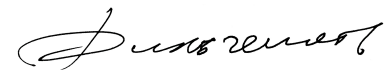


РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ИНСТИТУТ ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ

На правах рукописи



ФИЛЬЧЕНКОВ Михаил Леонидович

КВАНТОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННО-СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Работа выполнена в Учебно-научном институте гравитации и космологии
Российского университета дружбы народов.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор

доктор физико-математических наук,

доктор физико-математических наук,
профессор

Багров Владислав Гавриилович,
зав. каф. квантовой теории поля,
Томский госуниверситет

Захаров Александр Фёдорович
главный научный сотрудник,
ИТЭФ им. А. И. Алиханова РАН,
г. Москва

Червон Сергей Викторович
профессор каф. теоретической и
математической физики,
Ульяновский госуниверситет

Ведущая организация:

Астрокосмический центр Физического института им. П. Н. Лебедева Российской
Академии Наук (АКЦ ФИАН), г. Москва.

Защита состоится 15 мая 2014 г в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного
совета Д 212.203.34 при Российском университете дружбы народов по адресу:
115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, зал № 1.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Российского универси-
тета дружбы народов по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6.

Автореферат разослан 30 января 2014 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук



В.А. Попова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Проблема квантования гравитации до сих пор остаётся нерешённой в силу ряда причин.

С одной стороны, гравитация хорошо изучена. Ньютон открыл закон всемирного тяготения, объяснивший движение планет в гравитационном поле Солнца. В общей теории относительности (ОТО) гравитация трактуется чисто геометрически, как искривление пространства-времени, создаваемое энергией-импульсом материи. Предсказанные ОТО классические эффекты (смещение перигелия планеты, отклонение Солнцем луча света) хорошо согласуются с астрономическими наблюдениями.

С другой стороны, в силу геометрического описания, требуемого ОТО, гравитационное взаимодействие выпадает из известного ряда физических взаимодействий, включающего электрослабое и сильное взаимодействия, которые удовлетворительно описываются в рамках теоретико-полевого подхода, используемого в рамках Стандартной модели физики элементарных частиц.

С теоретико-полевой точки зрения гравитационное поле выделено, т.к. при пертурбативном квантовании теория оказывается неперенормируемой на больших энергиях. Из чего многие делают вывод о невозможности квантования гравитации вообще. В то же время, в рамках геометрического подхода разработаны методы непертурбативного квантования как геометрии в целом (квантовая геометродинамика), так и пространства-времени (петлевая квантовая гравитация).

В настоящее время не существует единой схемы квантования гравитации, справедливой во всех физических ситуациях. Возможны лишь различные подходы к квантованию гравитации, часто не связанные друг с другом. В этом смысле теория квантования гравитации не построена, что не мешает рассматривать существующие подходы к её квантованию в областях их применимости.

Гравитация рассматривается в рамках ОТО и ньютоновской теории гравитации в нерелятивистском случае, а квантовая теория на уровне квантовой механики и квантовой теории поля. Квантование проводится по теории возмущений с введением гравитонов для слабых гравитационных полей, супергравитации и суперструн, а также непертурбативными методами для геометрии в целом и пространства-времени.

Некоторые подходы к квантованию в теории гравитации довольно хорошо разработаны, им посвящена обширная литература. Особенно это касается квантовой

теории поля в искривленном пространстве-времени. Основными квантовыми эффектами сторонних полей в заданном гравитационном поле являются: поляризация вакуума, рождение частиц и спонтанное нарушение симметрии.

Слабые гравитационные поля обычно рассматриваются в рамках линеаризованной теории, которая сводится к теории тензорного поля в пространстве Минковского. Модели супергравитации (с локальной суперсимметрией, включающие гравитацию), оказываются неперенормируемыми в высших порядках теории возмущений. Теория супергравитации является низкоэнергетическим пределом теории суперструн, высшие размерности которой компактифицируются в пространствах Калаби–Яу.

Петлевая квантовая гравитация обобщает квантовую геометродинамику на масштабах, сравнимых с планковской длиной. Геометрические величины являются операторами, имеющими дискретные собственные значения, поэтому в петлевой квантовой гравитации нет расходимостей.

Другие подходы до сих пор не нашли применения к конкретным задачам, возникающим в релятивистской астрофизике и космологии. В основном это касается квантовой механики в гравитационном поле, квантового гравитационного коллапса и квантовой космологии, когда мы имеем дело с гравитационно-связанными квантовыми системами. Решение этих проблем является весьма **актуальным** как с точки зрения создания последовательной теории квантования гравитации, так и в связи с построением квантовых моделей компактных астрофизических объектов и ранней Вселенной. Их значение особенно важно в виду всё возрастающего потока информации, получаемой при астрономических наблюдениях и космических экспериментах.

Цель работы

Целью работы является теоретическое исследование гравитационно-связанных квантовых систем, в частности, состоящих из минидыры и захваченной ею элементарной частицы (гравиатомов), квантового гравитационного коллапса и непертурбативных квантовых космологических моделей.

Научная новизна

1. Впервые были предложены квантовые объекты нового типа – гравиатомы, состоящие из вращающейся минидыры (первичной чёрной дыры) и удерживаемой ею за счёт гравитационного взаимодействия микрочастицы. Найдено соотношение между массами минидыры и микрочастицы. В приближении Паули вычислены энергетический спектр, электромагнитное и гравитационное излучения гравиаатома.

2. Впервые исследована квантовая аккреция частиц на минидыры на основе квантовой гидродинамики Э. Маделунга. Вычислена светимость аккреционного диска, образующегося вокруг минидыры.

3. Впервые исследованы гравитационно-связанные квантовые системы с нейтрино, которые могут захватываться как минидырами, так и макротелами (ядрами комет, небольшими астероидами и т.п.). Вычислено гравитационное излучение таких систем.

4. Впервые построены квантовые геометродинамические модели ранней Вселенной с учётом поправок, учитывающих дискретность пространства. Впервые оценены параметры квантовых космологических моделей, исходя из ограничений на флуктуации реликтового излучения. Впервые было получено, что рождение открытой и плоской Вселенной более вероятно, чем закрытой.

5. В рамках петлевой квантовой гравитации впервые было показано, что дискретность пространства играет заметную роль при оценке начальных возмущений плотности в ранней Вселенной.

6. Впервые разработан подход к квантованию анизотропных космологических моделей в зависимости от их кинематических инвариантов, не использующий явный вид метрики.

7. Впервые построена квантовая модель гравитационного коллапса и исследована её связь с рождением новой вселенной в результате туннелирования в другое пространство. Вычислен энергетический спектр и вероятность туннелирования в зависимости от массы коллапсирующего тела.

Теоретическая и практическая ценность

Теоретическая ценность работы определяется тем, что в ней решена проблема квантования гравитационно-связанных систем. Практическая ценность работы состоит в том, что её результаты могут быть использованы при интерпретации квантовых эффектов в компактных астрофизических объектах и ранней Вселенной, в

том числе в связи с исследованиями по гравитации, космологии и релятивистской астрофизике, проводимых как в России так и за рубежом.

Положения, выносимые на защиту

1. Релятивистская модель гравиатома, состоящего из вращающейся минидыры и захваченной ею микрочастицы.

2. Модели гравитационно-связанных систем с нейтрино, которые захватываются на квантовые уровни минидырами и макротелами.

3. Многокомпонентные квантовые изотропные космологические модели с учётом дискретности пространства и её роли при оценке начальных возмущений плотности в ранней Вселенной.

