sochenkova A.S.

Peoples' Friendship University of Russia, anasochenkova@gmail.com

This paper is dedicated to the development of a method that provides a quick search in large collections of images for the person identification.

Key words: computer science, information technologies, image retrieval, face recognition, person identification, indexing.

КРИПТОГРАФИЯ И КОДИРОВАНИЕ КАК МЕТОДЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

Стефанюк В.Л., Алхуссайн А.Х.

Российский университет дружбы народов,

stefanuk@iitp.ru

**Сопоставлены кодирование и криптография в отношении защиты информации.
Предложено расщепления с усовершенствованным гаммированием.**

Ключевые слова: шифрование, кодирование, помехи, интеллектуальный агент, гаммирование.

Введение

Шифрование существенно отличается от кодирования, распространенного в теории информации, не только используемыми математическими процедурами, но и целями, которые ставятся перед этими двумя методами защиты информации.

Кодирование [1] ставит своей целью защиту информации, передаваемой по каналу связи, от помех, возникающих в таком канале, которые, как правило, не зависят от передаваемого сигнала, т.е. являются *независимыми помехами*. Кодирование является хорошо разработанной математической наукой. Методы кодирования, однако, подвергаются постоянной модификации при появлении новых систем и новых способов передачи информации, таких как каналы с обратной связью, мобильная связь [2] и др.

В отличие от кодирования шифрование ставит своей целью защиту от действий *интеллектуального агента* в канале передачи информации. Традиционно задачей такого агента является несанкционированное вскрытие (прочтение) содержания передаваемой информации и возможность внесения в неё содержательных искажений, препятствующих передаче смысла сообщения получателем информации.

Хорошо известен способ шифрования, являющийся центральным вопросом данного доклада, называемый гаммированием, а также некоторые другие “закрытые” процедуры, лишь упоминаемые в литературе, такие как *A1* или процедура, используемая в мобильных устройствах фирмы *Apple*.

На наш взгляд, гаммирование является математическим вариантом такой известной аппаратной схемы шифрования, как знаменитая механическая машина шифрования *Энигма*, использованная в ходе второй мировой войны для передачи секретных сообщений немецкого командования. (Изучение принципов работы машины *Энигма* в своё время навела А. Тьюринга на мысль о необходимости создания совершенно нового устройства - компьютера.)

Вместо механического создания псевдослучайного процесса шифрования в гаммировании, например, используется определенная математическая процедура, основанная на использовании модульной арифметики [3].

Предлагаемый метод шифрования

В настоящем докладе будет кратко описана суть метода расщепления в процедуре шифрования [4], которая позволяет заменить каждый передаваемый символ на строку из k натуральных чисел, создавая расщепление k -го уровня. Относительно этой процедуры было доказано свойство мономорфизма, что гарантирует возможность дешифровки сообщения на приемном конце.

В процессе передачи многократно используется генератор псевдослучайных чисел, вероятностные свойства которого были существенно улучшены, как нами показано, благодаря использованию детерминированного генетического алгоритма [5].

Выводы

В статье проводится сопоставление методов кодирования и криптографии в отношении защиты передаваемой информации, передаваемой по каналам связи, и предлагается метод расщепления, использующий усовершенствованную процедуру гаммирования с применением детерминированного генетического алгоритма.

В докладе будут приведены примеры, иллюстрирующие процедуру расщепления и усовершенствованное гаммирование, полученные при реализации предлагаемой криптографической системы на компьютере.

Литература

1. Shannon C.R. Communication in the presence of noise// Proc. Institute of Radio Engineers, Jan. 1049, T. 37, №1, с.10-21.
2. Стефанюк В.Л. Об устойчивости регулировки мощности в коллективе радиостанций// Третья конференция по теории передачи и кодирования информации, М: Совет по кибернетике, 1967, с. 64-71.
3. Шепитько Г.Е. Теория информационной безопасности и методология защиты информации: учебно-методическое пособие. Москва, РГСУ, 2013, 128с.
4. В.Л.Стефанюк, А.Х.Алхуссайн. Криптография с симметричным ключом с использованием генетического алгоритма. КИИ-2014, четырнадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием, Т.1, с.267-275ю 2014, Казань: РИЦ “Школа”.
5. Алхуссайн Аmani.Хасн. Статистические тесты для длины периода гаммы шифра, модифицированной генетическим алгоритмом, XIX Международная научно-практическая конференция «Современное состояние естественных и технических наук», журнал «Естественные и технические науки», издательство «Спутник +», Россия, Москва, 146 стр.

CRYPTOGRAPHY AND CODING AS METHODS OF INFORMATION TRANSMISSION SAFETY

Stefanuk V.L., Alhussain A.H.

Peoples' Friendship University of Russia, stefanuk@iitp.ru

Comparison of coding and cryptography with respect to the information safety is provided. It is proposed to use splitting with improved gamming.

Key words: ciphering, coding, noise, intelligent agent,

ПОСТРОЕНИЕ СХЕМ РАЗРЕЖЕННОСТИ МНОГОМЕРНЫХ КУБОВ ДАННЫХ

Стихуров В.В., Фомин М.Б.

Российский университет дружбы народов, vstikhurov@ya.ru, mfomin@sci.pfu.edu.ru

□ *работе рассматриваются способы построения схем разреженности данных в многомерных кубах, позволяющие анализировать степень разреженности аналитического пространства при оптимизации запросов к данным куба.*

Ключевые слова: многомерные модели данных, многомерный куб данных, схема разреженности куба.

Введение

В информационных системах, построенных на принципах OLAP, данные представлены в виде многомерного куба, размерностями которого являются измерения, задающие порядок в наборе ячеек куба [1]. Каждая ячейка однозначно задается сочетанием значений измерений и может как содержать данные, так и быть пустой. В случае если пустых ячеек оказывается много, куб является существенно разреженным. Значимые ячейки куба образуют аналитическое пространство информационной системы.

Один из способов организации доступа к данным куба базируется на формировании в аналитическом пространстве набора кластеров, построенных посредством выделения групп значений измерений, которые имеют одинаковый смысл в сочетании со значениями других измерений [2].

В процессе оптимизации пользовательских запросов с целью сокращения времени обращения к данным целесообразно «обходить» пустые области куба. При решении этой задачи могут быть использованы схем разреженности куба (СРК).

Постановка задачи

Схема разреженности куба может быть представлена как совокупность визуальных образов, являющихся проекцией многомерного куба по ряду измерений. Особенности зрительного восприятия человека позволяют выделить 3 вида СРК: одномерная схема, двумерная схема и трехмерная схема.

Одномерная СРК

Пусть имеется многомерный куб $C(D, Z_1, \dots, Z_n)$, в котором $n = \dim(D)$ – число измерений, D – множество измерений, Z_i – множество значений i -го измерения, функция $I(D', Z_1', \dots, Z_k')$ определяет количество значимых ячеек для множества фиксированных значений измерений Z_1', \dots, Z_k' множества измерений D' . Количество всех ячеек N , соответствующих параметрам (D', Z_1', \dots, Z_k') , можно получить по формуле

$$N = \prod_{D'} |Z'_i|.$$

Тогда для построения СРК необходимо зафиксировать одно измерение $d \in D$, затем для каждого Z_d вычислить N и найти значение функции $I(D, Z_d)$. Значение для степени разреженности куба для каждого $d \in D$ в процентах может быть получено с использованием формулы

$$R = \frac{I(D, Z_d)}{N} * 100.$$

получаем процентное значение разреженности R для каждого Z_d из d . Зная R_1, \dots, R_m можно построить соответствие $Z_i \rightarrow R_i$, на основе которого создается СРК. Поставив каждому значению R_i в соответствие определенный цвет, можно построить

гистограмму, характеризующую степень полноты данных, соответствующих значениям определенного измерения (рис. 1).

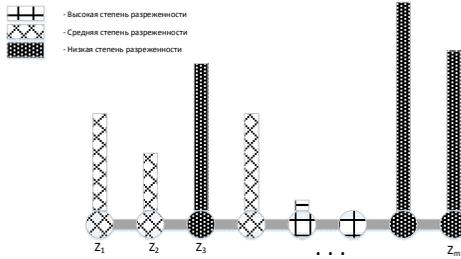


Рис. 1. Одномерная СРК

В случае если в качестве d выбран уровень территориального деления, а множество Z содержит конкретные объекты, СРК может быть представлена в виде картограммы.

Двумерная СРК

Хотя одномерная СРК и дает представление о разреженности аналитического пространства, она может быть результативно использована на этапе первичного анализа информационной системы. Для более детального анализа следует использовать СРК большей размерности.

Процесс построения двумерной СРК заключается в фиксации двух измерений $\{d_1, d_2\} \in D$. Затем находятся значения функции $I(D', Z')$, и происходит вычисление общего количества ячеек N^* данного сочетания для всех возможных пар $\{Z_i, Z_j\} \in Z$, соответствующих измерений $\{d_1, d_2\} \in D$. На завершающем этапе требуется построить матрицу R , каждый элемент которой находится по формуле

$$R = \frac{I(D', Z')}{N^*} * 100 .$$

Используя полученную матрицу путем сопоставления цветовой палитры с процентными интервалами, которым принадлежат элементы матрицы R , можно выполнить визуализацию разреженности данных в кубе.

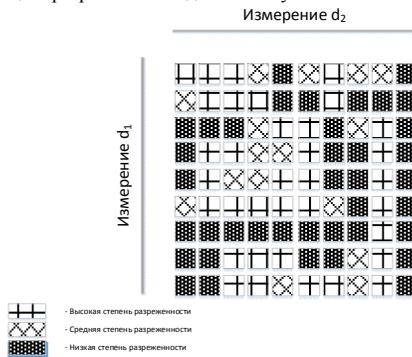


Рис.2. Двумерная СРК

Трехмерная СРК

В случае большого числа измерений при высокой степени разреженности куба данных можно использовать трехмерную СРК. Алгоритм построения СРК аналогичен двумерному случаю за исключением следующих элементов:

- степень разреженности данных отображается размером соответствующей ячейки (при отсутствии данных ячейка не визуализируется);
- элементы матрицы разреженности R вычисляются для всех возможных сочетаний значений $\{Z_i, Z_j, Z_k\} \in Z$ измерений $\{d_1, d_2, d_3\} \in D$;
- желательно, чтобы для изображения были реализованы процедуры вращения, приближения и отдаления куба.

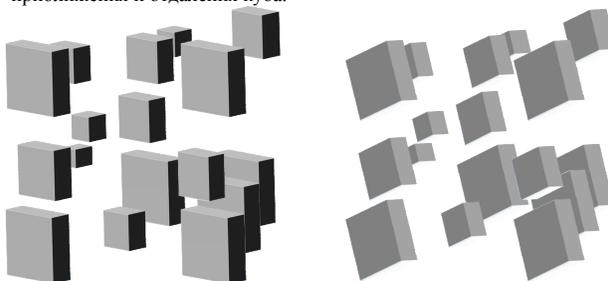


Рис.3 Трехмерная СРК

Заключение

В работе был рассмотрен способ построения схемы разреженности многомерного куба данных. Построение СРК позволяет пользователю проводить визуальный анализ куба данных многомерной информационной системы для оптимизации запросов к данным и предотвращения получения пустого множества в качестве результата запроса.

Литература

1. *Thomsen E.* OLAP Solution: Building Multidimensional Information Systems. – NY: Wiley, 2002. – 696 p.
2. *Висков А.В., Фомин М.Б.* Методы описания допустимых сочетаний реквизитов-признаков при использовании многомерных моделей в инфокоммуникационных системах // Т-Comm. – Телекоммуникации и Транспорт. – 2012. – № 7. – С. 45-47.

DEVELOPING SPARSITY SCHEMES OF MULTIDIMENSIONAL DATA CUBES

Stikhurov V.V., Fomin M.B.

Peoples' Friendship University of Russia, vstikhurov@ya.ru, mfomin@sci.pfu.edu.ru

The paper presents an approach to construction of sparsity schemes that allows to analyze the degree of sparseness of the analytic space during query optimization to the cube data.

Key words: multidimensional data models, multidimensional data cube, sparsity scheme of a cube.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ OLAP ТЕХНОЛОГИИ И МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Мортеза Хейдари

Российский университет дружбы народов, Mh_rusiran@mail.ru

В работе оценены преимущества использования многомерной информационной системы и Многомерных структур данных, а также рассмотрены способы обеспечения OLAP системы с помощью многомерных баз данных.

Ключевые слова: многомерные информационные системы, многомерные базы данных, OLAP технология, гиперкуб.

Введение

Успешным компаниям необходимо постоянно планировать, анализировать и рассматривать отчет по продажам и оперативной деятельности в целях обеспечения максимальной эффективности, снижения затрат и получения большей доли рынка. В 1993 г. в свет вышла статья Эдгарда Кодда, в которой он сформулировал 12 основных требований к системам класса OLAP (online analytical processing), первое из которых выражает их основную характеристику, а именно многомерность.

В 1995 году на основе требований, изложенных Коддом, был сформулирован так называемый тест FASMI (Fast Analysis of Shared Multidimensional Information — быстрый анализ разделяемой многомерной информации), определяющий требования к приложениям многомерного анализа данных.

Один из способов для более эффективного использования организационных информационных осуществляется через онлайн-аналитическую обработку данных в реальном времени (англ. online analytical processing) и многомерных баз данных (англ. multidimensional databases).

OLAP и многомерные базы данных представляют суммарную информацию из баз данных компании. Уже более десяти лет, сторонники расхваливают эти инструменты, как единоличные исполнительные информационные системы. Основываясь на нашем опыте с несколькими инструментами OLAP, мы разработали прагматичный подход к дизайну многомерных информационных систем, который позволяет руководителям принимать решения для своих компаний.

Вид с вершины

Менеджеры часто имеют двойственное отношение к информационным системам. С одной стороны, известный парадокс производительности предполагает, что нет никакой корреляции между ИТ-инвестициями и производительностью организации. Несмотря на этот факт, организации продолжают тратить большую часть своих бюджетов на информационные системы. С другой стороны, некоторые менеджеры видят информационные системы как неотъемлемую часть успешного современного бизнеса, повышающие эффективность бизнес-процессов и поддержки инновационных способов ведения бизнеса.

Многие менеджеры теперь увидят огромные объемы данных, хранящихся в базах данных организационных в качестве потенциального актива компании, и это расширяет популярности хранилища данных. Эффективно используя эти данные, можно предоставлять информацию для принятия управленческих решений и стратегического планирования. На самом деле, мы считаем, что парадокс производительности не означает, что организация вводит в заблуждение их ИТ-инвестиции. Вместо парадокса просто не приходится делать акцент на стоимости информационных активов в базах данных компании.

При предоставлении OLAP технологий и многомерных баз данных, задача состоит в выявлении различия между системами, пригодных для оперативной обработки

транзакций (OLTP) – те, которые подчеркивают повседневный бизнес операций - и те, которые подходят для OLAP, формы, поддерживающих принятие управленческих решений. Например, менеджеры редко читают консервированные доклады и, как правило, прибегают к помощи традиционных информационно-управляющих систем с большим энтузиазмом.

Многие менеджеры предпочитают простые интерфейсы, интерактивные системы для преднамеренного поиска информации или для просмотра, чтобы получить общее представление о том, что происходит внутри и вокруг их организации. Такая система является идеальным применением OLAP и многомерной базы данных. Понимание того, как менеджеры используют информацию, а затем переходят к построению системы, чтобы поддержать их, поднимают сложные технические и нетехнические вопросы. Многомерная структура данных и представление управленческих информации являются концептуально простым подходам, для которого технические системы теперь доступны. Тем не менее, менеджеры должны знать, как получить максимальный результат от этих систем, и ИТ-специалистам нужны действенные методы для проектирования многомерных баз данных, чтобы соответствовать потребностям управления.

Как многомерные базы данных обеспечивают OLAP системы?

Разработчики и пользователи многомерной базы данных рассматривают одномерный вид организационных данных, чтобы обеспечить более совершенными средствами понимания текущего состояния и будущих возможностей бизнеса. Многомерные базы данных представляют данные пользователям в виде гиперкуба или многомерных массивов, где каждое значение данных занимает ячейку, которая индексирована уникальным набором значений измерений. Можно легко визуализировать эту структуру, используя значение, например, количество проданных продуктов, и показать, как она изменяется вдоль трех наиболее распространенных размеров (время, место, и типа продукта). Рис. 1 иллюстрирует эту структуру гиперкуба. Гиперкубы, однако, не ограничиваются.

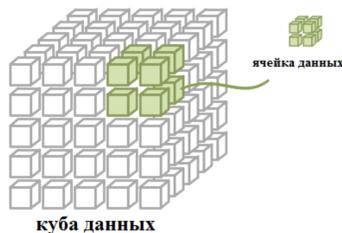


Рис. 1. Гиперкуб, который показывает три наиболее распространенных измерения время, местоположение, и тип продукта

Гиперкубы, однако, не ограничиваются только одним набором значений или тремя опорными размерами, так как они могут быть расширены, чтобы включить любое количество значений и измерений. Это представление находится в резком контрасте с набором таблиц (таблица фактов и таблица измерений), используемых для представления данных в хорошо известной модели реляционной базы данных, показанной на рис. 2.

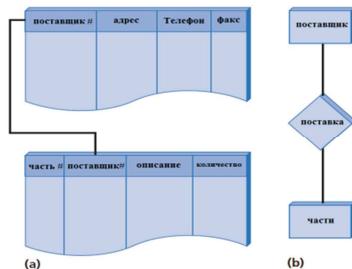


Рис. 2. Модель реляционной базы данных сохраняет данные в: а) двумерные таблицы и использует б) сущность-связь диаграмм, чтобы описать отношения между данными.

Организации приняли реляционные системы управления базами данных (РСУБД) для их OLTP приложений, когда таблицы базы данных записываются в виде информационной системы в двух измерениях, и делают это быстро и просто записывают бизнес операции. Менеджеры могут извлечь информацию из базы данных с помощью отчетов, генерируемых системой или получают их с помощью структурированного языка запросов (SQL). Тем не менее, огромный объем и фрагментация нормированных данных требуют невероятное количество соединений, чтобы удовлетворить даже умеренно сложные запросы. Данные обычно хранятся в многомерных базах данных исторических деталей деятельности организации. Организации заселяют многомерные базы данных с данными из нескольких организационных баз данных с помощью процесса, который очищает, обобщает, и обрабатывает данные для употребления менеджеров. Так многомерные базы данных часто используются для сочетания хранилища данных или эксплуатации данных в исполнительной информационной системе. Менеджеры могут манипулировать результаты многомерной базы гиперкуба данных с помощью операций над многомерным кубом данных:

- Кросс-детализация – задает новый факт на уже имеющемся кубе;
- Кубический срез – задает подмножество пространства факта;
- Смена измерений – изменяет уровень детализации куба.
- Укрупнение – изменяет уровень детализации измерений

Литература

1. Pendsе N. The OLAP Report What is OLAP? // Available at the URL <http://www.olapreport.com/fasmi.html> – Business Intelligence Ltd, 2001.
2. Hasan, H and Hyland, P, Using OLAP and multidimensional data for decision making, IT Professional, September-October 2001,

USING OLAP TECHNOLOGY AND MULTIDIMENSIONAL DATA FOR MAKING MANAGEMENT DECISION

Morteza Heydari

Peoples' Friendship University of Russia, Mh_rusiran@mail.ru

The paper evaluated the advantages of the use of multidimensional information system and multi-dimensional data structure.

Keywords: multidimensional information systems, multidimensional database, the OLAP technology hypercube.

ОПЕРАТОРЫ HDR TONE MAPPING ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ РЕАЛИСТИЧНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Храбров Р. Н.

Российский Университет Дружбы Народов, Shaman1234@gmail.com

В работе рассмотрены алгоритмы Tone Mapping при HDR-рендеринге изображения

Ключевые слова: HDR, Tone Mapping, рендеринг, графика, освещение, закраска.

Введение

Одной из самых важных составляющих хорошей сцены является качественное освещение. Со времени появления трёхмерной графики реального времени различных алгоритмов освещения появилось множество, причём с развитием технологий алгоритмы всё усложнялись.

Одни алгоритмы предназначались для кардинального усовершенствования или замены предыдущих, другие же создавались на основе некоторых базовых алгоритмов и при сохранении общего базового принципа выдавали совершенно другой результат. Примером является HDR Rendering, развивающий идею метода Фонга.

Метод Фонга

Метод Фонга основывается на попиксельной закраске объектов. Каждой точке объекта задаётся в соответствие несколько параметров, отвечающих за отражающую способность поверхности. Эти параметры могут быть заданы однородно для всего объекта, с помощью текстур или сгенерированы функцией. Все эти параметры составляют в совокупности материал объекта.

Для закраски объекта задаётся один или несколько источников света. Финальный цвет поверхности рассчитывается по формуле:

$$F = A * C_A + Sat(-\vec{L} \cdot \vec{N}) * D * C_D + Sat(\vec{R} \cdot \vec{E})^p * S * C_S \quad (1)$$

Здесь:

F – финальный цвет закраски

A – отражающая способность материала для фонового света

C_A – сила окружающего света

\vec{L} – направление света

\vec{N} – нормаль к поверхности

D – отражающая способность материала для направленного света

C_D – сила направленного света

\vec{R} – направление отражённого от поверхности луча

\vec{E} – направление к камере сцены

p – степень зеркальной отражающей способности

S – отражающая способность материала для зеркального света

C_S – сила зеркального света

Sat – функция, обрезаящая значения аргумента до диапазона [0, 1]

Среди недостатков классического метода Фонга стоит рассмотреть тот факт, что в классическом варианте он использует для вычисления 32-битный цветовой формат. Это значит, что на каждую компоненту света отводится всего 8 бит, причём значения яркости обрезаются до диапазона [0, 1]. Для того, чтобы решить эти проблемы, был придуман HDR-рендеринг.

HDR Rendering

При HDR-рендеринге для сохранения диапазона яркости используются числа с плавающей запятой. Это позволяет сохранить гораздо больший диапазон значений.

Данное свойство очень хорошо подходит для моделирования более реалистичного освещения. Например, если условная яркость свечи – 0.3, то яркость Солнца будет составлять несколько миллионов. Без использования HDR-рендеринга эту проблему решить невозможно, в итоге часть сцены будет слишком яркой или слишком тёмной.

Но и при HDR-рендеринге необходимо использовать специальные техники, чтобы сцена была правильно освещена. Ведь монитор может использовать для вывода цвета только 32-битный формат. Эти техники называются Tone Mapping и предоставляют возможность отобразить большой диапазон значений(HDR) на малый диапазон значений(LDR).

Техники Tone Mapping различны. Но все они основываются на вычислении средней светимости(Luminance) сцены и уменьшения светимости ярких частей сцены на основе этого показателя.

Светимость сцены считается как среднее от светимости всех пикселей. Светимость одного пикселя считается по формуле

$$L = 0.2126 * R + 0.7152 * G + 0.0722 * B \quad (1)$$

Здесь R – значение красной компоненты пикселя, G – значение зелёной компоненты и B – значение синей компоненты.

В зависимости от желаемого результата существуют различные техники Tone Mapping.

Таблица 1. Примеры операторов Tone Mapping

Линейный	$F = x$
Reinhard	$F = \frac{x}{x + 1}$
Filmic	$F = \left(\frac{x * (6.2 * x + 0.5)}{x * (6.2 * x + 1.7) + 0.06} \right)^{2.2}$

Выводы

В работе рассмотрены особенности различные техники HDR Tone Mapping.

Литература

1. Lightning Shading by John Hable. – http://www.slideshare.net/naughty_dog/lightning-shading-by-john-hable
2. *Filmic Games*. Why a Filmic Curve Saturates Your Blacks – <http://filmicgames.com/archives/190>
3. *Doron Feinstein*, HLSL Development Cookbook – PACKT Publishing, 2013.

HDR TONE MAPPING OPERATORS FOR INCREASING OF IMAGE REALISM

Khrabrov R.N.

Peoples' Friendship University of Russia, Shaman1234@gmail.com

Algorithms of HDR Tone Mapping were presented in this work.

Key words: HDR, Tone Mapping, rendering, computer graphics, lighting.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ОПЕРАТИВНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ ЗДРАВООХРАНЕНИЯ

Ягло М.Д.

Российский университет дружбы народов, m-d-ya@mail.ru

В работе рассматриваются способы предоставления аналитической обработки данных для информационных систем, связанных со здравоохранением, путём декомпозирования OLAP-куба на OLAP-модели, отвечающие за конкретные подзадачи.

Ключевые слова: многомерные модели данных, многомерный куб данных, OLAP-куб, аналитическая обработка данных.

Введение

Технология оперативной аналитической обработки многомерных данных OLAP является одной из быстро развивающихся и широко применяемых новых информационных технологий. Основной OLAP-технологии является многомерная модель данных. Осями многомерного куба служат основные атрибуты анализируемого бизнес-процесса. Например, для планирования медицинской помощи это могут быть: виды медицинской помощи, территории, профили, классы болезней и т.п. Обычно основным измерением является время. Внутри куба находятся данные, количественно характеризующие процесс, – так называемые показателями. Пользователь, анализирующий информацию, может «нарезать» куб по разным направлениям, получать сводные или, наоборот, детальные данные и осуществлять другие операции, необходимые для анализа. Поскольку аналитик всегда оперирует некими суммарными данными, в базах данных OLAP практически всегда хранятся агрегаты, то есть заранее вычисленные показатели. Хранение заранее вычисленных агрегатов – основной способ повышения скорости выполнения OLAP-запросов. [1, 2]

Постановка задачи

Нахождение оптимального способа аналитической обработки данных в подсистеме персонализированного учета оказанной медицинской помощи застрахованным лицам медицинскими организациями путём создания комплекса подзадач, представленных в виде OLAP-моделей.

Способ решения задачи

Классические OLAP-решения мало пригодны к использованию в прикладных областях, где необходим комплексный анализ данных, связанный с реализацией сложных аналитических алгоритмов. Примером прикладной области, в которой указанные проблемы не позволяют эффективно применять традиционные средства OLAP-технологии, является здравоохранение. [4] Например, методы расчета аналитических показателей и решения задач планирования медицинской помощи представляют собой сложные многошаговые процессы анализа многомерных данных. Возникает необходимость поэтапной обработки данных. Подход к решению разнообразных задач с применением OLAP-технологии, основанный на построении комплексов так называемых «OLAP-моделей». OLAP-модель является описанием процесса расчета одной аналитической задачи. Структурно аналитическая модель состоит из исходных данных, витрины данных, информационного куба и операций над ним, способов представления результатов вычисления. Важным моментом построения модели является возможность сохранения в источнике данных результатов расчета. Такой подход позволяет применять поэтапный процесс анализа данных, то есть анализировать ранее полученные результаты.

Необходимость поэтапной обработки данных возникает в случаях, когда для получения конечных результатов требуется сложная обработка исходных данных, как например, для планирования медицинской помощи. Для автоматизации поэтапного анализа модели объединяются в комплексы. Перед созданием комплекса моделей задачу необходимо декомпозировать задачу на подзадачи таким образом, чтобы каждая подзадача могла быть представлена OLAP-моделью. В рамках одного расчета модели образуют последовательно выполняемую цепочку, при этом данные, рассчитанные одной моделью, в дальнейшем используются другими моделями. Инструментарий разработки адаптированных интерфейсов позволяет создавать ориентированные на конкретную задачу OLAP-приложения на основе инструментального ядра, ограждая пользователя от ее сложной внутренней организации и сохраняя при этом весь функционал системы. Важным требованием к разрабатываемым приложениям является отражение специфики и традиций конкретной предметной области, в том числе, создание и применение словаря терминов соответствующей прикладной области. [3] Представленная технология и программные средства применяются для решения большого количества задач здравоохранения и обязательного медицинского страхования.

Для автоматизации сбора и аналитической обработки данных государственной медицинской статистической отчетности разработана подсистема персонализированного учета оказанной медицинской помощи застрахованным лицам медицинскими организациями г. Москвы, в соответствии с требованиями Федерального закона от 29.11.2010 № 326-ФЗ «Об обязательном медицинском страховании в Российской Федерации» (далее - ПУМП, Система) предназначена для сбора, обработки, хранения и предоставления сведений о медицинской помощи, оказанной застрахованным лицам в сфере обязательного медицинского страхования в г. Москве, а также лицам, обратившимся за медицинской помощью в медицинские организации г. Москвы. Система позволяет формировать и корректировать формы статистической отчетности. При этом автоматически формируется структура базы статистических данных. Поддерживается многоуровневый процесс сбора статистических данных с применением внутри табличных и межтабличных контролей. Выполняется формирование сводов, расчет показателей, подготовка отчетов. Система позволяет наглядно представлять результаты аналитической обработки. За счет применения технологии OLAP-моделирования система позволяет представить необходимые расчеты объемов и финансирования медицинской помощи в виде комплекса OLAP-моделей.

Система обеспечивает выполнение следующих функций:

- учёт контрагентов и плательщиков,
- поддержка номенклатуры услуг и тарифов,
- учёт оказанных медицинских услуг,
- согласование оказанных медицинских услуг плательщиком,
- формирование счетов-реестров,
- формирование отчетов, статистический учёт,
- ведение журналов событий,
- предоставление сервисов для внешних систем. [5]

Каждая из возможностей представляет из себя небольшую OLAP-модель, которая в конечном итоге формирует единый гиперкуб.

Структура аналитического пространства представлена в виде гиперкуба с осями, на которых находятся измерения. Все сочетания значений измерений соответствует ячейкам, в которые необходимо поместить факты. На примере функции формирования счетов реестра можно рассмотреть один из кубов такой модели. Измерения: Плательщики (страховые организации), Медицинское учреждения, Дата формирования счета. Фактами в этом случае являются: Количество пациентов, Количество услуг,

Сумма. Фактологические данные в хранилище стекаются из множества информационных систем, работающих в учреждениях здравоохранения и обязательного медицинского страхования. Данные о пациентах выгружаются из системы Единого Реестра Застрахованных Лиц. Медицинская информация разнородна и включает статистические и другие типы данных. К каждому OLAP-кубу, помимо стандартных, можно применить различные дополнительные операции для анализа и предоставления необходимого отчета. Из-за наличия специфики предметной области кубы не являются шаблонными, и каждый раз необходимо формировать новый отчет, исходя из особенностей поставленной задачи.

Заключение

В работе был рассмотрен способ аналитической обработки данных в подсистеме персонализированного учета оказанной медицинской помощи застрахованным лицам медицинскими организациями путём создания комплекса подзадач, представленных в виде OLAP-моделей, в которых для описания аналитического пространства используется множество допустимых сочетаний значений измерений. Особенность данного подхода заключается в возможности поэтапной обработки данных путем разбиения сложной задачи на подзадачи. Важной особенностью данного подхода является возможность сохранения в источнике данных результатов расчета в момент построения OLAP-модели.

Литература

1. *Thomsen E.* OLAP Solution: Building Multidimensional Information Systems. – NY: Wiley, 2002. – 696 p.
2. *Висков А.В., Фомин М.Б.* Методы описания допустимых сочетаний реквизитов-признаков при использовании многомерных моделей в инфокоммуникационных системах // Т-Comm. – Телекоммуникации и Транспорт. – 2012. – № 7. – С. 45-47.
3. *Виноградов К.А., Корчагин Е.Е., Никитина М.И., Ноженкова Л.Ф.* Информационные технологии в управлении региональным здравоохранением / Красноярск: КМИАЦ, 2004. – 312 с.
4. *Исаева О.С.* Построение информационных моделей для OLAP-анализа медико-демографических данных // Журнал «Открытое образование». Приложение. – Красноярск: ООО «Экспресс-Офсет», 2006. – С. 65-73.
5. *МГФОМС.* Персонализированное учета оказанной медицинской помощи застрахованным лицам медицинскими организациями г. Москвы // Руководство пользователя. ИБС.425730.001. – Из Москва, 2015. – 6 с.

APPLICATION TECHNOLOGIES ONLINE ANALYTICAL PROCESSING DATA ON HEALTH PROBLEMS

Yaglo M.D.

Peoples' Friendship University of Russia, m-d-ya@mail.ru

The paper deals with methods of analytical data processing for the information systems related to health, by decomposition of OLAP-cube on the OLAP-model, responsible for specific subtasks.

Key words: multidimensional data model, a multidimensional data cube, OLAP-cube, analytical data processing.

РАЗРАБОТКА МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА РУССКОГО И АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА

Ядринцев В.В.

Российский университет дружбы народов, vvyadrincev@gmail.com

В работе рассмотрены различные способы по решению поставленной задачи, выявлены общие методы разработки морфологического анализатора русского и английского языка.

Ключевые слова: морфология, анализ, текст, анализ текста, морфологический анализ, токенизация, омонимия, снятие омонимии, лемматизация, лемма, стемминг, корпус текстов, DAWG, DAFSA, trie.

Введение

Разработка морфологического анализатора русского и английского языка – важная задача в сфере информационных технологий. Например, умение находить основу слов и делать качественный разбор лексем необходимо во всех поисковых системах/машинах, учитывающих морфологию поддерживаемых языков.

В настоящее время рассматриваемая задача не является новой. Существует множество работ, посвященных затронутой проблеме. В пространстве рунет и русского языка можно отметить следующие морфологические анализаторы: Lemmatizer [5]; Pymorphy2 [1, 6]; Phrmmorphy [7]; Mystem [8]. Полный список программ с кратким описанием и неким сравнительным анализом можно найти в [2].

Каждый из вышеперечисленных подходов имеют свои преимущества и недостатки. У Lemmatizer есть узкое место – это морфологический словарь. Например, словарь из проекта OpenCorpora (<http://opencorpora.org/>) является более совершенным. Phrmmorphy является клоном lemmatizer на PHP. Pymorphy2 реализован на python, и является скорее любительским проектом. Mystem не является проектом со свободным исходным кодом, предоставляет только исполняемые файлы.

Как правило, исходная задача разбивается на три:

1. Токенизация / графематический анализ / графематика – начальная обработка естественного текста, представленного в виде цепочки символов.
2. Словарный морфологический анализ (сюда же входят: лемматизация, стемминг) – определение морфологических характеристик слова для токенов, полученных из предыдущего шага.
3. Снятие омонимии – разрешение неоднозначности результатов, полученных из предыдущего шага.

Каждый шаг далее будет разобран подробнее.

Токенизация

В задачу начальной обработки входят:

1. Разделение входного текста на слова, разделители и т.д.
2. Сборка слов, написанных в разрядку;
3. Выделение устойчивых оборотов, не имеющих словоизменительных вариантов;
4. Выделение ФИО (фамилия, имя, отчество), когда имя и отчество написаны инициалами;
5. Выделение электронных адресов и имен файлов;
6. Выделение предложений из входного текста;
7. Выделение абзацев, заголовков, примечаний.

Входными данными для этой модули является текст/простой текст/текстовый файл (plain text). На выходе получаем таблицу, состоящую из двух столбцов. В первом столбце стоит часть входного текста (токен, выделенный по некоторым правилам), во

втором столбце стоят дескрипторы (элементы из множества описаний для токенов). Например, токенизатор из [5] строит следующую таблицу для текста “Иван спал”

Часть входного текста	Дескрипторы
Илья	RLE Aa NAM?
лежал	RLE aa SENT_END

Здесь RLE - русская лексема, присваивается последовательностям, состоящим из кириллицы; Aa – признак того, что первый символ лексемы – большой; NAM? - признак того, что лексема, возможно, является частью имени собственного; aa – признак того, что все символы лексемы – малые; SENT_END – конец предложения. Составление множества дескрипторов является отдельной задачей.

Словарный морфологический анализ

Входными данными для этой модули является токен(слово), для которой необходимо определить её морфологические данные, например, род, число, падеж и т.д. Определение нужных характеристик слова выполняется путём сопоставления со словарём всех словоформ выбранного языка. В русском языке около 5 млн. словоформ. Задача сводится к тому, каким образом лучше всего хранить все словоформы и искать среди них нужную. Самым выигрышным подходом для решения рассматриваемой задачи является использование такой структуры данных как префиксное дерево (trie), в частности, DAWG (directed acyclic word graph – ориентированный ациклический граф слов). Префиксное дерево DAWG можно представить как конечный автомат DAFSA (deterministic acyclic finite state automaton – детерминированный ациклический конечный автомат, рис. 1), обладающий важными свойствами:

- Детерминированность: из каждого состояния возможно не более одного перехода по некоторому символу.
- Ацикличность: отсутствие направленных циклов, т.е. путей, начинающихся и заканчивающихся в одной и той же вершине.

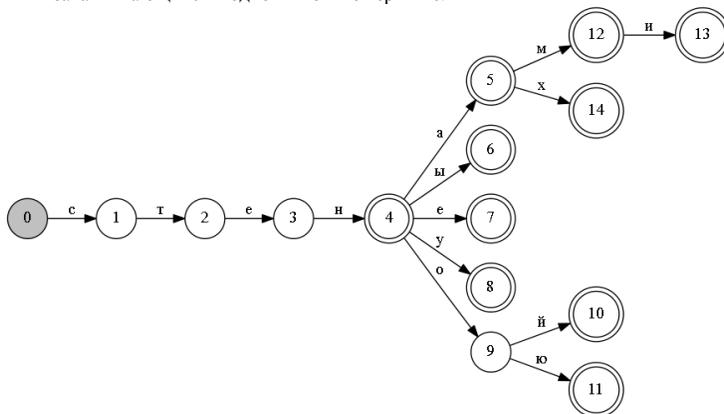


Рис. 1. Пример конечного автомата DAFSA

Использование префиксных деревьев позволяет избавиться от избыточности префиксов. Это означает, что сокращается объём для хранения неизменяемой части слова. Более подробно это рассмотрено в ресурсе [9]. Решение трудностей с минимизацией автоматов представлено в работе [4].

Предсказание и снятие омонимии

В том случае, когда слово не было найдено в словаре, имеет место морфологическое предсказание. Простым способом предсказания является попытка найти существующую словоформу языка, которая максимально совпадала бы с входным словом. Более подробно данный вопрос рассмотрен в [5] в соответствующем разделе.

В настоящее время существуют следующие виды систем разрешения неоднозначности или снятия омонимии:

1. Системы, построенные на правилах, составленных ручным способом.
2. Системы, построенные на вероятностных моделях и обученные на размеченных корпусах.
3. Гибридные системы, включающие как вероятностные модели, так и правила.

Более подробно текущий вопрос рассмотрен в источниках [5, 10]

Уровень предсказания и снятия омонимии достаточно сильно зависит от качества словаря или размеченных корпусов.

Выводы

Несмотря на большое количество исследований, касающихся выбранной темы, рассматриваемая задача остается актуальной, так как все самые успешные достижения являются коммерческими решениями.

Литература

1. Korobov M. / Morphological Analyzer and Generator for Russian and Ukrainian Languages / Analysis of Images, Social Networks and Texts, pp 320-332 (2015).
2. Ляшевская О., Астафьева И. и др. / Оценка методов автоматического анализа текста: морфологические парсеры русского языка <http://www.dialog-21.ru/digests/dialog2010/materials/pdf/49.pdf>
3. Способы представления словарей для автоматической обработки текстов <https://habrahabr.ru/post/190694/>
4. Jan Daciuk, Bruce W. Watson, Stoyan Mihov, Richard E. Watson, Incremental Construction of Minimal Acyclic Finite-State Automata, <http://aclweb.org/anthology/J/J00/J00-1002.pdf>
5. Автоматическая обработка текста – <http://aot.ru/>
6. Статья на хабрахабр “рyморphy2” – <https://habrahabr.ru/post/176575/>
7. Pmorphy – <http://phpmorphy.sourceforge.net/dokuwiki/>
8. Mystem – <https://tech.yandex.ru/mystem/>
9. Способы представления словарей для автоматической обработки текстов – <https://habrahabr.ru/post/190694/>
10. Вероятностная модель снятия морфологической омонимии на основе нормализующих подстановок и позиций соседних слов – http://www.dialog-21.ru/Archive/2005/Zelenkov%20Segalovich/Zelenkov_Segalovich.htm

MORPHOLOGICAL ANALYZER DEVELOPMENT FOR RUSSIAN AND ENGLISH

Yadrincev V.V.

Peoples Friendship university of Russia, vvyadrincev@gmail.com

The paper discusses various ways to solve this problem, produced common methods for developing morphological analyzer for Russian and English.

Keywords: morphology, analysis, text, text analysis, morphological analysis, tokenization, homonymy, disambiguation, lemmatization, Lemma, Stemming, corpus, DAWG, DAFSA, trie.

Высокопроизводительные технологии РВ

ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОЙ СРЕДЫ ГЕТЕРОГЕННОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

Адам Г.^{1,2}, Беляков Д.В.¹, Валя М.^{1,3}, Зрелов П.В.¹, Матвеев М.А.¹,

Подгайный Д.В.¹, Стрельцова О.И.¹

¹ Объединённый институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий,

² IFTN-НН, Бухарест, Румыния.

³ Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия.

adamg@jinr.ru, dmitry@jinr.ru, mvala@saske.sk, zrelov@jinr.ru, korenkov@jinr.ru, matveevma@jinr.ru,
podgainy@jinr.ru, strel@jinr.ru

Презентация содержит частичное описание аппаратно-программной среды гетерогенного кластера HybriLIT. Разработанный метод сетевой загрузки позволяет динамически расширять кластер, быстро добавляя новые вычислительные узлы в общую структуру. Особенности сетевой загрузки позволяют удовлетворить основным требованиям масштабируемости и отказоустойчивости кластера. Пакет CVMFS позволяет получить удаленный доступ к программному обеспечению CERN. Разработанная аппаратно-программная среда кластера HybriLIT предоставляет пользователям широкие возможности для разработки приложений с использованием технологий параллельного программирования.

Ключевые слова: кластер, метод сетевой загрузки, CVMFS, технологии параллельного программирования.

Введение

Особенностью кластера HybriLIT является гетерогенность его вычислительных узлов – кластер содержит ускорители вычислений различной архитектуры. В свою очередь, это накладывает определенные требования как на системное программное обеспечение (ПО), так и на специализированное ПО, позволяющее эффективно использовать вычислительные узлы кластера. Основной задачей при настройке кластера являлось подбор системного ПО, такого как операционная система, файловая система, планировщик задач, и др., совместимого со всеми архитектурами вычислительных устройств.

Программное обеспечение

В качестве удобного инструмента, позволяющего одновременно носить изменения в ПО на всех вычислительных узлах, был выбран метод сетевой загрузки [1]. Метод реализуется в несколько этапов: подготовка единого для всех вычислительных узлов образа, содержащего базовые модули ОС Linux; подготовка образа для автоматической настройки узлов с учетом различной архитектуры вычислительных модулей (src, gri или mic); распаковка образов по сети во время загрузки вычислительных узлов. Такое решение позволило оперативно вносить изменения, касающиеся всей вычислительной компоненты кластера, с учетом развития кластера в будущем.

Для организации переменных окружения среды пользователя используется команды управления модулями [2]. Для каждого установленного пакета подготовлен модуль-файл содержащий список настроенных переменных окружения для его использования. Такой подход позволяет динамически настраивать переменные окружения и подключать необходимые для работы компиляторы и библиотеки.

Для доступа к библиотеке ПО ЦЕРНа был установлен пакет CVMFS [3], позволяющий расширить список доступного ПО кластера HybriLIT после настройки переменных окружения среды. Используемые пакеты загружаются на вычислительные узлы по мере использования.

Формирование SLURM очередей в соответствии с типом архитектуры вычислительного устройства позволило удовлетворить потребности всех групп пользователей [4].

Выводы

Созданная программно-аппаратная среда кластера HybriLIT является удобной с точки зрения системного администрирования, что позволяет максимально эффективно развивать кластер, удовлетворяет требованиям масштабируемости, высокой отказоустойчивости, а также предоставляет пользователю удобную среду для разработки приложений на основе технологий параллельного программирования и проведения расчетов с использованием ускорителей вычислений различной архитектуры.

Литература

1. Pfister Gregory. "In Search of Clusters" (The ongoing battle in lowly parallel computing (2nd Edition)). Prentice Hall, 1997.
2. The environment modules. URL: <http://modules.sourceforge.net>
3. CernVM File System (CernVM-FS). URL: <http://cernvm.cern.ch>
4. Simple Linux Utility for Resource Management. URL: <http://slurm.schedmd.com>

FEATURES OF THE HARDWARE-SOFTWARE ENVIRONMENT OF THE HETEROGENEOUS CLUSTER HYBRILIT

Adam G.^{1,2}, Belyakov D.V.¹, Vala M.^{1,3}, Zrellov P.V.¹, Matveyev M.A.¹, Podgainy D.V.¹, Streltsova O.I.¹

¹ Joint Institute for nuclear research, LIT, Russia, adamg@jinr.ru, dmitry@jinr.ru, mvala@saske.sk, zrellov@jinr.ru, korenkov@jinr.ru, matveevma@jinr.ru, podgainy@jinr.ru, strel@jinr.ru

² IFIN-HH, Bucharest, Romania

³ Institute for Theoretical and Experimental Physics, Kosice, Slovakia

The presentation involves description part of hardware-software environment of the heterogeneous cluster HybriLIT. The developed network boot method enables dynamic cluster extension in the future by allowing quick add of new computation nodes to the structure of the cluster. The features match the requirements of scalability and high fault tolerance. The CVMFS package provides the network access to remote software resources of CERN. The developed hardware-software environment of the HybriLIT cluster provides the users with a convenient environment for the development of applications on the basis of parallel programming technologies.

Keywords: the cluster, the network boot method, CVMFS, parallel programming technologies.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СРЕДА ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

Адам Г.^{1,2}, Вальвова Л.^{1,3}, Валя М.^{1,3}, Заикина Т.Н.¹, Киракосян М.Х.¹, Торосян Ш.Г.¹

¹Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований

²IFIN-HH, Бухарест-Мэзуреле, Румыния

³Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия

Гетерогенный кластер «HybridIT» предназначен для разработки параллельных приложений и для проведения массивно-параллельных вычислений при решении широкого круга задач, возникающих в научных и прикладных исследованиях, проводимых в ОИЯИ. Эффективное использование кластера требует внедрения и поддержки информационной среды, включающей сервисы для пользователей кластера. В статье представлен обзор этой среде.

Ключевые слова: гетерогенный вычислительный кластер, HybridIT, сервисы, информационная поддержка пользователей.

Введение

Группой по гетерогенным вычислениям разработана информационно-вычислительная среда, которая включает в себя различные сервисы, с помощью которых пользователи могут эффективнее организовать свою работу, а также иметь доступ к необходимой и полезной информации при работе на кластере. Среди сервисов, предоставляемых пользователям, можно выделить те, что предназначены преимущественно для предоставления пользователям необходимой информации для работы на кластере, а также информирования о различных мероприятиях, проводимых группой HybridIT. Среди таких сервисов:

- веб-сайт HybridIT [1]: содержит подробную информацию о ресурсах, предоставляемых пользователям кластера. Уделено особое внимание аппаратному обеспечению, включающему подробные характеристики кластера HybridIT, а также программному обеспечению, которое установлено на кластере. Очень важным аспектом является процедура регистрации на гетерогенном кластере. На сайте предоставлена подробная информация по данной процедуре. Помимо этого, пользователи могут ознакомиться с руководством запуска задач на кластере. Данное руководство предоставляет базовые сведения о кластере, методах и средствах работы с ним.

- система Indico [2]: используется группой HybridIT для организации конференций, семинаров и встреч, посвященных технологиям параллельного программирования. В данной системе возможно создавать различные мероприятия, которые пройдут в рамках института. Созданное событие представляет краткую информацию о тематике мероприятия, месте и времени проведения. В системе также есть возможность загрузки материалов лекций и семинаров выступающих, что позволяет пользователям более детально ознакомиться с ними.

Помимо сервисов, которые содержат подробную информацию о самом кластере и о возможностях, предоставляемых пользователям, необходимы также сервисы, которые способствовали бы активному и тесному взаимодействию пользователей с группой HybridIT. В качестве таких сервисов используются следующим системы:

- HybridIT User Support – проект, реализованный в системе Project Management Service [3], позволяющей оперативно отвечать на вопросы пользователей кластера, размещать полезные материалы, новости и др. Данный проект разработан для более эффективного взаимодействия пользователей, как между собой, так и с группой HybridIT. Данная система предоставляет возможности по быстрому информированию пользователей о предстоящих мероприятиях и состоянии кластера. Пользователи также могут создавать задачи по улучшению или исправлению возникающих ошибок в системе. Таким образом, взаимодействие между пользователями кластера и разработчиками осуществляется быстро и эффективно.

• GitLab [4] – сервис, который предназначен для совместной параллельной разработки приложений. Данный сервис представляет собой систему контроля версий, что позволяет следить за изменениями в коде проектов. Функционал системы достаточно широк и включает в себя такие возможности как разделение полномочий между пользователями, систему управления задачами, вики, инспекция кода и др. На сегодняшний день группой HybriLIT создано несколько проектов, основными из которых являются проект по написанию документации по работе на кластере, а также проект по разработке системы мониторинга.

С быстрым ростом числа пользователей кластера, появилась необходимость разработки и применения системы мониторинга. Так, был разработан сервис мониторинга [5], позволяющий системным администраторам следить за загруженностью кластера; задачами, запущенными на кластере; пользователями, запускающими задачи; временем расчета задач и т.д. На сайте доступны данные по запускаемым ранее задачам, а именно имя пользователя, используемые ресурсы, время начала запуска задачи и ее завершения и пр. Помимо этого, на сайте предоставляется статистика использования ресурсов кластера за последний час/день/неделю/месяц/все время работы кластера лабораториями ОИЯИ и различными университетами. Накопленная статистика позволяет оптимизировать ресурсы кластера таким образом, чтобы расширить возможности предоставленные пользователям при работе на кластере.

В дальнейшем планируется разработать и внедрить систему личных кабинетов пользователей, где будут храниться данные по мониторингу их задач. В таком случае, у них появится возможность следить за прохождением своих задач и, тем самым, лично оценивать эффективность работы.

Учитывая тот факт, что пользователями кластера являются и становятся ученые и исследователи из различных стран, важным аспектом является поддержка всех ресурсов на двух языках: русском и английском.

Помимо сервисов, в рамках группы HybriLIT регулярно проводятся учебные курсы и семинары по использованию всех сервисов, которые предоставляются пользователям. Это позволяет им более активно разрабатывать свои проекты на базе кластера, а также поддерживать связь с членами группы HybriLIT. В целом, за 2015 год было проведено порядка 30 учебных курсов и лекций для пользователей кластера.

Таким образом, все вышеуказанные сервисы предоставляют пользователям большие возможности и являются важными составляющими при работе на кластере.

Литература

1. Сайт HybriLIT – <http://hybrilit.jinr.ru>
2. Система Indico – <http://indico-hybrilit.jinr.ru>
3. Project Management Service – <http://pm.jinr.ru>
4. Система GitLab – <http://gitlab-hybrilit.jinr.ru>
5. Система мониторинга – <http://stat-hlit.jinr.ru>

INFORMATION ENVIRONMENT OF THE HETEROGENEOUS CLUSTER HYBRILIT

Adam Gh.^{1,2}, Vala M.^{1,3}, Valova L.^{1,3}, Zaikina T.¹, Kirakosyan M.¹, Torosyan Sh.¹

¹Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research,

²IFIN-HH, Bucharest-Magurele, Romania,

³Institute of Experimental Physics of SAS, Kosice, Slovakia, shushanik@jinr.ru

The heterogeneous cluster HybriLIT is designed for the development of parallel applications and for carrying out parallel computations asked by a wide range of tasks arising in the scientific and applied research conducted by JINR. The efficient work on the cluster needs the implementation and maintenance of an information environment supporting the services provided to the users. The paper provides an overview of this environment.

Key words: heterogeneous computing cluster, HybriLIT, services, information user support.

ВЕБ-СЕРВИС МОНИТОРИНГА ГЕТЕРОГЕННОГО КЛАСТЕРА HYBRILIT

Валя М.^{1,2}, Майоров А.В.^{1,3}, Бутенко Ю. А.^{1,3}, Пололян Г.П.^{1,3}, Булатов А.С.^{1,3}

¹Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований

²Институт экспериментальной физики САН в Кошице, Словакия

³Государственный университет «Дубна»

mvala@saske.sk, sanek_majorov@mail.ru, gohas94@gmail.com, glebus94@gmail.com,

Andrey.bulatov20@gmail.com

Для эффективного использования гетерогенного кластера «HybriLIT», предназначенного для разработки параллельных приложений и проведения массивно-параллельных расчетов при решении широкого круга задач, возникающих в научных и прикладных исследованиях, проводимых сотрудниками ОИЯИ, появилась необходимость внедрения и поддержки сервиса для сбора статистики использования ресурсов этого кластера.

Ключевые слова: гетерогенный вычислительный кластер, HybriLIT, сервис, статистика.

Введение

Гетерогенный кластер «HybriLIT» является частью Многофункционального информационно-вычислительного комплекса (МИВК), Лаборатории информационных технологий ОИЯИ г. Дубна [1]. Для того, чтобы пользователи смогли эффективнее организовать свою работу, появилась необходимость в сервисе, который собирает статистику использования ресурсов кластера.

Сервис [2], представляет собой веб-интерфейс, содержащий информацию по загруженности кластера в реальном времени, по запущенным задачам и т.д. Информация собирается с помощью SLURM и записывается в базу данных, на основе которой формируется статистика.

Технологии

При создании сервиса использовались различные технологии и инструменты разработки, в данной главе будут рассмотрены основные из них.

Для построения веб-сервера используется программная платформа – Node.js [3], которая использует JavaScript как язык общего назначения. Благодаря Node.js, JavaScript взаимодействует с устройствами ввода-вывода, подключает внешние библиотеки, написанные на разных языках и обеспечивает вызовы к ним. В основе Node.js лежит событийно-ориентированное и асинхронное программирование. Одним из преимуществ данной платформы является простота масштабируемости сетевых серверов.

