

На правах рукописи

Николаев

Николаев Алексей Васильевич

**Новые космологические следствия, вносимые
модифицированными теориями гравитации**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2016

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова».

Научный руководитель: Червон Сергей Викторович
д.ф.-м.н., профессор,
ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», профессор кафедры ФиТД

Официальные оппоненты: Березин Виктор Александрович
д.ф.-м.н., ФГБУН Институт ядерных исследований российской академии наук,
старший научный сотрудник
Сажин Михаил Васильевич,
д.ф.-м.н., проф., Государственный Астрономический Институт имени П.К. Штернберга МГУ, профессор кафедры АиЗА

Ведущая организация: ФГАУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится 08.12.2016 в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 при ФГАОУВО «Российский университет дружбы народов», расположенном по адресу: 115419, г. Москва, Орджоникидзе, д. 3

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Учебно-научный информационный библиотечный центр «ФГАОУ ВО РУДН».

Автореферат разослан 08.11.2016

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н.



Попова В.А.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. На сегодняшний день стало ясно, что Общая Теория Относительности (ОТО) не может естественным образом объяснить ряд наблюдательных данных: данные Сверхновых типа Ia [11, 12], измерения флуктуаций реликтового излучения [13–15], определение крупномасштабной структуры Вселенной [16, 17], кривые вращения галактик [18, 19] и ряд других.

Широко применяемая модель Λ CDM позволяет использовать ОТО для того, чтобы согласовать теорию гравитации с выше обозначенными наблюдательными данными. Несмотря на то, что Λ CDM хорошо отвечает наблюдательным данным, эта модель не является теорией, которая проливали бы свет на физику гравитации [20]. Это происходит потому, что Λ CDM модель требует наличия Тёмной Энергии (или Λ члена) и Холодной Тёмной Материи, физическая природа которых остаётся необъяснённой.

Таким образом, становятся актуальными теории гравитации, обобщающие ОТО [21]. Общая цель различных подходов заключается в том, чтобы найти теорию гравитации, включающую в себя в качестве предела ОТО. Но вместе с тем естественно объясняющую ускоренное расширение Вселенной. Успех моделей, построенных с помощью обобщенных теорий гравитации (например [22]), в которых естественно решается проблема тёмной энергии, привлекает к себе внимание теоретиков и экспериментаторов.

Так как за последние годы появилось множество модифицированных теорий гравитации (см. обзор [21]), решающих проблему соответствия вышеозначенным наблюдательным данным новой теории, возник вопрос о дальнейшей проверке этих теорий. Одним из таких тестов стал тест компактных астрофизических объектов (КАО) [23], которые позволяют из множества моделей, которые хорошо описывают космологические эффекты, отсеять те, которые не могут разумно описать КАО, с физической точки зрения. Например, модель А. Ста-

робинского 1980 года [24] отлично описывает раннюю космологическую инфляцию, но не может естественным образом описать существование КАО [25, 26].

Следовательно, поиск дополнительных методов для проверки модифицированных теорий гравитации является актуальной темой.

Степень разработанности темы исследования. Простым и, вместе с тем, естественным обобщением ОТО является $f(R)$ теория гравитации. Она позволяет решить проблему тёмной энергии, что является одним из главных преимуществ данной теории. Эффективный параметр уравнения состояния

$$\omega_{eff} = \frac{p_{eff}}{\rho_{eff}}. \quad (1)$$

Рассмотрим простой пример $f(R)$ функции $f(R) \propto R^n$, и предположим анзац для масштабного фактора в виде степенной функции $a = a_0 (t/t_0)^\alpha$. Можно получить [27]

$$\omega_{eff} = -\frac{6n^2 - 7n - 1}{6n^2 - 9n + 3}, \quad (2)$$

и

$$\alpha = \frac{-2n^2 + 3n - 1}{n - 2}. \quad (3)$$

Если мы положим $n = 2$ то (2) даст $\omega_{eff} = -1$, а (3) даст $\alpha = \infty$, что представляет собой хорошо известную модель ак. Старобинского [24], которая хорошо отвечает последним астрофизическим наблюдениям [13].