4. Квантовые анизотропные космологические модели с вращением, сдвигом и ускорением.

5. Модели квантового гравитационного коллапса, сопровождающегося рождением новой вселенной за горизонтом событий.

Из совокупности сформулированных положений следует, что в диссертации решена **научная проблема** квантования гравитационно-связанных систем, получены новые результаты, отражающие различные уровни квантования в теории гравитации и развито **новое научное направление**, связанное с исследованием гравиатомов, квантовых космологических моделей и квантового гравитационного коллапса.

Достоверность

Достоверность полученных результатов основывается на использовании аппарата общей теории относительности и квантовой теории, корректности использованных математических методов, а также на согласии результатов, полученных в диссертации, с известными результатами.

Личный вклад

Все изложенные в диссертации результаты получены самим автором либо при его непосредственном участии. Автором также осуществлён выбор объектов, направлений и методов исследования.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на 4 и 6 Фридримановских международных семинарах по гравитации и космологии (С.-Петербург 1998, Каржез, Франция, 2004), на 4, 5 и 6 Международных конференциях по космо-микрофизике "Космион"(Москва 1999, 2001, 2004), на 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 и 16 Ломоносовских конференциях по физике элементарных частиц (Москва 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013), на 10, 11, 13 и 14 Российских гравитационных конференциях (Москва 1999, Томск 2002, Москва 2008, Ульяновск 2011), на Международной конференции по гравитации, космологии и релятивистской астрофизике (Москва 2010), на 5 Международной конференции по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона (Москва 2001), на 1, 2 и 3 Школах-семинарах по теоретической космологии (Ульяновск 1997, 2000, 2003), на Международных конференциях "Физические интерпретации теории относительности"PIRT-2007 (Москва), PIRT-2009 (Москва), PIRT-2011 (Москва) и PIRT-2013 (Москва), на Российской школе-семинаре по гравитации и космологии (Казань 2007), на 16 и 17 Международных конференциях по общей теории относительности и гравитации (Дурбан, ЮАР, 2001, Дублин, Ирландия, 2004), на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и 13 Британских гравитационных конференциях (Саутгемптон 2001, Лондон 2002, Эмблсайд 2003, Оксфорд 2004, 2005, Ноттингем 2006, Кембридж 2007, Йорк 2008, Кардифф 2009, Дублин 2010, Глазго 2011, Саутгемптон 2012, Шеффилд 2013), на 3, 4, 5 и 6 Международных конференциях "Финслеровы обобщения теории относительности"(Москва 2007, Каир, Египет, 2008, Фрязино 2009, Москва 2010), на Международной конференции по теоретической физике (Москва 2011), на Международной конференции „Нанотехнологии и наноматериалы“ (Москва 2009), на 41, 42, 43, 44, 45 и 46 Всероссийских конференциях по проблемам математики, информатики физики и химии (Москва 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010), на 47, 48 и 49 Всероссийских конференциях по проблемам физики частиц, физики плазмы и конденсированных сред, оптоэлектроники (Москва 2011, 2012, 2013), на Международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А.Е. Левашёва (Минск 1998), на научных семинарах в РУДН, МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУЭФ, РГПУ им. А.И. Герцена (С.-Петербург) и в Портсмутском университете (Великобритания).

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 49 работах, включая 28 статей в ведущих российских и зарубежных журналах из списка ВАК.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения, трёх приложений, включая 1 рисунок, и списка цитируемой литературы, содержащего 255 наименований. Общий объём диссертации составляет 171 страницу.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель и задачи исследования, его научная новизна, теоретическая и практическая ценность, представлены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложена структура диссертации.

Глава 1 носит обзорный характер. В ней проанализированы различные уровни квантования в теории гравитации и приведены сведения, необходимые для квантования гравитационно-связанных систем в последующих главах.

В §1.1 на основе куба А.Л. Зельманова [1] дана классификация физических теорий, содержащих фундаментальные константы c, \hbar, G , включая нерелятивистскую квантовую механику в гравитационном поле (\hbar, G) , релятивистскую квантовую механику в гравитационном поле и квантовую гравитацию (c, \hbar, G) . Указаны соотношения между физическими величинами, характерными для этих теорий.

§1.2 посвящен квантовой механике в гравитационном поле.

В §1.2.1 рассмотрена нерелятивистская квантовая механика в искривлённом пространстве времени, которая сводится к уравнению Шрёдингера с гравитационным потенциалом φ [2]:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + m\varphi \psi, \quad (1)$$

где m – масса микрочастицы. Энергия водородоподобных уровней выражается через гравитационный эквивалент постоянной тонкой структуры

$$\alpha_g = \frac{GMm}{\hbar c}, \quad (2)$$

где M – масса источника гравитационного поля.

В §1.2.2 в приближении Паули [3] вычислены релятивистские поправки к движению микрочастицы в центрально-симметричном гравитационном поле, т.е. с точностью до α_g^4 .

В §1.2.3 кратко обсуждается система уравнений Шрёдингера–Ньютона [4], состоящая из уравнения Шрёдингера (1) и уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = 4\pi Gm|\psi|^2, \quad (3)$$

описывающая редукцию волнового пакета за счёт гравитационного взаимодействия.

§1.3 посвящён квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени [5,6].

В §1.3.1 приводятся эффективные температуры теплового излучения при поляризации вакуума и рождении частиц [7]:

$$kT_{eff} = \sqrt{6\hbar c} \lim_{x' \rightarrow x} \sqrt{G_T(x, x') - G_M(x, x')}, \quad (4)$$

где G_T – температурная функция Грина, G_M – функция Грина в пространстве Минковского. Рассмотрены эффекты Казимира, Хокинга и Унру.

В §1.3.2 рассмотрено рождение частиц в ранней Вселенной. Частицы с массой m наиболее эффективно рождаются на комптоновских временах $t_c = \frac{\hbar}{mc^2}$. Число частиц с массой m и спином s , рожденных в начале радиационно-доминантной фазы, дается формулой [5]:

$$N = b^{(s)} \left(\frac{m}{\hbar}\right)^{3/2} a_0^3, \quad (5)$$

где $b^{(0)} = 5 \cdot 10^{-4}$ для скалярных, а $b^{(1/2)} = 5 \cdot 10^{-3}$ для спинорных частиц, a_0 – коэффициент в зависимости $a = a_0\sqrt{t}$ масштабного фактора от времени.

В §1.4 рассматривается квантование гравитационного поля и искривлённого пространства-времени. В настоящее время существует два подхода к квантованию гравитации [8,9]: пертурбативный квантово-полевой подход с введением гравитонов и непертурбативный геометрический подход, в котором квантуется как геометрия в целом, так и пространство-время. В рамках первого подхода построена теория квантования слабого гравитационного поля, теория суперструн и её низкоэнергетический предел супегравитация, а в рамках второго – петлевая квантовая гравитация (или квантовая геометрия), которая на масштабах $L \gg l_{pl}$ переходит в квантовую геометродинамику.

§1.4.1 посвящен анализу слабых гравитационных полей в рамках линеаризованной теории гравитации, которая сводится к теории тензорного поля в пространстве

Минковского [10]. Гравитационное взаимодействие между массами, описываемое законом всемирного тяготения, осуществляется путем обмена квантами этого тензорного поля – гравитонами: безмассовыми частицами со спином $s = 2$.

Интенсивность гравитационного излучения атома водорода при переходе $3p \rightarrow 1s$

$$I_{gH} = \frac{8Gm_p\hbar\omega_{31}^3 f_{3p \rightarrow 1s}}{c^3}, \quad (6)$$

где ω_{31} – частота перехода, а

$$f_{3p \rightarrow 1s} = \frac{3^7}{2^{16}} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2, \quad (7)$$

– сила осциллятора.

