На правах рукописи

Фомин Игорь Владимирович

Методы построения и верификации моделей ранней Вселенной со скалярным полем

Специальность 01.04.02 —
«Теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)».

Научный консультант:	**Гладышев Владимир Олегович,** доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, руководитель научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки»
Официальные оппоненты:	**Сушков Сергей Владимирович,** доктор физико-математических наук, доцент, ФГАОУ ВО Казанский (Приволжский) федеральный университет, заведующий кафедрой теории относительности и гравитации **Одинцов Сергей Дмитриевич,** доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО Томский государственный педагогический университет, главный научный сотрудник отдела исследований и разработок **Кречет Владимир Георгиевич,** доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», профессор кафедры физики
Ведущая организация:	ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. И. Канта»

Защита состоится 21 июня 2019 г. в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 при Российском университете дружбы народов по адресу: 117923, г.Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке УНИБЦ РУДН по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан «___» ________________ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
к. физ.-мат. наук, доцент — Попова В.А.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Несмотря на то, что стандартные инфляционные сценарии, основанные на теории гравитации Эйнштейна и постулировании существования некоторого канонического скалярного поля (инфлатона), являющегося источником ускоренного расширения Вселенной на ранней стадии ее эволюции, успешно объясняют происхождение крупномасштабной структуры, анизотропию реликтового излучения и механизмы образования элементарных частиц [1–4], то есть дают последовательный метод объяснения происхождения Вселенной и ее дальнейшей эволюции, существуют проблемы, выходящие за рамки такого подхода, например, природа темной энергии [5] на стадии повторного расширения Вселенной [6; 7] или построение теории квантовой гравитации. Для решения этих задач используются модификации стандартной инфляционной парадигмы.

Как правило, рассматривается два подхода к модификации стандартных космологических моделей: первый связан с введением новых типов скалярных полей (например, поля k-эссенции [8], фантомных [9; 10] или тахионных полей [11], скалярных полей с уравнением состояния газа Чаплыгина [12]) или увеличением числа скалярных полей различных типов и определения взаимодействия между ними в рамках ОТО [13]. Также рассматривается возможность объяснения ускоренного расширения Вселенной за счет спинорных полей [14] с изотропизацией Вселенной в современную эпоху. Второй подход основан на различных модификациях гравитации Эйнштейна [15; 16]. Предложенные подходы можно комбинировать для построения актуальных космологических моделей [17; 18].

В настоящее время, после обнаружения бозона Хиггса в экспериментах на Большом Адронном Коллайдере [19], получено дополнительное обоснование возможности использования скалярных полей для описания эволюции Вселенной. Скалярное поле с потенциалом Хиггса может рассматриваться в качестве инфлатона, приводящего к раннему ускорению в расширении Вселенной и последующему образованию элементарных частиц.

В контексте мультиполевого подхода, эффективным методом построения космологических моделей является использование нелинейных сигма-моделей или киральных космологических моделей, в которых взаимодействие между полями определяется метрикой внутреннего пространства полей [13].

Таким образом, при проведении анализа динамики ранней Вселенной актуальным представляется определение связи между уравнениями космологической динамики для однополевых моделей с различными типами скалярных полей и мультиполевыми киральными космологическими моделями. Также, приводя все независимые уравнения космологической динамики к уравнению одного типа, можно анализировать различные модели на основе одних методов.

В настоящее время рассматривается большое число модификаций гравитации Эйнштейна [15; 16], среди которых основное внимание будет уделено двум типам теорий с неминимальным взаимодействием скалярного поля и кривизны пространства-времени, именно скалярно-тензорной гравитации с неминимальным взаимодействием скалярного поля и скаляра Риччи и гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне (с неминимальным взаимодействием поля и скаляра Гаусса-Бонне).

Скалярно-тензорные теории гравитации, модифицирующие гравитацию Эйнштейна, позволяют объяснить обе стадии ускоренного расширения без привлечения темной энергии и, также, на ранней стадии эволюции Вселенной, соответствуют различным моделям эффективной теории квантовой гравитации, построенной на основе теории струн, суперструн или супергравитации, которые дают различные поправки к ОТО в низкоэнергетическом пределе [20].

Успешное детектирование гравитационных волн от слияния черных дыр и нейтронных звезд [21–23] определяет дополнительные ограничения на параметры модифицированных теорий гравитации. Данные по обнаружению гравитационных волн при слиянии черных дыр подтвердили, что наблюдаемые гравитационные волны согласуются с предсказанием Общей Теории Относительности для двойных систем [21–23]. Более того, почти одновременное обнаружение гравитационных волн от слияния нейтронных звезд [23] и сопутствующего короткого гамма-всплеска [24] внесло ограничение на отклонение их скорости распространения от скорости света в вакууме до порядка 10^{-15} [25], что должно учитываться при построении космологических моделей, основанных на модифицированных теориях гравитации.

Таким образом, актуальной задачей становится построение решений для моделей, основанных на модификациях теории гравитации Эйнштейна, совпадающих с решениями, полученными в рамках ОТО [26]. Отметим, что динамика космологических возмущений для моделей, основанных на различных теориях гравитации, различна, и их параметры рассматриваются отдельно для каждого случая модификаций гравитации Эйнштейна с учетом наблюдательных ограничений.

Обычным методом анализа космологических моделей с модифицированными теориями гравитации являются конформные преобразования метрики, которые приводят действие, определяющее модель с модифицированной гравитацией, к действию Эйнштейна-Гильберта с соответствующим преобразованием геометрических и материальных компонент в действии, что соответствует переходу от представления Йордана к представлению Эйнштейна для произвольного вида метрики пространства-времени [15; 16].

Согласно данным наблюдений спутника PLANCK [27] Вселенная с большой степенью точности является плоской, и геометрии Вселенной хорошо соответствует метрика плоского пространства Фридмана-Робертсона-Уокера. Таким образом, актуальным представляется подход, в котором определяются функциональные и параметрические связи между модифицированными теориями гравитации и ОТО на фоне пространства Фридмана-Робертсона-Уокера непосредственно из уравнений динамики, что позволяет производить оценку расхождений предсказаний этих теорий при построении актуальных космологических моделей.

При построении моделей ранней Вселенной важное значение имеет их верификация, то есть сопоставление предсказаний теории с имеющимися на данный момент наблюдениями, связанными с анизотропией реликтового излучения, барионными акустическими осцилляциями и оценкой значения параметра Хаббла на современной стадии повторного ускоренного расширения [27]. Отметим, что ключевое значение для верификации космологических моделей имеет детектирование реликтовых гравитационных волн, измерение характеристик которых позволит резко сократить большое число теоретических моделей, удовлетворяющих наблюдательным ограничениям в настоящий момент. Также регистрация реликтовых гравитационных волн усиливает позиции инфляционной парадигмы по сравнению с альтернативными сценариями, например, моделями «генезиса» и моделями с «отскоком» от сингулярности, в которых космологические гравитационные волны отсутствуют [28]. Тем не менее, на настоящий момент реликтовые гравитационные волны не зарегистрированы.

Для построения непротиворечивых моделей ранней Вселенной, кроме анализа стадии инфляции, также необходимо учитывать динамику на современной стадии эволюции в силу наблюдаемого повторного ускоренного расширения [6; 7]. Следовательно, при построении актуальных моделей ранней Вселенной, важной задачей является получение космологических решений, обобщенных на оба случая ускоренного расширения. Обобщенные таким образом точные космологические решения позволят рассматривать эволюцию Вселенной на двух стадиях ускоренного расширения посредством их редукции к частным случаям, что существенно упрощает анализ космологических моделей. Вторым направлением обобщения космологических решений является их генерирование для теории гравитации, содержащей ОТО и различные скалярно-тензорные теории как частные случаи. Модели такого типа можно построить на основе гравитации Хорндески [29].

Таким образом, развитие методов построения и верификации теоретических моделей ранней Вселенной, основанных на эволюции скалярного поля в пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, является актуальной задачей в контексте исследования физических свойств материи и пространства-времени.

Целью данного исследования является разработка новых методов точного и приближенного анализа космологических моделей как в случае теории гравитации Эйнштейна, так и для модифицированных теорий гравитации и оценка влияния модификаций ОТО на значения спектральных параметров космологических возмущений в контексте верификации моделей ранней Вселенной.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработка новых методов приближенного и точного анализа космологических моделей на ранней (инфляционной) стадии эволюции Вселенной;
2. Оценка расхождения между точными и приближенными решениями на уровне космологической динамики и уточнение спектральных параметров космологических возмущений по сравнению с полученными из приближения медленного скатывания;
3. Поиск новых методов верификации космологических моделей на основе модификации их параметров в рамках ОТО и анализа влияния неминимального взаимодействия скалярного поля и кривизны для случая модифицированных теорий гравитации;
4. Поиск функциональных и параметрических связей между космологическими моделями, основанными на ОТО и модифицированных теориях гравитации в четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера;
5. Оценка значения параметров, определяющих расхождение модифицированных теорий гравитации и ОТО по наблюдательным данным, связанным с влиянием космологических возмущений на распределение вещества во Вселенной, анизотропию реликтового излучения и скорость распространения гравитационных волн;
6. Развитие методов построения точных решений, обобщенных на случай различных теорий гравитации и двух стадий ускоренного расширения Вселенной с возможностью их редукции к частным случаям.

Научная новизна и положения, выносимые на защиту.

В диссертационной работе получены следующие результаты:

1. Обнаружено, что квазилинейная связь между кинетической энергией скалярного поля и параметром состояния в моделях космологической инфляции основанных на гравитации Эйнштейна приводит к квазиэкспоненциальной (квазидеситтеровской) динамике как и в случае приближения медленного скатывания, но с учетом кинетической энергии поля. Это положение является основой нового метода приближенного анализа динамики ранней Вселенной.
2. Установлено, что все независимые уравнения космологической динамики могут быть приведены к уравнению типа одномерного стационарного уравнения Шрёдингера с дополнительными соотношениями между параметрами космологических моделей, определенными как в терминах скалярного поля, так и посредством космического времени. Данный подход отличается от предыдущих методов анализа инфляционных моделей с помощью уравнения данного типа.

