

На правах рукописи

Агеев Кирилл Анатольевич

**СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ДИСКРЕТНЫМ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
ТРЕБОВАНИЙ К РЕСУРСАМ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К РАСЧЕТУ
ВЕРОЯТНОСТНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ**

Специальность 05.13.17 – теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на кафедре прикладной информатики и теории вероятностей Российского университета дружбы народов.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,
доцент, доцент кафедрой прикладной информатики и
теории вероятностей Российского университета
дружбы народов
Сопин Эдуард Сергеевич

Официальные оппоненты: **Зейфман Александр Израилевич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Вологодского государственного университета»
Степанов Сергей Николаевич, доктор технических наук, заведующий кафедрой сетей связи и систем коммутации Ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московского технического университета связи и информатики»
Горбунова Анастасия Владимировна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук

Защита диссертации состоится «24» декабря 2021 г. в 16 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета ПДС 0200.001 на базе Российского университета дружбы народов (117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу: 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, дом 6 (отзывы на автореферат просьба направлять по указанному адресу) или на официальном сайте диссертационных советов РУДН по адресу: <http://dissovet.rudn.ru>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
ПДС 0200.001, доцент



А.В. Демидова

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Объем трафика, который передается в беспроводных сетях, стремительно увеличивается с самого начала применения таких технологий. Согласно прогнозам компании Cisco, к 2023 году число пользователей беспроводной сети составит 5.7 миллиардов, что приблизительно 71% населения планеты, и в дальнейшем ожидается только рост. С ростом числа пользователей также увеличивается разнообразие сервисов, которые работают поверх беспроводных сетей. Это связано с успешным распространением мобильного широкополосного доступа четвертого (4G) и пятого (5G) поколений. Например, значительно увеличилась возможная скорость доступа к данным, предоставляя в то же время широкий спектр современных интернет-услуг, тем самым эффективно конкурируя с другими типами беспроводных решений, включая Wi-Fi.

Активация и отключение устройств в сети, перемещение, а также требование к объему ресурсов и длительности обслуживания можно исследовать с помощью методов математической теории телетрафика путем построения и анализа систем массового обслуживания.

Степень разработанности темы. Анализ вероятностных характеристик обслуживания трафика взаимодействующих устройств проведен с помощью аппарата теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории случайных процессов, теории телетрафика. К российским ученым, исследователям, внесшим большой вклад в эти области, относятся Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, В.М. Вишневский, Ю.В. Гайдамака, А.Н. Дудин, А.И. Зейфман, А.Е. Кучерявый, Е.А. Кучерявый, А.Н. Моисеев, С.П. Моисеева, Д.А. Молчанов, А.А. Назаров, В.А. Наумов, А.П. Пшеничников, В.В. Рыков, К.Е. Самуйлов, С.Н. Степанов, О. М. Тихоненко, И.И. Цитович, С.Я. Шоргин и др., а к зарубежным – J.G. Andrews, Luis M Correia, M. Dohler, E. Gelenbe, V.B. Iversen, F.P. Kelly, L. Kleinrock, I. Malanchini, K.W. Ross и др.

Цель исследований. Построение моделей ресурсных систем массового обслуживания с дискретным распределением требований к ресурсам и сигналами

для анализа показателей эффективности беспроводных сетей с подвижными пользователями, в том числе в условиях сегментирования радиоресурсов.

Для достижения цели в диссертационной работе решаются следующие задачи.

1. Разработка алгоритма расчета вероятностно-временных характеристик ресурсной СМО для дискретной ФР требований к ресурсам.
2. Построение и анализ модели ресурсной системы массового обслуживания с сигналами для учета подвижности пользователей, а также разработка алгоритмов вычисления ее ВВ характеристик.
3. Построение аналитических и имитационных моделей, в том числе в терминах ресурсных систем массового обслуживания, для анализа показателей эффективности сегментирования радиоресурсов.

Научная новизна диссертационной работы:

1. Рассмотрена модель планировщика базовой станции в виде ресурсной СМО. В отличие от известных используется дискретная функция распределения требований к ресурсам.
2. Для вычисления вероятностных характеристик ресурсной системы без сигналов и с дискретной функцией распределения требований к ресурсам разработан рекуррентный сверточный алгоритм, отличием которого является совместное вычисление вероятностных характеристик и нормировочной константы.
3. Разработан метод приближенного анализа ресурсной СМО с сигналами. Отличием от известных является замена исходной системы с сигналами на систему без сигналов с дополнительным входным потоком, стационарное распределение которой представимо в мультипликативном виде.
4. Разработана модель базовой станции с сегментированием радиоресурсов и изоляцией сегментов. В отличие от ранее известных, объемы ресурсов в сегментах определяются как решение задачи максимизации функции полезности, учитывающей параметры изоляции сегментов и их приоритезацию.

5. Построенная модель системы массового обслуживания с неполнодоступной схемой разделения ресурсов, в отличие от известных, позволяет вычислять показатели эффективности сегментирования радиоресурсов. Кроме того, модель учитывает различия исходного распределения требований и распределения требований заявок, поступающих в общую зону.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные результаты в диссертационной работе могут быть использованы проектными телекоммуникационными компаниями, операторами сетей связи при планировании сетей радиодоступа для предоставления требуемого качества услуг.

Разработанные математические модели, позволяют провести анализ характеристик беспроводной сети с учетом перемещения пользователей. А также оценить показатели сегментирования радиоресурсов при различных параметрах соты и характеристик сегментов.