Пертурбативная квантовая теория гравитации является неперенормируемой, поэтому приходится либо переходить к супергравитации и теории суперструн, либо рассматривать непертурбативные подходы.

§1.4.2 касается идей, лежащих в основе суперсимметрии, супергравитации и суперструн [11,12]. Несмотря на перенормируемость моделей супергравитации для двух первых петель, эти модели оказались неперенормируемы в высших порядках теории возмущений. Теория супергравитации является низкоэнергетическим пределом теорий суперструн.

В §1.4.3 рассмотрены непертурбативные подходы. Квантовая геометродинамика представляет собой квантование геометрии в целом. Волновая функция ψ рассматривается в пространстве 3-геометрий 3G и удовлетворяет уравнению Уилера–ДеВитта, которое в вакууме имеет вид [13]:

$$l_{pl}^4 G_{ijkl} \frac{\delta^2 \psi}{\delta \gamma_{ij} \delta \gamma_{kl}} + {}^3R \psi = 0, \quad (8)$$

где γ_{ik} – пространственная метрика, 3R – 3-кривизна,

$$G_{ijkl} = \frac{1}{2\gamma} (\gamma_{ik}\gamma_{jl} + \gamma_{il}\gamma_{jk} - \gamma_{ij}\gamma_{kl}) \quad (9)$$

– суперметрика. Уравнение Уилера–ДеВитта представляет собой гамильтонову связь $\hat{H}\psi = 0$, следующую из уравнения Шрёдингера, поскольку $\frac{\partial \psi({}^3G)}{\partial t} = 0$.

Петлевая квантовая гравитация обобщает квантовую геометродинамику на масштабах сравнимых с l_{pl} и представляет собой квантование самого пространства. Геометрические величины являются операторами, имеющими дискретные собственные значения. Для площади мы имеем

$$S_j = 8\pi l_{pl}^2 \sum_i \sqrt{j_i(j_i + 1)}, \quad (10)$$

где i – целые числа, j – полуцелые. Петли Вильсона генерируют т.н. спиновые сети, образующие пространство. Эволюция спиновых сетей моделирует пространственно-временную пену.

Теория суперструн и петлевая квантовая гравитация представляют собой два современных подхода к квантованию гравитации. Первый претендует на описание всех элементарных частиц и их взаимодействий в многомерных пространствах, а второй, в основном, ограничивается учётом дискретности пространства при описании гравитационного взаимодействия.

Глава 2 посвящена описанию модели гравитатома.

В §2.1 изложена квантовая механика заряда в поле Шварцшильда. Показано, что на пробную частицу, обладающую массой m и зарядом q , помимо ньютоновской силы, действующей на массу, на заряд пробной частицы действует сила самодействия (сила ДеВитта), которая является силой отталкивания (направлена от центра гравитационного поля). Величина этой силы даётся формулой

$$F_s = \frac{GMq^2}{c^2 r^3} \quad (11)$$

при $r \gg r_g$. Движение заряда описывается уравнением Шрёдингера. При этом радиальная волновая функция удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\frac{dR_{pl}}{dr} \right) \right] - \frac{l(l+1)}{r^2} R_{pl} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{mc^2 r_q r_g}{4r^2} + \frac{mc^2 r_g}{2r} \right) R_{pl} = 0, \quad (12)$$

где $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ – гравитационный радиус минидыры, $r_q = \frac{q^2}{mc^2}$ – классический радиус заряженной частицы.

Энергетический спектр заряженной частицы, захваченной минидырой, запишется в виде

$$E = -\frac{2B^2 m}{\hbar^2} \frac{1}{\left[2p + 1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{8mA}{\hbar^2}} \right]^2}, \quad (13)$$

где

$$A = \frac{mc^2 r_q r_g}{4}, \quad B = \frac{mc^2 r_g}{2}, \quad p = n - s - 1,$$

$p = 0, 1, 2, \dots$, $l \leq n$, $n = 1, 2, 3, \dots$ n и l главное и орбитальное квантовые числа соответственно.

В §2.2 введены объекты нового типа – гравиатомы, состоящие из минидыры и захваченной ею микрочастицы.

В §2.2.1 найдены условия существования гравиатомов с заряженными частицами, которые сводятся к геометрическому условию (частица вне горизонта минидыры), условию стабильности (частиц за время жизни уровней гравиаатома) и условию неразрушения (за счёт приливных сил и эффекта Хокинга). Полученные условия существования выполняются только для водородоподобных гравиатомов, содержащих лептоны и мезоны с $Z = 1$ (электрон, мюон, таон, пион, каон, в́ино). Из них также следует, что возможные значения гравитационного эквивалента постоянной тонкой структуры попадают в интервал: $\alpha_g = 0,5 \div 0,7$. Отсюда следует необходимость рассмотрения релятивистских поправок к модели гравиаатома (см. ниже).

При захвате барионов минидырой на высшие водородоподобные уровни образуется квантовый аккреционный диск.

В §2.2.2 на основе квантовой гидродинамики Э. Маделунга рассчитана модель квантовой аккреции. Для полной светимости аккреционного диска получено

$$L_d = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \alpha_g^2 A(\alpha_g) \frac{m^2 c^4}{\hbar}, \quad (14)$$

где

$$A(\alpha_g) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}} \left[1 - \Phi \left(\alpha_g \sqrt{\frac{12}{n}} \right) \right], \quad (15)$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (16)$$

Светимость существенно превышает интенсивности электромагнитного излучения гравиаатома при дипольных переходах для частиц с той же массой.

В §2.2.3 исследованы релятивистские поправки в приближении Паули к энергетическим уровням и волновым функциям водородоподобных гравиатомов, обусловленные девиттовским самодействием и спином микрочастицы с учётом медленного вращения минидыры.

Поправки к энергетическому спектру имеют вид:

$$E_{nl}^{(1)} = \frac{mc^2 \alpha_g^3}{2n^3} \left(\frac{2}{l+1/2} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} - \frac{\alpha_g}{j+1/2} \right) + \frac{3mc^2 \alpha_g^4}{8n^4} + \frac{2\alpha_g^4 m^2 c^2 a}{\hbar n^3 (l+1/2)^2} \left[1 - \frac{3n^2 - (l+1/2)^2}{n^2 (l+1/2)^2} \alpha_g^2 \right]. \quad (17)$$

Поправки вычислялись в рамках стационарной теории возмущений с использованием метрики Керра–Ньюмена для чёрной дыры с медленным вращением, т.е. при $a \ll cr$, где a – удельный угловой момент чёрной дыры. Учитывалось также то обстоятельство, что движение частицы с массой m и зарядом q в поле Шварцшильда

эквивалентно движению незаряженной частицы той же массы в поле Рейсснера–Нордстрёма с источником, имеющим массу M и заряд $Q = q\sqrt{\frac{M}{m}}$.

