На правах рукописи

ВИХРОВА Ольга Геннадиевна

МОДЕЛЬ РАЗДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ КАК СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ТРЕБОВАНИЯМИ СЛУЧАЙНОГО ОБЪЕМА

05.13.17 – «Теоретические основы информатики»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена на кафедре систем телекоммуникаций Российского университета дружбы народов.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор **Самуйлов Константин Евгеньевич**

Официальные оппоненты: **Нетес Виктор Александрович,** доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры сетей связи и систем коммутации Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

Пауль Светлана Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Ведущая организация: Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)

Защита диссертации состоится «13» октября 2017 г. в 17 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.28 при Российском университете дружбы народов по адресу: г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо–Маклая, д. 6. (Отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу.)

Автореферат разослан «___» __________ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета С.А. Васильев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы Современные операторы услуг связи столкнулись с проблемой ограниченных возможностей радио интерфейса беспроводных гетерогенных сетей. С ростом популярности и доступности мобильных устройств существенно вырос спрос на услуги беспроводной связи и повсеместный высокоскоростной доступ в Интернет. В последние годы наблюдается значительный прирост пользователей беспроводных сетей и экспоненциальный рост трафика мобильных данных. Чтобы справляться с растущей нагрузкой на базовые станции eNodeB (*eNB*) сети LTE (Long Term Evolution), было предложено направлять часть трафика на расположенные вблизи маломощные станции различного радиуса действия, формирующие так называемые малые соты: микросоты (до 2 км), пикосоты (до 200 м) и фемтосоты (до 10 м). Современные беспроводные сети связи становятся гетерогенными за счет высокой плотности расположения друг относительно друга точек доступа различных типов. Решение о выборе станции, с которой будут ассоциированы беспроводные каналы передачи данных, принимается с учетом параметров качества каналов и мощности передающей антенны. Традиционный подход в сотовых сетях к ассоциации восходящего канала (*UL*) с той же станцией, с которой устанавливается нисходящий канал (*DL*), подвергся критике. Эффективность концепции разделения *UL* и *DL*, как способа оптимального использования ограниченных радиоресурсов в гетерогенных сетях, получила подтверждение в различных исследованиях.

Для анализа показателей качества моделей мультисервисных сетей связи применяются системы массового обслуживания (СМО) с ограниченными ресурсами. При построении и анализе таких моделей используется аппарат теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания и теории телетрафика. Существенный вклад в развитие данной области внесли российские и зарубежные ученые: А.И. Зейфман, В.Ю. Королев, С.П. Моисеева, А.А. Назаров, С.В. Пауль, А.М. Горцев, В.А. Нетес, А.П. Пшеничников, Г.П. Башарин, В.М. Вишневский, В.А. Наумов, А.В. Печинкин, К.Е. Самуйлов, Б.А. Севастьянов, С.Н. Степанов, И.И. Цитович, С.А. Шоргин, М.Г. Коновалов, А.Е. Кучерявый, M. Pagano, V.B. Iversen, F.P. Kelly, P.V. Mieghem, J.W. Roberts, K.W. Ross, J. Virtamo, и др.

Классические ресурсные модели не применимы к описанию систем с разделением *UL* и *DL*, так как требования к ресурсу описываются набором фиксированных параметров. В современных беспроводных сетях объемы частотного ресурса, выделяемого пользователями одного и того класса, могут различаться.

Для анализа моделей сетей, в которых объем выделяемых ресурсов зависит от положения мобильного устройства в сети, определяемого случайным образом, применяются методы стохастической геометрии. Однако данные модели не позволяют оценить изменения, связанные с поступлением запросов на установление и завершение сессий.

Ввиду изложенного, актуальной является задача разработки модели разделения ограниченных ресурсов гетерогенной беспроводной сети, учитывающей динамическое изменение количества подключенных устройств в сети и возможность выделять каждому пользователю ресурсы в зависимости от его характеристик, и методов ее анализа.

Целью диссертационной работы является исследование многолинейной СМО ограниченной емкости с требованиями случайного объема и анализ качества услуг в беспроводных сетях связи в условиях гетерогенной среды.

Результаты, выносимые на защиту.

1. Показатели эффективности модели разделения ресурсов в беспроводных сетях связи 4-го и 5–го поколений могут анализироваться с помощью многолинейной экспоненциальной СМО ограниченной емкости с требованиями случайного объема к ресурсам нескольких типов.
2. Многолинейная экспоненциальная СМО с заявками нескольких классов и требованиями случайного объема к ресурсам может быть сведена к СМО с агрегированным входящим потоком средневзвешенных требований.
3. Распределение стационарных вероятностей экспоненциальной многолинейной СМО с агрегированным потоком средневзвешенных требований к ресурсам зависит от числа заявок в СМО каждого класса и общего объема занятых ресурсов и имеет мультипликативный вид.

Научная новизна диссертации состоит в следующем.

– Построена модель разделения ресурсов в современной беспроводной сети связи в виде многолинейной СМО ограниченной емкости с заявками нескольких классов и требованиями случайного объема к ресурсам, которая в отличие от известных моделей учитывает процессы поступления и обслуживания пользователей, а также особенности выделения радиоресурсов в гетерогенной беспроводной сети.

– Получены аналитические формулы для вычисления стационарных вероятностей, вероятности блокировки и среднего объема занятых ресурсов многолинейной СМО ограниченной емкости с заявками нескольких классов и требованиями случайного объема.

– Предложен метод анализа модели с помощью упрощенной СМО с агрегированным входящим потоком средневзвешенных требований. Доказана эквивалентность стационарных вероятностей и вероятностных характеристик для исходной и упрощенной СМО.