Результаты работы включены в исследования по грантам РФФИ № 19-07-00933 «Стохастические модели и задачи оптимизации для разработки информационных технологий виртуализации и управления ресурсами в беспроводных мультисервисных сетях», № 19-37-90147 «Построение и анализ моделей нарезки виртуальных ресурсов сети пятого поколения с помощью ресурсных систем массового обслуживания», № 20-07-01052 «Вероятностный анализ эффективности механизмов выгрузки задач интернета вещей и мобильных вычислений в туманно-облачную систему беспроводных сетей 5G».

Методология и методы исследования. В диссертации применяются методы теории массового обслуживания, теории вероятностей, теории случайных процессов, математической теории телетрафика и имитационного моделирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанная модель планировщика радиоресурсов, учитывающая расположение пользователей в соте, модели радиоканала и передачу сигнала с максимальной мощностью. Модель формализована в виде функции распределения требований к ресурсам, и предложена ее дискретная

- аппроксимация для применения в расчетах вероятностно-временных характеристик (ВВХ) ресурсных систем массового обслуживания (СМО).
2. Разработанный для ресурсной СМО с дискретными требованиями к ресурсам сверточный алгоритм позволяет в процессе расчета нормирующей константы вычислять вероятностные характеристики системы.
 3. Разработанный приближенный метод расчета вероятностно-временных характеристик ресурсной СМО с сигналами, основанный на замене исходной системы на систему без сигналов с дополнительным входным потоком, позволяет получать приближенные значения вероятностных характеристик. Показано, что вычисления могут быть проведены с использованием разработанного сверточного алгоритма. Точность вычислений составила 5-10%.
 4. Разработанная модель базовой станции с сегментированием ресурсов и изоляцией сегментов. Модель, построенная в терминах ресурсных СМО, учитывает перераспределение ресурсов между сегментами по моментам изменения состояния системы. Объемы ресурсов в сегментах определяются как решение задачи оптимизации функции полезности. Расчет вероятностных характеристик проводится методом имитационного моделирования.
 5. Построенная упрощенная модель сегментирования радиоресурсов в виде СМО с неполнодоступной схемой занятия ресурса и стационарным распределением, имеющим мультипликативный вид, позволяет вычислять приближенные значения вероятностных характеристик. Для расчета распределения требований к ресурсам заявок, поступающих в общую зону, предложен разработанный сверточный алгоритм.

Реализация результатов работы. Основные научные достижения, полученные в диссертации, использованы в исследовательских мероприятиях РУДН, в исследованиях по грантам РФФИ, в проекте «5-100» повышения

конкурентоспособности ведущих российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Достоверность и обоснованность полученных результатов следует из строгих математических доказательств, а также из сравнения результатов, полученных с помощью аналитических и имитационных методов.

Апробация результатов. Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных конференциях и семинарах:

- международная конференция Современные информационные технологии и ИТ-образование (Москва, ноябрь 2016 г.);
- международная конференция «10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)» (Россия, Москва, ноябрь 2017);
- международная конференция «European Conference on Modelling and Simulation» (Германия, Вильгельмсвахен, май 2018 г.; Италия, Казерта, Июнь 2019);
- XVI международная конференция имени А.Ф. Терпугова «Информационные Технологии и Математическое Моделирование, ИТММ – 2017» (Казань, сентябрь 2017 г.; Саратов, сентябрь 2019 г.; Томск, сентябрь 2020 г.);
- 57-й научный межвузовский семинар «Современные телекоммуникации и математическая теория телетрафика» (Москва, 26 февраля 2021 г.).

Публикации. Основные результаты по теме диссертационного исследования изложены в 8 печатных изданиях [1-8], в том числе 1 работа в журналах из списка ВАК/РУДН и 7 в журналах, индексируемых в базах Scopus и WoS.

Основное содержание работы

Во введении представлено обоснование актуальности исследования. Поясняется рост числа устройств, использующих беспроводное соединение и необходимость наличия возможности управлять распределением радиоресурсов.

В первой главе описываются особенности распределения радиоресурсов в беспроводной сети.

В разделе 1.1 формализована модель планировщика радиоресурсов в виде ресурсной СМО со случайными требованиями. С учетом особенностей работы планировщика, при условии передачи данных с максимальной мощностью радиосигнала была выведена функция распределения (ФР) требований заявок к ресурсам (1) и ее плотность (2).

$$F_{\xi_d}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{R^2} \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0} \right)^{2/\kappa} \left(e^{\frac{r_0}{x\omega}} - 1 \right)^{-2/\kappa}, & x \in \left[0; \frac{r_0}{\omega \ln \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0 R^\kappa} + 1 \right)} \right], \\ 1, & x > \frac{r_0}{\omega \ln \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0 R^\kappa} + 1 \right)}, \end{cases} \quad (1)$$

$$f_{\xi_d}(x) = \frac{2r_0}{R^2 \omega \kappa} \left(\frac{Gp_{\max}}{N_0} \right)^{2/\kappa} \cdot \frac{e^{\frac{r_0}{x\omega}}}{x^2 \left(e^{\frac{r_0}{x\omega}} - 1 \right)^{\frac{2+\kappa}{\kappa}}}, \quad (2)$$

где R - радиус соты, G – коэффициент затухания сигнала, κ - степень затухания сигнала, ξ_d - расстояние от устройства до базовой станции (БС), p_{\max} - максимальная мощность передачи сигнала устройством, ξ_p - мощность передачи сигнала, $r(\xi_d, \xi_p)$ - достижимая скорость передачи данных, r_0 - гарантированная скорость передачи данных, ω - ширина полосы частот.