В качестве JS-фреймворка был выбран AngularJS [4]. Данный фреймворк содержит внушительный набор инструментов, которые позволяют создавать мощные, простые в обслуживании, структурированные приложения. AngularJS существенно облегчает разработку динамических приложений, благодаря двусторонней привязке данных, что является ключевой особенностью, которая повлияла на выбор фреймворка. Двусторонняя привязка данных означает связь между бизнес-моделью и пользовательским интерфейсом, и при изменении одного, изменяется и второе.

Для визуализации статистических данных используются такие JavaScript библиотеки, как C3.js [5] и Highcharts [6]. C3.js – JavaScript библиотека построенная на D3.js, которая позволяет строить красивые «легковесные» графики. Highcharts – JavaScript библиотека с мощным набором инструментов, для гибкой настройки внешнего вида графиков. Данная библиотека позволяет строить динамические графики с красивой анимацией, при этом способна обрабатывать несколько тысяч точек в режиме реального времени без серьезных ресурсных затрат.

Для обеспечения передачи информации о состоянии кластера от сенсоров на веб-сервис используется ZeroMQ. Это библиотека, которая предоставляет инструменты для создания системы очереди сообщений. Она работает на различных архитектурах и поддерживается более чем в 20 языках программирования. ZeroMQ предлагает разработчику некий высокий уровень абстракции при работе с «сокетами». Библиотека берет на себя часть забот по буферизации данных, обслуживанию очередей, установлению и восстановлению соединений, и прочие вещи – это позволяет разработчику сосредоточиться на архитектуре и логике приложения.

Получении информации о состоянии кластера

Одной из функций сервиса является предоставление информации о загрузенности гетерогенного кластера в режиме реального времени. Для получения информации о состоянии кластера, разработаны сенсоры, которые написаны на языке C++ с использованием библиотеки libgtop. Сенсоры отправляют полученную информацию брокеру, который в свою очередь собрав показания всех датчиков в пакет, перенаправляет его непосредственно веб-серверу (См. рис. 1). Система очереди сообщений реализована с помощью библиотеки ZeroMQ на языке C++, построена по принципу «Publish-Subscribe».



Рис. 1. Схема передачи информации о кластере на веб-сервер

Реализованные функции

В настоящее время веб-сервис находится в стадии разработки и имеет альфа-версию.

В данный момент реализовано:

1. Информация об общей загрузенности CPU, памяти и сети гетерогенного кластера, выводимая в виде круговых диаграмм на главной странице.
2. Информация о пользователе: имя пользователя, логин, id пользователя, домашний каталог и т. д
3. Информация о завершенных задачах, выполняемых на кластере, выводимая в виде таблицы. Имеет поиск по записям, сортировку по колонкам таблицы.
4. Информация о задачах, выполняющихся на данный момент на кластере, выводимая в виде таблицы. Имеет поиск по записям, сортировку по колонкам таблицы.
5. Информация об использовании ресурсов кластера за час/день/месяц, реализованная в виде точечного графика и круговой диаграммы.
6. Информация о загрузенности кластера в режиме реального времени. Выводятся сведения об использовании процессора, памяти и сети, отображается в виде таблицы и графика.

7. Информации об использования ресурсов кластера за последний час/день/неделю/месяц/все время работы кластера лабораториями ОИЯИ и различными университетами.

Дальнейшие планы

Веб-сервис постоянно развивается и получает новые функции и возможности.

Дальнейшее развитие:

1. Внедрение системы аутентификации пользователей и личного кабинета.
2. Статистика использования ресурсов кластера пользователя/группами.
3. История статистики о загруженности кластера.
4. Поддержка нескольких языков.
5. Развитие дизайна сайта.

Выводы

В работе представлен обзор веб-сервиса мониторинга гетерогенного кластера «HybriLIT», который позволяет эффективнее организовать работу пользователей с кластером, предоставляя необходимую информацию о нем. Сервис дорабатывается и развивается.

Литература

1. Проект HybriLIT – <http://hybrilit.jinr.ru>
2. Веб-сервис для мониторинга гетерогенного кластера – <http://stat-hlit.jinr.ru>
3. Node.js – <https://nodejs.org/en>
4. AngularJS – <https://angularjs.org>
5. C3.js – <http://c3js.org/>
6. Highcharts – <http://www.highcharts.com/>
7. ZeroMQ – <http://zeromq.org/>

WEB-SERVICE FOR MONITORING HYBRILIT HYBRID CLUSTER

Vala M.^{1,2}, Mayorov A.^{1,3}, Butenko Y.^{1,3}, Podolyan G.^{1,3}, Bulatov A.^{1,3}

¹Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research

²Institute of Experimental Physics of SAS, Kosice, Slovakia

³State University “Dubna”

*mvala@saske.sk, sanek_majorov@mail.ru, gohas94@gmail.com, glebus94@gmail.com,
Andrey.bulatov20@gmail.com*

The heterogeneous cluster HybriLIT is designed for the development of parallel applications and for carrying out parallel computations asked by a wide range of tasks arising in the scientific and applied research conducted by JINR. The efficient work on the cluster needs the implementation of service of statistics provided to the users.

Key words: heterogeneous computing cluster, HybriLIT, service, statistics.

РАЗРАБОТКА И ПОДДЕРЖКА ПРОЕКТА «PARALLELING FEATURES» В СИСТЕМЕ GITLAB В РАМКАХ СЕРВИСОВ, ПРЕДОСТАВЛЯЕМЫХ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯМ КЛАСТЕРА HYBRILIT

Зув М.И.¹, Адам Г.^{1,2}, Беляков Д.В.¹, Валя М.^{1,3}, Матвеев М.А.¹, Подгайный Д.В.¹, Стрельцова О.И.¹

¹Лаборатория информационных технологий, Объединенный институт ядерных исследований
²IFIN-HH, Бухарест, Румыния

³Институт экспериментальной физики Словацкой академии наук, Кошице, Словакия
zuevmax@jinr.ru

Для эффективной разработки приложений, использующих технологии параллельного программирования, развивается проект «Paralleling features» в системе GitLab, позволяющий опыт, накопленный при решении прикладных задач, размещать в проекте в виде методических примеров.

Ключевые слова: гетерогенные вычислительные системы, система управления версиями, GitLab, параллельные вычисления.

После ввода в 2014 г. в эксплуатацию гетерогенного вычислительного кластера HybriLIT [1], появилась необходимость обеспечить пользователей сервисом, в рамках которого можно получать информацию об особенностях разработки параллельных приложений для различных вычислительных архитектур, доступных для расчетов на кластере. В качестве такого сервиса была выбрана система GitLab [2], позволяющая пользователям делиться своими разработками друг с другом и обмениваться опытом по эффективному использованию программного обеспечения для решения конкретных научно-прикладных задач.

Созданный в рамках системы GitLab проект «Parallel features» [3] предоставляет возможность:

- осуществлять совместную разработку программных пакетов и отдельных программ независимыми группами пользователей;
- проводить более эффективное консультирование пользователей кластера и сотрудников из других лабораторий в вопросах написания параллельных реализаций программ, для проведения расчетов на многоядерных системах (технологии MPI, OpenMP, OpenCL и др.) и сопроцессорах вычислений (технологии CUDA, OpenMP for Intel Xeon Phi coprocessor);
- разрабатывать параллельные приложения и методические примеры на их основе.

В докладе будет рассмотрено несколько примеров, в том числе организация параллельных вычислений с помощью планировщика SLURM в нераспараллеленных задачах, требующих массивных расчетов при различных значениях параметров. Необходимость такой организации вычислений возникла для ускорения вычислений при исследовании джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках, находящихся под действием внешнего излучения [4]. В проект уже добавлено исследование по использованию ключей оптимизации для различных компиляторов, установленных на кластере HybriLIT.

Представленный в докладе проект «Paralleling features» может использоваться для систематизации опыта разработки параллельных приложений для проведения расчетов на вычислительных платформах, содержащих графические ускорители и сопроцессоры Intel Xeon Phi, и для создания более эффективных приложений пользователями кластера, сотрудниками из других лабораторий, студентами и слушателями учебных курсов, проводимых на базе гетерогенного кластера HybriLIT.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 15-29-01217, ОИЯИ № 16-602-03.

Литература

1. Гетерогенный кластер ЛИТ ОИЯИ – <http://hybrilit.jinr.ru/>.
2. Система GitLab – <https://gitlab-hybrilit.jinr.ru/>.
3. Проект «Paralleling features» – <https://gitlab-hybrilit.jinr.ru/hybrilit/ParallelingFeatures>
4. *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Plecenik A., Streltsova O.I., Zuev M.I., Ososkov G.A.* Modeling of Intrinsic Josephson Junctions in High Temperature Superconductors under External Radiation in the Breakpoint Region // EPJ Web of Conferences. – Vol. 108. – 2016. – 02042. – <http://dx.doi.org/10.1051/epjconf/201610802042>.

DEVELOPMENT AND SUPPORT OF THE PROJECT «PARALLELING FEATURES» IN THE GITLAB SYSTEM AS PART OF THE SERVICES, PROVIDED TO USERS OF THE CLUSTER HYBRILIT

*Zuev M.I.¹, Adam Gh.^{1,2}, Belyakov D.V.¹, Vala M.^{1,3}, Matveyev M.A.¹, Podgainy D.V.¹,
Streltsova O.I.¹*

¹*Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research*

²*IFIN-HH, Bucharest, Romania*

³*Institute of Experimental Physics, Slovak Academy of Science, Kosice, Slovakia*
zuevmax@jinr.ru

The project «Paralleling features» is being developed within the GitLab framework and allows to place the experience gained in dealing with the development of parallel applications in the form of methodical examples.

Key words: heterogeneous computing systems, version control system, GitLab, parallel computing.

МОНИТОРИНГ СЕРВИСОВ TIER1 В ОИЯИ

Кадочников И.С., Пелеванюк И.С.

Лаборатория Информационных Технологий, relevanyuk@jinr.ru

Первый в России центр обработки данных эксперимента CMS был представлен в Объединённом Институте Ядерных Исследований в 2015 году. Чтобы обеспечить его надёжное функционирование требуется постоянно следить за многими аспектами его работы. В докладе будет представлен важный аспект мониторинга вычислительного центра: мониторинг сервисов. Система мониторинга сервисов представляет собой систему сбора, анализа и визуализации состояния вычислительного центра. Другой важной причиной создания данной системы является необходимость получить детализированную информацию о возможных причинах возникающих проблем. Одной из самых важных задач является построение схемы зависимостей и взаимосвязей сервисов вычислительного центра. В соответствии с данной схемой можно понять, какие проверки необходимы и чем могут быть вызваны конкретные неполадки. В докладе планируется представить текущий статус разработки и исследования.

Ключевые слова: грид-вычисления, БАК, мониторинг, информационные технологии.

Введение

Грид-сеть WLCG [1], была создана для обработки данных с экспериментов на Большом Адронном Коллайдере. Она имеет иерархическую распределённую структуру и построен из региональных центров, относящихся к нескольким уровням. Центр уровня Tier-0 находится в ЦЕРН и производит калибровку, первичную реконструкцию событий и хранение копий полных баз данных. Центры уровня Tier-1 предназначены для полной реконструкции событий, хранения актуальных баз данных по событиям, создания и хранения наборов анализируемых событий, задач моделирования и анализа. На центрах уровня Tier-2 происходит репликация и хранение наборов анализируемых данных, моделирование и анализ.

Таким образом, к центрам уровня Tier-1 предъявляются высочайшие требования по надёжности и доступности, а для их удовлетворения необходим всесторонний мониторинг их работы. Универсальной системы мониторинга для сверхбольших вычислительных комплексов не существует, так же, как не существует двух одинаковых комплексов.

Методика построения систем мониторинга инженерной инфраструктуры, сетевого оборудования и отдельных узлов в крупных вычислительных центрах в настоящее время уже хорошо отработана. На данный момент такая система успешно функционирует, показывая состояние загрузки, температуру и другие показатели конкретных рабочих узлов и узлов хранения в Tier-1.

Для мониторинга сервисов было решено разрабатывать новую систему мониторинга, которая позволила бы агрегировать данные характеризующие их работу из разных источников.

Сервисы Tier-1

Tier-1 можно представить как набор сервисов, которые позволяют выполнять определённые задачи, возникающие при передаче, обработке и хранении данных LHC. При взгляде со стороны Tier-1 центры кардинально не отличаются друг от друга. На каждом из них работают определённые сервисы, однако эти сервисы могут быть по-разному сконфигурированы или базироваться на разном программном обеспечении. Часть сервисов доступна пользователям для использования, другая часть сервисов является вспомогательной. Наиболее яркими примерами сервисов, о которых идёт речь являются: Phedex [2] – менеджер передачи данных, StreamCE [3] – менеджер управления задачами, dCache [4] – система хранения данных и др.

Особенности мониторинга сервисов Tier-1

Сервисы Tier-1 функционируют на разных уровнях и имеют сложные зависимости друг от друга. неполадки с одним сервисом могут повлиять на другой, например: при поломке dCache могут возникнуть проблемы как с Phedex, так и с CreamCE, но если перестанет функционировать CreamCE, это не помещает Phedex осуществлять передачу данных. Связи могут отражаться в ещё более сложных ситуациях, например: при особой поломке в dCache может возникнуть ситуация при которой Phedex передаёт данные на Tier-1 без сбоев, но dCache не способен записать файл на диск, таким образом на уровне сервиса Phedex результат этой поломки может оказать влияние в будущем, когда потребуется обработать один из недоставленных файлов. Данный пример показывает, что при мониторинге сервисов Tier-1 нельзя останавливаться на мониторинге высокоуровневых сервисов, потому что они, зачастую, являются лишь вершиной айсберга.

Источники данных мониторинга могут быть самые разные: начиная от результатов работы скрипта на локальной машине и заканчивая сторонними сервисами, которые осуществляют глобальный мониторинг сайтов входящих в WLCG. Источник определяет то, каким методом извлекать из него интересующие данные. Рассмотрим следующие типичные варианты:

1. Исполняемый скрипт на локальной машине. Не требует подключения к сети Интернет. Можно самому определить частоту получения данных. В зависимости от особенностей скрипта может потребоваться выполнить некоторую дополнительную работу, связанную с извлечением полезных данных из текста стандартного вывода. Отдельно следует упомянуть о безопасности. Некоторые скрипты могут быть установлены и запущены только на некоторых, ключевых, машинах. Доступ к этим машинам чаще всего ограничен.

2. Локальная веб-страница. Некоторые сервисы (например, dCache) предоставляют особое ПО, которое разворачивает веб-интерфейс для предоставления данных о работе конкретного сервиса. Для того чтобы взаимодействовать с веб-интерфейсом достаточно использовать любой из современных браузеров. Безопасность доступа к интерфейсу может быть реализована либо ограничением набора ip адресов, для которых он будет отображаться, либо механизмом аутентификации/авторизации. Важными плюсами такого интерфейса является так же то, что данные могут передаваться на систему мониторинга в рамках локальной сети, а также полный контроль над работой интерфейса.

3. Сервисы мониторинга WLCG. Чаще всего такие сервисы мониторят работу сайтов на самом высоком уровне, предоставляя информацию о количестве выполненных задач, наличии и описании ошибок, передачах между сайтами и др. Доступ к ним открыт или осуществляется при помощи сертификата. Следует аккуратно полагаться на такие сервисы при мониторинге критических аспектов работы Tier-1 центра, так как иногда данные могут обновляться с существенной задержкой, иногда они могут меняться спустя некоторое время.

Система мониторинга сервисов Tier-1 в ОИЯИ

На данный момент архитектура мониторинга сервисов Tier-1 в ОИЯИ состоит из двух подсистем: системы сбора и системы визуализации. Система сбора написана на Python. Она объединяет набор команд для исполнения на локальной машине. Более того, даже определённое время или через определённый интервал при помощи демона cron, собирая необходимую информацию из соответствующих источников. Все они работают на одной машине.

Чтобы запускать скрипты на локальных машинах используется двухуровневая защита: доступ на локальную машину только по установленному закрытому ключу, ограниченный набор команд для исполнения на локальной машине. Более того, даже используя закрытый ключ попасть по протоколу ssh на локальную машину невозможно. Была установлена специальная конфигурация, которая позволяет удалённо запустить

только особый «прокси»-скрипт, передав ему в качестве параметра название проверки и получить обратно результат его работы.

Для доступа к веб-интерфейсам защищённым механизмом проверки сертификатов используется похожий механизм. Запросы к защищённым веб-страницам отправляются на специальный прокси-сервер: программу, которая имея доступ к действующему сертификату и принимает запрос с параметром, указывающим на интересный ресурс. Если значение параметра есть в списке, то с соответствующей страницы прокси, используя сертификат, загружает HTML код и передаёт, как результат.

Все результаты сохраняются в базе данных для последующей визуализации и возможного анализа. Система визуализации базируется на Django и предоставляет доступ к набору веб-страниц, которые позволяют охватить взглядом большой набор показателей работы Tier-1. Существует одна страница, которая агрегирует выжимки со всех остальных веб-страниц. Она является точкой, с которой начинается обзор работы сервисов, после её просмотра можно быстрее определить на какой сервис требуется обратить внимание. Все веб-страницы используют технологию REST [5], т.е. сначала загружается пустой шаблон, а позже подгружаются данные. Как только данные полностью загружены, они используются для генерации графиков и таблиц. Для визуализации используются следующие библиотеки: Highcharts [6] – для отрисовки графиков, Datatables [7] – для отрисовки таблиц, D3 [8] – для визуализации в виде нестандартных объектов. Время от времени данные обновляются и в соответствии с ними меняются таблицы и графики, таким образом не требуется полная перезагрузка страниц.

Выводы

На данный момент проработаны методы сбора и анализа данных некоторых сервисов Tier-1: Phedex, dCache, batch и некоторые сторонние сервисы мониторинга. Необходим механизм постоянного автоматизированного анализа, позволяющего выполнять некоторые действия в зависимости от состояния сервисов. Возможно потребуется изменить архитектуру системы.

Литература

1. The Worldwide LHC Computing Grid (WLCG) – <http://wlcg.web.cern.ch/>.
2. Ricky Egelanda, Tony Wildishb, Chih-Hao Huang. PhEDEx Data Service // Journal of Physics: Conference Series. – Vol. 219. – 2010. – 062010.
3. CREAM CE FactSheet, Project EU EMI – 2011.
4. dCache Documentation – <http://www.dcache.org>.
5. Roy Thomas Fielding, Doctoral Dissertation: Architectural Styles and the Design of Network-based Software Architectures – University of California, Irvine. – 2010.
6. Highcharts: Interactive JavaScript charts for your webpage - <http://www.highcharts.com/>.
7. DataTables. Table plug-in for jQuery. – <https://datatables.net/>.
8. D3.js - Data-Driven Documents. – <https://d3js.org/>.

TIER1 SERVICE MONITORING IN JINR

Kadochnikov I.S., Pelevanyuk I.S.

Laboratory of Information Technologies, pelevanyuk@jinr.ru

The first Tier1 center of CMS experiment was presented in 2015 in JINR. In order to increase productivity, accessibility and reliability Tier1 operators should keep an eye on many different things. Service monitoring is presented as an important aspect of computing center monitoring. The monitoring consists of several parts: data collection, analysis and state visualization. Another purpose of this system is to give detailed information for a possible problem. The most challenging part is to discover the list of tests which allows to establish the overall status of Tier1 center. According to this schema it is easier to find out the cause of particular problem. This work is ongoing, but some results are already achieved.

Key words: grid-computing, LHC, information technologies, monitoring.

АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ПАКЕТА GEANT4 НА АРХИТЕКТУРЕ HYBRILIT

Максимов А.А.

Санкт-Петербургский Государственный Университет, tolord95@gmail.com

В данной статье представлены результаты анализа работы пакета Geant4 на примере TestEm12 (extended → electromagnetic) на объемах данных в 10^5 , 10^6 и 10^7 событий. Для сборки инструментария были использованы компиляторы GCC и ICC с применением оптимизации и без. На основе времени работы получены сведения об ускорении и эффективности Geant4 в зависимости от количества задействованных потоков. Также проанализирована работа пакета на сопроцессоре Intel Xeon Phi в native-режиме.

В дальнейшем полученные результаты помогут сэкономить ресурсы при высокопроизводительных и ресурсоемких вычислениях Geant4 на кластере HybriLIT.

Ключевые слова: компьютерные науки, информационные технологии, физика высоких энергий, вычислительная физика, Geant4, CERN, JINR, гетерогенный кластер HybriLIT.

Введение

Geant4 (акроним от «GEometry ANd Tracking») - с англ. «геометрия и трэкинг») – инструментарий для симуляции методами Монте-Карло прохождения элементарных частиц через различные вещества и взаимодействия с ними. Первая версия пакета была разработана ЦЕРНом в 1974 году. В середине 1990-ых годов началось создание Geant4 – на языке C++, в отличие от предыдущих версий, написанных на Fortran. Последняя стабильная версия на данный момент – Geant4.10.2 – выпущена 4 декабря 2015 года. В настоящее время Geant4 используется в различных областях науки: от электромагнитных полей и физики высоких энергий до брахитерапии (контактная лучевая терапия) и адронной терапии (2).

Начиная с версии 10.0 в Geant4 добавлена поддержка многопоточного режима. Ввиду активного использования ОИЯИ данного пакета для вычислений, а также наличия гетерогенного кластера HybriLIT, возникла необходимость проверки эффективности работы Geant4 в многопоточном режиме.

Описание вычислительных ресурсов

Вычислительные эксперименты проводились на ресурсах Лаборатории информационных технологий ОИЯИ (г. Дубна). Вычислительный кластер HybriLIT был запущен в эксплуатацию в 2014 году, но досконально не протестирован, в связи с чем и был выбран в качестве объекта исследований. На данный момент кластер состоит из девяти вычислительных узлов, для тестирования использовались узлы с 4 по 7 (GPU partition) с установленными на них по два CPU Intel® Xeon® Processor E5-2695 v2 (30M Cache, 2.40 GHz) на каждом. На каждом процессоре 12 ядер, 24 потока – итого на одном вычислительном узле можно задействовать до 48 потоков. Также на каждом вычислительном узле установлено 128 Гб ОЗУ (1).

Используемые компиляторы: GCC-4.9.1 и ICC (Intel Cluster Studio 2013.1.046).

Используемая версия пакета Geant4 – 10.1.p02.

Для тестирования выбран пример TestEm12 (examples → extended → electromagnetic).

Результаты тестирования

Время вычислений представлено как среднее арифметическое из показаний нескольких запусков (от 5 на некоторых затратных по времени до 20 на более быстрых).

Ускорение (speed-up) на N потоках вычислено по следующей формуле:

$$S_N = \frac{T_1}{T_N}, \text{ где } T_i - \text{ время работы на } i \text{ потоках} \quad (1)$$

Эффективность:

$$E_N = \frac{S_N}{N} \quad (2)$$

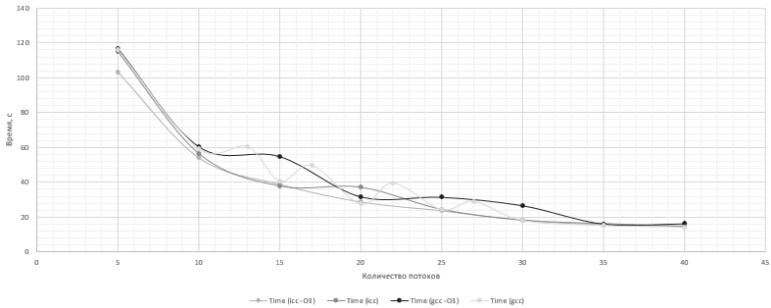


Рис. 1. 105 событий. Сравнение сборок на GCC vs. GCC (-O3) vs. ICC vs. ICC (-O3).

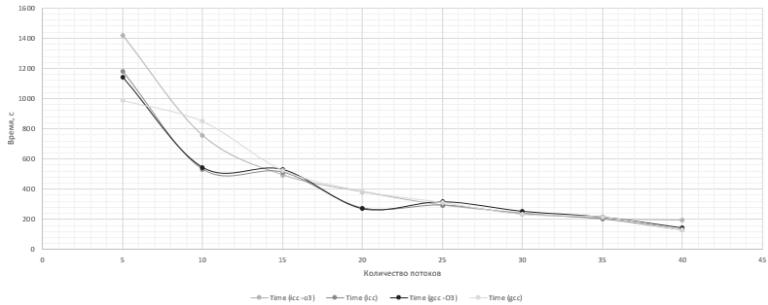


Рис. 2. 106 событий. Сравнение сборок на GCC vs. GCC (-O3) vs. ICC vs. ICC (-O3).

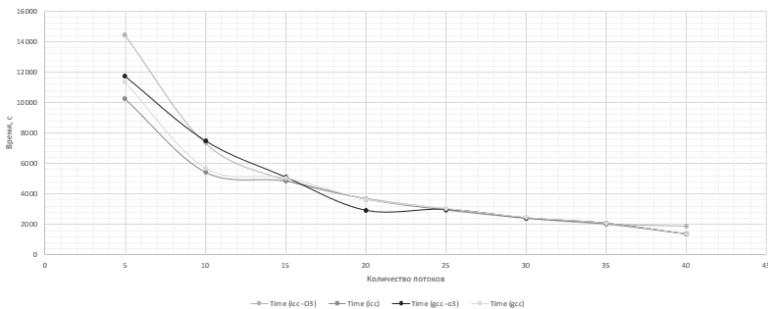


Рис. 3. 10⁷ событий. Сравнение сборок на GCC vs. GCC (-O3) vs. ICC vs. ICC (-O3).

На рис. 1 можно увидеть значительные колебания по времени работы сборки на компиляторе GCC. Это можно объяснить тем, что процессоры Intel Xeon используют технологию Turbo Boost, увеличивающую при необходимости частоту ядер, и в ICC это учтено при инициализации потоков, в отличие от GCC. На рис. 2 и 3 видно, что с увеличением количества событий эти колебания сглаживаются.

Также были проведены единичные тесты на Intel Xeon Phi.

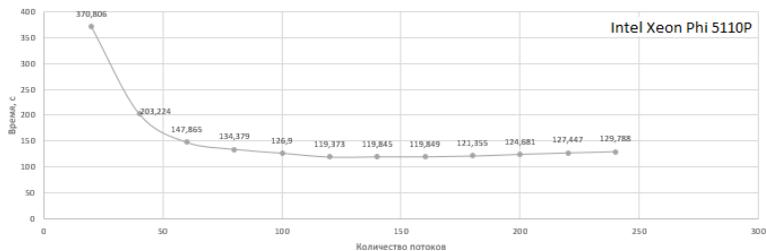


Рис. 4. 10⁵ событий на Intel Xeon Phi.

Как видно на рис. 1, эффективность Xeon Phi на мелких задачах довольно низка. Тестовые замеры показали, что почти половину времени при полной загрузке сопроцессора (240 потоков) занимает только инициализация потоков. На 10³ событий время работы на 240 потоках составляет 76,494 с и 25,457 с на 10. Промежуточные значения распределены близко к линейной зависимости. С увеличением числа событий эффективность увеличивается, что доказывается на рис. 2. Тесты на размерностях порядками выше (3) показывают даже превосходство Xeon Phi над CPU Intel Xeon.

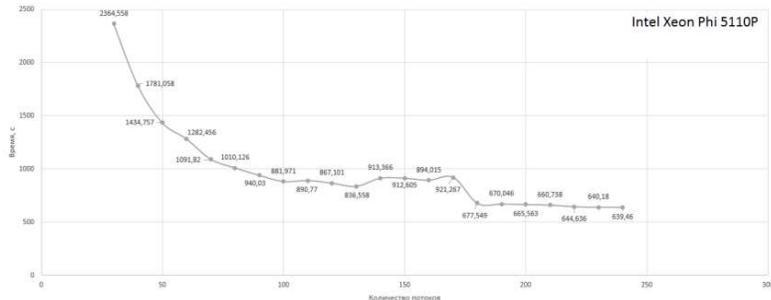


Рис. 5. 10⁶ событий на Intel Xeon Phi.

Выводы

Сборка компилятором ICC с оптимизацией (-O3) показал свою высокую стабильность и эффективность в сравнении с другими сборками на малом количестве событий (10⁵), при этом с увеличением объёма вычислений время всех четырёх сборок сходится при большом количестве потоков. При этом наилучшую эффективность на трёх объёмах вычислений показывает именно сборка под ICC (-O3) на 35 потоках. В то же время Intel Xeon Phi показывает худшие результаты в сравнении с CPU. Так на 10⁵ событий лучшее время Phi сравнимо с пятипоточной работой CPU, а на 10⁶ – с десятипоточной, что вполне совместимо с результатами других испытаний (3).

Литература

1. Гетерогенный кластер ЛИТ/ОИЯИ - <http://hybrilit.jinr.ru/resources/hardware>.
2. Introduction to Geant4 - <http://geant4.web.cern.ch/geant4/UserDocumentation/UsersGuides/IntroductionToGeant4/html/index.html>.
3. *Schweitzer P.* Performance Evaluation of Multithreaded Geant4 Simulations Using an Intel Xeon Phi Cluster - <http://www.hindawi.com/journals/sp/2015/980752/>.

ANALYSIS OF PERFORMANCE OF GEANT4 TOOLKIT ON HYBRILIT ARCHITECTURE

Maximov A.A.

St. Petersburg State University, tolord95@gmail.com

Here are results of analysis of Geant4 performance with example TestEm12 (extended → electromagnetic) on the number of events equal 10^5 , 10^6 and 10^7 . Used compilers – GCC and ICC with and without optimization. Basing on calculation time I get an information about Geant4 performance and efficiency in dependance of number of threads. Also toolkit was tested on co-processor Intel Xeon Phi in native mode.

In future these results will help to save resources computing in work on hard tasks.

Key words: computer science, IT, physics of high energy, computational physics, Geant4, CERN, JINR, heterogenous cluster HybrILIT.

Математическое моделирование

АЛГОРИТМ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТОНКОГО МНОГОСЛОЙНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА

Айриян А.С.

Лаборатория информационных технологий, ОИЯИ, Дубна, Россия, ayriyan@jinr.ru

Обсуждается моделирование эволюции температурного поля с периодическим источником в области с цилиндрической структурой.

Ключевые слова: процесс теплопроводности, периодический источник нагрева, многослойная цилиндрическая структура, конечно-разностная схема, реализация на языке OpenCL.

В работе рассматривается модель многослойного цилиндрического устройства с нетривиальной расчетной областью и нелинейными термодинамическими свойствами материалов при криогенных температурах. Данная модель описывает так называемую криогенную ячейку, предназначенную для импульсной подачи рабочих газов в камеру источника многозарядных ионов. Основным требованием к режиму работы криогенной ячейки является периодическое открытие и закрытие створок для инъекций газообразного вещества в миллисекундном диапазоне. Модельно реализована предложенная ранее идея температурных створок, когда закрытие «створок» обеспечивается путем замораживания газообразного вещества на внешней поверхности ячейки, а открытие «створок» – путем нагрева поверхности ячейки до необходимого значения температуры, обеспечивающего требуемое давление испаренного вещества на поверхности ячейки. Поверхность нагревается путем пропускания импульсного электрического тока через один из проводящих слоев ячейки. Для моделирования эволюции процесса теплопроводности с периодическим по времени источником разработаны алгоритм, которые реализованы на языке OpenCL для проведения расчетов на графических процессорных устройствах. Алгоритмы дают возможность для дальнейшей оптимизации проектирования криогенной ячейки. Расчеты проводилась на гетерогенном кластере HybriLIT.

ALGORITHM AND SIMULATION OF HEAT CONDUCTION PROCESS FOR DESIGN OF A THIN MULTILAYER TECHNICAL DEVICE

Ayriyan A.S.

Laboratory of Information Technologies, JINR, Dubna, Russia, ayriyan@jinr.ru

The modeling of the evolution of the temperature field with a periodical source in the cylindrical structure domain is discussed.

Key words: heat evolution, periodical heating source, multilayer cylindrical structure, finite-difference scheme, OpenCL realization.

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОТФЕЛЯ С КОМИССИЕЙ В МОДЕЛИ МАРКОВИЦА

Аль-Натор М.С.

Финансовый университет при Правительстве РФ
mahnator@yandex.ru

Исследуются модель Марковица (портфели без коротких позиций) с комиссией. Рассматриваются классические задачи выбора оптимального портфеля. Показано, что при некоторых ограничениях на комиссию эти задачи сводятся к аналогичным задачам без комиссии.

Ключевые слова: портфель, ожидаемая доходность портфеля, риск портфеля, оптимальные портфели, длинная позиция, короткая позиция, функция полезности.

Введение

Данная работа является непосредственным продолжением и обобщением [1-3].

В работе исследуется однопериодная модель Марковица (портфели без коротких позиций) с комиссией и с фиксированным конечным инвестиционным горизонтом. Приведены формулы для функций ожидаемой доходности и риска портфелей с комиссией, зависящей от актива, типа позиций и от того, открывается или закрывается данная позиция. При некоторых ограничениях на комиссию получены точные границы для этих функций.

Рассматривается задача выбора оптимального портфеля. Как показано в работе, классические задачи нахождения оптимального портфеля при некоторых ограничениях на комиссию сводятся к аналогичным задачам без комиссии с помощью аффинного преобразования. Для произвольной комиссии эти задачи аналитически усложняются из-за рационального характера зависимости функций ожидаемой доходности и риска от весов и комиссии.

Обозначения и предположения

Предположим, что рынок состоит из n активов A_1, A_2, \dots, A_n . Портфель будем обозначать вектором весов $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ (вектор-столбец), где x_k – вес актива A_k . Заметим, что для любого портфеля \mathbf{x} сумма весов равна 1 (бюджетное ограничение).

В работе рассматриваются однопериодные портфельные сделки с конечным и фиксированным инвестиционным горизонтом. Кроме того, все портфели предполагаются инвестиционными (т.е. портфели, для которых выручка от коротких продаж не покрывает расходы на открытие длинных позиций портфеля). Для простоты изложения будем предполагать, что дивиденды отдельно не выплачиваются.

В дальнейшем мы рассматриваем только портфели Марковица (модель Марковица). Для этой модели не допускаются короткие позиции, поэтому помимо бюджетного ограничения должны выполняться дополнительные ограничения $0 \leq x_k \leq 1, k = 1, \dots, n$. Модель Блека (портфели с единственным бюджетным ограничением. Для них возможны короткие позиции) была исследована в [1-3]. Основные понятия и задачи портфельного анализа можно найти в [4-6].

Пусть R_k – случайная величина ценовой доходности актива A_k , $r_k = E(R_k)$ – ожидаемая доходность актива A_k , $R(\mathbf{x})$ – доходность портфеля \mathbf{x} без учета транзакционных издержек, $r(\mathbf{x}) = E(R(\mathbf{x}))$ – ожидаемая доходность портфеля \mathbf{x} . В этом случае (см. [5-6])

$$r(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{r} = (\mathbf{x}, \mathbf{r}),$$

а риск (вариация) доходности портфеля равен

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T C \mathbf{x} = (C \mathbf{x}, \mathbf{x}),$$

где $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_n)^T$, (\cdot, \cdot) – стандартное скалярное произведение в \mathbb{R}^n , $C = (c_{ij})_{i,j=1}^n$ – ковариационная матрица доходностей активов: $c_{ij} = \text{cov}(R_i, R_j)$;

$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ – вектор начальных комиссий, где α_k – комиссия при открытии позиции по активу A_k ; $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ – вектор конечных комиссий, где β_k – комиссия при закрытии позиции по активу A_k .

Положим $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$, где $a_k = 1 + r_k$ – ожидаемый коэффициент роста актива A_k за инвестиционный период. Для векторов $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$ положим также $\mathbf{u}^v = (u_1 v_1, u_2 v_2, \dots, u_n v_n)^T$.

Основные результаты и выводы

Применяя результаты [1-3] к модели Марковича, получаем следующие теоремы (в теореме 2 получены более точные границы для значений $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ и $V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ по сравнению с [1-3]).

Теорема 1. Для ожидаемой доходности портфеля $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ с учетом комиссий α, β в модели Марковича справедливо следующее соотношение

$$r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{x}, \mathbf{r} - \alpha) - (\beta, \mathbf{x}^\beta)}{1 + (\alpha, \mathbf{x})}$$

В частности, риск (вариация) доходности портфеля определяется по правилу

$$V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}) = \frac{(C\bar{\mathbf{x}}^\beta, \bar{\mathbf{x}}^\beta)}{[1 + (\alpha, \mathbf{x})]^2} = \frac{(C\mathbf{x}, \mathbf{x}) - 2(C\mathbf{x}, \mathbf{x}^\beta) + (C\mathbf{x}^\beta, \mathbf{x}^\beta)}{[1 + (\alpha, \mathbf{x})]^2}, \quad \bar{\mathbf{x}}^\beta = \mathbf{x} - \mathbf{x}^\beta.$$

Заметим, что $r_{0,0}(\mathbf{x}) = r(\mathbf{x})$ и $V_{0,0}(\mathbf{x}) = V(\mathbf{x})$.

Замечание. Вопреки идеальному случаю без комиссии при $r_1 = r_2 = \dots = r_n = n$ функция $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ в общем случае зависит от весов. Но, если комиссия не зависит от активов и от открытия или закрытия позиций: $\alpha = \beta = (\alpha, \alpha, \dots, \alpha)$, тогда $r_{\alpha, \alpha}(\mathbf{x})$ не зависит от весов, именно

$$r_{\alpha}(\mathbf{x}) = a_{\alpha} r - b_{\alpha}, \quad a_{\alpha} = (1 - \alpha)/(1 + \alpha), \quad b_{\alpha} = 2\alpha/(1 + \alpha).$$

Заметим, что функции $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$, $V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ определены на компакте. Отсюда они достигают своего максимума и минимума. В следующей теореме даны оценки границ для значений функций $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$, $V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$.

Для $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{R}^n$ положим

$$\|\mathbf{z}\|_1 = \sum_{k=1}^n |z_k| \text{ (норма вектора } \mathbf{z}), \quad z_{\min} = \min(z_1, z_2, \dots, z_n), \quad z_{\max} = \max(z_1, z_2, \dots, z_n).$$

Теорема 2. Фиксируем векторы комиссий α, β . Тогда для модели Марковича имеем

$$\begin{aligned} |r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})| &< \frac{n[\|\mathbf{r}\|_1 + \|\alpha\|_1 + \|\beta\|_1(1 + r_{\max})]}{1 + \alpha_{\min}}, \\ 0 \leq V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}) &< n \left(\frac{1 - \beta_{\max}}{1 + \alpha_{\min}} \right)^2 \max_{1 \leq i, j \leq n} |c_{ij}|. \end{aligned}$$

В частности, если $\alpha = \mathbf{0}$, то

$$\begin{aligned} |r_{0, \beta}(\mathbf{x})| &< n[\|\mathbf{r}\|_1 + \|\beta\|_1(1 + r_{\max})], \\ 0 \leq V_{0, \beta}(\mathbf{x}) &< n(1 - \beta_{\min})^2 \max_{1 \leq i, j \leq n} |c_{ij}|. \end{aligned}$$

а если $\alpha \neq \mathbf{0}$, $\beta = \mathbf{0}$, то

$$|r_{\alpha, 0}(\mathbf{x})| < \frac{n[\|\mathbf{r}\|_1 + \|\alpha\|_1]}{1 + \alpha_{\min}}, \quad 0 \leq V_{\alpha, 0}(\mathbf{x}) < \frac{n}{(1 + \alpha_{\min})^2} \max_{1 \leq i, j \leq n} |c_{ij}|.$$

Рассмотрим один частный случай, для которого удается получить точные границы для $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$ и $V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x})$. Пусть $\alpha = \beta = (\alpha, \alpha, \dots, \alpha)$. Положим $r_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}) = r_{\alpha}(\mathbf{x})$, $V_{\alpha, \beta}(\mathbf{x}) = V_{\alpha}(\mathbf{x})$. Нам понадобится понятие функции полезности. Напомним [5,6], что для портфельных сделок без комиссии функция полезности определяется как $U(\mathbf{x}) = r(\mathbf{x}) - V(\mathbf{x})/\theta$, где $\theta > 0$ – коэффициент неприятия риска. Для нашего случая с фиксированной комиссией положим $U_{\alpha}(\mathbf{x}) = r_{\alpha}(\mathbf{x}) - V_{\alpha}(\mathbf{x})/(\theta a_{\alpha})$. Заметим, что $U_0(\mathbf{x}) = U(\mathbf{x})$. Тогда

$$\begin{aligned} r_{\alpha}(\mathbf{x}) &= a_{\alpha} r(\mathbf{x}) - b_{\alpha}, \quad V_{\alpha}(\mathbf{x}) = a_{\alpha}^2 V(\mathbf{x}), \quad U_{\alpha}(\mathbf{x}) = a_{\alpha} U(\mathbf{x}) - b_{\alpha}, \\ a_{\alpha} r_{\min} - b_{\alpha} &\leq r_{\alpha}(\mathbf{x}) \leq a_{\alpha} r_{\max} - b_{\alpha}. \end{aligned}$$

Согласно этим формулам, можно сделать следующие выводы:

1. портфель с минимальным риском и портфель с максимальной полезностью не зависят от комиссии α ;
2. задача нахождения портфеля с минимальным риском при заданном уровне доходности и задача нахождения портфеля с максимальной доходностью при заданном уровне риска сводятся с помощью аффинного преобразования к аналогичным задачам без комиссии.

Эти выводы сохраняются и для случая, когда портфельная сделка для всех активов открывается с фиксированной комиссией $\alpha = (\alpha, \alpha, \dots, \alpha)$ но закрывается без комиссии ($\beta = \mathbf{0}$). В этом случае тоже удастся получить точные границы для функций ожидаемой доходности и риска. Введем следующие обозначения: $r_{\alpha,0}(\mathbf{x}) = r_{\alpha}(\mathbf{x})$, $V_{\alpha,0}(\mathbf{x}) = V_{\alpha}(\mathbf{x})$, $U_{\alpha}(\mathbf{x}) = r_{\alpha}(\mathbf{x}) - V_{\alpha}(\mathbf{x})/(\theta c_{\alpha})$, $c_{\alpha} = 1/(1 + \alpha)$, $d_{\alpha} = \alpha c_{\alpha}$. Тогда

$$\begin{aligned} r_{\alpha}(\mathbf{x}) &= c_{\alpha} r(\mathbf{x}) - d_{\alpha}, & V_{\alpha}(\mathbf{x}) &= c_{\alpha}^2 V(\mathbf{x}), & U_{\alpha}(\mathbf{x}) &= c_{\alpha} U(\mathbf{x}) - d_{\alpha}, \\ c_{\alpha} r_{\min} - d_{\alpha} &\leq r_{\alpha}(\mathbf{x}) \leq c_{\alpha} r_{\max} - d_{\alpha}. \end{aligned}$$

Аналогичные выводы верны для случая, когда портфельная сделка для всех активов открывается без комиссии ($\alpha = \mathbf{0}$) но закрывается с фиксированной комиссией $\beta = (\beta, \beta, \dots, \beta)$. В этом случае тоже удастся получить точные границы для функций ожидаемой доходности и риска. Введем обозначения $r_{0,\beta}(\mathbf{x}) = r_{\beta}(\mathbf{x})$, $V_{0,\beta}(\mathbf{x}) = V_{\beta}(\mathbf{x})$, $U_{\beta}(\mathbf{x}) = r_{\beta}(\mathbf{x}) - V_{\beta}(\mathbf{x})/(\theta(1 - \beta))$. Тогда

$$\begin{aligned} r_{\beta}(\mathbf{x}) &= (1 - \beta)r(\mathbf{x}) - \beta, & V_{\beta}(\mathbf{x}) &= (1 - \beta)^2 V(\mathbf{x}), & U_{\beta}(\mathbf{x}) &= (1 - \beta)U(\mathbf{x}) - \beta, \\ (1 - \beta)r_{\min} - \beta &\leq r_{\beta}(\mathbf{x}) \leq (1 - \beta)r_{\max} - \beta. \end{aligned}$$

Литература

1. Al-Nator M.S., Al-Nator S.V., Kasimov Yu. F. Portfolio analysis with transaction costs under uncertainty // XXXII International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models. – June, Trondheim, Norway. – Moscow, IPI RAN. – 2014. – Pp. 14–16.
2. Al-Nator M.S., Al-Nator S.V., Kasimov Yu. F. Portfolio analysis with transaction costs under uncertainty // Journal of Mathematical Sciences, Springer Science+Business Media New York, Vol. 214, No.1, April 2016, Pp. 12–21.
3. Аль-Натор М.С., Аль-Натор С.В. Однопериодные портфельные сделки с комиссией в условиях неопределенности // В книге: Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем, материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, 2015. С. 210-212.
4. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 2. Учебное пособие. Финансовый университет. 2013.
5. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 3. Учебное пособие. Финансовый университет. 2014.
6. Luenberger D.G. Investment science. Oxford University Press, New York. 2013.

ON THE CHOICE OF AN OPTIMAL PORTFOLIO WITH COMMISSION FOR THE MARKOWITZ MODEL

Al-Nator M.S.

Financial University under the Government of Russian Federation
malnator@yandex.ru

The Markowitz model (portfolios without short positions) with commission is investigated. We consider the classical problems of the choice of an optimal portfolio. It is shown that under certain restrictions on the commission, these problems can be reduced to similar problems without commission.

Key words: portfolio, expected portfolio return, portfolio risk, optimal portfolios, long position, short position, Utility function.

АНАЛИЗ ДВУМЕРНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ С КОМИССИЕЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Аль-Натор М.С.¹, Аль-Натор С.В.²

^{1,2}Финансовый университет при Правительстве РФ,

¹malnator@yandex.ru, ²salnator@yandex.ru

Исследуются двумерные портфели с комиссией в условиях неопределенности. Получены точные границы для функций ожидаемой доходности и риска (вариации) доходности портфеля.

Ключевые слова: портфель, ожидаемая доходность портфеля, риск портфеля, длинная позиция, короткая позиция.

Введение

Данная работа является непосредственным продолжением [1-3].

В работе [3] (см. также [2]) получено полное решение известной задачи о нахождении явных формул для ожидаемой доходности и риска портфелей с комиссией, зависящей от актива, типа позиций и от того, открывается или закрывается данная позиция. Согласно этой теореме, эти функции являются в общем случае негладкими функциями от весов портфеля. Показано, что функции ожидаемой доходности и вариация портфелей с комиссией являются ограниченными функциями. Этот неожиданный результат не имеет аналога для портфелей без комиссии.

Цель данной работы состоит в анализе двумерных портфелей и получении точных границ для ожидаемой доходности и риска.

Обозначения и предположения

Пусть рынок состоит из двух активов A_1, A_2 . Портфель будем обозначать вектором весов $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T = (x, 1-x)^T$ (вектор-столбец), где x_k – вес актива A_k , $x_1 = x$.

Всюду дальше мы рассматриваем однопериодные портфельные сделки с конечным и фиксированным инвестиционным горизонтом. Кроме того, все портфели предполагаются инвестиционными (т.е. портфели, для которых выручка от коротких продаж не покрывает расходы на открытие длинных позиций портфеля). Для простоты изложения будем предполагать, что дивиденды отдельно не выплачиваются.

Будем различать две модели портфелей: модель Блека, для которой $x \in \mathbb{R}$ (короткие позиции допускаются) и модель Марковица, для которой $0 \leq x \leq 1$ (короткие позиции запрещены).

Будем предполагать, что комиссия зависит от типа позиции (короткой или длинной) данного актива и от того, открывается или закрывается данная позиция.

Введем следующие обозначения

$\alpha^\varepsilon = (\alpha_1^{\varepsilon_1}, \alpha_2^{\varepsilon_2})$ – вектор начальных комиссий, $\beta^\varepsilon = (\beta_1^{\varepsilon_1}, \beta_2^{\varepsilon_2})$ – вектор конечных комиссий, где $\alpha_k^{\varepsilon_k}$ (соотв. $\beta_k^{\varepsilon_k}$) – комиссия при открытии (соотв. закрытии) позиции по активу A_k , $\varepsilon_k = +$, если открывается или закрывается длинная позиция, $\varepsilon_k = -$, если открывается или закрывается короткая позиция.

R_k – случайная величина ценовой доходности актива A_k , $r_k = E(R_k)$ – ожидаемая доходность актива A_k ; $C = (c_{ij})$, $i, j = 1, 2$ – ковариационная матрица доходностей активов: $c_{ij} = cov(R_i, R_j)$.

Основные результаты

Применяя результаты [2], [3], легко получить следующие две теоремы.

Теорема 1. Для ожидаемой доходности портфеля $r_{\alpha^\varepsilon, \beta^\varepsilon}(\mathbf{x})$ с учетом комиссий α^ε , β^ε справедливо следующее соотношение

$$r_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \frac{(r_1 - r_2)x - (\beta_1^{\varepsilon_1} r_1 + \alpha_1^{\varepsilon_1} + \beta_1^{\varepsilon_1})|x| - (\beta_2^{\varepsilon_2} r_2 + \alpha_2^{\varepsilon_2} + \beta_2^{\varepsilon_2})|1-x| + r_2}{1 + \alpha_1^{\varepsilon_1}|x| + \alpha_2^{\varepsilon_2}|1-x|}. \quad (1)$$

Риск (вариация) доходности портфеля определяется по правилу

$$V_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \frac{c_{11}(x - \beta_1^{\varepsilon_1}|x|)^2 + c_{22}(1-x - \beta_2^{\varepsilon_2}|1-x|)^2 + 2c_{12}(x - \beta_1^{\varepsilon_1}|x|)(1-x - \beta_2^{\varepsilon_2}|1-x|)}{(1 + \alpha_1^{\varepsilon_1}|x| + \alpha_2^{\varepsilon_2}|1-x|)^2}. \quad (2)$$

Теорема 2. Фиксируем векторы комиссий $\alpha^e \neq 0$, β^e . Тогда в модели Блека функции $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ и $V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ ограничены:

$$|r_{\alpha^e, \beta^e}(x)| < \frac{2(1 + \beta_{\max})\|r\|_1 + \gamma_{\max}}{\alpha_{\min}}, \quad (3)$$

$$0 \leq V_{\alpha^e, \beta^e}(x) < 2 \left(\frac{1 + \beta_{\max}}{\alpha_{\min}} \right)^2 \max_{1 \leq i, j \leq n} |c_{ij}|, \quad (4)$$

где $\alpha_{\min} = \min(\alpha_1^{\varepsilon_1}, \alpha_2^{\varepsilon_2})$, $\beta_{\max} = \max(\beta_1^{\varepsilon_1}, \beta_2^{\varepsilon_2})$, $\gamma_{\max} = \max(\alpha_1^{\varepsilon_1} + \beta_1^{\varepsilon_1}, \alpha_2^{\varepsilon_2} + \beta_2^{\varepsilon_2})$, $\|r\|_1 = |r_1| + |r_2|$.

Заметим, что для модели Марковица функции $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ и $V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ ограничены, поскольку они определены на компакте $0 \leq x \leq 1$.

Следствие 1. Формулы (1) и (2) записываются в виде

$$r_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \begin{cases} \frac{a_1 x + b_1}{c_1 x + d_1}, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{a_2 x + b_2}{c_2 x + d_2}, & x > 1, \\ \frac{a_3 x + b_3}{c_3 x + d_3}, & x < 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$V_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \begin{cases} \frac{u_2 x^2 + u_1 x + u_0}{(1 + \alpha_2^+ + (\alpha_1^+ - \alpha_2^+)x)^2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{v_2 x^2 + v_1 x + v_0}{(1 - \alpha_2^- + (\alpha_1^+ + \alpha_2^-)x)^2}, & x > 1, \\ \frac{w_2 x^2 + w_1 x + w_0}{(1 + \alpha_2^+ - (\alpha_1^- + \alpha_2^+)x)^2}, & x < 0, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= r_1 - r_2 - \beta_1^+ r_1 - \alpha_1^+ - \beta_1^+ + \beta_2^+ r_2 + \alpha_2^+ + \beta_2^+, & b_1 &= b_3 = r_2 - \beta_2^+ r_2 - \alpha_2^+ - \beta_2^+, \\ c_1 &= \alpha_1^+ - \alpha_2^+, & d_1 &= d_3 = 1 + \alpha_2^+, & a_2 &= r_1 - r_2 - \beta_1^+ r_1 - \alpha_1^+ - \beta_1^+ - \beta_2^- r_2 - \alpha_2^- - \beta_2^-, \\ & & & & b_2 &= r_2 + \beta_2^- r_2 + \alpha_2^- + \beta_2^-, & c_2 &= \alpha_1^+ + \alpha_2^- \neq 0, & d_2 &= 1 - \alpha_2^-, \\ a_3 &= r_1 - r_2 + \beta_1^- r_1 + \alpha_1^- + \beta_1^- + \beta_2^+ r_2 + \alpha_2^+ + \beta_2^+, & c_3 &= -\alpha_1^- - \alpha_2^+ \neq 0, \\ & & & & u_2 &= c_{11}(1 - \beta_1^+)^2 + c_{22}(1 - \beta_2^+)^2 - 2c_{12}(1 - \beta_1^+)(1 - \beta_2^+), \\ u_1 &= -2c_{22}(1 - \beta_2^+)^2 + 2c_{12}(1 - \beta_1^+)(1 - \beta_2^+), & u_0 &= w_0 = c_{22}(1 - \beta_2^+)^2, \\ & & & & v_2 &= c_{11}(1 - \beta_1^+)^2 + c_{22}(1 + \beta_2^-)^2 - 2c_{12}(1 - \beta_1^+)(1 + \beta_2^-), \\ v_1 &= -2c_{22}(1 + \beta_2^-)^2 + 2c_{12}(1 - \beta_1^+)(1 + \beta_2^-), & v_0 &= c_{22}(1 + \beta_2^-)^2, \\ & & & & w_2 &= c_{11}(1 + \beta_1^-)^2 + c_{22}(1 - \beta_2^+)^2 - 2c_{12}(1 + \beta_1^-)(1 - \beta_2^+), \\ & & & & w_1 &= -2c_{22}(1 - \beta_2^+)^2 + 2c_{12}(1 + \beta_1^-)(1 - \beta_2^+). \end{aligned}$$

Формулы для модели Марковица получаются из (5) и (6) сужением $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$, $V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ на отрезке $0 \leq x \leq 1$.