3. Для комплексного решения задачи верификации теоретических моделей ранней Вселенной по параметрам космологических возмущений и генерирования точных космологических решений предложен метод построения специального класса космологических моделей с обобщенным экспоненциально-степенным законом расширения, которые удовлетворяют наблюдательным ограничениям.
4. Предложены методы построения обобщенных точных решений на случай дополнительного материального поля, что позволяет рассматривать динамику Вселенной на любой из стадий ее эволюции, случай ненулевой кривизны пространства ФРУ, замены канонического поля на поле k-эссенции и двухкомпонентные киральные космологические модели, в рамках которых были выделены классы точных решений, соответствующие случаю базовой модели с каноническим скалярным полем как по фоновой динамике, так и на уровне космологических возмущений.
5. Предложен новый принцип построения космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации, в которых неминимальное взаимодействие скалярного поля и кривизны является источником его эволюции, отклонения динамики от расширения де Ситтера и изменения формы потенциала. В результате проведенного анализа было обнаружено хорошее соответствие таких моделей наблюдательным данным.
6. Установлено наличие параметрических связей ОТО с теориями гравитации, включающими неминимальное взаимодействие скалярного поля со скаляром Риччи и скаляром Гаусса-Бонне в четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера. На основе данных связей разработан метод количественной и качественной оценки влияния неминимального взаимодействия скалярного поля и кривизны на космологическую динамику, потенциал и параметры космологических возмущений.
7. Обнаружен новый класс точных космологических решений для случая обобщенных скалярно-тензорных теорий гравитации и гравитации Хорндески полностью совпадающих с решениями, полученными на основе гравитации Эйнштейна. Скорости распространения и спектральные параметры космологических возмущений для данного класса точных решений соответствуют случаю ОТО с высокой точностью.

Достоверность. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми, научные положения и выводы полностью обоснованы. Достоверность результатов обеспечивается корректностью построения математических моделей и вычислений, также согласием полученных результатов с известными ранее, процитированными в диссертации.

Научная и практическая ценность. Изложенные в диссертации методы могут быть использованы при построении актуальных космологических моделей и их проверке по наблюдательным данным, то есть направлены на применение в теоретической и наблюдательной космологии.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Международная конференция «Гравитация, космология, астрофизика и нестационарная газодинамика», посвященная 90-летию Кирилла Петровича Станюковича, РУДН–МГТУ им. Н.Э. Баумана, (Москва, 2-3 марта, 2006 г.);
2. Российская школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии GRACOS-2007», КГПУ, (Казань, 9-16 сентября, 2007 г.);
3. 13-я Российская гравитационная конференция«Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике», РУДН, (Москва, 23-28 июня, 2008 г.);
4. II Российская школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии GRACOS-2009», ТГГПУ, (Казань, 27-29 августа, 2009 г.);
5. Международная научная конференция «Физические интерпретации теории относительности» – PIRT-2009, МГТУ им. Н.Э. Баумана, (Москва, 6-9 июля, 2009 г.);
6. XII Международная конференция «Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики», РУДН, (Москва, 28 июня - 5 июля, 2010 г.);
7. Международная научная конференция «Физические интерпретации теории относительности» – PIRT-2013, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 1-4 июля, 2013 г.);
8. XII Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике ICGAC-12, РУДН, (Москва, 28 июня - 5 июля 2015 г.);
9. Международная научная конференция «Физические интерпретации теории относительности» – PIRT-2015, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 29 июня - 2 июля, 2015 г.);
10. IX Всероссийская конференция «Необратимые процессы в природе и технике», МГТУ им. Н.Э. Баумана, (Москва, 25-27 января 2016 г.);
11. Международная конференция «Гравитация, космология и механика сплошных сред», посвященная 100-летию со дня рождения Кирилла Петровича Станюковича, МГТУ им. Баумана, (Москва, 3-4 марта, 2016 г.);
12. 5-я международная школа-семинар по теоретической и наблюдательной космологии UISS - 2016, УлГПУ, (Ульяновск, 19-30 сентября, 2016 г.);
13. 2-я Международная конференция по физике частиц и астрофизике ICPPA - 2016, МИФИ, (Москва, 10-14 октября, 2016 г.);

14. LIII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники - 2017, РУДН, (Москва, 15-19 мая 2017 г.);
15. Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», посвященная 50-летию Баксанской нейтринной обсерватории, (Нальчик, 6-8 июня, 2017 г.);
16. 16-я Российская гравитационная конференция «Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике RUSGRAV-16», БФУ им. Иммануила Канта, (Калининград, 24-30 июня, 2017 г.);
17. Международная научная конференция «Физические интерпретации теории относительности» – PIRT-2017, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 3-6 июля, 2017 г.);
18. 3-я Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения», КФУ, (Казань, 27 ноября - 2 декабря, 2017 г.);
19. 2-nd international conference «Analysis and differential equations with applications to natural sciences – ADEANS II», KwaZulu-Natal University, Durban, University of Pretoria and the Centre of Excellence in Mathematical and Statistical Sciences (Salt Rock, Ballito, South Africa, 27 april - 1 may, 2018);
20. LIV Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники - 2018, РУДН, (Москва, 14-18 мая 2018 г.);
21. 4-я Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения», КФУ, (Казань, 26 ноября - 1 декабря, 2018 г.).

Полученные результаты также докладывались и обсуждались на семинаре «Семинар по алгебре, геометрии, математической физике» кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» (МГТУ им. Баумана, Москва, Россия, 2018 г.); на семинарах научно-исследовательской лаборатории гравитации, космологии, астрофизики (УлГПУ, Ульяновск, Россия, 2017-2018 гг.); на семинарах научно-исследовательского отдела астрофизики и космологии (Университет КваЗулу-Натал, ЮАР, 2017-2018 гг.).

Личный вклад. Автору принадлежит постановка задачи, получение основных результатов и их интерпретация.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 30 печатных изданиях, включая 2 монографии. Из них 19 статей опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК, 6 публикаций в других изданиях и 3 статьи опубликованы в материалах конференций.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** изложены основы теории космологической инфляции, представлена классификация инфляционных моделей по форме потенциала, дано определение основных параметров моделей ранней Вселенной, геометрия которой определялась метрикой четырехмерного пространства Фридмана-Робертсона-Уокера [1–4]

$$(ds^2)_{FRW} = -dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right), \tag{1}$$

где значения $k = 0$, $k = 1$, $k = -1$ соответствуют пространственно плоской, замкнутой и открытой моделям Вселенной.

Также записаны уравнения космологической динамики (уравнения Эйнштейна-Фридмана и полевое уравнение) для действия, соответствующего случаю гравитации Эйнштейна в системе единиц $8\pi G = c = 1$

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right], \tag{2}$$

с материальной компонентой в виде скалярного поля ϕ с потенциалом $V(\phi)$, в случае пространственно плоской Вселенной

$$3H^2 - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0, \tag{3}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0, \tag{4}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_\phi = 0, \tag{5}$$

где $V'_\phi = dV/d\phi$.

Уравнение состояния для скалярного поля определяется следующим образом

$$p = w\rho, \tag{6}$$

где p – давление, ρ – плотность энергии и w – параметр состояния.

Поскольку из трех уравнений (3)–(5) только два являются независимыми, для анализа моделей ранней Вселенной использовались уравнения (3)–(4).

Космологическая инфляция на основе гравитации Эйнштейна, динамика ранней Вселенной в рамках которой определяется уравнениями (3)–(4), рассматривалась в качестве *базовой модели* в настоящем исследовании.

Также было отмечено, что для решение проблемы построения квантовой теории гравитации и объяснения повторного ускоренного расширения Вселенной требует модификаций гравитации Эйнштейна. В контексте использования модифицированных теорий гравитации, для построения актуальных космологических моделей, рассматривались перспективы исследования скалярно-тензорных теорий гравитации с неминимальным взаимодействием поля со скалярами Ричии и Гаусса-Бонне и гравитация Хорндески.

Вторая глава посвящена изложению приближенных и точных методов анализа космологической динамики.

Вместо приближения медленного скатывания предложено рассматривать модели *с квазилинейной связью* кинетической энергии скалярного поля $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ и параметра состояния

$$X \approx \beta(w+1), \tag{7}$$

следствием которой, после подстановки в уравнение состояния (6) и уравнения динамики (3)–(5) является условие $H \approx const$ для любой модели в предложенном приближении. Это условие также является следствием часто используемого в литературе приближения медленного скатывания, подразумевающего нивелирование влияния кинетической энергии скалярного поля $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \approx 0$ и его «ускорения» $\ddot{\phi} \approx 0$ в уравнениях (3)–(5).

Далее, в качестве примера, для параметра состояния следующего вида

$$w(t) = \frac{A}{B\exp[-\alpha(t-t_e)]+1} - 1, \qquad A = 4/3, \tag{8}$$

где t_e – время завершения инфляционной стадии, соответствующего естественному выходу из стадии инфляции на последующую стадию повторного разогрева инфляционного конденсата и преобладания излучения, получены решения уравнений (3)–(5) в *кинетическом приближении*, которые, в случае малого поля, определяют модель с потенциалом

$$V(\varphi) = V_1\varphi^4 + V_2\varphi^2 + V_0 + \mathcal{O}(\varphi^6), \quad \varphi = \phi - C. \tag{9}$$

где V_1, V_2 и V_0 – некоторые постоянные, который соответствует потенциалам в космологических моделях, рассмотренных ранее на основе других методов анализа. Также были рассмотрены возможности использования данного метода для анализа моделей с фантомным полем с кинетической энергией $X < 0$.

Применение *кинетического приближения* (7) для анализа космологических моделей, при котором условие медленного скатывания $H \approx const$ выполняется с учетом кинетической энергии скалярного поля, составляет содержание первого положения, выносимого на защиту.

Далее, рассматривалось новое представление уравнений космологической динамики в виде уравнения типа одномерного стационарного уравнения Шрёдингера с дополнительными соотношениями между параметрами моделей ранней Вселенной.

