

На правах рукописи

Фомин Игорь Владимирович

**ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В
ТОЧНЫХ МОДЕЛЯХ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ
ИНФЛЯЦИИ**

Специальность 01.04.02 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ульяновск – 2009

Работа выполнена на кафедре теоретической физики государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Ульяновский государственный университет

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
профессор
Червон Сергей Викторович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор
Рубин Сергей Георгиевич
доктор физико-математических наук
профессор
Гальцов Дмитрий Владимирович

Ведущая организация:
Федеральное Государственное Унитарное
Предприятие
Всероссийский научно-исследовательский
институт метрологической службы

Защита состоится 27 октября 2009 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 в Российском университете дружбы народов по адресу: 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, 3, зал №1

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Автореферат разослан «_____» _____ 2009 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент

С. А. Будочкина

Общая характеристика работы

Актуальность темы работы. Прогресс, достигнутый в инфляционной космологии¹, позволяет сопоставить наблюдательные данные с предсказаниями теории: выбрав космологическую модель, описывающую эволюцию Вселенной на инфляционной стадии можно определить спектр мощности возмущений плотности, спектральный индекс скалярного и тензорного возмущений и их отношение, а также отношение тензорных и скалярных мод по квадрату амплитуд. Основные теоретические выводы, как правило, получены в рамках приближения медленного скатывания². Сравнительно недавно был предложен метод получения теоретических выводов на основе точных решений в моделях инфляции³, который позволяет внести поправки при вычислении спектра возмущений при их уходе за горизонт. В работе⁴ было найдено точное выражение для вычисления спектрального индекса через потенциал полной энергии скалярного поля для моделей степенной инфляции и экспоненциально-степенной модели.

Таким образом, появляется возможность переопределить параметры инфляции в терминах потенциала полной энергии⁵, которые отличаются от стандартных параметров приближения медленного скатывания. Это позволяет найти взаимосвязь спектрального индекса тензорных возмущений с тензорно-скалярным отношением для точных решений, не обращаясь к виду потенциала скалярного поля.

Различные модели дают различные предсказания для спектральных индексов возмущений и наблюдения анизотропии реликтового излучения будут удовлетворять многим из них. Измерения спектральных индексов возмущений позволяют определить применимость тех или иных моделей. Значения спектральных индексов обычно связаны с числом e -фолдов инфляции или времен Хаббла, характеризующих инфляционную стадию развития Вселенной.

На основе метода построения точно решаемых моделей космологической инфляции при заданной эволюции скалярного поля возможно оценить отклонение значений космологических параметров от тех, которые получены в приближении медленного скатывания.

При построении и проверке инфляционных моделей большую роль

¹A. Starobinskiy, Phys. Lett., N1, 24 (1980); A. H. Guth, Phys. Rev. D23, 347 (1981); A.D.Linde, Phys. Lett. B108, No.6, 389 (1982); A. Albrecht, P.J.Steinhardt, Phys. Rev. Lett. 48, No.17, 1220 (1982).

²A.R. Liddle and D.H. Lyth, Phys. Rep. 231 1 (1993).

³S.V. Chervon. Gen.Relat.Grav. 36 (7), 1547 (2004).

⁴S.V. Chervon, M. Novello and R. Triay. Grav & Cosm. Vol.11, No.4, 329-332 (2005).

⁵В.М. Журавлев, С.В. Червон. ЖЭТФ, т.118, с.259 (2000)

играет значение отношения квадратов амплитуд тензорных и скалярных мод космологических возмущений, то есть вклад гравитационных волн в анизотропию реликтового излучения⁶. Экспериментальные оценки тензорно-скалярного отношения позволяют оценить корректность приближения медленного скатывания при решении уравнений эволюции скалярного поля.

Современные оценки тензорно-скалярного отношения в рамках стандартных моделей медленного скатывания не превышает величины ($T/S < 0.2$)⁷. Это приводит к необходимости построения моделей с большим значением тензорно-скалярного отношения в рамках обобщения моделей медленного скатывания.