Первым вопрос об измерении космологического углового расстояния (КУР) с учётом неоднородности Вселенной поставил ак. Я. Б. Зельдович. Он предложил модель «однородной в среднем Вселенной» [28] и проанализировал эффект пустого светового конуса (СК) в плоской Вселенной Фридмана для КУР и космологического фотометрического расстояния (КФР). Решения для измерения КУР в неоднородной вселенной произвольной кривизны были найдены в работе В. Дашевского и Я. Зельдовича [29]. В этой работе учёные также представили метод для выражения фокусировки Риччи через отношение моментов импульса фотона. В соответствующем разделе будет показано, как можно применить

этот метод для получения наиболее общего дифференциального уравнения на КУР. В работе В. Дашевского и В. Слыша [30] было предложено аналитическое решение для закрытой, наполненной материей Вселенной в случае частично заполненного СК. Они также получили дифференциальное уравнение для КУР в частном случае. Это уравнение было получено в предположении, что вселенная не содержит тёмной энергии. Идеи Я. Б. Зельдовича были использованы в работах С. Даера и Р. Роедера [31–33]. В 1976 С. Вайнберг [34] показал, что сумма гравитационных отклонений, вызванных индивидуальными скоплениями материи, эквивалентна эффекту, даваемому однородным распределением той же массы. После этой работы интерес к расчёту КУР в неоднородных моделях вселенной упал, так как изложенные факты стали серьёзной критикой модели «Швейцарского Сыра». Тем не менее, результаты С. Вайнберга находятся в согласии с моделью «Однородной в среднем вселенной», так как материя, заключённая внутри СК имеет однородное распределение меньшей плотности в этой модели. Идеи С. Даера и Р. Роедера получили развитие в работах Р. Кантовски [35], в которых были получены уравнения и произведён анализ различных решений для модели «Швейцарского сыра». В работе [36] были найдены работы для различных неоднородных космологических моделей. Также следует отметить вклад П. Шнайдера и А. Вейсса [37], С. Зейтц и др. [38] в разработку идей С. Даера и Р. Роедера. В работе К. Болежко и П. Феррейра [39] вновь подчёркивается важность эффектов неоднородности в космологии.

Многомерность Вселенной - одно из самых интригующих предположений в современной физике. Это естественно следует из теорий, объединяющих разные фундаментальные взаимодействия с гравитацией. Например, теория струн [40]. Эта идея в последнее время получила новый толчок с развитием идеи «мира на бране» [41]. В этой модели стандартная модель фундаментальных взаимодействий локализована на трёхмерной гиперповерхности, в то время как гравитационное поле пронизывает всё пространство-время. Концепция «мира на бране» предоставляет возможное решение так называемой проблемы калибро-

вочной иерархии [42]. В работе [43] было показано, что стабилизация дополнительных измерений приводит к условию $\phi \rightarrow \phi_0$ с $U(\phi_0) < 0$. Следовательно, D -мерное пространство время может асимптотически становиться пространством (анти) де Ситтера. В работе [44] получен предел слабого поля для $f(R)$ D -мерной гравитации.

Разработка квантовой теории гравитации имеет важное значение в современной теоретической физике, так как задача согласования теории гравитации с принципами квантовой механики до сих пор не решена. В квантовой теории поля параметры действия вакуума являются объектом для применения ренормализационной группы [45]. В этом случае «космологическая постоянная» не является константой в контексте квантовой теории поля. На энергиях, меньших масштаба Ферми $\mu \lesssim M_F$, члены с высокими производными в действии не важны для обсуждения космологии. Следовательно ренормализованное эффективное действие вакуума на этих малых энергиях является действием Эйнштейна-Гильберта с меняющимися космологической и гравитационной константой $G_{vac}(\mu)$, $\Lambda_{vac}(\mu)$, где зависимость от μ управляется посредством ренормализационной группы [46]. Для космологии Фридмана, выбрав масштаб РГ $\mu \simeq H$, можно получить уравнения, в которых $G(t)$ и $\Lambda(t)$ - функции времени [47], а следовательно - исследовать астрофизические и космологические эффекты.

Гравитационное микролинзирование представляет собой наблюдательный эффект, проявляющийся как временное сильное увеличение яркости источника. Исчерпывающую информацию о теории гравитационного линзирования можно найти в книгах [48–50]. Гравитационное микролинзирование успешно применялось для поиска скрытой массы [51]. С помощью компьютерного моделирования микролинзирования было показано, что объекты типа МАСНО не могут объяснить эффекты скрытой массы [52].

Цели и задачи диссертационной работы: Настоящая диссертация посвящена поиску дополнительных способов проверки модифицированных теорий гравитации с помощью наблюдательных данных космологических и астрофизи-

ческих эффектов.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- Разработать метод измерения космологических расстояний в модифицированной теории гравитации с учётом неоднородности распределения вещества.
- Получить решения для угла гравитационного отклонения света массивным телом в пределе слабого поля в $f(R)$ D -мерной теории гравитации; для теории гравитации, учитывающей квантовые поправки.
- Получить точные решения на масштабный фактор a для пространств с постоянной скоростью эволюции скалярной кривизны $\dot{R} = const$ в $f(R)$ гравитации со скалярным полем и исследовать их.
- Предложить новые методы для проверки модифицированных теорий гравитации с помощью наблюдательных данных.
- Исследовать возможные эффекты модифицированных теорий гравитации в микролинзировании с помощью компьютерного моделирования.