На основе данного подхода было сформулировано *первое утверждение о эквивалентности космологических решений*:

«Для моделей космологической инфляции, содержащих скалярное поле и основанных на гравитации Эйнштейна, в плоском четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, точные решения системы уравнений космологической динамики (3)–(5), полученные с помощью любых методов точных решений, могут быть также получены на основе уравнения типа одномерного стационарного уравнения Шрёдингера

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2}+U(x)\right]\psi(x)=0, \tag{10}$$

для которого случаю $x\equiv\phi$, $U(x)=U(\phi)$ соответствуют следующие соотношения

$$V'_\phi=6\left[1-\frac{2}{3}U(\phi)\right]\psi\psi'_\phi, \tag{11}$$

$$\dot{\phi}=-2\psi'_\phi, \quad H(\phi)=\psi(\phi), \tag{12}$$

и случаю $x\equiv t$, $U(x)=u(t)$ соответствуют другие соотношения

$$H(t)=\frac{1}{2}\left(\frac{\dot{\psi}}{\psi}-\int u(t)dt+\lambda\right), \quad u(t)=\frac{\ddot{\psi}}{\psi}, \tag{13}$$

$$\phi(t)=\ln(\psi(t)), \tag{14}$$

$$V(\phi(t))=3H^2+\dot{H}, \tag{15}$$

между параметрами моделей космологической инфляции.»

В контексте данного подхода, на основе исходного параметра Хаббла $H(\phi)$ возможно построить новые космологические модели с другим параметром Хаббла, исходя из структуры уравнения (10), что было показано на примере использования преобразований Дарбу.

Также, на основе уравнения (13), было сформулировано *условие интегрируемости уравнений космологической динамики в явном виде*:

«Если интеграл

$$I(t)=\int\frac{\ddot{\psi}}{\psi}dt, \tag{16}$$

может быть получен в явном виде для произвольной функции $\psi=\psi(t)$, то уравнения (3)–(5) имеют точные аналитические решения, которые определяются из соотношений (13)–(15). Очевидно, что данное условие означает существование точных аналитических решений уравнения (10) для случая $x\equiv t$, $U(x)=u(t)$.»

Первое утверждение о эквивалентности космологических решений составляет содержание второго положения, выносимого на защиту.

Дальнейший анализ космологических моделей включал метод получения новых точных решений из известных $(H,V,\phi) \to (\bar{H},\bar{V},\varphi)$ на основе преобразования параметра Хаббла

$$\bar{H} = f(t)H, \tag{17}$$

где $f = f(t)$ – произвольная функция.

В таком случае, система уравнений космологической динамики записывается следующим образом

$$\bar{V}(\varphi) = 3f^2H^2 + \frac{d}{dt}(fH), \tag{18}$$

$$\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 = -\frac{d}{dt}(fH) = -f\dot{H} - \dot{f}H = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2\left(f + \dot{f}\frac{H}{\dot{H}}\right), \tag{19}$$

для которой процедура генерирования новых точных решений из исходных связана с выбором функции $f(t)$, что является основой возможного метода классификации точных космологических решений по виду этой функции, используя некоторые решения в качестве исходных.

Частный случай преобразований исходных точных решений в новые, которым соответствует функция $f(t) = n+(\lambda/H)$, можно определить следующим образом

$$\bar{H} = nH + \lambda, \tag{20}$$

$$\bar{a}(t) = Ca^n(t)e^{\lambda t}, \quad C = \bar{a}_0/a_0^n, \tag{21}$$

$$\bar{V}(t) = 3n^2H^2 + 6\lambda nH + n\dot{H} + 3\lambda^2, \tag{22}$$

$$\varphi = \sqrt{n}\phi, \tag{23}$$

где λ и n – некоторые произвольные постоянные.

Соотношение (23) определяет связь между моделями с каноническими и фантомными полями. В случае если исходное скалярное поле ϕ – каноническое, для канонического скалярного поля φ константа $n > 0$, для фантомного поля $n < 0$; если рассматривать исходные решения для фантомного поля ϕ, то каноническому полю φ соответствует случай $n < 0$, а фантомному $n > 0$.

Также можно упростить построение новых решений посредством комбинации предыдущего метода и метода Иванова-Салопека-Бонда, в контексте которого исходные уравнения динамики записываются в виде уравнений типа Гамильтона-Якоби

$$V(\phi) = 3H^2 - 2H'^2_{\phi}, \tag{24}$$

$$\dot{\phi} = -2H'_{\phi}, \tag{25}$$

для которых преобразование потенциала (22) определяется следующим образом

$$\bar{V}(\phi) = 3(nH+\lambda)^2 - 2nH'^2_{\phi} = 3n^2H^2 + 6n\lambda H - 2nH'^2_{\phi} + 3\lambda^2, \tag{26}$$

и переход к потенциалу в терминах поля φ производится с помощью замены

$$\bar{V}(\varphi) = \bar{V}(\phi(\varphi)), \quad \phi = \varphi/\sqrt{n}, \tag{27}$$

остальные преобразования не изменяются.

Преобразования (20)–(23) определяют класс моделей с *обобщенной экспоненциально-степенной динамикой*, причем исходный масштабный фактор $a(t)$ может не соответствовать условию ускоренного расширения $\ddot{a} > 0$, но результирующий масштабный фактор $\bar{a}(t)$ подразумевает комбинацию решения де Ситтера (для $n = 0$) и расширения по степенному закону (для случая $\lambda = 0$), что соответствует исходной задаче построения инфляционных моделей.

Комбинирование преобразований (20)–(23) с *первым утверждением о эквивалентности космологических решений* дает возможность построения моделей ранней Вселенной с обобщенной экспоненциально-степенной динамикой на основе произвольных исходных точных решений уравнения Шрёдингера (10).

В качестве примера применения такого подхода рассматривалось преобразование от степенной инфляции с параметром Хаббла $H(t) = (At+B)^{-1}$, где A и B – некоторые постоянные, и следующими точными решениями уравнений космологической динамики (3)–(5)

$$\phi(t) = \pm\sqrt{\frac{2}{A}}\ln(At+B) + \phi_0, \tag{28}$$

$$V(\phi) = (3-A)\exp\left[\mp\sqrt{2A}(\phi-\phi_0)\right], \tag{29}$$

$$a(t) = a_0(At+B)^{1/A}. \tag{30}$$

к случаю экспоненциально-степенной инфляции

$$\varphi(t) = \pm\sqrt{\frac{2n}{A}}\ln(At+B) + \varphi_0, \tag{31}$$

$$\bar{V}(\varphi) = n(3n-A)\exp\left[\mp\sqrt{\frac{2A}{n}}(\varphi-\varphi_0)\right]$$
$$+6n\lambda m\exp\left[\mp\frac{A}{\sqrt{2n}}(\varphi-\varphi_0)\right] + 3\lambda^2, \tag{32}$$

$$\bar{H}(t) = n(At+B)^{-1} + \lambda, \quad \bar{a}(t) = \bar{a}_0\exp(\lambda t)(At+B)^{n/A}, \tag{33}$$

для которого на малых временах, соответствующих инфляционной стадии $t \approx 0$, получим $\bar{H}_{inf} \approx \frac{n}{B} + \lambda$, то есть квазиэкспоненциальное расширение, на больших временах $t \to \infty$ получим $\bar{H}_{sec} = \lambda < \bar{H}_{inf}$, то есть повторное ускоренное расширение по экспоненциальному закону, промежуточным стадиям соответствует расширение Вселенной по степенному закону при условии $n(At+B)^{-1} \gg \lambda$.

Далее рассматривались методы сопоставления точных и приближенных (в приближении медленного скатывания) решений уравнений космологической динамики для случаев одинаковой фоновая динамики $H_{ex}(t) = H_{sr}(t)$ и различных потенциалов $V_{ex}(\phi) \neq V_{sr}(\phi)$ и одинаковых потенциалов как функций космического времени $V_{ex}(t) = V_{sr}(t)$ и различной фоновой динамики $H_{ex}(t) \neq H_{sr}(t)$.

В первом случае, различие по числу e-фолдов рассчитывается как

$$\Delta_N^{(H)} = -\int \left(\frac{W}{W'_\phi} - \frac{V}{V'_\phi} \right) d\phi = -\int \frac{2W(W'^2_\phi - W''_\phi W)}{W'_\phi(W'^2_\phi - 2W''_\phi W + 6W^2)} d\phi.$$

Используя данный подход, для некоторых космологических моделей были рассчитаны расхождения по числу e-фолдов между точными и приближенными решениями, начальное значение скалярного поля ϕ_0 и потенциала $V(\phi_0)$, учитывая, что в начале инфляции $\Delta_N^{(H)}(\phi_0) = \Delta_N^{(H)}(t_0) = 0$.

Для второго случая различие $\Delta_N^{(V)}$ определяется из уравнения

$$\frac{d\Delta_N^{(V)}(t)}{dt} = H(t) - \sqrt{H^2(t) + \frac{\dot{H}(t)}{3}}\,. \tag{34}$$

Данное расхождение рассматривалось как генерирующая функция, что показано на примере линейной функции $\Delta_N^{(V)}(t) = A(t - t_0)$ с $A = const$, для которой были построены точные космологические решения.

В <u>**третьей главе**</u> рассматривалась эволюция космологических возмущений в линейном порядке, подразумевающем три типа возмущений: скалярные, тензорные и векторные, с учетом того, что векторные возмущения в линейном порядке теории космологических возмущений быстро затухают.

Уточненные формулы расчета спектральных параметров космологических возмущений, именно, спектров мощности $\mathcal{P}_S$, $\mathcal{P}_T$ и спектральных индексов n_S, n_T скалярных и тензорных возмущений, также тензорно-скалярного отношения $r = \mathcal{P}_T/\mathcal{P}_S$ на пересечении радиуса Хаббла $k = aH$ были определены следующим образом

$$\mathcal{P}_S(k) = \frac{1}{8\epsilon}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2, \qquad \mathcal{P}_T(k) = \frac{s}{2}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2, \qquad r = 4s\epsilon, \tag{35}$$

$$n_S - 1 = 2\left(\frac{\delta - 2\epsilon}{1-\epsilon}\right), \quad n_T = -\frac{2\epsilon}{1-\epsilon}, \quad \epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \delta \equiv -\frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}}\,, \tag{36}$$

где ϵ и δ – параметры медленного скатывания.

Отличием от выражений, следующих из приближения медленного скатывания, является множитель $(1-\epsilon)^{-1}$ в выражениях (35)–(36), влияние которого на значение параметров космологических возмущений рассматривалось на примерах некоторых космологических моделей.

Дополнение соотношений (35)–(36) параметром s было сделано для обобщения различных результатов, представленных в литературе, соответствующих $s = 1$ или $s = 4$. Данное различие интерпретировалось как результат нормировки амплитуды тензорных возмущений $\bar{h}_k(\eta) = \sqrt{s} \times h_k(\eta)$, где η – конформное время. В настоящем исследовании расчеты параметров космологических возмущений производились для нормировки $s = 4$.