Получены формулы для анализа ВВХ в случае непрерывной ФР требований к ресурсам, таких как вероятность блокировки (3) и средний объем занятого ресурса (4).

$$\pi_B = 1 - p_0 \sum_{k=0}^{N-1} F_{\xi_d}^{(k+1)}(1) \frac{\rho^k}{k!}, \quad (3)$$

$$b = p_0 \sum_{k=0}^N b_k \frac{\rho^k}{k!}, b_k = \int_0^1 x F_{\xi_d}^{(k)}(dx), \quad (4)$$

где p_0 – вероятность того, что система пуста, а $F_{\xi\delta}^{(k)}(x)$ – k -кратная свертка ФР (1).

Отметим, что вычисление сверток ФР непрерывных СВ численными методами приводит к существенным вычислительным сложностям. В связи с этим, ФР требований к ресурсам была аппроксимирована гамма распределением, поведение плотности которого схожа с поведением исходной плотности (2).

Показано, что аппроксимация влечет значительную погрешность в вычислениях характеристик. В связи с этим была проведена адаптивная дискретизация плотности распределения.

Так как непрерывную ФР требований к ресурсам можно аппроксимировать дискретной с произвольной точностью, дальнейшие исследования были сосредоточены на ресурсных СМО с дискретным распределением требований к ресурсам.

Вторая глава посвящена анализу ресурсных СМО, в том числе с сигналами, и разработке алгоритмов вычисления ВВХ.

В разделе 2.1 разработан рекуррентный сверточный алгоритм для общего случая с несколькими типами ресурсов, который позволяет в процессе расчета нормирующей константы вычислять ВВХ системы.

Рассматривается система, состоящая из N приборов и M типов ресурсов с емкостью $R_i, 1 \leq i \leq M$. Емкость ресурсов определяется вектором $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_M)$. Предполагается один пуассоновский поток поступающих заявок с интенсивностью λ . При поступлении заявка занимает один прибор и случайный вектор $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_M)$ ресурсов, где r_m - случайная величина требований к ресурсам типа m . Случайные векторы требований к ресурсам являются взаимно независимыми, независимыми от процессов поступления и обслуживания, определяются в соответствии с функцией распределения $F(\mathbf{x})$. Времена обслуживания заявок взаимно независимы и экспоненциально распределены с параметром μ .

Для сокращения пространства состояний случайного процесса применяется упрощающий подход. Это означает, что мы не отслеживаем объемы ресурсов,

занятых каждой заявкой, а отслеживаем только общий объем ресурсов каждого типа, занятых всеми заявками.

Обозначим $n(t)$ число заявок в системе в момент времени $t > 0$, а $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \dots, \gamma_M(t))$ - вектор суммарных занимаемых ресурсов всеми заявками. Поведение системы может быть описано случайным процессом (СП) $X(t) = (n(t), \gamma(t))$ с пространством состояний $X = \{(n, \mathbf{x}) : 0 \leq n \leq N, \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{R}\}$.

Пусть $q_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{n(t) = 0\}$ и $q_n(\mathbf{r}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{n(t) = n; \gamma(t) < \mathbf{r}\}$ определяют стационарное распределения процесса $X(t)$ ¹:

$$q_0 = \left(1 + \sum_{n=1}^N F^{(n)}(\mathbf{R}) \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1}, \quad (5)$$

$$q_n(\mathbf{r}) = q_0 F^{(n)}(\mathbf{r}) \frac{\rho^n}{n!}, \quad (6)$$

где $F^{(n)}(\mathbf{x})$ - n -кратная свертка функции распределения требований к ресурсам $F(\mathbf{x})$, а $\rho = \lambda/\mu$ предложенная нагрузка.

Обозначим $G(n, \mathbf{r}) = \sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} \sum_{0 \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}}^{(k)}$ и $H(n, \mathbf{r}) = G(n, \mathbf{r}) - G(n-1, \mathbf{r})$, тогда

утверждение 1 и следствия 1-4 определяют рекуррентный алгоритм для вычисления стационарных характеристик системы.

Утверждение 1. Функция $H(n, \mathbf{r})$ вычисляется рекуррентно:

$$H(1, \mathbf{r}) = \rho \sum_{0 \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}}, \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}, \quad (7)$$

$$H(n, \mathbf{r}) = \frac{\rho}{n} \sum_{0 \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{r}} p_{\mathbf{j}} H(n-1, \mathbf{r} - \mathbf{j}), \quad 2 \leq n \leq N, \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}. \quad (8)$$

Следствие 1. Функция $G(n, \mathbf{r})$ вычисляется рекуррентно:

$$G(1, \mathbf{r}) = 1 + H(1, \mathbf{r}), \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R}, \quad (9)$$

¹ Naumov, V.A., Samuilov, K.E., Samuilov, A.K., On the total amount of resources occupied by serviced customers, Autom Remote Control, 2016, volume 77, issue 8, pp 1419–1427

$$G(n, \mathbf{r}) = H(n, \mathbf{r}) + G(n-1, \mathbf{r}), \quad 2 \leq n \leq N, \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{R} \quad (10)$$

Следствие 2. Вероятность блокировки π_B вычисляется по формуле

$$\pi_B = 1 - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} p_j G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}). \quad (11)$$

Следствие 3. Средний объем занятых ресурсов \mathbf{b} вычисляется по формуле

$$\mathbf{b} = \mathbf{R} - G^{-1}(N, \mathbf{R}) \sum_{m=1}^M \mathbf{e}_m \sum_{r=1}^{R_m} G(N, \mathbf{R} - r\mathbf{e}_m). \quad (12)$$

Следствие 4. Среднее число заявок \tilde{N} вычисляется по формуле

$$\tilde{N} = q_0 \rho \sum_{\mathbf{0} \leq \mathbf{j} \leq \mathbf{R}} p_j G(N-1, \mathbf{R} - \mathbf{j}). \quad (13)$$

Далее рассматривается случай для $M=1$, что не ограничивает общность изложения.