Научная новизна. В настоящей работе впервые были получены следующие результаты:

1. Обобщённое уравнение для расчёта космологического углового расстояния в модифицированных теориях гравитации, допускающих метрику Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) с учётом неоднородностей; решения этого уравнения в модели Λ CDM для разных случаев наполненности материей конгруэнции нулевых геодезических¹; установлено, что тёмная энергия не участвует в фокусировке в Λ CDM модели .

¹ Имеются в виду изотропные геодезические, для которых $ds^2 = 0$. Далее по тексту используется терминология курса теоретической физики Ландау и Лифшица.

2. Новые подходы для проверки методов измерения космологического углового расстояния и, как следствие, теорий гравитации, лежащих в их основе.
3. Новое решение для угла гравитационного отклонения света в пределе слабого поля в $f(R)$ D -мерной теории гравитации.
4. Новое решение для угла гравитационного отклонения света в пределе слабого поля в теории гравитации, учитывающей квантовые поправки [46].
5. Новые точные решения в $f(R)$ теории гравитации со скалярным полем для пространств с постоянной скоростью эволюции скалярной кривизны $\dot{R} = const$.
6. Компьютерное моделирование эффектов микролинзирования в параметризованном постньютоновском формализме, которое позволило оценить вклад от модифицированной гравитации в эффекты гравитационного микролинзирования.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для уточнения ряда астрофизических наблюдений, в которых применяются формулы для расчёта космологического углового расстояния. Например, при исследовании сверхновых звёзд и исследованиях, в основе которых лежит гравитационное линзирование и эффект Сюняева-Зельдовича [53]. Кроме того, полученное общее дифференциальное уравнение на космологическое угловое расстояние позволит проводить теоретический анализ эффектов фокусировки конгруэнции нулевых геодезических в обобщённых теориях гравитации с учётом неоднородностей.

Предложенные методы для проверки справедливости подходов к измерению углового космологического расстояния, основанные на вычислении постоянной Хаббла и тождестве двойственности космологических расстояний, могут стать основой для экспериментального астрономического исследования.

Полученные решения для угла гравитационного отклонения света позволят получить дополнительные ограничения на свободные параметры рассмотренных теорий гравитации.

Точные решения, полученные для $f(R)$ теории гравитации со скалярным полем для класса пространств с $\dot{R} = const$ позволят продолжить исследование решений, относящихся к современной стадии эволюции Вселенной.

Результаты моделирования микролинзирования в обобщённых теориях гравитации позволят оценить возможный вклад эффектов модифицированных теорий в наблюдаемые эффекты микролинзирования.

Методология и методы исследования. В работе использовались численные методы решения дифференциальных уравнений, численное интегрирование, методы теории дифференциальных уравнений, методы компьютерного моделирования.

Положения, выносимые на защиту:

- Обобщённое дифференциальное уравнение на космологическое угловое расстояние в модифицированной теории гравитации с учётом неоднородности распределения вещества.
- Методы для проверки способов измерения космологического углового расстояния, основанные на данных эффекта Сюняева-Зельдовича для галактик и, как следствие, теорий гравитации, лежащих в их основе.
- Решение для угла гравитационного отклонения света в пределе слабого поля в $f(R)$ D -мерной теории гравитации.
- Решение для угла гравитационного отклонения света в пределе слабого поля в теории гравитации, учитывающей квантовые поправки.
- Точные решения в $f(R)$ теории гравитации со скалярным полем для пространств с постоянной скоростью эволюции скалярной кривизны $\dot{R} = const$.