Сопоставление спектральных параметров космологических возмущений (35)–(36) с ограничениями, полученными из наблюдений анизотропии реликтового излучения и дополнительных наблюдений по барионным акустическим осцилляциям, гравитационному линзированию и измерению значения параметра Хаббла в настоящее время, рассматривалось как основной метод их *верификации*.

Ограничения на значения спектральных параметров космологических возмущений (35)–(36), согласно данным наблюдений спутника PLANCK, также данным BICEP2 и Keck-Array, определяются следующим образом [27]

$$\mathcal{P}_S = 2.1 \times 10^{-9}, \tag{37}$$
$$n_s = 0.9663 \pm 0.0041, \tag{38}$$
$$r_{0.002} < 0.1 \quad \text{(Planck 2018)}, \tag{39}$$
$$r_{0.002} < 0.065 \quad \text{(Planck 2018/BICEP2/Keck-Array)}, \tag{40}$$

которые представлены для масштаба, соответствующего значению волнового числа $k = 0.002$ (Мпк)$^{-1}$.

Простым методом верификации моделей космологической инфляции, который позволяет определить соответствие модели ранней Вселенной наблюдениям независимо от выбора свободных постоянных параметров, является использование диаграммы зависимости тензорно-скалярного отношения от наклона спектра скалярных возмущений $r = r(n_S)$.

Исходя из соотношений (36), получим

$$n_S - 1 = 2\left(\frac{\delta(\epsilon) - 2\epsilon}{1-\epsilon}\right), \qquad \epsilon = \frac{r}{4s}, \tag{41}$$

где зависимость $\delta = \delta(\epsilon)$ различна для разных моделей инфляции.

Обратная зависимость, полученная из выражений (41), или зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений $r = r(n_S)$ накладывается на комбинированные результаты измерений PLANCK (BICEP2/Keck Array), которые представляется в виде разрешенных областей, соответствующим доверительным вероятностям 68% и 95%. Попадание значений параметров космологических возмущений в разрешенные области определяется условиями (38)–(40).

В качестве метода верификации моделей ранней Вселенной по параметрам космологических возмущений рассматривались раннее полученные преобразования (20)–(23) к случаю *обобщенной экспоненциально-степенной инфляции*. В данном случае, связь между исходными и новыми параметрами медленного скатывания определяется следующим образом

$$\bar{\epsilon} = n\epsilon\left(n + \frac{\lambda}{H(\epsilon)}\right)^{-2}, \qquad \bar{\delta} = \delta\left(n + \frac{\lambda}{H(\epsilon)}\right)^{-1}, \tag{42}$$

следовательно, параметры космологических возмущений рассчитываются для новых параметров медленного скатывания (42), что позволяет преобразовать неверифицируемую модель ранней Вселенной в соответствующую наблюдательным данным за счет произвольных постоянных n и λ. Использование данного метода было показано на примере преобразования неверифицируемой (в случае гравитации Эйнштейна) по наблюдательным данным модели степенной инфляции.

Метод верификации инфляционных моделей ранней Вселенной по параметрам космологических возмущений за счет преобразования исходной модели с известными точными решениями уравнений динамики к *обобщенной экспоненциально-степенной инфляции* составляет содержание третьего положения, выносимого на защиту.

В **четвертой главе** рассматривались *обобщенные точные космологические решения* с дополнительным материальным полем, которые были построены таким образом, чтобы, в рамках одной модели, описывать динамику на любой из стадий эволюции Вселенной, также для моделей инфляции в пространстве ФРУ с ненулевой (в общем случае) кривизной.

В данном случае, уравнения космологической динамики записываются следующим образом

$$V(\phi) = 3H^2 + \dot{H} + \frac{2\hat{K}_1}{\hat{a}^m}, \tag{43}$$

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 = -\dot{H} + \frac{\hat{K}_2}{\hat{a}^m}, \tag{44}$$

в терминах постоянных $\hat{K}_1 = (m-6)K/12a_0^m$, $\hat{K}_2 = -mK/6a_0^m$ и масштабного фактора $\hat{a}(t) = a(t)/a_0$, нормированного на начальное значение a_0. Эволюция плотности $\rho_m = K/a^m$ и давления $p_m = (m-3)K/3a^m$ материального поля зависит от его типа, который определяется значением постоянной m. Для ненулевой кривизны пространства ($m=2$) как эффективного материального поля, постоянные определяются как $K = -3k$, $K_1 = K_2 = k$, где $k = -1{,}0{,}1$ соответствует случаям открытой, плоской и замкнутой Вселенной.

Для параметра медленного скатывания как функции числа e-фолдов $\epsilon = \epsilon(N)$ уравнения (43)–(44) записываются следующим образом

$$H(N) = C\exp\left(-\int \epsilon(N)dN\right), \tag{45}$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{d\phi(N)}{dN}\right]^2 = \epsilon(N) + \frac{K_0}{C^2}\exp\left[-mN + 2\int \epsilon(N)dN\right], \tag{46}$$

$$V(N) = C^2 \left[3 - \epsilon(N)\right] \exp\left(-2\int \epsilon(N)dN\right) + 2K_0 \exp\left(-mN\right), \qquad (47)$$

где C – некоторая постоянная.

К решениям в терминах космического времени t можно перейти, используя уравнение

$$\epsilon(N) = -\frac{\ddot{N}}{\dot{N}^2}, \qquad (48)$$

которое, также, является условием интегрируемости (в смысле получения явных зависимостей параметров моделей от t) в терминах космического времени.

На основе предложенного подхода были построены обобщенные точные решения для различных законов расширения Вселенной.

Также, для генерирования точных космологических решений, рассматривался метод подстановки выбранного масштабного фактора $a(t)$ в уравнения динамики (43)–(44).

В качестве другого типа обобщения *базовой модели* рассматривались точные решения в киральных космологических моделях (ККМ) с двумя скалярными полями и действием вида

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2} + \frac{1}{2} h_{AB} \partial_\mu \Psi^A \partial_\nu \Psi^B g^{\mu\nu} - V(\phi,\psi)\right), \qquad (49)$$

где $V(\phi,\psi)$ – потенциал, $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства Фридмана-Робертсона-Уокера, h_{AB} – метрический тензор пространства полей, $\Psi^1 = \phi$, $\Psi^2 = \psi$, и метрикой внутреннего пространства полей (целей)

$$ds^2 = h_{AB}(\Psi^k) d\Psi^A d\Psi^B. \qquad (50)$$

Рассматривая метрический тензор пространства целей h_{AB} вида

$$h_{AB} = \begin{pmatrix} n/2 & 0 \\ 0 & 2/n \end{pmatrix},$$

где n – постоянный конформный множитель, также, из заданного соотношения между скалярными полями

$$\psi(t) = \frac{n}{2}\phi(t), \qquad (51)$$

для случая $n = 1$, уравнения динамики в киральных космологических моделях приводилилсь к виду (43)–(44), что означает возможность обобщения ранее полученных точных решений на случай ККМ с двумя скалярными полями и дополнительным материальным полем.

Далее рассматривались ККМ с каноническим скалярным полем ϕ и полем k-эссенции $\varphi(\chi)$ на основе действия

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2} - \frac{1}{2}\phi_{,\mu}\phi^{,\mu} - V(\phi) - p(\varphi,X) - U[\phi,\varphi(\chi)]\right), \qquad (52)$$

где исходное поле k-эссенции φ представлялось в виде эффективного поля квинтэссенции χ для следующего специального вида части лагранжиана, соответствующей полю φ

$$p(\varphi,X) = K(\varphi)X + K(\varphi), \qquad X = -\varphi_{,\mu}\varphi^{,\mu}, \tag{53}$$

что дает следующую связь между вторым каноническим скалярным полем χ и полем k-эссенции φ

$$Y(\chi) = K(\varphi), \tag{54}$$

$$\chi = \pm\int\sqrt{2K(\varphi)}d\varphi, \tag{55}$$

где $Y(\chi)$ – потенциал эффективного поля χ, соответствующего исходному полю k-эссенции.

В таком случае, уравнения космологической динамики для действия (52) записываются как

$$[H_1(\phi) + H_2(\chi)]^2 = \frac{1}{3}W(\phi,\chi) + \frac{2}{3}\left[\left(\frac{\partial H_1(\phi)}{\partial\phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial H_2(\chi)}{\partial\chi}\right)^2\right], \tag{56}$$

$$\dot{\phi} = -2\frac{\partial H_1(\phi)}{\partial\phi}, \qquad \dot{\chi} = -2\frac{\partial H_2(\chi)}{\partial\chi}. \tag{57}$$

где $W(\phi,\chi) = V(\phi) + Y(\chi) + U(\phi,\chi)$ и $U[\phi,\varphi(\chi)] = U(\phi,\chi)$.

Решения системы уравнений (56)–(57) строились на основе точных решений *базовой модели* следующим образом

$$3H_1^2 = V_1(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 = V(\phi) + 2\left(\frac{\partial H_1}{\partial\phi}\right)^2, \tag{58}$$

$$3H_2^2 = V_2(\chi) + \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 = Y(\chi) + 2\left(\frac{\partial H_2}{\partial\chi}\right)^2, \tag{59}$$

$$6H_1H_2 = U(\phi,\chi). \tag{60}$$

В качестве примера предложенного подхода были получены решения для космологической модели с потенциалом

$$W(\phi,\chi) = V_0\exp\left(\frac{\phi}{A}\right) + B^2\exp\left(-\frac{\chi}{B}\right) + \Lambda\exp\left(\frac{\phi}{A} - \frac{\chi}{B}\right), \tag{61}$$

где потенциал исходного поля k-эссенции определялся как $K(\varphi) = \frac{2B^2}{\varphi^2}$.

Для данной модели были получены решения со степенным масштабным фактором вида

$$a(t) = a_0(t + C)^{\frac{A^2}{2D^2} + \frac{\Lambda}{12D^2}}. \tag{62}$$

Также, было найдено соответствие данной модели и киральной космологической модели со следующими компонентами тензора пространства целей $h_{11} = 1, h_{22} = 1, h_{12} = h_{21} = -\frac{3}{2}AB$.