В разделе 2.2 рассматривается ресурсная модель с сигналами. В рамках исследований сигнал обозначает выход заявки из СМО с освобождением прибора и ресурсов и возвращение в СМО с новым требованием, имеющего, в общем случае иное распределение. В данном случае для сигнала рассматривается то же распределение требований к ресурсам, что и для поступающих заявок. Представим пространство состояний системы в виде

$$\mathbf{X} = \bigcup_{n=0}^N \mathbf{X}_n, \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_n = \left\{ (n, r) : r \leq R, p_r^{(n)} > 0 \right\}. \quad (15)$$

Стационарное распределение (6) находится путем численного решения СУР (16-18).

$$\begin{aligned} \left(\lambda \sum_{j=0}^{R-r} p_j + n\mu + n\gamma \right) q_n(r) &= \lambda \sum_{j:(n-1, r-j) \in \mathbf{X}_{n-1}} q_{n-1}(r-j) p_j + \\ &+ (n+1)\mu \sum_{j:(n+1, r+j) \in \mathbf{X}_{n+1}} q_{n+1}(r+j) \frac{p_j p_r^{(n)}}{p_{r+j}^{(n+1)}} + \\ &+ (n+1)\gamma \left(1 - \sum_{j=0}^{R-r} p_j \right) \sum_{j:(n+1, r+j) \in \mathbf{X}_{n+1}} q_{n+1}(r+j) \frac{p_j p_r^{(n)}}{p_{r+j}^{(n+1)}} + \end{aligned} \quad (16)$$

$$+n\gamma \sum_{j:(1,j) \in X_{n+1}} q_n(j) \sum_{i=0}^{\min(j,r)} \frac{p_{j-i} p_i^{(n-1)}}{p_j^{(n)}} p_{r-i}, \quad 0 < n < N, (n,r) \in X_n;$$

$$\lambda \sum_{j=0}^R p_j q_0(0) = \mu \sum_{j:(1,j) \in X_1} q_1(j) + \gamma \left(1 - \sum_{j=0}^R p_j \right) \sum_{j:(1,j) \in X_1} q_1(j); \quad (17)$$

$$(N\mu + N\gamma)q_N(r) = \lambda \sum_{j:(N-1,r-j) \in X_{N-1}} q_{N-1}(r-j) p_j +$$

$$+ N\gamma \sum_{j:(N,j) \in X_N} q_N(j) \sum_{i=0}^{\min(j,r)} \frac{p_{j-i} p_i^{(N-1)}}{p_j^{(N)}} p_{r-i}, \quad (N,r) \in X_N. \quad (18)$$

Утверждение 2. Вероятность блокировки заявок вычисляется по формуле (19). Вероятность того, что заявка будет заблокирована при срабатывании сигнала вычисляется по формуле (20). Вероятность того, что принятая заявка будет прервана до того, как она закончит свое обслуживание, вычисляется по формуле (21). Средний объем занятого ресурса вычисляется по формуле (22).

$$\pi_B = 1 - \sum_{(n,r) \in \tilde{S}, n < N} q_n(r) \sum_{j=0}^{R-r} p_j, \quad (19)$$

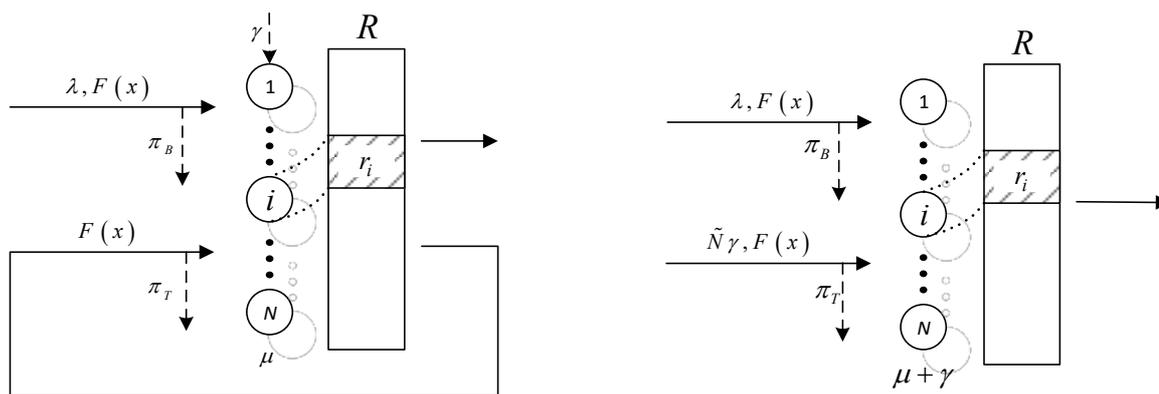
$$\pi_T = \sum_{(n,r) \in \tilde{S}, n > 0} q_n(r) \sum_{j=0}^r \frac{p_j p_{r-j}^{(n-1)}}{p_r^{(n)}} \left(1 - \sum_{i=0}^{R-r+j} p_i \right), \quad (20)$$

$$\pi_s = \frac{\gamma \tilde{N} \pi_T}{\lambda (1 - \pi_B)}, \quad (21)$$

$$b = \sum_{(n,r) \in \tilde{S}} r q_n(r). \quad (22)$$

В разделе 2.3 разработан приближенный метод анализа ресурсной СМО с сигналами. Метод основан на замене исходной системы на систему без сигналов с дополнительным входным потоком. Заявки, которые поступают с обновленным требованием после срабатывания сигнала, представляют собой отдельный тип заявок с интенсивностью $\tilde{N}\gamma$, где \tilde{N} - среднее количество заявок в системе. Таким образом получаем два типа заявок в системе $l = \overline{1,2}$. Расчет характеристик модели без сигналов проводится на базе сверточного алгоритма из раздела 2.1.