- Результаты компьютерного моделирования гравитационного микролинзирования в модифицированных теориях гравитации.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается их согласованностью с исследованиями, полученными другими авторами в более частных случаях.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и научных семинарах:

- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2013» (Москва, 2013).
- Международная научная конференция «Фридмановские чтения» (Пермь, 2013).
- Международная зимняя школа-семинар по гравитации, астрофизике и космологии "Петровские чтения - 2014" (Казань, 2014)
- ZAH microlensing group seminar (Heidelberg, 2014).
- 9th Alexander Friedmann International Seminar (St. Petersburg, 2015).
- XIIth International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology (Moscow, 2015).
- Семинар им. А.Л. Зельманова (Москва, 2015).
- ACRU/Mathematics seminar (Durban, 2016).
- Семинар по гравитации и космологии УНИГК—РГО (Москва, 2016).
- South Africa Gravity Society Meeting - 2016 (Solt Rock, 2016).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 работ, в том числе 3 статьи в журналах из списка ВАК, которые входят в список Web of Science [1], [2], [3], 1 учебное пособие и 6 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 90 страницы, из них 79 страницы текста, включая 16 рисунков. Библиография включает 81 наименований на 9 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе приведены необходимые для чтения диссертации понятия и обозначения. В первом параграфе этой главы приведён краткий обзор $f(R)$ теории гравитации. В частности - действие и полевые уравнения, получаемые варьированием по метрике. Также приведены уравнения Фридманна и рассмотрены их базовые свойства. Во втором параграфе приведены базовые понятия $f(R)$ теории гравитации со скалярным полем. Третий параграф посвящён многомерной $f(R)$ теории гравитации. Рассмотрено многомерное обобщение $f(R)$, приведены вакуумные полевые уравнения. Показано, как с помощью конформного преобразования можно перейти к линейной теории с дополнительным скалярным полем. В качестве примера показано, как естественным образом получить в этой теории решения де Ситтера. В четвёртом параграфе рассматриваются основные понятия квантовой теории гравитации, учитывающей квантовые поправки. Приведено действие теории. Показано, как с помощью

ренормализационной группы прийти к полевым уравнениям, применимым для поиска космологических решений.

Результаты первой главы опубликованы в работах [4], [5].

Во второй главе рассмотрена проблема измерения космологического углового расстояния в неоднородной вселенной в обобщённых теориях гравитации.

В первом параграфе дано описание проблемы вычисления КУР в неоднородной вселенной. Приведён обзор литературы по данной теме. Рассмотрены предыдущие решения, полученные другими авторами. Так же приведён общий подход к выводу обобщённого дифференциального уравнения с помощью инструментария нулевых геодезических и отношения компонентов импульса фотона. Получено уравнение на диаметр сечения конгруэнции геодезических в однородной метрике ФРУ:

$$\ddot{l} - \frac{\dot{a}}{a}\dot{l} - \left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2} \right) l = 0 \quad (4)$$

где l - диаметр сечения конгруэнции геодезических, a - масштабный фактор, k - параметр кривизны. С помощью отношения компонентов импульса фотона получено выражение для фокусировки Риччи

$$\frac{dq}{dt} = hz \left[\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2} \right], \quad (5)$$

где q и h - поперечный и продольный компоненты импульса соответственно.

С помощью (4) и (5) получено обобщённое дифференциальное уравнение для измерения КУР в теориях гравитации, допускающих метрику ФРУ.

$$\ddot{d}_a - \frac{\dot{a}}{a}\dot{d}_a + \alpha \left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2} \right) d_a = 0, \quad (6)$$

где d_a - КУР, a - масштабный фактор, $k = -1, 0, 1$ - кривизна, α - коэффициент наполненности светового конуса нулевых геодезических.

Во втором параграфе приведён вывод уравнения (6) с помощью уравнения фокусировки. Показано, что тёмная энергия в Λ CDM модели не участвует в фокусировке световых лучей, образующих конгруэнцию нулевых геодезических.

В третьем параграфе приведены основные решения уравнения (6). Для однородной Λ CDM модели

$$d_a = \begin{cases} \frac{1}{1+z} \frac{1}{H_0 \sqrt{\Omega_k}} \sin \int_{\frac{1}{1+z}}^1 \sqrt{\Omega_k} \frac{dx}{x^2 \sqrt{\Omega_S}} & : k = 1 \\ \frac{1}{1+z} \int_{\frac{1}{1+z}}^1 \frac{dx}{H_0 x^2 \sqrt{\Omega_S}} & : k = 0 \\ \frac{1}{1+z} \frac{1}{H_0 \sqrt{\Omega_k}} \text{sh} \int_{\frac{1}{1+z}}^1 \sqrt{\Omega_k} \frac{dx}{x^2 \sqrt{\Omega_S}} & : k = -1, \end{cases} \quad (7)$$

где z - красное смещение,

$$\Omega_S = \Omega_\Lambda + \Omega_k x^{-2} + \Omega_M x^{-3} + \Omega_R x^{-4},$$

где Ω_Λ , Ω_k , Ω_M и Ω_R - доли тёмной энергии, кривизны, материи и радиации соответственно.