Далее рассматривалась задача редукции исходных уравнений динамики в ККМ с произвольными компонентами пространства целей к уравнениям (3)–(5), соответствующим моделям с одним скалярным полем, на основе эффективного поля φ, которое связано с исходными полями в ККМ следующим образом $\dot{\varphi}^2 = h_{AB}\dot{\varphi}^A\dot{\varphi}^B$.

Уравнения космологической динамики ранней Вселенной в плоском пространстве ФРУ $(K = 0)$ в терминах поля φ записываются как

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi), \tag{63}$$

$$\dot{\varphi}^2 = -2\dot{H}, \tag{64}$$

$$D_t\dot{\varphi}^A + 3H\dot{\varphi}^A + h^{AB}V_{,B} = 0, \tag{65}$$

где

$$D_t\dot{\varphi}^A = \frac{d\dot{\varphi}^A}{dt} + \Gamma^A_{BC}\dot{\varphi}^B\dot{\varphi}^C, \tag{66}$$

означает ковариантную производную в пространстве целей.

Было показано, что такое соответствие может быть получено для одинаковых скалярных полей $\phi = \psi$ и следующего метрического тензора пространства целей

$$h_{AB} = \begin{pmatrix} -f(\phi) + \frac{n}{2} & \frac{1}{2}(f(\phi) + f(\psi)) \\ \frac{1}{2}(f(\phi) + f(\psi)) & -f(\psi) + \frac{n}{2} \end{pmatrix},$$

где $f(\phi) \equiv f(\psi)$ – произвольные функции, определяющие взаимодействие между скалярными полями ϕ и ψ.

Также, для данного класса моделей, возмущения кривизны

$$\mathcal{R} \simeq H\left(\frac{\delta\phi}{\dot{\phi}} + \frac{\delta\psi}{\dot{\psi}}\right) \propto H\frac{\delta\phi}{\dot{\phi}}, \tag{67}$$

соответствуют случаю моделей с одним полем, и энтропийные возмущения

$$S = H\left(\frac{\delta\phi}{\dot{\phi}} - \frac{\delta\psi}{\dot{\psi}}\right) = 0. \tag{68}$$

Параметр нелинейности, характеризующий отклонения спектра возмущений от гауссового $f_{NL} \ll 1$, что позволяет рассматривать эволюцию космологических возмущений аналогично случаю базовых однополевых моделей.

Методы построения обобщенных точных решений на случай дополнительного материального поля, случай ненулевой кривизны пространства ФРУ, замены канонического поля на два взаимодействующих поля в киральных космологических моделях составляют содержание четвертого положения, выносимого на защиту.

В **пятой главе** рассматривались методы построения космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации (СТГ) с действием вида

$$S_{STG} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}F(\phi)R - \frac{\omega(\phi)}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right], \tag{69}$$

где функция $F(\phi)$ определяет неминимальное взаимодействие скалярного поля ϕ и скаляра Риччи R, $\omega(\phi)$ – кинетическая функция.

Уравнения космологической динамики в данных моделях записываются следующим образом

$$3FH^2 + 3H\dot{F} - \frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0, \tag{70}$$

$$3FH^2 + 2H\dot{F} + 2F\dot{H} + \ddot{F} + \frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0, \tag{71}$$

$$\omega\ddot{\phi} + 3\omega H\dot{\phi} + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2\omega'_\phi + V'_\phi - 6H^2F'_\phi - 3\dot{H}F'_\phi = 0, \tag{72}$$

из которых только два являются независимыми.

Для построения космологических моделей на основе уравнений (70)–(72) были предложены два различных метода. В рамках первого метода, в качестве исходной модели инфляции рассматривалось экспоненциальное расширение с параметром Хаббла $H = \lambda = const$ и плоским потенциалом $V = 3\lambda^2$, которое обусловлено постоянным скалярным полем $\phi = const$ в случае ОТО, то есть для $F = 1$ и $\omega = 1$.

Изменяющаяся в течение времени неминимальная связь поля и кривизны $F = F(t)$ приводит к его эволюции $\phi = \phi(t)$, отклонению от деситтеровского расширения $H = H(t)$ и плоского потенциала $V = V(\phi)$. Таким образом, данный подход подразумевает некоторую функциональную связь между параметром Хаббла H и функцией, определяющей неминимальное взаимодействие F следующего вида

$$H = \lambda\mathcal{F}[(F(\phi)], \tag{73}$$

где λ – положительная постоянная, $\mathcal{F}[F(\phi)]$ – некоторый функционал, с обязательным условием $\mathcal{F}[F(\phi)] = 1$ для $F = 1$, то есть в случае ОТО получим $\mathcal{F} = 1$ и стадию де Ситтера $H = \lambda$.

Далее, на основе следующего соотношения между параметром Хаббла и функции неминимального взаимодействия $H = \lambda\sqrt{F}$, преобразующего исходные уравнения (70) – (71) к виду

$$V(\phi) = 3\lambda^2F^2 + 3\lambda\sqrt{F}\dot{F} + \frac{1}{2}\ddot{F}, \tag{74}$$

$$\omega(\phi)\dot{\phi}^2 = -\ddot{F}, \tag{75}$$

были построены точные космологические решения для различных видов скалярно-тензорной гравитации.

Произведенная оценка значения тензорно-скалярного отношения в таких моделях дает $r \sim 10^{-3}$, что хорошо согласуется с современными наблюдательными ограничениями.

Данный принцип построения космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации, в которых неминимальное взаимодействие скалярного поля и кривизны является источником его эволюции, отклонения динамики от расширения де Ситтера и изменения формы потенциала составляет содержание пятого положения, выносимого на защиту.

Второй подход подразумевает установление параметрической связи между ОТО и СТГ в пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, найденной посредством редукции уравнений динамики (70)–(72) к виду уравнений базовой модели (3)–(4), что подразумевает одинаковую эволюцию скалярного поля $\phi(t)$, потенциал $V(\phi)$ и динамику ранней Вселенной $H(t)$ для обоих случаев.

Для анализа различия между ОТО и СТГ рассматривался *параметр расхождения* $\Delta_{ST} = \beta_{ST}/a^2(t)$, в терминах которого функция неминимального взаимодействия и кинетическая функция записываются следующим образом

$$F(t) = 1 - \Delta_{ST}(t), \tag{76}$$

$$\omega(t) = 1 + 3\frac{\Delta_{ST}(t)}{\epsilon(t)}, \tag{77}$$

где $\Delta_{ST} < 1$ и $\epsilon(t)$ – параметр медленного скатывания.

На основании обнаруженной параметрической (посредством постоянного параметра β_{ST}) связи между ОТО и СТГ было сформулировано *второе утверждение о эквивалентности космологических решений:*

«Для моделей космологической инфляции, содержащих скалярное поле и основанных на гравитации с неминимальным взаимодействием скалярного поля со скаляром Риччи

$$S_{STG} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}F(\phi)R - \frac{\omega(\phi)}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right], \tag{78}$$

в плоском четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, уравнения космологической динамики (70)–(72) приводятся к виду уравнений динамики в космологических моделях на основе ОТО (3)–(5), что означает эквивалентность фоновых космологических решений, для следующих параметров

$$F(t) = 1 - \frac{\beta_{ST}}{a^2(t)}, \quad \omega(t) = 1 - \beta_{ST}\left(\frac{3H^2}{\dot{H}a^2}\right), \tag{79}$$

$$F(\phi) = 1 - \frac{\beta_{ST}}{a^2(\phi)}, \quad \omega(\phi) = 1 + \frac{3}{2}\beta_{ST}\left(\frac{H}{aH'_\phi}\right)^2, \tag{80}$$

где β_{ST} – константа неминимальной связи скалярного поля и скаляра Риччи.

Для значений постоянной неминимального взаимодействия $\xi_{ST} = \beta_{ST}/a_0^2 \ll 10^{53}$ в начале инфляции параметры космологических возмущений рассчитываются аналогично случаю моделей ранней Вселенной, основанных на гравитации Эйнштейна. Точность такого соответствия определяется значением параметра ξ_{ST} или параметра расхождения Δ_{ST}.»

Данное утверждение позволяет поставить в соответствие точным решениям для базовой модели на основе ОТО параметры скалярно-тензорных теорий гравитации, что означает возможность их реконструкции для выбранного потенциала. В качестве примера данного подхода рассматривалась процедура восстановления параметров СТГ для потенциала Хиггса.

В случае малых значений параметра медленного скатывания $\epsilon \ll 1$ и параметра расхождения $\Delta_{ST} \ll 1$, $3\Delta_{ST} \approx \Delta_{ST}$ на пересечении радиуса Хаббла получим

$$\mathcal{P}_S \approx \frac{H^2}{8\pi^2\varepsilon_{ST}}, \qquad \mathcal{P}_T \approx \frac{2H^2}{\pi^2}, \qquad r \approx 16\varepsilon_{ST}, \tag{81}$$

$$n_S \approx 1 - 4\varepsilon_{ST} + 2\sigma_{ST}, \qquad n_T \approx -2\varepsilon_{ST}, \tag{82}$$

где ε_{ST} и σ_{ST} определяются следующим образом

$$\varepsilon_{ST} \equiv \epsilon + \Delta_{ST}, \tag{83}$$

$$\sigma_{ST} \equiv \varepsilon - \frac{\dot{\varepsilon}}{2H\varepsilon} = \epsilon + \Delta_{ST} - \frac{\dot{\epsilon}}{2H(\epsilon + \Delta_{ST})} + \frac{\Delta_{ST}}{\epsilon + \Delta_{ST}}\,. \tag{84}$$

Соотношения (81)–(82) полностью совпадают по форме с формулами для расчета параметров космологических возмущений в случае ОТО (35)–(36) при условии $(1 - \epsilon \approx 1)$ со смещенными на Δ_{ST} параметрами медленного скатывания (83)–(84).