На рисунке 1 представлены схемы исходной модели с сигналами и приближенной модели, рассматриваемой далее.



(а) Схема ресурсной системы массового обслуживания с сигналами

(б) Схема приближенной модели

Рис. 1. Схемы моделей СМО сигналами.

Обозначим $p_{l,r}$ вероятность того, что для заявки l -го типа потребуется r ресурсов. Тогда $p_{l,r}^{(k)}$ это вероятность того, что для k заявок l -го типа потребуется r ресурсов, где $p_{l,r}^{(k)}$ k -кратная свертка вероятностей $p_{l,r}$. Обозначим $\rho_1 = \frac{\lambda}{\mu + \gamma}$ предложенную нагрузку для заявок 1-го типа, и $\rho_2 = \frac{\tilde{N}\gamma}{\mu + \gamma}$ - предложенную нагрузку для заявок 2-го типа. Для расчета стационарного распределения используется метод агрегации потоков заявок $p_r = \sum_{l=1}^L \frac{\rho_l}{\rho} p_{l,r}$, где $\rho = \sum_{l=1}^L \rho_l$, стационарные вероятности определены по формулам:

$$q_n(r) = q_0 \frac{\rho^k}{k!} p_r^{(k)}, \quad (23)$$

$$q_0 = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^R \frac{\rho^k}{k!} p_j^{(k)} \right)^{-1}. \quad (24)$$

Приближенный алгоритм расчета показателей производительности заключается в итеративном расчете среднего числа заявок в системе. Введена функция

$$Z(x) = \frac{\lambda + \gamma x}{\gamma + \mu} \left(1 - \pi_B \left(\frac{\lambda + \gamma x}{\gamma + \mu} \right) \right), \quad (25)$$

где

$$\pi_B(\rho) = 1 - \left(1 + \sum_{n=1}^N \frac{\rho^n}{n!} F^{(n)}(R) \right)^{-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho^n}{n!} F^{(n+1)}(R). \quad (26)$$

Сходимость метода доказана в лемме 1.

Лемма 1. Уравнение $x = Z(x)$ имеет единственное решение, причем получить это решение можно методом простой итерации.

Следует отметить, что вероятность блокировки заявок второго типа можно интерпретировать как вероятность того, что поступление сигнала приведет к блокировке. В большинстве практических случаев вместо этого требуется вероятность того, что заявка будет потеряна до того, как она закончит свое обслуживание должным образом, которая вычисляется по формуле (21).

Приведено сравнение результатов приближенного метода и результатов, полученных на инструменте имитационного моделирования. Оценка точности метода составляет 5-10% для вероятности блокировки при поступлении, среднего числа занятого ресурса и среднего числа заявок в системе.

В третьей главе проводится анализ показателей эффективности технологии сегментирования сети. В разделе 3.1. описываются технические особенности взаимодействия между операторами мобильной связи и виртуальными сетевыми операторами, распределение требований между ними. Приводится описание типов трафика и их требование к соглашению о качестве услуг.

В разделе 3.2 формализована модель сегментирования радиоресурсов с изоляцией сегментов.

В многолинейную систему массового обслуживания поступает S потоков заявок, соответствующих запросам на передачу данных от пользователей S различных сегментов. Общий объем ресурсов СМО для обслуживания заявок равен C . Количество ресурсов, выделяемых заявке, принятой на обслуживание, зависит от состояния системы и может варьироваться в диапазоне $[a_s, b_s], s \in 1..S$. При этом после каждого поступления либо ухода заявки происходит перераспределение ресурсов между сегментами.

Определен случайный процесс $X(t) = \{m_1(t), m_2(t), \dots, m_s(t)\}$, где m_s – число заявок в сегменте в момент времени t , причем $m_s \in \left\{0, 1, \dots, \left\lfloor \frac{C}{a_s} \right\rfloor\right\}$. Пространство возможных состояний процесса имеет вид $X = \left\{ \mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_s), \sum_{s=1}^S m_s a_s \leq C \right\}$.

Обозначим через r_s , количество выделенного ресурса одной заявке в сегменте s . Тогда интенсивности обслуживания заявок соответствующих сегментов определяются как $r_s \mu_s$.

Для обеспечения изоляции сегментов обозначим через \overline{R}_s объем ресурсов, который гарантированно выделен сегменту s , а через $\overline{M}_s = \overline{R}_s / a_s$ – число заявок, которое гарантированно может быть принято в сегменте s . Сегменты сети, число заявок в которых превышает гарантированное значение, будем называть нарушителями. В случае нехватки ресурсов и наличия сегментов-нарушителей, поступившая заявка другого сегмента может вытеснить одну или несколько заявок нарушителей. В случае нехватки ресурсов и отсутствия нарушителей, а также в случае нехватки ресурсов, когда сегмент, в который поступает заявка, является нарушителем, поступающая заявка будет потеряна.

Рассмотрим события при поступлении заявки в состоянии $(m_1, m_2, \dots, m_s) \in X$. Пусть в систему поступает заявка сегмента s , возможны следующие случаи:

- $(m_1, m_2, \dots, m_s + 1, \dots, m_s) \in X$, то есть предоставление минимального количества ресурса для поступающей заявки возможно. В этом случае заявка встает на обслуживание, а случайный процесс переходит в состояние $(m_1, m_2, \dots, m_s + 1, \dots, m_s)$;
- $(m_1, m_2, \dots, m_s + 1, \dots, m_s) \notin X$, то есть не гарантируется предоставление минимально требуемого количества ресурса, тогда:
 - если $m_s < \overline{M}_s$ и $m_k > \overline{M}_k, k \in 1..S, k \neq s$, то выполняется освобождение ресурсов сегмента-нарушителя;
 - в остальных случаях поступающая заявка будет потеряна.