Решение для однородной в общем вселенной, справедливое для любой модифицированной теории, допускающей метрику ФРУ:

$$d_a = \frac{1}{a_0} \int_t^{t_0} a dt. \quad (8)$$

В четвёртом параграфе приведено численное решение (6) в Λ CDM модели для произвольной степени наполненности светового конуса.

В пятом параграфе рассматривается применение уравнения (6) к модифицированным теориям гравитации.

В шестом параграфе предложены способы проверки методов измерения КУР с помощью наблюдательных данных эффекта Сюняева-Зельдовича и других. Приведены результаты оценочных расчётов, демонстрирующих более высокую согласованность результатов предложенного метода измерения КУР по сравнению с общепринятым методом.

Результаты второй главы опубликованы в работах [1], [2], [3], [6].

В третьей главе рассматриваются наблюдательные эффекты модифицированных теорий гравитации. В первом параграфе показано, как можно вычислить угол гравитационного отклонения света массивным телом в пределе

слабого поля:

$$\psi = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{,b} dz, \quad (9)$$

где ψ - угол отклонения $\Phi_{,b}$ - первая производная потенциала по прицельному параметру, z - путь вдоль луча. Приведено решение в пределе слабого поля для угла гравитационного отклонения света в $f(R)$ D -мерной теории гравитации

$$\vec{\hat{\alpha}} = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_N m b}{(b^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} dz + \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_N m b e^{-\frac{\sqrt{b^2+z^2}}{\lambda}}}{D(D-2)} \left(\frac{1}{(b^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{(b^2 + z^2)\lambda} \right) dz, \quad (10)$$

где G_N - гравитационная постоянная Ньютона, m - масса гравитирующего объекта, c - скорость света. Уравнение позволяет получить ограничение на параметр теории λ . Так же приведено решение в пределе слабого поля для угла гравитационного отклонения света в теории гравитации учитывающей квантовые поправки

$$\vec{\hat{\alpha}} = \frac{4G_N m}{c^2 b} + \frac{2\pi\nu}{c^2} - \frac{8G_0 m \nu}{c^2 b} - \frac{8\nu G_N m}{c^2 b} \left(\ln \frac{b}{2r_0} + 1 \right), \quad (11)$$

которое позволяет получить ограничение на параметр теории ν .

Второй параграф посвящён нахождению точных решений в $f(R)$ теории гравитации со скалярным полем для пространств с постоянной скоростью эволюции скалярной кривизны $\dot{R} = const$. Получены выражения для кинетической энергии

$$K = -f' \dot{H} + 3f''(4H^2 \dot{H} - 3H \ddot{H} - \ddot{H} - 4\dot{H}^2) - 18f'''(\ddot{H} + 4H \dot{H})^2 \quad (12)$$

и потенциала

$$V = \frac{1}{2} f - f'(2\dot{H} + 3H^2) + f''(3\ddot{H} + 27H \ddot{H} + 60H^2 \dot{H} + 12\dot{H}^2) + 18f'''(\ddot{H} + 4H \dot{H})^2. \quad (13)$$

Получено решение полевых уравнений в общем случае:

$$\Theta(\xi) = C_1 \text{Ai} \left(-(-2A)^{1/3} \xi \right) + C_2 \text{Bi} \left(-(-2A)^{1/3} \xi \right), \quad (14)$$

где $\xi = a^2$ квадрат масштабного фактора, A, C_1, C_2 - константы интегрирования, A_i, B_i - спец. функции Эйри.

Для начальных условий, отвечающих современной эпохе, численно найдены коэффициенты интегрирования. Проведено сравнение решения (14) со стандартным решением в Λ CDM, построены графики решений (см. рис. 1), по которым видно, что полученное решение находится в согласии со стандартным решением Λ CDM для постинфляции. Преимущество полученного решения заключается в том, что оно не содержит тёмной энергии.