– Получен рекуррентный алгоритм вычисления нормировочной константы для упрощенной СМО и рекуррентные формулы вычисления вероятности блокировки, среднего объема и дисперсии занятых ресурсов, обладающие меньшей вычислительной сложностью, чем полученные ранее аналитические формулы.

Методы исследования. В работе использованы методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, математической теории телетрафика, численные методы.

Обоснованность и достоверность результатов диссертационной работы подтверждается использованием строгих и апробированных математических методов исследования и вычислительным экспериментом, проведенным на базе близких к реальным исходных данных.

Теоретическая и практическая ценность Разработанная модель и формулы для вычисления ее вероятностных характеристик, полученные в диссертационной работе, предназначены для расчета показателей качества услуг в беспроводных сетях связи 4-го и 5-го поколений и могут быть применены проектными организациями и операторами сетей связи при планировании сетевых ресурсов, требуемых для обеспечения необходимого качества обслуживания пользователей. Результаты работы использованы в рамках исследований по грантам РФФИ № 15–07–03051 «Формализация моделей и развитие методов анализа вероятностных характеристик инфокоммуникационных межмашинных беспроводных сетей пятого поколения», № 16–07–00766 «Построение моделей массового обслуживания для анализа показателей эффективности взаимодействия устройств в инфокоммуникациях пятого поколения», № 16–37–60103 «Построение математических моделей схем распределения радиоресурсов в беспроводных гетерогенных сетях пятого поколения и разработка методов для анализа их показателей эффективности».

Реализация результатов работы. Результаты диссертации использовались в научно–исследовательских работах (НИР), проводимых в РУДН и Институте проблем информатики Российской академии наук.

Кроме того, результаты диссертации были внедрены в учебный процесс для дисциплины «Математическая теория телетрафика» для студентов направлений подготовки «Прикладная математика и информатика» и «Математика. Компьютерные науки» в РУДН, и использовались в выпускных работах бакалавров.

Апробация работы. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

- V Всероссийская конференция (с международным участием) «Информационно–телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (Москва, 2015);
- XIV международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» (Анжеро–Судженск, 2015);
- IX Международная научно–практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ–образование» (Москва, 2016);
- IX международная петрозаводская конференция «Вероятностные методы в дискретной математике» (Петрозаводск, 2016);
- XV международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование» (Алтайский край, п. Катунь, 2016);

– XII международная конференция «Numerical Analysis and Applied Mathematics» (Греция, Родос, 2016);

– XVI международная конференция «Next Generation Wired/Wireless Advanced Networks and Systems» (Санкт–Петербург, 2016).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 работ, из которых [3,4,7,8] – в ведущих рецензируемых научных журналах и содержат выносимые на защиту результаты, а [1,2,5,6] – в рецензируемых трудах международных конференций.

В работах, выполненных в соавторстве, соискателю принадлежит: в [1–5] – анализ экспоненциальной СМО с ограниченным ресурсом и дискретными требованиями к ресурсам; в [6] – теорема о распределении стационарных вероятностей СМО с заявками нескольких классов и вектором случайных требований к ресурсам; [7] – теорема о распределении стационарных вероятностей для упрощенной СМО с агрегированным входящим потоком; [8] – рекуррентные формулы для вычисления вероятностных характеристик упрощенной модели.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии из 130 наименований. Диссертация изложена на 93 страницах текста, содержит 18 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследований, представлено содержание основных результатов диссертации, дана характеристика результатов по главам, изложена их научная новизна и практическая ценность.

В главе 1 исследованы существующие модели с требованиями случайного объема и методы их анализа, ставится задача исследований.

В *разделе 1.1* рассматривается класс моделей, в которых для обслуживания заявки требуется некоторый объем ресурса при условии, что весь ресурс системы ограничен. Объем требуемых ресурсов задается случайной величиной с функцией распределения в общем виде.

Рассматривается СМО без очереди с $N<\infty$ приборами и доступным ресурсом объема $\mathbf{R}=\left(R_1,...,R_M\right)$. Поступившая заявка занимает случайный объем ресурсов M типов на все время обслуживания. По завершении обслуживания весь занятый заявкой объем ресурсов освобождается. Если в системе недостаточно свободных ресурсов для обслуживания заявки, то она теряется. Для анализа системы необходимо для каждой заявки запоминать вектор занятых ею ресурсов. Размер пространства состояний в этом случае зависит от количества заявок в системе. При больших значениях N анализ модели затруднителен.

Предлагается рассмотреть упрощенную модель и отслеживать только суммарный объем ресурсов, занятых всеми заявками. Данное предположение приводит к тому, что объемы ресурсов, освобождаемых по завершении обслуживания, могут отличаться от тех, которые были выделены заявкам изначально. При заданном суммарном объеме занятых ресурсов и числе заявок в системе в момент окончания обслуживания, объем освобождаемых ресурсов не зависит от поведения системы в прошлом и может быть найден по теореме Байеса.