Множество состояний потери заявок:

$$D_s = \left\{ (m_1, m_2, \dots, m_s) : \left((m_1, m_2, \dots, m_s + 1, \dots, m_s) \notin X \right) \cap \left((m_s \geq \overline{M}_s) \cup (m_k \leq \overline{M}_k, k \in 1..S, k \neq s) \right) \right\}. \quad (27)$$

Множество состояний прерывания обслуживания:

$$B_k = \left\{ (m_1, m_2, \dots, m_s) : \left((m_1, m_2, \dots, m_s + 1, \dots, m_s) \notin X \right) \cap \left((m_s < \overline{M}_s) \cup (m_k > \overline{M}_k, k \in 1..S, k \neq s) \right) \right\}. \quad (28)$$

Объемы ресурсов в сегментах определяются как решение задачи оптимизации (29-31).

$$\sum_{s \in S} w_s(m_s) m_s U_s(r_s) \rightarrow \max, s \in 1..S, \quad (29)$$

$$\sum_{s \in S} m_s r_s = C, \quad (30)$$

$$P = \{ \mathbf{r} \in \mathbf{R}^S : a_s \leq r_s \leq b_s, s \in 1..S \}, \quad (31)$$

где $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_S)$. Решение задачи выполняется с помощью приближенного метода проецирования градиента, в котором итеративная процедура поиска максимума описывается следующими соотношениями:

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{P} \nabla f(\mathbf{x}_k), \quad (32)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \tau_k \mathbf{d}_k, \quad (33)$$

$$\tau_k > 0 : \mathbf{x}_{k+1} \in P, \quad (34)$$

где вектор \mathbf{x} – решение задачи (29-31), \mathbf{P} – матрица проецирования на гиперплоскость (30):

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{m} (\mathbf{m} \mathbf{m}^T)^{-1} \mathbf{m} = \mathbf{I} - \frac{1}{\sum_{s \in S} m_s^2} \mathbf{m}^T \mathbf{m}. \quad (35)$$

Градиент функции полезности представляет собой вектор-столбец:

$$\nabla f(\mathbf{x}_k) = \left(\frac{w_s m_s}{r_s} \right)_{s \in S}. \quad (36)$$

Длину шага τ_k выбираем таким образом, чтобы не выйти за пределы области P , задаваемой прямыми ограничениями задачи (31). В качестве начального приближения \mathbf{x}_0 удобно взять точку пересечения диагонали координатного параллелограмма P , соединяющей точки (a_1, a_2, \dots, a_S) и (b_1, b_2, \dots, b_S) , с гиперплоскостью (31). Данная точка находится при решении системы линейных уравнений

$$\begin{cases} (b_S - a_S)x_1 - (b_1 - a_1)x_S = a_1b_S - a_Sb_1, \\ (b_S - a_S)x_2 - (b_2 - a_2)x_S = a_2b_S - a_Sb_2, \\ \dots \\ (b_S - a_S)x_{S-1} - (b_{S-1} - a_{S-1})x_S = a_{S-1}b_S - a_Sb_{S-1}, \\ m_1x_1 + \dots + m_Sx_S = C. \end{cases} \quad (37)$$

Итеративная процедура обеспечивает движение по гиперплоскости (30) в направлении возрастания функции полезности до границы области P , где и будет найдено решение.

В разделе 3.3 проведен анализ упрощенной модели сегментирования радиоресурсов. Рассматривается неполнодоступная схема. В многолинейную систему массового обслуживания поступает K пуассоновских потоков заявок с интенсивностями $\lambda_k, k \in 1..K$. Где каждый поток является отдельным типом заявок. Для каждого типа заявок требование к объему ресурсов определяется распределением вероятностей $\{p_{k,r}\}, r \geq 1$. Времена обслуживания распределены экспоненциально с параметром μ_k .

Заявка k -го типа поступает в блок k , в котором $\bar{R}_k, k \in 1..K$ ресурсов. В качестве упрощения модели предполагается, что выделенные ресурсы для всех блоков $\bar{R}_k, k \in 1..K$ фиксированные и не изменяются при работе системы, а максимальное число заявок в блоке k соответствует N_k - числу приборов в блоке. Также существует общий блок с объемом ресурсов \bar{R}_0 . Если заявка k -го типа не попадает в блок k из-за нехватки ресурсов, она может быть перенаправлена в общий

блок. Если и в общем блоке для перенаправленной заявки не хватает ресурсов, то заявка блокируется.

Расчет ВВХ производится сверточным рекуррентным алгоритмом.

Утверждение 3. Распределение требований к ресурсам для перенаправленных заявок в общий блок может быть выражено через функцию $G_k(n, m)$ следующим образом:

$$\tilde{p}_{k,r} = p_{k,r} G_k(N_k, R_k)^{-1} (G_k(N_k, R_k) - G_k(N_k - 1, R_k - r)). \quad (38)$$

Вероятность потери заявок k -го типа вычисляется по формуле

$$\pi_B(k) = \pi_k \pi_0, \quad (39)$$

где π_k - вероятность перенаправления заявки в общий блок, а π_0 - вероятность блокировки заявки в общем блоке.

Также в разделе приведены результаты численных экспериментов с симметричной и несимметричной предложенной нагрузкой. Показано сравнение ВВХ в зависимости от объемов ресурсных блоков. На рисунке ниже сравнивается поведение вероятностей блокировки при несимметричной нагрузке.