Расхождение между ОТО и СТГ в данных моделях изменяется как $\Delta_{ST}(N) = \beta_{ST}a_0^{-2}e^{-2N}$, следовательно, отношение его значений в начале и в конце стадии инфляции

$$\frac{\Delta_{ST}(N = 60)}{\Delta_{ST}(N = 0)} = e^{-120} \approx 7.7 \times 10^{-53}. \tag{85}$$

Таким образом, для влияния на значения спектральных параметров космологических возмущений, определяемых с помощью параметров медленного скатывания $\epsilon \sim 10^{-2}$ и $\delta \sim 10^{-2}$, исходное расхождение должно быть порядка $\Delta_{ST}(N = 0) \sim 10^{51}$, то есть $|F(N = 0)| \sim 10^{51} \gg 1$. Для случая $\xi_{ST} \sim 1$ или в случае конформной связи скалярного поля и кривизны $\xi_{ST} = 1/6$, параметр расхождения на пересечении радиуса Хаббла $\Delta_{ST}(N = 60) \simeq 0$ и параметры космологических возмущений в моделях инфляции на основе скалярно-тензорной гравитации с высокой точностью совпадают с параметрами космологических возмущений для стандартных моделей инфляции на основе гравитации Эйнштейна.

В **шестой главе** рассматривались методы построения космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации с неминимальным взаимодействием поля и скаляра Гаусса-Бонне или гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне с действием вида

$$S_{GB} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) - \frac{1}{2}\xi(\phi)R^2_{GB}\right], \qquad (86)$$

где R – скаляр Риччи, $R^2_{GB} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2$ – скаляр Гаусса-Бонне и $\xi(\phi)$ – функция, определяющая связь поля и скаляра Гаусса-Бонне.

Уравнения динамики в плоской Вселенной ФРУ для данных моделей записываются следующим образом

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + 12\dot{\xi}H^3, \qquad (87)$$

$$-2\dot{H} = \dot{\phi}^2 - 4\ddot{\xi}H^2 - 4\dot{\xi}H(2\dot{H} - H^2), \qquad (88)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} + 12\xi_{,\phi}H^2\left(\dot{H} + H^2\right) = 0. \qquad (89)$$

Из трех уравнений динамики (87)–(89) независимыми являются только два, по этой причине, для анализа космологических моделей на основе гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне (ЭГБ), рассматривались уравнения (87)–(88).

Данные уравнения записывались в виде

$$V(\phi) = 3H^2 + 5H\Delta_{GB} + \dot{H} + \dot{\Delta}_{GB}, \qquad (90)$$

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 = H\Delta_{GB} - \dot{H} - \dot{\Delta}_{GB}, \qquad (91)$$

$$\Delta_{GB} = -2\dot{\xi}H^2, \qquad (92)$$

где $\Delta_{GB} = H_E - H$ представляет собой *параметр расхождения* между ЭГБ-инфляцией и базовой моделью на основе ОТО с параметром Хаббла H_E .

В результате найденной в явном виде функциональной связи параметров Хаббла для стандартной инфляции, основанной на ОТО и инфляции с ЭГБ гравитацией $H_E = f(H,\dot{\xi})$, появляется возможность простой процедуры генерирования точных решений с физическими потенциалами, также возможность качественной (по знаку $\dot{\xi}$) и количественной по расхождению в значениях числа e-фолдов

$$\Delta_N = N - N_E = \int_{t_i}^{t_e}(H - H_E)dt = 2\int_{t_i}^{t_e}\dot{\xi}H^2dt = -\int_{t_i}^{t_e}\Delta_{GB}dt, \qquad (93)$$

оценки влияния неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне на космологическую динамику. Данная параметрическая связь использовалась для построения точных космологических решений со следующими соотношениями: $H_E = H + \beta$, $H_E = 0$ и $H_E = H + \dot{H}H^{-1}$.

Далее рассматривались модели с линейной зависимостью параметра расхождения от масштабного фактора $\Delta_{GB} = a(t)\alpha_{GB}$ на основе следующих уравнений динамики

$$V(\phi) = 3H^2 + \dot{H} + 6\dot{a}\alpha_{GB}, \tag{94}$$

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}, \tag{95}$$

$$\dot{\xi} = -\left(\frac{\alpha_{GB}}{2}\right)\frac{a}{H^2}, \tag{96}$$

где α_{GB} – константа неминимального взаимодействия поля и скаляра Гаусса-Бонне.

Эволюция скалярного поля $\phi = \phi_E$ и параметр Хаббла $H = H_E$, в данном случае, совпадают со случаем ОТО. Потенциал V будет отличаться от потенциала скалярного поля в моделях с гравитацией Эйнштейна V_E на слагаемое $U_{GB} = 6\dot{a}\alpha_{GB}$, которое появляется за счет взаимодействия поля и скаляра Гаусса-Бонне. Влияние данного слагаемого на форму потенциала, следовательно, на характер физических процессов, происходящих на стадии космологической инфляции рассматривалось на примере квадратичного потенциала вида

$$V(\phi) = 3\left(-\sqrt{\frac{A}{2}}\phi + B\right)^2 + 6a_0\alpha_{GB}\left(-\sqrt{\frac{A}{2}}\phi + B\right)\exp\left(\frac{B\phi}{\sqrt{2A}} - \frac{1}{4}\phi^2\right) - A,$$

где A и B – некоторые постоянные.

Случай $\alpha_{GB} = 0$ соответствует хаотической инфляции на основе ОТО, значение $\alpha_{GB} = 1$ приводит к сценарию «новой инфляции» с определенным состоянием «фальшивого вакуума», случай $\alpha_{GB} > 1$ соответствует сценарию «старой инфляции» с туннелированием скалярного поля к минимуму потенциала, причем высота потенциального барьера зависит от значения параметра α_{GB}. Также для данной модели были рассчитаны параметры космологических возмущений, которые соответствуют наблюдательным ограничениям.

Далее рассматривался принцип построения ОТО-подобных космологических моделей для случая ЭГБ-инфляции на основе параметра расхождения вида $\Delta_{GB} \propto a^{-5}(t)$. Отношение значения параметра расхождения в начале и в конце инфляции

$$\frac{\Delta_{GB}(N=60)}{\Delta_{GB}(N=0)} = e^{-300} \approx 5.2 \times 10^{-131}. \tag{97}$$

Полагая, что в начале инфляции $\Delta_{GB}(N=0) \ll 10^{131}$ получим $\Delta_{GB}(N=60) \simeq 0$ при ее завершении, то есть, при выполнении данного условия, в конце инфляции $\xi = const$, $H = H_E$, $\phi = \phi_E$ и $V = V_E$ с высокой точностью. Также было показано, что данные модели ЭГБ-инфляции соответствуют моделям инфляции, основанным на гравитации Эйнштейна, по параметрам космологических возмущений.

Предложенный класс моделей удовлетворяет наблюдательным ограничениям на скорость распространения гравитационных волн (соответствующую случаю ОТО) в современную эпоху [25], поскольку зависимость $\Delta_{GB} \propto a^{-5}(t)$ подразумевает быстрое уменьшение расхождения между гравитацией Эйнштейна и ЭГБ-гравитацией при расширении Вселенной.

На основе полученных результатов было сформулировано *третье утверждение о эквивалентности космологических решений:*

«Для моделей космологической инфляции, содержащих скалярное поле и основанных на гравитации с неминимальным взаимодействием скалярного поля со скаляром Гаусса-Бонне

$$S_{GB} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) - \frac{1}{2}\xi(\phi)R^2_{GB}\right],$$

в плоском четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, уравнения космологической динамики (87)–(89) приводятся к виду уравнений динамики в космологических моделях на основе ОТО (3)–(5), что означает эквивалентность фоновых космологических решений для функции неминимального взаимодействия, следующей из условия

$$\dot{\xi} = -\frac{\Delta_{GB}}{2H^2} = -\frac{\alpha_{GB}}{2a^5H^2}, \tag{98}$$

$$\xi'_\phi = \frac{\alpha_{GB}}{4a_0^5H'_\phi H^2}\exp\left(\frac{5}{2}\int\frac{H}{H'_\phi}d\phi\right), \tag{99}$$

и кинетической функции

$$\omega(t) = 1 - \alpha_{GB}\left(\frac{6H}{\dot{H}a^5}\right), \tag{100}$$

$$\omega(\phi) = 1 + \frac{3H\alpha_{GB}}{H'^2_\phi}\exp\left(\frac{5}{2}\int\frac{H}{H'_\phi}d\phi\right), \tag{101}$$

параметры космологических возмущений рассчитываются аналогично случаю моделей, основанных на ОТО.»

Предложенный подход также использовался для нахождения точных космологических решений в случае ЭГБ-инфляции во Вселенной Фридмана с ненулевой кривизной на основе функциональной связи вида

$$H_E = H - 2\dot{\xi}\left(H^2 + \frac{k}{a^2}\right). \tag{102}$$

Также, в контексте построения точных решений для моделей, аналогичным случаю ОТО, использовалось следующее представление функции неминимального взаимодействия

$$\dot{\xi} = -\left(\frac{\alpha_{GB}}{2}\right)\frac{a^3}{\dot{a}^2 + k}, \tag{103}$$

обобщающее применение «третьего утверждения» на случай космологических моделей с ненулевой кривизной пространства ФРУ.

Метод количественной и качественной оценки влияния неминимального взаимодействия скалярного поля со скалярами Риччи и Гаусса-Бонне на параметры космологических моделей, также *второе и третье утверждения о эквивалентности космологических решений* составляют содержание шестого положения, выносимого на защиту.

Далее рассматривались космологические модели на основе гравитации Хорндески, соответствующей обобщенной скалярно-тензорной теории гравитации, включающей неминимальное взаимодействие скалярного поля как со скаляром Гаусса-Бонне, так и со скаляром Риччи, с действием вида

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}(L_2 + L_3 + L_4 + L_5), \tag{104}$$

в котором лагранжианы определяются следующим образом

$$L_2 = K(\phi,X), \tag{105}$$

$$L_3 = -G_3(\phi,X)\Box\phi, \tag{106}$$

$$L_4 = G_4(\phi,X)R + G_{4,X}\left[(\Box\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)(\nabla^\mu\nabla^\nu\phi)\right], \tag{107}$$

$$L_5 = G_5(\phi,X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\phi - \frac{1}{6}G_{5,X}[(\Box\phi)^3 - \\ - 3(\Box\phi)(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)(\nabla^\mu\nabla^\nu\phi) + 2(\nabla^\mu\nabla_\alpha\phi)(\nabla^\alpha\nabla_\beta\phi)(\nabla^\beta\nabla_\mu\phi)], \tag{108}$$

где $X = -\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi/2$, $\Box\phi = \nabla_\mu\nabla^\mu\phi$; также K, G_3, G_4, G_5 – некоторые функции ϕ и X; $G_{j,X}(\phi,X) = \partial G_j(\phi,X)/\partial X$ с $j = 4{,}5$.