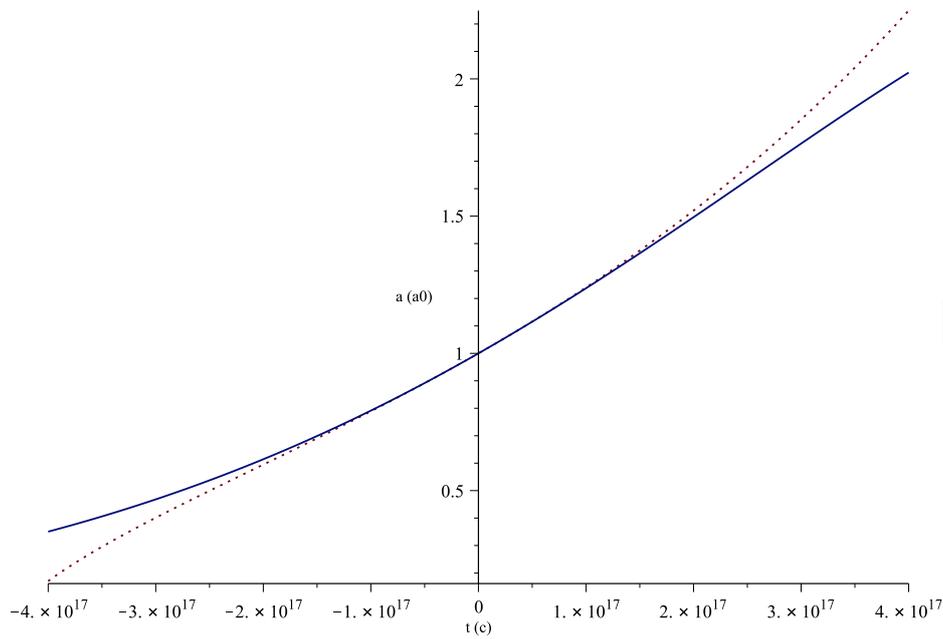


Рис. 1. Графики решений для $q_0 = -0.58$ и $H_0 = 69$

В четвёртом параграфе приведены результаты компьютерного моделирования микролинзирования в модифицированных теориях гравитации с помощью ППН формализма. Полученные результаты показывают, что возможные эффекты, вносимые модифицированными теориями гравитации в наблюдательные эффекты микролинзирования, ничтожно малы, а следовательно - не могут быть детектированы в ближайшем будущем.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [7], [8], [9], [10].

В Заключении обсуждаются дальнейшие перспективы исследований в рассмотренной теме и подведены итоги проделанного исследования настоящей

диссертации.

Публикации в журналах, входящих в список ВАК

1. Nikolaev A., Chervon S. Development of Zeldovich's approach for cosmological distances measurement in the Friedmann Universe // *The European Physical Journal C*. 2015. Vol. 75, no 9. URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3614-3>.
2. Nikolaev A., Chervon S. Realistic cosmological measurement of distances in the Friedmann universe // *International Journal of Modern Physics A*. 2016. Vol. 31, no. 02n03. P. 1641013. <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X1641013X>. URL: <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217751X1641013X>.
3. Nikolaev A., Chervon S. The Effect of Universe Inhomogeneities on Cosmological Distance Measurements // *Gravitation and Cosmology*. 2016. Vol. 22, no 3. P. 208–211.

Публикации в прочих журналах

4. Николаев А. В. Применение системы символьных вычислений maple к задачам космологии // Электронный сборник трудов научно-методического семинара по теоретической и математической физике / УлГПУ. Ульяновск, 2014.
5. Кошелев Н. А., Николаев А. В., Червон С. В. Основы $f(R)$ теории гравитации. Ульяновск: УлГПУ, 2015. ISBN: 978-5-86045-830-7.
6. Nikolaev A., Chervon S. The angular diameter distance for locally inhomogeneous Friedmann universe // *Proceedings of XIIth International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology / PFUR*. Moscow, 2015.
7. Николаев А. В. Расчёт угла отклонения света в теории гравитации учиты-

- вающей квантовые поправки // Тезисы докладов Международной научной Ломоносов-2013 / МГУ. Москва, 2013.
8. Николаев А. В. Об отклонении луча света в пределе слабого поля в $f(R)$ D-мерной гравитации // Тезисы докладов Международной научной конференции Фридмановские чтения / ПГНИУ. Пермь, 2013.
 9. Николаев А. В. Расчёт угла отклонения света в теории гравитации учитывающей квантовые поправки // Тезисы докладов Международной зимней школы-семинара по гравитации, астрофизике и космологии Петровские чтения - 2014 / КФУ. Казань, 2014.
 10. Николаев А. В. Расчёт угла отклонения света в теории гравитации учитывающей квантовые поправки // Электронный сборник трудов научно-методического семинара по теоретической и математической физике / УлГПУ. Ульяновск, 2014.

Цитированная литература

11. Riess A. G., Strolger L.-G., Tonry J. et al. Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution // *The Astrophysical Journal*. 2004. Vol. 607, no. 2. P. 665. URL: <http://stacks.iop.org/0004-637X/607/i=2/a=665>.
12. Suzuki N., Rubin D., Lidman C. et al. The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the Dark-energy Constraints above $z > 1$ and Building an Early-type-hosted Supernova Sample // *The Astrophysical Journal*. 2012. Vol. 746, no. 1. P. 85. URL: <http://stacks.iop.org/0004-637X/746/i=1/a=85>.
13. Planck Collaboration, Ade P. A. R., Aghanim N. et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters // *Astronomy Astrophysics*. 2014. — nov. Vol. 571. P. A16. [1303.5076](https://arxiv.org/abs/1303.5076).