Пусть в систему поступает пуассоновский поток заявок с параметром λ, длительности обслуживания заявок независимы между собой, также не зависят от поступающего потока и экспоненциально распределены с параметром μ. В некоторый момент времени $t>0$ в системе находится $\xi(t)$ заявок и занято $\boldsymbol{\delta}(t)=\left(\delta_1(t),...,\delta_M(t)\right)$ ресурсов, $\boldsymbol{\delta}(t)<\mathbf{R}$. Поступившей в систему *i*–й заявке необходимо выделить объем ресурсов $\mathbf{r}_i=\left(r_{i1},...,r_{iM}\right)$, где r_{ij} - случайная величина требований к ресурсу *j*-го типа. Заявка теряется, если в момент ее поступления в систему объем доступного ресурса меньше объема, необходимого для ее обслуживания: $\mathbf{R}-\boldsymbol{\delta}(t)<\mathbf{r}_i$ или, если все приборы заняты $\xi(t)=N$. Объем занятого ресурса системы $\boldsymbol{\delta}(t)$ увеличивается на величину $\mathbf{r}_i\geq 0$. Объем занятых ресурсов $\boldsymbol{\delta}(\tau_i)$ уменьшается на величину $\mathbf{v}_i=\left(\nu_{i1},...,\nu_{iM}\right)$ в момент $\tau_i>t$ завершения обслуживания *i*–й заявки. Случайные величины ν_{ij}, $i\leq n$, $j=1,2,...,M$, при заданном числе заявок в системе $\xi(\tau_i)=n$ и объеме занятого ресурса $\boldsymbol{\delta}(\tau_i)=\mathbf{y}$ не зависят от поведения системы в прошлом и имеют функцию распределения $F_n(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{y})=P(\mathbf{v}_i\leq\mathbf{x}\,|\,\xi(\tau_i)=n;\boldsymbol{\delta}(\tau_i)=\mathbf{y})$, $0\leq\mathbf{x}\leq\mathbf{y}$.

С помощью аналитических и имитационных методов было доказано, что распределение стационарных вероятностей и вероятностные характеристики исходной и упрощенной моделей эквивалентны в предположении о пуассоновском входящем потоке и экспоненциальном времени обслуживания заявок.

В *разделе 1.2* рассматривается важный для приложения случай СМО с требованием к ресурсу $0 \le r_i \le R$, $i = \overline{0, N}$, где r_i – случайное целое число единиц ресурса. Принятая к обслуживанию заявка с вероятностью $p_j = P(r_i = j)$ займет j единиц ресурса, а n заявок займут r единиц ресурса с вероятностью $p_r^{(n)} = \sum_{j=0}^{r} p_j p_{r-j}^{(n-1)}$, где $p_r^{(n)}$ – n–кратная свертка вероятностей p_j. Для СП $\tilde{X}(t) = (\xi(t), \delta(t))$, описывающего поведение системы и заданного на множестве состояний $\tilde{\mathscr{X}} = \bigcup_{n=0}^{N} \tilde{\mathscr{X}}_n$, где $\tilde{\mathscr{X}}_n = \{(n, r) \,|\, 0 \le n \le N, 0 \le r \le R, \, p_r^{(n)} > 0\}$, получена матрица интенсивностей переходов $\mathbf{A}$.

<u>Утверждение 1.</u> Матрица интенсивностей переходов $\mathbf{A}$ невырожденная, консервативная, неразложимая и может быть представлена в блочном трех–диагональном вид с начальными блоками $\mathbf{\Psi}_0 = -\lambda \sum_{j=0}^{R} p_j$, $\mathbf{\Lambda}_0 = (\lambda p_0, \lambda p_1, ..., \lambda p_R)$, $\mathbf{M}_1 = (\mu, ..., \mu)^T$ и матрицами $\{\mathbf{\Psi}_n\}_{1 \le n \le N}$, $\{\mathbf{\Lambda}_n\}_{1 \le n \le N-1}$, $\{\mathbf{M}_n\}_{2 \le n \le N}$ с элементами

$$\psi_n(i, j) = \begin{cases} -(\lambda P_{R-i} + n\mu), & i = j \\ 0, & i \ne j \end{cases} \quad \text{при } n = \overline{1, N-1}, \tag{1}$$

$$\lambda_n(i, j) = \begin{cases} \lambda p_{j-i}, & i \le j \le R \\ 0, & i > j \end{cases} \quad \text{при } n = \overline{1, N-1}, \tag{2}$$

$$\mu_n(i, j) = \begin{cases} n\mu \dfrac{p_{i-j} p_j^{(n-1)}}{p_i^{(n)}}, & j \le i \le R \\ 0, & j > i \end{cases} \quad \text{при } n = \overline{2, N}, \tag{3}$$

$$\psi_N(i, j) = \begin{cases} -N\mu, & i = j \\ 0, & i \ne j \end{cases}. \tag{4}$$

Утверждение 1 определяет все компоненты для решения системы уравнений равновесия в матричном виде $\mathbf{q}^T \mathbf{A} = \mathbf{0}^T$, $\mathbf{q}^T \cdot 1 = \mathbf{1}^T$ методом UL–разложения, где $\mathbf{q}_0 = \{q_{0,0}\}$ и $\mathbf{q}_i = \{q_{i,0}, ..., q_{i,R}\}$ – подвектор стационарных вероятностей $q_{i,j} = \lim_{t \to \infty} P\{\xi(t) = i, \delta(t) = j\}$, $0 \le i \le N$, $0 \le j \le R$. Исследуемыми характеристиками системы являются вероятность блокировки при нехватке ресурса или свободных приборов в системе $B = 1 - \sum_{n=0}^{N}\sum_{i=0}^{R} q_{n,i} \sum_{j=0}^{R-i} p_j$, среднее число заявок в системе $\bar{N} = \sum_{i=0}^{N} i q_i$ и среднее число занятых единиц ресурсов $b = \sum_{n=0}^{N} b_n q_n$, где $b_n = \frac{\sum_{r=0}^{R} r p_r^{(n)}}{\sum_{r=0}^{R} p_r^{(n)}}$.