В §2.2.4 рассмотрено электромагнитное и гравитационное излучение гравитомов. Вычислено дипольное излучение гравитатома с учётом вышеуказанных поправок. Интенсивность дипольного излучения дается формулой:

$$I_{n'l'j',nlj} = p_{jj'} I_{nl,n'l'}^{(0)} \left[\frac{E_{nlj} - E_{n'l'j'}}{E_n^{(0)} - E_{n'}^{(0)}} \right]^4 \left[\frac{\int_0^\infty R_{nl} R_{n'l'} r^3 dr}{\int_0^\infty R_{nl}^{(0)} R_{n'l'}^{(0)} r^3 dr} \right]^2 \quad (18)$$

где

$p_{jj'}$ учитывает расщепление уровней в зависимости от разности $j - j'$,

$$I_{nl,n'l'}^{(0)} = \frac{2\hbar e^2 [\omega_{nn'}^{(0)}]^3}{mc^3} f_{nl,n'l'}^{(0)} \quad (19)$$

– интенсивность водородоподобного гравитатома без учета релятивистских поправок.

Вычислено квадрупольное электрическое и гравитационное излучения водородоподобного гравитатома для перехода $3d \rightarrow 1s$.

Интенсивность электрического квадрупольного излучения запишется:

$$I_{13}^q = \frac{2\hbar e^2 \omega_{31}^3}{mc^3} f_{3d \rightarrow 1s}. \quad (20)$$

Интенсивность гравитационного излучения имеет вид:

$$I_{13}^g = \frac{8\hbar GM \omega_{31}^3}{c^3} f_{3d \rightarrow 1s}. \quad (21)$$

В §2.3 исследованы гравитационно-связанные квантовые системы с нейтрино. В связи с тем, что нейтрино во Вселенной почти не взаимодействуют с разрежённым веществом (вне звёзд и ядер галактик) основную роль в динамике нейтрино с ненулевой массой играет гравитация. Нейтрино могут образовывать квантовые системы. Примерами таких систем являются минидыры и макротела, захватывающие нейтрино на квантовые уровни.

В §2.3.1 исследованы захватывающие нейтрино минидыры, образующие гравитомы, частота и интенсивность гравитационного излучения которых при переходе $3d \rightarrow 1s$

$$\omega_{31} = \frac{4}{9} \frac{m_\nu c^2}{\hbar} \alpha_g^2, \quad (22)$$

$$I_{13}^g = \frac{3}{2^7} \frac{m_\nu^2 c^4}{\hbar} \alpha_g^9. \quad (23)$$

Для электронных нейтрино с $m_\nu c^2 < 0,2$ эВ масса минидыр находится в диапазоне $M = 10^{17} \div 10^{24}$ г, гравитационный эквивалент постоянной тонкой структуры $\alpha_g = 6 \cdot 10^{-5} \div 7 \cdot 10^{-1}$. Показано, что для гравиатома, имеющего минидыру с массой $M = 2 \cdot 10^{24}$ г, энергия гравитационного излучения $\hbar\omega = 2 \cdot 10^{-2}$ эВ, а интенсивность $I_{gr} = 2 \cdot 10^{-2}$ эрг/с, при этом размер системы $a_B^g = 4 \cdot 10^{-4}$ см.

В §2.3.2 рассмотрены системы, представляющие собой макротела (ядра комет и небольшими астероиды), захватывающие нейтрино на квантовые уровни. Возможны как боровские водородоподобные уровни вне тела, так и томсоновские осцилляторные уровни внутри него. В последнем случае вычислено гравитационное излучение, имеющее частоту и интенсивность

$$\omega = 4\sqrt{\frac{\pi G\rho}{3}}, \quad (24)$$

$$I_{10} = \frac{4\hbar^2}{5mc^5} \left(\frac{4\pi G\rho R}{3} \right)^3, \quad (25)$$

где ρ – плотность макротела, R – его радиус. В этом случае гравитационное излучение нейтрино слишком слабое, чтобы можно было говорить о его регистрации.

Глава 3 посвящена непертурбативной квантовой космологии.

В §3.1 рассмотрена квантовая геометродинамика в минисуперпространстве.

Показано, что квантовая геометродинамика в пространстве 3-геометрий упрощается в случае наличия пространственной симметрии, что имеет место в квантовой космологии для однородных изотропных моделей, в том числе при наличии скалярного поля.

В §3.2 проанализированы изотропные квантовые космологические модели с идеальной жидкостью. В квантовой космологии для однородных изотропных моделей используется уравнение Уилера–ДеВитта в минисуперпространстве масштабных факторов a , имеющее вид:

$$\frac{d^2\psi}{da^2} - \frac{1}{l_{pl}^4} \left(ka^2 - \frac{8\pi G\varepsilon a^4}{3c^4} \right) \psi = 0, \quad (26)$$

где $k = 0, \pm 1$ – параметр модели, ε – плотность энергии, $l_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ – планковская длина.

В §3.2.1 исследована многокомпонентная среда с плотностью энергии

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sum_n B_n \left(\frac{r_0}{a} \right)^n, \quad (27)$$

где $n = 3(1 + w)$ для баротропного уравнения состояния $p = w\varepsilon$, с условием нормировки

$$\sum_n B_n = 1, \quad (28)$$

где B_n – вклад n -ой компоненты в плотность энергии на горизонте де Ситтера r_0 . Среда имеет следующие компоненты:

- 1) фантомная материя при $n < 0$, $w < -1$,
- 2) деситтеровский вакуум при $n = 0$, $w = -1$,
- 3) доменные стенки при $n = 1$, $w = -\frac{2}{3}$,
- 4) струны при $n = 2$, $w = -\frac{1}{3}$,
- 5) пыль при $n = 3$, $w = 0$,
- 6) излучение при $n = 4$, $w = \frac{1}{3}$,
- 7) идеальный газ при $n = 5$, $w = \frac{2}{3}$,
- 8) предельно жёсткая материя при $n = 6$, $w = 1$,
- 9) экипротическая материя при $n > 6$, $w > 1$.

Уравнение Уилера–ДеВитта (26) с учётом соотношения

$$\frac{1}{r_0^2} = \frac{8\pi G\varepsilon_0}{3c^4} \quad (29)$$

сводится к уравнению типа стационарного уравнения Шрёдингера

$$\frac{d^2\psi}{da^2} - \frac{2m_{pl}}{\hbar^2}[U(a) - E]\psi = 0, \quad (30)$$

где

$$U(a) = \frac{m_{pl}c^2}{2l_{pl}^2} \left[(k - B_2)a^2 - \frac{a^4}{r_0^2} \sum_{n \neq 2,4} B_n \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \right], \quad (31)$$

$$E = \frac{m_p c^2}{2} \left(\frac{r_0}{l_{pl}}\right)^2 B_4. \quad (32)$$

Показано, что уравнение (30) описывает Вселенную, которая ведет себя как планкеон с энергией излучения E в поле остальных видов материи.

В §3.2.2 найдены осцилляторное и водородоподобное додеситтеровские решения.

В случае среды с $B_n \neq 0$ при $n = 0, 2, 4$ вблизи минимума потенциальной энергии имеем осцилляторный энергетический спектр

$$E = m_{pl}c^2 \sqrt{k - B_2} \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (33)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

В случае среды с $B_n \neq 0$ при $n = 4, 5, 6$ на малых a энергетический спектр имеет вид

$$E = - \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^6 \frac{B_5^2 m_{pl} c^2}{8 \left[p + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - B_6 \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4} \right]^2}, \quad (34)$$

где $p = 0, 1, 2, \dots$, сводящийся при $B_6 = 0$ к водородоподобному спектру.

В §3.2.3 рождение Вселенной из деситтеровского вакуума в результате квантовой флуктуации интерпретируется как туннелирование планкеона с энергией (32) через потенциальный барьер (31). Если среда состоит из деситтеровского вакуума, струн и излучения, вероятность рождения вселенной (коэффициент прохождения через потенциальный барьер) даётся формулой

$$D = D_{E=0} \exp \left\{ \pi \sqrt{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right\}, \quad (35)$$

где

$$D_{E=0} = \exp \left\{ - \frac{2(k - B_2)^{3/2}}{3B_0} \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 \right\}, \quad (36)$$

– вероятность туннелирования при $E = 0$.