14. Hinshaw G., Larson D., Komatsu E. et al. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 2013. Vol. 208, no. 2. P. 19. URL: <http://stacks.iop.org/0067-0049/208/i=2/a=19>.
15. Spergel D. N., Bean R., Dore O. et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 2007. Vol. 170, no. 2. P. 377. URL: <http://stacks.iop.org/0067-0049/170/i=2/a=377>.
16. Cole S., Percival W. J., Peacock J. A. et al. The 2dF Galaxy Redshift Survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2005. Vol. 362, no. 2. P. 505–534. <http://mnras.oxfordjournals.org/content/362/2/505.full.pdf+html>. URL: <http://mnras.oxfordjournals.org/content/362/2/505.abstract>.
17. Tegmark M., Eisenstein D. J., Strauss M. A. et al. Cosmological constraints from the SDSS luminous red galaxies // *Phys. Rev. D*. 2006. — Dec. Vol. 74. P. 123507. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.74.123507>.
18. Corbelli E., Salucci P. The extended rotation curve and the dark matter halo of M33 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2000. Vol. 311, no. 2. P. 441–447. <http://mnras.oxfordjournals.org/content/311/2/441.full.pdf+html>. URL: <http://mnras.oxfordjournals.org/content/311/2/441.abstract>.
19. Jog, C. J. Large-scale asymmetry of rotation curves in lopsided spiral galaxies // *A&A*. 2002. Vol. 391, no. 2. P. 471–479. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20020832>.
20. Luca Amendola S. T. *Dark Energy: Theory and Observations*. Cambridge University Press, 2010. ISBN: 0521516005,9780521516006.
21. Clifton T., Ferreira P. G., Padilla A., Skordis C. Modified gravity and cosmology // *Physics Reports*. 2012. Vol. 513, no. 1–3. P. 1 – 189. Modified Gravity and Cosmology. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/>

[pii/S0370157312000105](#).

22. Starobinsky A. A. Disappearing cosmological constant in $f(R)$ gravity // *JETP Lett.* 2007. Vol. 86. P. 157–163. [arXiv:astro-ph/0706.2041](#).
23. Camenzind M. Compact Objects in Astrophysics. Astronomy and Astrophysics Library. 1 edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. ISBN: [978-3-540-25770-7](#).
24. Starobinsky A. A new type of isotropic cosmological models without singularity // *Physics Letters B.* 1980. Vol. 91, no. 1. P. 99 – 102. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938090670X>.
25. Goswami R., Nzioki A. M., Maharaj S. D., Ghosh S. G. Collapsing spherical stars in $f(R)$ gravity // *Phys. Rev. D.* 2014. — Oct. Vol. 90. P. 084011. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.084011>.
26. Ganguly A., Gannouji R., Goswami R., Ray S. Neutron stars in the Starobinsky model // *Phys. Rev. D.* 2014. — Mar. Vol. 89. P. 064019. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.064019>.
27. Capozziello S., Carloni S., Troisi A. Quintessence without scalar fields // *Recent Res.Dev.Astron.Astrophys. Research Signpost*, 2003. Vol. 1. P. 625.
28. Zeldovich Y. B. Observations in a Universe homogeneous in the mean // *Sov. A.* 1964. Vol. 8. P. 13–16.
29. Dashevskii V. M., Zeldovich Y. B. The propagation of the light in nonhomogeneous nonflat Universe // *Sov. A.* 1965. Vol. 8. P. 854–856.
30. Dashevskii V. M., Slysh V. On the propagation of light in a nonhomogeneous Universe // *Sov. A.* 1965. Vol. 9. P. 671–672.
31. Dyer C. C., Roeder R. C. The distance-redshift relation for Universes with no intergalactic medium // *The Astrophysical Journal.* 1972. Vol. 174. P. L115–L117.
32. Dyer C. C., Roeder R. C. Observations in locally inhomogeneous cosmological models // *The Astrophysical Journal.* 1974. Vol. 189. P. 167–175.
33. Dyer C. C., Roeder R. C. Distance-redshift relations for Universes with some intergalactic medium // *The Astrophysical Journal.* 1973. Vol. 180. P. L31–L34.