Раздел 1.3 посвящен исследованию особенностей задачи построения и анализа модели разделения радиоресурсов в современных беспроводных сетях связи. Вводится описание модели гетерогенной беспроводной сети с требованием целого числа ресурсных блоков (Resource Block, *RB*) в *UL* и *DL* на примере сети LTE–Advanced, а также определяются ее основные показатели эффективности.

В *разделе 1.4* ставится задача исследования диссертационной работы.

Глава 2 посвящена методам анализа модели разделения радиоресурсов в современных беспроводных сетях связи.

В *разделе 2.1* исследуется многолинейная СМО с требованиями случайного объема к ресурсам *M* типов и *L* классами заявок. Объем ресурсов, необходимых для обслуживания поступившей заявки *l*–класса, задается вектором $\mathbf{r}_l = (r_{l1}, ..., r_{lM}) \geq \mathbf{0}$, где r_{lm} – случайная величина единиц ресурса *m*-го типа, $m = 1, 2, ..., M$, с функцией распределения $F_l(\mathbf{x})$, независимой от процессов поступления и обслуживания заявок. В систему поступает пуассоновские потоки заявок с интенсивностями λ_l и экспоненциальным временем обслуживания с параметром μ_l, где $\rho_l = \lambda_l / \mu_l$ при $l = \overline{1, L}$ и $\mu(l_1, ..., l_{\xi(t)}) = \mu_{l_1} + ... + \mu_{l_{\xi(t)}}$. В некоторый момент времени $t > 0$ в системе находится $\xi(t)$ заявок различных типов $\theta_i(t)_{i \leq \xi(t)} = 1, 2, ..., L$, каждая из которых занимает вектор ресурсов $\boldsymbol{\gamma}_i(t)_{i \leq \xi(t)} = (\gamma_{1,i}, \ldots, \gamma_{M,i})$ таких, что $\boldsymbol{\gamma}_{m,\bullet}(t) = \gamma_{m,0}(t) + ... + \gamma_{m,\xi(t)}(t) \leq R_m$.

Изменения состояний системы во времени задает СП $Y(t) = \left(\xi(t), \boldsymbol{\theta}(t), (\boldsymbol{\gamma}_1(t), ..., \boldsymbol{\gamma}_n(t))\right)$ на пространстве состояний $\mathscr{Y} = \bigcup_{n=0}^{N} \mathscr{Y}_n$, $\mathscr{Y}_n = \{(n, (l_1, \ldots, l_n), (\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_n)) : 0 \leq n \leq N, l_i = 1, .., L, 0 \leq \mathbf{r}_i \leq \mathbf{R}, \mathbf{r}_1 + ... + \mathbf{r}_n \leq \mathbf{R}\}$.

Определим стационарные вероятности:

$$q^n_{l_1,\ldots,l_n}(\mathbf{r}_{l_1},\ldots,\mathbf{r}_{l_n}) = \lim_{t\to\infty} P\{\xi(t)=n,\theta_1(t)=l_1,\ldots,\theta_n(t)=l_n,\boldsymbol{\gamma}_1(t)=\mathbf{r}_{l_1},\ldots,\boldsymbol{\gamma}_n(t)=\mathbf{r}_{l_n}\}$$

$$q_0 = \lim_{t\to\infty} P\{\xi(t)=0\}$$

<u>Теорема 1.</u> Распределение стационарных вероятностей СМО со случайными требованиями и СП $X(t)$ имеет вид:

$$q^n_{l_1,\ldots,l_n}(\mathbf{r}_{l_1},\ldots,\mathbf{r}_{l_n}) = q_0 p_{l_1,\mathbf{r}_{l_1}} \cdots p_{l_k,\mathbf{r}_{l_n}} \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda_{l_i}}{\mu(l_1,\ldots,l_i)}, \tag{5}$$

$$q_0 = \left(1+\sum_{n=1}^{N} \sum_{k_1+\ldots+k_L=n} \sum_{\mathbf{r}_1+\ldots+\mathbf{r}_n=\mathbf{R}} p_{l_1,\mathbf{r}_{l_1}} \cdots p_{l_n,\mathbf{r}_{l_n}} \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda_{l_i}}{\mu(l_1,\ldots,l_i)}\right)^{-1}. \tag{6}$$

Сгруппируем стационарные вероятности $q^n_{l_1,\ldots,l_n}(\mathbf{r}_{l_1},\ldots,\mathbf{r}_{l_n})$ по множеству всех целочисленных векторов $(l_1,l_2,\ldots,l_n)$, тогда $q^n_{1,\ldots,L}(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_L)$ – стационарные вероятности того, что n заявок занимают вектор ресурсов $(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_L)$, таким образом получим

$$q_{k_1,\ldots,k_L}(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_L) = \lim_{t\to\infty} P\{\xi(t)=k; \sum_{i=1}^{k_l}\theta_i(t)=l; \sum_{i=1}^{k_l}\boldsymbol{\gamma}_i(t)=\mathbf{r}_l, l=1,\ldots,L\}, \text{ и далее}$$

$$q_k(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_L) = \sum_{k_1+\ldots+k_L=k} q^k_{l_1,\ldots,l_k}(\mathbf{r}_{l_1},\ldots,\mathbf{r}_{l_k}).$$

<u>Теорема 2.</u> Распределение стационарных вероятностей СП $Y(t)$ может быть найдено по формулам:

$$q_k(\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_L) = q_0 p^{(k_1)}_{1,\mathbf{r}_1} \cdots p^{(k_L)}_{L,\mathbf{r}_L} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \cdots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!}, \tag{7}$$

$$q_0 = \left(1+\sum_{n=1}^{N} \sum_{k_1+\ldots+k_L=n} \sum_{\mathbf{r}_1+\ldots+\mathbf{r}_L=\mathbf{R}} p^{(k_1)}_{1,\mathbf{r}_1} \ldots p^{(k_L)}_{L,\mathbf{r}_L} \frac{\rho_1^{k_1}}{k_1!} \ldots \frac{\rho_L^{k_L}}{k_L!}\right)^{-1}. \tag{8}$$

В *разделе 2.2* предложен метод анализа модели разделения ресурсов в беспроводных сетях связи как упрощение исходной СМО за счет агрегирования входящих потоков заявок с некоторым средневзвешенным вектором требований к ресурсам.