Таким образом, исследование точных решений уравнений эволюции скалярного поля могут использоваться для обработки новых астрофизических данных, поступающих с наземных и космических обсерваторий и построения адекватных моделей, то есть является актуальной задачей современной космологии.

Цель и задачи работы. Основной целью диссертационной работы является исследование широкого класса моделей космологической инфляции в контексте точных решений уравнений эволюции самогравитирующего скалярного поля и их сопоставление с наблюдательными данными. В процессе работы необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать методы построения точных решений и вычисления космологических параметров в моделях инфляции.
2. Оценить корректность приближения медленного скатывания в рамках определения основных космологических параметров.
3. Исследовать изменение вклада тензорных мод гравитационных возмущений в анизотропию реликтового излучения в случае точных решений.

Научная новизна Представленные в диссертации теоретические результаты о точных решениях уравнений эволюции скалярного поля являются новыми, не полученными ранее.

⁶Polarski D., Starobinsky A.A. Phys. Rev. D. V. 50. P. 6123 (1994), В.Н. Лукаш. УФН, т. 176, №1, с.113 (2006)

⁷D.N. Spergel et al. First year wilkinson anisotropy probe (wmap) observations: Determination of cosmological parameters *Astrophys. J. Suppl.* 148:175 (2003)

Практическая значимость исследования. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты дают возможность вычислять основные космологические параметры и могут быть использованы в дальнейших исследованиях космологических возмущений, анизотропии реликтового излучения, работах по экспериментальному обнаружению гравитационных волн.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработаны методы вычисления космологических параметров: спектров мощности и спектральных индексов тензорных и скалярных возмущений, тензорно-скалярное отношение в точно решаемых моделях инфляции на основе исследования широкого класса космологических моделей.
2. Дана оценка корректности приближения медленного скатывания на основе различия точных решений уравнений эволюции самогравитирующего скалярного поля и решений, полученных с помощью указанного приближения.
3. Получена процедура квантования космологических возмущений в случае точно определяемых параметров инфляции.
4. Доказано, что можно провести перерасчет из приближенных решений в точные. Можно установить взаимосвязь между точными и приближенными решениями на основе оценки тензорно-скалярного отношения.

Степень обоснования результатов диссертации обусловлена тем, что основные расчеты в диссертации выполнены на основе надежно опробованных методов: дифференциальной геометрии, математического анализа, тензорного исчисления, математической теории линейных возмущений, квантовой теории поля; обусловлена корректностью построения моделей космологической инфляции; корректностью проведенных математических преобразований и расчетов; корректным воспроизведением некоторых известных ранее частных результатов из более общих результатов, полученных в диссертационной работе.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы были представлены на:

- Международной конференции по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященной 90-летию Станюковича РУДН, (Москва, 2006 г.);
- Российской школе-семинаре "Современные теоретические проблемы гравитации и космологии GRACOS-2007"(Казань, 2007 г.);
- 13-й Российской гравитационной конференции "Международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике"РУДН (Москва, 2008 г.);
- Международной научной конференции "Физические интерпретации теории относительности"МГТУ им. Н.Э.Баумана(Москва,2009 г.)

Личное участие автора. Основные результаты работы получены совместно с научным руководителем, д. ф.-м. н., профессором С.В.Червоном. Использованные материалы других авторов помечены ссылками.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 5 работах. Из них 2 - статьи, 3 опубликованы в тезисах докладов конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из трех глав, введения, заключения, 5 рисунков, содержит 122 страницы текста, включая оглавление и списка литературы состоящего из 91 наименования.

Краткое содержание работы

Во **Введении** дается общая характеристика современного состояния теории космологических возмущений и исследования анизотропии реликтового излучения.