Формулы (5) и (6) упрощаются, если комиссия не зависит от актива и позиции: $\alpha^e = \alpha = (\alpha, \alpha)$, $\beta^e = \beta = (\beta, \beta)$. Например, для $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ имеем

$$\begin{aligned} a_1 &= r_1 - r_2 + \beta(r_2 - r_1), & b_1 &= b_3 = (1 - \beta)r_2 - \alpha - \beta, & c_1 &= 0, & d_1 &= d_3 = 1 + \alpha, \\ a_2 &= (1 - \beta)r_1 - (1 + \beta)r_2 - 2\alpha - 2\beta, & b_2 &= (1 + \beta)r_2 + \alpha + \beta, & c_2 &= 2\alpha, & d_2 &= 1 - \alpha, \\ a_3 &= (1 + \beta)r_1 - (1 - \beta)r_2 + 2\alpha + 2\beta, & c_3 &= -2\alpha. \end{aligned}$$

Наиболее простой вид (5) и (6) получаются, если комиссия не зависит от актива, позиции и от того открывается или закрывается данная позиция: $\alpha = \beta = (\alpha, \alpha)$. Например, для $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ имеем

$$\begin{aligned} a_1 &= r_1 - r_2 + \alpha(r_2 - r_1), & b_1 &= b_3 = (1 - \alpha)r_2 - 2\alpha, & c_1 &= 0, & d_1 &= d_3 = 1 + \alpha, \\ a_2 &= (1 - \alpha)r_1 - (1 + \alpha)r_2 - 4\alpha, & b_2 &= (1 + \alpha)r_2 + 2\alpha, & c_2 &= 2\alpha, & d_2 &= 1 - \alpha, \\ & & a_3 &= (1 + \alpha)r_1 - (1 - \alpha)r_2 + 4\alpha, & c_3 &= -2\alpha. \end{aligned}$$

Используя (5) и (6), можно получить точные границы в неравенствах (3) и (4). Например, функция $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ в общем случае линейно рациональна в каждой из областей $0 \leq x \leq 1$, $x > 1$, $x < 0$. Заметим, что для области $0 \leq x \leq 1$ и только для нее, функция $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ может быть линейной (случай $\alpha_1^+ = \alpha_2^+$) или постоянной (например, если $r_1 = r_2$, $\alpha_1^+ = \alpha_2^+$, $\beta_1^+ = \beta_2^+$). Предположим, что $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ непостоянна на $0 \leq x \leq 1$. Тогда $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ – монотонная функция. Она достигает минимального и максимального значения в конечных точках. Функция $r_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ монотонна в каждой из областей $x > 1$, $x < 0$. Положим

$$\begin{aligned} s_1^+ &= \max\{r_{\alpha^e, \beta^e}(0), r_{\alpha^e, \beta^e}(1)\}, & s_1^- &= \max\{r_{\alpha^e, \beta^e}(0), r_{\alpha^e, \beta^e}(1)\}, \\ s_2^+ &= \sup_{x \in \mathbb{R} \setminus [0, 1]} r_{\alpha^e, \beta^e}(x), & s_2^- &= \inf_{x \in \mathbb{R} \setminus [0, 1]} r_{\alpha^e, \beta^e}(x). \end{aligned}$$

Числа s_2^+ , s_2^- конечны и находятся с помощью пределов

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} r_{\alpha^e, \beta^e}(x) = a_2/c_2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} r_{\alpha^e, \beta^e}(x) = a_3/c_3.$$

Аналогично, $V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ достигает своего минимального в максимального значения на отрезке $0 \leq x \leq 1$. Далее находим $\sup V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$, $\inf V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$ в каждой области $x > 1$, $x < 0$. Затем вычисляем пределы

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} V_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \frac{v_2}{(\alpha_1^+ + \alpha_2^+)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} V_{\alpha^e, \beta^e}(x) = \frac{w_2}{(\alpha_1^- + \alpha_2^-)^2}.$$

После этого находим точные границы для $V_{\alpha^e, \beta^e}(x)$.

Литература

1. *Al-Nator M.S., Al-Nator S.V., Kasimov Yu. F.* Portfolio analysis with transaction costs under uncertainty // XXXII International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models. – June, Trondheim, Norway. – Moscow, IPI RAN. – 2014. – Pp. 14–16.
2. *Al-Nator M.S., Al-Nator S.V., Kasimov Yu. F.* Portfolio analysis with transaction costs under uncertainty // Journal of Mathematical Sciences, Springer Science+Business Media New York, Vol. 214, No.1, April 2016, Pp. 12–21.
3. *Аль-Натор М.С., Аль-Натор С.В.* Однопериодные портфельные сделки с комиссией в условиях неопределенности // В книге: Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем материалы Всероссийской конференции с международным участием. Москва, 2015. С. 210-212.

ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL PORTFOLIOS WITH COMMISSION UNDER UNCERTAINTY

Al-Nator M.S.¹, Al-Nator S.V.²

^{1,2}*Financial University under the Government of Russian Federation*

¹*malnator@vandex.ru*, ²*salnator@vandex.ru*

We study two-dimensional portfolios with commission under uncertainty. The exact boundaries for the expected return function and risk (variation) of portfolio return function are obtained.

Key words: portfolio, expected portfolio return, portfolio risk, long position, short position.

НАХОЖДЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ЗАЕМНОГО КАПИТАЛА ПРИ ТРЕБУЕМОМ УРОВНЕ РИСКА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МОДИЛЬЯНИ-МИЛЛЕРА С КОРПОРАТИВНЫМИ НАЛОГАМИ

Аль-Натор М.С.¹, Власова М. А.²

^{1,2}Финансовый университет при Правительстве РФ

¹malnator@yandex.ru, ²m.vlasova93@gmail.com

Решена задача о нахождении оптимальной доли заемного капитала на основе модели Модильяни-Миллера с корпоративными налогами при заданном уровне риска. Получено необходимое условие для процентной ставки по займу, при которой можно будет рассчитать оптимальное значение долга. Найдена формула для расчета оптимального размера заемного капитала.

Ключевые слова: модель Модильяни-Миллера, модель Модильяни-Миллера с корпоративными налогами, заемный капитал, долговая нагрузка, премия за риск.

Введение

Различные исследователи пытались модифицировать теорию Модильяни-Миллера, для того чтобы объяснить фактическое положение вещей, смягчали многие из первоначальных условий данной теории. Модифицированная модель Модильяни-Миллера [1] утверждает:

- наличие определенной доли заемного капитала предпочтительно для предприятия;
- чрезмерное использование заемного капитала нежелательно для предприятия;
- каждому предприятию свойственна своя оптимальная структура капитала.

В работе будет взята за основу модель Модильяни-Миллера с корпоративными налогами, где юридические лица облагаются налогом на прибыль в размере, а физические лица не облагаются налогом на доходы. Подробнее с данной моделью можно ознакомиться в источнике [1].

В модели Модильяни-Миллера предполагается, что при наличии только собственного капитала существует только бизнес-риск, т.е. риск, связанный с развитием компании. При привлечении дополнительного капитала, появляется еще финансовый риск. Таким образом затраты на собственный капитал при наличии долговой нагрузки выше, чем затраты на собственный капитал без долговой нагрузки, так как они включают премию за риск. Именно данная разница будет служить критерием при нахождении оптимальной доли заемного капитала.

Перейдем к краткому изложению основных результатов. В теореме 1 получено необходимое условие для процентной ставки по займу, при которой можно будет рассчитать оптимальное значение долга. В теореме 2 выводится формула для расчета оптимального размера заемного капитала при заданных условиях и ограничениях. Данный результат позволяет найти максимальный размер заемного капитала при требуемом уровне риска.

Обозначения и предположения

Введем следующие обозначения: E – размер собственного капитала, D – размер займа, а r_D – процентная ставка по займу. Пусть известен размер свободного денежного потока (Free Cash Flow – FCF), налог на прибыль равен T_c . Затраты на собственный капитал составляют $r_U = FCF/V_U$, где $V_U = E + D(1 - T_c)$ – стоимость компании без долевой нагрузки. Затраты на собственный капитал компании с долговой нагрузкой

$$r_E(L) = r_U + [r_U - r_D] \frac{D}{E} (1 - T_c).$$

Разница $r_E(L) - r_U = \alpha$ – премия за риск. Имеем

$$\alpha = \left[\frac{FCF}{E + D * (1 - T_c)} - r_D \right] \frac{D}{E} (1 - T_c).$$

Поставленная задача теперь формулируется следующим образом: необходимо найти оптимальный размер займа для заданного уровня премии за риск α при известном размере собственного капитала E . Рассматриваем случай, когда процент по займу строго больше нуля, т.е. кредит обязательно с процентами. Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \left[\frac{FCF}{E + D(1 - T_c)} - r_D \right] \frac{D}{E} (1 - T_c) = \alpha, \\ r_D > 0, & D > 0 \\ T_c = const, & FCF = const \\ & E = const \end{cases} \quad (1)$$

Решением задачи будет D^* , r_D^* - оптимальные значения займа и процентной ставки по займу, при которых

$$\left[\frac{FCF}{E + D^*(1 - T_c)} - r_D^* \right] \frac{D^*}{E} (1 - T_c) = \alpha.$$

Как видно все сводится к решению данного уравнения, так как никаких ограничений кроме того, что ставка по займу и размер долга должны быть больше нуля, нет. Решение (1) сводится к решению квадратного уравнения

$$r_D^2 y^2 + (r_D E + \alpha E - FCF) y + \alpha E^2 = 0, \quad \text{где } y = D(1 - T_c). \quad (2)$$

Основные результаты

Теорема 1. Для нахождения оптимального размера займа при заданных значениях собственного капитала E и свободного денежного потока FCF , а также для требуемого уровня премии за риск α необходимо, чтобы ставка по займу принадлежала следующей области значений:

$$r_D \in \left(0; \frac{\alpha E + FCF}{E} - 2 \sqrt{\frac{\alpha FCF}{E}} \right), \quad \text{где } \alpha < \frac{FCF}{E}$$

Замечание 1. При $\alpha = FCF/E$ значение $r_D = 0$, что не подходит по условиям. А при $\alpha > FCF/E$ уравнение (1) имеет только отрицательные решения.

Замечание 2. В реальной жизни мы вряд ли встретим ставку по кредиту больше 100%, поэтому в данной области значения можно ограничить правую часть до 1, т.е.

$$0 < \frac{\alpha E + FCF}{E} - 2 \sqrt{\alpha FCF/E} \leq 1.$$

Замечание 3. Для определения области значения использовалось обязательное ограничение, что размер займа D больше нуля. Если же опустить данное ограничение, то получится, что:

$$r_D \in \left(0; \frac{\alpha E + FCF}{E} - 2 \sqrt{\alpha FCF/E} \right] \cup \left[\frac{\alpha E + FCF}{E} + 2 \sqrt{\alpha FCF/E}; 0 \right).$$

Причем при

$$r_D \geq \frac{\alpha E + FCF}{E} + 2 \sqrt{\alpha FCF/E}$$

размер займа получается отрицательными, т.е. при таких процентных ставках компании выгодно не брать кредит, а наоборот стать кредитором для других.

Теорема 2. Если выполняется необходимое условие для ставки по займу, то размер займа при заданных значениях собственного капитала E и свободного денежного потока FCF , а также для требуемого уровня премии за риск α можно найти по формуле:

$$D = \max_{D>0} \left\{ \frac{m \pm \sqrt{n^2 - \alpha \cdot E \cdot FCF}}{r_D(1 - T_c)} \right\},$$

$$\text{где } m = \frac{FCF - E(r_D + \alpha)}{2}, \quad n = \frac{FCF - E(r_D - \alpha)}{2}.$$

Замечание 4. Поскольку при r_D , удовлетворяющих условию теоремы 1, значения m положительны, то максимальное значение размера заемного капитала будет считаться по формуле:

$$D = \frac{m + \sqrt{n^2 - \alpha \cdot E \cdot FCF}}{r_D(1 - T_c)}.$$

Частный случай. Если

$$r_D = \frac{\alpha E + FCF}{E} - 2\sqrt{\alpha \frac{FCF}{E}},$$

то уравнение (2) имеет одно решение, и размер долга будет рассчитываться по формуле:

$$D = \frac{-\alpha E^2 + E\sqrt{\alpha \cdot E \cdot FCF}}{\alpha E + FCF - 2\sqrt{\alpha \cdot E \cdot FCF}}$$

Выводы

Согласно полученным результатам можно рассчитать оптимальный размер заемного для компании при требуемом уровне размера премии за риск. Известно, что привлечение дополнительных средств повышает стоимость компании, при этом значительно увеличивая риск относительно компании, которая финансируется только с помощью собственных средств. Теорем 1 и 2 позволяют найти оптимальный размер заемного капитала при требуемом уровне риска.

Теорема 1 позволяет оценить насколько кредитные предложения на рынке и ставки подходят для конкретного бизнеса, когда известен размер текущих свободных денежных средств и собственного капитала. А с помощью теоремы 2 уже непосредственно рассчитывается максимальный размер заемного капитала, который можно привлекать при выбранной ставке.

Литература

1. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. 2-е рус. изд. - М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2008.
2. Modigliani F. Miller M.H. Taxes and the Cost of Capital: A Correction // Ibid. 1963. June.
3. Беннинга Ш. Основы финансов с Excel. - М.: Вильямс, 2014.
4. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 2. Учебное пособие. Финансовый университет. 2013.

FINDING THE OPTIMAL AMOUNT OF BORROWED CAPITAL FOR A GIVEN LEVEL OF RISK BASED ON THE MODIGLIANI-MILLER MODEL WITH CORPORATE TAXES

Al-Nator M.S.¹, Vlasova M.A.²

^{1,2}Financial University under the Government of Russian Federation

¹malnator@yandex.ru, ²m.vlasova93@gmail.com

The problem of finding the optimal proportion of the borrowed capital based on the Modigliani-Miller model with corporate taxes for a given level of risk is solved. We obtain the necessary condition for the loan interest rate, which can be used to calculate the optimal amount of debt. The formula for calculating the optimal amount of the borrowed capital is found.

Key words: Modigliani-Miller model, Modigliani-Miller model with corporate taxes, borrowed capital, leverage, risk premium.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ В ОТКРЫТЫХ СИСТЕМАХ

Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К.

Лаборатория информационных технологий, Объединенный Институт Ядерных Исследований, Дубна, sarker@jinr.ru

В работе проведено исследование решений квазистационарных состояний в рамках уравнения Шредингера при комплексных значениях энергии с кусочно-постоянными потенциалами при различных значениях параметров потенциалов. Из расчетов следует, что действительная часть энергии меняется плавно, а мнимая часть энергии меняется сложными и нерегулярным образом при изменении параметров потенциала.

Ключевые слова: квазистационарные состояния, уравнение Шредингера, кусочно-постоянные потенциалы.

Введение

Современные технологические возможности позволяют создавать наногетеросистемы открытого типа [1], т.е. такие, у которых потенциальная энергия квазичастицы во внешней среде минимальна, в связи с чем, квазичастица может удаляться до бесконечности. В таких системах спектр является квазистационарным, поэтому соответствующие состояния характеризуются определенными конечными временами жизни из-за возможности проникновения квазичастицы через потенциальные барьеры наносистемы.

Открытые наносистемы представляют несомненный интерес и с теоретической точки зрения, так и как при определенных условиях в них возникают квазистационарные состояния с мало излученными или совсем не излученными свойствами. Такая ситуация имеет место в наносистемах с низкими и узкими потенциальными барьерами, из-за чего квазичастицы в них слабо локализованы. В этих наносистемах квазистационарные состояния оказываются весьма чувствительными к толщине слоя барьера. Поэтому возникает необходимость детально исследовать спектральные характеристики

Решение уравнения Шредингера при комплексных значениях энергии $E = E_1 - iE_2$, где $E_1 \geq 0$, $E_2 \geq 0$ и $E_2 = \frac{\Gamma}{2}$ описывают квазистационарные состояния [2, 3].

Энергетический спектр таких квазистационарных состояний является квазидискретным и состоит из ряда размытых уровней E , ширина которых Γ определяется временем жизни соответствующих состояний $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$. Очевидно, введение квазистационарных состояний имеет смысл только в том случае, если ширина соответствующих квазидискретных уровней оказывается малой по сравнению с расстояниями между уровнями $\Gamma \ll D$, где D - среднее расстояние между квазидискретными уровнями.

Барьерные задачи квантовой механики – задачи о квантово-механическом движении в среде со скачками потенциала – используются как модельные во многих научных и технических приложениях. Эти задачи имеют высокую значимость, особенно в связи с современными исследованиями и разработками в нанодиапазоне [4].

Данная работа является продолжением исследования квазистационарных состояний, проведенного в работах [5, 6] в рамках уравнения Шредингера. В безразмерных переменных (для S – волны, т.е. $l = 0$) имеем

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - k^2 \right] \psi(r) = 0, \quad (1)$$

где $k^2 = V(r) - E$, где $E = E_1 - iE_2$.

Исследуем решения уравнения (1) для квазистационарных состояний с различными кусочно-постоянными потенциалами, некоторые из них показаны на рис.1

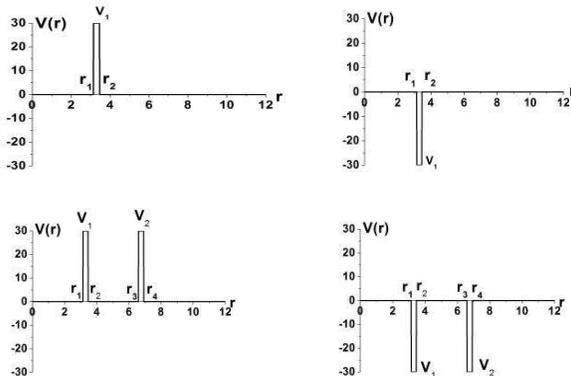


Рис.1. Вид потенциалов с параметрами $V_1, V_2, r_1, r_2, r_3, r_4$.

Постановка задачи

Для нахождения квазистационарных состояний уравнения (1) решаем со следующими граничными условиями:

$$\psi(r)|_{r=0} = 0 \quad \text{и} \quad \psi(r)|_{r \rightarrow \infty} \sim \exp(ikr) \quad (2)$$

Так как в каждой области, где потенциал постоянный, решение уравнения (1) можно записать через известные функции, то с учетом граничных условий (2) и условий непрерывности функции $\psi(r)$, и её первой производной в точках r_1, r_2, r_3, r_4 для нахождения E_1, E_2 , получаем трансцендентное уравнение $F_1(E_1, E_2) + iF_2(E_1, E_2) = 0$, т.е.

$$\begin{aligned} F_1(E_1, E_2) &= 0, \\ F_2(E_1, E_2) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Главная идея исследования поставленной задачи заключается в нахождении E_1, E_2 решая систему уравнения (3) для разных значений параметров потенциала, и изучить динамику поведения E_1, E_2 .

Ниже в таблице (при $r_1 = \pi, r_2 = r_1 + \pi/10$) приведены некоторые результаты решений поставленных задач.

При изменении параметров потенциала E_1 меняется плавно, а E_2 меняется сложным образом, и очень чувствителен к изменением параметров потенциала.

Таблица

$V_1 = 30$ (барьер)		$V_1 = -30$ (яма)	
E_1	E_2	E_1	E_2
0.8864190558	2.3162546E-3	0.9798790544	2.0296867E-2
3.5422040850	1.9390759E-2	3.8924023542	0.4599462521
7.9575534633	7.0323373E-2	8.6853024254	7.0323373E-2
14.118464164	0.1828827938	15.315227485	0.9968016059
22.010778931	0.3970504627	23.747726288	1.8133199718

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ, № 14-01-00628а.

Литература

1. *Н.В. Ткач, Ю.А.Сети.* Спектр и свойства сечения рассеяния электронов в открытых сферических квантовых точках. Физика и техника полупроводников. -2009. - том 43. - вып. 3. - С.357-363.
2. *Ситенко А.Г.* Лекции по теории рассеяния. Киев. -1975. -256 с.
3. *Тейлор Дж.* Теория рассеяния. Москва. -1975. - 567 с.
4. *Е.А. Нелин.* Импедансная модель для «барьерных» задач квантовой механики. УФН. Март 2007 г. – том 177. - № 3. - С.307-313.
5. *Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К., Шарипов З.А.* Исследование свойств квазистационарных состояний в двухбарьерной открытой яме. Материалы Всероссийской конференции с международным участием, Москва, РУДН, 20 – 24 апреля 2015 года. - С.219-221.
6. *Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К.* Исследование свойств квазистационарных состояний в двухбарьерной открытой яме. Препринт оиян. -P11-2016-4, Дубна. - 10 с.

NUMERICAL MODELING OF QUASI-STATIONARY STATES IN OPEN SYSTEMS

Amirkhanov I.V., Sarker N.R., Sarhadov I., Tukhliev Z.K.

Laboratory of information technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna. sarker@jinr.ru

In this paper an investigation of solutions of quasi-stationary states in the framework of the Schrodinger equation with complex energies with piecewise constant potentials for various values of the parameters of the potential is conducted. The calculations show that the real part of the energy varies smoothly and the imaginary part of the energy changes complexly and irregularly when changing the parameters of the potential.

Key words: quasistationary states, Schrodinger equation, piecewise constant potentials.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В МЕТАЛЛАХ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ИМПУЛЬСНЫМИ ПУЧКАМИ ИОНОВ

Амирханов И.В., Саркар Н.Р., Сархадов И., Тухлиев З.К., Шарипов З.А.

Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория информационных технологий, ул. Жолио-Кюри, 6, 141980 г. Дубна, Московская область, Россия. zafar@imr.ru

В данной работе проведено исследование тепловых процессов в железе при облучении его импульсными пучками ионов углерода в рамках модели термического пика с учетом фазовых переходов. Моделирование динамики фазовых переходов осуществляется на основе задачи Стефана в рамках энтальпийного подхода. Численным моделированием получены размеры областей, где происходит процесс плавления и структурные изменения. Разработан программный комплекс с использованием параллельных алгоритмов на базе технологий MPI.

Ключевые слова: модель термического пика, фазовый переход, математическое моделирование, импульсные пучки ионов, энтальпия.

Введение

Эффективным методом воздействия на структурное состояние и физико-механические свойства приповерхностных слоев металлов является радиационное облучение. Большие перспективы в этом направлении имеют способы поверхностной обработки, основанные на применении импульсных пучков ионов. При облучении импульсными пучками ионов происходит целый ряд процессов: тепловые, диффузионные и термоупругие. Вследствие этого создаются на приповерхностных слоях совершенно новые структуры с интересными для практических целей свойствами [1].

В настоящей работе проведено исследования тепловых процессов (плавления и затвердевания) в железе при облучении импульсными пучками ионов углерода с энергией 300КэВ в рамках модели термического пика (МТП) [2-4] с учетом фазовых переходов. Приведены численные результаты, подтверждающие эффективность параллельной реализации.

Постановка задачи

С учетом аксиальной симметрии, система уравнений для определения решеточной и электронной температур в цилиндрической системе координат имеет вид [2-4]:

$$C_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) - g(T_e)(T_e - T_i) + A_e(r, z, t), \quad (1)$$

$$C_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + g(T_i)(T_e - T_i) + A_i(r, z, t) \quad (2)$$

Вид источника и все физические параметры модели приведены в [3, 4]. Система (1)-(2) решается со следующими начальными и граничными условиями:

$$T_{e,i}(r, z, 0) = T_0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial T_{e,i}(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_{e,i}(r, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad T_{e,i}(R_{\max}, z, t) = T_{e,i}(r, Z_{\max}, t) = T_0. \quad (4)$$

Здесь R_{\max} - радиус удаления от траектории иона, а Z_{\max} - глубина, превышающая длину проективного пробега иона при которых решетку можно считать невозмущенной, а ее температуру при $r > R_{\max}$ и $z > Z_{\max}$ равной T_0 .

Моделирование динамики фазовых переходов типа плавления или затвердевания осуществляется на основе задачи Стефана [5]. В настоящей работе фазовый переход моделируется в рамках энтальпийного подхода [6]. При температуре фазового перехода $T_i = T_w$ энергия $H(T_i)$ как функция температуры испытывает скачок величины ρL , которая называется тепловой энергией (или энтальпией) фазового перехода $H(T_w + 0) - H(T_w - 0) = \rho L$, где ρ - плотность материала, L - скрытая теплота плавления.

Следуя [4], уравнение (2) перепишем в виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + g(T_i)(T_e - T_i) + A_i(r, z, t) \quad (5)$$

При численном решении системы уравнений (1), (5) с начальными и граничными условиями (3), (4) переходим к безразмерным величинам.

На рис. 1 показаны линии уровня температуры плавления кристаллической решетки, где можно следить за формой и размером жидкокристаллической фазы в облучаемом образце.

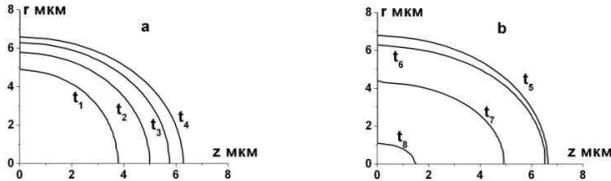


Рис.1. Динамика размера и форма области проплава железа при разных временах

$t_1 = 0,6 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_2 = 1,2 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_3 = 1,8 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_4 = 2,4 \times 10^{-7} \bar{c}$ (а),

$t_5 = 3,0 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_6 = 3,6 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_7 = 4,2 \times 10^{-7} \bar{n}$, $t_8 = 4,8 \times 10^{-7} \bar{n}$ (б).

На рис. 2 представлены результаты тестовых расчётов с разными значениями времени ($t=0.01$ и $t=0.05$) и при фиксированном числе узлов дискретной сетки по переменной r составляет $N = 100$, а по переменной z составляет $L = 500$. Расчеты проведёны на кластере ЦИВК, ЛИТ (ОИЯИ, Дубна). На рис. 2 демонстрируется уменьшение времени счёта с ростом числа процессов.

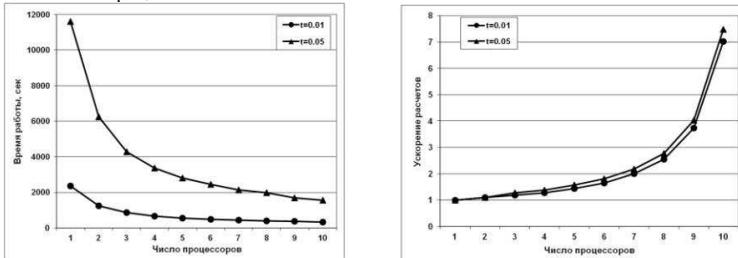


Рис. 2. На графике приведены две кривых при безразмерных временах $t=0.01$ (кривая с треугольниками) и $t=0.05$ (кривая с кружками). Время работы MPI-программы (в секундах).

Выводы

По результатам вычислительных экспериментов можно сделать следующие выводы:
В качестве примера приведены результаты расчета облучения железо импульсными пучками углерода с энергией 300КэВ.

1. При учете фазовых переходов температура мишени в кристаллических решетках существенно ниже по сравнению с моделью без фазового перехода.
2. При облучении мишени импульсным пучком размеры области, где происходит плавление, следующие: диаметр $d_{\max} \sim 13.8$ мкм, $z_{\max} \sim 6.6$ мкм.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ, № 14-01-00678-а.

Литература

1. Диденко А.Н., Лигачев А.Е., Куракин И.Б. Воздействие пучков заряженных частиц на поверхность металлов и сплавов. М.: Энергоатомиздат. 1987.
2. Амирханов И.В., Земляная Е.В., Саркар Н.Р. и др. Параллельный алгоритм и MPI реализация численного исследования фазовых переходов на основе 3D модели термического пика // Вестник РУДН, Серия Математика. Информатика. Физика. № 2. 2014. С.206-210.
3. Амирханов И.В., Дидык А.Ю., Пузынин И.В. и др. Численное исследование фазовых переходов, возникающих в металлах под действием импульсных пучков ионов в рамках модели термического пика // Поверхность: рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. № 5. 2013. С.72-78.
4. Амирханов И.В., Земляная Е.В., Саркар Н.Р. и др. MPI реализация алгоритмов для 2D и 3D моделирования фазовых переходов в материалах, облучаемых тяжёлыми ионами, в рамках модели термического пика // Вестник РУДН, Серия Математика. Информатика. Физика. № 4. 2013. С.80-94.
5. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана //ЖВМ и МФ. 1965. Том 5. № 5. С.816-827.
6. Галанин М.П., Ерхов И.С., Локтионов Е.Ю. и др. Численное моделирование динамики температурных полей на плоских мишенях при нестационарном интенсивном лазерном воздействии //Препринт ИПМ. № 61. Москва. 2008 г.

MODELING OF THERMAL PROCESSES IN THE METALS BY IRRADIATION WITH PULSED ION BEAMS

Amirkhanov I. V., Sarkar N. R., Sarkhadov I., Tukhliev Z. K. and Sharipov Z. A.

Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory of Information Technologies, Joliot-Curie, 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russia, zafar@jinr.ru

The investigation of thermal processes in iron under irradiation with pulsed beams of carbon ions is performed in the frame of the thermal spike model, extended to take into account the phase transitions. Modeling of the dynamics of the phase transitions is carried out by solving the Stefan problem in the frame of the enthalpy approach. The numerical simulation yielded the size of areas where there is a structural change and the melting process. The developed program complex using parallel algorithms based on MPI technology.

Key words: thermal spike model, phase transition, mathematic modeling, pulsed ion beams, enthalpy.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ НА РЫНКАХ ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ

Балашов Р.Б., Крянев А.В.

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
avkryanev@mephi.ru, mazerooms@gmail.com*

В докладе представлены схемы формирования эффективных портфелей на рынках перестрахования. Используется схема, обеспечивающая оптимальные соотношения между ожидаемым значением доходности и риском получения значений доходности ниже определенного уровня. Неопределенность возможных значений доходностей обусловлена экспертными оценками. Используемый метод позволяет получить простые для вычисления схемы и основанные на них алгоритмы численного расчета составов эффективных портфелей.

Ключевые слова: Эффективные портфели на рынках перестрахования, многокритериальная задача, схемы численных решений, численные результаты.

Для хеджирования от возможных финансовых потерь страховщики прибегают к передаче принятых ими рисков другим страховщикам с помощью инструментов перестрахования.

Перестрахование является системой финансовых отношений, в процессе которых страховщик, формируя страховой портфель, часть ответственности по рискам в соответствие со своими финансовыми возможностями передает на определенных согласованных условиях другим страховщикам для создания сбалансированного портфеля собственных страхований и, тем самым, обеспечивает финансовую устойчивость и доходность страховых операций в рамках сформированного портфеля. Следовательно, финансовой сущностью перестрахования является перераспределение между страховыми организациями созданного первичного страхового фонда [1,2].

Для устойчивой работы страхового рынка необходимо развитие его составной части - рынка перестрахования. Деятельность рынка перестрахования приводит к сбалансированности страхового портфеля, к обеспечению финансовой устойчивости и эффективной работе страховых операций. Развитие рынка перестрахования, взаимное доверие страховых компаний поможет рынку перестрахования обеспечить его эффективное функционирование, что, в свою очередь, положительно скажется на самом страховом рынке. Интернационализация экономических связей дала возможность российским страховым компаниям работать не только на отечественном рынке перестрахования, но и на международных рынках. Таким образом, рынок перестрахования представляет собой стабилизатор развития всего рынка страховых услуг Российской Федерации.

Задача формирования эффективных портфелей на рынке перестрахования рассматриваемая в настоящем докладе, имеет следующую форму:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \cdot R_i - \max \\
 & \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \cdot r_i - \min \\
 & 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{i=1}^n x_i \cdot V_i = S, w_i = V_i/V,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где S – общая страховая сумма портфеля ($0 < S < V = \sum_{i=1}^n V_i$), n – число потенциальных контрактов на перестрахование, которые тестируются на предмет их возможного включения в портфель перестраховочной компании; $R_i, i = 1, \dots, n$ – ожидаемое значение доходности для i – го контракта по перестрахованию; $V_i, i = 1, \dots, n$ – полный возможный объем страховой суммы для i – го контракта по перестрахованию; $r_i, i = 1, \dots, n$ – величина риска страхового случая для i – го контракта по перестрахованию; $x_i, i = 1, \dots, n$ – доля страховой суммы i – го контракта по перестрахованию, включенная в портфель; $w_i = V_i/V, V = \sum_{i=1}^n V_i, \sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Вектор долей $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ соответствует составу портфеля перестрахования.

Задача (1) – двухкритериальная, решениям Парето которой соответствуют эффективные портфели перестрахования компании.

Для нахождения решений Парето необходимо найти решения двух однокритериальных задач (2) и (3):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \cdot R_i - \max \\ 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i \cdot V_i = S, \\ \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i \cdot r_i - \min \\ 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (3)$$

Задачи (2), (3) – задачи линейного программирования, каждая из которых имеет единственное решение \vec{x}_1^*, \vec{x}_2^* , соответственно $(\vec{x}_1^* = (x_{11}^*, \dots, x_{1n}^*)^T, \vec{x}_2^* = (x_{21}^*, \dots, x_{2n}^*)^T)$.

Вся совокупность решений Парето задачи (1) определяется равенством

$$\vec{x}^*(\alpha) = \alpha \cdot \vec{x}_1^* + (1 - \alpha) \cdot \vec{x}_2^*, \quad (4)$$

где $\alpha \in [0,1]$.

Выбирая числовое значение параметра приоритета α , получаем конкретный состав эффективного портфеля перестрахования. В частности, при $\alpha = 1$ получаем состав эффективного портфеля перестраховочной компании, соответствующий максимальному ожидаемому значению доходности, а при $\alpha = 0$ получаем состав эффективного портфеля перестраховочной компании, соответствующий минимальному значению риска.

Численное решение задач линейного программирования (2), (3) может быть реализовано с помощью стандартной программы симплекс-метода, например, с помощью соответствующего Tools пакета MatLab [3].

Литература

1. Голубин А.Ю. Математические модели в теории страхования: построение и оптимизация. М.: Анкил, 2003.
2. Крянев А.В., Лукин Г.В. Удудян Д.К. Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2012.
3. Дьяконов В.П. Справочник по применению системы PC MATLAB. М.: Физматлит, 1993.

MATHEMATICAL MODELING OF EFFECTIVE PORTFOLIO FORMATION AT THE REINSURANCE MARKET OF EFFECTIVE INVESTMENT

Balashov R B., Kryanev A. V.

National Research Nuclear University "MEPhI",

avkryanev@mephi.ru, mazerooms@gmail.com

The report presents the scheme of formation of efficient portfolios on the reinsurance markets. Used circuit providing optimal ratio between the expected value of return and the risk of yield values below a certain level. The uncertainty caused by the possible returns values of peer review. The method used allows you to get easy-to-computing schemes and based on these algorithms numerical calculation compositions efficient portfolios.

Keywords: Efficient portfolios to reinsurance markets, multicriteria problem, the scheme of numerical solutions, numerical results.

ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ НА УСЛУГИ КОНТЕНТ-ПРОВАЙДЕРОВ

Болотова Г.О., Миронова В.А.

Российский университет дружбы народов, galinabolotova@gmail.com

В данной работе для построения экономико-математической модели ценообразования на услуги контент-провайдеров используется подход, основанный на взаимной пропорциональной оплате телекоммуникационного трафика.

Ключевые слова: экономико-математическое моделирование, экономика телекоммуникаций.

Введение

Проникновение телекоммуникационных услуг во все сферы жизни современного общества обусловило возникновение рынка телекоммуникаций. Как показал опыт, экономические структуры, порождаемые рынком телекоммуникаций, требуют особых подходов к анализу взаимоотношений между субъектами этого рынка. [1-3].

В данном исследовании предполагается, что на рынке контент-сервисов присутствует большое количество поставщиков услуг (контент-провайдеров), а на рынке интернет-провайдерских услуг присутствует только две компании. Каждый поставщик провайдерских услуг имеет свою сеть. Телекоммуникационные сети, принадлежащие разным провайдерам, имеют узлы сопряжения с сетям конкурента. Поставщики провайдерских услуг договариваются об оплате взаимного трафика друг с другом по отдельности на основе использования подхода, основанного на взаимной пропорциональной оплате.

Исходя из предложения услуг интернет-провайдерских компаний, каждый контент-провайдер делает выбор в пользу одной интернет-провайдерских компании и определяет для себя объем поставляемых услуг.

С учетом указанных выше предположений и при условии максимизации прибыли каждой компании-поставщика услуг осуществляется поиск равновесных тарифов, а также происходит определение каждой компанией объема услуг, которые она может предоставить без потерь качества.

Литература

1. *Gruber H.* The economics of mobile telecommunications. Cambridge University Press, 2005.
2. *Doganoglu T., Tauman Y.* Network Competition with Reciprocal Proportional Access Charge Rules. SUNY at Stony Brook Discussion Paper DP96-01 December 2, 1996.
3. *Чурсин А.А., Васильев С.А.* Конкуренция, инновации и инвестиции (нелинейный синтез). М.: Издательство: Машиностроение, 2011 г.

MATHEMATICAL ECONOMIC MODELING OF PRICING FOR SERVICES OF CONTENT PROVIDERS

Bolotova G.O, Mironova V.A.

Peoples' Friendship University of Russia, galinabolotova@gmail.com

Economic-mathematical model of pricing for services of content providers was build using the approach, based on mutual proportional payment of telecommunications traffic.

Key words: economical process simulation, telecommunication.

B_u -ГАМИЛЬТОНОВЫ И ГАМИЛЬТОНА-ДОПУСТИМЫЕ УРАВНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ СИСТЕМ

Будочкина С.А.

ФГАОУ ВО "Российский университет дружбы народов", sbudotchkina@yandex.ru

Исследованы B_u – гамильтоновы и Гамильтона-допустимые уравнения.

Ключевые слова: B_u – гамильтоновы уравнения, Гамильтона-допустимые уравнения, гамильтонов оператор.

Введение

Рассматривается симметрическая невырожденная нелокальная билинейная форма вида

$$\Phi_1(\cdot, \cdot) \equiv \langle \cdot, \cdot \rangle : V_1 \times V_1 \rightarrow R \quad (1)$$

и оператор $B_u : V_1 \rightarrow V_1$.

Определение 1. Линейный оператор $G_u : D(G_u) \subset V_1 \rightarrow V_1$ называется B_u – гамильтоновым (относительно билинейной формы (1)), если $\forall h, v, g \in V_1$ выполнены условия

$$\begin{aligned} \langle g, B_u G_u h \rangle &= -\langle h, B_u G_u g \rangle, \\ \langle v, B_u G_u'(g; G_u h) + B_u'(G_u h; G_u g) \rangle &+ \langle g, B_u G_u'(h; G_u v) + B_u'(G_u v; G_u h) \rangle + \\ &+ \langle h, B_u G_u'(v; G_u g) + B_u'(G_u g; G_u v) \rangle = 0. \end{aligned}$$

Определение 2. Уравнение

$$u_t = G_u((B_u - grad)_{\Phi_1} H[u]), \quad (2)$$

где оператор G_u является B_u – гамильтоновым, называется B_u – гамильтоновым уравнением.

Если оператор B_u не зависит от u , то есть $B_u \equiv B$, то уравнение (2) называется B – гамильтоновым уравнением; если $B_u \equiv I$ – тождественный оператор, то уравнение (2) называется гамильтоновым уравнением.

Отметим, что скобка Пуассона для функционалов F_1 и F_2 имеет вид

$$\{F_1, F_2\}[u] = \langle (B_u - grad)_{\Phi_1} F_1[u], B_u G_u((B_u - grad)_{\Phi_1} F_2[u]) \rangle.$$

Определение 3. Уравнение

$$u_t = G_u(grad_{\Phi_1} H[u]) \quad (3)$$

называется Гамильтона-допустимым уравнением, если оператор $\tilde{G}_u \equiv G_u - G_u^*$ является гамильтоновым.

Данная работа является продолжением работ [1-7], поэтому будем использовать обозначения и терминологию этих работ.

Основные результаты

Теорема 1. Если $I_1[t, u], I_2[t, u]$ – первые интегралы уравнения (2), операторы $B_u : V_1 \rightarrow V_1$ и $G_u : D(G_u) \subset V_1 \rightarrow V_1$ не зависят явно от t , $\exists B_u^{-1}$, то скобка Пуассона $\{I_1, I_2\}[u]$ также является первым интегралом уравнения (2).

Рассматривается уравнение

$$u_t = Au, \quad (4)$$

где A – линейный, не зависящий от u и t оператор.

Представим уравнение (4) в виде B – гамильтонова уравнения

$$u_t = G((B - \text{grad})_{\Phi_1} H[u]). \quad (5)$$

Теорема 2. Пусть

1. $J[t, u] = \langle Ku, u \rangle$ является первым интегралом уравнения (4),
2. $\exists (K + K^*)^{-1}$.

Тогда уравнение (4) представимо в виде (5), где $G = A(K + K^*)^{-1} B^*$ и $H \equiv J$.

Рассмотрим действительное линейное пространство F , элементами которого являются параметрически зависящие от t функционалы $F[t, u]$, допускающие представление

$$\delta F[t, u, h] = \langle \text{grad}_{\Phi_1} F, h \rangle \quad \forall u \in D(F), \quad \forall h \in D(F'_u).$$

Для произвольных элементов $F_1, F_2 \in F$ определим их произведение формулой

$$F_1 * F_2 = \langle \text{grad}_{\Phi_1} F_1, G_u \text{grad}_{\Phi_1} F_2 \rangle, \quad (6)$$

где G_u – Гамильтона-допустимый оператор.

Теорема 3. Линейное пространство F , наделенное произведением (6), образует Ли-допустимую алгебру.

Исследован также вопрос о представимости операторного уравнения с первой производной по времени в форме Гамильтона-допустимого уравнения (3).

Выводы

Доказано, что скобка Пуассона двух первых интегралов B_u – гамильтонова уравнения при определенных условиях также является его первым интегралом. Исследованы вопросы о распознавании B – гамильтоновости бесконечномерных систем и представимости операторного уравнения с первой производной по времени в форме Гамильтона-допустимого уравнения.

Литература

1. Савчин В.М., Будочкина С.А. Уравнения Гамильтона для бесконечномерных систем и их уравнения в вариациях // Дифференциальные уравнения, 2008, том 44, №4, стр. 570-573.
2. Будочкина С.А., Савчин В.М. О Ви-гамильтоновых уравнениях в механике систем с бесконечным числом степеней свободы // Доклады Академии наук, 2011, том 439, №4, стр. 583-584.
3. Будочкина С.А. О представлении одного операторного уравнения с первой производной по времени в форме Ви-гамильтонова уравнения // Дифференциальные уравнения, 2013, том 49, №2, стр. 175-185.
4. Будочкина С.А., Савчин В.М. О квазипотенциальных операторах и Гамильтона-допустимых уравнениях в механике бесконечномерных систем // Доклады Академии наук, 2015, том 464, №3, стр. 267-269.
5. Budochkina S.A., Savchin V.M. On the evolutionary quasi-B-potential operators and Hamiltonian-admissible equations // Harvard Journal of Fundamental and Applied Studies, 2015, No.1 (7) (January-June), Volume VIII, "Harvard University Press", pp. 593-599.
6. Будочкина С.А. О представлении операторного уравнения со второй производной по времени в форме уравнений Гамильтона // Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения, 2015, №6 (19), стр. 14-15.
7. Савчин В.М., Будочкина С.А. Уравнения Гамильтона для бесконечномерных систем, их уравнения в вариациях и интегральные инварианты // Труды Российской школы-конференции с международным участием "Математика, информатика, их приложения и роль в образовании". Москва, РУДН, 2010, стр. 419-424.

**B_u -HAMILTONIAN AND HAMILTONIAN-ADMISSIBLE
EQUATIONS IN THE MECHANICS OF INFINITE-DIMENSIONAL
SYSTEMS**

Budochkina S.A.

Peoples' Friendship University of Russia, sbudochkina@yandex.ru

B_u – Hamiltonian and Hamiltonian-admissible equations are investigated.

Key words: B_u – Hamiltonian equations, Hamiltonian-admissible equations, Hamiltonian operator.

ОПЕРАТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ С ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ И КЛАССИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ БИРКГОФА

Будочкина С.А.

ФГАОУ ВО "Российский университет дружбы народов", sbudotchkina@yandex.ru

Доказано, что заданное операторное уравнение с первой производной по времени может быть представлено в форме классических уравнений Биркгофа.

Ключевые слова: операторное уравнение с первой производной по времени, B_u - потенциальный оператор, уравнения Биркгофа.

Введение

Рассматривается операторное уравнение с первой производной по времени

$$N(u) \equiv P_{u,t} u_t + Q(t, u) = 0, \quad (1)$$

$$u \in D(N) \subseteq U \subseteq V, \quad t \in [t_0, t_1] \subset R, \quad u_t \equiv D_t u \equiv \frac{d}{dt} u.$$

Здесь $\forall t \in [t_0, t_1], \forall u \in U_1$ оператор $P_{u,t} : U_1 \rightarrow V_1$ является линейным; $Q : [t_0, t_1] \times U_1 \rightarrow V_1$ - произвольный оператор, вообще говоря, нелинейный; $D(N)$ - область определения оператора N ,

$$D(N) = \{u \in U : u(t) \in W \quad \forall t \in [t_0, t_1], u|_{t=t_0} = \varphi_1, u|_{t=t_1} = \varphi_2, \varphi_i \in U_1 (i=1,2)\}; \quad (2)$$

$U = C^1([t_0, t_1]; U_1), V = C([t_0, t_1]; V_1), U_1, V_1$ - линейные нормированные пространства над полем действительных чисел $R, U_1 \subseteq V_1$. Множество W определяется внешними связями, наложенными на систему.

В дальнейшем для упрощения обозначений будем записывать (1) в виде

$$N(u) \equiv P_u u_t + Q(u) = 0,$$

считая, что операторы P_u и Q зависят также и от t .

Операторное уравнение (1) может быть обыкновенным дифференциальным, дифференциальным уравнением в частных производных, интегро-дифференциальным уравнением, уравнением с отклоняющимися аргументами и др., а также системой таких уравнений.

Определение. Оператор $N : D(N) \subset U \rightarrow V$ называется B_u - потенциальным на множестве $D(N)$ относительно билинейной формы $\Phi : V \times V \rightarrow R$, если существуют линейный оператор $B_u : D(B_u) \subset V \rightarrow V$ и дифференцируемый по Гато функционал $F_N : D(F_N) = D(N) \rightarrow R$ такие, что

$$\delta F_N [u, h] = \Phi(N(u), B_u h) \quad \forall u \in D(N), \forall h \in D(N'_u, B_u).$$

Данная статья является продолжением работ [1-7], поэтому будем использовать обозначения и терминологию этих работ.

Основные результаты

Теорема. Пусть $D_t^* = -D_t$ на $D(N'_u, B_u)$. Оператор N (1) является B_u - потенциальным на множестве $D(N)$ (2) относительно билинейной формы $\Phi : V \times V \rightarrow R \Leftrightarrow \forall u \in D(N), \forall t \in [t_0, t_1], \forall h \in D(N'_u, B_u)$ выполняются следующие условия на $D(N'_u, B_u)$:

$$P_u^* B_u + B_u^* P_u = 0, \quad (3)$$

$$-Q_u^* B_u h + [B_u^*(\cdot; h)]^* Q(u) - [B_u^*(h; \cdot)]^* Q(u) + \frac{\partial}{\partial t} (P_u^* B_u) h + B_u^* Q_u^* h = 0, \quad (4)$$

$$P_u^* (B_u h; u_t) + B_u^* P_u^*(u_t; h) - [P_u^*(u_t; \cdot)]^* B_u h + P_u^* B_u^*(h; u_t) + [B_u^*(\cdot; h)]^* P_u u_t - [B_u^*(h; \cdot)]^* P_u u_t = 0. \quad (5)$$

Рассмотрим систему ОДУ

$$N^i(u) \equiv \sum_{j=1}^{2n} C_{ij}(t, u) \dot{u}^j + M_i(t, u) = 0, \quad i = \overline{1, 2n}. \quad (6)$$

В данном случае

$$P_u = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1,2n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2,2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{2n,1} & C_{2n,2} & \dots & C_{2n,2n} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{2n} \end{pmatrix}.$$

Пусть

$$B_u = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{21} & \dots & B_{2n,1} \\ B_{12} & B_{22} & \dots & B_{2n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{1,2n} & B_{2,2n} & \dots & B_{2n,2n} \end{pmatrix}.$$

Здесь C_{ij}, B_{ij}, M_i ($i, j = \overline{1, 2n}$) - функции, зависящие от t и $u = (u^1, u^2, \dots, u^{2n})$.

Обозначим

$$\overline{C}_{ij} = \sum_{k=1}^{2n} B_{ik} C_{kj}, \quad \overline{M}_i = \sum_{k=1}^{2n} B_{ik} M_k, \quad i, j = \overline{1, 2n}.$$

Система (6) является весьма специальным частным случаем операторного уравнения (1).

Условия (3)-(5) для системы (6) примут вид

$$\overline{C}_{ij} + \overline{C}_{ji} = 0, \quad i, j = \overline{1, 2n}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \overline{C}_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{M}_i}{\partial u^j} - \frac{\partial \overline{M}_j}{\partial u^i}, \quad i, j = \overline{1, 2n}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \overline{C}_{ij}}{\partial u^k} + \frac{\partial \overline{C}_{ki}}{\partial u^j} + \frac{\partial \overline{C}_{jk}}{\partial u^i} = 0, \quad i, j, k = \overline{1, 2n}. \quad (9)$$

Отметим, что условия (7)-(9) получены в [8]. Они являются необходимыми и достаточными условиями косвенного аналитического представления системы (6) в форме классических уравнений Биркгофа.

Выводы

Получены необходимые и достаточные условия B_u - потенциальности для операторного уравнения с первой производной по времени. Они содержат как частный случай необходимые и достаточные условия косвенного аналитического представления системы ОДУ рассматриваемого вида в форме классических уравнений Биркгофа.

Литература

1. Савчин В.М., Будочкина С.А. О структуре вариационного уравнения эволюционного типа со второй производной по t // Дифференциальные уравнения, 2003, том 39, №1, стр. 118-124.
2. Будочкина С.А. Исследование движения систем Гельмгольца с бесконечным числом степеней свободы. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М.: РУДН, 2005.
3. Савчин В.М., Будочкина С.А. О существовании вариационного принципа для операторного уравнения со второй производной по "времени" // Математические заметки, 2006, т. 80, вып. 1, стр. 87-94.
4. Budochkina S.A., Savchin V.M. On indirect variational formulations for operator equations // Journal of Function Spaces and Applications, 2007, vol.5, №3, pp. 231-242.
5. Budochkina S.A., Savchin V.M. On direct variational formulations for second order evolutionary equations // Eurasian Mathematical Journal, 2012, vol.3, №4, pp. 23-34.
6. Филиппов В.М., Савчин В.М., Будочкина С.А. О существовании вариационных принципов для эволюционных дифференциально-разностных уравнений // Труды МИАН, 2013, том 283, стр. 25-39.
7. Budochkina S.A., Savchin V.M. An operator approach to the investigation of potentiality of some differential-difference equations // Contemporary Analysis and Applied Mathematics, 2013, vol.1, №1, pp. 20-33.
8. Галиуллин А.С., Гафаров Г.Г., Малайика Р.П., Хван А.М. Аналитическая динамика систем Гельмгольца, Биркгофа, Намбу. М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 1997.

AN OPERATOR EQUATION WITH THE FIRST TIME DERIVATIVE AND CLASSICAL BIRKHOFF'S EQUATIONS

Budochkina S.A.

Peoples' Friendship University of Russia, sbudochkina@yandex.ru

It is proved that the given operator equation with the first time derivative can be represented in the form of classical Birkhoff's equations.

Key words: operator equation with the first time derivative, B_u - potential operator, Birkhoff's equations.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ СЧЕТНЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА НА ОСНОВЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ БЕСКОНЕЧНОГО ПОРЯДКА С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ

Васильев С.А., Болотова Г.О.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе предложена модель неоднородных счетных цепей Маркова на основе систем нелинейных дифференциальных уравнений бесконечного порядка с малым параметром.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения бесконечного порядка, сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения, малый параметр, цепи Маркова.

В работе исследуются неоднородные счетные цепи Маркова, динамику которых можно описать на основе систем нелинейных дифференциальных уравнений бесконечного порядка с малым параметром тихоновского типа [1]. Для таких систем предложен алгоритм построения асимптотических решений с использованием методов сингулярных возмущений [2]. Получены достаточные признаки асимптотической устойчивости при исследовании интенсивностей переходов некоторой счетной цепи Маркова. Результаты исследований применены к двум бесконечным системам, возникшим из современной теории массового обслуживания [3]. Проведенный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. Тихонов А.Н. О системах дифференциальных уравнений, содержащих параметры. Матем. сб., том 22 (64), № 2, стр. 193–204, 1948.
2. Васильева А.Б. Построение равномерного приближения для решений систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Матем. сб., том 50(92), № 1, стр. 43–58, 1960.
3. Оселедец В. И., Хмельёв Д. В. Глобальная устойчивость бесконечных систем нелинейных дифференциальных уравнений и неоднородные счетные цепи Маркова. Пробл. передачи информ., том 36, выпуск 1, стр. 60–76, 2000.

MODELING NONHOMOGENEOUS COUNTABLE MARKOV CHAINS USING SYSTEMS OF NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF INFINITE ORDER WITH A SMALL PARAMETER

Vasilyev S.A., Bolotova G.O.

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

A model of nonhomogeneous countable Markov chains based on systems of nonlinear differential equations of infinite order with a small parameter was built.

Key words: infinite order differential equations, singular perturbed differential equations, small parameter, Markov chains.

ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ С БЕСКОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ ЯЧЕЕК

Васильев С.А., Канзитдинов С.К.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе предложена метод прогнозирования динамики сложных систем с использованием нейронных сетей с бесконечным числом ячеек.

Ключевые слова: нейронные сети, прогнозирование динамики сложных систем.

Применение нейронных сетей для прогнозирования динамики сложных систем уже показало свою эффективность. В 1984 году Хопфилд исследовал нейронную сеть, которая описывалась с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$C_i u'_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} g(u_j) + d_i - u_i / R_i, i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где u_i - изменение напряжения на нейроне, которое определяет состояние системы, $C_i > 0, R_i > 0, T_{ij}, d_i$ - действительные числа, а функция $g(x) \in [-1; 1] (x \in R)$ - возрастающая функция.

В данной работе исследуется следующая система сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, которая является обобщением системы (1):

$$\begin{cases} C_i u'_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} g(u_j) + d_i - u_i / R_i, i = 1, \dots, N, \\ \varepsilon C_i u'_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} g(u_j) + d_i - u_i / R_i, i = N+1, \dots, \end{cases} \quad (2)$$

где $C_i > 0, R_i > 0, T_{ij}, d_i$ - числовые последовательности, а ε - малый параметр.

Для системы (2) можно сформулировать следующую задачу Коши:

$$\begin{cases} C_i u'_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} g(u_j) + d_i - u_i / R_i, i = 1, \dots, N, \\ \varepsilon C_i u'_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} g(u_j) + d_i - u_i / R_i, i = N+1, \dots, \\ u_i(0) = \bar{u}_i^0, \end{cases} \quad (3)$$

где \bar{u}_i^0 - числовая последовательность.

Для данной задачи Коши рассмотрен вопрос о существовании и единственности ее решения, предложен алгоритм построения асимптотического решения с использованием приближенных методов решений дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной [2]-[3] и проанализирована возможность применения его решений для прогнозирования динамики сложных систем в условиях неопределенности.

Литература

1. J.J. Hopfield. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two state neurons, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 81 (1984) 3088–3092.

2. Тихонов А.Н. О системах дифференциальных уравнений, содержащих параметры. Матем. сб., том 22 (64), № 2, стр. 193–204, 1948.
3. Васильева А.Б. Построение равномерного приближения для решений систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Матем. сб., том 50(92), № 1, стр. 43–58, 1960.

COMPLEX SYSTEMS DYNAMICS FORECASTING USING NEURAL NETWORKS WITH AN INFINITE NUMBER OF CELLS

Vasilyev S.A., Kanzitdinov S.K

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

A method of predicting the dynamics of complex systems using neural networks with an infinite number of cells was investigated.

Key words: neural network, forecasting of the dynamics of complex systems.

ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ БЕСКОНЕЧНОГО ПОРЯДКА

Васильев С.А., Коршок Е.О.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе предлагается алгоритм построения асимптотических решений сингулярно возмущенного стохастического дифференциального уравнения бесконечного порядка и исследуется вопрос о существовании и единственности его решения.

Ключевые слова: стохастические дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения бесконечного порядка, сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения.

Применение при моделировании динамики сложных систем стохастических дифференциальных уравнений представляет подход, позволяющий решить многие задачи: технические, экономические и др. В большинстве существующих подходов применяются методы, позволяющие получить решение-траекторию путем сведения задач большой размерности к серии задач меньшей размерности [1]-[4].

В данной работе рассматривается сингулярно возмущенное стохастическое дифференциальное уравнение бесконечного порядка

$$\frac{\exp\left(\varepsilon \frac{dX_t}{dt}\right) - 1}{\varepsilon} = b(t, X_t) + \sigma(t, X_t)W_t,$$

где $X_t \in R^n$ - состояние системы в момент времени t , функции $b(t, X_t): R^{n+1} \rightarrow R^n$, $\sigma(t, X_t) \in R^{n \times p} \rightarrow R^{n \times p}$, а $W_t \square WN(0, \sigma_w^2)$ - p -мерный белый шум.

Для данного уравнения рассмотрен вопрос о существовании и единственности его решения, предложен алгоритм построения асимптотического решения с использованием приближенных методов решений дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной [5]-[6] и проанализирована возможность применение его решений для прогнозирования динамики сложных систем в условиях неопределенности.

Литература

1. *Marti K.* Stochastic optimization methods. – Springer Berlin Heidelberg, 2005.
2. *Carroll C., Tokuda K., Wu W.* The Method of Moderation for Solving Dynamic Stochastic Optimization Problems // Paper provided by Society for Economic Dynamics in its series 2012 Meeting Papers with number 1102.
3. *Stein, Jerome L.* Stochastic Optimal Control, International Finance, and Debt Crises. – Oxford University Press, 2006.
4. *Кабанов Ю.М., Пергаменчиков С.М.* Сингулярные возмущения стохастических дифференциальных уравнений. Матем. сб., том 181, № 9, стр. 1170–1182, 1990.
5. *Тихонов А.Н.* О системах дифференциальных уравнений, содержащих параметры. Матем. сб., том 22 (64), № 2, стр. 193–204, 1948.
6. *Васильева А.Б.* Построение равномерного приближения для решений систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Матем. сб., том 50(92), № 1, стр. 43–58, 1960.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF INFINITE ORDER SINGULAR PERTURBATED STOCHASTICS DIFFERENTIAL EQUATION

Vasilyev S.A., Korshok E.O.

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Constructing asymptotic solutions of singularly perturbed stochastic differential equations of infinite order was made and the existence and uniqueness of these solution was investigated.

Key words: stochastics differential equations, infinite order differential equations, singular perturbed differential equations.

ИССЛЕДОВАНИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ, ЕДИНСТВЕННОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ В ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЫНКА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ В СЛУЧАЕ ОЛИГОПОЛИИ

Васильев С.А., Урусова Д.А.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе исследовано существование, единственность и устойчивость равновесия в экономико-математической модели рынка телекоммуникаций в случае олигополии.

Ключевые слова: экономико-математическое моделирование, дифференциальные уравнения, устойчивость, экономика телекоммуникаций, равновесие, олигополия.

Введение

В связи с необходимостью анализа тех процессов, которые протекают в телекоммуникационной отрасли, стали активно развиваться методы математического моделирования в экономике телекоммуникаций [1]-[5]. В данном докладе приводятся результаты исследования существования, единственности и устойчивости равновесия в экономико-математической модели рынка телекоммуникаций в случае олигополии. Данная модель была построена авторами ранее [6]. В этой модели предполагается, что телекоммуникационные компании попарно договариваются о правилах тарификации за доступ в сети друг друга, причём эта тарификация строится как функция от тарифов, которые компании предлагают своим абонентам за обслуживание. Таким образом, эти компании ограничиваются на первом шаге договорённостями по обоюдным правилам пропорциональной тарификации за доступ (ОППТД), которые впоследствии позволяют определить абонентские тарифы. Обоюдность правил означает, что компании подчиняются одним и тем же правилам на всем интервале времени, в течение которого действует договорённость. Если телекоммуникационные сервисы, предоставляемые различными компаниями, являются близкими субститутами, то использование ОППТД приводит к конкурентным ценам в отрасли.

Модель телекоммуникационной отрасли в случае олигополии и проблема существования, единственности и устойчивости равновесия модели

Рассмотрим случай, когда на рынке телекоммуникаций присутствуют M компаний $TELC_i (i \in \{1, \dots, M\})$, которые предоставляют телекоммуникационные сервисы $TELS_g (g \in \{1, \dots, G\})$. Каждая из этих компаний владеет своей телекоммуникационной сетью $Net_i (i \in \{1, \dots, M\})$, а сети различных компаний попарно соединены. Будем предполагать, что предельная стоимость телекоммуникационных сервисов, предоставляемых компаниями, равна нулю. Существующие фиксированные издержки компаний связаны с построением сети и её эксплуатацией, причём затраты на эксплуатацию сетей предполагаются независимыми от объёма услуг. Для каждой компании $TELC_i (i \in \{1, \dots, M\})$ имеются функции спроса на ее телекоммуникационные сервисы. Функция спроса D_{gi} на сервисы $TELS_g (g \in \{1, \dots, G\})$, предоставляемые в пределах ее сети Net_i , и функция спроса $D_{gij} (i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j)$ на сервисы, предоставляемые совместно как сетью Net_i , так в сетью $Net_j (i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j)$.

Таким образом, возникает вопрос о доступе одной компании к ресурсам сети другой компании.

Пусть компании $TELC_i$ и $TELC_j$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) договариваются о тарифах \hat{a}_{gij} и \hat{a}_{gji} , где \hat{a}_{gij} - тариф, по которому компания $TELC_i$ платит компании $TELC_j$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) за использование ее сетевых ресурсов в связи с сервисом $g \in \{1, \dots, G\}$, а \hat{a}_{gji} - соответствующий тариф, по которому компания $TELC_j$ платит компании $TELC_i$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) за использование сетевых ресурсов в связи с оказанием аналогичного сервиса $g \in \{1, \dots, G\}$. Через p_{gi} ($i \in \{1, \dots, M\}$) обозначим тариф, который компания $TELC_i$ взимает за единицу сервиса $g \in \{1, \dots, G\}$ с каждого из своих абонентов.

Далее предположим, что у любых двух компаний $TELC_i$ и $TELC_j$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) тарифы \hat{a}_{gij} и \hat{a}_{gji} зависят от тарифов p_{gi} и p_{gj} таким образом, что имеет место $\hat{a}_{gij} = a_{gi}(p_{gi}, p_{gj})$ для любых $i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$ и $g \in \{1, \dots, G\}$. В рамках рассматриваемой модели ограничимся случаем пропорциональной зависимости между \hat{a}_{gij} и p_{gi} , что $\hat{a}_{gij} = a_{gi} p_{gi}$, где коэффициент пропорциональности $0 \leq a_{gi} \leq 1$ для $i \in \{1, \dots, M\}$ и $g \in \{1, \dots, G\}$.

Пусть далее $a_{gi} = a_{gj} = a$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j, g \in \{1, \dots, G\}$), тогда будем считать, что компании $TELC_i$ и $TELC_j$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) применяют обоюдное правило пропорциональной тарификации за доступ (ОППТД).

Функции прибыли компаний ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j$) будет тогда иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi_i &= \sum_{g=1}^G [p_{gi} D_{gii}(p_{gi}) + \sum_{j=1}^M \{(p_{gi} - ap_{gj}) D_{gij}(p_{gi}, p_{gj}) + ap_{gi} D_{gji}(p_{gi}, p_{gj})\} - F_i(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji})], \\ \Pi_j &= \sum_{g=1}^G [p_{gj} D_{gjj}(p_{gj}) + \sum_{i=1}^M \{(p_{gj} - ap_{gi}) D_{gji}(p_{gj}, p_{gi}) + ap_{gj} D_{gij}(p_{gj}, p_{gi})\} - F_j(D_{gjj}, D_{gji}, D_{gij})], \end{aligned}$$

где функции издержек каждой из компаний $F_i(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji}) > 0$ и $F_j(D_{gjj}, D_{gji}, D_{gij}) > 0$ ($i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j, g \in \{1, \dots, G\}$).

Пусть каждая компания максимизирует свою прибыль по цене, тогда можно рассмотреть следующую задачу оптимизации:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_{gi}} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial p_{gi}^2} < 0, \quad i \in \{1, \dots, M\}, \quad g \in \{1, \dots, G\}. \quad (1)$$

Для анализа этой задачи рассмотрим задачу Коши для следующей системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_i}{\partial p_{gi}} = H_i(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji}), \\ \Pi_i(\bar{p}_{gi}) = \bar{\Pi}_i, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
H(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji}) = & \sum_{g=1}^G [D_{gii}(p_{gi}) + p_{gi} \partial_{p_{gi}} D_{gii}(p_{gi}) + \\
& + \sum_{j=1}^M [D_{gij}(p_{gi}, p_{gj}) + (p_{gi} - ap_{gj}) \partial_{p_{gi}} D_{gij}(p_{gi}, p_{gj}) + \\
& + aD_{gji}(p_{gi}, p_{gj}) + ap_{gj} \partial_{p_{gi}} D_{gji}(p_{gi}, p_{gj})] - \partial_{p_{gi}} F_i(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji})],
\end{aligned}$$

где \bar{p}_{gi} - начальная цена и $\bar{\Pi}_i$ - начальная прибыль.

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть функции $H_i(D_{gii}, D_{gij}, D_{gji}) \in C^2$ непрерывны вместе со своими производными до второго порядка, а также $0 \leq a_{gi} \leq 1$ для $i \in \{1, \dots, M\}$ и $g \in \{1, \dots, G\}$, тогда решение задачи Коши (2) существует и единственно, непрерывно зависит от начальной цены \bar{p}_{gi} и начальной прибыли $\bar{\Pi}_i$, решение задачи (1) существует, единственно и устойчиво.

Выводы

Таким образом, если телекоммуникационные сервисы, предоставляемые различными компаниями, являются близкими субститутами, то использование ОППД приводит к равновесным ценам в отрасли и это равновесие единственно и устойчиво.

Литература

1. *Armstrong M.* Competition in Telecommunications. – Oxford Review of Economic Policy, 1997.
2. *Armstrong M.* Network Interconnection in Telecommunications. – Economic Journal 108: 545-564, 1998.
3. *Laffont, J.-J., J. Tirole* Ceating Competition Through Interconnection: Theory and Practice. – Institut d'Economie Industrielle, 1996.
4. *Laffont, J.-J., J. Tirole* Access Pricing and Competition. – European Economic Review, 1994.
5. *Laffont, J.-J., J. Tirole* Network Competition: I. Overview and Nondiscriminatory Pricing. – RAND Journal of Economics, 1997.
6. *Васильев С.А., Севастьянов Л.А., Урусова Д.А.* Построение экономико-математической модели рынка телекоммуникаций в случае олигополии. Вестник российского университета дружбы народов. Серия: математика, информатика, физика, № 2, стр. 59-70, 2011.

ANALYSIS OF EXISTENCE, UNIQUENESS AND STABILITY OF EQUILIBRIUM IN ECONOMIC-MATHEMATICAL MODEL OF THE TELECOMMUNICATION MARKET IN THE CASE OF OLIGOPOLY

Vasilyev S.A., Urusova D.A.

Peoples' Friendship University of Russia, vasilyev@sci.pfu.edu.ru

Analysis of existence, uniqueness and stability of equilibrium in economic-mathematical model of the telecommunication market in the case of oligopoly was made.

Key words: economic-mathematical modeling, differential equations, stability, economics of telecommunications, equilibrium, oligopoly.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯХ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕГРУЗОК В СЕТЯХ

Васильев С.А., Харун Хасан Салех

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе предложены экономико-математические методы решения задач ценообразования в телекоммуникациях при условии перегрузок в сетях.

Ключевые слова: стохастическая оптимизация, экономико-математическое моделирование, телекоммуникации, финансовая математика, финансовый анализ.

Проникновение телекоммуникационных услуг во все сферы жизни современного общества обусловило возникновение рынка телекоммуникаций. Как показал опыт, экономические структуры, порождаемые рынком телекоммуникаций, требуют особых подходов к анализу субъектов этого рынка.

На практике проблема ценообразования на услуги телекоммуникационных компаний зависит от нескольких параметров модели, которые не заданы фиксированным количеством на стадии планирования. Согласно некоторым видам стохастической неопределенности эти параметры должны быть смоделированы случайными величинами, имеющие конкретные распределения вероятности. Как правило, определенные моменты этого распределения известны [1]-[3].

В данной работе предложены методы построения модели ценообразования в телекоммуникациях в условиях перегрузок в сетях. Проведенный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. *Marti K.* Stochastic optimization methods. – Springer Berlin Heidelberg, 2005.
2. *Carroll C., Tokuoka K., Wu W.* The Method of Moderation for Solving Dynamic Stochastic Optimization Problems // Paper provided by Society for Economic Dynamics in its series 2012 Meeting Papers with number 1102.
3. *Stein, Jerome L.* Stochastic Optimal Control, International Finance, and Debt Crises. – Oxford University Press, 2006.

PRICING MODELING IN TELECOMMUNICATIONS UNDER CONDITIONS OF OVERLOAD IN NETWORKS

Vasilyev S.A., Haroun Hassan Saleh

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Economic and mathematical methods of solution of problems of pricing in telecommunications under the condition of overload in the networks was built.

Key words: stochastic optimization, economical process simulation, telecommunication, finance mathematics, finance analysis.

РАЗРАБОТКА ГИБРИДНОЙ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ МОДУЛЯ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАФИКОМ

Велиева Т. П., Королькова А. В.

Российский университет дружбы народов, trvelieva@gmail.com, akorolkova@sci.pfu.edu.ru

Для исследования и верификации разрабатываемой научным коллективом математической модели модуля управления трафиком типа RED были созданы дискретная имитационная и непрерывная аналитическая модели. В связи с признанием созданных реализаций недостаточно удовлетворительными по различным причинам была поставлена задача разработки более адекватной имитационной модели. Для построения такой модели управляющего модуля маршрутизатора было принято решение использовать гибридный подход. Для компьютерной реализации модели использован язык физического моделирования Modelica и компилятор OpenModelica.

Ключевые слова: гибридное моделирование, жидкостные модели, активное управление очередью, алгоритм RED, Modelica.

Работа поддержана грантом РФФИ №15-07-08795, 16-07-00556.

Введение

При моделировании модуля активного управления трафиком RED было выяснено, что адекватные модели протокола TCP, а также механизма RED отсутствуют. Не существует даже общепринятой методики для его моделирования.

Для моделирования мы использовали непрерывные (жидкостные) модели TCP и RED. Недостаток данного подхода – он позволяет моделировать протокол TCP лишь частично.

В качестве подхода к моделированию источника TCP, управляющего модуля RED, а также процесса их взаимодействия предлагается использовать гибридный подход или как его еще называют непрерывно-дискретный.

Гибридный подход к моделированию

В гибридной системе существуют как непрерывные, так и дискретные аспекты поведения.

Причины гибридного поведения:

- Совместное функционирование непрерывных и дискретных объектов;
- Изменение состава системы;
- Мгновенные качественные изменения в непрерывном объекте.

Гибридные системы можно рассматривать как дискретно-непрерывные или как непрерывно-дискретные.

Так как ранее в нашем коллективе была разработана непрерывная динамическая модель управляющего модуля, то добавим дискретные элементы.

В непрерывных динамических моделях задавать дискретные события можно следующими составляющими:

- Начальные условия или значения параметров в правых частях;
- Форму правых частей;
- Число уравнений.

Скачкообразное изменение параметров можно описать как смену начальных условий в некоторой новой системе уравнений. В рамках гибридной модели можно представить индикаторные функции в виде дифференциальных включений. То есть система с изменяющейся правой частью заменяется не изменяющейся правой частью и меняющимися начальными условиями.

Язык моделирования Modelica

Разработчиком языка Modelica является некоммерческая организация Modelica. Данный язык относится к объектно-ориентированным языкам физического моделирования.

Основой моделирования в Modelica являются классы. Класс содержит поля, методы и уравнения, связывающие переменные друг с другом. Количество уравнений и переменных должно быть равным. Поля могут иметь разные типы изменчивости: константа, параметр, переменная. В качестве поля в классе могут выступать объект встроенных и пользовательских типов. Классы обладают свойством наследования.

Modelica поддерживает и непрерывную и гибридную парадигмы, а также в языке присутствуют дискретные элементы.

Язык Modelica представлен как коммерческими, так и открытыми реализациями.

Построение гибридной модели

Для построения гибридной модели необходимо:

- Записать динамическую модель для каждого состояния для протокола TCP и механизма RED [1,2];
- Заменить системы с кусочно-постоянными параметрами на системы с переменными начальными условиями;
- Записать диаграмму состояний (рис.1, рис.2).

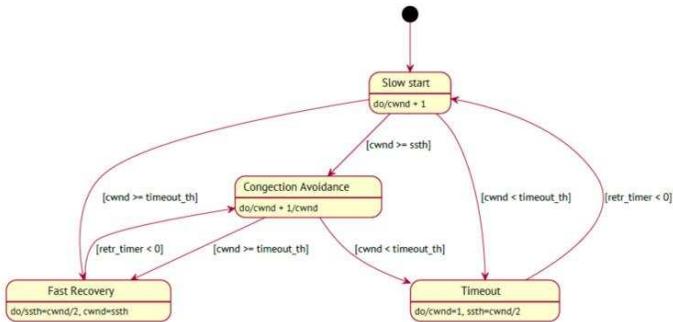


Рис. 1. Диаграмма состояний TCP

Диаграмму состояний TCP можно преобразовать в программу на языке Modelica.

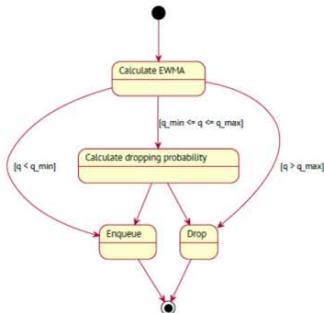


Рис. 2. Диаграмма состояний RED

Модель RED имеет только одно состояние, соответственно при сравнении с моделью TCP является более простой из-за отсутствия необходимости кодировать переходы между состояниями.

Общая схема

Взаимодействие модуля управления трафиком и источника TCP построим на основе простейшей гантальной топологии, которая при всей своей простоте в достаточной мере описывает принципиальные элементы нашей модели.

В реализации нашей модели на языке Modelica маршрутизаторы выступают лишь в роли соединителей, не неся никакой другой функциональности. Модуль RED представлен как отдельный класс, а также введены соединения элементов для задания задержек в сети.

Выводы

Применение гибридного подхода дает возможность построить простую имитационную модель взаимодействия модуля RED и источника TCP. Полученная модель имеет большой потенциал к расширению, дает возможность реализовать различные виды TCP и RED, а также используемый подход можно использовать при выполнении имитационного и аналитического моделирования.

Литература

1. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1993. — Vol. 1, no. 4. — P. 397–413. — URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=251892>.
2. Велieва Т. Р., Королькова А. В., Кулябов Д. С., Сантуш Б. А. Модель управления очередями на маршрутизаторах // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2014. — Т. 2. — С. 81–92.
3. Velieva T. R., Korolkova A. V., Kulyabov D. S. Designing installations for verification of the model of active queue management discipline RED in the GNS3//The 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems. – October. — 2014. — P. 670-677.
4. Farnqvist D., Strandemar K., Johansson K. H., Hespanha J. P. Hybrid Modeling of Communication Networks Using Modelica // The 2nd International Modelica Conference. — 2002. — P. 209–213. —URL: https://modelica.org/events/Conference2002/papers/p28_Faernqvist.pdf.

DEVELOPMENT OF HYBRID SIMULATION MODEL MODULE ACTIVE TRAFFIC MANAGEMENT

Velieva T. R., Korolkova A. V.

Peoples' Friendship University of Russia, trvelieva@gmail.com, akorolkova@sci.pfu.edu.ru

A discrete simulation model and a continuous analytical model were created to study and verify a mathematical model of the traffic control module RED developed by the research team. Because the implementations created weren't entirely satisfactory for various reasons we set a problem to develop a more adequate simulation model. It was decided to use a hybrid approach to construct the model of a router's control module. The physical modeling language Modelica and the compiler OpenModelica were used for computer implementation of the model.

Key words: hybrid modeling, fluid model, active queue management, random early detection, Modelica.

The work is supported by RFBR grant №15-07-08795, 16-07-00556.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОСТАВНЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ В ФУНКЦИОНАЛЕ ТИХОНОВА ПРИ РЕШЕНИИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ

Герасимова А.В., Ланеев Е.Б., Муратов М.Н.

Российский университет дружбы народов, кафедра нелинейного анализа и оптимизации
 olena.gerasimova@gmail.com, elaneev@yandex.ru, finger@rambler.ru

Решение интегрально уравнения Фредгольма первого рода с составными стабилизаторами в функционале Тихонова.

Ключевые слова: некорректные задачи, метод регуляризации Тихонова, распределение электронов по энергиям, неравновесная плазма.

Постановка задачи

Рассматривается задача восстановления функции распределения электронов по энергиям при ее отклонении от максвелловской, что актуально для изучения сильно неравновесной плазмы. Решение поставленной задачи эквивалентно решению интегрального уравнения первого рода, связывающего искомую функцию распределения электронов плазмы по энергиям со спектром тормозного излучения [1]. Задача характеризуется отсутствием устойчивости по начальным данным.

Основная часть

Математическая модель описывается интегральным уравнением Фредгольма первого рода

$$Az \equiv \int_a^b K(x, s)z(s)ds = u_\delta(x), c \leq x \leq d \quad (1)$$

Здесь $u(x)$ - измеренный детектором спектр, $K(x, s)$ - известная аппаратная функция, $z(s)$ - исходный спектр, который необходимо восстановить.

На практике приближенное устойчивое решение уравнения (1) часто ищут в виде экстремали функционала Тихонова со стабилизатором первого

$$H^\alpha[z] = \|Az - u_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha \|u_\delta'\|_{L_2}^2 \quad (2)$$

или второго

$$H^\alpha[z] = \|Az - u_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha \|u_\delta''\|_{L_2}^2 \quad (3)$$

порядка.

В приведенной работе приближенное устойчивое решение предлагается искать в виде экстремали функционала Тихонова со стабилизатором в виде линейной комбинации стабилизаторов первого и второго порядка:

$$H^\alpha[z] = \|Az - u_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha_1 \|u_\delta'\|_{L_2}^2 + \alpha_2 \|u_\delta''\|_{L_2}^2 \quad (4)$$

Для функционала (4) получено уравнение Эйлера, решение которого является искомой экстремалью [2]. Параметры регуляризации α_1 и α_2 найдены решением уравнения для невязки.

Использование функционала (4) в модельных задачах показывает, что предложенный способ позволяет в ряде случаев за счет широких возможностей комбинирования параметров регуляризации α_1 и α_2 получить лучшее приближение точного решения, чем использование функционалов (2) или (3).

Для уравнения (1) получено приближенное устойчивое решение с использованием функционала (4).

Литература

1. Tikhonov A. N., Alikaev V. V., Arsenin V. Ya., and Dumova A. S. Determination of the Distribution Function of Plasma Electrons from the Bremsstrahlung Spectrum SOVIET PHYSICS JETP Volume 28, Number 5 MAY 1969. - С. 1006 – 1008.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.

SOLUTION OF ONE INVERSE PLASMA PHYSICS PROBLEM USING COMPOSITE STABILIZERS IN THE TIKHONOV FUNCTIONAL

Gerasimov A.V., Laneev E.B., Muratov M.N.

*Peoples' Friendship University of Russia, Nonlinear Analysis and Optimisation Chair
olena.gerasimova@gmail.com, elaneev@yandex.ru, finger@rambler.ru*

Solution of the Fredholm integral equation of the first kind with composite stabilizers in the Tikhonov functional.

Key words: ill-posed problems, Tikhonov regularization technique, plasma-electron energy distribution, nonequilibrium plasma.

ПРИБЛИЖЕННОЕ УСТОЙЧИВОЕ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ В СТАБИЛИЗАТОРЕ ФУНКЦИОНАЛА ТИХОНОВА

Герасимова А.В., Ланеев Е.Б., Муратов М.Н.

*Российский университет дружбы народов, кафедра нелинейного анализа и оптимизации
olena.gerasimova@gmail.com, elaneev@yandex.ru, fnger@rambler.ru*

Использование весовых функций разного вида в стабилизаторе функционала Тихонова для решения интегрального уравнения.

Ключевые слова: некорректные задачи, метод регуляризации Тихонова, весовые функции, распределение электронов по энергиям, плазма ЭЦП-разряда низкого давления.

Постановка задачи

Исследована задача изучения циклотронно-резонансного взаимодействия частиц плазмы со сверхвысокочастотными полями в неоднородном магнитном поле с целью определения компонентного состава плазмы разряда и восстановления функции распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ). ФРЭЭ может быть определена по результатам спектрометрических измерений. Восстановление ФРЭЭ по измеренному спектру тормозного излучения требует решения интегрального уравнения первого рода

$$Az \equiv \int_a^b K(x, s)z(s)ds = u_\delta(x), c \leq x \leq d \quad (1)$$

где $z(s)$ – искомое распределение [1]. В правой части уравнения – измеренный спектр тормозного излучения. Такая задача является некорректно поставленной (неустойчивой) и требует специальных методов решения [2].

Основная часть

Приближенное устойчивое решение уравнения (1) может быть получено минимизацией функционала Тихонова [2]:

$$H^\alpha[z] = \|Az - u_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha\Omega[z] \quad (2)$$

где тихоновский стабилизатор $\Omega[z]$ равен

$$\Omega[z] = \int_a^b \left(\sum_{k=1}^n q_k(s) \left(\frac{d^k}{ds^k} \right)^2 \right) ds \quad (3)$$

а весовые функции $q_k(s)$, $k = 1, \dots, n$ непрерывны и неотрицательны. Если нет специальных оснований для выбора весовых функций, их обычно полагают тождественно равными единице. Однако в том случае, когда известна некоторая априорная информация о характере восстанавливаемой функции, когда имеется оценка ее поведения, может быть целесообразным использовать весовые функции, отличные от констант. Такой подход позволяет избежать “равномерного” действия регуляризирующего функционала на искомую функцию за счет дополнительного эффекта, производимого весовой функцией – ослабляющего, или наоборот, усиливающего. Кроме того, весовые функции в ряде случаев позволяют использовать стабилизаторы низких порядков, что существенно упрощает вид вычислительных формул, сохраняя при этом регуляризирующие свойства функционала.

Предложенный метод верифицирован на модельных задачах. Сравнение по точности разных способов получения приближенного устойчивого решения – с использованием весовых функций и без использования весовых функций – показывает видимый эффект метода.

Для интегрального уравнения (1) получено приближенное устойчивое решение.

Литература

1. *Tikhonov A. N., Alikaev V. V., Arsenin V. Ya. and Dumova A. S.* Determination of the Distribution Function of Plasma Electrons from the Bremsstrahlung Spectrum SOVIET PHYSICS JETP Volume 28, Number 5 MAY 1969. - С. 1006 - 1008
2. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач.

APPROXIMATE STABLE NUMERICAL SOLUTION OF THE INTEGRAL EQUATION OF THE FIRST KIND WITH THE HELP OF WEIGHT FUNCTIONS IN TIKHONOV STABILIZER

Gerasimov A.V., Laneev E.B., Muratov M.N.

*Peoples' Friendship University of Russia, Nonlinear Analysis and Optimisation Chair
olena.gerasimova@gmail.com, elaneev@yandex.ru, finger@rambler.ru*

Using different kind weight functions in the Tikhonov functional stabilizer to solve integral equation.

Key words: ill-posed problems, Tikhonov regularization technique, weight functions, plasma-electron energy distribution function, initial low pressure ECR-plasma.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

Гусев А.А., Хай Л.Л., Виницкий С.И., Чулуунбаатар О.
Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна, gooseff@jinr.ru

Представлен анализ решений задачи на собственные значения волноводного типа для системы ОДУ с кусочно-постоянными коэффициентами на оси. Дано сравнение результатов, полученных решением краевой задачи методом конечных элементов на конечном интервале и используя представления собственных функций на оси в виде линейных комбинаций фундаментальных решений, зависящих от спектрального параметра E , с неизвестными коэффициентами.

Ключевые слова: задача на собственные значения, система ОДУ, метод конечных элементов.

Введение

Рассмотрим задачу на собственные значения для системы N обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) типа [1]

$$\left(-\mathbf{I} \frac{d^2}{dz^2} + \mathbf{V}(z) - E \mathbf{I} \right) \Phi_r(z) = 0, \quad \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} (\Phi_r(z))^T \Phi_r(z) dz = \delta_{rr}, \quad (1)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, $\mathbf{V}(z)$ – матрица кусочно-постоянных потенциалов размерностью $N \times N$,

$$\mathbf{V}_{ij}(z) = \mathbf{V}_{ij}(z) = \{ \mathbf{V}_{ij,1}, z \leq z_1; \mathbf{V}_{ij,2}, z \leq z_2; \dots; \mathbf{V}_{ij,k-1}, z \leq z_{k-1}; \mathbf{V}_{ij,k}, z > z_{k-1} \}. \quad (2)$$

Набор собственных значений $E: E_1 \leq E_2 \leq \dots \leq E_k \leq \dots < 0$ и соответствующих собственных вектор-функций $\Phi_r(z) = (\Phi_{1r}(z), \Phi_{2r}(z), \dots, \Phi_{Nr}(z))^T$, экспоненциально убывающих на бесконечном интервале $z \in (-\infty, +\infty)$ и ортонормированных условием (1) при $z_{\min} \rightarrow -\infty$ и $z_{\max} \rightarrow +\infty$, можно вычислить используя представления искомого собственных функций в виде линейных комбинаций тригонометрических и экспоненциальных функций, зависящих от спектрального параметра E , с неизвестными коэффициентами. При этом набор искомого собственных значений вычисляется из дисперсионного уравнения, а неизвестные коэффициенты из системы алгебраических уравнений, что является достаточно сложной задачей при больших N и/или k . В этом случае возможно приближённое решение задачи методом конечных элементов (МКЭ) на конечном интервале с крайними условиями первого, второго или третьего рода, которые аппроксимируют асимптотические крайние условия исходной задачи на оси. Эффективность применения МКЭ, реализованного в виде программы KANTBP 4M, демонстрируется на ряде примеров [2] и разъясняется в данной работе на одном из них.

1. Решение задачи сшивкой фундаментальных решений

Для проверки точности работы программы KANTBP 4M была реализована в Maple [3] вспомогательная программа исходной задачи (1)-(2) на собственные значения на оси. Ниже дано описание алгоритма для вычисления спектра при $\text{vrot}(i,j,1) = \text{vrot}(i,j,k) = 0, i \neq j$:

Шаг 1. На интервалах $z \leq z_1$ и $z \geq z_{k-1}$ вычисляются асимптотические вектор-функции с компонентами $\Phi_i(z \leq z_1) = A_i \exp((V_{ii} - E)^{1/2} z)$ и $\Phi_i(z \geq z_{k-1}) = A_{i+k} \exp((V_{ii,k} - E)^{1/2} z)$, $i = 1, 2, \dots, N$, зависящие от спектрального параметра E с неизвестными коэффициентами $A_i, i = 1, \dots, 2N$.

Шаг 2. На каждом из внутренних подынтервалов $z \in [z_{m-1}, z_m]$, где m пробегает значения $m = 2, \dots, k-1$, ищется общее решение $\Phi(z \in [z_{m-1}, z_m]) = (\Phi_1(z), \Phi_2(z), \dots, \Phi_N(z))^T$ системы ОДУ с постоянными коэффициентами $\mathbf{V}_{ij,m}$, зависящее от спектрального параметра E и $2N$ коэффициентов $C_{2N(m-2)+1}, \dots, C_{2N(m-1)}$.

Шаг 3. Приравнивание решений, полученных на шагах 1 и 2 в граничных точках соответствующих подынтервалов, вместе с их производными приводит к системе $2Nk$ нелинейных уравнений с тригонометрическими и экспоненциальными функциями, зависящими от искомого спектрального параметра E , и линейной относительно $2N$ неизвестных коэффициентов (из них $2N$ коэффициентов из асимптотических решений $2N(k-1)$ коэффициентов из общих решений системы ОДУ на каждом из внутренних интервалов). Для того, чтобы вычислять только нетривиальные решения, в систему уравнений добавляем условие, что сумма квадратов коэффициентов C_1, \dots, C_{2N} равна единице. В результате получена система достаточно сложных нелинейных уравнений.

Шаг 4. Полученная система $2Nk+1$ нелинейных уравнений относительно $2Nk+1$ неизвестных решается численно с помощью встроенной процедуры `fsolve`. Чтобы итерационный процесс решения нелинейной задачи сходился к различным значениям спектрального параметра E , начальные условия для неизвестных коэффициентов в системе нелинейных уравнений генерируются случайным образом с помощью встроенной процедуры `rand`, при этом процедура решения `fsolve` запускается необходимое число раз. Задание случайных начальных условий для решения системы нелинейных уравнений было выбрано исходя из предположения, что заранее они не известны и можно указать только границы интервала изменения спектрального параметра [1].

2. Решение задачи МКЭ

Поскольку собственные функции дискретного спектра экспоненциально убывают при $z \rightarrow \infty$, то исходная задача редуцируется к задаче на собственные значения для системы ОДУ (1)-(2) на конечном интервале $z \in (z_{\min}, z_{\max})$ с граничными условиями Дирихле или Неймана в граничных точках $z_{\min} < z_1$ и $z_{\max} > z_{k-1}$ интервала и условием нормировки, которая численно решается методом конечных элементов с помощью программы KANTBP 4M [2], реализованной в системе Maple [3]. Возможно также применение граничных условий третьего рода, следующих из асимптотического разложения решений при $z_{\min} < z_1$ и $z_{\max} > z_{k-1}$, что позволяет редуцировать интервал до $z \in (z_1, z_{k-1})$. На рис. 1 показан искомый набор вычисленных собственных функций и собственных значений краевой задачи на конечном интервале $z_{\min} = -12$ и $z_{\max} = 12$, аппроксимирующей исходную задачу (1) для системы трёх ОДУ с условием нормировки на интервале $z \in (-\infty, +\infty)$ при $k=3$,

$$V(z) = \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, z < -2; \begin{pmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 10 \end{pmatrix}, -2 \leq z \leq 2; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, z > 2. \end{array} \right. \quad (3)$$

Для решения задачи была выбрана неравномерная конечноэлементная сетка $z_{\min} = -12$, $h_{j=1, \dots, 10} = 1$, $h_{j=11, \dots, 20} = 0.4$, $h_{j=21, \dots, 30} = 1$, $z_{\max} = 12$ с эрмитовыми элементами седьмого порядка ($\kappa^{\max} = 2, p = 3, p' = 7$), сохраняющими непрерывность первой производной в приближённых решениях с точностью $O(h^{p+1})$. Погрешность $\delta E_j = |E_j^h - E_j|$ набора собственных значений E_j задачи на оси и на вышеуказанной конечноэлементной сетке с граничными условиями Дирихле не хуже 10^{-9} при вычислениях с `Digits=12` значащими цифрами.

Таким образом, с помощью программы KANTBP 4M можно вычислить с высокой точностью набор собственных значений E_j^h и собственных функций Φ_j^h на конечноэлементной сетке, а затем вычислить соответствующий набор коэффициентов $(A_1, \dots, A_{2N}, C_1, \dots, C_{2N(k-1)})$. Полученные наборы собственных значений и коэффициентов можно использовать в качестве начальных приближений для вычисления набора собственных значений и собственных функций на всей оси из раздела 1. В результате имеем оценку погрешности приближённой редукции задачи из бесконечной области в конечную, что позволяет также уточнить границы интервала конечноэлементной сетки.

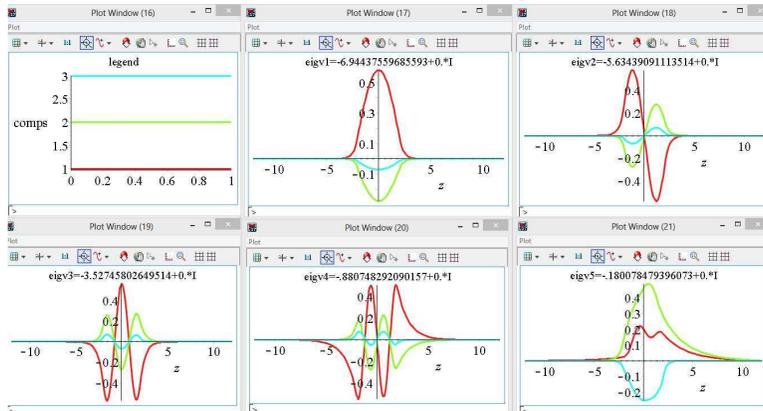


Рис. 1. Собственные функции $\Phi_i(z)=(\Phi_{1i}(z), \Phi_{2i}(z), \Phi_{3i}(z))^T$ и собственные значения ($E_i = \text{eigvt}, t=1, \dots, 5$) краевой задачи с условиями первого рода на конечном интервале для системы трёх ОДУ (1)–(3).

Выводы

Исследована математическая модель и дан анализ решений задачи на собственные значения на оси, редуцированной к краевой задаче для системы ОДУ второго порядка на конечном интервале с кусочно-постоянными потенциалами, подобная модели поперечных мод волноводного типа [1]. Численным экспериментом показано, что решение редуцированной краевой задачи на конечном интервале с помощью программы KANTBP 4M [2] точно (с точностью 10^{-9}) совпадает с решением исходной задачи на оси.

Работа поддержана РФФИ (грант 14-01-00420).

Литература

1. Gevorkyan M. N., Kulyabov D. S., Lovetskiy K. P., Sevastyanov A. L. and Sevastyanov L. A. Waveguide modes of a planar optical waveguide // *Mathematical modeling and geometry*. – Vol. 3. – N. 1 – 2015 – Pp. 43–63.
2. Гусев А.А., Хай Л.Л., Чулуунбаатар О., Вницкий С.И., Программа KANTBP 4M решения краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, 2015 – <http://www.info.jinr.ru/programs/jinrlib/kantbp4m>.
3. Maple // <http://www.maplesoft.com>.]

SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH CONSTANT-PIECEWISE POTENTIALS

Gusev A.A., Hai L.L., Vinitsky S.I., Chuluunbaatar O.

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, gooseff@jinr.ru

The analysis of the solutions of the problem on the eigenvalues of the waveguide type of ODE systems with piecewise constant coefficients on the axis. A comparison of the results obtained by the solution of the boundary value problem on a finite interval by the finite element method and using representations of eigenfunctions on the axis in the form a linear combination of fundamental solutions, depending on the spectral parameter E, with unknown coefficients.

Key words: eigenvalue problem, the ODE system, the finite element method.

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ МНОГОСЛОЙНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПЛАНАРНОГО ВОЛНОВОДА.

Дашицыренов Г.Д.

Российский университет дружбы народов, genin_d@mail.ru

В ходе нахождения дисперсионных кривых многослойного диэлектрического планарного волновода в модели адиабатических волноводных мод возникает задача многоэкстремальной оптимизации, для её решения был модифицирован метод золотого сечения.

Ключевые слова: математическое моделирование, интегральная оптика, оптимизация, электродинамика.

Введение

Одной из подзадач моделирования плавно-нерегулярных многослойных волноводов является задача решения дисперсионного уравнения, которое позволяет установить набор параметров, при которых возможно распространение электромагнитного поля в виде волноводных мод.

Основная часть

В модели адиабатических волноводных мод [1,2] дисперсионное уравнение представляет собой дифференциальное уравнение относительно распределения толщины $h(y, z)$ нерегулярного слоя и трансцендентное относительно коэффициента фазового замедления $\beta(y, z)$:

$$\text{Det}\left(M\left(d, \beta, \beta_y, \beta_z, h, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial h}{\partial z}\right)\right) = 0$$

Матрица M имеет размерность 12 на 12 и её элементы также зависят от показателей преломления слоёв n_c, n_f, n_l, n_s . В случае четырёхслойного плоского волновода уравнение значительно упрощается:

$$\text{Det}(M(\beta, d, h)) = 0$$

где d - толщина первого волноводного слоя и h - толщина второго волноводного слоя. Дисперсионные кривые, являющиеся набором решений данного уравнения, для трёхслойного волновода, т.е. при $h=0$, хорошо известны (рис. 1).

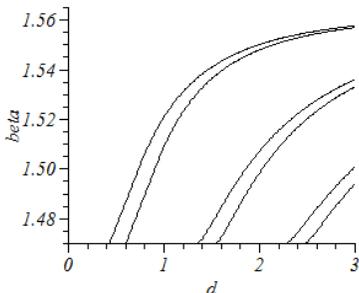


Рисунок 1. Толщина слоя l равна 0.
Показатели преломления слоёв: $n_s=1.47$,
 $n_l=2.1$, $n_f=1.565$, $n_c=1.0$

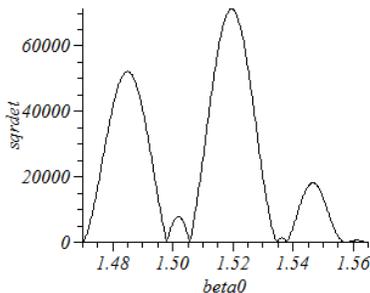


Рисунок 2. Вид функционала при
 $h=0.4$ и $d=3.0$

Если же рассмотреть вариант, когда d – фиксировано, а толщина h изменяется от 0, то можно проследить эволюцию дисперсионных кривых при переходе от трёхслойного волновода к четырёхслойному (рис.3.).

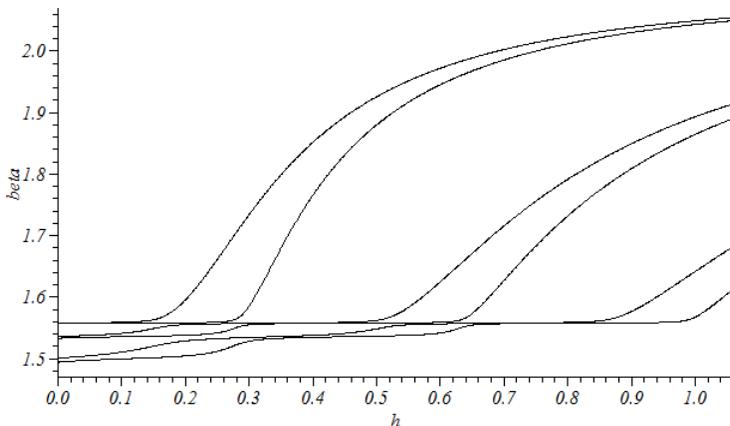


Рисунок 3. Толщина слоя f равна $d=3.0$. Показатели преломления слоёв: $ns=1.47$, $nl=2.1$, $nf=1.565$, $nc=1.0$

Для нахождения кривых был использован следующий подход. В начале при некотором фиксированном h или d решается задача оптимизации с несколькими локальными минимумами (рис.2). Затем, изменяя второй параметр с некоторым шагом, от каждого найденного решения строится своя кривая, при этом основную сложность представляет перескакивание процесса оптимизации между соседними кривыми, поэтому на каждом шаге по второму параметру границы поиска для метода золотого сечения корректируются исходя из поведения функции на предыдущем шаге. Вид полученных кривых представлен на рис.3.

Выводы

Программная реализация методов в среде DELPHI 2010 показала, алгоритм достаточно устойчив если число минимумов не велико. Увеличение шага по второму параметру приводит к увеличению погрешности при корректировке границ поиска. В этом случае можно проводить многоэкстремальную оптимизацию на каждом шаге, что требует большего количества вычислений, но даёт более надежный результат.

Литература

- 1 Севастьянов А.Л. Компьютерное моделирование полей направляемых мод тонкопленочной обобщенной волноводной линзы Люнеберга / Дисс... канд. физ.-мат. наук. – М.: РУДН, 2010.
2. Севастьянов Л.А., Егоров А.А., Севастьянов А.Л. Метод адиабатических мод в задачах плавно-нерегулярных открытых волноведущих структур // Ядерная физика. – 2013. Т. 76, № 2. - С. 252-268.

STABLE ALGORITHM FOR DETERMINATION OF DISPERSION CURVES OF MULTILAYER PLANAR WAVEGUIDE

Dashitsyrenov G.D.

Peoples' Friendship University of Russia, genin_d@mail.ru

The multi-extremal optimization problem arise during of determination of dispersion curves for multilayer dielectric planar waveguide within the model of adiabatic waveguide modes. Heuristic algorithm of fragmentation of area was used to adapt the golden section search method for this class of optimization problem.

Key words: mathematical modeling, integrated optics, optimization, electrodynamics.

НЕПОЛНЫЙ МЕТОД ГАЛЕРКИНА В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРАВЛЯЕМЫХ МОД ОТКРЫТЫХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Диваков Д.В.

Российский университет дружбы народов, dmitriy.divakov@gmail.com

В работе рассматривается неполный метод Галеркина, применительно к открытым волноводным переходам.

Ключевые слова: неполный метод Галеркина, открытый волновод, волноводный переход.

Введение

В работе рассматривается волноводное распространение ТЕ-поляризованных направляемых волноводных мод в открытом волноводном переходе типа «рупор», структура которого изображена на рис. 1.

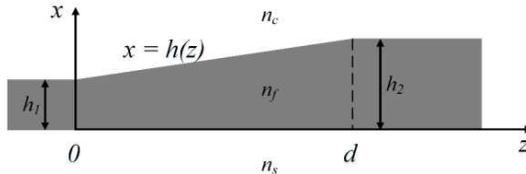


Рис. 1. Схема волноводного перехода типа «рупор»

Основная часть

Рассмотрим уравнение Гельмгольца с переменным коэффициентом в области волноводного перехода:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2(x, z) \right) u = 0 \tag{1}$$

где $u = u(x, z)$ – обозначение E_y , для краткости записи, для $k^2(x, z)$ справедливо следующее:

$$k^2(x, z) = \begin{cases} k_0^2 n_c^2, & x > h(z) \\ k_0^2 n_f^2, & 0 \leq x \leq h(z) \\ k_0^2 n_s^2, & x < 0 \end{cases} \tag{2}$$

В приведенной геометрии задачи имеются два полу бесконечных волновода постоянного поперечного сечения, соответствующие участкам $z < 0$ и $z > d$, и волноводный переход, заключенный между ними, соответствующий $0 \leq z \leq d$. Отметим также, что в полу бесконечных областях подложки и покровного слоя должны выполняться асимптотические условия убывания полей на бесконечности, а на границах раздела должны выполняться условия непрерывности u и ее нормальной производной.

Перейдем к новым координатам $\xi(x, z) = x/h(z)$, ось z при этом остается неподвижной [1,2]. Уравнение Гельмгольца (1) в новых координатах примет следующий вид:

$$\left(\frac{h'^2 \xi^2}{h^2} + \frac{1}{h^2} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - 2 \frac{h' \xi}{h} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \left(2 \frac{h'}{h} - \frac{h''}{h} \right) \xi \frac{\partial u}{\partial \xi} + k^2(\xi) u = 0 \tag{3}$$

где $h = h(z)$, $h' = h'(z)$, $h'' = h''(z)$. Подставляя вид решения $u = V(z)\varphi(\xi)$ в уравнение (3) и проводя преобразование, разделяющее переменные, получим следующее:

$$\frac{V''}{V}(z) = -\left(\frac{f \varphi''}{h^2 \varphi} + \frac{g \varphi'}{h^2 \varphi} + k^2\right)(\xi, z) = -k_0^2 \beta^2(z) \quad (4)$$

где

$$f(\xi, z) = h'^2 \xi^2 + 1 \quad (5)$$

$$g(\xi, z) = (2h'^2 - 2\alpha h h' - h h'') \xi \quad (6)$$

причем $\alpha(z) = V'(z)/V(z)$.

Отметим, что разделение переменных, полученное в (4), является частичным, так как левая часть есть функция от z , а правая часть – от ξ и z , что позволяет сделать вывод о равенстве обеих частей некоторой функции от z . Из (4) получим следующее уравнение относительно искомой (собственной) функции φ :

$$f(\xi, z) \varphi''_{\xi\xi} + g(\xi, z) \varphi'_{\xi} + k_0^2 h^2(z) (n^2(\xi) - \beta^2(z)) \varphi = 0 \quad (7)$$

Рассмотрим случай плавно-нерегулярного волновода [3], а именно:

$$|h'(z)| = |\delta(z)| \ll 1, \quad |h''(z)| = |\delta'(z)| \ll 1 \quad (8)$$

Рассмотрим уравнение (7) в нулевом приближении по малым параметрам δ , δ' :

$$\varphi'' + k_0^2 h^2(z) (n^2(\xi) - \beta^2(z)) \varphi = 0 \quad (9)$$

где $\varphi = \varphi(\xi; z)$ – нулевое приближение собственной функции, $k_0^2 \beta^2(z)$ – нулевое приближение собственного значения.

Ненормированные собственные функции во всей области будут иметь следующий вид:

$$\psi_m(\xi; z) = \begin{cases} A_{cm}(z) \exp\{-\lambda_{cm}(z)(\xi - 1)\} & \xi > 1 \\ \lambda_{sm}(z) \sin(\lambda_{fm}(z)\xi) + \lambda_{fm}(z) \cos(\lambda_{fm}(z)\xi) & 0 \leq \xi \leq 1 \\ A_{sm}(z) \exp\{\lambda_{sm}(z)\xi\} & \xi < 0 \end{cases} \quad (10)$$

где $A_{sm}(z) = \lambda_{fm}(z)$, $A_{cm}(z) = \lambda_{sm}(z) \sin(\lambda_{fm}(z)) + \lambda_{fm}(z) \cos(\lambda_{fm}(z))$, причем

$$\lambda_{cm}(z) = k_0 h(z) \sqrt{\beta_m^2(z) - n_s^2} \quad (11)$$

$$\lambda_{sm}(z) = k_0 h(z) \sqrt{\beta_m^2(z) - n_s^2} \quad (12)$$

$$\lambda_{fm}(z) = k_0 h(z) \sqrt{n_f^2 - \beta_m^2(z)} \quad (13)$$

Допустимые значения спектрального параметра $\beta_m(z)$ являются действительными корнями следующего уравнения:

$$\operatorname{tg}(\lambda_f(z)) = \frac{\lambda_f(z)(\lambda_s(z) + \lambda_c(z))}{\lambda_f^2(z) - \lambda_s(z)\lambda_c(z)} \quad (14)$$

Рассмотрев задачу на собственные функции (направляемые волноводные моды плавно-нерегулярного открытого волновода) в нулевом приближении, используем теперь полученную систему функций $\{\psi_m\}_{m=1}^N$ для построения приближенного решения u^N уравнения (3)[1,2], а именно:

$$u^N(\xi, z) = \sum_{m=1}^N V_m(z) \psi_m(\xi) \quad (15)$$

Подставляя решение вида (15) в уравнение (3) и применяя проекционную схему метода Галеркина [1,2], получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\ddot{v}'' - 2a(z)P(z)\dot{v}' + Q(z)v = \vec{0} \quad (16)$$

где $\vec{v}(z) = (V_1(z), V_2(z), \dots, V_N(z))^T$, $\mathbf{P}(z) = \llbracket p_{km}(z) \rrbracket_{k,m=1}^N$, $\mathbf{Q}(z) = \llbracket q_{km}(z) \rrbracket_{k,m=1}^N$, $a(z) = h'(z)/h(z)$, причём

$$p_{km}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \psi'_m \psi_k d\xi \quad (17)$$

$$q_{km}(z) = a^2(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 \psi''_m \psi_k d\xi + c(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \psi'_m \psi_k d\xi + b(z) \int_{-\infty}^{+\infty} \psi''_m \psi_k d\xi + \int_{-\infty}^{+\infty} k^2(\xi) \psi_m \psi_k d\xi \quad (18)$$

где $c(z) = a^2(z) - a'(z)$, $b(z) = 1/h^2(z)$.