Объем требований $\mathbf{r}_l$, $l=1,2,\ldots,L$, заявок каждого класса известен, поэтому общий объем занятых ресурсов зависит только от $\mathbf{r}_l$ и количества заявок k_l каждого класса. Рассматривается упрощенная СМО с агрегированным потоком требований случайного объема, где $p_{\mathbf{r}}$ – средневзвешенная вероятность того, что для обслуживания поступившей заявке требуется вектор $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + ... + \mathbf{r}_L$ ресурсов, $p_{\mathbf{r}} = \sum_{l=1}^{L} \frac{\rho_l}{\rho} p_{l,\mathbf{r}_l}$ для $\rho = \rho_1 + ... + \rho_L$.

Теорема 3. Многолинейная СМО ограниченной емкости и несколькими классами случайных требований к ресурсам может быть сведена к СМО с агрегированным входящим потоком со средневзвешенным требованием к ресурсам. Распределение стационарных вероятностей может быть найдено по формулам:

$$q_k(\mathbf{r}) = q_0 \frac{\rho^k}{k!} p_{\mathbf{r}}^{(k)}, \tag{9}$$

$$q_0 = \left(\sum_{(k,\mathbf{r}) \in \tilde{\mathscr{X}}} \frac{\rho^k}{k!} p_{\mathbf{r}}^{(k)} \right)^{-1}. \tag{10}$$

Распределение стационарных вероятностей (9) и (10) позволяет вычислить вероятность блокировки $B = 1 - q_0 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} \sum_{\mathbf{i} \le \mathbf{R}} p_{\mathbf{i}}^{(n+1)}$ и средний объем занятых ресурсов $\mathbf{b} = q_0 \sum_{n=0}^{N} \frac{\rho^k}{n!} \sum_{\mathbf{i} \le \mathbf{R}} \mathbf{i} p_{\mathbf{i}}^{(n)}$.

В *разделе 2.3* предложен метод вычисления стационарных вероятностей (9), (10) и вероятностных характеристик СМО с помощью нормировочной константы $G(N,\mathbf{R})$. Полученные аналитические формулы требуют вычисления n–кратных сверток для всех возможных наборов векторов $\mathbf{r}$ длины M для каждого $n = 1, 2, .., N$. Были получены рекуррентные формулы для вычисления вероятности блокировки, среднего объема и дисперсии занятых ресурсов, обладающие меньшей вычислительной сложностью.

Введем обозначение для функции $G(n,\mathbf{r})$

$$G(n,\mathbf{r}) = \sum_{k=0}^{n} \sum_{\mathbf{0} \le \mathbf{j} \le \mathbf{r}} \frac{\rho^k}{k!} p_{\mathbf{j}}^{(k)}, \tag{11}$$

и определим ее начальные значения

$$G(0,\mathbf{r}) = 1, \ \mathbf{r} \ge \mathbf{0}, \tag{12}$$

$$G(1,\mathbf{r}) = 1 + \rho \sum_{\mathbf{0} \le \mathbf{j} \le \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}}. \tag{13}$$

Обозначим функцию $H(n,\mathbf{r})$ такую, что

$$H(n,\mathbf{r}) = G(n,\mathbf{r}) - G(n-1,\mathbf{r}).$$

Теорема 4. Функция $H(n,\mathbf{r})$ удовлетворяет рекуррентному соотношению

$$H(n,\mathbf{r}) = \frac{\rho}{n} \sum_{\mathbf{0} \le \mathbf{j} \le \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}} H(n-1,\mathbf{r}-\mathbf{j}) \tag{14}$$

для всех $n \ge 2$ и $\mathbf{r} \ge \mathbf{0}$ с начальным условием $H(1,\mathbf{r}) = \rho \sum\limits_{\mathbf{0} \le \mathbf{j} \le \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}}$.

Следствие 1. Значения функции $G(n,\mathbf{r})$ для всех $n \ge 2$ и $\mathbf{r} \ge \mathbf{0}$ могут быть найдены по формуле $G(n,\mathbf{r}) = H(n,\mathbf{r}) + G(n-1,\mathbf{r})$, при условии $G(1,\mathbf{r}) = 1 + H(1,\mathbf{r})$.