34. Weinberg S. Apparent luminosities in a locally inhomogeneous Universe // The Astrophysical Journal. 1976. Vol. 208. P. L1–L3.
35. Kantowski R. The effects of inhomogeneities on evaluating the mass parameter Ω_m and the cosmological constant λ // The Astrophysical Journal. 1998. Vol. 507. P. 483–496.
36. Kantowski R., Kao J. Distance-Redshift in Inhomogeneous FLRW. 2000. URL: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0002334v2>.
37. Schneider P., Weiss A. Light propagation in inhomogeneous universe // The Astrophysical Journal. 1988. Vol. 327. P. 526–543.
38. Seitz S., Schneider P., Ehlers J. Light propagation in arbitrary spacetimes and the gravitational lens approximation // Class.Quant.Grav. 1994. Vol. 11. P. 2345–2374.
39. Bolejko K., Ferreira P. G. Ricci focusing, shearing, and the expansion rate in an almost homogeneous Universe // JCAP05. 2012. Vol. 05.003. URL: [arXiv:astro-ph.1204.0909v2](http://arxiv.org/abs/astro-ph/1204.0909v2).
40. Polchinski J. *String theory*. 1 edition. Cambridge University Press, 1998. Vol. Volume 1 of Cambridge monographs on mathematical physics. ISBN: 0521633036,9780521633031,9780511338212,0521633044. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=CD3CAAEE14AF0EB43F34C6005E97800F>.
41. Maartens R., Koyama K. Brane-World Gravity // Living Rev. Rel. 2010. Vol. 13. P. 5. [arXiv:hep-th/1004.3962](http://arxiv.org/abs/hep-th/1004.3962).
42. Троицкий С. В. Нерешённые проблемы физики элементарных частиц // Успехи физических наук. 2012. Vol. 182, no. 1. P. 77–103. URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2012/1/e/>.
43. Günther U., Moniz P., Zhuk A. Asymptotical AdS space from nonlinear gravitational models with stabilized extra dimensions // Phys. Rev. D. 2002. — Aug. Vol. 66. P. 044014. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.044014>.

44. Eingorn M., Zhuk A. Weak-field limit of $f(R)$ gravity in three and more spatial dimensions // *Phys. Rev. D*. 2011. — Jul. Vol. 84. P. 024023. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.024023>.
45. Боголюбов Н., Ширков Д. Введение в теорию квантованных полей. 4 edition. Наука, 1984. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=76F613DD6CCE0F315FA604E57137F6C7>.
46. Shapiro I. L., Sola J. Scaling behavior of the cosmological constant: Interface between quantum field theory and cosmology // *JHEP*. 2002. Vol. 02. P. 006. arXiv:hep-th/hep-th/0012227.
47. Shapiro I. L., Sola J., Stefancic H. Running G and Lambda at low energies from physics at M(X): Possible cosmological and astrophysical implications // *JCAP*. 2005. Vol. 0501. P. 012. arXiv:hep-ph/hep-ph/0410095.
48. Peter Schneider J. W., Christopher Kochanek. Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro: Saas-Fee Advanced Course 33 (Saas-Fee Advanced Courses). 1 edition. 2006. ISBN: [354030309X,9783540303091](https://www.isbn-international.org/product/9783540303091).
49. Dr. Peter Schneider D. E. E. F. a., Professor Dr. Jurgen Ehlers. Gravitational Lenses. Astronomy and Astrophysics Library. 1 edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992. ISBN: [978-3-540-66506-9,978-3-662-03758-4](https://www.isbn-international.org/product/9783540665069).
50. А.Ф. З. Гравитационные линзы и микролинзы. Янус-к edition. 1997. ISBN: [5889290371](https://www.isbn-international.org/product/5889290371).
51. А.М. Ч. Гравитационное микролинзирование и проблема скрытой массы // Соровский образовательный журнал. 1998. Т. 3. С. 92–99.
52. Wambsganss J. Gravitational lensing: numerical simulations with a hierarchical tree code // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1999. Vol. 109, no. 1–2. P. 353 – 372. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042799001648>.
53. Верховданов О., Парийский Ю. Радиогалактики и космология. ФМЛ, 2009. ISBN: [978-5-9221-1135-5](https://www.isbn-international.org/product/9785922111355).

Научное издание

Николаев Алексей Васильевич

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Новые космологические следствия, вносимые модифицированными теориями
гравитации

Подписано в печать 25.01.2016. Формат 60 × 90 1/16. Тираж 100 экз. Заказ 256.

Санкт-Петербургская издательская фирма «Наука» РАН. 199034, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, 1, <http://www.naukaspb.spb.ru>