Записав парциальные условия излучения на границах $z = 0$ и $z = d$ получим краевые условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (16):

$$(\vec{v}' + ik_0 \mathbf{B}(z) \vec{v})|_{z=0} = 2ik_0 \mathbf{B}(z) \vec{A}|_{z=0} \quad (19)$$

$$(\vec{v}' - ik_0 \mathbf{B}(z) \vec{v})|_{z=d} = 0 \quad (20)$$

где $\mathbf{B}(z) = \text{diag}\{\beta_m(z)\}_{m=1}^N$, \vec{A} – вектор, каждая компонента которого является соответствующей амплитудой падающей на нерегулярный участок волноводной моды.

Задача численного отыскания поля направляемых волноводных мод свелась к решению краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (16) с граничными условиями (19), (20).

Выводы

В работе была рассмотрена процедура отыскания системы собственных функция в нулевом приближении асимптотического подхода и последующее их использование для построения приближенного решения волноводной задачи для плавно-нерегулярного открытого волноводного перехода неполным методом Галеркина.

Литература

1. Диваков Д. В., Севастьянов Л. А. Применение неполного метода Галеркина к нерегулярным переходам в открытых планарных волноводах, Матем. моделирование, 27:7 (2015), 44–50
2. Свейникова А. Г. К расчету согласования плоских волноводов”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2:1 (1962), 175–179
3. Егоров А. А., Севастьянов Л. А., Севастьянов А. Л. Исследование плавно-нерегулярных интегрально-оптических волноводов методом адиабатических мод: нулевое приближение, Квантовая электроника, 44:2 (2014), 167–173

INCOMPLETE GALERKIN'S METHOD FOR GUIDED MODES SIMULATION IN OPEN IRREGULAR WAVEGUIDES

Divakov Dmitriy

Peoples' Friendship University of Russia, dmitriy.divakov@gmail.com

The work is dedicated to formulation of incomplete Galerkin's method for open waveguide transitions.

Key words: incomplete Galerkin's method, open waveguide, waveguide transition.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЗДАНИЙ

Диваков Д. В., Чупритский В. К.

Российский Университет Дружбы Народов, vkchupr@gmail.com, dmitriy.divakov@gmail.com

В настоящей работе рассматривается алгоритм прогнозирования остывания зданий, основанный на решении начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности с разрывным коэффициентом теплопроводности при помощи явных и неявных разностных схем.

Ключевые слова: математическое моделирование, уравнение теплопроводности, начально-краевая задача, алгоритмы прогнозирования.

Введение

Развитие IT-технологий в последние десятилетия происходит столь активно, что их проникновение в различные, в том числе и бытовые сферы жизни невозможно не заметить. Удешевление стоимости изготовления интегральных схем происходит столь же стремительно, что способствует появлению на рынке различных программно-аппаратных комплексов для так называемых «умных» технологий – в том числе «умных домов».

В ходе настоящего исследования будет рассмотрен алгоритм прогнозирования времени полного остывания дома, дополняющий систему контроля температур – программно-аппаратное решение для владельцев загородной недвижимости, состоящее из системы датчиков температуры, установленных в различных помещениях дома и фиксирующих температуру, и модуля отправки данных на сервер для последующей обработки. Важной составляющей обработки данных выступает алгоритм прогнозирования времени полного остывания дома (то есть остывания до 0°C) в случае каких-либо сбоев и отказов в системе отопления, либо внешних факторов. Стоит также отметить, что время полного остывания дома будет существенным образом зависеть от текущей и будущей температуры окружающей среды, которую необходимо учитывать при прогнозировании.

Математической постановкой описанной выше задачи выступает начально-краевая задача для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности. В качестве метода решения начально-краевой задачи использовались разностные схемы.

В рамках настоящей работы были исследованы различные разностные схемы для построения алгоритмов решения начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности и реализованы в виде программного обеспечения.

Основная часть

Рассмотрим одномерное уравнение теплопроводности с переменным коэффициентом [1-3]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – температура в точке x в момент времени t , $k(x)$ – коэффициент теплопроводности. Начально-краевая задача для уравнения (1) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right), x \in [0, 1], t \in [0, T], \\ u(0, t) = u_1(t), \\ u(1, t) = u_2(t), \\ u(x, 0) = u_3(x). \end{cases} \quad (2)$$

где $u_1(t)$ и $u_2(t)$ – граничные условия на левой и правой границах расчетной области соответственно, $u_3(x)$ – начальное условие. Граничные условия будут играть роль изменяющихся условий внешней среды, а начальное условие – начальное распределение температуры внутри расчетной области.

В рамках работы были рассмотрены явная и неявная разностные схемы. В случае явной схемы расчетные формулы носят особенно простой (итеративный) характер, однако существует достаточно жесткое условие устойчивости явной разностной схемы, накладывающее ограничение на размеры шагов по времени и пространству[1,2]:

$$\tau \leq h^2/2\max\{k(x)\} \tag{3}$$

где τ – шаг по времени, h – шаг по пространственной координате x . Из ограничения (3) следует, что для расчета изменения температуры на больших временах, который и подразумевается в настоящей задаче, явная схема не будет эффективна, что подтверждается и численным экспериментом. Вследствие этого была рассмотрена неявная разностная схема, которая является абсолютно устойчивой при любых значениях шагов по времени и пространству[1,2]. В случае неявной схемы на каждом временном слое решается система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов следующего вида:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma\tau a_i}{h^2} y_{i-1}^j - \left(\frac{\sigma\tau a_i}{h^2} + \frac{\sigma\tau a_{i+1}}{h^2} + 1 \right) y_i^j + \frac{\sigma\tau a_{i+1}}{h^2} y_{i+1}^j = \\ & = - \left(1 - \frac{\tau}{h^2} (1 - \sigma)(a_i + a_{i+1}) \right) y_i^{j-1} - \\ & \quad - \frac{\tau}{h^2} (1 - \sigma)(a_i y_{i-1}^{j-1} + a_{i+1} y_{i+1}^{j-1}), \end{aligned} \tag{4}$$

где $a_i = (k_{i-1} + k_i)/2$, y_i^j – приближенное значение искомой функции $u(x, t)$ в точке x_i в момент времени t_j . Ниже приведен график изменения температуры контакта двух материалов с различными теплоизоляционными свойствами – справа материал с коэффициентом температуропроводности 0,1, слева – с коэффициентом температуропроводности 1,0, граница приходится на точку $x = 3,0$.

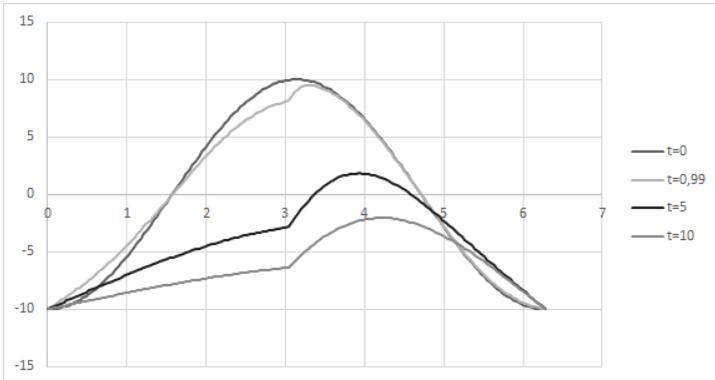


Рис. 1. График изменения температуры контакта двух материалов с различными теплоизоляционными свойствами ($k = 1.0$ при $x \in [0, 3]$ и $k = 0.1$ при $x \in [3, 6.3]$)

Выводы

В рамках настоящей работы была рассмотрена начально-краевая задача для уравнения теплопроводности и методы ее численного решения. В качестве наиболее подходящего для поставленной задачи метода решения была выбрана неявная разностная схема. Произведен численный расчет модельного примера, соответствующего остыванию композиции из теплоизоляционного материала в контакте с декоративным.

Литература

1. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1977.
2. Самарский А. А. Введение в численные методы. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1982.
3. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961

HEAT CONDUCTION TASK AS TEMPERATURE-PREDICTION SYSTEM FOR BUILDINGS

Divakov Dmitriy, Chupritskiy Veniamin

Peoples' Friendship University of Russia, vkchupr@gmail.com, dmitriy.divakov@gmail.com

The work is dedicated to the investigation of the algorithm for temperature prognosis for buildings, which is based on solving heat conduction task using implicit and explicit difference schemes.

Key words: simulation, heat equation, prediction algorithms.

УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ НА ОСНОВЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО И СТОХАСТИЧЕСКОГО ПОДХОДОВ

Дружинина О.В., Масина О.Н.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, ovdruz@mail.ru
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, olga121@inbox.ru

Рассмотрена нелинейная модель популяционной динамики при наличии конкуренции видов и несовпадающих скоростей миграции. На основе сочетания детерминированного и стохастического подходов получены условия устойчивости. Проведено сравнение качественных свойств для детерминированного и недетерминированного случаев.

Ключевые слова: стохастическая модель, популяционная динамика, устойчивость, дифференциальные уравнения, принцип редукции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-07-08795).

Введение

При изучении моделей динамики численности взаимодействующих популяций возникает задача исследования устойчивости решений [1–7]. Вопросы существования и устойчивости решений моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов, рассматривались в [1–12] и в других работах.

Как известно, эффективным методом анализа устойчивости является метод функций Ляпунова [8, 9]. В [2, 6–9] описан системный подход, позволяющий с единой точки зрения рассматривать свойства устойчивости моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов. Указанный подход базируется на переходе от детерминистического описания модели к стохастическому и на принципе редукции задачи об устойчивости решений дифференциального включения к задаче об устойчивости других типов уравнений с применением свойств функций Ляпунова. Подход позволяет с единой точки зрения изучать свойства устойчивости решений дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений.

В настоящей работе рассмотрена модель динамики популяций, учитывающая конкуренцию и миграцию видов. Детерминированное описание модели, являющейся обобщением описания [3] на случай несовпадающих скоростей миграции, дается системой трех обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Проведено качественное исследование решений указанной модели. На основе принципа редукции выполнен анализ устойчивости.

Как известно, при детерминистическом описании модели не учитываются вероятностные факторы, влияющие на поведение модели [5, 13, 14]. В связи с этим важной задачей является построение и изучение адекватных стохастических моделей, а также сравнительный анализ свойств детерминированных и соответствующих стохастических моделей. В настоящей работе выполнен переход к стохастическому случаю на основе принципа редукции, а также получены условия устойчивости. На основе полученных достаточных условий устойчивости дан сравнительный анализ качественных свойств для детерминистической и стохастической моделей.

Модель динамики популяций, учитывающая конкуренцию и миграцию видов

Рассматривается нелинейная модель, учитывающая конкуренцию и миграцию видов, описываемая системой трех дифференциальных уравнений вида [2]:

$$\dot{x}_1 = x_1(1 - x_1 - qy_1) + \beta x_2 - \gamma x_1, \quad \dot{x}_2 = x_2(1 - x_2) + \gamma x_1 - \beta x_2, \quad \dot{y}_1 = y_1(1 - rx_1 - y_1), \quad (1)$$

где используются следующие обозначения: x_1 и y_1 – численность конкурирующих видов x и y в ареале вида x_1 (ареале 1), x_2 – численность вида x в ареале вида x_2 (ареале 2), $q > 0$ и $r > 0$ – коэффициенты конкуренции видов в ареале 1, β и γ – коэффициенты миграции видов x и y между двумя ареалами, при этом ареал 2 является убежищем и $\beta \neq \gamma$.

Важно отметить, что модель (1) является обобщением модели, рассмотренной в [3], на случай, когда скорости миграции различны.

Качественный анализ модели (1) в детерминированном случае содержится в [4, 5], а именно: 1) с помощью системы символьных, графических и численных вычислений Mathematica найдены состояния равновесия модели (1); 2) получены значения β и γ , при которых существуют неотрицательные состояния равновесия; 3) исследована устойчивость в смысле Ляпунова состояний равновесия; 4) проведена оценка модельных параметров и построены локальные фазовые портреты.

Построение и анализ устойчивости модели популяционной динамики на основе принципа редукции

Модель (1) представима в виде векторного уравнения

$$dx/dt = f(x), \quad (2)$$

где $x = (x_1, x_2, y_1)$, $f(x) = (f_1, f_2, f_3) = (x_1(1-x_1-qy_1) + \beta x_2 - \gamma x_1, x_2(1-x_2) + \gamma x_1 - \beta x_2, y_1(1-rx_1 - y_1))$, $x \in R_+^3 = R_+ \times R_+ \times R_+$, $R_+ = [0, \infty)$, $f: R_+^3 \rightarrow R_+^3$.

С учетом экологического смысла в модели (2) коэффициенты β , γ , q и r могут принимать различные значения из соответствующих интервалов $[\beta_1, \beta_2]$, $[\gamma_1, \gamma_2]$, $[q_1, q_2]$ и $[r_1, r_2]$. Для модели (2) построено дифференциальное включение в виде

$$\dot{x}_1 \in x_1(1 - x_1 - qy_1) + \beta x_2 - \gamma x_1, \quad \dot{x}_2 \in x_2(1 - x_2) + \gamma x_1 - \beta x_2, \quad \dot{y}_1 \in y_1(1 - rx_1 - y_1). \quad (3)$$

В векторной форме модель (3) представлена следующим образом:

$$dx/dt \in F(x), \quad (4)$$

где $F(x) = \{f(x) \mid \beta \in B, \gamma \in C, q \in Q, r \in R\}$, $B ::= [\beta_1, \beta_2]$, $C ::= [\gamma_1, \gamma_2]$, $Q ::= [q_1, q_2]$, $R ::= [r_1, r_2]$, $F: R_+^3 \rightarrow 2^{R_+^3}$. Введенные множества B , C , Q и R определяют множества значений соответствующих параметров β , γ , q и r . Подмножества $B_\alpha = \{\beta \mid \mu_B(\beta) \geq \alpha\}$, $C_\alpha = \{\gamma \mid \mu_C(\gamma) \geq \alpha\}$, $Q_\alpha = \{q \mid \mu_Q(q) \geq \alpha\}$ и $R_\alpha = \{r \mid \mu_R(r) \geq \alpha\}$ представляют более узкие множества, которые получим при учете дополнительных условий $\alpha \in (0, 1]$, влияющих на взаимодействие и диффузию компонент, а следовательно, и на устойчивость модели (2). Тогда уравнение (2) можно заменить на нечеткое дифференциальное уравнение

$$dX/dt \in F(X), \quad (5)$$

где $F: Z_+^3 \rightarrow P(R_+^3)$, $P(R_+^3)$ – совокупность всех нечетких подмножеств из R_+^3 .

Соответствующее уравнению (11) дифференциальное включение имеет вид $d\varphi/dt \in F_\alpha(\varphi)$, где $\alpha \in (0, 1]$, $F_\alpha(\varphi) = \{f(\varphi(t)) \mid \beta \in B_\alpha, \gamma \in C_\alpha, q \in Q_\alpha, r \in R_\alpha\}$.

С помощью изложенного в работах [7, 8] принципа сведения задачи об устойчивости дифференциального включения к задаче об устойчивости нечеткого дифференциального уравнения и с учетом (2)–(5) получены следующие условия устойчивости дифференциального включения (4) и нечеткого уравнения (5):

1) если для замкнутого множества $M \subset R_+^3$ существует функция Ляпунова V относительно включения (4), для которой верно неравенство $D_+V(x) \leq 0 \quad \forall x \in B(M, r)$, где $D_+V(x) = \sup DV(x)$ – верхняя производная функции Ляпунова, то множество M устойчиво относительно этого включения;

2) если верно неравенство $D_+V(x) \leq -w_3(e(x, M)) \quad \forall x \in B(M, r)$, где функция $w_3: B(M, r) \rightarrow R$ непрерывна и положительна вне M , то множество M асимптотически устойчиво относительно включения (4);

3) если для замкнутого нечеткого множества $M \subset P(R_+^3)$ существует функция Ляпунова V относительно уравнения (5), для которой при $\alpha \in (0, 1]$ верно неравенство $D_+ V_\alpha(x) \leq 0 \quad \forall x \in B(M_\alpha, r)$, то множество M α -устойчиво относительно этого уравнения;

4) если выполняется условие $D_+ V_\alpha(x) \leq -w_{3\alpha}(e(x, M_\alpha)) \quad \forall x \in B(M_\alpha, r)$, где функция $w_{3\alpha}: (0, r) \rightarrow R$ непрерывна и положительна, то множество M α -асимптотически устойчиво относительно уравнения (5).

Стохастический случай

Построение стохастической модели, соответствующей модели (1), на основе метода, изложенного в [14], рассмотрено в [5, 6], а именно, построено соответствующее уравнение Фоккера–Планка, записано стохастическое дифференциальное уравнение в форме уравнения Ланжевена, и показано, что полученное уравнение полностью совпадает с моделью (1) и может служить для исследования детерминистического поведения.

В настоящей работе рассмотрено обобщение модели (2) на стохастический случай, а именно, уравнение (2) заменено на стохастическое дифференциальное уравнение

$$dx/dt = f(x), \quad (6)$$

где $f(x)$ – случайная функция. С помощью изложенного в [2, 8, 9] принципа редукции задачи об устойчивости решений дифференциальных включений к задаче об устойчивости других типов уравнений получены условия устойчивости нечеткого дифференциального уравнения (5) и стохастического уравнения (6).

Показано, что если нулевое решение нечеткого уравнения (5) α -устойчиво по Ляпунову при каждом $\alpha \in (0, 1]$ (равномерно по α), то нулевое решение соответствующего стохастического уравнения (6) устойчиво по вероятности (соответственно устойчиво почти наверное). Кроме того, показано, что если нулевое решение нечеткого уравнения (5) асимптотически α -устойчиво при любом $\alpha \in (0, 1]$ (равномерно по α), то нулевое решение соответствующего стохастического уравнения (6) асимптотически устойчиво по вероятности (соответственно асимптотически устойчиво почти наверное). На основе полученных достаточных условий устойчивости дан сравнительный анализ качественных свойств детерминистической и стохастической моделей.

Выводы

Рассмотрен переход от многомерных дифференциальных уравнений, описывающих модель популяционной динамики, к векторному дифференциальному включению, а также к нечеткому и стохастическому дифференциальному уравнениям. Этот переход учитывает изменение параметров в исследуемой модели и позволяет на основе принципа редукции выполнить сравнительный анализ свойств моделей. Получены условия асимптотической устойчивости почти наверное и по вероятности. Условия устойчивости могут быть использованы для изучения динамического поведения моделей популяционной динамики. Полученные результаты направлены на дальнейшее развитие методов построения и анализа устойчивости стохастических моделей.

Литература

1. Пых Ю.А. Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики. М.: Наука, 1983.
2. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы исследования устойчивости и управляемости нечетких и стохастических динамических систем. М.: ВЦ РАН, 2009.
3. Zhang Xin-an, Chen L. The linear and nonlinear diffusion of the competitive Lotka–Volterra model // Nonlinear Analysis. 2007. V. 66. P. 2767–2776.
4. Дружинина О.В., Масина О.Н. Исследование существования и устойчивости решений дифференциальной системы экологической динамики с учетом конкуренции и диффузии // Нелинейный мир. 2009. Т. 7. № 11. С. 881–888.

5. Демидова А.В., Дружинина О.В., Масина О.Н. Исследование устойчивости модели популяционной динамики на основе построения стохастических самосогласованных моделей и принципа редукции // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». 2015. № 3. С. 18–29.
6. Демидова А.В., Дружинина О.В., Масина О.Н. Построение стохастической модели динамики популяций, учитывающей конкуренцию и миграцию видов // Материалы Всероссийской конференции с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологических систем». М.: РУДН, 2015. С. 255–258.
7. Дружинина О.В., Масина О.Н. Системный подход к исследованию устойчивости моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов // Вестник Российской академии естественных наук. Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 15. № 3. С. 24–30.
8. Меренков Ю.Н. Устойчивоподобные свойства дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. Монография. М.: Изд-во РУДН, 2000.
9. Шестаков А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: УРСС, 2007.
10. Масина О.Н. О существовании решений дифференциальных включений // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44. № 6. С. 845–847.
11. Кац И.Я., Красовский Н.Н. Об устойчивости систем со случайными параметрами // ПММ. 1960. Т. 24. С. 809–823.
12. Kozin F. Stability of the linear stochastic systems // Lecture notes in math. V. 294. New York: Springer Verlag, 1972. P. 189–192.
13. Павлоцкий И.П., Суслин В.М. Стохастическая модель эволюции популяции в пространстве // Математическое моделирование. 1994. Т. 6. № 3. С. 9–24.
14. Геворкян М.Н., Демидова А.В., Егоров А.Д. и др. Влияние стохастизации на одношаговые модели // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». 2014. № 1. С. 71–85.

STABILITY CONDITIONS OF POPULATIONS DYNAMICS MODEL ON THE BASIS OF THE DETERMINED AND STOCHASTIC APPROACHES

Druzhinina O.V., Masina O.N.

*Dorodnicyn Computing Center of RAS, ovdruzh@mail.ru
Yelets State University after I.A. Bunin, olga121@inbox.ru*

The nonlinear model of population dynamics in the presence of the competition of species and different speeds of migration is considered. On the basis of a combination of the determined and stochastic approaches stability conditions are received. Comparing of qualitative properties for the determined and nondeterministic cases is carried out.

Key words: stochastic model, population dynamics, stability, differential equations, principle of a reduction.

Work supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 15-07-08795).

УЛУЧШЕНИЕ СХОДИМОСТИ РОЕВЫХ И ЭВОЛЮЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ РЫБНЫХ СТАЙ

Ершов Н.М., Полуян С.В.

ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», Факультет естественных и инженерных наук,
Дубна, Россия, ershovnm@gmail.com

Рассматриваются вопросы применения модели коллективного поведения в стаях рыб в задачах непрерывной оптимизации.

Ключевые слова: роевые алгоритмы, генетические алгоритмы, модели коллективного поведения.

Введение

В работе рассматриваются вопросы ускорения сходимости роевых и эволюционных алгоритмов оптимизации [1], таких как генетические алгоритмы, метод роя частиц, алгоритмы бактериального поиска и т.п. Одним из факторов, негативно влияющих на работу такого рода алгоритмов, которые условно можно назвать *популяционными*, является потеря видового разнообразия в процессе их работы. Результатом такой потери является то, что вся популяция оказывается сосредоточенной в одной достаточно узкой области пространства решений, как правило, в окрестности локального экстремума целевой функции. Выход из такой области в более перспективные районы поиска может быть реализован только за счет работы операторов аналогичных оператору мутации в генетических алгоритмах и оказывается практически маловероятным, особенно для задач высокой размерности.

Для решения указанной проблемы, связанной с потерей разнообразия, применяются различные методики, например, метод имитации отжига [2], а также островные или клеточные модели [3]. Однако использование таких подходов только замедляет процесс потери разнообразия, но не отменяет конечного однородного состояния популяции.

В настоящей работе предлагается альтернативный подход к решению проблемы потери популяционного разнообразия, основанный на модели поведения рыб вида *Notemigonus crysoleucas* [4]. Эксперименты, описанные в данной работе, показали, что способность стай рыб данного вида сосредотачиваться в слабо освещенных местах определяется очень простым поведенческим механизмом: каждая рыба при попадании в затененную область снижает свою скорость, а при выходе обратно в освещенную область – увеличивает ее. Эта тактика приводит к тому, что большую часть времени стая рыб проводит в затененных областях.

Если провести аналогию с задачами оптимизации, в которых уровень освещенности является целевой функцией, а целью оптимизации оказывается поиск минимума целевой функции, то можно заметить, что стая рыб проводит большую часть времени в областях с хорошими значениями целевой функции, а меньшую часть времени тратит на плохие области. Это наблюдение может служить в качестве хорошей эвристики для построения нового алгоритма оптимизации или улучшения уже имеющихся алгоритмов.

Описание эвристики

Предполагается, что имеется некоторый популяционный алгоритм оптимизации, и одним из его операторов является оператор, аналогичный мутации в генетических алгоритмах. Работа этого оператора приводит к «перемещению» (случайному или детерминированному) каждого решения в популяции в некоторую соседнюю точку пространства решений. Величину изменения решения в результате применения такого оператора будем называть активностью данного решения. Чем больше активность, тем на большее расстояние будет перемещаться соответствующий элемент популяции.

Тогда эвристика стаи рыб заключается в следующем: лучшие решения популяции должны обладать малой активностью, а худшие – сильной активностью. Применяется эта эвристика следующим образом. Предполагается, что имеется некоторый базовый уровень активности a_0 . Все решения популяции ранжируются по убыванию их качества (например, по возрастанию целевой функции в задачах минимизации). Теперь каждое решение получает активность, экспоненциально распределенную в диапазоне от a_0/d_1 до a_0/d_2 , где d_1 и d_2 некоторые константы большие 1.

Заметим, что предложенная эвристика будет работать даже в том гипотетическом случае, когда вся популяция окажется строго однородной. Какие-то решения при этом все равно окажутся сильно активными и на следующей итерации они будут сильно изменены. Таким образом, применение данной эвристики должно ослабить проблему потери разнообразия в популяции без уменьшения скорости сходимости самого алгоритма.

Результаты численных экспериментов

Предложенная эвристика была реализована применительно к задаче непрерывной оптимизации для нескольких алгоритмов: генетический алгоритм, метод роя частиц и алгоритм бактериального поиска. В генетическом алгоритме данная эвристика применялась к оператору мутации, в методе роя частиц и в алгоритме бактериального поиска – к оператору движения (под активностью здесь понималась скорость перемещения частиц и бактерий). Было проведено численное исследование сходимости модифицированных алгоритмов на шести стандартных тестовых функциях [5].

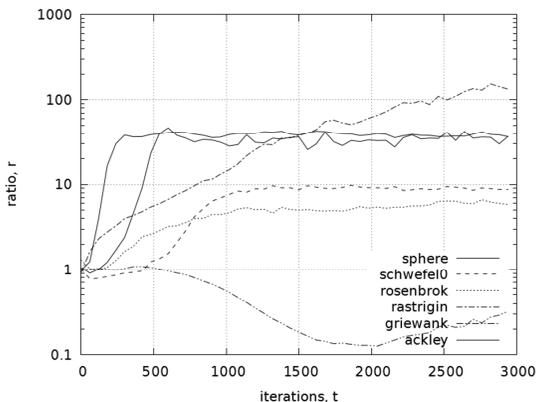


Рис. 1. Ускорение сходимости генетического алгоритма с фиксированной величиной мутации

На рис. 1 показан эффект от применения предложенной эвристики к генетическому алгоритму с фиксированной величиной мутации. Вертикальная ось соответствует отношению лучших по популяции значений целевой функции исходного и модифицированного алгоритмов (значения больше 1 соответствуют ускорению сходимости в результате применения эвристики). Видно, что на большинстве функций данный эффект является строго положительным. Размерность задачи для всех функций в данном эксперименте была равна 10.

На рис. 2 приведены аналогичные графики для генетического алгоритма, в котором применялась технология имитации отжига относительно величины мутации. На начальном этапе мутация является высокой, затем постепенно снижается до нулевого

уровня. Видно, что и в этом случае применение рассматриваемой эвристики оказывает положительный эффект на сходимость алгоритма.

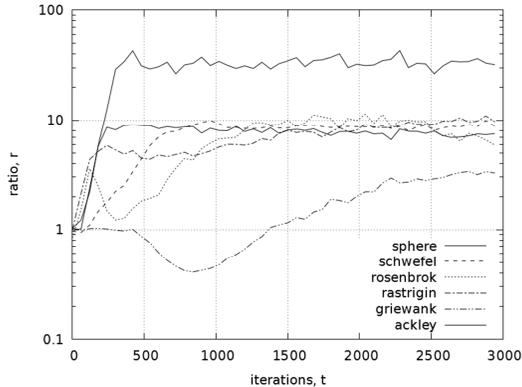


Рис. 2. Ускорение сходимости генетического алгоритма с использованием имитации отжига относительно величины мутации

Выводы

В работе рассмотрено применение эвристики, основанной на поведенческой модели стаи рыб вида *Notemigonus crysoleucas*, для ускорения сходимости популяционных алгоритмов оптимизации. Полученные численные результаты для нескольких типов алгоритмов показали перспективность данной методики для решения проблемы потери разнообразия в популяции и ускорения сходимости популяционных алгоритмов. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-07-00628 А).

Литература

1. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации, М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.
2. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., Vecchi, M. P. Optimization by Simulated Annealing // Science 220 (4598), pp. 671–680, 1983.
3. Alba E., Dorronsoro B. Cellular Genetic Algorithms, Springer, 2008.
4. Berdahl A., Torney C.J., Ioannou C.C., Faria J., Couzin I.D. Emergent sensing of complex environments by mobile animal groups // Science 339 (6119), pp. 574–576, 2013.
5. Ke Tang, Xiaodong Li, Suganthan P.N., Zhenyu Yang, Weise T. Benchmark Functions for the CEC'2010 Special Session and Competition on Large-Scale Global Optimization // Technical report, University of Science and Technology of China (USTC), 2010.

IMPROVING THE CONVERGENCE OF SWARM AND EVOLUTIONARY OPTIMIZATION ALGORITHMS BASED ON MODELING THE BEHAVIOR OF FISH SCHOOLS

Ershov N. M., Poluyan S. V.

Dubna State University, Faculty of Natural and Engineering Science,
Dubna, Russia, ershovnm@gmail.com

The application of the model of collective behavior in schools of fish in the continuous optimization problems is considered.

Key words: swarms algorithms, genetic algorithms, collective behavior models.

ОСНОВНОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЧИСЕЛ ЗАПОЛНЕНИЯ

Еферица Е.Г., Кулябов Д.С.

Российский университет дружбы народов, *eg.eferina@mail.com, ds@sci.pfu.edu.ru*

Получено основное кинетическое уравнение в операторном виде. Применены комбинаторный и операторный методы к модели Ферхюльста.

Ключевые слова: стохастические дифференциальные уравнения; основное кинетическое уравнения; уравнение Фоккера–Планка; популяционные модели.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-01-00628, 15-07-08795, 16-07-00556.

Введение

Для построения стохастических моделей одношаговых процессов (процессов рождения гибели) была описана комбинаторная методика на основе идеологии Н. Г. ван Кампена и К. В. Гардинера. В рамках данной методики из схем взаимодействия строится основное кинетическое уравнение. Само основное кинетическое уравнение не исследуется, а, вместо этого, преобразуется к уравнению Фоккера–Планка путём разложения в формальный ряд (разложение Крамера–Мойала)[1–2]. Однако возникает необходимость обоснования возможности применения данного разложения для каждого типа процессов. Таким образом, необходимо как исследование самого основного кинетического уравнения, так и обоснование его разложения. Предполагается, что наилучшим образом этим требованиям отвечает квантовая теория возмущений.

Была поставлена задача, изложить методику применения операторного метода, записать основное кинетическое уравнение в представлении чисел заполнения. Сравнить методики, применив их к модели Ферхюльста.

Основное кинетическое уравнение

Для того чтобы записать основное кинетическое уравнение, введем операторы рождения и уничтожения:

$$\pi|n\rangle = |n+1\rangle, \tag{1}$$

$$a|n\rangle = n|n-1\rangle.$$

С коммутационным соотношением:

$$[a, \pi] = 1 \tag{2}$$

Из (2) видно, что при выборе скалярного произведения в виде система описывается статистикой Бозе–Эйнштейна.

Таким образом,

$$a^\dagger = \pi.$$

Далее запишем уравнение Лиувилля:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} | \varphi(t) \rangle = L | \varphi(t) \rangle. \tag{3}$$

Оператор Лиувилля L удовлетворяет соотношению:

$$\langle 0 | L = 0.$$

Тогда:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \frac{1}{n!} \left\langle n \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| \varphi \right\rangle = \frac{1}{n!} (n | L | \varphi) = \sum_m [w_{nm} p_m - w_{mn} p_n], \tag{4}$$

то есть уравнение Лиувилля (3) в форме одного уравнения записывает набор основных кинетических уравнений для разных значений n .

Оператор Лиувилля на основе схем взаимодействия:

$$L = \sum_{\alpha, i} [{}^+ k_{\alpha} ((\pi_i)^{F^{i\alpha}} - (\pi_i)^{i\alpha}) (a_i)^{i\alpha} + {}^- k_{\alpha} ((\pi_i)^{i\alpha} - (\pi_i)^{F^{i\alpha}}) (a_i)^{F^{i\alpha}}] \tag{5}$$

Модель Ферхюльста

Рассмотрим модель Ферхюльста, описывающую ограниченный рост[3]. Изначально эта модель описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \lambda\varphi - \beta\varphi - \gamma\varphi^2.$$

Здесь λ — коэффициент интенсивности размножения, β — коэффициент интенсивности вымирания, γ — коэффициент интенсивности уменьшения популяции (обычно рассматривается соперничество особей).

Построим стохастический вариант данной модели. Запишем схемы взаимодействия:

$$\varphi \xrightarrow{\lambda} 2\varphi, \quad I^{i\alpha} = (1 \ 1),$$

$$\varphi \xrightarrow{\beta} 0, \quad F^{i\alpha} = (2 \ 0),$$

$$r^{i\alpha} = (1 - 1).$$

Первое соотношение означает, что индивидуум, который съедает единицу пищи, немедленно репродуцируется, в обратную сторону — соперничество между индивидуумами. Второе — смерть индивидуума.

Для того чтобы получить основное кинетическое уравнение по комбинаторному методу, определим интенсивности перехода:

$$\begin{aligned} {}^+s_1 &= \lambda\varphi, & f_p^+s_1 &= \lambda\varphi, \\ {}^-s_1 &= \gamma\varphi(\varphi - 1), & f_p^-s_1 &= \gamma\varphi^2, \\ {}^+s_2 &= \beta\varphi, & f_p^+s_2 &= \beta\varphi. \end{aligned}$$

Тогда основное кинетическое уравнение примет следующий вид:

$$\frac{\partial p(\varphi, t)}{\partial t} = -[\lambda\varphi + \beta\varphi + \gamma\varphi(\varphi - 1)]p(\varphi, t) + [\beta(\varphi + 1) + \gamma(\varphi + 1)\varphi]p(\varphi + 1, t) + \lambda(\varphi - 1)p(\varphi - 1, t). \quad (6)$$

На основании (4) и (5) получаем оператор Лиувилля:

$$\begin{aligned} L &= \lambda(\pi^2 - \pi)a + \gamma(\pi^2 - \pi)a^2 + \beta(1 - \pi)a = \lambda((a^\dagger)^2 - a^\dagger)a + \gamma(a^\dagger - (a^\dagger)^2)a^2 + \\ &+ \beta(1 - a^\dagger)a = \lambda(a^\dagger - 1)a^\dagger a + \beta(1 - a^\dagger)a + \gamma(1 - a^\dagger)a^\dagger a^2. \end{aligned}$$

Запишем основное кинетическое уравнение через оператор Лиувилля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_n(t)}{\partial t} &= \frac{1}{n!} \langle n | L | \varphi \rangle = \frac{1}{n!} \langle n | -[\lambda a^\dagger a + \beta a^\dagger a + \gamma a^\dagger a^\dagger a a] + [\beta a + \gamma a^\dagger a a] + \\ &+ \lambda a^\dagger a^\dagger a | \varphi \rangle = -[\lambda n + \beta n + \gamma n(n - 1)] \langle n | \varphi \rangle + [\beta(n + 1) + \gamma(n + 1)n] \langle n + 1 | \varphi \rangle + \\ &+ \lambda(n - 1)(n - 1) \langle n | \varphi \rangle = -[\lambda n + \beta n + \gamma n(n - 1)] p_n(t) + \\ &+ [\beta(n + 1) + \gamma(n + 1)n] p_{n+1}(t) + \lambda(n - 1) p_{n-1}(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) полученные комбинаторным и операторным методом полностью эквивалентны.

Выводы

Получено основное кинетическое уравнение в представлении чисел заполнения. Приведено сравнение операторного метода с комбинаторным методом стохастизации одношаговых процессов. Сравнение показало их полную эквивалентность.

Литература

1. Eferina E. G., Korolkova A. V., Gevorkyan M. N. et al. One-Step Stochastic Processes Simulation Software Package // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". – 2014. – no. 3. – P. 46–59. – 1503.07342.
2. Eferina E. G., Korolkova A. V., Gevorkyan M. N. et al. One-Step Stochastic Processes Simulation Software Package // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics". – 2014. – no. 3. – P. 46–59. – 1503.07342.
3. Гнатич М., Хонконен Ю., Лучивьянски Т. Теоретико-полевой подход к описанию кинетических реакций. Роль случайных источников и стоков // Теоретическая и математическая физика.— 2011.— Т. 169, № 1.— С. 146–157.

OCCUPATION NUMBERS REPRESENTATION OF MASTER EQUATION

Eferina E.G., Kulyabov D.S.

Peoples' Friendship University of Russia, eg.eferina@mail.com, ds@sci.pfu.edu.ru

Obtained a master equation in operator form. Combinatorial and operator methods to Verhulst model was applied.

Key words: stochastic differential equations; a master equation; Fokker-Planck equation; population models.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСОЛИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВОЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА КОНСОЛЬ С ОСНОВАНИЕМ (УПРУГАЯ ПОЛУПЛОСКОСТЬ) ИСПОЛЬЗУЯ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД, АЛГОРИТМ И КОМПЛЕКС ПРОГРАММ МУСАЕВА В.К.

Зюбина М.В., Самойлов С.Н., Дикова Е.В., Рыбка В.С., Крылов А.И.

Московский государственный машиностроительный университет, musayev-vk@yandex.ru

Для прогноза безопасности уникальных сооружений, находящихся в воздушной и твердой деформируемой среде, при волновых воздействиях применяется численное моделирование. Решены задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью.

Ключевые слова: математическое моделирование, волновая теория упругости, метод конечных элементов, явная двухслойная схема, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., консоль, упругая полуплоскость, ударное воздействие, воздушная ударная волна, волны напряжений, воздушная деформируемая среда, твердая деформируемая среда, несущая способность.

1. Введение

Для прогноза безопасности консоли с упругой полуплоскости при воздействии воздушной ударной волны применяется численное моделирование уравнений волновой теории упругости.

2. Реализация методики и алгоритма

В работах [1–6] приводится некоторая информация о практической реализации численного моделирования волн напряжений в сложных деформируемых объектах с помощью применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

3. О распространении нестационарных волн напряжений

Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями в виде дифференциальных уравнений в частных производных, для решения задач при волновых воздействиях, с помощью метода конечных элементов в перемещениях приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

Решена задача о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к десяти) с упругой полуплоскостью. Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,378$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,867$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 1,618$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -1,574$.

Решена задача о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к восьми) с упругой полуплоскостью. Исследуемая

расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,327$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,867$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 1,618$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -1,572$.

Решена задача о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к шести) с упругой полуплоскостью. Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,309$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,867$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 1,619$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -1,574$.

Решена задача о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к четырем) с упругой полуплоскостью. Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,357$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,876$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 1,611$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -1,575$.

Решена задача о воздействии воздушной ударной волны на консоль (соотношение ширины к высоте консоли – один к двум) с упругой полуплоскостью. Исследуемая расчетная область имеет 4008004 узловых точек. Решается система уравнений из 16032016 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,289$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,913$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 1,562$. Сжимающее упругое нормальное

напряжение $\bar{\sigma}_x$ в основании консоли имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -1,563$.

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за внимание к работе.

4. Выводы

1. Для прогноза безопасности консоли с упругой полуплоскости при воздействии воздушной ударной волны применяется численное моделирование уравнений волновой теории упругости.
2. Решены задачи о воздействии воздушной ударной волны на консоль с упругой полуплоскостью.

Литература

1. *Мусаев В.К.* Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
2. *Мусаев В.К.* О достоверности результатов математического моделирования нестационарных волн напряжений в объектах сложной формы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 3. – С. 71–76.
3. *Мусаев В.К.* О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
4. *Мусаев В.К.* Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
5. *Musayev V.K.* Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 135–146.
6. *Musayev V.K.* On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 147–156.

MATHEMATICAL MODELING OF NON-STATIONARY OF STRESS WAVES IN THE SHELL WHEN EXPOSED TO AIR SHOCK WAVES ON THE CONSOLE WITH THE BASE (THE ELASTIC HALF-PLANE) USING a NUMERICAL METHOD, ALGORITHM AND PROGRAM COMPLEX MUSAYEV V. K.

Zyubina M.V., Samoylov S.N., Dikova E.V., Krylov A.I., Fish V.S.

Moscow state University of mechanical engineering, musayev-vk@yandex.ru

To predict the safety of unique structures that are in the air and solid deformable environment under wave influences applied numerical modeling. Solved problems on the impact of air shock wave on the console with an elastic half-plane.

Key words: mathematical modelling, wave theory of elasticity, finite element method, explicit two-layer scheme, the numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K., console, elastic half-plane, shock, air shock wave, stress wave, deformable air environment, the solid deformable environment, carrying capacity.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ РОССИИ С ПОМОЩЬЮ СТАНДАРТНОЙ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Карамышева А.В.¹, Шипова Е.П.²

^{1,2}Финансовый университет при Правительстве РФ

¹anastasia_karamysheva@mail.ru, ruoliverfake@yandex.ru

Спрогнозирована численность населения на 2016-18 гг. с помощью стандартной демографической модели. Проведено сравнение полученных прогнозных значений и значений, представленных Федеральной службой государственной статистики. Наши результаты получились немного выше, но динамика увеличения численности населения к 2018 году также отражена.

Ключевые слова: прогнозирование, численность населения, демографическая модель, Федеральная служба государственной статистики, смертность, рождаемость, миграция, варианты прогноза.

Введение

В данной работе для осуществления прогноза численности населения используется стандартная демографическая прогнозная модель [2]. Прогнозирование осуществляется в два этапа: 1) прогнозирование численности населения возрастной группы 0, 2) прогнозирование численности населения остальных возрастных групп. Модель основывается на предположениях о рождаемости, смертности и миграции, принимая во внимание ежегодное «старение» каждой возрастной группы.

Перейдем к краткому изложению основных результатов. В данной работе осуществлен прогноз численности населения с помощью Стандартной демографической прогнозной модели. В работе представлен расчет коэффициента рождаемости. Оценена численность населения России возрастной группы 0 и населения России в возрасте от 1 года.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натора М.С.

Обозначения и предположения

Стандартная демографическая прогнозная модель имеет следующую структуру:



Рис. 1. Стандартная демографическая модель

Прогнозирование можно разбить на два этапа: это прогноз численности населения возрастной группы 0 и населения в возрасте от 1 года.

Для начала по опытным данным рассчитывается коэффициент рождаемости. Затем, численность возрастной группы 0 оценивается путем применения коэффициентов рождаемости для женского населения в репродуктивном возрасте отдельно для мужчин и для женщин.

Пусть $f_x(t)$ – коэффициент рождаемости, NB – число новорожденных, $L_{жен}(t)$ – женское население в репродуктивном возрасте (15-49 лет).

$$f_x(t) = NB(t)/L_{жен}(t),$$

$$NB(t) = f_x(t)L_{жен}(t),$$

$$L_{s,0}(t) = kNB(t)(1 - q_{s,0}(t)),$$

$$k = \frac{sr}{sr+1}, \text{ если } s = \text{муж}, k = \frac{1}{sr+1}, \text{ если } s = \text{жен},$$

(для $x = 0, 1, 2, \dots, 100$; $t = 0, 1, 2, \dots$; $s = \text{мужчины, женщины}$), где $L_{s,x}(t)$ – население по полу s возрастной группы x ; k – доля новорожденных мужчин/женщин в общей численности новорожденных, sr – соотношение полов новорожденных (число новорожденных мужчин делится на число новорожденных женщин), $q_{s,0}(t)$ – смертность за год лиц в возрасте 0 лет в начале года t .

Прогноз населения в возрасте от 1 года принимает во внимание ежегодное «старение» каждой возрастной группы, также учитывая смертность и миграцию. Задается уровень смертности q и вычисляется показатель выживания p , после этого рассчитывается население по полу и возрасту.

Пусть $q(s, x)(t)$ – смертность за год лиц в возрасте x лет в начале года t .

$$p_{s, x+\frac{1}{2}}\left(t + \frac{1}{2}\right) = \frac{[1 - q_{s,x}(t)]}{[1 - \frac{1}{2}q_{s,x}(t)]} \left[1 - \frac{1}{2}q_{s, x+1}(t + 1)\right],$$

где $p_{s, x+\frac{1}{2}}\left(t + \frac{1}{2}\right)$ показатель выживания от точного возраста $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ в середине года t до точного возраста $\left(x + 1 + \frac{1}{2}\right)$ в середине года $t + 1$;

$$L_{s, x+1}(t) = L_{s, x}(t)p_{s, x+\frac{1}{2}}\left(t + \frac{1}{2}\right) + N_{s, x+1}(t);$$

(для $x = 0, 1, 2, \dots, 100$; $t = 0, 1, 2, \dots$; $s = \text{мужчины, женщины}$), где $L_{s,x}(t)$ – население по полу s и возрасту x в середине года t , $N_{s,x}(t)$ – чистая миграция (т.е. иммигранты минус эмигранты) от середины года t до середины года $t + 1$, в возрасте x в середине года $t + 1$.

Стоит заметить, что данные о миграции по полу и отдельным возрастам не были доступны по независимым от нас причинам. Поэтому в последней формуле миграция не учитывалась, а учитывалась позже (миграция прибавлялась к полученной общей численности населения).

Основные результаты

Используя стандартную демографическую модель, нами были получены следующие результаты:

Таблица 1. Спрогнозированная численность населения России

Год	Наш прогноз
2015	146 380 441
2016 (прогноз)	146 755 783
2017 (прогноз)	147 343 662
2018 (прогноз)	148 175 089

Отразим на графике ниже низкий, средний и высокий вариант прогноза Федеральной службы государственной статистики [1], а также наш прогноз:

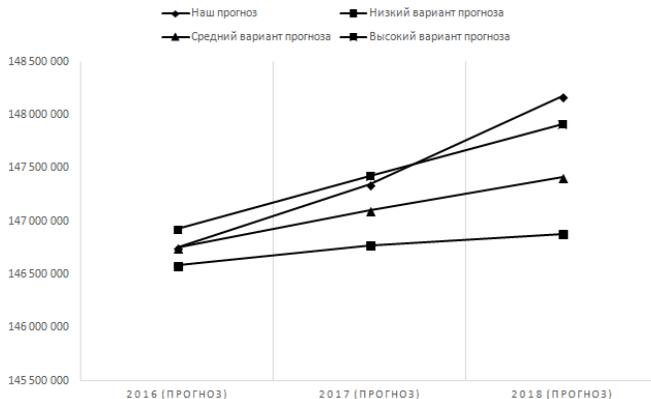


Рис. 2. Полученные результаты

Выводы

Согласно полученным результатам, наш прогноз за 2016 и 2017 лежит между средним и высоким вариантами прогноза Федеральной службы государственной статистики, а прогноз за 2018 год оказался выше высокого варианта прогноза Росстата.

Так как прогнозная модель была упрощена нами, в связи с недостатком полных доступных данных о миграции, стоит вернуться к прежней модели и осуществить прогнозирование еще раз как только данные о миграции по полу и отдельным возрастам станут доступны.

Литература

1. Федеральная служба государственной статистики (Росстат) – <http://www.gks.ru>.
2. Plamondon P. Actuarial practice in social security. Quantitative Methods in Social Protection Series // International Social Security Association. – G.: Geneva, International Labour Office, 2002

RUSSIAN POPULATION FORECASTING BY USING THE STANDARD DEMOGRAPHIC MODEL

Karamysheva A.V.¹, Shipova E.P.²

^{1,2}Financial University under the Government of Russian Federation

¹anastasia_karamysheva@mail.ru, ²ruoliverfake@yandex.ru

The population in the years 2016-18 is forecasted by using the standard demographic model. A comparison of the predicted values and the values provided by the Federal State Statistics Service is presented. Our results are slightly higher, but the dynamics of population growth in 2018 is also reflected.

Key words: forecasting, population, demographic model, the Federal State Statistics Service, mortality, fertility, migration, forecast versions.

ОПТИМАЛЬНОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ МЕТОДОМ РАСТЕРИЗАЦИИ СУММ МИНКОВСКОГО

Карпухин С.А.

Российский университет дружбы народов, ks-linp@yandex.ru

Рассматривается глобальный метод для оптимального геометрического размещения объектов на основе растеризации сумм Минковского.

Ключевые слова: размещение многогранников, глобальная оптимизация, растеризация, суммы Минковского.

Введение

Задачи оптимального геометрического размещения встречаются во многих областях науки и техники [1]. Особенно важны такие задачи для оптимизации производственных процессов и робототехники [2].

В данной работе рассматривается следующая задача: для некоторого объекта и формы требуется найти размещение формы наибольшего размера внутри объекта. При этом моделями объекта и формы являются многогранники, а в качестве преобразований формы допускаются параллельные переносы и масштабирование. Решение поставленной задачи применяется как самостоятельно, так и в составе более общих алгоритмов геометрического размещения.

Подходы к решению

Известные подходы к решению поставленной задачи делятся на два класса: методы локального поиска и методы глобального поиска. Каждый класс обладает общими достоинствами и недостатками методов. Далее приведём их сравнение.

Методы локального поиска заключаются в выборе начального размещения и последующем его улучшении в соответствии с какой-либо стратегией [3]. Подобные алгоритмы, как правило, высокопроизводительны. Однако, ключевой недостаток данного подхода состоит в том, что оптимальность решения не гарантируется. Это порождает интерес к глобальным методам.

Методы глобального поиска, напротив, ориентированы на гарантировано наилучшее решение. Это может достигаться либо применением общих алгоритмов, таких как метод ветвей и границ, либо при помощи специальных геометрических структур, таких как, например, диаграммы Вороного. Ключевой недостаток данного типа алгоритмов заключается в их невысокой скорости работы. Также, подобные алгоритмы сложны в реализации и, как правило, накладывают ограничения на входные данные: зачастую они работают только в двумерном пространстве, либо требуют выпуклости размещаемой формы, что сильно ограничивает применение этих алгоритмов на практике [4].

В данной работе предлагается новый глобальный метод оптимального размещения, преодолевающий основные недостатки своего класса. В частности, новый алгоритм прост в реализации, эффективен и позволяет решать задачи с невыпуклыми формами в пространстве любой размерности. У нового метода всё ещё остаётся ограничение на размещаемые формы, в частности от них требуется звёздность, но оно слабее выпуклости и расширяет области практического применения.

Описание нового метода

Предлагаемый новый метод состоит в численном поиске оптимального размещения формы внутри объекта. На каждой итерации уменьшается и уточняется область, содержащая оптимальные размещения. Это достигается путём разбиения пространства на объёмные элементы и исключения элементов, заведомо не содержащих оптимального решения. Общая схема алгоритма аналогична методу ветвей и границ, но, в отличие от последнего, вместо вычисления значений функционала (размера формы) и оценок для множества элементов предлагается сразу проводить фильтрацию при помощи

геометрической структуры — суммы Минковского. Конкретный алгоритм фильтрации основан на том факте, что размещение одного многогранника (формы) внутри другого (объекта) возможно в данной точке в том и только том случае, когда точка не покрывается суммой Минковского границы объекта и внутренней области центрально-отражённой формы. Сама сумма Минковского вычисляется путём разбиения формы и объекта на выпуклые части, построения элементарных сумм Минковского для выпуклых частей и объединения результатов.

Для эффективной реализации предлагаемого подхода в качестве разбиения пространства на элементы используется объёмный растр, т. е. равномерная ограниченная сетка из одинаковых кубов с гранями, параллельными координатным плоскостям. Использование объёмного растра позволяет применить высокоэффективные и простые алгоритмы машинной графики для вычисления геометрических отношений. В частности, благодаря растровому представлению, самая трудоёмкая часть построения сумм Минковского — объединение элементарных сумм — становится тривиальной на объёмном растре как массиве чисел, представляющем изображение суммы. Изображения элементарных сумм строятся для вычисленной геометрии путём объёмной растеризации с последующей заливкой, либо при помощи метода дистанционных полей [5].

Формальное определение и исследование метода приведено в работах автора [6, 7]. Для нового метода строго доказано, что результат его работы сходится к глобальному оптимальному решению поставленной задачи размещения при уменьшении заданной в алгоритме погрешности. При этом все многогранники рассматриваются в пространстве любой размерности, на объект не накладывается никаких ограничений, а от формы требуется только звёздность, т. е. видимость всей поверхности формы из некоторой внутренней точки. Условие невырожденности, использованное при доказательстве теорем, несущественно на практике, т. к. все модели объектов и форм задаются с некоторой погрешностью, в рамках которой можно адаптировать модели к требуемым условиям.

Предложенный метод оптимального геометрического размещения был реализован автором на практике. Испытания на различных моделях показали высокую производительность алгоритма.