Первая глава носит вводный характер и посвящена обзору построения моделей космологической инфляции, теории космологических возмущений, точных и приближенных решений уравнений эволюции скалярного поля и исследованию анизотропии реликтового излучения.

Инфляционные модели, основанные на идее экспоненциального расширения Вселенной на ранней стадии развития позволили решить проблемы, связанные с классическим сценарием Большого Взрыва. Инфляционная стадия непосредственно связана с эволюцией скалярного поля (нескольких скалярных полей), которое определяет плотность энергии Вселенной.

Эволюция скалярного поля

Записывая действие для скалярного поля

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} L = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right], \quad (1)$$

где $V(\phi)$ – потенциал скалярного поля, и уравнения Эйлера-Лагранжа

$$\partial^\mu \frac{\delta(\sqrt{-g}L)}{\delta \partial^\mu \phi} - \frac{\delta(\sqrt{-g}L)}{\delta \phi} = 0$$

можно получить уравнение, определяющее динамику поля.

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (2)$$

Уравнение (2) и уравнение Эйнштейна

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right]$$

определяют эволюцию самогравитирующего скалярного поля.

Приближение медленного скатывания Для решений уравнений эволюции скалярного поля как правило используют приближение медленного скатывания.

Для этого необходимо выполнение двух условий:

1. Потенциальная энергия поля должна быть гораздо больше кинетической

$$V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$$

2. Существует ограничение на вторую производную скалярного поля $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$

Космологические уравнения эволюции поля и расширения Вселенной в таком случае будут:

$$H^2 \simeq \frac{V(\phi)}{3M_{Pl}^2} \quad (3)$$

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'_\phi(\phi) \quad (4)$$

Таким образом, приближение медленного скатывания приводит к упрощению уравнений эволюции скалярного поля.

Для того, чтобы определить изменение параметра Хаббла H во время инфляционной стадии вводят параметр медленного скатывания:

$$\epsilon(\phi) \cong -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'_\phi}{V} \right)^2$$

В общем случае, режим медленного скатывания может быть достигнут, если $\epsilon \ll 1$ и $\eta \ll 1$.

Так же, в качестве величины, характеризующую инфляцию, вводят так называемое число e -фолдов, которое обычно записывается как логарифм отношения масштабного фактора в конце инфляции к масштабному фактору вначале.

$$N(t) = \ln \frac{a(t_{end})}{a(t)},$$

где t_{end} – время конца инфляции.

Космологические возмущения Первый шаг в анализе метрических возмущений заключается в их классификации в соответствии с изменениями свойств в результате плоских вращений. Существуют скалярные, векторные и тензорные возмущения. В линейной теории не существует взаимодействия между различными модами возмущений, и, следовательно, они развиваются независимо.

Космологические возмущения являются источником эволюции крупномасштабной структуры Вселенной. Генерация начальных возмущений имеет квантово-механическую природу. Длина волны возмущений сильно выросла со времени генерации, но другие физические характеристики возмущений все еще могут нести следы своего происхождения. Квантово-механическая генерация космологических возмущений зависит только от существования их квантовых флуктуаций в начальной точке и взаимодействия возмущений с переменным гравитационным полем однородной изотропной Вселенной.

Сильное переменное гравитационное поле очень ранней Вселенной играет роль поля накачки. Оно замещает энергию нулевых квантовых возмущений и увеличивает их. Начальное квантовое состояние каждой моды возмущений трансформируется как результат квантово-механической эволюции Шредингера в состояние "замороженного" вакуума. После пересечения возмущениями радиуса Хаббла ($k = aH$) и изменения их амплитуд в различные стадии эволюции Вселенной появляется возможность измерения спектров мощности и спектральных индексов.

Наблюдательные данные Достижением инфляционной космологии является возможность сопоставления наблюдательных данных с предсказаниями теории. Геометрия видимой Вселенной представима в рамках теории возмущений. Малым параметром 10^{-5} является амплитуда космологических возмущений. В нулевом порядке Вселенная описывается единственной функцией времени - масштабным фактором $a(t)$.