Из условия максимальности вероятности туннелирования максимальна при $k - B_2 \ll 1$ найдены следующие соотношения между параметром модели и вкладом деситтеровского вакуума, струн и излучения:

$$B_0 \approx 1, \quad |B_2| \ll 1, \quad B_4 \ll 1$$

для инфляционной модели с $k = 0$,

$$B_0 \ll 1, \quad B_2 \approx 1, \quad B_4 \ll 1$$

для струнноподобной модели с $k = 1$ и

$$B_0 \approx 2, \quad B_2 \approx -1, \quad B_4 \ll 1$$

для смешанной модели с $k = -1$.

Т.к. $B_0 + B_2 \approx 1$, то при $k = 1$ формула (36) принимает вид

$$D_{E=0} = \exp \left\{ - \frac{2\sqrt{1 - B_2}}{3} \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 \right\}. \quad (37)$$

Из формул (36) и (37), получено, что рождение плоской и открытой Вселенной более вероятно, чем закрытой.

В §3.2.4 оценены параметры квантовой космологической модели, исходя из ограничения на флуктуации температуры реликтового излучения $\frac{\Delta T}{T} \leq 10^{-5}$. Вычисляя ширины уровней под барьером и теплоёмкость ультрарелятивистских частиц, находим

$$\sqrt{k - B_2} < \frac{3 \cdot 10^{-5}}{2\alpha_{GUT}}, \quad (38)$$

$$\sqrt{k - B_2} > \frac{2^{\frac{2}{3}} 5^{\frac{1}{6}}}{3^{\frac{1}{3}} \pi^{\frac{7}{6}}} 10^6 \frac{l_{pl}}{r_0} \frac{1}{N^{\frac{1}{6}}}, \quad (39)$$

где $\alpha_{GUT} = \frac{1}{40}$ – константа Теории великого объединения, N – число безмассовых степеней свободы. Полагая $\frac{l_{pl}}{r_0} = 10^{-9}$, $N = 10^3$, имеем $\sqrt{k - B_2} \sim 10^{-3}$. В результате вычисления $D_{E=0}$ при $r_0 \sim 10^{-24}$ см для различных моделей было получено:

$$D_{E=0, k=0, -1} = e^{-10^9}, \quad D_{E=0, k=1} = e^{-10^{15}}.$$

В §3.2.5 показана неинвариантность уравнения Уилера–ДеВитта относительно временной калибровки. Переходя в гамильтониане

$$H = \frac{N}{2} \left(\frac{p_a^2}{a} + ka - \frac{8\pi G \varepsilon a^3}{3c^4} \right) = 0, \quad (40)$$

где $N(a)$ – функция хода, определяющая калибровку времени в интервале

$$ds^2 = N^2 dt^2 - dl^2, \quad (41)$$

от переменных a, p_a к переменным

$$q = \int \sqrt{\frac{a}{N}} da, \quad p_q = p_a \sqrt{\frac{N}{a}}, \quad (42)$$

получено уравнение Уилера–ДеВитта $\hat{H}\psi = 0$ в виде

$$\frac{d^2\psi}{dq^2} - \frac{2m_{pl}}{\hbar^2} [U(q) - E]\psi = 0, \quad (43)$$

где

$$E = \frac{m_{pl} c^2 a^3 N}{2l_{pl}^2 r_0^2} \left(\frac{r_0}{a} \right)^2 B_n, \quad (44)$$

$$a = \left[\frac{3 - \frac{n}{2}}{r_0^{\frac{n}{2}}} l_{pl} r_0 q \sqrt{\frac{2E}{m_{pl} c^2 B_n}} \right]^{\frac{1}{3 - \frac{n}{2}}}. \quad (45)$$

Показано, что квантование энергии компонент среды в уравнении (43) зависит от временной калибровки

$$N(a) \sim a^{n-3}. \quad (46)$$

Например, при $n = 3$ квантуется пыль с функцией хода, соответствующей синхронному времени, а при $n = 4$ квантуется излучение с функцией хода, соответствующей конформному времени.

В §3.2.6 оценены поправки к квантовой геометродинамике, учитывающие дискретность пространства. Рассматривается квантовая однородная изотропная модель с учётом поправок, вычисленных в рамках петлевой квантовой космологии. Поправки сводятся к умножению коэффициентов B_n в потенциальной энергии (31) на величину $\left(\frac{n}{6D_j} + \frac{6-n}{6}\right)$, где множитель

$$D_j(q) = \left(\frac{8}{77}\right)^6 q^{3/2} \{7[(q+1)^{11/4} - |q-1|^{11/4}] - 11q[(q+1)^{7/4} - \text{sgn}(q-1)|q-1|^{7/4}]\}^6 \quad (47)$$

корректирует обратный объём, $q = \left(\frac{a}{a_*}\right)^2$, $a_* = \sqrt{\frac{\gamma j}{3}} l_{pl}$, $\gamma = \frac{\ln 2}{\pi\sqrt{3}}$.

Показано, что флуктуации плотности, обусловленные дискретностью пространства, оказываются существенными при оценке начальных возмущений в ранней Вселенной.

В §3.3 рассмотрены анизотропные квантовые космологические модели с идеальной жидкостью в рамках гамильтонового формализма. Используя уравнение Райчаудури, записывается лагранжиан, из которого строится гамильтониан. Переходя к операторам, получено уравнение Уилера–ДеВитта. Исследованы многокомпонентная модель и плоская модель с пылью и деситтеровским вакуумом.

В §3.3.1, следуя формализму Арновитта–Дезера–Мизнера (АДМ), из уравнения Райчаудури для анизотропных космологических моделей

$$\dot{\theta} + \frac{1}{3}\theta^2 - A^i_{;i} + 2(\sigma^2 - \omega^2) = -\frac{4\pi G}{c^2}(\varepsilon + 3p), \quad (48)$$

где θ – скаляр расширения, A^i – 4-ускорение, σ – скаляр сдвига, ω – скаляр вращения, найдена гамильтонова связь. Метрика записывается в виде

$$ds^2 = (N^2 - N_\alpha N^\alpha) dt^2 - 2N_\alpha dt dx^\alpha - \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \quad (49)$$

где $\alpha, \beta = 1, 2, 3$, N – функция хода, N_α – функция сдвига, $\det \gamma_{\alpha\beta} = a^6$, $a(t)$ – масштабный фактор.

В §3.3.2 исследована многокомпонентная квазифридмановская квантовая модель, для которой

$$\theta = \frac{3\dot{a}}{a}, \quad A^i = cw\theta(u^i - g^{0i}), \quad \sigma = \frac{\Sigma}{a^3}, \quad \frac{1}{c^2}(p + \varepsilon)a^5\omega = J, \quad (50)$$

где $\Sigma = const$, J – угловой момент, а уравнение Уилера–ДеВитта принимает вид уравнения типа Шрёдингера (25). Показано, что в случае среды, состоящей из деситтеровского вакуума, струн и излучения, поправки к фридмановской модели, обусловленные медленным вращения пыли, излучения и идеального газа, а также ускорением, дают вклад как в полную энергию

$$E = \frac{m_{pl}c^2}{2} \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 \left(\frac{3B_4}{4 - g^{00}} - \frac{2j_3^2}{30B_3^2c^2r_0^2} \right), \quad (51)$$

так и в потенциальную энергию

$$U(a) = \frac{m_{pl}c^2a^2}{2l_{pl}^2} \left\{ k - B_2 - \left(\frac{a}{r_0} \right)^2 \left[\frac{B_0}{4 - 3g^{00}} + \frac{18j_5^2}{25B_5^2c^2r_0^2(5 - 2g^{00})} \right] \right\}, \quad (52)$$

где $j_n = \frac{J_n c^2}{r_0^3 \varepsilon_0}$. Показано, что поправки к E обусловлены вращением пыли, а поправки к $U(a)$ связаны с вращением идеального газа. Для этой модели вычислена вероятность туннелирования вблизи максимума потенциального барьера, зависящая от удельных угловых моментов пыли и излучения.