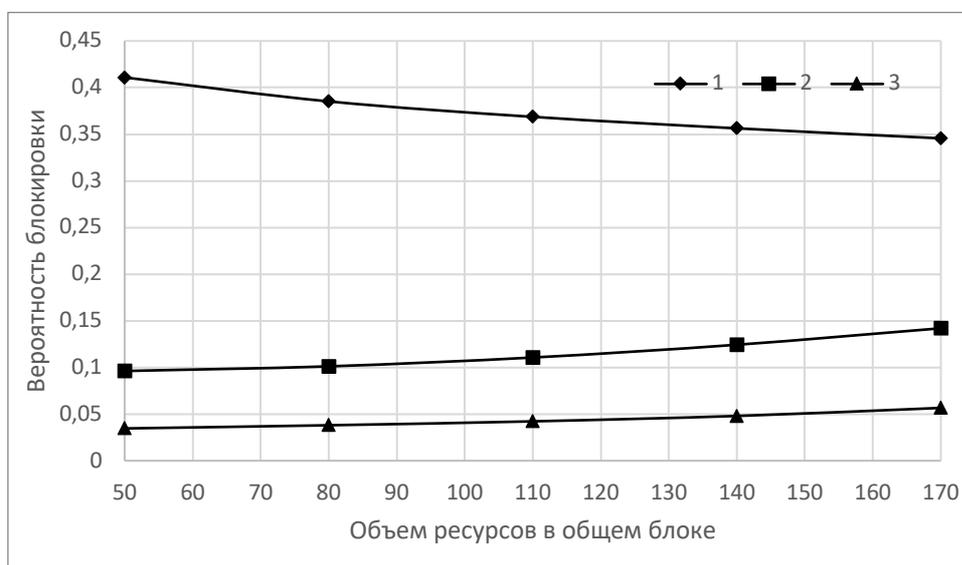


Рис. 2. Вероятности блокировки заявок при несимметричной нагрузке в упрощенной модели сегментирования ресурсов для трех блоков.

В разделе 3.4 разработан инструмент имитационного моделирования для системы из раздела 3.2. Инструмент необходим для подтверждения аналитических результатов, а также для проведения экспериментов по моделированию сложных

случаев и оценки необходимости проведения аналитических вычислений. Приведено описание программных модулей и алгоритм работы инструмента.

Для численного эксперимента рассматривается диапазон 10 МГц в сети LTE. Минимально требуемая скорость в таком диапазоне составляет 0,75 Мбит/сек ($a_s = 0,75$), максимальная – 79,9 Мбит/сек ($b_s = 79,9$). Максимальный объем ресурса, который может одновременно предоставлять базовая станция в диапазоне 10 МГц, – 450 Мбит/сек, для расчетов используется несколько значений объема ресурсов: $C = [325, 350, 375, 400, 425, 450]$. Данный ресурс будет разделен на трех ($S = 3$) виртуальных операторов с гарантированным выделенным ресурсом $\bar{R}_1 = 225$, $\bar{R}_2 = 150$, $\bar{R}_3 = 75$. Интенсивности поступлений $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 30$, интенсивности обслуживания $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 30$ оставим равными для всех операторов.

На рис. 3 видно, что когда ресурсов не хватает для обеспечения гарантированной скорости для всех операторов, то и вероятность блокировки выше. Далее при увеличении ресурса видно, что для оператора, которому предоставлено больше гарантированных ресурсов, уменьшение вероятности блокировки происходит быстрее.

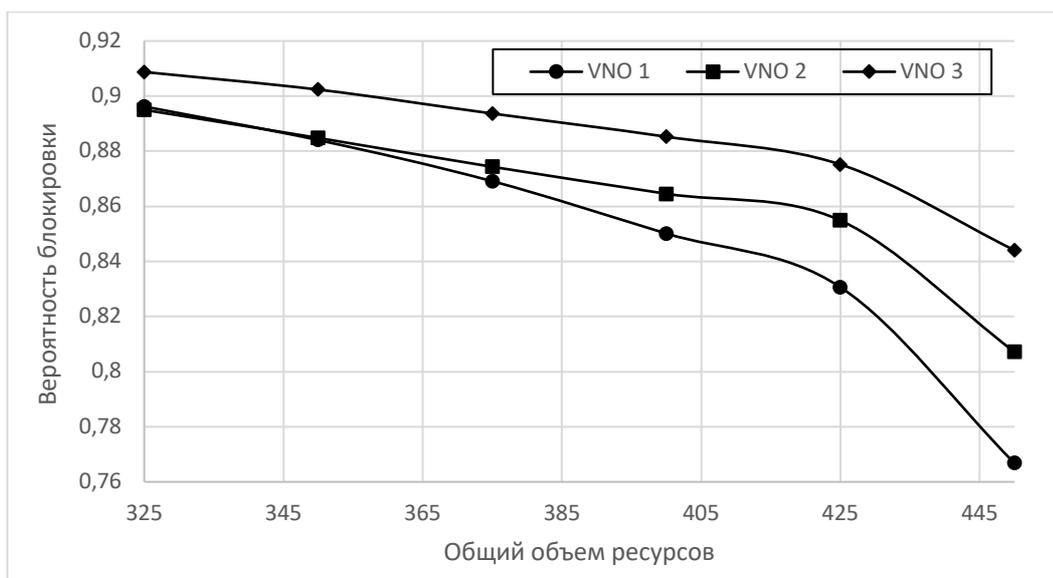


Рис. 3. Вероятности блокировок заявок в модели сегментирования ресурсов между тремя сегментами сети.

Основные результаты работы

В заключении диссертационной работы сформулируем основные результаты и выводы полученных результатов по сравнению с результатами других исследований.