В первом порядке возмущения метрики являются суммой трех независимых мод - скалярной $S(k)$, векторной $V(k)$ и тензорной $T(k)$ - каждая из которых характеризуется спектральной функцией волнового числа k .

Данные о влиянии $S(k)$ и $T(k)$ мод можно получить из наблюдений анизотропии и поляризации реликтового излучения, которые возникли в результате совместного воздействия на распределение фотонов всех трех мод возмущений.

Глава 2 посвящена проблеме квантования космологических возмущений в случае точных решений, получению точных формул для основных космологических параметров, анализу различия точных и приближенных решений в контексте оценок тензорно-скалярного отношения, а также эволюции возмущений в различные стадии развития Вселенной.

Квантование возмущений скалярного поля для точных решений проводится аналогично приближенному случаю с параметрами медленного скатывания, определенными через потенциал полной энергии

$$\gamma = \frac{M_p^2}{16\pi} \left(\frac{W'}{W} \right)^2 \quad (5)$$

$$\delta = \frac{M_p^2}{8\pi} \frac{W''}{W} - \frac{M_p^2}{16\pi} \left(\frac{W'}{W} \right)^2 \quad (6)$$

После проведения процедуры квантования получаем значения спектров мощности и спектральных индексов скалярных и тензорных возмущений для точных решений.

Решения (5) и (6) можно получить другим путем, исходя из системы уравнений эволюции скалярного поля.

$$W(\phi) = 3M_p^2 H^2 \quad (7)$$

$$3H\dot{\phi} = -\frac{d}{d\phi}W(\phi) \quad (8)$$

$$[\dot{\phi}(t)]^2 = -2M_p^2 \dot{H} \quad (9)$$

Принимая во внимание точную формулу для дифференциала от логарифма волнового вектора при выходе возмущений с волновым вектором

k за горизонт $k = aH$

$$d(\ln k) = H dt + \frac{\dot{H}}{H} dt = H dt + \frac{3U^3(\phi)}{2M_p^2 W'} dt \quad (10)$$

можно внести поправку в формулу вычисления спектра мощности скалярных возмущений, заменив физический потенциал $V(\phi)$ на потенциал полной энергии $W(\phi)$, а затем, используя уравнения (7) – (9), получить представление через хаббловский параметр

Отношение спектральных индексов тензорного и скалярного возмущений

$$r := \frac{n_G}{n_S} = 2\dot{H} \left[5\dot{H} + H^2 - \frac{H\ddot{H}}{\dot{H}} \right]^{-1} \quad (11)$$

Так как уточнение заключается в том, что в знаменателе стоит не H^2 , как в приближении медленного скатывания, а $(\dot{H} + H^2)$, то при рассмотрении этого отношения уточнение себя не проявляет.

Тензорно-скалярное отношение.

Так же получаем точное значение тензорно-скалярного отношения. На пересечении радиуса Хаббла

$$\frac{T}{S} = \frac{P_R}{P_G} \Big|_{k=aH} \quad (12)$$

Используя значения для спектров мощности космологических возмущений

$$P_R(k) = - \frac{H^4}{8M_p^2 \dot{H}} \Big|_{k=aH}, \quad (13)$$

$$P_G(k) = \frac{H^2}{2M_p^2} \Big|_{k=aH} \quad (14)$$

и, рассматривая спектральный индекс тензорных возмущений в случае точных решений

$$n_G = \frac{2\dot{H}}{\dot{H} + H^2} \Big|_{k=aH} \quad (15)$$

Получим точное выражение тензорно-скалярного отношения

$$\frac{T}{S} = -4 \frac{n_G}{2 - n_G} \Big|_{k=aH} \quad (16)$$

Точное значение отличается от полученного из приближения медленного скатывания наличием n_G в знаменателе.