Для обобщения рассматриваемых ранее моделей, построенных на основе гравитации Эйнштейна и с неминимальным взаимодействием скалярного поля со скалярами Риччи и Гаусса-Бонне, функции K, G_3, G_4, G_5 определялись следующим образом

$$K(\phi,X) = \omega X - V(\phi) - 4\xi''''_\phi X^2(3 - \ln X), \tag{109}$$

$$G_3(\phi,X) = -2\xi'''_\phi X(7 - 3\ln X), \tag{110}$$

$$G_4(\phi,X) = \frac{1}{2}(1 + f(\phi)) - 2\xi''_\phi X(2 - \ln X), \tag{111}$$

$$G_5(\phi,X) = 2\xi'_\phi \ln X, \tag{112}$$

с уравнениями космологической динамики на стадии инфляции, аналогичными полученным из действия

$$S = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[F(\phi,R) - \omega(\phi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - 2V(\phi)\right], \tag{113}$$

где $F(\phi,R) = R + f(\phi)R + \xi(\phi)R^2_{GB}$, функция $f(\phi)$ определяет взаимодействие скалярного поля со скаляром Риччи и $\xi(\phi)$ – функция взаимодействия поля со скаляром Гаусса-Бонне.

Уравнения космологической динамики, в таком случае, записываются следующим образом

$$
\begin{aligned}
&3(\gamma+f)H^2+3H\dot{f}-\frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2-V(\phi)-12H^3\dot{\xi}=0,\\
&(\gamma+f)(3H^2+2\dot{H})+2H\dot{f}+\ddot{f}+\frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2-V(\phi)-8H^3\dot{\xi}-8H\dot{H}\dot{\xi}-4H^2\ddot{\xi}=0,\\
&\omega\ddot{\phi}+3\omega H\dot{\phi}+\frac{1}{2}\dot{\phi}^2\omega'_{\phi}+V'_{\phi}-6H^2f'_{\phi}-3\dot{H}F'_{\phi}++12H^4\xi'_{\phi}+12H^2\dot{H}\xi'_{\phi}=0,
\end{aligned}
$$

из которых только два являются независимыми.

Частными случаями гравитации Хорндески будут:

1. $f=0$, $\omega=\pm1$, $\xi=0$ – случай ОТО (минимальное взаимодействие);
2. $f=f(\phi)$, $\xi=0$, $\omega=\omega(\phi)$ – скалярно-тензорная гравитация (с неминимальным взаимодействием поля со скаляром Риччи);
3. $f=0$, $\omega=\pm1$, $\xi=\xi(\phi)$ – гравитация Эйнштейна-Гаусса-Бонне;
4. $f=f(\phi)$, $\omega=\omega(\phi)$, $\xi=\xi(\phi)$ – обобщенная скалярно-тензорная гравитация, включающая неминимальное взаимодействие скалярного поля как со скаляром Риччи, так и со скаляром Гаусса-Бонне.

Первые два уравнения космологической динамики в терминах параметров расхождения записываются следующим образом

$$
\begin{aligned}
&V(\phi)=3(1-\Delta_{ST})H^2+(1-\Delta_{ST})\dot{H}-\frac{5}{2}H\dot{\Delta}_{ST}-\frac{1}{2}\ddot{\Delta}_{ST}+\dot{\Delta}_{GB}+5H\Delta_{GB},\\
&\omega(\phi)\dot{\phi}^2=-2(1-\Delta_{ST})\dot{H}-H\dot{\Delta}_{ST}+\ddot{\Delta}_{ST}-2\dot{\Delta}_{GB}+2H\Delta_{GB}.
\end{aligned}
$$

Следовательно, $\Delta_{ST}=0$, $\Delta_{GB}=0$ соответствует первому классу моделей, $\Delta_{ST}\neq0$, $\Delta_{GB}=0$ – второму классу моделей, $\Delta_{ST}=0$, $\Delta_{GB}\neq0$ – третьему классу моделей и $\Delta_{ST}\neq0$, $\Delta_{GB}\neq0$ – четвертому классу моделей в рассматриваемой классификации.

На основе второго и третьего «утверждений» было сформулировано *утверждение о специальном классе космологических моделей:*

«В четырехмерном пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера, каждому точному космологическому решению, полученному в рамках гравитации Эйнштейна из уравнений (3)–(5) для скалярного поля $\phi\neq const$, существует аналогичное решение для случая обобщенной скалярно-тензорной гравитации, включающей неминимальное взаимодействие поля со скалярами Риччи и Гаусса-Бонне с нетривиальными, в общем случае, функциями неминимального взаимодействия $f\neq0$, $\xi\neq const$ и кинетической функцией $\omega\neq1$. Такие решения представляют собой основу построения специального класса космологических моделей, определяемых действием (113).»

Доказательство данного утверждения производится посредством подстановки кинетической функции и параметров расхождения

$$\omega(\phi) = 1 + \frac{3}{\epsilon}\left(\Delta_{ST} + 2\frac{\Delta_{GB}}{H}\right), \tag{114}$$

$$\Delta_{ST}(t) = \beta_{ST} a^{-2}(t), \tag{115}$$

$$\Delta_{GB}(t) = \alpha_{GB} a^{-5}(t), \tag{116}$$

в уравнения космологической динамики, соответствующие действию (113).

Соответствующие параметры обобщенной скалярно-тензорной гравитации определяются следующим образом

$$f(t) = -\frac{\beta_{ST}}{a^2(t)}, \quad f(\phi) = -\frac{\beta_{ST}}{a_0^2}\exp\left(\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right),$$

$$\dot{\xi} = -\frac{\alpha_{GB}}{2a^5 H^2}, \qquad \xi'_\phi = \frac{\alpha_{GB}}{4a_0^5 H'_\phi H^2}\exp\left(\frac{5}{2}\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right),$$

$$\omega(\phi) = 1 + \frac{3}{2}\left(\frac{H}{H'_\phi}\right)^2 \exp\left(\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right)\left[\beta_{ST} + \frac{2\alpha_{GB}}{H}\exp\left(\frac{3}{2}\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right)\right].$$

На основе данного утверждения были получены точные решения для различных космологических моделей с гравитацией Хорндески на основе решений для базовой модели с гравитацией Эйнштейна. Также было показано, что при условии $\Delta_{ST}(N=0) \ll 10^{53}$ и $\Delta_{GB}(N=0) \ll 10^{131}$ в начале инфляции, параметры космологических возмущений в таких моделях рассчитываются аналогично случаю ОТО из соотношений (35)–(36).

Утверждение о специальном классе космологических моделей составляет содержание седьмого положения, выносимого на защиту.

Далее рассматривался сценарий эволюции Вселенной, основанный на *специальном классе космологических моделей* на основе обобщенной скалярно-тензорной теории гравитации.

В начале стадии инфляции значения параметров расхождения Δ_{ST} и Δ_{GB} между ОТО и ее модификациями и, соответственно, функций, определяющих неминимальное взаимодействие скалярного поля и кривизны $f(\phi)$ и $\xi(\phi)$, может быть достаточно большим чтобы обеспечить связь с теорией струн и суперструн в контексте возможности построения квантовой теории гравитации [20].

Во время инфляции расхождения быстро убывают по законам $\Delta_{ST} \propto a^{-2}(t)$ и $\Delta_{GB} \propto a^{-5}(t)$, таким образом, к концу инфляционной стадии, исходная часть лагранжиана, определяющая тип гравитации определяется как

$$F(\phi,R) \equiv R + f(\phi)R + \xi(\phi)R^2_{GB} = R + \mathcal{O}_1\left(\Delta_{ST},\Delta_{GB}\right),$$

где $\mathcal{O}_1(\Delta_{ST},\Delta_{GB}) \ll 1$ – малая добавка за счет модификаций гравитации Эйнштейна, которая, в линейном порядке теории космологических возмущений, не влияет на их эволюцию.

Кинетическая функция на завершении стадии инфляции определяется следующим образом

$$\omega(\phi) \equiv 1 + \frac{3}{\epsilon}\left(\Delta_{ST} + 2\frac{\Delta_{GB}}{H}\right) = 1 + \frac{3}{\epsilon}\mathcal{O}_2(\Delta_{ST},\Delta_{GB}), \quad \mathcal{O}_2(\Delta_{ST},\Delta_{GB}) \ll 1.$$

После завершения стадии инфляции, динамика Вселенной на стадиях преобладания излучения и вещества определяется фридмановскими решениями $a(t) \propto t^{1/2}$ и $a(t) \propto t^{2/3}$, и расхождение с гравитацией Эйнштейна продолжает убывать с расширением Вселенной.

В случае, если стадия повторного ускоренного расширения Вселенной в настоящую эпоху описывается с помощью ΛCDM-модели с экспоненциальным расширением ($\dot{H} = 0$), то $\epsilon = 0$ и $\omega \to \infty$, что соответствует гравитации Эйнштейна. Если темная энергия определяется легким полем квинтэссенции с другой динамикой $\dot{H} \neq 0$ ($\dot{H} \approx 0$), то $\epsilon \neq 0$, и наблюдательное ограничение $|\omega| > 50000$ определяет малые отклонения от ОТО. Вторым критерием, ограничивающим отклонения от гравитации Эйнштейна, является погрешность 10^{-15} в определении скорости распространения гравитационных волн [25].

В **Заключении** сформулированы основные результаты исследования, обсуждаются перспективы их применения и дальнейшего развития.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях, включенных в перечень ВАК:

1. Chervon S.V., Fomin I.V. On calculation of the cosmological parameters in exact models of inflation // Gravitation and Cosmolology. 2008. Vol. 14. P. 163-167 (0,7/0,3 п.л.).
2. Фомин И.В. Применение низкочастотного оптического резонанса для регистрации высокочастотных гравитационных волн / И.В. Фомин [и др.] // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2015. № 1(58). С. 26-35 (0,8/0,2 п.л.).
3. Фомин И.В. Модели с нетривиальной кинетической частью в контексте точных решений уравнений динамики скалярного поля // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2015. №4(61). С. 37-44 (0,5 п.л.).
4. Фомин И.В. Гравитационные волны в конформно-плоских пространствах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 4(67). С. 65-78 (0,9 п.л.).
5. Fomin I.V. Velocity of Light in Anisotropic Spacetime // Russ. Phys. J. 2016. Vol. 59. P. 41-47 (0,5 п.л.).
6. Fomin I.V. Cosmological inflation models in the kinetic approximation // Theor. Math. Phys. 2017. Vol. 191. P. 781-791 (0,7 п.л.).