Следствие 2. Вероятность блокировки СМО, заданной СП $Y(t)$, можно вычислить по рекуррентной формуле

$$B = 1 - G^{-1}(N,\mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \le \mathbf{j} \le \mathbf{R}} p_{\mathbf{j}} G(N-1,\mathbf{R}-\mathbf{j}). \tag{15}$$

Следствие 3. Средний объем занятых ресурсов $\mathbf{b}$ СМО вычисляется по рекуррентной формуле

$$\mathbf{b} = \mathbf{R} - G^{-1}(N,\mathbf{R}) \sum_{m=1}^{M} \mathbf{e}_m \sum_{i=1}^{R_m} G(N,\mathbf{R}-i\mathbf{e}_m) \tag{16}$$

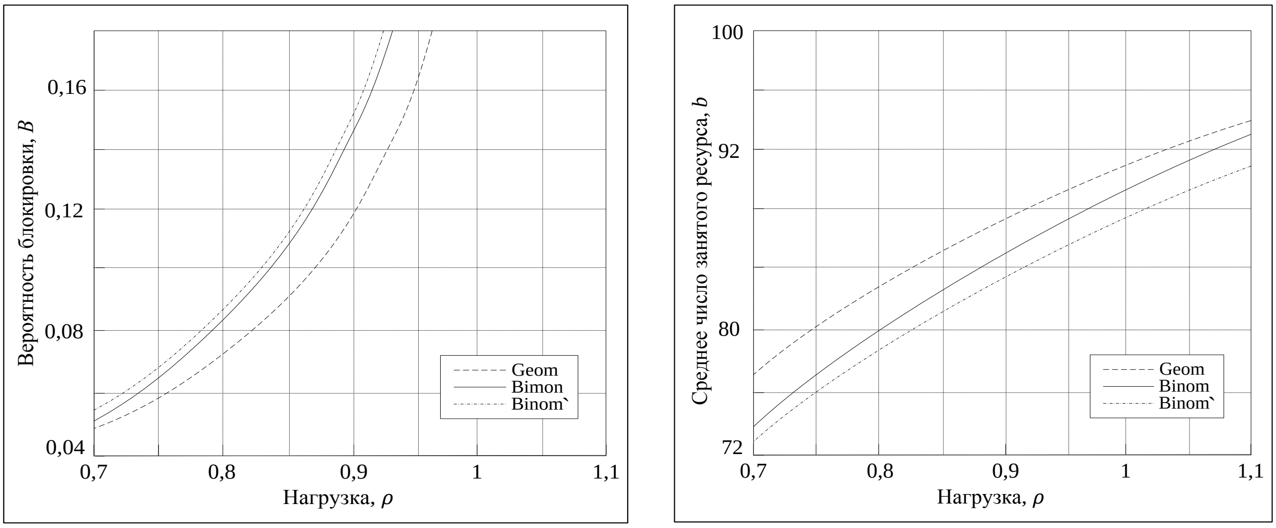
Следствие 4. Второй момент объема занятых ресурсов СМО $\mathbf{b}^{(2)} = \left\{ b_1^{(2)}, ..., b_M^{(2)} \right\}$ имеет вид

$$\mathbf{b}^{(2)} = 2G^{-1}(N,\mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \le \mathbf{r} \le \mathbf{R}} \mathbf{r}\big(G(N,\mathbf{R}) - G(N,\mathbf{R}-\mathbf{r})\big) + 2\mathbf{b}, \tag{17}$$

тогда дисперсия $\boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{b}^{(2)} - \mathbf{b}^2$, где $\mathbf{b}^2 = \left(b_1^2, ..., b_M^2\right)$.

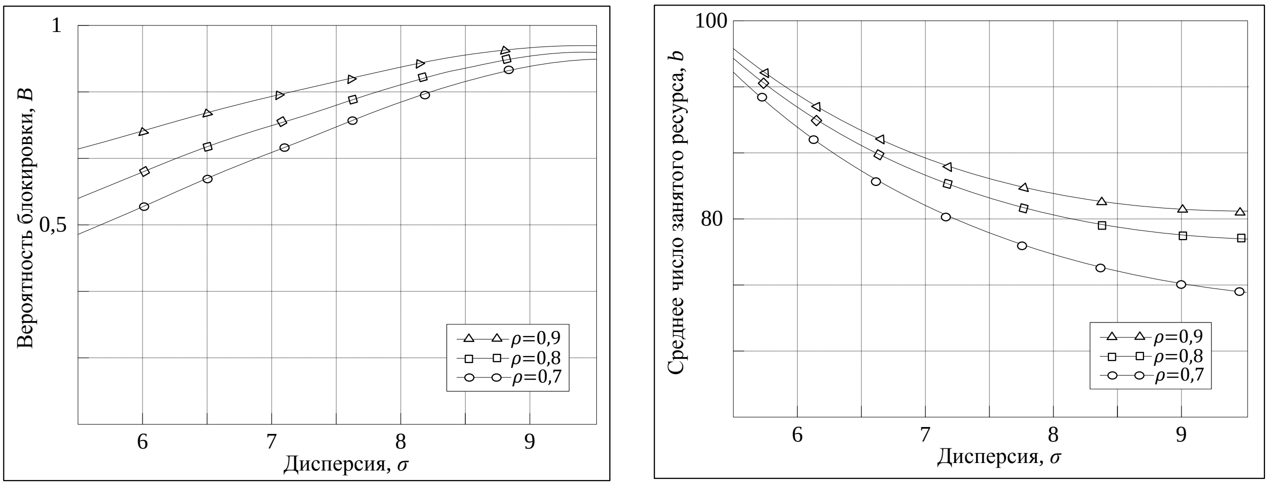
Глава 3 посвящена численному анализу показателей эффективности модели разделения ресурсов в современных беспроводных сетях.

В *разделе 3.1* проведен численный анализ вероятностных характеристик СМО с дискретным требованием к ресурсу. Рассматриваются три распределения требований: биномиальное (*Binom*), смещенное биномиальное (*Binom`*) и геометрическое (*Geom*). Для каждого из распределений проанализированы вероятность блокировки B (см. рис. 1а) и средний объем занятых ресурсов b (см. рис. 1б). Так как распределения имеют различную дисперсию, то также была исследована зависимость характеристик СМО от значений дисперсии в состояниях, близких к перегрузке (см. рис. 2).