В §3.3.3 исследована плоская квантовая модель среды, состоящей из деситтеровского вакуума и пыли, с учётом её сдвига и вращения, уравнение Уилера–ДеВитта для которой имеет вид:

$$\frac{d^2\psi}{da^2} - V(a)\psi = 0, \quad (53)$$

где

$$V(a) = f_1 a^2 + f_2 a^4 + f_3 a + f_4 + f_5 a^{-2}, \quad (54)$$

$$f_1 = \frac{k}{l_{pl}^4}, \quad f_2 = -\frac{B_0}{r_0^2 l_{pl}^4}, \quad f_3 = -\frac{B_3 r_0}{l_{pl}^4}, \quad f_4 = \frac{2c^2 J_3^2}{3\varepsilon_0^2 r_0^6 B_3^2 l_{pl}^4}, \quad f_5 = -\frac{\Sigma_3^2}{3c^2 l_{pl}^4}. \quad (55)$$

Вероятность туннелирования при $f_1 = 0$, $f_2 f_5 \gg f_3^2$ принимает вид:

$$D = \exp \left\{ -\frac{2^{\frac{1}{6}} \pi f_4}{3^{\frac{1}{3}} (-f_2^2 f_5)^{\frac{1}{6}}} \right\}. \quad (56)$$

Показано, что комбинация величин f_2 , f_4 и f_5 , зависящих от вкладов деситтеровского вакуума и пыли в полную плотность энергии, а также от вращения и сдвига пыли, квантованна.

В §3.4 рассмотрены полевые квантовые космологические моделей I типа по Бьянки.

§3.4.1 посвящен моделям со скалярным полем. Уравнение Уилера–ДеВитта в этом случае зависит от двух переменных: масштабного фактора a и скалярного

поля ϕ

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial a^2} + \frac{3\hbar}{4\pi c l_{pl}^2} \frac{\partial^2}{a^2 \partial \phi^2} + V(a, \phi) \right] \psi = 0, \quad (57)$$

где

$$V(a, \phi) = \frac{1}{l_{pl}^4} \left[ka^2 - \frac{8\pi G a^4}{3c^4} V(\phi) \right], \quad (58)$$

которое является уравнением типа Клейна–Гордона–Фока. В лоренцевой области ($V < 0$) a играет роль времени, а $\int a d\phi$ – роль координаты, а в евклидовой области ($V > 0$) наоборот. Доказана эквивалентность между описаниями фридмановских космологических моделей с помощью скалярного поля с экспоненциальным потенциалом и идеальной жидкости с баротропным уравнением состояния. Скалярное поле выражается через масштабный фактор. Уравнение Уилера–ДеВитта в этом случае зависит только от одной переменной.

В §3.4.2 рассмотрены модели с нелинейным спинорным полем. Лагранжиан в этом случае имеет вид:

$$L = -\frac{R}{2\kappa} + \frac{i}{2} (\nabla_\alpha \bar{\psi} \gamma^\alpha \psi - \bar{\psi} \gamma^\alpha \nabla_\alpha \psi) - m \bar{\psi} \psi + F_1(S) \pm F_2(P), \quad (59)$$

где ψ – спинорное поле, m – массовый параметр спинорного поля,

$F_1(S) = k_1 S^{n_1}$, $F_2(P) = k_2 P^{n_2}$, $S = \bar{\psi} \psi$, $P = \bar{\psi} \gamma_5 \psi$. В случае $n_1 = n_2 = n$ уравнение Уилера–ДеВитта принимает вид:

$$\kappa \frac{d^2 \Phi}{d\tau^2} + \frac{32}{3} C_1 \tau^{4-3n} \Phi = 0, \quad (60)$$

где $\kappa = \frac{8\pi G}{c^2}$, $C_1 = const$, $\tau = (ab^2)^{1/3}$, Φ – амплитуда вероятности, a, b – масштабные факторы по осям x и y, z . Это уравнение вполне аналогично уравнению для квантовой фридмановской модели с идеальной жидкостью. Получена связь между параметром нелинейности n и коэффициентом в баротропном уравнении состояния, а именно: $n = 1 + w$. Показано, что случай $n = \frac{4}{3}$ соответствует постоянной, имеющей смысл энергии, квантованной слева от барьера, а случай, отвечающий инфляции ($w \rightarrow -1$), реализуется при $n \rightarrow 0$, что интерпретируется как безмассовое нейтрино. Случай пыли с $w = 0$ отвечает массивному линейному спинорному полю. Доказано, что нелинейное спинорное поле со степенной нелинейностью может моделировать уравнения состояния всех видов материи от эмпиротической до фантомной.

§3.4.3 посвящён взаимодействующим скалярным, спинорным и векторным полям. Лагранжиан системы взаимодействующих гравитационного, спинорного, векторного и скалярного полей имеет вид:

$$L = -\frac{R}{2\kappa} + \frac{i}{2} (\nabla_\alpha \bar{\psi} \gamma^\alpha \psi - \bar{\psi} \gamma^\alpha \nabla_\alpha \psi) - m \bar{\psi} \psi + \frac{M^2}{2} A_\alpha A^\alpha + \frac{1}{2} \phi_{,\alpha} \phi^{,\alpha} (1 - \lambda A_\mu A^\mu - 2\sigma \bar{\psi} \psi), \quad (61)$$

где ψ – спинорное поле, ϕ – скалярное поле, $A_\alpha = (A(t), 0, 0, 0)$ – векторное поле, M – масса кванта векторного поля, λ и σ – постоянные скалярно-векторного и скалярно-спинорного взаимодействий соответственно. Гамильтонова связь имеет вид:

$$H = \frac{\kappa \Pi_a}{4b^2} \left(\frac{3}{2} \Pi_b - C \right) - \frac{M}{2\sqrt{\lambda}} \left(\frac{\Pi_\phi^2}{q} + q \right) + ms_0 + \frac{M^2}{\lambda} \left(\sigma s_0 + \frac{ab^2}{2} \right) = 0, \quad (62)$$

где Π_a, Π_b, Π_ϕ – обобщённые импульсы, канонически сопряжённые с соответствующими координатами, C, s_0, q – постоянные. Заменяя импульсы операторами, получено уравнение Уилера–ДеВитта, решение которого оказывается водородоподобным с радиальной волновой функцией, являющейся полиномом Лагерра от $\tau = \sqrt[3]{ab^2}$ с квантованными массами спинорного и векторного полей и скалярным полем, играющим роль азимутального угла. Показано, что геометродинамическое квантование масс спинорных и векторных полей моделирует рождение частиц в гравитационном поле.