7. Fomin I.V., Chervon S.V. Exact and Approximate Solutions in the Friedmann Cosmology // Russ. Phys. J. 2017. Vol. 60. P. 427-440 (0,9/0,7 п.л.).
8. Fomin I.V., Chervon S.V. Exact inflation in Einstein-Gauss-Bonnet gravity // Gravitation and Cosmology. 2017. Vol. 23. P. 367-374 (0,9/0,7 п.л.).
9. Fomin I.V., Chervon S.V. A new approach to exact solutions construction in scalar cosmology with a Gauss-Bonnet term // Mod. Phys. Lett. A. 2017. Vol. 32. P. 1750129 (0,9/0,7 п.л.).
10. Fomin I.V. Cosmological Inflation with Einstein-Gauss-Bonnet Gravity // Physics of Particles and Nuclei. 2018. Vol. 49. P. 525-529 (0,6 п.л.).
11. Chervon S.V., Fomin I.V., Beesham A. The method of generating functions in exact scalar field inflationary cosmology // Eur. Phys. J. C. 2018. Vol. 78. P. 301 (1,6/0,7 п.л.).
12. Fomin I.V. Generalized exact solutions in the Friedmann cosmology // Russ. Phys. J. 2018. Vol. 61. P. 843-851 (0,6 п.л.).
13. Fomin I.V. Two-Field Cosmological Models with a Second Accelerated Expansion of the Universe // Moscow University Physics Bulletin. 2018. Vol. 73. P. 696-701 (0,6 п.л.).
14. Фомин И.В. Точные решения в космологии на основе нелинейных сигма-моделей // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 2. С. 49-58 (0,65 п.л.).
15. Фомин И.В. Точные решения в космологии Фридмана со скалярными полями // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 1. С. 36-45 (0,65 п.л.).
16. Fomin I.V., Chervon S.V. Non-minimal coupling influence on the deviation from de Sitter cosmological expansion // Eur. Phys. J. C. 2018. Vol. 78. P. 918 (0,9/0,7 п.л.).
17. Fomin I.V., Chervon S.V. Inflation with explicit parametric connection between GR and scalar-tensor gravity // Mod. Phys. Lett. A. 2018. Vol. 33. P. 1850161 (0,9/0,7 п.л.).
18. Фомин И.В. Конструирование точных решений в космологии, основанной на гравитации Хорндески // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 2. С. 59-67 (0,75 п.л.).
19. Fomin I.V., Chervon S.V., Maharaj S.D. A new look at the Schrodinger equation in exact scalar field cosmology // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 2019. Vol. 16. P. 1950022 (0,9/0,7 п.л.).

Публикации в других изданиях:

20. Червон С.В., Фомин И.В. Квантовое рождение начальных космологических возмущений // Известия Вузов. Поволжский регион. Сер. Физико-математические науки. 2008. № 4. С. 97-107 (0,7/0,5 п.л.).
21. Fomin I.V. The models of cosmological inflation in the context of kinetic approximation // J. Phys. Conf. Ser. 2017. Vol. 731. P. 012004 (0,4 п.л.).

22. Fomin I.V., Morozov A.N. The high-frequency gravitational waves in exact inflationary models with Gauss-Bonnet term. // J. Phys. Conf. Ser. 2017. Vol. 798. P. 012088 (0,3/0,2 п.л.).
23. Fomin I.V. The chiral cosmological models with two components // J. Phys. Conf. Ser. 2017. Vol. 918. P. 012009 (0,25 п.л.).
24. Fomin I.V. Generation and detection of high frequency gravitational waves at intensive electromagnetic excitation / I.V. Fomin at. al. // J. Phys. Conf. Ser. 2018. Vol. 1051. P. 012001 (0,55/0,1 п.л.).
25. Фомин И.В., Червон С.В., Крюков С.В. Динамика киральных космологических полей в фантомно-канонической модели // Вестник БФУ им. И. Канта. Сер. Физико-математические и технические науки. 2018. № 1. С. 74-80 (0,45/0,2 п.л.).

Монографии:

26. Червон С.В., Фомин И.В., Кубасов А.С. Скалярные и киральные поля в космологии. У.: ФГБОУ ВПО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2015. 215 с (16/6 п.л.).
27. Фомин И.В., Червон С.В., Морозов А.Н. Гравитационные волны ранней Вселенной. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 156 с (10/6 п.л.).

Публикации в сборниках трудов конференций:

28. Фомин И.В. Погрешность приближения медленного скатывания на инфляционной стадии эволюции Вселенной // Сборник Российской летней школы-семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» (GRACOS-2007). Казань. 2007. С. 166-167 (0,1 п.л.).
29. Фомин И.В., Червон С.В. Соотношения тензорной и скалярной мод возмущений в точных моделях космологической инфляции // Сборник Российской летней школы-семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» (GRACOS-2007). Казань. 2007. С. 168-169 (0,1/0,05 п.л.).
30. Fomin I.V. High-frequency gravitational waves in exact inflationary models // Proceedings of 12th International Conference on Gravitation, Astrophysics and Cosmology (ICGAC-12). Moscow. 2015. P. 255-256 (0,1 п.л.).

Литература

1. Старобинский А.А. Об одной несингулярной изотропной космологической модели // Письма в Астрономический журнал. 1978. Т. 4(4). С. 155–159.

2. Starobinsky A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity // Phys. Lett. B. 1980. Vol. 91. P. 99–102.

3. Guth A. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems // Phys. Rev. D. 1981. Vol. 23. P. 347–356.

4. Linde A. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems // Phys. Lett. B. 1982. Vol. 108. P. 389–393.

5. Frieman J., Turner M., Huterer D. Dark Energy and the Accelerating Universe // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 2008. Vol. 46. P. 385–432.

6. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // Astrophys. J. 1999. Vol. 517. P. 565–586.

7. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant / A. Riess, A. Filippenko, P. Challis et al. // Astron. J. 1998. Vol. 116. P. 1009–1038.

8. Armendariz-Picon C., Mukhanov V., Steinhardt P. Essentials of k essence // Phys. Rev. D. 2001. Vol. 63. P. 103510.

9. Caldwell R. R. A Phantom menace? // Phys. Lett. B. 2002. Vol. 545. P. 23–29.

10. Phantom Cosmology without Big Rip Singularity / A. Astashenok, S. Nojiri, S. Odintsov et al. // Phys. Lett. B. 2012. Vol. 709. P. 396–403.

11. Gibbons G. Cosmological evolution of the rolling tachyon // Phys. Lett. B. 2002. Vol. 537. P. 1–4.

12. Kamenshchik A. Yu., Moschella U., Pasquier V. An Alternative to quintessence // Phys. Lett. B. 2001. Vol. 511. P. 265–268.

13. Chervon S. Chiral Cosmological Models: Dark Sector Fields Description // Quantum Matter. 2013. Vol. 2. P. 71–82.

14. Saha B. Early inflation, isotropization, and late time acceleration in a Bianchi type-I universe // Phys. Part. Nuclei. 2009. Vol. 40. P. 656.

15. Nojiri S., Odintsov S. Modified non-local-F(R) gravity as the key for the inflation and dark energy // Phys. Lett. B. 2008. Vol. 659. P. 821–826.

16. Modified Gravity and Cosmology / T. Clifton, P. Ferreira, A. Padilla et al. // Phys. Rept. 2012. Vol. 513. P. 1–189.

17. Elizalde E., Nojiri S., Odintsov S. D. Late-time cosmology in (phantom) scalar-tensor theory: Dark energy and the cosmic speed-up // Phys. Rev. D. 2004. Vol. 70. P. 043539.

18. Myrzakulov R., Sebastiani L. k-essence non-minimally coupled with Gauss-Bonnet invariant for inflation // Symmetry. 2016. Vol. 8, no. 7. P. 57.

19. Measurements of the Higgs boson production and decay rates and coupling strengths using pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV in the ATLAS experiment / G. Aad, B. Abbott, J. Abdallah et al. // Eur. Phys. J. C. 2016. Vol. 76, no. 1. P. 6.

20. Baumann D., McAllister L. Inflation and String Theory. C.: Cambridge University Press, 2014. 349 p.

21. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger / B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott et al. // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 116, no. 6. P. 061102.

22. GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence / B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott et al. // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 116, no. 24. P. 241103.

23. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral / B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott et al. // Phys. Rev. Lett. 2017. Vol. 119, no. 16. P. 161101.

24. Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger / B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott et al. // Astrophys. J. 2017. Vol. 848, no. 2. P. L12.

25. Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A / B. Abbott, R. Abbott, T. Abbott et al. // Astrophys. J. 2017. Vol. 848, no. 2. P. L13.

26. Motohashi H., Minamitsuji M. General Relativity solutions in modified gravity // Phys. Lett. B. 2018. Vol. 781. P. 728–734.

27. Ade P. et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters // Astron. Astrophys. 2016. Vol. 594. P. A13.

28. Рубаков В.А. Изотропное условие энергодоминантности и его нарушение // УФН. 2014. Т. 184. С. 137–152.

29. Horndeski G. Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space // Int. J. Theor. Phys. 1974. Vol. 10. P. 363–384.

Фомин Игорь Владимирович

Методы построения и верификации моделей ранней Вселенной со скалярным полем

В диссертационной работе рассматриваются точные и приближенные методы анализа космологических моделей во Вселенной Фридмана на основе Общей Теории Относительности и модифицированных теорий гравитации с функциональными и параметрическими связями между ними, которые являются основой посторроения обобщенных точных решений и сопоставления космологических моделей с различными теориями гравитации. Также рассматриваются методы верификации космологических моделей по наблюдательным данным.

Fomin Igor Vladimirovich

Methods for constructing and verifying the models of Early Universe with scalar field

The exact and approximate methods of analyzing cosmological models in the Friedman Universe on the basis of General Relativity Theory and Modified Gravity Theories with functional and parametric connections between them, which are the basis for the construction of generalized exact solutions and the comparison of cosmological models with different gravity theories are considered in this work. The methods for verifying cosmological models from observational data are considered as well.