(а) Вероятность блокировки (б) Средний объем занятого ресурса

Рис. 1. Вероятностные характеристики упрощенной СМО для различных распределений требований r к ресурсам



(а) Вероятность блокировки (б) Средний объем занятого ресурса

Рис. 2. Зависимость вероятностных характеристик упрощенной СМО от дисперсии требований к ресурсам

В *разделе 3.2* представлен анализ схемы выделения ресурсных блоков *RB* в беспроводных каналах сети LTE. Получено распределение требований к ресурсам в *UL* и *DL* для различных сценариев их ассоциации.

Рассматривается модель макросоты в виде окружности радиуса D с расположенной в центе базовой станцией eNB_M и удаленной от нее на некотором расстоянии станции малой соты eNB_S. Пользователи равномерно распределены в соте на некотором случайном расстоянии d от станции в интервале $\left[D_1;D_2\right]$, где D_1 и D_2 – минимальное и максимальное допустимое расстояние от станции до пользователя соответственно, с функцией распределения

$$F_d(x)=\begin{cases}0,\ x<D_1\\ \dfrac{x^2-D_1{}^2}{D_2{}^2-D_1{}^2},\ x\in\left[D_1;D_2\right].\\ 1,\ x>D_2\end{cases} \quad (18)$$

При заданных параметрах мощности передающей антенны P, усиления антенны A и шума N_p определим величину отношения сигнал–шум *SNR* получаемого сигнала как $SNR(d)=\dfrac{PA}{Nd^2}$, зная расстояние d до базовой стации в предположении о распространении сигнала согласно модели FSPL (Free Space Path Loss). Получена совместная функция распределения *SNR* в *UL* и *DL* $F_{SNR}(x,y)=P\{SNR^{DL}<x;SNR^{UL}<y\}$, для случаев совместной ассоциации каналов с eNB_M, в случае ассоциации каналов с eNB_S и *DUDe* – при разделении каналов. Соответственно

$$F_{SNR}(x,y)=\begin{cases}1-F_d\left(\max\left(\sqrt{\dfrac{P_M A_M}{N_p x}};\sqrt{\dfrac{P_{UE}A_{UE}}{Ny}}\right)\right),\text{ассоциация с } eNB_M\\ 1-F_d\left(\max\left(\sqrt{\dfrac{P_S A_S}{N_p x}};\sqrt{\dfrac{P_{UE}A_{UE}}{Ny}}\right)\right),\text{ассоциация с } eNB_S\\ \left(1-F_d\left(\sqrt{\dfrac{P_M A_M}{N_p x}}\right)\right)\cdot\left(1-F_d\left(\sqrt{\dfrac{P_{UE}A_{UE}}{Ny}}\right)\right),DUDe\end{cases} \quad (19)$$

Стандартами 3GPP определены $K=15$ значений индикаторов качества канала (Channel Quality Indicator, CQI), которым ставятся в соответствие интервалы допустимых значений SNR при заданных схемах модуляции и кодирования (Modulation and Coding Scheme, MCS). Обозначим S_k верхние границы интервалов значений SNR для всех $k=1,2,...,K$ и положим $S_0=-\infty$, $S_{K+1}=\infty$. С вероятностью $\pi_{i,j}$ индикатор i будет присвоен в *DL*, а индикатор j – в *UL*, где $0\le i\le K, 0\le j\le K$, тогда

$$\pi_{i,j}=F_{SNR}(S_{i+1},S_{j+1})-F_{SNR}(S_i,S_j). \qquad (20)$$

Введем необходимые обозначения для вычисления вероятностей $\{p_{\mathbf{r}}\}_{\mathbf{r}=\overline{\mathbf{0},\mathbf{R}}}$ требований к ресурсам в *UL* и *DL*:

u – класс услуги;
C_i – максимальная пропускная способность канала с CQI i;
V_u^{DL} – требуемая скорость передачи данных в *DL* для услуги класса u;
V_u^{UL} – требуемая скорость передачи данных в *UL* для услуги класса u;
$\mathbf{r}_{i,j}^u$ – необходимое количество ресурсных блоков в *DL* канале с CQI i и *UL* с CQI j.

<u>Утверждение 4</u>. Вероятность $\pi_{i,j}$ и значение $\mathbf{r}_{i,j}^u$ однозначно задают ряд распределения требований к ресурсам $\{p_{\mathbf{r}}\}_{\mathbf{r}=\overline{\mathbf{0},\mathbf{R}}}$, где

$$\mathbf{r}_{i,j}^u=\begin{cases}\left(\left\lceil\frac{V_u^{DL}}{C_i}\right\rceil+\left\lceil\frac{V_u^{UL}}{C_j}\right\rceil;0\right),\text{парная ассоциация в макросоте}\\ \left(0;\left\lceil\frac{V_u^{DL}}{C_i}\right\rceil+\left\lceil\frac{V_u^{UL}}{C_j}\right\rceil\right),\text{парная ассоциация в микросоте}.\\ \left(\left\lceil\frac{V_u^{DL}}{C_i}\right\rceil;\left\lceil\frac{V_u^{UL}}{C_j}\right\rceil\right),\text{раздельная ассоциация}\end{cases} \qquad (21)$$

В *разделе 3.3* проведен численный анализ вероятностных характеристик модели разделения ресурсов в беспроводной сети с учетом распределения требований к ресурсам, полученным в разделе 3.2. Вычисления выполнены на примере двух популярных услуг приложения Skype – видеовызове высокого качества и групповой видеоконференции для трех участников.