Эволюция космологических возмущений.

Инфляционная стадия завершается распадом скалярного поля и образованием частиц с последующим нуклеосинтезом и дальнейшей эволюцией согласно стандартному сценарию. При этом космологические возмущения различных длин волн (с различным волновым числом k) в течении нескольких е-фолдов после выхода за горизонт становятся классическими величинами.

При уходе за горизонт космологические возмущения остаются "вмороженными" в гравитационный фон и не меняют своей амплитуды в сопутствующей системе координат. Теория космологических возмущений применима в начальную эпоху, которая начинается до вхождения, интересующих космологических масштабов, под горизонт. Начальная эпоха начинается гораздо позже нуклеосинтеза, поэтому материальные составляющие вселенной, за исключением небарионной темной материи, известны. Теоретически установлено, каким образом эволюционируют возмущения всех составляющих вселенной после начальной эпохи, если известна плотность энергии каждой из составляющих в это время. Начальный спектр возмущений можно получить посредством функции переноса из из вакуумных флуктуаций в момент времени t_* . Известно, как эта функция может быть вычислена. При чем возмущение любой из составляющих вычисляется через возмущение кривизны $R_{\mathbf{k}}$ при помощи функции переноса:

$$g_{\mathbf{k}}(t) = T_g(t, k) R_{\mathbf{k}}$$

где $R_{\mathbf{k}}(t)$ определяется в момент времени t_*

$$R_{\mathbf{k}} = - \left[\frac{H}{\dot{\phi}} \delta\phi_k \right]_{t=t_*}$$

Наше уточнение связано именно с вычислением возмущения кривизны на основе точных решений уравнений Эйнштейна (в нулевом приближении), без использования режима медленного скатывания в этой ситуации. Так как мы получили точные выражения для космологических параметров при выходе за горизонт, для сопоставления с наблюдательными данными нам требуется выполнить перерасчет космологических параметров на современную эпоху. Для этого рассмотрим пост-инфляционную эволюцию космологических возмущений и найдем поправки на космологические параметры.

Следует отметить, что в рассматриваемых нами моделях инфляции нет естественного выхода из нее. Поэтому, мы считаем, что после распада скалярного поля гравитационное поле переходит на фридмановские ста-

дии преобладания излучения и вещества в течении тех самых е-фолдов, характеризуемых временем t_* .

Мы воспользуемся стандартным методом пересчета космологических возмущений на фридмановские эпохи. Известно, что в течение стадии преобладания излучения $a \sim t^n$ при $n = 1/2$ и стадии преобладания вещества $a \sim t^n$ при $n = 2/3$ гравитационные возмущения (гравитационный потенциал Φ_k) преобразуются следующим образом:

В случае преобладания излучения

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{2}{3} R_{\mathbf{k}}$$

Для преобладания вещества

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{3}{5} R_{\mathbf{k}}$$

Из этих соотношений заключаем, что эволюция возмущений после вхождения под горизонт сводится просто к изменению их амплитуды.

Таким образом, спектр мощности гравитационных возмущений на стадии преобладания материи определяется через спектр возмущений кривизны

$$P_{\Phi}(MD) = \frac{9}{25} P_R$$

Это, в свою очередь, позволяет определить контраст плотности и спектр мощности скалярных возмущений

$$\delta_{\mathbf{k}} = \frac{2}{3} \left(\frac{k}{aH} \right)^2 T_g(t, k) \Phi_{\mathbf{k}} \quad (17)$$

$$P_{\delta}(k, t) = \frac{4}{25} \left(\frac{k}{aH} \right)^4 T_g(t, k)^2 P_R, \quad (18)$$

которые можно сопоставить с наблюдательными данными.

В случае произвольных длин волн возмущений, функция переноса может быть найдена численно. Значения функции переноса представлены в литературе для многих космологических моделей. Таким образом, уточнение, внесенное нами на стадии выхода из инфляции, в конечном итоге приводит к уточнению соотношения с наблюдательными данными.