Среди недостатков метода есть один существенный — размер используемого растра теоретически не ограничен при уменьшении погрешности для произвольных входных данных, допустимых для алгоритма. Однако, как было показано автором, в окрестности изолированного решения для данных выпуклой формы и произвольного объекта ограничение размера растра существует. Благодаря этому было доказано, что в окрестности изолированного решения для выпуклой формы и произвольного объекта алгоритм нового метода имеет сложность $O(nm \log \varepsilon)$, где n , m — количества граней в модели объекта и модели формы соответственно, а ε — требуемая точность решения. Если задача имеет одно или несколько изолированных решений, то этот результат верен в целом для задачи. В общем же случае, хотя вопрос об ограничении размера растра с уменьшением погрешности открыт, для любой заданной ненулевой погрешности алгоритм завершается за конечное число шагов.

Выводы

В настоящей работе предложен новый метод глобального оптимального геометрического размещения объектов для задачи с параллельными переносами и масштабированием. Он расширяет область применения известных глобальных методов, прост в реализации и обладает высокой производительностью. Глобальная оптимальность его результата доказана теоретически.

Литература

1. Roth L. Optimal containment, 2009. – <http://mediatum.ub.tum.de/?id=958434>.
2. Deits R., Tedrake R. Computing Large Convex Regions of Obstacle-Free Space through Semidefinite Programming, 2014. – http://groups.csail.mit.edu/robotics-center/public_papers/Deits14.pdf
3. Chebrolu U., Kumar P., Mitchell J.S.B. On Finding Large Empty Convex Bodies in 3D Scenes of Polygonal Models. // The 2008 International Conference on Computational Sciences and Its Applications. – Jun. 2008. – Pp.382-393.
4. Koltun V., Sharir M. Polyhedral Voronoi diagrams of polyhedra in three dimensions. // Discrete & Computational Geometry. – Vol. 31. – Issue 1. – Jan. 2004. – Pp. 83-124.
5. Varadhan G., Manocha D. Accurate Minkowski Sum Approximation of Polyhedral Models. // Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. – Oct. 2004. – Pp. 392-401.
6. Карпухин С.А. О геометрической оптимизации методом растеризации сумм Минковского. // Программная инженерия. – № 6. – 2014. – С. 19-22.
7. Карпухин С.А. О сложности геометрической оптимизации методом растеризации сумм Минковского. // Вычислительные методы и программирование. – Выпуск 4. – Том 15. – 2014. – С. 569-578.

OPTIMAL GEOMETRIC PLACEMENT BY MEANS OF MINKOWSKI SUMS RASTERIZATION

Карпухин С.А.

Peoples' friendship university of Russia, ks-linp@yandex.ru

A global method for the optimal geometric placement of the objects is considered. It is based on the Minkowski sums rasterization.

Key words: polytopes placement, global optimization, rasterization, Minkowski sums.

ФОРМИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ПОСТАНОВКИ

Крянев А.В., Синицын А.Е.

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
avkryanev@mephi.ru, aesinitsyn@gmail.com*

В докладе представлены схемы формирования эффективных портфелей в многокритериальной постановке. Используются критерии двух постановок формирования эффективных портфелей: постановки Марковица и VaR – постановки. Максимальное число используемых критериев – четыре. Предложены схемы численных решений составов эффективных портфелей, основанных на многокритериальной постановке. Приведены результаты численных расчетов составов эффективных портфелей.

Ключевые слова: Эффективные инвестиционные портфели, многокритериальная задача, схемы численных решений, численные результаты.

В последние годы повысился научный интерес к постановкам и решению задач теории инвестиций, которые связаны с распределением инвестиционных ресурсов и, в частности, формированию инвестиционных портфелей. Решение о распределении инвестиционных ресурсов и формировании инвестиционных портфелей приходится осуществлять в условиях неопределенности и тем самым в условиях наличия риска [1]. В своей работе мы рассматриваем формирование эффективных портфелей в VaR - постановке при фиксированных уровнях неопределенности.

В настоящее время широко распространена схема Марковица постановки и решения задач формирования инвестиционных портфелей, в которой роль риска выполняет дисперсия доходности как отдельных объектов инвестирования, так и портфеля в целом. Другим критерием, характеризующим сформированный инвестиционный портфель в схеме Марковица, является среднее ожидаемое значение m_p (математическое ожидание) доходности портфеля R_p . Таким образом, схема Марковица принадлежит к классу двухкритериальных задач, в которой один из критериев (среднее ожидаемое значение доходности портфеля m_p) необходимо максимизировать, а второй (дисперсию доходности портфеля σ_p^2) минимизировать [2].

Главным недостатком постановки Марковица (как классической, так и в условиях short-sale), является не совсем корректное определение меры риска, так в данной постановке мерой риска берется дисперсия. Однако, дисперсия характеризует разброс как в меньшую сторону, так и в большую, что является противоречием, так как задача состоит в минимизации убытков, а не доходов.

постановка Value-at-Risk. В данной постановке под мерой риска подразумевается вероятность того, что доходность портфеля будет меньше заданного значения R^* . Таким образом, математическая модель данной задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in X} P(R_p(\bar{x}) < R^*), \\ & \max_{x \in X} R^*, \end{aligned} \tag{1}$$

$$X = \left\{ \bar{x} : \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \right\},$$

Данная задача является двухкритериальной задачей. Решение данной задачи можно производить двумя способами, либо фиксируется вероятность и максимизируется R^* ,

либо фиксируется R^* и минимизируется вероятность. Однако основной сложностью при решении данной задачи является то, что нет явной зависимости между \bar{x} и $P(R_p(\bar{x}) < R^*)$.

Выше были рассмотрены две основных модели формирования эффективных портфелей в условиях неопределенности. Обе модели имеют свои достоинства и недостатки, поэтому в данной работе рассматривается новая постановка задачи. Данная постановка строится на основе VaR модели, однако рассматривается не только возможность получения убытка, но и возможность получения прибыли выше определенного уровня как одного из критериев. Это обосновано тем, что инвестора интересует не только минимизация риска, но и максимизация прибыли. Математическая модель данной задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \min_{\bar{x} \in X} P(R_p(\bar{x}) < R^*), \\ & \max_{\bar{x} \in X} P(R_p(\bar{x}) > R^{**}), \\ & \max_{\bar{x} \in X} R^*, \\ & \max_{\bar{x} \in X} R^{**}, \\ & X = \left\{ \bar{x} : \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

Задача (2) является 4-х критериальной и, также как и классическая VaR – задача, имеет две схемы решения. В данной работе фиксируются вероятности и проводится максимизация граничных значений эффективности. Поэтому задачу можно решить с помощью метода компромисса, используя комплексный критерий

$$\max_{\bar{x} \in X} R = \alpha * \sigma * t(P_{risk}) + (1 - \alpha) * \sigma * t(1 - P_{luck}) + m_p, \alpha \in [0; 1].$$

В итоге получаем задачу на поиск экстремума функции, данную задачу можно решить с помощью численных методов, в данной работе эта задача была решена с помощью программного продукта Matlab.

На рис. 1 представлен график зависимости комплексного критерия от вероятностей риска Prisk и удачи Pluck. Из рисунка 1 видно, что при уменьшении вероятности риска Prisk уменьшается критерий компромисса, тоже происходит при увеличении вероятности удачи Pluck.

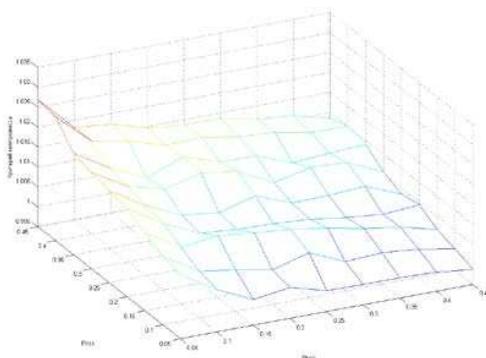


Рис. 1. Зависимость комплексного критерия эффективного портфеля от Prisk и Pluck.

Литература

1. Крянев А.В., Лукин Г.В. Математические методы обработки неопределенных данных. М.: Наука, 2006.
2. Крянев А.В., Лукин Г.В. О постановке и решении задач оптимизации инвестиционных портфелей. М.: МИФИ, Препринт №006-2001, 2001.

FORMATION OF EFFECTIVE INVESTMENT PORTFOLIOS BASED MULTICRITERIAL STATEMENT

Kryanev A.V., Sinitzin A.E.

*National Research Nuclear University "MEPhI",
avkryanev@mephi.ru, aesinitzyn@gmail.com*

The report presents a new scheme of formation of efficient portfolios in multicriteria formulation. The criterion of two productions of formation of efficient portfolios: the Markowitz and setting VaR - productions. The maximum number of criteria used is five. Schemes of numerical solutions of shares efficient portfolios based on multicriteria formulation. The results of the numerical calculations of efficient portfolios shares.

Keywords: Effective investment portfolios, multicriteria problem, numerical solution schemes, numerical results.

ЧИСЛЕННОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСЦИПЛИН ОБСЛУЖИВАНИЯ ОЧЕРЕДЕЙ ТИПА RED НА МАРШРУТИЗАТОРЕ

Кулябов Д.С., Геворкян М. Н., Мачука Х. Р., Диаррассуба К., Дали Д. Т. Г.

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей Российской университет дружбы народов ул. Миклухо-Маклая, д.6, Москва, Россия, 117198, dharna@mx.pfu.edu.ru, mngevorkyan@sci.pfu.edu.ru, cheosurf@gmail.com, kalheslebelge@yahoo.fr, dthierryguy@yahoo.fr

Целью данной работы является обобщение стохастической модели RED (Random Early Detection) на случай дисциплин обслуживания AURED, SARED и GRED, а также верификация результатов численного моделирования с помощью имитационного моделирования. На основе анализа полученных данных, показано, что имитационное и численное моделирования дали качественно соответствующие друг-другу результаты.

Ключевые слова: RED, компьютерные сети, стохастические дифференциальным уравнения, имитационное моделирование, ns2, python3.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 14-01-00628, 15-07-08795 и 16-07-00556.

Введение

Одним из инструментов по управлению трафиком на маршрутизаторе является протокол обслуживания очереди (буфера). На практике наиболее широко используются дисциплины обслуживания типа RED (Random Early Detection) [1]. Существует множество усовершенствований исходного алгоритма, в частности алгоритмы ARED, AURED, GRED и SARED [2–4]. Стоит отметить, что в своей основе данные алгоритмы сходны, поэтому можно говорить о алгоритмах семейства RED.

В данной работе проводится комплексный анализ нескольких дисциплин: ARED [3], AURED [2], GRED [5] и SARED [4]. Для анализа используются методы численного и имитационного моделирования.

Алгоритмы обслуживания очереди типа RED

Все рассматриваемые алгоритмы основываются на RED, но добавляют некоторые дополнительные шаги и параметры.

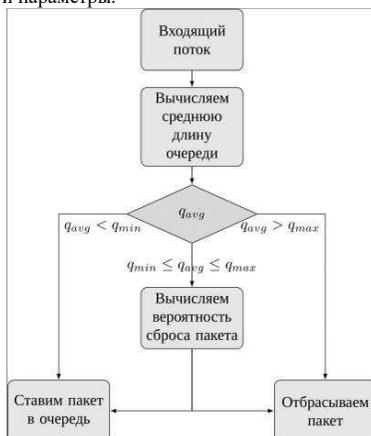


Рис. 1. Упрощенная блок-схема алгоритма RED

Упрощенная блок-схема алгоритма RED представлена на рисунке 1. Основные переменные, характеризующие поведение очереди: q — текущая длина очереди и q_{avg} — средняя длина очереди. Основные параметры: q_{min} — минимальный порог заполнения очереди, q_{max} — максимальная порог заполнения очереди и p_{max} — максимальное значение вероятности сброса. Во всех остальных изучаемых в данной работе алгоритмах эти величины присутствуют. Различие алгоритмов заключается в изменении функции вычисления вероятности сброса пакета, а также в добавлении настройки параметра p_{max} .

Численное моделирование алгоритмов

Стохастическая модель представляет собой систему из трех стохастических дифференциальных уравнений Ито. Вывод и обоснование модели см. в работе [5]. Детерминированная модель получается из стохастической системы путем отбрасывания стохастического члена.

Программный комплекс для численного моделирования дисциплин обслуживания очереди на маршрутизаторе типа RED был написан на языке программирования Python версии 3 с использованием следующих библиотек: numpy, matplotlib и scipy. Весь программный код открыт и доступен по ссылке <https://bitbucket.org/mngev/red-modeling-public>.

При разработке программы использовался объектно - ориентированный подход. В качестве объектов были выбраны дисциплины обслуживания очередей. Так как все они основаны на дисциплине обслуживания RED и отличаются лишь в деталях, то естественным способом их программной реализации было выделение объекта RED в родительский класс и наследование его всеми остальными объектами (ARED, AURED, DSRED, EFRED, POWARED, RARED, SARED, WRED, GRED). При этом подклассы наследуют все методы и атрибуты родительского класса и переопределяют лишь те методы, которые отличают конкретную дисциплину обслуживания от RED. Ни в одном подклассе не вводится новых методов, поэтому достаточно дать описание родительского класса RED. Подробная документация описываемого комплекса доступна по вышеуказанной ссылке.

Имитационное моделирование с помощью NS2

Вся необходимая информация по работе с ns2 изложена в официальной документации [9] и в примерах, доступных в дистрибутиве. В ns2 существуют реализации трех разновидностей дисциплины RED: оригинальный алгоритм RED, адаптивный алгоритм ARED и Gentle RED. Выбор конкретного алгоритма осуществляется путем изменения параметров скрипта.

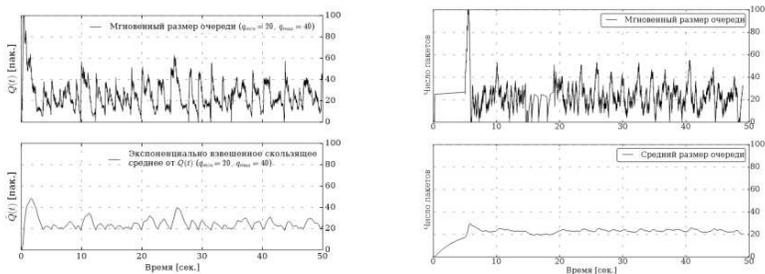


Рис.2. Результаты численного моделирования (слева) и имитационного (справа) алгоритма GRED

Для численного моделирования алгоритмов AURED, SARED и GRED был использован вышеописанный программный комплекс. Стохастическая и детерминированная численные модели были распространены на случай алгоритмов AURED, SARED и GRED. Был написан модуль (подклассе), расширяющий программный комплекс и вводящий в него модели вышеперечисленных алгоритмов [9,10]. Был проведен численный эксперимент с помощью этого комплекса программ, реализующих решение системы стохастических дифференциальных уравнений стохастическим методом Рунге-Кутты слабого порядка 2.0 и сильного порядка 1.0. Полученные результаты были представлены в графическом виде (два графика представлены на рисунке 2).

Выводы

Анализ графиков позволяет утверждать, что численная и имитационная модели дают сходный качественный результат. Средняя длина очереди в начале работы алгоритма резко повышается, а затем убывает и стабилизируется, осциллируя около фиксированного значения. Наиболее близкие результаты были получены при сравнении численной и имитационной моделей протокола GRED.

Литература

1. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1993. — No 1. — Pp. 397–413. — <http://www.icir.org/floyd/papers/red/red.html>.
2. Ho H.-J., Lin W.-M. AURED – Autonomous Random Early Detection for TCP Congestion Control // Systems and Networks Communications, 2008. ICSNC '08. 3rd International Conference on / IEEE. — Siema: IEEE, 2008. — Pp. 79–84.
3. Performance Investigations of Some Active Queue Management Techniques Using Simulation / A.-J. Hussein, T. Fadi, D. A. M. et al. // International Journal of New Computer Architectures their Appl. — 2012. — Vol. 2, No 1. — Pp. 286–301.
4. Javani H., Analoui M. SARED: Stabilized ARED // Communication Technology, 2006. ICCT '06. International Conference on. — 2006. — Pp. 1–4.
5. 2005. — ARED: A Novel Adaptive Congestion Controller.
- 5 Модель управления очередями на маршрутизаторах / Велиева Т. Р., Королькова А. В., Кулябов Д. С., Сантуш Б. А. // Вестник РУДН, серия «Математика. Информатика. Физика». — 2014. — № 2. — С. 81–92.
6. Breslau L., Estrin D., Fall K., Floyd S., Heidemann J., Helmy A., Huang P., McCanne S., Varadhan K., Xu Y., Yu H., Advances in network simulation, IEEE Computer 33 (5) (2000) 59–67.

NUMERICAL MODELING AND SIMULATION OF RED ACTIVE QUEUE MANAGEMENT ALGORITHMS

Kulyabov D. S., Gevorkyan M. N., Machuca J. R., Diarrassuba K., Dali D. T. G.

Department of Applied Probability and Informatics Peoples' Friendship University of Russia 6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, Russian Federation, 117198 dharna@mx.pfu.edu.ru, dharna@mx.pfu.edu.ru, mnggevorkyan@sci.pfu.edu.ru, cheosurf@gmail.com, kalheslebelge@yahoo.fr, dthierryguy@yahoo.fr

The aim of this paper is to summarize the stochastic model of RED (Random Early Detection) in the case of AURED service disciplines, SARED and GRED, as well as the verification of the results of numerical modeling using simulation. Based on the analysis of the data shows that given the quality corresponding to each other the results of simulation and numerical simulation.

Key words: RED, computer networks, stochastic differential equations, simulation, ns2, python3.

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ В ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Кузьмина Л.К.

КНИТУ-КАИ, Lyudmila.Kuzmina@kpfu.ru

Применительно к проблемам моделирования в динамике сложных инженерных систем с многовременными масштабами развиваются понятия и методы классической теории устойчивости А.М.Ляпунова, с обобщением принципа сведения для общего качественного анализа. Разрабатываются строгие научные основы теории моделирования, с построением упрощенных моделей в качестве расчетных (s-моделей). Конструируемый алгоритм, основанный на методах теории устойчивости А.М.Ляпунова, с расширением постановок Н.Г.Четаева, П.А.Кузьмина, В.В.Румянцова, доведенный до инженерного уровня, позволяет по разработанной схеме в рамках поставленной динамической задачи разделять параметры и переменные в исходной системе на существенные и несущественные, выявлять «несущественные степени свободы» с последующим переходом к корректной редуцированной модели (к идеализированной модели), с выяснением влияния отброшенных «неидеальностей» на динамические свойства. Решается задача о построении оптимальной механико-математической модели, минимальной модели по Н.Н.Моисееву, для систем с разномасштабными переменными.

Ключевые слова: моделирование, многомасштабные системы, методы А.М.Ляпунова .

Введение

Предмет исследования связан с проблемами математического моделирования и качественного анализа в динамике сложных систем с многовременными масштабами, которые порождены прикладными задачами инженерной практики. Как правило, хорошо детализированная физико-математическая модель реального технического объекта является нелинейной, высокоразмерной, многосвязной, что обуславливает особые затруднения в получении точного решения аналитическими и численно-аналитическими методами для задач анализа и синтеза. Это приводит к необходимости упрощения исходной модели, с выявлением главных степеней свободы системы для последующего перехода к декомпозированной системе с укороченными подмоделями, с идеализированными свойствами. Эти проблемы весьма актуальны как для общей теории моделирования, так и для инженерных приложений. Главными целями в инженерных расчетах являются задачи оптимального механико-математического моделирования и регулярные схемы декомпозиции, с обобщением принципа сведения А.М.Ляпунова, хорошо известного в теории устойчивости. В данной работе разрабатывается унифицированный подход, основанный на методах А.М.Ляпунова, идеях Н.Г.Четаева. Применяемый подход, комбинирующий методы теории устойчивости и теории возмущений, позволяет выработать общую концепцию в проблеме моделирования, с разработкой научных основ математического моделирования, с построением регулярных схем, доведенных до инженерного уровня, для декомпозиции-редукции полной системы и ее качественных свойств [1- 15].

Основные вопросы, весьма актуальные в задачах механики:

- как исходная (полная) система (ИС), соответствующая номинальной модели (Н.Г.Четаев, П.А.Кузьмин) может быть сведена к укороченной системе (УС), соответствующей декомпозированной модели;

- как укороченная система может быть сконструирована в качестве системы сравнения (СС), отвечающей модели сравнения (В.М.Матросов), с сохранением эквивалентности в качественных задачах (по основным динамическим свойствам). Эти проблемы весьма актуальны в задачах механики и всей инженерной практики.

В соответствии с этим выделены главные направления, обсуждаемые в работе:

- методология в проблемах редукции-декомпозиции;
- развитие приемов, методов как для физической, так и для математической декомпозиции (D.D.Siljak);
- обоснование законности декомпозированных моделей в динамике;
- определение условий качественной эквивалентности и приемлемости (L.Ljung).

Следует отметить, что первые строгие результаты в этом направлении были получены Н.Роинсаге и А.М.Ляпуновым. В исследованиях А.М.Ляпунова метод сравнения (общий качественный метод анализа) был развит со строгим доказательством для решения задач устойчивости. Этот метод привел к принципу сведения (хорошо известному в теории устойчивости, начиная с работ А.М.Ляпунова, К.П.Персидского, И.Г.Малкина), а также - к принципу сравнения. Обобщенной формой его является принцип сравнения с вектор-функцией А.М.Ляпунова, который разработан в исследованиях В.М.Матросова, R.Bellman. Применительно к задачам механики неизбежно возникают новые проблемы, что связано с системами сингулярно возмущенного класса, с различными типами сингулярностей, с особыми критическими (трансцендентными) случаями. Имеется непосредственная внутренняя связь между теоремами устойчивости А.М.Ляпунова и результатами для теории сингулярно возмущенных систем, что отмечено в ранних исследованиях И.С.Градштейна (эти результаты являются прямым следствием теорем А.М.Ляпунова). Также подчеркнем, что первые работы и результаты по различным аспектам теории дифференциальных уравнений с большими и малыми параметрами восходят к ранним исследованиям Я.Д.Тамаркина, G.Birkhoff, к постановкам Н.Н.Моисеева, L.T.Grujic.

Основные положения

Формируемый здесь подход в рамках методологии теории устойчивости позволяет построить укороченные модели, интересные для инженерных приложений, с строгим обоснованием их приемлемости. При этом определяются условия качественной эквивалентности между полной моделью и укороченными моделями, строятся расширенные оценки типа Н.Г.Четаева, справедливые на бесконечном интервале времени. Метод позволяет получить эффективный алгоритм для сложных систем различной физико-технической природы. В качестве основного положения принято наличие методологической связи между задачами теории устойчивости и проблемами моделирования в широком смысле; в качестве исходных фундаментальных аксиом приняты два положения (**постулат устойчивости и постулат сингулярности**).

Здесь исходные системы (и динамические задачи) трактуются как сингулярно возмущенные; исследуемые объекты – системы класса «жестких». Для таких систем характерно, что движение состоит из нескольких разночастотных составляющих. Скорости этих составляющих процессов являются существенно разными, отвечающими быстрым, средним и медленным компонентам движения. Исходная математическая модель (с точки зрения модели механики Ньютона) – нелинейная система дифференциальных уравнений (в переменных состояния исходного объекта), с малыми и большими параметрами, которая может быть представлена как сингулярная система с малыми параметрами в различных степенях (для этого необходимо нелинейное, невырожденное, равномерно-регулярное преобразование переменных); вводимый малый параметр соответствует рассматриваемому конкретному физическому свойству в процедуре идеализации модели.

Такое представление ИС дает эффективные пути для редукции и декомпозиции исходных систем асимптотическими методами, с выделением в движениях системы разночастотных составляющих (высокочастотной, среднечастотной, низкочастотной); с конструированием систем сравнения строгими математическими приемами. Разрабатываемый подход позволяет строить укороченные уравнения (модели) как асимптотические упрощенные системы соответствующих уровней. Укороченная система (УС) вводится как s -система (s – **приближение по части переменных**, в развитие

постановок А.М.Ляпунова, В.В.Румянцева, $s=0,1,2,\dots$). Последняя – также сингулярная система, но меньшего порядка по сравнению с исходной системой.

Следующий этап – развитие научных основ и регулярных методов в задаче приемлемости укороченных моделей, с определением условий декомпозиции динамических свойств системы. При этом в соответствии с разрабатываемым подходом эта задача разделяется на отдельные качественные задачи: задачи устойчивости, близости, оптимальности... (L.Ljung)..

Необходимо заметить, концепция постулата устойчивости (с расширением постановки П.А.Кузьмина для задач с нерегулярными параметрическими возмущениями) дает в этом направлении конструктивный инструмент для задач механики сингулярных систем с одновременными масштабами как для теории, так и приложений. При этом в рассматриваемых случаях сингулярные возмущения являются не произвольными, а порожденными исходной моделью и исходной постановкой.

В приложениях к динамике многомасштабных систем (для робототехнических систем, для механических систем с гироскопами, для электромеханических систем,...) полученные результаты позволяют конструировать укороченные модели (соответствующие s – *приближениям по части переменных*) **строгим математическим способом**, с использованием прямой методологической связи между задачами механики и теорией сингулярных возмущений (Н.Г.Четаев, Д.Р.Меркин). Более того, интерпретация этих формализованных конструкций (укороченных s -моделей) ведет к новым приближенным теориям, с определением условий их приемлемости в приложениях для инженерной практики. *Это представляет очень важным и с эносеологической точки зрения для общей теории моделирования.*

Заключение

Метод, развиваемый в работе, позволяет оптимизировать процесс анализа и синтеза, сократить время инженерного расчета с первого этапа проектирования сложной системы. При этом исходные нелинейные многомерные задачи сводятся к укороченным подзадачам для укороченных моделей, которые вводятся как *асимптотические s -модели*. Так как качественные характеристики системы не обладают свойством декомпозиции, необходимы разработки специальных методов для определения условий этой декомпозиции. В данной работе эти задачи решены для сингулярных систем в критических случаях, которые характерны для систем механики и инженерных приложений. Эти результаты являются обобщением и дополнением теорем А.М.Ляпунова для критических случаев сингулярно возмущенных систем. Разработанный алгоритм позволяет разделять переменные и движения в такой системе на разночастотные компоненты, начиная с первых шагов проектирования, получить условия для приемлемой декомпозиции (как для физической, так и для математической). Развиваемые подходы позволяют исследовать исходные сложные объекты аналитическими (или численно-аналитическими) методами. В качестве приложения рассмотрены различные примеры конкретного физического содержания.

Работа выполняется при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (15-08-00393).

Литература

1. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. АН СССР, Москва, Собр.соч., т.2, 1956, 7-264.
2. Четаев Н.Г. Об оценках приближенных интегрирований. ПММ, т. 21, №3, 1957, 419-421.
3. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем. М., Наука, 1985.
4. Персидский К.П. Некоторые критические случаи счетных систем. Изв. АН Казах.ССР, сер. Математика и механика, № 5, 1951, 3-24.
5. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. Наука, Москва, 1996.

6. Лакшмикантам В., Лида С., Мартынюк А.А. Устойчивость движения, метод сравнения. Наукова Думка, Киев, 1991.
7. Градштейн И.С. Применение теории устойчивости Ляпунова к теории дифференциальных уравнений с малыми множителями при производных. Мат.сб., т.32, №2, 1952.
8. Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений содержащие малые параметры при производных. Мат.сб. т. 31, №3, 1952, 575-586.
9. Васильева А.В., Бутузов В.Ф. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях. Московский Университет, Москва, 1978.
10. Кузьмин П.А. Устойчивость при параметрических возмущениях. ПММ, т. 21, №1, 1957, 129-132.
11. Шилак Д.Д. Децентрализованное управление сложными системами. Мир, Москва, 1991.
12. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. Наука, Москва, 1981.
13. Campbell S.L. Singular Systems of differential equations. London: Pitman Advanced Publishing Program, 1980.
14. Kuzmina L.K. Lyapunov theory methods in stability problems of singular systems. Int.J. Nonlinear analysis: Theory, Methods and Applications, v.71, 2009, No.12, 2481-2485, Elsevier.
15. Kuzmina L.K. Stability theory methods in modelling problems. World Scientific Series on Computer Engineering and Information Science, v.3, 2010, 795-803, Singapore.

SOME APPROACHES IN PROBLEMS OF MATHEMATICAL MODELLING

Kuzmina L.K.

KNRTU of A.N.Tupolev name – KAI, Lyudmila.Kuzmina@kpfu.ru

It is important study, that is concerned with the development of the concepts and methods of classical stability theory in reference to the problems of modelling for singularly perturbed class systems, in regard to Mechanics problem. The various aspects of complex multi-scale systems dynamics are considered. Methods of the modelling and analysis on the generalized methodology base, combining the stability theory ideas and asymptotic theory manners, are elaborated. Non-traditional, extended approach, formed on Lyapunov's methods, Chetayev's stability postulate, the singularity postulate and the statements of parametric stability (P.A.Kuzmin), the stability on variables part (V.V. Rumyantsev) and quasi-stability (K.P.Persidskiy) is worked out. It gives universal tool that makes it possible to come near to the solving of fundamental problems in general modelling theory. The effective algorithm of engineering level is obtained. Besides all investigated objects are interpreted from unified positions as singular ones; effectual non-traditional technology of modelling, that uses principally non-linear approach, is established; the simple schemes of decomposition-reduction of original systems (models) and of dynamic properties are worked out; the generalization of the reduction principle, well-known in stability theory, is got for general qualitative analysis.

Key words: modelling, multi-scale systems, methods of A.M. Lyapunov.

где H_{x_1} , H_{x_2} - проекционные матрицы соответствующего измерения. Очевидно, что эти проекционные матрицы имеют следующий вид

$$H_{x_i} = (I_{n_i} + \lambda_i \cdot D_{n_i}^T D_{n_i})^{-1}, \quad i = 1, 2.$$

Принимая во внимание свойства тензорного произведения [6] и разложение проекционной матрицы $H_{x_i} = U_{x_i} \cdot \Gamma_{x_i} \cdot U_{x_i}^T$, выражение для \hat{y} можно переписать следующим образом

$$\hat{y} = (H_{x_2} \otimes H_{x_1}) \cdot y = U_{x_2, x_1} \cdot \Gamma_{x_2, x_1} \cdot U_{x_2, x_1}^T \cdot y.$$

Для автоматического поиска оптимальных значений λ_1 и λ_2 можно использовать *GCV* адаптированный для двумерного случая:

$$GCV(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{RSS/n}{\left(1 - \text{Tr}(H_{x_2, x_1})/n^2\right)}.$$

Учитывая свойство следа тензорного произведения матриц [6], получаем $\text{Tr}(H_{x_2, x_1}) = \sum \frac{1}{(1+\gamma_{x_1})^2} \cdot \sum \frac{1}{(1+\gamma_{x_2})^2}$. Очевидно, что основным затратным местом в части вычислений является расчет *RSS*, так как требуется вычисление \hat{y} для всех комбинаций λ_1 и λ_2 . Данный расчет можно упростить до следующего выражения

$$RSS = \|\hat{y} - y\|^2 = \|H_{x_2, x_1} \cdot y - y\|^2 = \|(H_{x_2, x_1} - I_n) \cdot y\|^2 = \sum (\gamma_{x_2, x_1} - 1)^2 \cdot (DCT_2 y)^2.$$

Здесь DCT_2 - это двумерный аналог дискретного косинусного преобразования. Из упрощенной формулы видно, что преобразование необходимо выполнить один раз, а меняются только значения γ_{x_2, x_1} в зависимости значений λ_1 и λ_2 . Данный подход реализован на языке R. Для демонстрации преимуществ изложенного подхода выполнен численный эксперимент.

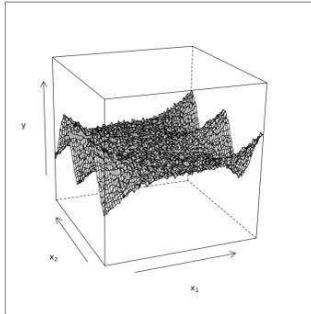


Рис. 1. Функция $\sin(2\pi(x - 0.5)^3 \cdot \cos(4\pi y))$ с шумом

Численный эксперимент

Для проведения эксперимента смоделирована следующая задача: взята функция $\sin(2\pi(x - 0.5)^3 \cdot \cos(4\pi y))$ и зашумлена случайными значениями нормального распределения нулевым математическим ожиданием и дисперсией 0.2^2 (рис. 1). Сглаживание проводилось изложенным подходом и при помощи пакета *MGCV*, в котором реализовано сглаживание штрафными сплайнами, в том числе, и для многомерного случая с использованием тензорного произведения базовых функций. Результаты эксперимента приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты

	Р-сплайны с ДКП	GAM с 10 ² узлами	GAM с 20 ² узлами
RSS	9.488243	11.72485	9.87163
MSE	0.001483	0.001832	0.00154
Корреляция с истин. значениями	0.9993394	0.996919	0.9991624
Время сглаж. (с)	1.941	10.237	29.875

Выводы

Из результатов следует, что представленный подход более эффективен по сравнению с аналогом, так как имеет большую скорость сглаживания и малое потребление памяти. Также хочется отметить, что при росте выборки скорость оценивания растет незначительно с сохранением качества оценки. Результатами проделанной работы являются:

- получены выражения для двумерного случая с учетом двух параметров сглаживания;
- полученный подход реализован на языке R;
- выполнено сравнение подхода с другими аналогичными подходами и моделями.

В последующих работах предполагается рассмотрение следующих возможностей:

- расширение метода на многомерный случай;
- использование других распространенных критериев выбора сглаживающих параметров, например, *BIC* или *AIC*;
- использование более быстрого метода поиска минимального значения функционала *GCV*.

Литература

1. *Whittaker E.T.* On a new method of graduation // *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society.* – Vol. 41. – 1923. – Pp. 62-75.
2. *Wahba G.* Spline Models for Observational Data // *Society for Industrial Mathematics.* – 1990.
3. *Schoenberg I.J.* Spline functions and the problem of graduation // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* – Vol. 52. – 1964. – Pp. 947-950.
4. *Takezawa K.* Introduction to Nonparametric Regression // *Wiley & Sons, Inc.* – 2005.
5. *Weinert H.L.* Efficient computation for whittaker-henderson smoothing // *Computational Statistics & Data Analysis.* – Vol. 52. – 2007. – Pp. 959-974.
6. *Seber G.* A Matrix Handbook for Statisticians // *Wiley-Interscience.* – 2007.
7. *Любин П.Г., Шетинин Е.Ю.* Робастный алгоритм построения сглаживающих сплайнов // *Научное Обозрение.* – 1. – 2015. – Стр. 86-94.

EFFECTIVE TWO-DIMENSIONAL ESTIMATION

Lyubin P.G., Shetinin E.Yu.

Moscow State University of Technology, lyubin.p@gmail.com

The article presents an algorithm for fast estimation of two-dimensional data.

Key words: nonparametric regression, two-dimensional estimation, penalized splines, smoothing splines, cross-validation, discrete cosine transform.

КЛАССИФИКАЦИЯ СТРАН АФРИКИ ПО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ ПОКАЗАТЕЛЯМ С ПОМОЩЬЮ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА

Матюшенко С. И., Дубе Нотсиле

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
matushenko@list.ru, notsiledube@yahoo.com

С помощью кластерного анализа проведена классификация стран Африки по социально-экономическим показателям. В качестве показателей были рассмотрены данные о численности и плотности населения, степени урбанизации, средней продолжительности жизни, среднем количестве детей в семье, детской смертности и валовом внутреннем продукте на душу населения. Все данные получены на конец 2015 года.

Ключевые слова: страны Африки, социально-экономические показатели, кластерный анализ, иерархическая кластеризация, кластеризация k-средними.

Введение

Кластерный анализ – один из методов многомерного статистического анализа, позволяющий разбивать множество исследуемых объектов, характеризуемых совокупностью признаков, на однородные в соответствующем понимании группы [1]. В данной работе объектом исследования являются страны Африки, характеризуемые набором социально-экономических показателей. Задача состоит в разбиении стран на три группы: с относительно высоким, средним и низким уровнем жизни.

Первичный анализ данных

Наиболее важным показателем уровня жизни является величина валового внутреннего продукта (ВВП) на душу населения. Поэтому на первом этапе решения задачи мы построили корреляционную матрицу для всех показателей и проанализировали степень зависимости ВВП от других показателей. В итоге мы пришли к выводу, что ВВП находится в прямо пропорциональной зависимости от средней продолжительности жизни и в обратно пропорциональной зависимости от среднего количества детей в семье и от показателя детской смертности. Корреляция ВВП с численностью и плотностью населения и степенью урбанизации оказалась незначительной, поэтому эти показатели мы исключили из дальнейшего анализа, т.к. их учет может привести только лишь к искажению результатов кластеризации.

Результаты кластеризации

Для проведения кластерного анализа мы использовали программные продукты пакета SPSS. Кластеризацию проводили двумя методами: иерархическим и методом k-средних. Исходные данные задачи вместе с результатами кластеризации представлены в табл. 1. В таблице используются следующие обозначения:

- ЧН – численность населения страны (чел.);
- ПН – плотность населения на 1 кв. км.;
- ГН – доля городского населения (%);
- СПЖМ – средняя продолжительность жизни мужчин;
- СПЖЖ – средняя продолжительность жизни женщин;
- ХДС – характеристика детской смертности ($ХДС = 100 - ДС$, где ДС – детская смертность на 1000 новорожденных);
- ВВП – величина валового внутреннего дохода на душу населения по данным МВФ (\$);

ХСКД – характеристика среднего количества детей в семье (ХСКД = 10 – СКД, где СКД – среднее количество детей в семье);

Таблица 1. Результаты кластеризации стран Африки с учетом их социально-экономических показателей

СТРАНА	ЧН	ПН	ГН	СПЖМ	СПЖЖ	ХДС	ВВП	ХСКД	№1	№2
Алжир	40633464	14	70	64	70	88	4345	7.2	1	3
Египет	84705681	71	43	69	74	80	3998	7.2	1	3
Ливия	6317080	3.1	78	73	77	89	4754	7.6	1	3
Марокко	33955157	70	60	69	73	76	3077	7.3	1	1
Танзания	37187939	39	31	59	63	65	969	4.8	1	1
Южный Судан	39613217	17	19	54	56	40	1083	5.1	1	1
Тунис	11116899	60	67	74	78	88	3985	4.7	1	3
Ангола	22137261	8.5	43	60	63	4	4062	4.1	1	3
Камерун	23393129	34	54	55	57	43	1234	5.2	1	1
Центральная Африка	4803082	5.8	40	52	59	8	339	5.6	1	1
Чад	13211146	8	22	50	52	15	1011	3.7	1	1
ДРК	71246355	24	42	55	59	25	478	4.1	1	1
Сан-Томе и Принсипи	202781	170	65	65	69	65	1350	5.9	1	1
Республика Конго	4671142	8.7	65	57	60	67	2031	5	1	1
Экваториальная Гвинея	799372	18	40	54	57	32	12541	5.2	2	2
Малави	10,701,824	90	16	63	60	57	353	4.6	1	1
Руанда	12428005	281	28	58	66	69	743	5.5	1	1
Уганда	40141262	105	16	57	59	62	625	4.1	1	1
Бенин	10879828	60	44	57	60	36	709	7.3	1	1
Буркина-Фасо	17914625	46	29	57	59	39	631	4	1	1
Кабо-Верде	508315	101	12	71	74	79	3127	7.7	1	1
Кот-д'Ивуар	21295284	52	53	52	54	33	1319	5.1	1	1
Габон	1751199	4.6	87	62	64	64	8581	5.9	3	3
Гамбия	1970081	129	59	59	63	52	384	4.2	1	1
Гана	26984328	85	53	61	64	57	1401	6.1	1	1
Гвинея	12347766	32	37	57	59	39	546	4.9	1	1
Гвинея-Бисау	1787793	37	49	53	56	40	582	5.1	1	1
Либерия	6317080	30	49	60	63	47	469	5.2	1	1
Мали	16258587	9.1	39	57	57	25	672	3.2	1	1
Мавритания	4080224	2.7	59	61	65	35	1262	5.3	1	1
Нигер	19268380	8.4	18	59	59	43	403	2.4	1	1
Нигерия	183523432	141	47	53	55	31	2758	4	1	1
Сенегал	14967446	54	43	63	66	58	985	5.1	1	1
Сьерра-Леоне	6318575	78	40	45	46	13	675	5.3	1	1
Togo	7170797	93	39	57	59	48	578	5.4	1	1
Бурунди	10812619	281	12	54	57	46	315	7.7	1	1
Коморские острова	770058	283	28	60	63	45	737	5.3	1	1
Джибути	899658	21	77	60	63	46	1805	6.6	1	1
Эритрея	6737634	37	22	60	60	66	630	5.3	1	1
Эфиопия	98942102	60	19	62	65	59	702	5.5	1	1
Кения	46748617	53	25	59	62	64	1432	5.5	1	1
Мадагаскар	24235390	28	34	62	65	64	393	5.5	1	1
Сейшельские острова	93754	176	54	69	78	88	14466	7.6	2	2
Сомали	11122711	12	39	51	55	15	300	3.4	1	1

Судан	39613217	19	34	61	65	52	2194	5.6	1	1
Ботсвана	2056370	2.7	57	61	63	65	6150	7.4	1	3
Лесото	2120116	73	27	49	52	31	1063	7	1	1
Мозамбик	27121827	24	32	52	54	43	626	4.8	1	1
Замбия	15021002	13	40	55	60	57	1576	4.3	1	1
Зимбабве	14599325	29	33	56	58	53	1037	6.5	1	1
Маврикий	1253581	588	40	70	78	88	9187	8.6	3	3
Намбия	2392370	2.2	46	64	69	67	5787	6.9	1	3
Южная Африке	53491333	36	64	56	62	66	5784	7.6	1	3
Свазиленд	1285519	65	21	52	55	55	3848	6.7	1	3

В двух последних столбцах таблицы указаны номера кластеров соответствующих стран (столбец №1 соответствует иерархическому методу, столбец №2 – методу k – средних). При этом кластер №2 объединяет страны с самым высоким уровнем жизни. Это Сейшельские острова и Экваториальная Гвинея. В кластер №3 вошли страны со средним уровнем жизни, а все остальные страны вошли в кластер №1. Следует заметить, что по первому методу в кластер №3 вошли только Габон и Маврикий, а по второму методу к этим двум странам добавились Алжир, Египет, Ливия, Тунис, Ангола, Ботсвана, Намибия, ЮАР и Свазиленд. Данное различие объясняется тем, что иерархический метод «не любит» принудительного назначения количества кластеров. В действительности предварительный анализ, проведенный иерархическим методом показал, что оптимальное количество кластеров должно равняться семи.

Литература

1. Многомерный статистический анализ в экономических задачах: компьютерное моделирование в SPSS: Учеб. пособие / Под. ред. И. В. Орловой. – М.: Вузовский учебник, 2014. – 310 с.

CLASSIFICATION OF AFRICAN COUNTRIES BASED ON A SET OF SOCIO-ECONOMIC INDICATORS USING CLUSTER ANALYSIS

Matyushenko S. I., Dube Notsile
Peoples' Friendship University, Moscow, Russia

Using cluster analysis, the classification of African countries based on a set of socio-economic indicators, was conducted. This set of indicators includes: population and population density, degree of urbanization, average life expectancy, average number of children per family, infant mortality and gross domestic product per capita. All data was obtained from end of 2015.

Keywords: African countries, socio-economic indicators, cluster analysis, hierarchical clustering, k-means clustering.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОСТИ КЛИЕНТОВ КРЕДИТНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА

Матюшенко С. И., Нибасумба Эммануэль
Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
matushenko@list.ru, ema.patiri2015@yandex.ru

С помощью дискриминантного анализа проводится оценка платежеспособности физических клиентов кредитных организаций. Основой для классификации служит обучающая выборка, полученная в результате анализа данных о предыдущих клиентах и включающая в себя их кредитную историю, доход и состав семьи, размер кредита и срок кредитования, возраст заемщика.

Ключевые слова: оценка платежеспособность, кредитная организация, дискриминантный анализ.

Введение

Кредитные организации вынуждены оценивать риски, связанные с задержками либо невыплатами кредитов. Практика показывает, что данная проблема не всегда носит чисто субъективный характер. В настоящее время существует ряд методик, по которым с определенной степенью достоверности можно судить о платежеспособности клиентов. Одна из таких методик основана на применении дискриминантного анализа.

Описание метода

Цель дискриминантного анализа – разделение объектов наблюдения на классы в соответствии со значениями результирующего признака, зависящего от ряда контролируемых факторов. В нашей задаче результирующим признаком является платежеспособность заемщика: низкая, средняя либо высокая. В качестве контролируемых факторов выступают характеристики заемщиков: доход и состав семьи, размер кредита и срок кредитования, возраст заемщика. При выборе факторов следят за выполнением условий их нормальной распределенности, гомоскедастичности и отсутствия мультиколлинеарности. Основой для проведения дискриминантного анализа служат данные о предыдущих клиентах (обучающая выборка), для которых уже известно значение результирующего признака. Анализ обучающей выборки завершается построением дискриминантных функций вида

$$d = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n ,$$

где a – константа, b_i – коэффициенты дискриминантной функции, X_i – факторы. Количество дискриминантных функций на единицу меньше количества значений результирующего признака. Однако для последующего анализа оставляют ту из них, которая имеет наибольшую значимость. Подставляя в выражения для дискриминантной функции характеристики новых клиентов, определяют уровень их платежеспособности.

Пример оценки платежеспособности

Поскольку получить информацию о клиентах кредитных организаций проблематично, для проведения дискриминантного анализа используем обучающую выборку из [1]. В этой выборке имеются данные о 30-ти клиентах кредитной организации (таблица 1). В таблице приняты следующие обозначения:

- X1 – брался ли кредит раньше: 1 – да, 2 – нет;
- X2 – среднемесячный доход семьи заемщика (тыс. руб.);
- X3 – срок кредитования (лет);
- X4 – размер кредита (тыс. руб.);

X5 – состав семьи заемщика (чел.);

X6 – возраст заемщика (лет);

X7 – платежеспособность клиента: 1 – низкая, 2 – средняя, 3 – высокая

Таб. 1. Исходные данные

№	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
1	1	27,6	7	140	4	46	2
2	1	25,6	8	190	5	37	2
3	1	32,75	8	170	6	43	2
4	1	36,5	7	290	4	52	3
5	1	26,45	6	200	3	44	2
6	1	38,75	9	390	5	49	3
7	1	24,35	6	150	3	53	2
8	2	23,3	7	380	3	43	2
9	1	32,25	6	180	2	49	3
10	2	19,6	4	240	3	29	1
11	1	37,95	7	190	5	45	3
12	1	37,15	6	220	4	42	3
13	2	21,9	4	270	2	43	2
14	1	25,9	5	140	3	57	3
15	2	19,9	3	110	4	55	1
16	2	17,3	6	160	3	59	1
17	2	19,35	4	150	2	56	1
18	2	22,9	3	170	2	38	2
19	2	26,45	6	240	4	34	1
20	1	35,3	8	180	5	46	3
21	2	20,4	4	180	2	46	1
22	2	28,75	2	140	2	58	2
23	2	29,75	9	500	2	37	3
24	2	18,75	11	420	5	45	1
25	1	33,25	8	270	4	54	3
26	2	22,15	6	330	3	37	2

27	2	24,3	4	170	3	52	1
28	2	17,95	7	300	2	27	1
29	1	29,75	3	200	6	52	2
30	1	29,4	4	200	6	55	2
31	1	15,52	5	380	3	53	-
32	2	29,67	2	370	3	43	-
33	1	46,08	4	280	2	49	-

В последних трех строках таблицы мы представили данные о новых клиентах, платежеспособность которых следует определить. Для решения поставленной задачи используем статистический пакет SPSS.

Сначала для каждого X_j проверяем выполнение условий нормальности и гомоскедастичности, а также убеждаемся в отсутствии мультиколлинеарности X_j , $j=1, \dots, 6$. Затем переходим к дискриминантному анализу, используя канонический метод, производящий разделение объектов на основе дискриминантных функций [2].

Используя статистику Уилкса, из двух дискриминантных функций выбираем наиболее значимую:

$$d = 2,611 + 2,265 X_1 + 0,616 X_2 - 0,210 X_3 - 0,221 X_4 - 0,008 X_5 + 0,105 X_6$$

Рассчитывая значения дискриминантной функции для новых клиентов и сравнивая их с аналогичными значениями для клиентов обучающей выборки, определяем их платежеспособность (таблица 2).

Таб. 2. Результаты дискриминантного анализа

№	Платежеспособность (X_7)	Значение дискриминантной функции	P1	P2	P3
31	2	-0,48766	0,01242	0,91653	0,07105
32	3	-1,36230	0,00390	0,17775	0,81835
33	3	-7,03102	0,00000	0,00000	1,00000

В итоге платежеспособность клиента под номером 31 определена как средняя с вероятностью 0,91653. Платежеспособность двух других клиентов определена как высокая с вероятностями 0,81835 и 1,00000 соответственно.

Литература

1. Многомерный статистический анализ в экономических задачах: компьютерное моделирование в SPSS. Учеб. пособие/ Под. ред. И. В. Орловой. - М.: Увузовский учебник, 2014.- 310 с.

2. Мешалкин Л.Д., Теоретические результаты классификации при наличии обучающих выборок (дискриминантный анализ) // Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. —М.: Финансы и статистика, 1989.

ASSESSMENT OF THE SOLVENCY OF CLIENTS OF CREDIT INSTITUTIONS BY MEANS OF THE DISCRIMINANT ANALYSIS

*Matyushenko S. I., Nibasumba Emmanuel
Peoples' Friendship University, Moscow, Russia*

The solvency of individual customers of credit institutions is obtained by means of the discriminant analysis. The basis for the classification is the training sample, which obtained by data analysis of the preceding customers and incorporated their credit history, income and household composition, credit amount and credit term, age of the borrower.
Keywords: assessment of solvency, credit institution, discriminant analysis.

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОСЛОЙНОГО ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Матюшенко С. И., Перес Даниэль

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
matushenko@list.ru, danperes@mail.ru

Средствами языка GPSS WORLD строится многослойная имитационная модель бизнес-процесса предприятия, занимающегося выпуском небольших партий однотипных изделий. Методами статистического анализа исследуется зависимость прибыли предприятия от ряда факторов: размера начального капитала, стоимости комплектующих, затрат на производство, условий получения кредита, цены и спроса на готовую продукцию.

Ключевые слова: бизнес-процесс, многослойная имитационная модель, регрессионная модель, корреляционный анализ.

Ведение

Имитационное моделирование - это разновидность аналогового моделирования, реализуемого с помощью специальных компьютерных программ, позволяющих провести исследование реального процесса в памяти компьютера в режиме имитации. Задачей такого исследования является детальное изучение структуры и свойств изучаемого процесса в динамике с целью оптимизации его параметров [1].

В данной работе строится трехслойная имитационная модель работы предприятия, выпускающего небольшие партии однотипных изделий и реализующего их непосредственно со склада готовой продукции. При этом на первом слое моделируется производственный процесс, на втором слое – сбыт продукции, а на третьем – движение денежных средств. Построение имитационной модели производится с помощью языка GPSS WORLD [2].

Модель производственного процесса

На первом шаге имитируем принятие решения о выпуске партии продукции (рис.1). Размер партии моделируется случайной величиной, распределенной равномерно на заданном отрезке. На втором шаге рассчитываем стоимость комплектующих. На шаге 3 проверяем, достаточно ли средств на текущем счету предприятия (счет №51) для закупки комплектующих. В случае положительного ответа, в бухгалтерию отправляем распоряжение (шаг 14) на перевод денег со счета 51 на счет 60 (расчет с поставщиками) и приступаем к выпуску изделий (шаг 6). В случае отрицательного ответа, в банк отправляем заявку на получение кредита (шаг 4).

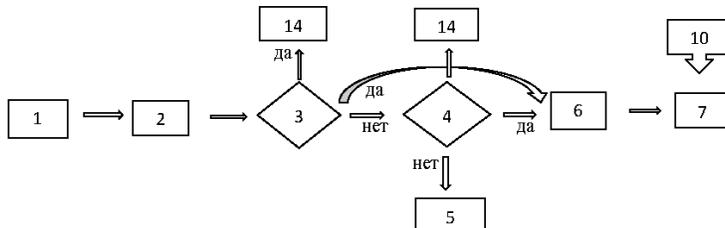


Рис. 1. Схема производственного процесса

Банк выдает кредит только при условии, что предыдущий кредит был погашен полностью и в срок. Если условия предоставления кредита выполнены, то сумма, равная стоимости комплектующих, переводится на расчетный счет предприятия (шаг 14). После

закупки комплектующих приступаем к выпуску продукции (шаг 6). Произведенные изделия помещаем на склад готовой продукции (шаг 7). Если же условия предоставления кредита не выполнены, то предприятие разоряется (шаг 5).

Модель реализации продукции

На шаге 8 моделируем поток покупателей (рис.2), и для каждого покупателя разыгрываем количество изделий в покупке (шаг 9). При этом предполагаем, что поток покупателей пуассоновский, а количество изделий в покупке распределено равномерно на заданном интервале.

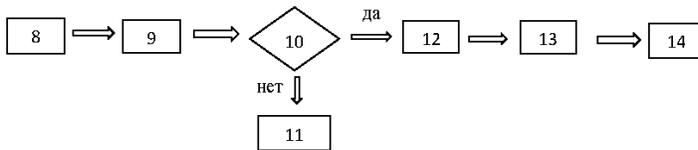


Рис. 2. Схема реализации продукции

Затем проверяем наличие требуемого количества изделий на складе (шаг 10). В случае отсутствия необходимого количества товара, покупатель уходит (шаг 11). Если необходимое количество изделий имеется на складе, то производится отпуск товара (шаг 12) и оплата покупки (шаг 13). Денежные средства поступают на расчетный счет предприятия (шаг 14).