Исследуются вероятность блокировки и средний объем занятых ресурсов в макро– и микро– сотах для нескольких сценариев ассоциации *UL* и *DL* (сценарии 1,2 – парная ассоциация с eNB_M и eNB_S соответственно, сценарий 3 –

разделение каналов между eNB_M и eNB_S). В случае отказа от классической парной ассоциации беспроводных каналов, вероятность блокировки услуг в сотах уменьшается на 15–23%. Разделение каналов позволяет оптимально распределить нагрузку между станциями и тем самым снизить объем выделяемых ресурсов, следовательно, становится больше доступного ресурса для обслуживания новых сессий.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты и выводы.

1. Для простой СМО ограниченной емкости и требованиями случайного объема к ресурсам в аналитическом виде получены формулы вероятности блокировки и среднего объема занятых ресурсов. Проведен численный анализ в предположении о биномиальном, смещенном биномиальном и геометрическом распределениях случайных требований к ресурсам.
2. Разработана новая модель разделения радиоресурсов в современной беспроводной гетерогенной сети связи в виде многолинейной СМО ограниченной емкости с заявками нескольких классов и требованиями случайного объема. В аналитическом виде получены формулы для стационарных вероятностей, вероятности блокировки и среднего объема занятых ресурсов.
3. Разработан метод анализа модели с помощью СМО с объединенным потоком заявок со средневзвешенными требованиями. Получены аналитические и рекуррентные формулы для вероятности блокировки, среднего объема и дисперсии занятых ресурсов.
4. Разработан метод нахождения функции распределения ресурсов (ресурсных блоков) в *UL* и *DL* на примере беспроводной сети LTE–Advanced.

Основные результаты диссертации отражены в следующих опубликованных работах:

1. *Сопин Э.С., Вихрова О.Г.* Анализ показателей качества обслуживания в современных беспроводных сетях. // V Всероссийская конференция с международным участием «Информационно–телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем»: Тезисы докладов. – М.: РУДН, 2015. – С.116 –118.

2. *Вихрова О.Г., Сопин Э.С.* Анализ показателей качества сети LTE с помощью систем массового обслуживания с ограниченным ресурсом и случайными требованиями // Современные информационные технологии и ИТ–образование. – 2015. – №11 Т.2. – С. 185–191.

3. *Вихрова О. Г., Самуйлов К. Е., Сопин Э. С., Шоргин С. Я.* К анализу показателей качества обслуживания в современных беспроводных сетях // Информатика и ее применение. – 2015. – №4, Т.9. – С. 48–55.

4. *Samouylov K., Sopin E., Vikhrova O.* Analyzing Blocking Probability in LTE Wireless Network via Queuing System with Finite Amount of Resources. // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – Vol 564. – Pp. 393–403.

5. *Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Вихрова О.Г.* К анализу стационарных характеристик системы массового обслуживания со случайными требованиями. // IX международная петрозаводская конференция Вероятностные методы в дискретной математике: Сб. трудов. – 2016. – П.: ПетрГУ. – С. 87–89.

6. *Самуйлов К.Е., Сопин Э.С., Вихрова О.Г.* К разработке эффективных вычислительных алгоритмов нахождения вероятности блокировки для системы со случайными требованиями // XV международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование»: Тезисы докладов, часть 1 – 2016. – Т.: ТГУ. – С. 192–196.

7. *Sopin E., Samouylov K., Vikhrova O., Kovalchukov R., Moltchanov D., Samuylov A.* Evaluating a case of downlink uplink decoupling using queuing system with random requirements. // Lecture Notes in Computer Science, vol. 9870. – 2016. – P. 440–450.

8. *Вихрова О.Г.* К вычислению вероятностных характеристик СМО ограниченной ёмкости со случайными требованиями к ресурсам // Вестник РУДН. Серия МИФ. – Т. 25 – No 3 – 2017. – С. 203–210.

Вихрова Ольга Геннадиевна (Россия)

Модель разделения ресурсов беспроводной сети как система массового обслуживания с требованиями случайного объема

Построена модель разделения радиоресурсов в современных беспроводных гетерогенных сетях связи в виде многолинейной СМО ограниченной емкости с несколькими классами заявок и случайными требованиями к ресурсам. Разработаны методы анализа вероятности блокировки и среднего объема занятых ресурсов системы, в том числе упрощенная СМО с агрегированным входящим потока заявок со средневзвешенным требованием к ресурсам.

Разработан рекуррентный алгоритм вычисления нормировочной константы для нахождения стационарных вероятностей СМО и получены рекуррентные формулы для вычисления вероятности блокировки, среднего объема и дисперсии занятых ресурсов.

Разработан метод нахождения функции распределения требований к ресурсам в современных беспроводных гетерогенных сетях связи на примере сети LTE–Advanced.

Olga Vikhrova (Russia)

Resource allocation model in wireless networks in terms of queueing system with random requirements

A resource–sharing model in a modern heterogeneous wireless network is considered in terms of a multiserver queueing system with limited resources, multiple customer classes and random resource requirements. The analytical methods are applied to evaluate the blocking probability and the average amount of occupied resources including the simplified queueing system with aggregated arrival flow of the weighted–mean resource requirements.

A recursive algorithm for evaluation of the normalization constant is employed to decrease the complexity of probability characteristics calculation via the direct analytical formulas.

A method for evaluating the probability mass function of resource blocks requirements in the LTE–Advanced network is employed.