При увеличении тензорно-скалярного отношения не только изменяются значения космологических параметров, но и увеличивается различие между точными решениями и решениями, полученными из приближения медленного скатывания.

Третья глава посвящена оценке коррекции времени Хаббла для различных видов скалярных полей и построению инфляционных моделей.

Построение модели инфляции.

Будем рассматривать инфляционные модели, которые базируются на теории самодействующего скалярного поля минимально взаимодействующего с гравитационным и описываются интегралом действия:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\frac{R + 2\Lambda}{2\kappa} + \frac{1}{2} \phi_i \phi_k g_{ik} - V(\phi) \right) \quad (19)$$

Уравнения Эйнштейна можно представить в виде:

$$R_{ik} = \phi_i \phi_k - V(\phi) g_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (20)$$

где компоненты тензора энергии-импульса самодействующего скалярного поля имеют вид:

$$T_{ik} = \phi_{,i} \phi_{,k} - g_{ik} \left[\frac{1}{2} (\phi_{,j} \phi_{,l} g^{jl} - V(\phi)) \right] \quad (21)$$

Уравнение скалярного поля может быть получено варьированием действия S по ϕ .

Расширение вселенной происходит следующим образом:

1. Масштабный фактор растет экспоненциально $a(t) \propto e^{\lambda t}$ или по степенному закону $R(t) \propto t^m$ $m > 1$.

2. Вещество находится в квазивакуумном состоянии, то есть удовлетворяет уравнению

$$p = -\varepsilon \quad (22)$$

где p - давление, ε - плотность энергии вещества.

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i (\sqrt{-g} g^{ik} \phi_k) + \frac{dV}{d\phi} = 0 \quad (23)$$

3. Вещество эффективно описывается самодействующим скалярным полем ϕ с потенциалом самодействия $V(\phi)$. Это требование приводит к выполнению требования о квазивакуумном состоянии вещества и описывает поведение сверхплотного вещества и фазовые переходы в нем.

В качестве арены для инфляционного сценария будем рассматривать однородные и изотропные космологические пространства Фридмана-Робертсона-Уокера.

В классе метрик Фридмана-Робертсона-Уокера

$$dS^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (24)$$

система уравнений (13), (14), (15) принимает вид:

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2k}{a^2} = -\Lambda + \kappa V(\phi) \quad (25)$$

$$-\frac{3\ddot{a}}{a} = \Lambda + \kappa(\dot{\phi}^2 - V(\phi)) \quad (26)$$

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0 \quad (27)$$

Именно эта система уравнений является отправным пунктом для построения инфляционного сценария.

Уравнения эволюции скалярного поля.

Систему уравнений (25), (26), (27) в случае плоской Вселенной можно переписать в виде:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right) \quad (28)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = \frac{d}{d\phi}V(\phi) \quad (29)$$

Обычной процедурой построения приближенных решений этой системы уравнений для режима инфляции состоит в пренебрежении в этом уравнении величинами $\ddot{\phi}$ и $\dot{\phi}^2$ по сравнению с $H\dot{\phi}$ и H^2 , что составляет основу приближения "медленного скатывания". В результате такой процедуры исходные уравнения преобразуются к следующему виду:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}V(\phi) \quad (30)$$

$$3H\dot{\phi} = \frac{d}{d\phi}V(\phi) \quad (31)$$

Интегрирование этих уравнений является более простой задачей. Уравнения (28) и (29) можно привести к виду:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}W(\phi) \quad (32)$$

$$3H\dot{\phi} = -\frac{d}{d\phi}W(\phi) \quad (33)$$

посредством введения эффективного потенциала самодействия $W(\phi)$:

$$W(\phi) = V(\phi) + \frac{1}{2}U^2(\phi), \quad (34)$$

где $U(\phi) = \dot{\phi}$.