Модель финансовых потоков

На третьем слое программы моделируем проводки денежных средств (рис.3). Запросы на проводки поступают с двух предыдущих слоев (из узлов 3, 4 и 13). На шаге 15 осуществляем перевод денег с текущего счета предприятия (счет 51) на счет поставщиков (счет 60). На шаге 16 осуществляем расчеты по кредиту. Средства, полученные от реализации продукции, перечисляем с расчетного счета предприятия на следующие счета: счет №20 – затраты на основное производство (шаг 17); №68 – уплата налогов (шаг 18); №69 – расходы на социальное страхование (шаг 19); №70 – заработная плата (шаг 20); №99 – прибыль предприятия (шаг 21). Перераспределение денежных средств осуществляем в соответствии с действующим законодательством. Кроме этого следим за соблюдением баланса между расходами и доходами.

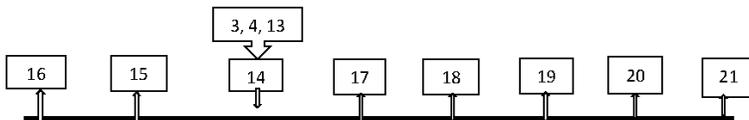


Рис. 3. Схема проводки денежных средств

Статистический анализ результатов моделирования

Основным показателем работы предприятия является его прибыль. Один прогон модели соответствует одному из возможных сценариев развития бизнес-процесса. Осуществляя многократный прогон, мы получаем выборку возможных прибылей в зависимости от ряда факторов: размера начального капитала, стоимости комплектующих, затрат на производство, условий получения кредита, цены и спроса на готовую продукцию. Наличие данной выборки позволило нам произвести корреляционно-регрессионный анализ прибыли в зависимости от перечисленных выше факторов и спрогнозировать доходность данного инвестиционного проекта.

Литература

1. Емельянов А.А., Власова Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов - М.: Финансы и статистика, 2002.- 368 с.
2. Матюшенко С.И., Слесивов С.С. Основы имитационного моделирования в среде GPSS WORLD: Учеб. пособие.- М.: Изд-во РУДН, 2006. – 112 с.

ASSESSMENT OF THE INVESTMENT PROJECT BY THE METHOD OF THE MULTI-LAYER SIMULATION MODELING

Matyushenko S. I., Peres Daniel

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

Multi-layer simulation model of a business process is constructed by means of the GPSS World language. We investigate the dependence of business profits on a number of factors: the size of the initial capital, cost of components, conditions of getting credit, prices and demands for products.

Keywords: business process, multi-layer simulation model, regression model, correlation analysis.

МЕТОДЫ И ПРИНЦИПЫ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ И КОНТРАКТОВ СТРАХОВАНИЯ

Михеев А.В.

Финансовый университет при Правительстве РФ

antoshkamix@gmail.com

Задачи работы заключаются в применении принципов бухгалтерского учета для оценки справедливой стоимости страховых обязательств. Каждая из предлагаемых задач расчета представляет собой значительное отклонение от существующих общепринятых принципов бухгалтерского учета U.S. GAAP. Конкретные значительные различия можно наблюдать для программ страхования жизни в сравнении с программами страхования имущества от несчастных случаев.

Ключевые слова: дисконтирование денежных потоков, справедливая стоимость финансовых инструментов, риск процентной ставки, долгосрочные договоры страхования, рентабельность собственного капитала.

Введение

Данная работа является непосредственным обобщением [1].

В работе [1] рассматривается иерархия методов оценки стоимости финансовых инструментов, а также обсуждаются три принципа, которые должны применяться:

первый принцип предполагает дисконтирование денежных потоков по безрисковой ставке;

второй принцип рассматривает влияние риска на формирование справедливой стоимости;

третий принцип подразумевает включение всех денежных потоков для расчета справедливой стоимости.

Важным элементом работы [1] является рассмотрение пространства процентных ставок, понятие гарантированного процента по договору страхования, описание процесса ценообразования опционов со стороны обязательств, чувствительных к процентной ставке.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натора М.С.

Основные результаты

Анализ, основанный на корректировке денежных потоков, которые согласуются с дисконтированием по безрисковой ставке может быть предложен для определения корректировок денежных потоков, которые согласуются с любой выбранной ставкой дисконтирования.

В работе [1] подробному рассмотрению подлежат традиционные, участвующие в сделках долгосрочные договоры страхования жизни, выданные по согласию страховщиков.

Вопрос кредитоспособности имеет особое значение для тех, кто занимается гарантированными инвестиционными контрактами и аннуитетными продуктами с минимальными страховыми рисками.

Для того чтобы проанализировать принятые в ходе исследования результаты, для начала необходимо обратиться к результатам, которые были получены с помощью анализа нормативно-правовой базы [2] (см. также [3]). Описание некоторых этапов оценивания:

1) спрогнозировать денежные потоки на и после даты оценки стоимости обязательств;

2) определить соответствующую кривую доходности текущего курса (актуарий может разработать кривую доходности по данным доходности облигаций на дату оценки; актуарий может применять кривую доходности третьей стороны, для которой он определил подходящую ставку дисконтирования в соответствии с МСФО 19);

3) использовать текущие цены для определения текущей стоимости обязательств с установленными выплатами на дату оценки;

4) определить единственную средневзвешенную ставку дисконтирования, которая существенно образует приведенную стоимость обязательств с установленными выплатами, для раскрытия информации в отчетности по МСФО и в других соответствующих расчетах.

Для договоров страхования жизни расчеты оценок финансовых показателей ведутся только проспективным методом, в то время как U.S. GAAP предполагает, ретроспективный метод расчета договоров страхования жизни.

По U.S. GAAP затраты на приобретение продукта капитализируются и их значение амортизируется в течение периода, в течение которого признаются доходы.

Таким образом, капитализация и амортизация не могут осуществляться полностью проспективным подходом.

Для страховых сделок, согласно положению SFAS 60, U.S. GAAP, предположения для оценки обязательств запрещены и изменяются только при необходимости признания убытков. По поводу справедливой стоимости, все предположения для оценки обязательств открыты и потенциально изменяются на каждую дату оценки.

Для договоров страхования имущества от несчастных случаев, текущие предположения по U.S. GAAP, касающиеся суммы будущих страховых выплат, открыты на каждую дату оценки, но, как правило, не дисконтируются. По поводу справедливой стоимости, уровень процентных ставок и сроков будущих денежных потоков денежных влияет на оценку стоимости договоров страхования имущества /от несчастных случаев.

Выводы

Что касается непосредственных практических выводов, полученных на основе [4,5], можно отметить следующие пункты:

1) в случае, когда все предположения выполняются (ситуация совершенного рынка, не происходит никаких изменений в течение срока действия договора) – прибыль возникает на уровне доходности собственного капитала при оценке обязательств и корректируется на риск с использованием предположений, связанных с ценообразованием;

2) в случае, когда понижается норма доходности собственного капитала – приводит к более высокой процентной ставке, отсюда более низкий уровень обязательств, рентабельность капитала станет гораздо чувствительнее к уровню новых сделок;

3) в случае, когда меняется процентная ставка – изменение отчетной прибыли связано с изменением стоимости активов; любое изменение в стоимости активов проходит через прибыль в текущем периоде и не компенсируется изменением стоимости обязательств;

4) в случае, когда меняется MVM (market value margins) – премии, ожидаемые прибыли и расходы, непосредственно связанные с договором, не изменяются, если не изменяются стоимость активов и инвестиционный доход;

5) в случае, когда изменяются оценки будущих исков – изменение прогнозируемых будущих расходов, наблюдается существенное изменение рентабельности собственного капитала.

Литература

1. *Мухеев А.В.* Методы и принципы оценки стоимости финансовых инструментов и контрактов страхования. Выпускная квалификационная работа. Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. 2015.

-
2. International Standard of Actuarial Practice 3 Actuarial Practice in Relation to IAS 19 Employee Benefits [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.actuaries.org/CTTEES_ASC/isaps/pdf/isap3.pdf.
 3. Аль-Намор М. С., Аль-Намор С. В. О разработке Российских стандартов в обязательном пенсионном страховании и подготовке профессиональных актуариев // Современная математика и концепции инновационного математического образования, 2015. Т. 1. № 1. С. 93-99.
 4. The American Academy of Actuaries Fair Value Work Group of the Accounting Policies and Procedures Task Force. 2002. «Fair Valuation of Insurance Liabilities: Principles and Methods». Public Policy Monograph.
 5. The American Academy of Actuaries Financing Reporting Committee. 2009. «Discussion on the use of Discount Rates in Accounting Present Value Estimates».

ANALYSIS AND VALUATION OF FINANCIAL INSTRUMENTS AND INSURANCE LIABILITIES: PRINCIPLES AND METHODS

Mikheev A.V.

Financial University under the Government of Russian Federation,

amoshkamix@gmail.com

One purpose of this paper is to provide a framework of principles of accounting that apply to fair valuation of all financial instruments, including insurance contracts. Each of the proposed measurement objectives represents a major change from existing U.S. generally accepted accounting principles (GAAP). The areas of significant change are different for life insurance versus property/casualty insurance.

Key words: discounting of cash flows, the fair value of financial instruments, interest rate risk, long-term insurance contracts, return on equity.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОЯЧИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПОЛОСЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ В ВИДЕ ДЕЛЬТА ФУНКЦИИ И ФУНКЦИИ ХЕВИСАЙДА

Мусаев В.К.

Московский государственный машиностроительный университет, musayev-vk@yandex.ru

Рассмотрена некоторая информация численного моделирования упругих волн напряжений в бесконечной полосе при воздействии в виде дельта функции и функции Хевисайда. Показано вертикальное нормальное напряжение в характерной области исследуемой задачи.

Ключевые слова: математическое моделирование, волны напряжений, математическая теория упругости, стоячие волны, бесконечная полоса, дельта функция, функция Хевисайда, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., отраженная волна, интерференционная волна.

1. Введение

Рассматриваются вопросы математического моделирования стоячих волн напряжений в горизонтальной бесконечной полосе при воздействии в виде дельта функции и функции Хевисайда.

2. Реализация методики и алгоритма

В работах [1–12] приводится некоторая информация о практической реализации численного моделирования волн напряжений в сложных деформируемых объектах с помощью применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

3. Некоторые результаты исследований

1. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной упругой волны в виде треугольного импульса (дельта функция) на бесконечную полосу (рис. 1). Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения было принято следующее допущение: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$.

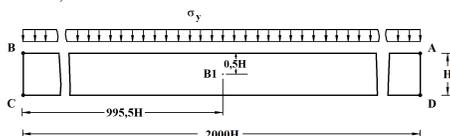


Рис. 1. Постановка задачи

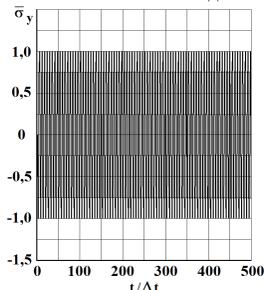


Рис. 2. Нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ во времени $0 \leq n \leq 500$ в точке B1

На границе пластинки AB (рис. 1) приложено нормальное напряжение σ_y , которое при $1 \leq n \leq 3$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $3 \leq n \leq 5$ от P до 0 ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа). Граничные условия для контуров BC и AD при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контуров BC и AD не доходят до исследуемых точек. Контур CD свободен от нагрузок. Исследуемая расчетная область имеет 4002 узловые точки. Решается система уравнений из 16008 неизвестных. Для примера на рис. 2 представлено изменение нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$) во времени n в точке $B1$.

2. Рассмотрим задачу о воздействии плоской продольной упругой волны в виде ступенчатого импульса (функция Хевисайда) на бесконечную полосу. Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с). Для перехода в другие единицы измерения было принято следующее допущение: $1 \text{ кгс/см}^2 \approx 0,1 \text{ МПа}$.

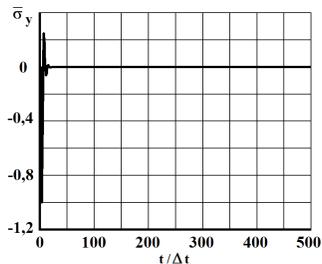


Рис. 3. Нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ во времени $0 \leq n \leq 500$ в точке $B1$

На границе пластинки AB (рис. 1) приложено нормальное напряжение σ_y , которое при $0 \leq n \leq 3$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $n \geq 3$ равно P ($P = \sigma_0$, $\sigma_0 = -0,1$ МПа). Граничные условия для контуров BC и AD при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контуров BC и AD не доходят до исследуемых точек. Контур CD свободен от нагрузок. Исследуемая расчетная область имеет 4002 узловые точки. Решается система уравнений из 16008 неизвестных. Для примера на рис. 3 представлено изменение нормального напряжения $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$) во времени n в точке $B1$.

4. Выводы

1. Отраженные волны от свободных поверхностей бесконечной полосы при воздействии в виде дельта функции создают физическую картину стоячих волн.
2. Интерференция прямых и отраженных волн от границ бесконечной полосы при воздействии в виде функции Хевисайда приводит к нулевому напряженному состоянию.

Литература

1. Мусаев В.К., Ситник С.В., Тарасенко А.А., Ситник В.Г., Зюбина М.В. Математическое моделирование отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 9 (часть 7). – С. 1466–1470.

2. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.
3. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32.
4. Мусаев В.К. Моделирование безопасности по несущей способности дымовых труб с основанием при взрыве атомной бомбы в Нагасаки // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 12. – С. 198–203.
5. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2 (часть 1). – С. 25–29.
6. Мусаев В.К. Численное решение задачи о распространении нестационарных упругих волн напряжений в подкрепленном круглом отверстии // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 2. – С. 93–97.
7. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 135–146.
8. Musayev V.K. On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 147–156.
9. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
10. Мусаев В.К. Решение задачи о распространении плоских продольных волн в виде импульсного воздействия // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 4 (часть 2). – С. 326–330.
11. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде функции Хевисайда // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 5 (часть 1). – С. 38–41.
12. Мусаев В.К. Численное моделирование нестационарных упругих волн напряжений в некоторых задачах методического характера // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 227–230.

MATHEMATICAL MODELING OF STANDING WAVES OF VOLTAGES IN THE HORIZONTAL INFINITE STRIP UNDER THE INFLUENCE IN THE FORM OF DELTA FUNCTIONS AND HEAVISIDE FUNCTIONS

Musayev V.K.

Moscow state University of mechanical engineering, musayev-vk@yandex.ru

Brief abstract – Considered some of the information of numerical modeling of elastic waves of stresses in an infinite strip under the influence in the form of Delta functions and Heaviside functions. Shows the vertical normal stress in a characteristic region of the investigated problem.

Key words: mathematical modeling, wave stresses, mathematical elasticity theory, standing waves, an infinite strip, Delta function, Heaviside function, a numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K., the reflected wave, the interference wave.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ПРАЧЕЧНОЙ МНОГОКВАРТИРНОГО АРЕНДНОГО ДОМА

Осокин Л.А.

Финансовый университет при Правительстве РФ

erlever@yandex.ru

В данной работе мы проведём исследование необходимого количества стиральных машин для организации безочерёдной работы прачечной самообслуживания в многоквартирном арендном доме. После нахождения этих параметров мы оценим рентабельность предполагаемой прачечной самообслуживания и целесообразность её установки в доходном доме.

Ключевые слова: арендный дом, прачечная, прачечная самообслуживания, доходный дом, GPSS, имитационное моделирование.

Введение

Данная работа является частью аналитического приложения к пакету документов по организации работы многоквартирного арендного дома одного из городов Московской области. Организация подобного бизнеса в многоквартирном доме обуславливается следующими факторами:

Экономия площади в связи с отсутствием необходимости установки стиральных машин;

Экономия инвестора по приобретению стиральных машин в каждую квартиру;

Экономия жильцов при совместной стирке;

Достаточно стабильный денежный поток для инвестора проекта, получения средств от соседних домов.

Несмотря на то что практика прачечного бизнеса широко распространена на Западе, в России подобные проекты не получили широкого распространения, в связи с чем необходим серьёзный маркетинговый и финансовый анализ, частью которого и является эта работа. Чтобы повысить лояльность жильцов к прачечным, необходима такая организация работы, которая исключила бы очереди – это и будет нашим основным критерием при поиске.

Работа подготовлена под научным руководством к.ф.-м.н., доцента Аль-Натор С.В.

Исходные предположения

При построении модели мы исходили из следующих предположений:

1) Общее количество квартир многоквартирного дома – 320;

2) В среднем, жильцы каждой квартиры стирают 4 раза в месяц;

3) Количество поступающих стирок имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = \left(\frac{320 \cdot 4}{30 \cdot 5}\right)^{-1} \approx 0,1171875$ (будущие постояльцы, в связи с их основным родом деятельности, каждый день будут иметь свободное время для стирки в количестве 1 час утром и около 4 часов вечером);

4) Для создания эффекта экономии, приоритет отдаётся стиральным машинам с большей возможной загрузкой, однако придётся искать компромисс между потенциальной экономией для жильцов и удобством и привычкой использования стиральных машин малой загрузки;

5) Будем считать, что жильцы в первую очередь будут стараться использовать машины с большей загрузкой.

Основные результаты

Моделирование было проведено в среде GPSS World. В качестве основных видов стиральных машин были выбраны машины с загрузкой на 2 человек (как более

привычные, далее будем называть их Малыми) и с загрузкой на 5 человек (далее – Большие). Моделирование будем проводить на горизонте в месяц, считая, что каждый день прачечная работает 5 часов. Критерием остановки поиска решения будет отсутствие очереди. Основные результаты представлены в таблице:

Номер опыта	Тип стиральной машины	Количество	Средняя загрузка	Очередь	Отклонено	Коэффициент утилизации
1	Малая	1	1,901	0	357	0,951
	Большая	2	2,845	5	0	0,569
2	Малая	2	1,760	32	0	0,880
	Большая	3	2,471	2	0	0,494
3	Малая	3	0,982	9	0	0,491
	Большая	3	2,597	1	0	0,520
4	Малая	4	0,785	0	0	0,393
	Большая	3	2,501	0	0	0,500
5	Малая	3	0,702	0	0	0,351
	Большая	4	2,249	0	0	0,450
6	Малая	5	0,922	1	0	0,461
	Большая	2	2,789	1	0	0,558
7	Малая	2	1,138	0	0	0,569
	Большая	4	2,335	0	0	0,467

Как мы видим, из проведённых опытов удовлетворительными, согласно описанному выше критерию, являются опыты с номерами 4, 5 и 7. Опыт 6 также можно считать удовлетворительным, так как очередь в 1 человек за месяц работы приемлема в наших условиях. Цена Малой стиральной машины – 112 500 руб., Большой – 198 000 руб.

Следующим критерием выбора для нас будет минимальная стоимость оборудования и максимальный коэффициент утилизации. Все результаты приведены в таблице:

Номер опыта	Общая стоимость	Взвешенный коэффициент утилизации
4	1 044 000	0,439
5	1 129 500	0,408
6	958 500	0,489
7	1 017 000	0,501

Из всех вариантов опыты с номерами 6 и 7 лучше двух других по обоим параметрам, но несравнимы друг с другом.

Используя функцию распределения Пуассона, мы можем утверждать, что с вероятностью более 0,97 количество стирок в час будет не меньше 3. Исходя из этого оценим денежный поток на основании двух моделей потребления: оплаты каждой стирки с чистой прибылью 150 руб. или месячный абонемент с чистой прибылью 600 руб (с учётом расходов на воду, электричество и аренду, если необходимо).

В первом случае минимальный денежный поток составит $150 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 30 = 67500$, средний денежный поток составит $150 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 30 = 180\,000$. С помощью нормированного отношения средних нагрузок на каждый тип стиральных машин, взвесим эффект экономии ($1/2$ в случае Малой и $1/5$ для Большой) по данному отношению и получим доли стирок, которые фактически будут оплачены от общего числа стирок. Результаты занесём в таблицу:

Номер опыта	Доля оплачиваемых стирок	Минимальный денежный поток, руб./мес.	Средний денежный поток, руб./мес.
6	0,2745	18531	49416
7	0,2983	20135	53694

Таким образом, на основании критерия минимального и среднего денежного потока, остаётся единственный оптимальный вариант закупки стиральных машин.

Во втором случае денежный поток не зависит от количества стирок и равняется $800 \cdot 320 = 192\,000$ руб.

Посчитав NPV для обоих случаев (28 937 руб. и 4 423 096 руб. соответственно) на основании среднего арифметического минимального и среднего денежного потока на горизонте 3 года, мы увидим, что они оба положительны при ставке 13%, однако во втором случае NPV значительно больше. Дисконтированные периоды окупаемости равны 3 и 1 год соответственно.

Выводы

В результате данного исследования мы определили оптимальное соотношение между Малыми и Большими стиральными машинами для обеспечения безочерёдности обслуживания жильцов арендного дома, оценили с определённым уровнем доверия $\alpha=0,03$ минимальный и средний денежные потоки, а также рассчитали NPV для обоих случаев. Как мы можем видеть, они оба положительны, что говорит нам о том, что начинать данное предприятие при альтернативной ставке доходности целесообразно при альтернативной ставке 13%. Мы увидели достаточно серьёзное различие в доходе между первым и вторым вариантом, отметим, что выбор между этими вариантами лучше предоставить самим проживающим. Выбор зависит в большей степени от контингента проживающих – если жильцы арендного дома имеют заработок ниже среднего, почти наверняка, единственным вариантом будет первый: для целей экономии при совместной стирке.

Литература

1. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 1. Учебное пособие. Финансовый университет. 2012.
2. Аль-Натор М.С., Касимов Ю.Ф., Колесников А.Н. Основы финансовых вычислений. Часть 2. Учебное пособие. Финансовый университет. 20134.

LAUNDRY WORK MODELING IN RENTAL HOUSES

Osokin L.A

Financial University under the Government of Russian Federation

erlever@vandex.ru

In that work we are going to analyze the necessary amount of both laundries types, estimate expected cash flows and profitability and also make a decision about reasonableness.

Key words: laundry, rental house, GPSS, simulation modeling.

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ SSA В ПРИЛОЖЕНИИ К ИЗУЧЕНИЮ ПОВЕДЕНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ

Петров В.А., Савин А.С., Хохлов А.А., Четов А.И.

*Российский университет дружбы народов, vpetrov@mahuru.ru, asavin@mahuru.ru,
ahohlov@mahuru.ru, aichetov@yandex.ru*

В работе рассматривается задача применения метода «Гусеница»-SSA для анализа временных рядов в приложении к исследованию поведения клиентов.

Ключевые слова: временные ряды, анализ сингулярного спектра, метод «Гусеница», SSA, анализ поведения клиентов.

Введение

Развитие мобильного интернета, повсеместное распространение смартфонов, удешевление связи и другие факторы предоставили новые возможности для бизнеса по взаимодействию со своими клиентами. Например, можно собирать статистику о том, когда, в какое время, в какую погоду, при каком курсе валют было сделано то или иное количество покупок, какой возрастной категорией, новые это клиенты или старые – факторов для анализа может быть много. После накопления статистики (около 160 000 клиентов) авторами был проведен анализ полученных данных, представленных в виде временных рядов. Для этого использовался алгоритм SSA [1,3,4]. Такого рода задачи являются актуальными на данный момент, так как в результате можно формировать эффективные стратегии коммуникации с клиентами, предлагать адресные предложения с высокой конверсией.

Базовый алгоритм SSA

Рассмотрим временной ряд $\{x_i\}_{i=1}^N$, образованный последовательностью N равноотстоящих значений некоторой функции f_t :

$$x_i = f[i] = f((i-1)\Delta t), \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

1 этап (Вложение)

Сначала производим преобразование одномерного ряда в многомерный. Для этого выбирается некоторое число $M < N$, которое называется длиной гусеницы. Затем формируем траекторную матрицу следующего вида [2]:

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{k,M} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_M \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{M+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_k & x_{k+1} & \dots & x_N \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Далее вычисляются средние арифметические значения и стандартные отклонения по столбцам матрицы X :

$$\bar{x}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{i+j-1}, \quad s_j = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_{i+j-1} - \bar{x}_j)^2}. \quad (3)$$

Обозначим через $X^* = (x_{ij}^*)_{i,j=1}^{k,M}$ матрицу, полученную из X в результате центрирования по столбцам и нормирования на стандарты s_j :

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (4)$$

Операции центрирования и нормирования не являются обязательными.

2 этап (Сингулярное разложение (SVD))

Вычислим матрицу

$$R = \frac{1}{k} (X^*)^T X^*. \quad (5)$$

Разложим матрицу R

$$R = P \Lambda P^T, \quad (6)$$

где

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_M \end{pmatrix} \quad (7)$$

- диагональная матрица собственных чисел,

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_M) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{M1} \\ p_{12} & p_{22} & & p_{M2} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ p_{1M} & p_{2M} & \dots & p_{MM} \end{pmatrix} \quad (8)$$

- ортогональная матрица собственных векторов матрицы R . При этом необходимо, чтобы

$$\begin{aligned} P^T &= P^{-1}, \\ P^T P &= P P^T = I_M, \\ \Lambda &= P^T R P, \\ \sum_{i=1}^M \lambda_i &= M, \\ \prod_{i=1}^M \lambda_i &= \det R. \end{aligned} \quad (9)$$

Матрицу P можно рассматривать как матрицу перехода к главным компонентам [5]

$$X^* P = Y = (y_1, y_2, \dots, y_M). \quad (10)$$

3 этап (Отбор главных компонент)

Из ортогональности матрицы P следует, что при умножении матрицы главных компонент Y на P^T восстанавливается матрица X^* , при этом получается разложение нормированной и центрированной матрицы X^* в сумму матриц X_i^* , каждая из которых порождена одним собственным вектором матрицы R [1]:

$$X^* = Y P^T = (y_1, y_2, \dots, y_M) \begin{pmatrix} p_1^T \\ p_2^T \\ \vdots \\ p_M^T \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^M y_l p_l^T = \sum_{l=1}^M X_l^* \quad (11)$$

Далее производится денормировка X^* с помощью умножения этой матрицы на диагональную матрицу S , состоящую из выборочных средних

$$X = \bar{x} I_k^T + X^* S = X_0^* + \sum_{l=1}^M X_l^* S = \sum_{l=0}^M X_l^* S. \quad (12)$$

4 этап (Диагональное усреднение)

В результате получается исходная матрица диагональной структуры в виде суммы $(M + 1)$ матриц. Переход к исходному ряду формально может быть осуществлен усреднением по побочным диагоналям. Обозначим через A этот оператор усреднения [3]

$$x = A(X) = \sum_{l=0}^M A(X_l^* S). \quad (13)$$

Численные результаты

При анализе выяснилось, что есть корреляция между курсом доллара и количеством покупок и средним чеком, проявляется прямая зависимость между ними. Таким образом, можно предположить, что, когда клиенты приходят в магазин при высоком курсе доллара, они покупают больше дешевых вещей, а когда при низком – это более осмысленные покупки и люди покупают более дорогие вещи.

В случае высокой волатильности иностранной валюты, при повышении курса валюты можно выкладывать в продажу и делать акции на более дешевый товар, который люди будут покупать активнее, а на ее ослаблении скидки на эти товары можно убирать, так как люди приходят в магазины за более дорогими товарами.



Рис. 1. Результаты проведенного анализа

Выводы

Представленные результаты показывают, что задача исследования поведения покупателей при помощи анализа временных рядов даже в самом простом виде позволяет предлагать бизнесу маркетинговые рекомендации.

Литература

1. Golyandina N., Zhigljavsky A. Singular Spectrum Analysis for Time Series, Berlin: Springer, 2013. — 120 p.
2. Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A. Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques, CHAPMAN & HALL/CRC, 2001.
3. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: Учеб. пособие. СПб: Изд-во СПбГУ, 2004. 76 с.
4. Голяндина Н.Э., Некруткин В.В., Степанов Д.В. Варианты метода «Гусеница»-SSA для анализа многомерных временных рядов. Труды II Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'03. Москва, 2003, с. 2139-2168.
5. Данилов Д.Л. Главные компоненты временных рядов: метод «Гусеница» / Под ред. Д.Л. Данилова, А.А. Жиглявского. – СПб: Пресском, 1997. — 308 с.

TIME SERIES ANALYSIS BY SSA METHOD IN BIG DATA

Chetov A.I., Khokhlov A.A., Petrov V.A., Savin A.S.

Peoples' Friendship University of Russia, aichetov@yandex.ru, ahokhlov@mahuru.ru, vpetrov@mahuru.ru, asavin@mahuru.ru

In this paper we consider the problem of applying «Caterpillar»-SSA method for time series analysis to study the consumer behavior.

Key words: time series, singular spectrum analysis, «Caterpillar» method, SSA, consumer behavior.

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ПРЕДСКАЗАНИЯ ВТОРИЧНОЙ СТРУКТУРЫ БЕЛКА

Полюян С. В.¹, Ершов Н. М.²

¹ ГБОУ ВО МО «Университет «Дубна», Факультет естественных и инженерных наук, Дубна, Россия, svpoluyan@gmail.com

² Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия, erhovnm@gmail.com

Предложена схема применения эволюционных алгоритмов оптимизации для предсказания вторичной структуры пептидов.

Ключевые слова: вторичная структура белка, конформационный поиск, эволюционные вычисления, глобальная оптимизация.

Введение

В работе рассматривается одна из основных задач структурной биоинформатики – предсказание трёхмерной структуры белка по аминокислотной последовательности. Белки являются макромолекулами состоящими из α -аминокислот, соединённых в цепочку пептидной связью, тем самым образуя полипептидную цепь. Предсказание структуры белка – предсказание по аминокислотной последовательности трёхмерной структуры белка, которая определяет нативное, т.е. функционально активное, состояние (выделяют вторичную, третичную и четвертичную). Короткие белки называют пептидами. В настоящей работе рассматривается задача поиска двух основных регулярных вторичных структур: α -спирали и β -листа.

Наиболее широко принимаемая гипотеза, объясняющая процесс самоорганизации белковых молекул была сформулирована Анфинсеном [1]. Основные идеи предложенной им «термодинамической гипотезы» следующие: нативное состояние белка уникально; нативное состояние белка находится в глобальном минимуме свободной энергии. Таким образом, процесс сворачивания полипептидной цепи можно представить как процесс минимизации свободной энергии белка, тогда задача предсказания структуры сводится к задаче глобальной оптимизации.

Настоящая работа посвящена вопросу применимости стохастических эволюционных алгоритмов оптимизации к вышеописанной задаче и описанию подхода к изменению одного из параметров силового поля в процессе поиска оптимальной структуры пептида.

Численное исследование

В численных экспериментах использовалось силовое поле ROSETTA [2] в котором, при вычислении энергии пептида, сочетаются неявный растворитель, различные потенциалы и статистически полученные данные.

В настоящей работе рассматривалось два модельных пептида длиной 10 аминокислотных остатков: A10 [3] (α -спираль), V4GGV4 [4] (β -лист). Задача поиска оптимальной структуры ставилась в непрерывном пространстве: торсионных углов главной цепи пептида (углы ϕ и ψ , пространство поиска $[-\pi, \pi]$); торсионных углов главной цепи ω (стремится быть планарным, поэтому $[\pi-\delta, \pi+\delta]$, где $\delta = 0.2$ рад.); основных торсионных углов для каждой боковой цепи χ_{1-4} (пространство поиска $[-\pi, \pi]$); длин ковалентных связей ($\delta_1 = 0.05$ Å); валентных углов ($\delta_2 = 0.1$ рад.) для каждого атома пептида; неосновных торсионных углов боковой цепи каждого атома ($\delta_3 = 0.1$ рад.). Границы с δ_{1-3} рассчитывались относительно идеализированных значений используемых в ROSETTA (аналогично методу CONCOORD [5]). Таким образом, размерность задач для α -спирали и β -листа составила 302 и 428 параметров соответственно.

Для поиска оптимальной структуры использовались два эволюционных алгоритма: адаптивная дифференциальная эволюция JADE [6] и эволюционная стратегия ESCH [7].

Численные эксперименты и результаты, представленные в [2], показывают, что наибольшее усложнение целевой функции порождает кулоновский (электростатический) потенциал. Поскольку данный потенциал (fa_elec) определяет нековалентные взаимодействия, было предложено использовать метод имитации отжига [8] для изменения соответствующего веса потенциала в процессе оптимизации. Такой подход был использован для рассматриваемых пептидов, результаты представлены на рис. 1-3. Все вычисления выполнены на кластере HybriLIT [9].

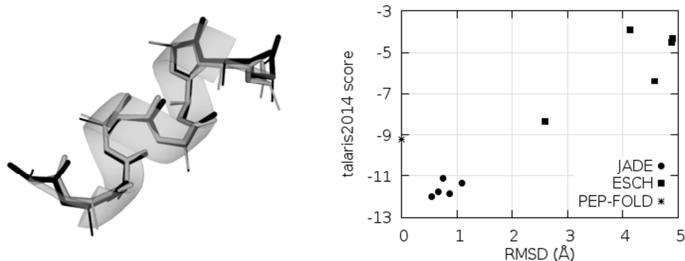


Рис. 1. Суперпозиция главных цепей пептидов, PEP-FOLD (чёрный) и JADE (серый)

Суперпозиции на рис. 1 и 2 получены с использованием 3DSS [10], оптимальные значения исследуемых структур получены с помощью сервера PEP-FOLD [11, 12], предсказывающим структуру пептида с использованием статистической информации (низкоэнергетических фрагментов). На рис. 1 и 2 показано среднеквадратичное отклонение координат атомов получаемых после оптимизации пептидов относительно найденной с помощью PEP-FOLD.

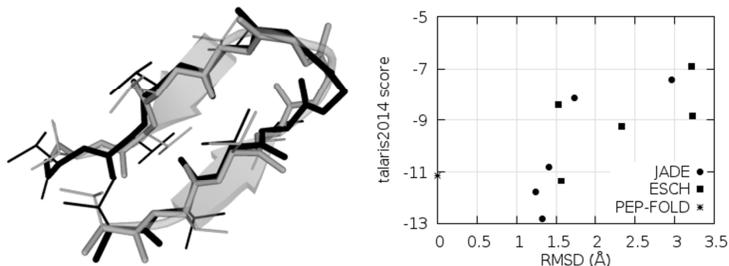


Рис. 2. Суперпозиция главных цепей пептидов, PEP-FOLD (чёрный) и JADE (серый)

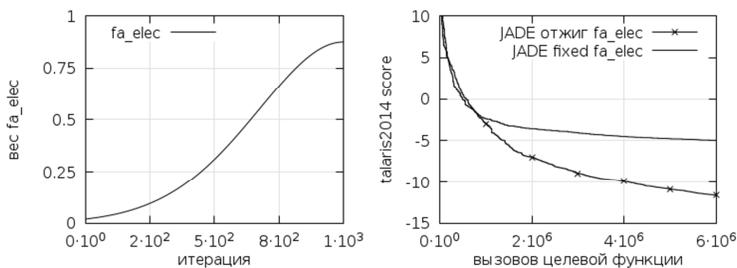


Рис. 3. Функция изменения кулоновского потенциала и сходимость для α -спирали

Выводы

На основании проведённых исследований можно заключить, что с использованием предложенной схемы эволюционные алгоритмы оптимизации способны находить оптимальную структуру коротких модельных пептидов в полноатомном разрешении. Целью дальнейшей работы является расширение схемы разбиения весов силового поля, пополнение исследуемых пептидов реальными, а также применение эволюционных алгоритмов в задаче поиска оптимального положения пептида на белке.

Литература

1. *Anfinsen C.* Principles that Govern the Folding of Protein Chains // *Science*. – Vol. 181(4096). – Jul. 1973. – Pp. 330-331.
2. *O'Meara M.J., Leaver-Fay A., Tyka M.D., Stein A., Houlihan K., DiMaio F., Bradley P., Kortemme T., Baker D., Snoeyink J., Kuhlman B.* Combined Covalent-Electrostatic Model of Hydrogen Bonding Improves Structure Prediction with Rosetta // *Journal of Chemical Theory and Computation*. – Vol. 11(2). – 2015. – Pp. 609-622.
3. *Sung S.S.* Helix Folding Simulations with Various Initial Conformations // *Biophysical Journal*. – Vol. 66. – Jan. 1994. – Pp. 1796-1803.
4. *Sung S.S.* Monte Carlo Simulations of β -Hairpin Folding at Constant Temperature // *Biophysical Journal*. – Vol. 76 – Jan. 1999. – Pp. 164-175.
5. *de Groot B.L., van Aalten D.M., Scheek R.M., Amadei A., Vriend G., Berendsen H.J.* Prediction of protein conformational freedom from distance constraints // *Proteins*. – Vol. 29(2). – Oct. 1997. – Pp. 240-251.
6. *Zhang J., Sanderson A.* JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. – Vol. 13(5). – 2009. – Pp. 945-958.
7. *Silva-Santos C. H., Goncalves M. S., Hernandez-Figueroa H. E.* Designing Novel Photonic Devices by Bio-Inspired Computing // *IEEE Photonics Technology Letters*. – Vol. 22(10). – 2010. – Pp. 1177-1179.
8. *Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P.* Optimization by Simulated Annealing // *Science*. – Vol. 220(4598). – 1983 – Pp. 671-680.
9. Heterogeneous Computing Cluster HybriLIT, <<http://hybrilit.jinr.ru/en/>>, 2015.
10. *Sumathi K., Ananthalakshmi P., Roshan M.N., Sekar K.* 3dSS: 3D structural superposition // *Nucleic Acids Research*. – Vol. 34. – Jul. 2006. – Pp. 128-132.
11. *Shen Y., Maupetit J., Derreumaux P., Tuffery P.* Improved PEP-FOLD approach for peptide and miniprotein structure prediction // *Journal of Chemical Theory and Computation*. – Vol. 10. – 2014 – Pp. 4745-4758.
12. *Thevenet P., Shen Y., Maupetit J., Guyon F., Derreumaux P., Tuffery P.* PEP-FOLD: an updated de novo structure prediction server for both linear and disulfide bonded cyclic peptides // *Nucleic Acids Research*. – Vol. 40. – 2012. – Pp. 288-293.

EVOLUTIONARY OPTIMIZATION ALGORITHMS IN PROTEIN SECONDARY STRUCTURE PREDICTION

Poluyan S.V.¹, Ershov N.M.²

¹ *Dubna State University, Faculty of Natural and Engineering Science, Dubna, Russia, svpoluyan@gmail.com*

² *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow, Russia, ershovnm@gmail.com*

This paper proposes a scheme for application of evolutionary algorithms for peptide secondary structure prediction.

Key words: protein secondary structure, conformational search, evolutionary computation, global optimization.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Севастьянов Л.А., Васильев С.А., Блинов А.И.

Российский университет дружбы народов, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

В данной работе рассматриваются задачи математического моделирования транспортных систем с использованием нейронных сетей.

Ключевые слова: транспортная задача, математическое моделирование, динамика сложных систем, нейронные сети.

Решение задач математического моделирования сложных транспортных систем на данном этапе представляет большую сложность по причине большого объема данных, которые приходится анализировать. Например, огромное количество возможных вариантов перевозок затрудняет получение достаточно экономного плана эмпирическим или экспертным путем. Применение математических методов и вычислительных в планировании перевозок дает большой экономический эффект. Транспортные задачи могут быть решены симплексным методом однако матрица системы ограничений транспортной задачи часто настолько сложна, что для ее решения разработаны специальные методы. Эти методы, как и симплексный метод, позволяют найти начальное опорное решение, а затем, улучшая его получить оптимальное решение, но этот подход требует больших затрат.

В данной работе на основе подробного анализа базовых методов численного моделирования транспортных задач [1] с использованием технологии нейронных сетей [2] для транспортных систем строится экономико-математическая модель с учетом затрат. Проведенный анализ показал, что этот подход является эффективным для решения широкого круга технических и технологических проблем проектирования, строительства и функционирования транспортных систем. В рамках этого подхода удастся создать эффективный алгоритм минимизации затрат на проектирование, строительство и эксплуатацию таких систем. Проведенный численный анализ показывает эффективность предложенного подхода.

Литература

1. Селезнев Б.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Математическое моделирование трубопроводных сетей и систем каналов. Методы, модели, алгоритмы. – М., МАКСПРЕСС, 2007 г.
2. Rahman S.A., Ansari M.S., Moinuddin A.A. Solution of linear programming problems using a neural network with nonlinear feedback. Radioengineering, 2012, vol. 21, no. 4, p. 1171-1177.

TRANSPORT SYSTEMS SIMULATION USING NEURAL NETWORKS

Sevastianov L.A., Vasilyev S.A., Blinov A.I.

Peoples' Friendship University of Russia, svasilyev@sci.pfu.edu.ru

Transport systems was studied using neural networks technology.

Key words: transportation problem, economical process simulation, dynamics of complicated systems, neural networks.

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ПОЛЯ С ПОВЕРХНОСТИ ОБЩЕГО ВИДА

Сингх Л., Сподарев А.А., Ланеев Е.Б., Муратов М.Н.

Российский Университет Дружбы Народов, preet.94.kaur@mail.ru

В данной работе рассматривается некорректно поставленная задача продолжения потенциального поля с поверхности общего вида, заданной параметрически. Устойчивое приближенное решение построено с использованием метода регуляризации Тихонова.

Ключевые слова: продолжение потенциального поля, некорректная задача, интегральное уравнение первого рода, метод регуляризации

Введение

Рассматривается задача продолжения потенциального поля [1] в цилиндрическую область прямоугольного сечения

$$D = \{(x, y, z): 0 < x < l_x, \quad 0 < y < l_y, \quad H^- < z < H^+\}$$

с поверхности, заданной параметрически,

$$S = \{(x, y, z): x = x(p, q), y = y(p, q), z = z(p, q)\}.$$

Мы считаем, что поверхность S расположена в цилиндре между плоскостями $z = H^-$ и $z = H^+$.

Продолжение потенциального поля осуществляется в рамках нечетно-периодической модели [1]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E}(M) &= 0, \quad M \in D \\ \operatorname{div} \mathbf{E}(M) &= 0, \\ \mathbf{E}|_S &= \mathbf{E}^0, \\ [\mathbf{nE}]|_{x=0, l_x} &= 0, \\ [\mathbf{nE}]|_{y=0, l_y} &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Задача (1) некорректно поставлена и для построения ее устойчивого решения необходимо применение методов регуляризации.

Построение точного и приближенного решений

Построение как точного, так приближенного решения задачи (1) производится путем сведения этой задачи сначала к смешанной задаче для уравнения Лапласа, близкой к задаче Коши. Последняя сводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. Устойчивое решение этого уравнения получено методом Фурье с использованием принципа минимума сглаживающего функционала Тихонова. Общее решение задачи (1) строится на основе решения интегрального уравнения. Доказана сходимость приближенного решения к точному решению задачи (1) при согласовании параметра регуляризации с погрешностью в данных \mathbf{E}^0 .

Выводы

Приближенное решение задачи (1) получено в виде рядов Фурье и может быть эффективно использовано для получения и исследования численного решения задачи.

Литература

[1] Ланеев Е. Б. О некоторых постановках задачи продолжения потенциального поля. // Вестник РУДН. Серия Физика. 2000. №8(1). С. 21-28.

CONTINUATION OF POTENTIAL FIELD FROM SURFACE OF GENERAL FORM

Singh L., Spodarev A.A., Laneev E.B., Muratov M.N.

Peoples' Friendship University of Russia, preet.94.kaur@mail.ru

In this article we consider the ill-posed problem of potential field continuation from the general form of the surface given parametrically. Sustainable approximate solution constructed using Tikhonov regularization method.

Keywords: continuation of potential field, ill-posed problem, integral equation of the first kind, regularization method

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ПОЛЯ

Сподарев А.А., Сингх Л., Ланеев Е.Б., Муратов М.Н.

Российский Университет Дружбы Народов, spodarev.aleksandr@yandex.ru

В данной работе рассматривается некорректно поставленная задача продолжения потенциального поля. Устойчивое приближенное решение построено с использованием метода регуляризации Тихонова.

Ключевые слова: некорректная задача, продолжение потенциального поля, интегральное уравнение первого рода, метод регуляризации Тихонова.

Введение

Рассматривается задача продолжения потенциального поля в цилиндрическую область прямоугольного сечения:

$$D(F, H) = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) < z < H\},$$

заданного на поверхности $S: z = F(x, y)$ и боковой поверхности цилиндрической области:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E}(M) &= 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{E}(M) &= 0 \\ \mathbf{E}|_S &= \mathbf{E}^0 \\ \mathbf{E}|_\Gamma &= \mathbf{E}^1, \end{aligned} \quad (*)$$

где Γ – боковая поверхность цилиндрической области D и $M \in D$. Задача (*) некорректно поставлена и для получения приближенного решения устойчивого по отношению к данным \mathbf{E}^0 и \mathbf{E}^1 необходимо применение методов регуляризации.

Построение точного и приближенного решений

Построение точного и приближенного решения задачи (*) осуществляется сведением этой задачи с использованием формул Грина к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. Устойчивое решение этого интегрального уравнения получено с использованием метода регуляризации Тихонова – метода сглаживающего функционала [2]. На основе полученного решения строится общее решение задачи (*). Доказана сходимость приближенного решения к точному решению задачи (*) при согласовании параметра регуляризации с погрешностью в данных \mathbf{E}^0 и \mathbf{E}^1 .

Выводы

Приближенное решение задачи (*) получено в виде рядов Фурье и удобно для численного решения задачи.

Литература

1. *Ланеев Е.Б.* Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: Учеб. пособие., - М.: Изд-во РУДН, 2006.
2. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.*, Методы решения некорректных задач.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. Изд. 2-е.

CONTINUATION OF A PROBLEM OF POTENTIAL FIELD

Singh L., Spodarev A.A., Laneev E.B., Muratov M.N.

Peoples' Friendship University of Russia, spodarev.aleksandr@yandex.ru

In this article we consider the ill-posed problem of potential field continuation. Sustainable approximate solution constructed using Tikhonov regularization method.

Key words: ill-posed problem, continuation of potential field, integral equation of the first kind, regularization method of Tikhonov

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНЕГО УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НЕСУЩИЕ КОНСТРУКЦИИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА, АЛГОРИТМА И КОМПЛЕКСА ПРОГРАММ МУСАЕВА В.К.

Тарасенко А.А., Стародубцев В.В., Мусаев А.В., Крылов А.И., Рыбка В.С.

Московский государственный машиностроительный университет, musayev-vk@yandex.ru

Для прогноза безопасности несущих конструкций технических систем при ударном нестационарном ударе применяется численное моделирование. Решены задачи о внешнем ударном воздействии на несущие конструкции технических систем (бесконечная пластинка).

Ключевые слова: численное моделирование, волновая динамика, метод конечных элементов, явная двухслойная схема, численный метод Мусаева В.К., алгоритм Мусаева В.К., комплекс программ Мусаева В.К., ударное воздействие, бесконечная пластинка, волны напряжений, техническая система, несущая конструкция.

1. Введение

Для прогноза безопасности несущих конструкций технических систем при внешних ударных воздействиях применяется численное моделирование уравнений нестационарной волновой теории упругости.

2. Реализация методики и алгоритма

В работах [1–5] приводится некоторая информация о практической реализации численного моделирования волн напряжений в сложных деформируемых объектах с помощью применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

3. О распространении нестационарных волн напряжений

Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями с помощью метода конечных элементов в перемещениях приведена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями. Задача с начальными условиями с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина приведена к явной двухслойной схеме.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (воздействие – сосредоточенное; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к двум). Исследуемая расчетная область имеет 22011 узловых точек. Решается система уравнений из 88044 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,25$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,459$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,255$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -0,912$.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (соотношение длины распределенной нагрузки к длине воздействия – один к десяти; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к двум). Исследуемая расчетная область имеет 22011 узловых точек. Решается система уравнений из 88044 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,604$. Сжимающее упругое нормальное

напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,862$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,608$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -1,541$.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (соотношение длины распределенной нагрузки к длине воздействия – один к пяти; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к двум). Исследуемая расчетная область имеет 22011 узловых точек. Решается система уравнений из 88044 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,852$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,808$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,778$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -1,361$.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (воздействие – сосредоточенное; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к одному). Исследуемая расчетная область имеет 42021 узловую точку. Решается система уравнений из 168084 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,133$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,036$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,136$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -0,153$.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (соотношение длины распределенной нагрузки к длине воздействия – один к десяти; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к одному). Исследуемая расчетная область имеет 42021 узловую точку. Решается система уравнений из 168084 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,333$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,096$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,353$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -0,378$.

Решена задача о распространении нестационарных упругих волн в пластинке (соотношение длины распределенной нагрузки к длине воздействия – один к пяти; соотношение толщины пластинки к длине волны воздействия – один к одному). Исследуемая расчетная область имеет 42021 узловую точку. Решается система уравнений из 168084 неизвестных. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = 0,493$. Сжимающее упругое нормальное

напряжение $\bar{\sigma}_x$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_x = -0,132$. Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = 0,493$. Сжимающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ имеет следующее максимальное значение $\bar{\sigma}_y = -0,539$.

Авторы выражают благодарность Мусаеву В.К. за внимание к работе.

4. Выводы

1. Для прогноза безопасности несущих конструкций технических систем при упругом нестационарном ударном воздействии применяется численное моделирование.
2. Решены задачи о внешнем ударном воздействии на несущие конструкции технических систем (бесконечная пластинка).

Литература

1. Мусаев В.К. Оценка точности и достоверности численного моделирования при решении задач об отражении и интерференции нестационарных упругих волн напряжений // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1 (часть 7). – С. 1184–1187.
2. Мусаев В.К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 222–226.
3. Мусаев В.К. Численное моделирование нестационарных упругих волн напряжений в некоторых задачах методического характера // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 11 (часть 2). – С. 227–230.
4. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 135–146.
5. Musayev V.K. On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015. – Volume 11, Issue 1. – P. 147–156.

NUMERICAL SIMULATION OF THE EXTERNAL IMPACT ON THE SUPPORTING STRUCTURES OF TECHNICAL SYSTEMS WITH USING NUMERICAL METHOD, ALGORITHM AND PROGRAM COMPLEX MUSAYEV V. K.

Tarasenko A.A., Starodubtsev V.V., Musayev A.V., Krylov A.I., Fish V.S.
Moscow state University of mechanical engineering, musayev-vk@yandex.ru

To predict the safety of load-bearing structures of the technical systems with elastic unsteady shock action applied numerical modeling. Solved problems of external blast effects on structures of technical systems (infinite plate).

Key words: numerical modeling, wave dynamics, finite element method, explicit two-layer scheme, the numerical method Musayev V.K., algorithm Musayev V.K., complex programs Musayev V.K., shock, infinite plate, wave stress, technical system, supporting structure.

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОДА ВОЛНОВОДОВ СРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОТКРЫТЫХ ПЛАВНО-НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Тютюнник А.А.

Российский университет дружбы народов, nastya.tyutyunnik@gmail.com

В работе получена система обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентных функций в плавно-нерегулярном волноводе для направляемых мод.

Ключевые слова: метод волноводов сравнения, адиабатические волноводные моды, плавно-нерегулярный волновод.

Введение

Для исследования открытых нерегулярных волноводов с плавной (слабой) нерегулярностью часто используется метод волноводов сравнения, предложенный впервые Б.З. Каценеленбаумом для закрытых волноводов [1] и обобщенный В.В. Шевченко на открытые волноводы [2].

В основе метода волноводов сравнения лежит адиабатическое приближение асимптотического разложения локально-плоских волн, упрощенное двумя дополнениями: 1) в производных адиабатических волноводных мод учитываются только вклады нулевого порядка; 2) вместо касательных плоскостей в точках нерегулярных границ для формулировки граничных условий используются их приближения «горизонтальными проекциями».

Использование второго предположения сводит перечисление полной системы мод, используемой в методе, к системе мод регулярного волновода сравнения. Использование первого предположения приводит к появлению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) для коэффициентов разложения общего решения в методе волноводов сравнения, введенной Б.З. Каценеленбаумом и обобщенной В.В. Шевченко.

Основная часть

Рассмотрим плавно-нерегулярный волновод (со слабой нерегулярностью), представленный на рис. 1. Рассматриваем случай, когда $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$.

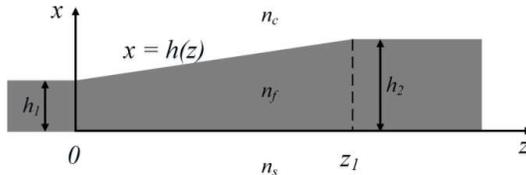


Рис. 1. Схема плавно-нерегулярного волновода.

Выражения для электромагнитного поля в волноводе содержат как прямые, так и обратные волны [3]. Общее решение для нерегулярного волновода, изображенного на рис. 1 имеет вид:

$$\psi(x, z) = \psi^+(x, z) + \psi^-(x, z) \quad (1)$$

где

$$\psi^+(x, z) = \sum_j C_j^+(z) \psi_j^+(x; z) + \int_{-n_s}^{\infty} dk_s C_s^+(k_s, z) \psi_j^+(k_s, x; z) +$$

$$+ \int_{-n_c}^{\infty} dk_c C_c^+(k_c, z) \psi_j^+(k_c, x; z), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \psi^-(x, z) = & \sum_j C_j^-(z) \psi_j^-(x; z) + \int_{-n_s}^{\infty} dk_s C_s^-(k_s, z) \psi_j^-(k_s, x; z) + \\ & + \int_{-n_c}^{\infty} dk_c C_c^-(k_c, z) \psi_j^-(k_c, x; z) \end{aligned} \quad (3)$$

При этом производные от $\psi^+(x, z)$ и от $\psi^-(x, z)$ записываются, с учетом условия 1), в виде

$$\frac{\partial \psi^+(x, z)}{\partial z} = -i \sum_j \beta_j^+(z) C_j^+(z) \psi_j^+(x; z) - i \int_{-n_s}^{\infty} dk_s \beta^+(k_s) C_s^+(k_s, z) \psi_j^+(k_s, x; z) - \\ - i \int_{-n_c}^{\infty} dk_c \beta^+(k_c) C_c^+(k_c, z) \psi_j^+(k_c, x; z) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \psi^-(x, z)}{\partial z} = -i \sum_j \beta_j^-(z) C_j^-(z) \psi_j^-(x; z) - i \int_{-n_s}^{\infty} dk_s \beta^-(k_s) C_s^-(k_s, z) \psi_j^-(k_s, x; z) - \\ - i \int_{-n_c}^{\infty} dk_c \beta^-(k_c) C_c^-(k_c, z) \psi_j^-(k_c, x; z) \quad (5)$$

Здесь $\beta^\pm(z)$ – коэффициент замедления прямых и обратных волноводных мод волноводов сравнения в сечении z , а $\psi_j^\pm(x, z) = \Psi^\pm(x; z) e^{\mp i k_0 \int_{z_0}^z \beta(z) dz}$, где $\Psi(x; z) e^{\pm i k_0 \beta(z)}$ – соответствующие волноводные моды регулярных волноводов сравнения.