В §3.4.4 рассмотрены модели с газом Чаплыгина. Получены формулы, связывающие V для скалярного поля и F для спинорного поля с параметрами уравнения состояния модифицированного обобщенного газа Чаплыгина

$$p = w\varepsilon - \frac{b^2}{\varepsilon^\gamma}. \quad (63)$$

Квантовые модели с газом Чаплыгина легко строятся, используя выражения для плотности энергии и потенциалов скалярного и спинорного полей.

Глава 4 посвящена квантовому гравитационному коллапсу и рождению новой вселенной. Затронуты также вопросы, касающиеся рождения дочерней вселенной внутри вечной чёрной дыры с деситтеровским регулярным ядром, создания вселенной в лаборатории и передачи информации в другую вселенную.

В §4.1 рассмотрен квантовый гравитационный коллапс. Геометрия коллапса в сопутствующей системе отсчёта в общих чертах совпадает с геометрией сжимающейся фридмановской модели. Отличие состоит в том, что на конечной стадии коллапса, согласно Э.Б. Глинеру [14], происходит переход уравнения состояния от предельно жесткого к вакуумному. Поэтому эта проблема анализируется в рамках квантовой космологии, используя уравнение Уилера–ДеВитта в минисуперпространстве, которое сводится к уравнению типа стационарного уравнения Шрёдингера (26):

$$\frac{d^2\psi}{d\gamma^2} + \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4 \left[B_0\gamma_0^4 + \frac{B_5}{\gamma - \gamma_0} + \frac{B_6}{(\gamma - \gamma_0)^2} + B_4 \right] \psi = 0, \quad (64)$$

$$B_4 = - \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4 \frac{B_5^2}{4 \left[p + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - B_6 \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4} \right]^2} - \gamma_0^4, \quad (65)$$

где

$$B_6 \leq \frac{1}{4} \left(\frac{l_{pl}}{r_0} \right)^4, \quad (66)$$

$\gamma = \frac{a}{r_0}$. При $\gamma = \gamma_0$ уравнение состояния изменяется от $p = \frac{\varepsilon}{3}, p = \frac{2}{3}\varepsilon, p = \varepsilon$ к $p = -\varepsilon$.

Из анализа волновых функций получено, что

$$\gamma_0^4 \leq \frac{2M}{m_{pl}} \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2, \quad (67)$$

где M - масса коллапсирующего тела.

Энергетический спектр в потенциальной яме, возникающей при изменении уравнения состояния, находится из уравнения:

$$B_4^2 + 4n^2 \left(\frac{l_{pl}}{r_0} \right)^4 B_4 + 4\gamma_0^4 n^2 \left(\frac{l_{pl}}{r_0} \right)^4 = 0, \quad (68)$$

где

$$-2\gamma_0^4 \leq B_4 \leq -\gamma_0^4. \quad (69)$$

В §4.2 рассмотрено рождение новой вселенной в результате гравитационного коллапса. Показано, что квантовый гравитационный коллапс сопровождается туннелированием с уровней (69) через потенциальный барьер в область малых масштабных факторов, где энергетический спектр

$$B'_4 = - \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4 \frac{B_5'^2}{4 \left[p + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - B_6' \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^4} \right]^2}, \quad (70)$$

$$B_6' \leq \frac{1}{4} \left(\frac{l_{pl}}{r_0} \right)^4, \quad (71)$$

т.е. имеет тот же вид, что и (34), но с другими значениями констант, где

$$B_6' \leq \frac{1}{4} + \left(\frac{l_{pl}}{r_0} \right)^4. \quad (72)$$

Вычислена вероятность туннелирования в область малых масштабных факторов

$$D = \exp \left\{ -2\gamma_0^3 \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 \right\}. \quad (73)$$

Показано, что вероятность рождения новой вселенной в другом пространстве в результате гравитационного коллапса в нашем пространстве равна D^2 . Обсуждается также возможность рождения дочерней вселенной внутри вечной чёрной дыры с деситтеровским регулярным ядром.

§4.3 отчасти носит обзорный характер. В нём рассмотрено создание вселенной в лаборатории [15] и передача информации в другую вселенную [16]. Предполагается, что новая вселенная может быть создана в лаборатории, если искусственно сжать массу M до её гравитационного радиуса $r_g = \frac{2GM}{c^2}$, который порядка горизонта де Ситтера r_0 . Показано, что вероятность создания вселенной в лаборатории совпадает с вероятностью, вычисленной выше, для случая рождения Вселенной в результате квантовой флуктуации.

Глава 5 посвящена общим свойствам гравитационно-связанных систем. Сравниваются свойства гравитационно-связанных систем на различных уровнях квантования, которым соответствуют рассмотренные выше объекты и процессы – гравиатомы, квантовая вселенная, рождение вселенной и частиц, квантовый гравитационный коллапс. Найдены аналогии между соотношениями, полученными для указанных квантовых систем.

В §5.1 сравниваются энергии гравиатома и квантовой вселенной, образующейся в результате гравитационного коллапса (ср. с атомом Леметра [17]). В обоих случаях получены водородоподобные спектры $E = -\frac{1}{2n^2}$ в единицах энергии, отличающихся на много порядков.

В §5.2 сравниваются массы минидыр и элементарных частиц, входящих в состав гравиаатома, с массами минидыр и лептокварков, образующихся в ранней Вселенной. Получена единая формула: $Mm \cong \frac{1}{2}m_{pl}^2$, где M – масса минидыры, m – масса частицы. Указаны масштабы длин, на которых справедливы соответственно петлевая квантовая гравитация, квантовая геометродинамика, квантовая теория поля в искривлённом пространстве-времени и общая теория относительности.

В §5.3 показано, что вероятность рождения новой вселенной не зависит от того, что ему предшествовало – квантовый коллапс или квантовая флуктуация, и даётся формулой

$$D \sim \exp \left\{ -|B_4| \left(\frac{r_0}{l_{pl}} \right)^2 \right\}. \quad (74)$$

§5.4 посвящен интерпретации полученных результатов и подведению общего итога изучению гравитационно-связанных квантовых систем и перспективам в решении проблемы квантования гравитации. Продемонстрировано, что общие свойства

гравитационно-связанных систем обусловлены тем, что в одном и том же квантовом объекте или процессе присутствуют сразу несколько уровней квантования.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации:

1. Построена модель гравиатома, состоящего из вращающейся минидыры и захваченной ею микрочастицы, с учётом релятивистских поправок в приближении Паули. Вычислено электромагнитное и гравитационное излучение гравиатома.

2. Исследованы гравитационно-связанные системы с нейтрино, которые захватываются на квантовые уровни минидырами и макротелами. Вычислено гравитационное излучение таких систем.

3. В рамках квантовой гидродинамики Э. Маделунга рассчитана аккреция барионов на минидыры. Вычислена светимость аккреционного диска.

4. Исследованы однородные изотропные квантово-геометродинамические космологические модели с идеальной жидкостью с учётом поправок, вычисленных в рамках петлевой квантовой гравитации. Оценены параметры квантовой космологической модели, исходя из ограничений на флуктуации реликтового излучения. Вычислены энергетические уровни и вероятности рождения Вселенной и оценён вклад флуктуаций, обусловленных дискретностью пространства, в начальные возмущения плотности в ранней Вселенной.

5. Исследованы анизотропные квантовые космологические модели, исходя из их кинематических инвариантов, не используя явный вид метрики. Вычислены энергетические уровни и вероятности туннелирования для многокомпонентной модели с идеальной жидкостью. Получены условия квантования для комбинация величин, зависящих от деситтеровского вакуума, пыли, вращения и сдвига.