1. Формализована модель планировщика радиоресурсов базовой станции в виде функции распределения требований к ресурсам с учетом расположения пользователей в соте, модели радиоканала и передачи сигнала с максимальной мощностью. Для вычисления вероятностных характеристик ресурсных СМО предложено применять дискретную аппроксимацию функции распределения требований к ресурсам.
2. Для ресурсной СМО с дискретной функцией распределения требований к ресурсам разработан рекуррентный сверточный алгоритм расчета нормирующей константы совместного стационарного распределения числа заявок и объема занимаемого ресурса. Алгоритм позволяет вычислять вероятностные характеристики системы в процессе вычисления нормирующей константы.
3. Разработан приближенный метод расчета стационарного распределения ресурсной СМО с пуассоновским входящим потоком, дискретной функцией распределения требований к ресурсам и сигналами. Метод заключается в замене исходной модели на систему без сигналов с дополнительным входящим потоком, что позволяет для расчета вероятностных характеристик использовать сверточный алгоритм. Оценка точности приближенного метода проводилась методом имитационного моделирования, погрешность вычислений составила 5-10%.
4. Разработана модель базовой станции с сегментированием радиоресурсов и изоляцией сегментов. Модель построена в терминах системы массового обслуживания с перераспределением ресурсов между сегментами по моментам изменения состояний системы. Объемы ресурсов в сегментах определяются как решение задачи оптимизации функции полезности. Анализ модели проведен методом имитационного моделирования.

5. Построена модель системы массового обслуживания с неполнодоступной схемой разделения ресурсов для анализа показателей эффективности сегментирования радиоресурсов базовой станции. Для расчета вероятностных характеристик модели предложен сверточный алгоритм. Проведены численные эксперименты в случаях симметричной и несимметричной нагрузки на сегменты.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Ageev, K., Sopin, E., Samouylov, K.*, Simulation of the Limited Resources Queuing System with Signals. In: 2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Moscow, Russia 5-9 Nov. 2018; 2018: pp. 1-5.
2. *Sopin, E., Ageev, K., Shorgin, S.*, Simulation Of The Limited Resources Queuing System For Performance Analysis Of Wireless Networks. In: 32st European Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2018, Wilhelmshaven, Germany, May 22-25, 2018, Proceedings; 2018: pp. 505-509. ECMS proceedings.
3. *Lu, X., Dohler, M., Sopin, E. et al.* Integrated Use of Licensed- and Unlicensed-Band mmWave Radio Technology in 5G and Beyond. IEEE Access. 2019; Vol.7: 24 376-24 391. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2900195.
4. *Sopin, E.S., Ageev, K.A., Samouylov, K.E.*, Approximate Analysis Of The Limited Resources Queuing System With Signals. In: 33rd International ECMS Conference on Modelling and Simulation, ECMS 2019 Caserta, Italy, June 11-14, 2019. Proceedings; 2019: pp. 462-465. ECMS proceedings.
5. *Ageev, K.A., Sopin, E.S., Samouylov, K.E.*, Resource Sharing Model with Minimum Allocation for the Performance Analysis of Network Slicing, Information Technologies and Mathematical Modelling. Queueing Theory and Applications. ITMM 2020. Communications in Computer and Information Science.
6. *Ageev, K., Garibyan, A., Golskaya, A., et al.* Modelling of Virtual Radio Resources Slicing in 5G Networks. In: Information Technologies and Mathematical

Modelling. Queueing Theory and Applications. ITMM 2019; 2019: pp. 150-161. Communications in Computer and Information Science.

7. *Sopin, E.S., Ageev, K.A., Markova, E.V. et al.* Performance Analysis of M2M Traffic in LTE Network Using Queueing Systems with Random Resource Requirements. Automatic Control and Computer Sciences. 2018; 52(5): 345-353. DOI: 10.3103/S0146411618050127.
8. *Агеев К.А., Сопин Э.С., Яркина Н.В., Самуйлов К.Е.*, Анализ механизмов нарезки сети с учетом гарантий для различных типов трафика, Информатика и ее применения. 2020; 14(3): 94-100. DOI: 10.14357/19922264200314.

Агеев Кирилл Анатольевич (Россия)

Системы массового обслуживания с дискретным распределением требований к ресурсам и их применение к расчету вероятностных характеристик беспроводных сетей

В работе изучаются методы построения и анализа ресурсных систем массового обслуживания. Формализована модель планировщика радиоресурсов базовой станции в виде функции распределения требований к ресурсам. Разработан рекуррентный сверточный алгоритм для расчетов ВВХ с дискретной ФР требований к ресурсам.

Изучаются модели ресурсных СМО с сигналами, как переключение пользователя с новым требованием к ресурсам. Предложен приближенный метод анализа ресурсных СМО с сигналами.

Также изучается технология сегментирования сети. Проанализирована упрощенная модель сегментирования, основанная на неполнодоступной схеме разделения ресурсов. Разработано средство имитационного моделирования для анализа модели сегментирования ресурсов с изоляцией сегментов.

Kirill Ageev (Russia)

Queuing systems with discrete distribution of resource requirements and their application to the calculation of probabilistic characteristics of wireless networks

The paper studies the methods of building and analyzing resource queuing systems. The model of the base station radio resource scheduler is formalized as a cumulative distribution function of resource requirements. A recurrent convolutional algorithm is developed for calculating the performance metrics with a discrete cumulative distribution function of resource requirements.

The resource queuing systems with signals are studied, in which signals trigger resource reallocations of a customer. An approximate method for analyzing resource queuing system with signals is proposed, in which the signal arrivals with resource reallocation are interpreted as a second stream of customers.

The technology of network slicing is also being studied. A simplified slicing model based on an incomplete resource sharing scheme is analyzed. A simulation tool for analyzing the network slicing model with slice isolation has been developed.