Определим различие между точным решением и решением, полученным из приближения медленного скатывания:

$$\Delta_N = \int \left(\frac{W}{W'}\right) d\phi - \int \left(\frac{V}{V'}\right) d\phi = \int \left(\frac{W}{W'} - \frac{V}{V'}\right) d\phi \quad (35)$$

Учитывая, что $W(\phi) = V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ получим:

$$\Delta_N = \int \left(\frac{W}{W'} - \frac{V}{V'} \right) d\phi = \frac{1}{2} \int \left[\frac{(\dot{\phi}^2)' - \dot{\phi}^2}{3\kappa(H^2)' - (\dot{\phi}^2)'} \right] d\phi \quad (36)$$

Сопоставление с параметрами инфляции.

Формула (36) представляет собой не связанное с параметрами, характеризующими инфляцию, и наблюдательными данными различие между точным и приближенным решением. Ограничение различия связано с оценкой космологических параметров.

Критерием проверки различных моделей выберем отношение спектральных индексов. Рассмотрим отношение спектральных индексов скалярных и тензорных возмущений на пересечении радиуса Хаббла в случае точного и приближенного решений

$$\frac{(n_S - 1)_{exact}}{(n_S - 1)_{slowroll}} = \frac{(n_G)_{exact}}{(n_G)_{slowroll}} = \frac{H^2}{\dot{H} + H^2} = \frac{1}{\frac{\dot{H}}{H^2} + 1} = \frac{1}{1 - \gamma}, \quad (37)$$

где $\gamma = -(\dot{H})/H^2$ - параметр медленного скатывания.

Можно показать, что точно так же выглядит и отношение спектров мощности скалярных и тензорных возмущений в случае точных и приближенных решений на пересечении радиуса Хаббла, исходя из их определений:

$$n_S - 1 = \frac{d \ln P_R(k)}{d \ln k}, n_G = \frac{d \ln P_G(k)}{d \ln k} \quad (38)$$

Следует подчеркнуть, что это отношение неизменно на всех стадиях развития Вселенной, начиная с пересечения радиуса Хаббла, поскольку в различные эпохи изменяется только амплитуда возмущений. Таким образом, расхождение, полученное на пересечении радиуса Хаббла, остается тем же самым и в эпоху наблюдения.

Исходя из оценок γ можно также записать различие между количеством e - фолдов на выходе из инфляции в случае точных и приближенных решений.

Параметр медленного скатывания γ характеризует изменение H на инфляционной стадии.

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2 = (1 - \gamma)H^2 \quad (39)$$

Инфляция может происходить при условии $\gamma < 1$. Когда это условие перестает выполняться инфляция заканчивается.

Другое ограничение на γ дают косвенные оценки отношения квадратов амплитуд тензорной и скалярной мод возмущений $(T/S) = 4\gamma$ на основе наблюдений анизотропии реликтового излучения.

Инфляционные модели с нетривиальной кинетической частью.

Хаотическая и степенная инфляции предсказывают наблюдение достаточно большую амплитуду гравитационных волн. Вклад тензорных возмущений в анизотропию реликтового излучения может быть существенно больше, чем в рассмотренных случаях. Такие модели можно получить посредством введения в лагранжиан нетривиальной кинетической частью.

Инфляция может происходить, если условие $X_{,p} \ll p$ соблюдается достаточно долгое время. Это может быть достигнута двумя путями. Рассматривая скалярное поле с $p = X - V(\phi)$, можно выбрать плоский потенциал $V(\phi)$, такой, что $X \ll V$ более чем для 75 е-фолдов. Это стандартная инфляция медленного скатывания и, в этом случае $c_S = 1$. Другую возможность предоставляет k -инфляция, где p – функция X , такая, что $p_{,X}$ мало. Здесь инфляция полностью основана на кинетической части и может происходить даже если поле эволюционирует очень быстро (X велико). Для k – инфляции $c_S^2 \ll 1$.