С учетом слабой нерегулярности на первом этапе рассмотрения будем учитывать вклад только дискретного спектра и только прямых волн. В этом случае формулы (2) и (4) для прямых волн примут вид:

$$\psi^+(x, z) = \sum_j C_j^+(z) \psi_j^+(x; z) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi^+(x, z)}{\partial z} = -i \sum_j \beta_j^+(z) C_j^+(z) \psi_j^+(x; z) \quad (7)$$

Продифференцируем (6) по z и подставим полученное в (7). Разложение (7) также продифференцируем по z , получившееся выражение и (6) подставим в уравнение Гельмгольца:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi^+(x, z) + k^2 \psi^+(x, z) = 0 \quad (8)$$

Учитывая, что $\frac{\partial^2 \psi^+(x, z)}{\partial x^2} = \chi_j^2(x; z) \psi_j^+(x; z)$, получим следующие два разложения:

$$\begin{cases} \sum_j \left(\frac{dC_j^+(z)}{dz} - i \beta_j^+(z) C_j^+(z) (k_0 - 1) \right) \psi_j^+(x; z) = 0 \\ \sum_j \left[C_j^+(z) \chi_j^2(x; z) \psi_j^+(x; z) + i \beta_j^+(z) \frac{dC_j^+(z)}{dz} \psi_j^+(x; z) + \right. \\ \left. + \left(k_0 (\beta_j^+(z))^2 - i \frac{d\beta_j^+(z)}{dz} + 1 \right) C_j^+(z) \psi_j^+(x; z) \right] = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Полученную систему поочередно умножим скалярно на сопряженные функции $\overline{\psi_k^+(x; z)}$, и, учитывая условие ортогональности $\int \psi_j \overline{\psi_k} = \delta_{jk}$, получим следующую систему дифференциальных $2N$ уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dz} + i(k_0 - 1) \mathbb{B}(z) \right) \vec{C}^+(z) = 0 \\ \left(i \mathbb{B}(z) \frac{d}{dz} + \mathbb{P}(z) \right) \vec{C}^+(z) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\mathbb{B}(z) = \begin{pmatrix} \beta_1^+(z) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \beta_n^+(z) \end{pmatrix}, \quad \vec{C}^+(z) = \begin{pmatrix} C_1^+(z) \\ \vdots \\ C_n^+(z) \end{pmatrix}, \quad \mathbb{P}(z) = \begin{pmatrix} p_{11}(z) & \dots & p_{1n}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}(z) & \dots & p_{nn}(z) \end{pmatrix}.$$

При этом $p_{jk}(z) = \int \chi_j^2(x; z) \psi_j^+(x; z) \overline{\psi_k^+(x; z)} dx + \left(k_0 (\beta_j^+(z))^2 - i \frac{d\beta_j^+(z)}{dz} + 1 \right) \delta_{jk}$.

Если рассматривать случай, когда $n = 1$, получаем следующие дифференциальные уравнения для коэффициентной функции:

$$\begin{cases} \frac{dC^+(z)}{dz} - i(k_0 - 1)\beta^+(z)C^+(z) = 0 \\ i\beta^+(z)\frac{dC^+(z)}{dz} + (S(z) + k_0(\beta^+(z))^2 - i\frac{d\beta^+(z)}{dz} + 1)C^+(z) = 0 \end{cases}, \quad (11)$$

или

$$\frac{d^2C^+(z)}{dz^2} - \frac{1}{\beta^+(z)}\left(i(S(z) + k_0(\beta^+(z))^2 + 1) + 2\frac{d^2\beta^+(z)}{dz^2}\right)\frac{dC^+(z)}{dz} = 0, \quad (12)$$

где $S(z) = \int \chi^2(x; z)\psi^+(x; z)\overline{\psi^+(x; z)}dx$.

Полученные формулы для коэффициентной функции при $n = 1$ аналогичны формулам, выведенным Шевченко [2] для открытых плавно-нерегулярных волноводов с одноточечным дискретным спектром. Система (11) представляет собой более общий случай, соответствует N модам.

Таким образом, в работе мы получили систему ОДУ для коэффициентных функций, а значит и расчетную формулу метода волновода сравнения в случае наличия N направляемых мод (дискретного спектра). Для расчета распространения поляризованного электромагнитного излучения осталось проинтегрировать полученную систему ОДУ.

Выводы

В работе получена система ОДУ для коэффициентных функций, т.е. расчетная формула метода волновода сравнения в случае наличия N направляемых мод (дискретного спектра). Для расчета распространения поляризованного электромагнитного излучения осталось проинтегрировать полученную систему ОДУ. При $n = 1$ формулы аналогичны формулам, выведенным Шевченко для открытых плавно-нерегулярных волноводов с одноточечным дискретным спектром.

Литература

1. Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами. – М.: Изд. АН СССР, 1961.
2. Шевченко В.В. Плавные переходы в открытых волноводах. – М.: Наука, 1969.
3. Шевченко В.В. Прямые и обратные волны: три определения, их взаимосвязь и условия применимости. – УФН 177 301–306 (2007).

CALCULATION MODEL OF COEFFICIENTS FUNCTIONS FOR METHOD OF COMPARATIVE WAVEGUIDES FOR OPEN SMOOTHLY-IRREGULAR WAVEGUIDES

Tyutyunnik A.A.

Peoples' Friendship University of Russia.nastya.tyutyunnik@gmail.com

The work is dedicated to obtaining Ordinary Differential Equations system for coefficients functions in case of smoothly-irregular waveguide and considering only guided modes.

Key words: method of comparative waveguides, adiabatic waveguide modes, smoothly-irregular waveguide.

РЕШЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

Хай Л.Л., Гусев А.А., Виницкий С.И., Чулуунбаатар О

Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна, gooseff@jinr.ru

Представлен анализ решений задачи рассеяния волноводного типа для системы ОДУ с кусочно-постоянными коэффициентами на оси с разным числом открытых каналов в двух асимптотических областях. Дано сравнение результатов, полученных решением краевой задачи методом конечных элементов на конечном интервале и используя представления собственных функций на оси в виде линейных комбинаций фундаментальных решений, при фиксированном значении спектрального параметра энергии с неизвестными коэффициентами.

Ключевые слова: задача на собственные значения, система ОДУ, метод конечных элементов.

Введение

Исходная многоканальная задача рассеяния формулируется при фиксированном вещественном значении спектрального параметра энергии E на всей оси $z \in (-\infty, +\infty)$ для системы N обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) типа [1]

$$\left(-\mathbf{I} \frac{d^2}{dz^2} + \mathbf{V}(z) - EI \right) \Phi(z) = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, $\mathbf{V}(z)$ – симметричная матрица вещественных кусочно-постоянных потенциалов размерностью $N \times N$,

$$\mathbf{V}_{ij}(z) = \mathbf{V}_{ij}(z) = \{ \mathbf{V}_{ij,1}, z \leq z_1; \mathbf{V}_{ij,2}, z \leq z_2; \dots; \mathbf{V}_{ij,k-1}, z \leq z_{k-1}; \mathbf{V}_{ij,k}, z > z_{k-1} \}. \quad (2)$$

Как известно, поведение решений системы ОДУ с постоянными коэффициентами определяется набором решений p_{im}^2 секулярного уравнения. При этом для вещественных симметричных $\mathbf{V}_{ij,m}$ возможны N_o пар осциллирующих решений с постоянной амплитудой, которые интерпретируются как волны движущиеся слева направо $X_i^{(\rightarrow)}(z) = C_{im} \exp(ip_{im}z)$ и справа налево $X_i^{(\leftarrow)}(z) = C_{im}^* \exp(-ip_{im}z)$, и $N - N_o$ пар экспоненциальных $X_i^{(\pm)}(z) \sim C_{im}^{\pm} \exp(\pm q_{im}z)$ решений. В асимптотических областях $z \leq z_1$ и $z \geq z_{k-1}$, первый случай интерпретируется как открытый канал, а второй случай как закрытый канал, оставляются только решения $X_i^{(\leftarrow)} = C_{im}^* \exp(q_{i,1}z)$, $z \leq z_1$, $X_i^{(\leftarrow)} = C_{im}^- \exp(-q_{i,k}z)$, $z \geq z_{k-1}$, убывающие при $|z| \rightarrow \infty$. Предполагая, что при $z \leq z_1$ имеется N_o^L пар осциллирующих решений, а при $z \geq z_{k-1}$, таких пар N_o^R , асимптотические условия для многоканальной задачи рассеяния запишем в виде

$$\Phi_{\rightarrow}^{as}(z) = \begin{cases} \Phi^0(z) = \mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z) + \mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{R}_{\rightarrow} + \mathbf{X}_{\max}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{R}_{\rightarrow}^c, & z \leq z_1, \\ \Phi^k(z) = \mathbf{X}_{\max}^{(\rightarrow)}(z) \mathbf{T}_{\rightarrow} + \mathbf{X}_{\max}^{(\rightarrow)}(z) \mathbf{T}_{\rightarrow}^c, & z \geq z_{k-1}, \end{cases} \quad (3a)$$

$$\Phi_{\leftarrow}^{as}(z) = \begin{cases} \Phi^0(z) = \mathbf{X}_{\max}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{T}_{\leftarrow} + \mathbf{X}_{\max}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{T}_{\leftarrow}^c, & z \leq z_1, \\ \Phi^k(z) = \mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z) + \mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{R}_{\leftarrow} + \mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z) \mathbf{R}_{\leftarrow}^c, & z \geq z_{k-1}. \end{cases} \quad (3b)$$

Здесь $\Phi_{\rightarrow}^{as}(z) = (\Phi_{1;\rightarrow}^{as}(z), \dots, \Phi_{N_o^L;\rightarrow}^{as}(z))$ и $\Phi_{\leftarrow}^{as}(z) = (\Phi_{1;\leftarrow}^{as}(z), \dots, \Phi_{N_o^R;\leftarrow}^{as}(z))$ матрицы-

решения размерностью $1 \times N_o^L$ и $1 \times N_o^R$, иными словами, соответственно, имеется

N_o^L линейно независимых решений, описывающих волну, падающую слева направо и

N_o^R линейно независимых решений, описывающих волну, падающую справа налево.

Матрицы $\mathbf{X}_{\min}^{(\rightarrow)}(z)$, $\mathbf{X}_{\min}^{(\leftarrow)}(z)$ размерностью $1 \times N_O^L$ и матрицы $\mathbf{X}_{\max}^{(\rightarrow)}(z)$, $\mathbf{X}_{\max}^{(\leftarrow)}(z)$ размерностью $1 \times N_O^R$ – фундаментальные асимптотические решения на левой и правой границах интервала, описывающие движение волны в направлении, указанном стрелкой. Матрицы $\mathbf{X}_{\min}^{(c)}(z)$ размерностью $1 \times (N - N_O^L)$ и $\mathbf{X}_{\max}^{(c)}(z)$ размерностью $1 \times (N - N_O^R)$ фундаментальные асимптотически убывающие решения на левой и правой границах интервала. Элементы этих матриц есть матрицы-столбцы размерностью $N \times 1$. Отсюда следует, что матрицы амплитуд отражения \mathbf{R}_{\rightarrow} и \mathbf{R}_{\leftarrow} – квадратные матрицы размерностью $N_O^L \times N_O^L$ и $N_O^R \times N_O^R$, а матрицы амплитуд прохождения \mathbf{T}_{\rightarrow} и \mathbf{T}_{\leftarrow} – прямоугольные матрицы размерностью $N_O^R \times N_O^L$ и $N_O^L \times N_O^R$. Вспомогательные матрицы $\mathbf{R}_{\rightarrow}^c$, $\mathbf{T}_{\rightarrow}^c$, $\mathbf{R}_{\leftarrow}^c$, $\mathbf{T}_{\leftarrow}^c$ – прямоугольные, их размерность $(N - N_O^L) \times N_O^L$, $(N - N_O^R) \times N_O^L$, $(N - N_O^L) \times N_O^R$, $(N - N_O^R) \times N_O^R$, соответственно.

Для вещественных потенциалов (2) из условия сохранения вронскиана, следует, что матрицы амплитуд отражения и прохождения удовлетворяют следующим свойствам

$$\mathbf{T}_{\rightarrow}^{\dagger} \mathbf{T}_{\rightarrow} + \mathbf{R}_{\rightarrow}^{\dagger} \mathbf{R}_{\rightarrow} = \mathbf{I}_L, \quad \mathbf{T}_{\leftarrow}^{\dagger} \mathbf{T}_{\leftarrow} + \mathbf{R}_{\leftarrow}^{\dagger} \mathbf{R}_{\leftarrow} = \mathbf{I}_R, \quad \mathbf{T}_{\rightarrow}^{\dagger} \mathbf{R}_{\leftarrow} + \mathbf{R}_{\rightarrow}^{\dagger} \mathbf{T}_{\leftarrow} = \mathbf{0}_1,$$

$$\mathbf{T}_{\leftarrow}^{\dagger} \mathbf{R}_{\rightarrow} + \mathbf{R}_{\leftarrow}^{\dagger} \mathbf{T}_{\rightarrow} = \mathbf{0}_2, \quad \mathbf{T}_{\rightarrow}^T = \mathbf{T}_{\leftarrow}, \quad \mathbf{R}_{\rightarrow}^T = \mathbf{R}_{\leftarrow}, \quad \mathbf{R}_{\leftarrow}^T = \mathbf{R}_{\rightarrow},$$

где $\mathbf{I}_L = \{\delta_{ij}^{N_O^L}\}_{ij=1}^{N_O^L}$, $\mathbf{I}_R = \{\delta_{ij}^{N_O^R}\}_{ij=1}^{N_O^R}$ – единичные, а $\mathbf{0}_1 = \{0\}_{i=1}^{N_O^L} \{N_O^R\}_{j=1}^{N_O^R}$, $\mathbf{0}_2 = \{0\}_{i=1}^{N_O^R} \{N_O^L\}_{j=1}^{N_O^L}$ – нулевые матрицы. Из амплитуд отражения и прохождения составляется унитарная и симметричная матрица рассеяния \mathbf{S} размерностью $N_O \times N_O$, $N_O = N_O^L + N_O^R$:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{\rightarrow} & \mathbf{T}_{\leftarrow} \\ \mathbf{T}_{\rightarrow} & \mathbf{R}_{\leftarrow} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}^{\dagger} \mathbf{S} = \mathbf{S} \mathbf{S}^{\dagger} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{I} = \{\delta_{ij}^{N_O}\}_{ij=1}^{N_O}.$$

Искомые решения этой задачи на оси и матрица рассеяния вычислялись с помощью программы SMATR, используя представления решений в виде линейных комбинаций тригонометрических и экспоненциальных функций с неизвестными коэффициентами при фиксированном значении спектрального параметра энергии E .

Результаты использовались для оценки точности решения задачи с редуцированными граничными условиями в граничных точках конечного интервала методом конечных элементов с помощью программы KANTBP 4M [2] реализованной в системе Maple [3].

1. Решение задачи сшивкой фундаментальных решений

В алгоритме в двух последовательных циклах $i_o^L = 1, \dots, N_O^L$ и $i_o^R = 1, \dots, N_O^R$ реализуется последовательность шагов:

Шаг 1. На интервалах $z \in (-\infty, z_1)$, $z \in (z_{k-1}, +\infty)$, строится одно из асимптотических состояний многоканальной задачи рассеяния $\Phi_{\rightarrow}^{as}(z) = (\Phi_{1;\rightarrow}^{as}(z), \dots, \Phi_{N_O^L;\rightarrow}^{as}(z))$ и

$\Phi_{\leftarrow}^{as}(z) = (\Phi_{1;\leftarrow}^{as}(z), \dots, \Phi_{N_O^R;\leftarrow}^{as}(z))$ согласно (3а) и (3б). В рассматриваемом случае, когда матрицы эффективные потенциалы диагональные на интервалах $z \in (-\infty, z_1)$, $z \in (z_{k-1}, +\infty)$, т.е. $V_{ij;1} = V_{jj;1} \delta_{ij}$, $V_{ij;k} = V_{jj;k} \delta_{ij}$, элементы матриц фундаментальных асимптотических решений содержат только одну ненулевую компоненту, т.е. определяются внутрестрочными формулами после формулы (2) с коэффициентами

$C_{is} = C_{is}^* = p_{s1}^{-1/2} \delta_{is}$, $C_{is} = C_{is}^* = p_{sk}^{-1/2} \delta_{is}$, $C_{is}^{\pm} = \delta_{is}$, $i, s = 1, \dots, N$ показатели экспонент определяются по формулам $p_{s1} = (E - V_{ss,1})^{1/2} > 0$, $s=1, \dots, N_o^L$, $q_{s1} = (V_{ss,1} - E)^{1/2} \geq 0$, $s = N_o^L + 1, \dots, N$ или $p_{sk} = (E - V_{ss,k})^{1/2} > 0$, $s=1, \dots, N_o^R$, $q_{sk} = (V_{ss,k} - E)^{1/2} \geq 0$, $s = N_o^R + 1, \dots, N$.

Шаг 2. На каждом из внутренних подынтервалов $z \in [z_m, z_{m+1}]$, где m пробегает значения $m=2, \dots, k-1$, ищется общее решение $\Phi^m(z)$, системы ОДУ с постоянными коэффициентами $V_{ij,m}$ при фиксированном спектральном параметре E зависящее от $2N$ параметров $C_{2N(m-2)+1}, \dots, C_{2N(m-1)}$. Также вычисляется производная полученного решения.

Шаг 3. Вычисляются и приравниваются нулю разности $(\Phi^m(z) - \Phi^{m-1}(z)) \Big|_{z=z_m}$ и $\frac{d}{dz}(\Phi^m(z) - \Phi^{m-1}(z)) \Big|_{z=z_m}$ при $m=1, \dots, k-1$, где $\Phi^0(z)$ и $\Phi^k(z)$ даётся из соответствующего асимптотического решения $\Phi_{i_o^L \rightarrow}^{as}(z)$ из (3а) или $\Phi_{i_o^R \leftarrow}^{as}(z)$ из (3б).

Из полученной неоднородной системы $2N(k-1)$ уравнений определяются набор $2N(k-1)$ неизвестных, $C_1, \dots, C_{2N(k-2)}$, из которых строится решение $\Phi_{i_o^L}(z)$ или $\Phi_{i_o^R}(z)$ и, в

зависимости от i_o^L или i_o^R набор $(R_{\rightarrow})_{1_o^L}, \dots, (R_{\rightarrow})_{N_o^L o^L}, (R_{\leftarrow}^C)_{N_o^L o^L + 1_o^L}, \dots, (R_{\leftarrow}^C)_{N_i o^L}, (T_{\rightarrow})_{1_o^L}, \dots, (T_{\rightarrow})_{N_o^R o^L}, (T_{\leftarrow}^C)_{N_o^R o^L + 1_o^L}, \dots, (T_{\leftarrow}^C)_{N_i o^L}$ или набор $(R_{\leftarrow})_{1_o^R}, \dots, (R_{\leftarrow})_{N_o^R o^R}, (R_{\rightarrow}^C)_{N_o^R o^R + 1_o^R}, \dots, (R_{\rightarrow}^C)_{N_i o^R}, (T_{\leftarrow})_{1_o^R}, \dots, (T_{\leftarrow})_{N_o^L o^R}, (T_{\rightarrow}^C)_{N_o^L o^R + 1_o^R}, \dots, (T_{\rightarrow}^C)_{N_i o^R}$.

Замечание. Система, построенная на шаге 3 может быть решена в два этапа, сначала она сводится к системе $4N$ уравнений исключением $2N(k-3)$ переменных из набора $C_1, \dots, C_{2N(k-2)}$, в двух последовательных циклах $i_o^L = 1, \dots, N_o^L$ и $i_o^R = 1, \dots, N_o^R$ решается система $4N$ уравнений относительно $2N$ переменных из набора $C_1, \dots, C_{2N(k-2)}$, с помощью которых строится решение $\Phi_{i_o^L}(z)$ или $\Phi_{i_o^R}(z)$, и $2N$ соответствующих элементов матриц амплитуд прохождения и отражения указанных выше.

2. Решение задачи МКЭ

Решалась краевая задача для системы $N=3$ уравнений с эффективными потенциалами из работы [2]

$$V(z) = \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, z < -2; \begin{pmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 10 \end{pmatrix}, -2 \leq z \leq 2; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, z > 2; \end{array} \right\}, \quad (4)$$

с условиями третьего рода на конечном интервале, которые определялись из асимптотических решений многоканальной задачи рассеяния (1)–(3). Для решения краевой задачи была выбрана равномерная конечноэлементная сетка $z_{\min} = -6$, $h_j = 1, \dots, 30 = 0.4$, $z_{\max} = 6$ с эрмитовыми элементами седьмого порядка ($k_{\max} = 7$, $p = (2, 3)$, $p' = 7$ сохраняющими непрерывность первой производной в приближённых решениях. Вычисления проводились при $\text{Digits} = 16$ значащих цифрах. При заданном $E = 3.8$ для падающей волны слева имеется один открытый канал $N_o^L = 1$, а справа – два открытых канала $N_o^R = 2$. Компоненты решений $\Phi_{1 \rightarrow}(z)$, $\Phi_{1 \leftarrow}(z)$, $\Phi_{2 \leftarrow}(z)$ краевой задачи на конечноэлементной сетке и элементы S -матрицы представлены на рис. 1.

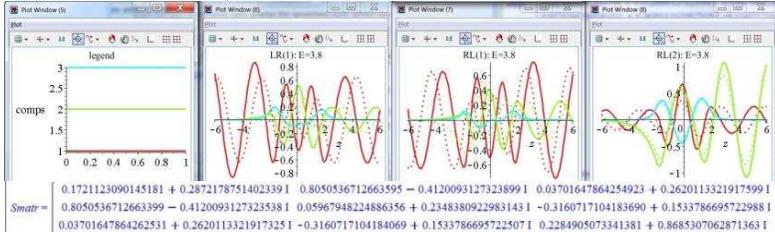


Рис. 1. Собственные функции $\Phi_{1\rightarrow}(\zeta)$, $\Phi_{1\leftarrow}(\zeta)$, $\Phi_{2\leftarrow}(\zeta)$ многоканальной задачи рассеяния для системы трёх ОДУ (1)-(4) при $E=3.8$.

Сравнение результатов выполнения программы KANTBP 4M с результатами, полученными из системы уравнений с помощью программы SMATR, даёт погрешность $\text{accu} = S_m - \text{Smatr}$ вычисления квадратных матриц амплитуд отражения R_{\rightarrow} и R_{\leftarrow} размерностью 1×1 и 2×2 , и прямоугольных матриц амплитуд прохождения T_{\rightarrow} и T_{\leftarrow} размерностью 2×1 и 1×2 порядка $\text{accu} \sim 10^{-13}$. С такой же погрешностью выполняются условия симметричности, и унитарности S -матрицы.

Выводы

Исследована математическая модель и дан анализ решений многоканальной задачи рассеяния на оси редуцированной к краевой задаче для системы ОДУ второго порядка на конечном интервале с кусочно-постоянными потенциалами, подобная поперечным модам модели волноводного типа [1]. Численным экспериментом показано, что решение редуцированной краевой задачи на конечном интервале с помощью программы KANTBP 4M [2] точно совпадает с решением задачи на оси.

Работа поддержана РФФИ (грант 14-01-00420).

Литература

1. Gevorkyan M. N., Kulyabov D. S., Lovetskiy K. P., Sevastyanov A. L. and Sevastyanov L. A. Waveguide modes of a planar optical waveguide // Mathematical modeling and geometry. – Vol. 3. – N. 1 – 2015 – Pp. 43–63.
2. Гусев А.А., Хай Л.Л., Чулуунбаатар О., Виницкий С.И., Программа KANTBP 4M решения краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, 2015 – <http://wwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/kantbp4m>.
3. Maple // [<http://www.maplesoft.com>].

SOLUTION OF THE MULTICHANNEL SCATTERING PROBLEM WITH CONSTANT-PIECEWISE POTENTIALS

Hay L.L., Gusev A.A., Vinitsky S.I., Chuluunbaatar O,
 Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, gooseff@jinr.ru

The analysis of the solutions of the scattering problem of the waveguide type of ODE systems with piecewise constant coefficients on the axis with different numbers of open channels in two asymptotic regions is presented. A comparison of the results obtained by the solution of the boundary value problem by the finite element on a finite interval and using the representations of eigenfunctions on the axis as a linear combination of fundamental solutions, at fixed value of energy spectral parameter, depending on unknown coefficients is given.

Key words: multichannel scattering problem, the ODE system, the finite element method.

МЕТОД ПОЛНОГО И РАССЕЯННОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УДАЛЕННОГО ИСТОЧНИКА ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Шарапова А.А.

Российский университет дружбы народов, asharapovarudn@gmail.com

Метод полного и рассеянного поля применяется для моделирования источников волн, находящихся на большом расстоянии от предмета моделирования методом конечных разностей во временной области. В данной работе рассмотрены понятия полного и рассеянного поля, принцип действия метода полного и рассеянного поля и его применение в моделировании удаленного источника плоской волны методом конечных разностей. Приведен 2D пример.

Ключевые слова: метод конечных разностей во временной области, FDTD, метод полного и рассеянного поля.

Введение

Метод полного и рассеянного поля (далее TF/SF) является способом моделирования внешних источников электромагнитного излучения для метода конечных разностей во временной области. Данный метод основан на линейности уравнений Максвелла: полное поле может быть разделено на падающее поле, которое предполагается известным во всех точках пространства в любой момент времени и рассеянное поле, представляющее собой результат взаимодействия падающей волны с рассматриваемыми телами, называемыми «рассеивателями».

В этой работе описывается данный метод и приводится пример его работы в случае для двух измерений.

Формулировка метода полного и рассеянного поля

Как уже говорилось, полное поле является векторной суммой падающего и рассеянного полей. Расчетная область делится на две части: регион рассеянного поля (далее регион 1) и регион полного поля (далее регион 2). Расчетная область окружается поглощающими границами (например PML). Рассеиватель помещается в регион 2.

Далее, в регионе 1 задается источник электромагнитного излучения. Электромагнитная волна вводится из региона 1 в пространство, содержащее рассеиватель через TF/SF границу. Рассчитывается полное поле после рассеивания волны на рассеивателе. В это же время вычисляется распространение электромагнитной волны в регионе 1. На границе TF/SF контура осуществляется вычитание падающего поля (поля региона 1) из полного поля (поля региона 2), в результате чего вне TF/SF имеет место только рассеянное поле. Схема метода показана на рис. 1.

Внутри региона 2 полное поле должно удовлетворять уравнениям:

$$\nabla \times \vec{E}_{tot} = -\mu \frac{\partial \vec{H}_{tot}}{\partial t} - \sigma_m \vec{H}_{tot}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H}_{tot} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}_{tot}}{\partial t} + \sigma \vec{E}_{tot}. \quad (2)$$

Внутри региона 1 рассеянное поле должно удовлетворять уравнениям:

$$\nabla \times \vec{E}_{scat} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_{scat}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H}_{scat} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_{scat}}{\partial t}. \quad (4)$$

Здесь μ и ε - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемость среды, μ_0 и ε_0 - электрическая и магнитная постоянные, σ и σ_m - электропроводность и ее магнитный аналог, индексы tot и scat используются для обозначения полного и рассеянного поля соответственно.



Рис. 1. Иллюстрация к методу полного и рассеянного поля

Выводы

В этой работе был рассмотрен метод полного и рассеянного поля и приведен пример его работы в случае для двух измерений.

Литература

1. Inana S.I., Marshall R.A. Numerical Electromagnetics: The FDTD Method// Cambridge university press. – 2011 – 405 с.
2. Schneider J. B. Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method, 2010. - www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd
3. Taflov A. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method// Artech House. - 1995 – 602 с.

TOTAL-FIELD/SCATTERED-FIELD FORMULATION FOR SIMULATION OF THE PLANE WAVE GENERATED A GREAT DISTANCE AWAY

Sharapova A. A.

The Peoples' Friendship University of Russia, sharapovarudn@gmail.com

Total-field/scattered-field formulation is used in FDTD for simulation of the external wave source. This paper presents a brief review of the said method and its use in simulation of a plane wave generated a great distance away. A 2D example simulation is presented.

Key words: finite-difference time-domain, FDTD, total-field/scattered-field formulation

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ВОЗГОРАНИЯ И ЗАДЫМЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВИДЕОПОТОКА

Шибашова А.Г., Стадник А.В.

Государственное образовательное учреждение высшего Московского области
«Университет «Дубна»», shibashova.anastasiya@mail.ru

Данная работа посвящена разработке способа обнаружения пламени в цифровом видеопотоке, который позволил бы быстро, максимально точно и с низкими затратами вычислительных ресурсов определять наличие огня и дыма на изображении. Построение алгоритма разбито на этапы, которые позволяют отбросить с каждым этапом области изображения, которые не удовлетворяют представленным критериям. Этапы алгоритма учитывают следующие характеристики открытого огня: характерный цвет, непрерывное мерцание, характерная текстура огня.

Ключевые слова: компьютерное зрение, детекция огня и дыма, цветовой фильтр.

Введение

Решению данной задачи посвящено большое количество работ [1-3], где исследуются различные характеристики открытого огня и дыма, которые можно извлечь из видеопотока с использованием частотно-временного анализа, различных вариантов анализа текстуры огня, построение мульти-гауссового распределения для описания цветовых характеристик пикселей принадлежащих огненным регионам [2], фильтр контрастности, оператор Соболя, а также дискретное вейвлет-преобразование и множество других подходов.

Цветовой фильтр

Под термином «подозрительная область» понимается некоторая область на сцене, которая имеет похожие на огонь характеристики, в дальнейшем эти зоны подвергаются более тщательному анализу. Разделение пространства сцены позволяет не тратить ресурсы вычислительной системы на обработку зон, не представляющих никакого интереса.

Для работы была набрана база данных изображений огня из открытых источников. Суммарно в этой базе изображений выделено около 32 миллионов пикселей, принадлежащих огню и дыму. Цветовой фильтр, в данном случае - это набор правил для определения, того что данный пиксель окрашен в цвет соответствующий одной из различных вариаций окраски открытого огня. Пиксели изображения, прошедшие все этапы цветового фильтра заносятся в карту огненно-окрашенных пикселей, которая определяет области, которые будут подвергаться обработке следующими этапами алгоритма.

После анализа распределения цветовых компонент пикселей принадлежащих огню, подтвердилось, что пиксели огня занимают довольно узкие области пространства RGB. Следовательно, принадлежность пикселя к одной из этих областей можно использовать, как первый критерий того, что в кадре присутствует огонь. Это позволит отбросить множество изначально неинтересных для данной задачи областей изображения и существенно сократить ресурсы уже на данном этапе алгоритма.

Убедившись в коррелированности цветов огненных пикселей, та же самая статистика была построена в пространстве HSV. Результат можно увидеть на рис.1. Он более показателен, чем результат в пространстве RGB, поскольку значение Hue представляет собой восприятие цвета человеком, а у огня характерный узкий диапазон цветов.

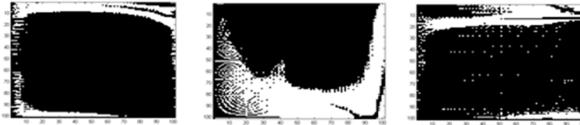


Рис. 1. Распределение цвета для огненных пикселей: плоскости HV, SV, HS.

Из распределения Hue видно, что здесь в решающем правиле можно ограничиться принятием решения, исходя из принадлежности Hue узкому диапазону от 0 до 0.2 В результате, достаточно ограничиться принадлежностью пикселя одному из двух прямоугольных регионов части пространства SV.

Пространственный анализ

Открытый огонь на изображении обладает характерной текстурой, которая характеризуется большим количеством перепадов яркости в основном в красном канале. Поскольку цветовой фильтр будет пропускать объекты любой природы с характерным для огня цветом, анализ текстуры представляется логичным вторым этапом анализа выделенных областей.

Из общих соображений можно предложить алгоритм с использованием одного или нескольких этапов дискретного вейвлет-преобразования. Сумма абсолютных величин трех плоскостей с коэффициентами соответствующими горизонтальными, вертикальными и диагональными деталями вейвлет-коэффициентов должна принимать максимальное значение на текстурах соответствующих огню. Уровень разложения определяется масштабом и из практических соображений можно ограничиться тремя уровнями разложения и выбрать максимальное значение. Решение о присутствии пламени в анализируемом регионе принимается на основе сравнения выбранной меры с некоторым пороговым значением. Если значение параметра превышает порог, значит, внутри региона находится пламя.

Второй вариант пространственного анализа можно построить, опираясь на собранную статистику и методы машинного обучения.

В качестве входных данных рассмотрим участок изображения размером 16x16 пикселей с верхней левой точкой в качестве исходной. В качестве дескриптора были выбраны 12 точек этого участка текстуры в красном канале изображения по 6 точек в направлениях по обеим осям. В направлении каждой из осей были выбраны точки соответствующие номерам [1,2,4,7,11,16]. Расстояния между выбранными точками увеличиваются в арифметической прогрессии, что позволяет в некоторой степени "просканировать" масштаб изображения. Два, как проиллюстрировано на рис. 2.

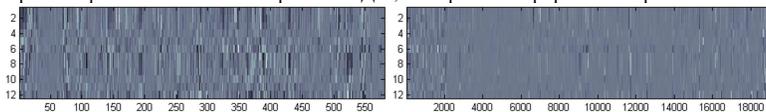


Рис.2. Изображения, полученные набором статистики из выборки положительных и отрицательных сэмплов, взятых случайным образом, иллюстрируют отличия выбранных дескрипторов на различных типах текстур

В качестве инструмента построения решающего правила была выбрана искусственная нейронная сеть - прямоточный персептрон с конфигурацией {12-1-1}. При обучении была достигнута точность классификации 90%.



Рис. 3. Пример детекции открытого огня.

Дальнейшим развитием алгоритма, следует рассмотреть детектор дыма, который в случае его успешной работы поможет снизить вероятность ложного срабатывания. Для этого необходимо учитывать фильтр контрастности. **Контраст** (фр. *contraste*) — разница в характеристиках различных участков изображения, способность фотографического материала или оптической системы воспроизводить эту разницу, а также характеристика чувствительности глаза (зрительной системы) относительно яркости и цвета. **Контрастность** (также в различных контекстах употребляется и само слово контраст и коэффициент контраста) — степень контраста, чаще всего выражается, отношением или логарифмом отношений. Мерой их есть величина $k = \frac{B_b - B_s}{B_s}$, где B_b — яркость фона, B_s — яркость предмета или изображения. При дневных наблюдениях предметов, которых не меньше $0,5^\circ$, минимальная величина контраста для человеческого глаза близка к 0,02 (порог контрастной чувствительности глаза).

Контраст по цвету позволяет, осветляя и затемняя выбранные цвета, получить множество различных сочетаний. Число вариаций здесь очень велико и в соответствии с этим столь же бесконечно число их выразительных возможностей. Тем самым мы сможем соединить огонь и дым в один детектор распознавания этих чрезвычайных ситуаций.

Выводы

Для работы была набрана база данных изображений огня и дыма из открытых источников. Суммарно в этой базе изображений выделено около 32 миллионов пикселей, принадлежащих огню и дыму. На рассмотренной статической базе данных эффективность детектирования составила 84%, количество ложных срабатываний составило 2%.

Литература

1. Yu-Chiang Li, Wei-Cheng Wu: Sequential Pattern Technology for Visual Fire Detection. // JOURNAL OF ELECTRONIC SCIENCE AND TECHNOLOGY, VOL. 10, NO. 3, 2012
2. Комиссарова А.Г., Сажин П.С., Стадник А.В.: Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Москва, РУДН, 22-25 апреля 2014, С.137-140
3. Комиссарова А.Г., Сажин П.С., Стадник А.В.: Материалы Международной молодежной конференции «Современные проблемы прикладной математики и информатики». Дубна 25-29 августа 2014, С. 86-89

ALGORITHM FOR DETECTION OF FIRE AND SMOKE IN THE VIDEO STREAM

Shibashova A.G., Stadnik A.V.

University of Nature, Society and Man "Dubna", shibashova.anastasiya@mail.ru

This work is devoted to developing a method for detecting a flame in a digital video stream that would quickly and accurately and at low cost computing resources to detect the presence of fire in the image. Construction of an algorithm is divided into stages that allow reject at every stage area of the image that do not meet the criteria shown. Algorithm takes into account the following characteristics of an open fire: a characteristic color, continuous flicker characteristic texture of fire.

Key words: computer vision, fire and smoke detection, color filter.

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ, УЧИТЫВАЮЩИХ КОНКУРЕНТНЫЕ И СИМБИОТИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ

Щербаков А.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, shcherbakov_al.vi@mail.ru

Выполнен анализ моделей популяционной динамики с учетом конкуренции и симбиоза. Найдены состояния равновесия, исследована устойчивость и построены соответствующие фазовые портреты. Проанализированы возможности перехода к соответствующим стохастическим моделям.

Ключевые слова: модель популяционной динамики, устойчивость, фазовый портрет, детерминированные и стохастические модели.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-07-08795).

Введение

При изучении моделей динамики популяций одной из актуальных задач является изучение математических моделей с учетом конкуренции и симбиоза [1–5]. Как известно [1], в популяционной динамике принято классифицировать взаимодействия между видами. Наиболее распространенными и хорошо изученными являются взаимодействия конкуренции (когда численность каждого из видов в присутствии другого растет с меньшей скоростью), симбиоза (когда виды способствуют росту друг друга) и типа хищник-жертва или паразит-хозяин (когда численность вида-жертвы в присутствии вида-хищника растет медленнее, а вида-хищника – быстрее). Из трех основных типов межпопуляционных отношений (конкуренции, симбиоза и отношений типа хищник-жертва) отношения хищник-жертва дают значительное разнообразие динамических режимов поведения взаимодействующих популяций. Конкурентные и симбиотические отношения с этой точки зрения заметно беднее, однако биологические следствия таких отношений играют важную роль в функционировании экосистем.

Преимущества, получаемые при отношениях симбиоза, могут быть разными, в частности, защита от внешних врагов, благоприятные условия для размножения, улучшение трофического ресурса. В [1–4] представлены различные модели при наличии благотворного влияния друг на друга проживающих в биоценозах видов. Несмотря на обилие различных примеров симбиоза, математическому моделированию этого взаимодействия между популяциями посвящено, по сравнению с моделями одиночной популяции и системами «хищник-жертва», незначительное число работ [см., например, 1–5]. Основными задачами являются поиск стационарных положений равновесия, исследование их устойчивости, нахождение аналитических решений и разработка алгоритмов построения численных решений обыкновенных дифференциальных уравнений. В ряде случаев детерминистического описания оказывается недостаточно, и требуется переход к стохастическим моделям [5]. В настоящей работе найдены состояния равновесия модели динамики популяций при наличии конкуренции и симбиоза, выполнен анализ устойчивости и построены соответствующие фазовые портреты. Для изучаемых популяционных моделей обсуждены возможности применения метода построения стохастических самосогласованных моделей [5–7], а также принципа редукции задачи об устойчивости решений одного типа уравнений к задаче об устойчивости других типов уравнений (в частности, стохастического дифференциального уравнения) [8].

Модели при наличии конкуренции и симбиоза

Рассматриваются следующие двумерные модели: 1) модель динамики популяций, находящихся в отношении протокооперации, когда межвидовое взаимодействие полезно для обоих видов, но не является обязательным, и каждая популяция может существовать

в отсутствие партнера; 2) модель динамики популяций, связанных симбиотическими отношениями, при которых межпопуляционные взаимодействия являются необходимыми условиями существования каждого из видов, и в отсутствие партнера каждый из видов вымирает. Модель 1) описывается уравнениями вида

$$\dot{x}_1 = a_1 x_1 (x_1 - L_1)(K_1 - x_1) + P_1 x_1 x_2, \quad \dot{x}_2 = a_2 x_2 (x_2 - L_2)(K_2 - x_2) + P_2 x_1 x_2, \quad (1)$$

где x_i – плотность популяции, a_i – коэффициенты экспоненциального роста обеих популяций, K_i – емкости экологических ниш, L_i – нижняя критическая численность популяции, P_i – плотность популяции, $i = 1, 2$. Модель 2) описывается уравнениями вида

$$\dot{x}_1 = -c_1 x_1 + \frac{P_1 x_1 x_2}{1 + D_1 x_2} - e_1 x_1^2, \quad \dot{x}_2 = -c_2 x_2 + \frac{P_2 x_1 x_2}{1 + D_2 x_1} - e_2 x_2^2, \quad (2)$$

где c_i – коэффициент смертности, P_i – плотность популяции, D_i – коэффициент насыщения, e_i – коэффициент внутривидовой конкуренции, $i = 1, 2$. Для моделей, описываемых уравнениями (1) и (2), проведено качественное исследование и построены фазовые портреты [2].

Трехмерная модель, в которой рассматриваются две конкурирующие между собой популяции жертвы при наличии единственного хищника описывается системой дифференциальных уравнений вида [3]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 (a_1 - \varepsilon_{11} x_1 - \varepsilon_{12} x_2 - \alpha_1 y), \\ \dot{x}_2 &= x_2 (a_2 - \varepsilon_{21} x_1 - \varepsilon_{22} x_2 - \alpha_2 y), \\ \dot{y} &= y(-c + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - \gamma), \end{aligned} \quad (3)$$

где x_1 , x_2 и y – плотности популяций двух конкурирующих видов жертвы и хищника. Четырехмерная модель взаимодействия жертвы с симбионтом и двумя хищниками описывается системой дифференциальных уравнений [4]

$$\begin{aligned} \dot{u} &= uh(u, x, y, z), \quad \dot{x} = \alpha xg(u, x) - \gamma p_1(u, x) - z p_2(u, x), \\ \dot{y} &= y[-s_1(u, y) + c_1(u) p_1(u, x)] - zq(u, y), \\ \dot{z} &= z[-s_w(u, z) + c_2(u) p_2(u, x) + c_3(u)q(u, y)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $u(t)$ – плотность популяции симбионта в момент времени t ; $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – плотности популяций жертвы и хищника соответственно, $u(0) = u_0 \geq 0$, $x(0) = x_0 \geq 0$, $y(0) = y_0 \geq 0$, $z(0) = z_0 \geq 0$.

Четырехмерная модель взаимодействия двух конкурирующих популяций, с каждой из которых взаимодействует популяция-симбионт, изучена в [5]. Модель описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 f_1(x_1, y_1) - x_1 x_2 g_1(y_1), \quad \dot{y}_1 = y_1 h_1(x_1, y_1), \\ \dot{x}_2 &= x_2 f_2(x_2, y_2) - x_1 x_2 g_2(y_2), \quad \dot{y}_2 = y_2 h_2(x_2, y_2), \end{aligned} \quad (5)$$

где x_i – численность популяций, конкурирующих между собой, y_i – численность популяций симбионтов. С помощью системы графических и численных вычислений Matlab найдены состояния равновесия модели (5) и ее конкретизаций. Исследована устойчивость в смысле Ляпунова. Проведена оценка модельных параметров и построены локальные фазовые портреты. Получены условия устойчивости.

Для (1)–(5) рассмотрен переход к соответствующим недетерминированным моделям, а именно, переход от векторных дифференциальных уравнений, описывающих модели популяционной динамики, к векторному дифференциальному включению, нечеткому дифференциальному уравнению и к стохастическому дифференциальному уравнению с учетом изменения параметров того или иного типа в исследуемых моделях.

В дальнейшем предполагается проведение сравнительного анализа качественных свойств детерминированных и стохастических моделей.

Выводы

Проведен сравнительный анализ двумерных, трехмерных и четырехмерных моделей динамики популяций при наличии конкуренции и симбиоза. Охарактеризованы результаты качественного исследования указанных моделей. Рассмотрен переход к соответствующим недетерминированным моделям на основе применения принципа редукции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-07-08795).

Литература

1. *Базыкин А.Д.* Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
2. *Hutson V., Vickers G.T.* A Criterion for Permanent Coexistence of Species, with an Application to a Two-Prey One-Predator System // *Math. Biosci.* 1983. V. 63. P. 253–269.
3. *Kumar R., Freedman H.I.* A Mathematical Model of Facultative Mutualism with Populations Interacting in a Food Chain. // *Math. Biosci.* 1989. V. 97. P. 235–261.
4. *Freedman H.I., Rai B.* Can mutualism alter competitive outcome: a mathematical analysis // *Rocky Mountain.* 1995. V. 25. № 1. P. 217–230.
5. *Демидова А.В., Дружинина О.В., Масина О.Н.* Исследование устойчивости модели популяционной динамики на основе построения стохастических самосогласованных моделей и принципа редукции // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика».* 2015. № 3. С. 18–29.
6. *Кулябов Д.С., Демидова А.В.* Введение согласованного стохастического члена в уравнение модели роста популяций // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика».* 2012. № 3. С. 69–78.
7. *Демидова А.В.* Уравнения динамики популяций в форме стохастических дифференциальных уравнений // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика».* 2013. № 1. С. 67–76.
8. *Дружинина О.В., Масина О.Н.* Системный подход к исследованию устойчивости моделей, описываемых дифференциальными уравнениями различных типов // *Вестник Российской академии естественных наук. Дифференциальные уравнения.* 2015. Т. 15. № 3. С. 24–30.

QUALITATIVE ANALYSIS OF MODELS OF POPULATION DYNAMICS CONSIDERING THE COMPETITIVE AND SYMBIOTIC RELATIONS

Shcherbakov A. V.

Yelets State University after I.A. Bunin, *shcherbakov_al.vl@mail.ru*

Models of population dynamics taking into account the competition and symbiosis are studied. An equilibrium states are found, stability analysis is made and the corresponding phase portraits are constructed. Possibilities of transition to the appropriate stochastic models are analyzed.

Key words: model of population dynamics, stability, phase portrait, deterministic and stochastic models.

Work supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 15-07-08795).

Авторский указатель

А

Абаев П. О. 71, 74
 Адам Г. 197, 199, 204
 Азофейфа Э. Х. 127
 Айриян А. С. 213
 Алхуссайн А. Х. 181
 Аль-Натор М. С. 214, 217, 220
 Аль-Натор С. В. 217
 Амирханов И. В. 223, 226
 Андрейчук А. А. 130

Б

Балыка Е. И. 77
 Бапашов Р. Б. 229
 Бахтин А. А. 119
 Бегишев В. О. 79, 82
 Безкостая А. В. 85
 Беляков Д. В. 197, 204
 Бесчастный В. А. 71, 74
 Блинов А. И. 324
 Бойко Е. Г. 107
 Боковой А. В. 133
 Болотова Г. О. 232, 239
 Ботвинко А. Ю. 77
 Бронер В. И. 40
 Будочкина С. А. 233, 236
 Булатов А. С. 201
 Бутенко Ю. А. 201
 Бутурлин И. А. 79, 82

В

Вальова Л. 199
 Валя М. 197, 199, 201, 204
 Васильев А. П. 10
 Васильев С. А. 239, 240, 242, 244, 247, 324
 Велиева Т. Р. 248
 Виницкий С. И. 255, 334
 Вишневский В. М. 88
 Власова Е. Д. 136
 Власова М. А. 220
 Волков А. С. 119

Г

Гайдамака Ю. В. 85, 104
 Гасанов А. Г. 16
 Геворкян М. Н. 289
 Герасимова А. В. 251, 253
 Горшенин А. К. 90
 Гудкова И. А. 62, 68, 113, 122
 Гумбатов Р. Т. 19
 Гусев А. А. 255, 334

Д

Дали Джереѳе Тьерри Ги 289
 Дараселия А. В. 13
 Дашицыренов Г. Д. 258
 Диаррассуба Калилу 289
 Диваков Д. В. 261, 264
 Дикова Е. В. 277
 Дружинина О. В. 267
 Дубе Н. 299
 Дульнева А. С. 139

Е

Ермакова Т. Н. 93
 Ершов Н. М. 271, 321
 Ефферина Е. Г. 274

Ж

Жуков В. В. 139

З

Заикина Т. Н. 199
 Зарипова Э. Р. 77, 96
 Зарядов И. С. 124
 Зрелов П. В. 197
 Зубрихина М. О. 142
 Зуев М. И. 204
 Зюбина М. В. 277

И

Ибрагимов Б. Г. 16, 19, 31
 Ибрагимов Р. Ф. 19
 Иванов А. Е. 145
 Иванов Р. Е. 88
 Измайлова Я. Е. 43
 Исаев Ю. Д. 82
 Исаев Я. С. 31
 Исаков В. А. 147

К

Кадочников И. С. 206
 Каменская М. А. 150
 Канзитдинов С. К. 240
 Карамышева А. В. 280
 Карпухин С. А. 283
 Киракосян М. Х. 199
 Князева А. Н. 99
 Кобозева М. В. 153
 Королев В. Ю. 90
 Королькова А. В. 248
 Коршок Е. О. 242
 Краденых А. А. 101

Крылов А. И. 277, 328
Крянев А. В. 229, 286
Кузьмина Л. К. 292
Кулябов Д. С. 274, 289
Кутбитдинов С. Ш. 22

Л

Лансеев Е. Б. 251, 253, 325, 327
Ларионов А. А. 88
Лившиц К. И. 25
Лисовская Е. Ю. 28
Лохмотко В. В. 22
Лутфалла Ф. А. 142
Любин П. Г. 296

М

Майоров А. В. 201
Максимов А. А. 209
Мамедов Г. А. 31
Мариняк Б. В. 68
Маркина Ю. Р. 175
Маркова Е. В. 34, 62, 68
Масина О. Н. 267
Матвеев М. А. 197, 204
Матюшенко С. И. 299, 302, 306
Мацкевич И. А. 37
Мачука Х. Р. 289
Медведева Е. Г. 104
Миронова В. А. 232
Михеев А. В. 309
Моисеева С. П. 28, 49
Моленкамп К. М. 119
Муратов М. Н. 251, 253, 325, 327
Мусаев А. В. 328
Мусаев В. К. 312

Н

Назаров А. А. 40, 43, 46, 52
Нгуен Зуй Тхань 156
Нибасумба Э. 302
Новикова Г. М. 136, 139, 142, 160, 163

О

Обжерин Ю. Е. 107
Осипенко М. А. 166
Осипов О. А. 110
Осокин Л. А. 315
Острикова Д. Ю. 113
Очбадрах Ч. 255, 334

П

Пальчевский А. И. 169
Панкратова Е. В. 49
Пауль С. В. 46

Пелеванок И. С. 206
Перес Д. 306
Петров В. А. 318
Подгайный Д. В. 197, 204
Подолан Г. П. 201
Полевая О. М. 136
Полужтков Д. С. 34
Полюян С. В. 271, 321
Поморцева Н. А. 52
Поповская Н. О. 85
Пяткина Д. А. 116

Р

Растрига Р. В. 59
Резаиан Н. 163
Романов А. М. 55
Ромашкова О. Н. 93
Руденкова Ю. С. 172
Рудинская С. Р. 22
Рыбка В. С. 277, 328

С

Савин А. С. 318
Сайтов Д. А. 77
Салпагаров С. И. 175
Самойлов С. Н. 277
Саркар Н. Р. 223, 226
Сархадов И. 223, 226
Севастьянов Л. А. 324
Сидоров С. М. 107
Сингх Л. 325, 327
Синицын А. Е. 286
Сопин Э. С. 13, 59
Соченкова А. С. 178
Сподарев А. А. 325, 327
Стадник А. В. 340
Стародубцев В. В. 328
Стефанюк В. Л. 181
Стихуров В. В. 183
Стрельцова О. И. 197, 204

Т

Тананко И. Е. 110
Тарасенко А. А. 328
Тен В. О. 79
Тепляков И. М. 119
Тимошенко А. Г. 119
Тихомирова В. С. 122
Торосян Ш. Г. 199
Тухлиев З. К. 223, 226
Тютюнник А. А. 331

У

Убонова Е. Г. 49

Ульянова Е. С. 25
Урусова Д. А. 244

Ф

Фёдорова Е. А. 65
Федуро А. А. 62
Филипова В. Р. 68
Фомин М. Б. 183

Х

Хай Л. Л. 255, 334
Харун Х. С. 247
Хейдари М. 186
Хохлов А. А. 318
Храбров Р. Н. 189

Ц

Царев А. С. 74

Ч

Четов А. И. 318
Чукарин А. В. 79
Чупритский В. К. 264
Чухно Н. В. 96
Чухно О. В. 96

Ш

Шарапова А. А. 338
Шарипов З. А. 226
Шибашова А. Г. 340
Шипова Е. П. 280
Шипунов С. П. 85

Щ

Щербаков А. В. 343
Щетинин Е. Ю. 296

Я

Ягло М. Д. 191
Ядринцев В. В. 194
Янгутова С. Ч. 160
Япо Ги С. 124

Научное издание

**ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЫСОКОТЕХНОЛОГИЧНЫХ СИСТЕМ**

Издание подготовлено в авторской редакции

Технический редактор *Н. А. Ясько*
Компьютерная вёрстка *А. В. Королькова, Д. С. Кулябов*

Подписано в печать 4.04.2016 г. Формат 60×84/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс
Усл. печ. л. 21,5. Тираж 150 экз. Заказ 343.

Российский университет дружбы народов
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

Типография РУДН
115419, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, тел. +7(495)952-04-41