В теориях с лагранжианом

$$p = K(X) + V(\phi)$$

Условия медленного скатывания

$$XK_{,X} \ll V, K \ll V, |\ddot{\phi}| \ll \frac{V_{,\phi}}{\epsilon_{,X}}$$

сохраняются по крайней мере для 75 е-фолдов, так что для потенциала $V(\phi)$ происходит обычный режим медленного скатывания.

Посредством рассмотрения нетривиальной кинетической части $K(X)$, можно получить произвольную скорость c_S , которая становится свободным параметром теории.

Скорость распространения космологических возмущений

$$c_S^2 = \left[1 + 2X \frac{p_{,XX}}{p_{,X}} \right]^{-1} \quad (40)$$

Видно, что в предельном случае $X \rightarrow 0$ скорость распространения возмущений c_S равна скорости света.

В теориях с нетривиальной кинетической частью вклад гравитационных волн в анизотропию реликтового излучения может быть существенно больше, чем в простых моделях инфляции. Увеличение тензорно-скалярного отношения приводит к большей В-компоненте поляризации реликтового излучения, то есть лучшей возможности обнаружения гравитационных волн. Другим важным следствием таких моделей является более высокие энергии инфляции и, таким образом, более высокая температура перенагревания чем в случае простой инфляции.

В Заключение сформулированы основные результаты диссертации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Получены новые точные значения космологических параметров: спектров мощности и спектральных индексов тензорных и скалярных возмущений для различных инфляционных моделей.
2. Разработан метод, связанный с использованием параметров, ограниченных наблюдательными данными. Дана оценка корректности приближения медленного скатывания для экспоненциальной, обобщенно экспоненциальной, Вселенной де Ситтера и экспоненциально-степенной инфляции.
3. Доказана корректность вычислений в случае квантования космологических возмущений для точно определяемых параметров инфляции.
4. Произведена оценка различия между точными решениями уравнений эволюции скалярного поля и решениями, полученными с помощью приближения медленного скатывания. Показана взаимосвязь оценок вклада тензорной моды в анизотропию реликтового излучения и различия точных и приближенных решений.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

В научных журналах, рекомендованных ВАК:

1. S.V. Chervon, I.V. Fomin. On calculation of the cosmological parameters in exact models of inflation. // *Grav. and Cosmol.* **14V2** p. 163-167 (2008).

В других научных журналах и материалах научных конференций:

1. И.В. Фомин, С.В. Червон. Квантовое рождение начальных космологических возмущений. // *Известия Вузов. Поволжский регион Сер. Физика Вып.4(8)*. (2008) с. 97-107.
2. И.В. Фомин. Погрешность приближения медленного скатывания на инфляционной стадии эволюции Вселенной. // *Российская летняя школа-семинар "Современные теоретические проблемы гравитации и космологии"*. Труды семинара. с.166-168 (2008).
3. И.В. Фомин, С.В. Червон. Соотношения тензорной и скалярной мод возмущений в точных моделях космологической инфляции. // *Российская летняя школа-семинар "Современные теоретические проблемы гравитации и космологии"*. Труды семинара. с.168-170 (2008).

Фомин Игорь Владимирович
**Гравитационные возмущения в точных моделях
космологической инфляции**

Исследуются точные решения уравнений эволюции гравитирующего скалярного поля.

Получены значения для космологических параметров для различных инфляционных моделей на основе точных решений. Показана взаимосвязь оценок вклада тензорной моды в анизотропию реликтового излучения и различия точных и приближенных решений.

Fomin Igor
**Gravitational perturbations in the exact models of the
cosmological inflation.**

The exact solutions of the gravitating scalar field of equation is investigated.

The values of the cosmological parameters for various inflationary models on basis of the exact solutions are obtained. The correlation between the estimations of the contribution of tensor mode to the anisotropy of background radiation and the difference between exact and approximate solutions are produced.