6. Исследованы квантовые полевые космологические модели. Получено, что уравнение Уилера–ДеВитта для моделей со скалярным и спинорным полями в некоторых случаях имеет тот же вид, что и для фридмановской космологической модели с идеальной жидкостью.

7. Построена квантово-геометродинамическая модель гравитационного коллапса, приводящего к рождению новой вселенной в другом пространстве. Вычислены энергетические уровни и вероятность туннелирования в зависимости от массы коллапсирующего тела.

8. Показана неинвариантность уравнения Уилера–ДеВитта относительно временной калибровки. Найдена зависимость квантования различных видов материи от временной калибровки.

9. Найдена связь параметров скалярного и спинорного полей с параметрами ба-

ротропного уравнения состояния и уравнения состояния модифицированного обобщённого газа Чаплыгина.

10. Найдены соотношения, являющиеся общими для различных гравитационно-связанных квантовых систем и связанных с ними объектов и процессов - гравитомов, квантовой вселенной, рождения вселенной и частиц, квантового гравитационного коллапса. Найдены аналогии между соотношениями, полученными для указанных квантовых систем.

В Приложении А описаны параметры анизотропии пространства-времени, в Приложении Б изложена космологическая модель с взаимодействующими полями, в Приложении В рассмотрена связь между классическими и квантовыми космологическими решениями.

Цитированная литература

1. А.Л. Зельманов, В.Г. Агаков. Элементы общей теории относительности. - М.: Наука, ФМ, 1989. - 240 с.

2. К. Kuchař. Gravitation, geometry and nonrelativistic theory // Phys. Rev. - 1980. - v. 22. pp. 1285–1299.

3. Г. Бете, Э. Солпитер. Квантовая механика с одним и двумя электронами.: Пер. с англ. под ред. Я.А. Смородинского. - М.: ФМ, 1960. - 562 с.

4. Р. Пенроуз. Путь к реальности или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель. Пер. с англ. - М.: Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. - 912 с.

5. А.А. Гриб, С.Г. Мамаев, В.М. Мостепаненко. Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. - М.: Атомиздат, 1980. - 296 с.

6. Н. Биррелл, П. Девис. Квантованные поля в искривлённом пространстве-времени.: Пер с англ. под ред. Я.И. Смородинского. - М.: Мир, 1984. - 356 с.

7. В.М. Мостепаненко, Н.Н. Трунов. Эффект Казимира и его приложения. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 216 с.

8. С. Rovelli. Quantum Gravity. - Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004. - 455 p.

9. С. Kiefer. Quantum Gravity. - Oxford, UK: Oxford University Press, 2007. - 355 p.

10. И.Л. Бухбиндер. Введение в петрурбативную эйнштейновскую квантовую теорию гравитации. // Лекционные заметки по теоретической и математической физике, т. I, ч. 1,2. Под ред. А.В. Аминовой. - Казань: Казанский университет, 1996. - с. 195–255.

11. Ю. Весс, Дж. Бергер. Суперсимметрия и супергравитация: Пер. с англ. под ред. В.И. Огиевского. - М.: Мир, 1986. - 184 с.
12. М. Каку. Введение в теорию суперструн: Пер. с англ. под ред. И.Я. Арефьевой - М.: Мир, 1999. - 624 с.
13. D.S. DeWitt. Quantum theory of gravity. I. The canonical theory. // Phys. Rev. - 1967, v. 160. - pp. 1113–1148.
14. Э.Б. Глинер. Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумно-подобное состояние вещества. // ЖЭТФ. - 1965. - т. 49, вып. 2(8). - сс. 542–548.
15. F. Farhi, A.H. Guth, J. Guven. Is it possible to create a universe in the laboratory by quantum tunneling? // Nucl. Phys. - 1990, B 339. - 417–490.
16. J. Garriga, V.F. Mukhanov, K. Olum and A. Vilenkin. Eternal inflation, black holes and the future of civilizations. // Int. J. Theor. Phys. - 2000. - v. 39.- pp. 1887–1900.
17. G. Lemaître. L'hypothèse de l'Atome Primitif. Essai de Cosmogonie. - Neuchatel: Edition du Griffon, 1946. - 203 p.

**Основные результаты диссертации опубликованы
в следующих работах:**

**Статьи в ведущих рецензируемых журналах,
входящих в перечень ВАК**

1. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum radiation of a charge in a Schwarzschild field // *Astronomische Nachrichten*. - 1990. - vol. 311. - pp. 223 – 226.
2. *М. Л. Фильченков*. Квантовая механика ранней Вселенной // *Изв. ВУЗов. Физика*. - 1995. - № 4. - сс. 78 – 82.
3. *M. L. Fil'chenkov*. The pre-de-Sitter Universe in terms of quantum mechanics // *Phys. Lett.* - 1995. - vol. B354. - pp. 208 – 212.
4. *М. Л. Фильченков*. Поведение заряженной частицы в поле Шварцшильда // *Изв. ВУЗов. Физика*. - 1998. - № 7. - сс. 75 – 82.
5. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum collapse and the birth of a new universe // *Phys. Lett.* - 1998. - vol. B441. - pp. 34 – 39.
6. *M. L. Fil'chenkov*. Collapse, birth of the Universe, creation of a new universe in the laboratory // *Gravitation & Cosmology Supplement*. - 2000. - vol. 6. - pp. 37 – 42.
7. *I. Dymnikova, A. Dobosz, M.L. Fil'chenkov, A. Gromov*. A baby universe inside a black hole and variability of the cosmological constant // *Gravitation & Cosmology Supplement*. - 2000. - vol. 6. - pp. 78 – 93.
8. *I. Dymnikova, A. Dobosz, M. L. Fil'chenkov, A. Gromov*. Universes inside a Lambda black hole // *Phys. Lett.* - 2001. - vol. B506. - pp. 351 – 361.
9. *V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin*. Nonlinear spinor fields in quantum cosmology // *Gravitation & Cosmology*. - 2001. - vol. 7. - pp. 215 – 218.
10. *I. Dymnikova, M. L. Fil'chenkov*. Quantum hot Universe // *Gravitation & Cosmology Supplement*. - 2002. - vol. 8. - pp. 19 – 25.
11. *I. Dymnikova, M. L. Fil'chenkov*. Quantum birth of a hot Universe // *Phys. Lett.* - 2002. - vol. B545. - pp. 214 – 220.

12. *I. Dymnikova, M. L. Fil'chenkov.* Quantum origin of a hot Universe // Int. J. Mod. Phys. - 2003. - vol. D12. - pp. 1197 – 1210.
13. *В. Г. Кречет, М. Л. Фильченков, Г. Н. Шикин.* Квантовая космологическая модель типа Бьянки I с взаимодействующими спинорным и скалярными полями // Изв. ВУЗов. Физика. - 2004. - т. 46. - № 4. - сс. 15 – 19.
14. *V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin.* Quantum cosmology with scalar-vector and scalar-spinor interactions // Gen. Relat. Grav. - 2004. - vol. 36. - pp. 1641 – 1647.
15. *V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin.* Interacting fields in Bianchi I cosmological model // Gravitation & Cosmology. - 2004. - vol. 10. - pp. 149 – 152.
16. *M. L. Fil'chenkov, R.Kh. Saibatalov.* Quantum birth of a rotating Universe // Gravitation & Cosmology. - 2005. - vol. 11. - pp. 116 – 118.
17. *V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin.* Quantum cosmological model simulating boson and fermion interaction as a result of the primordial vacuum decay // Gravitation & Cosmology. - 2005. - vol. 11. - pp. 373 – 375.
18. *M. L. Fil'chenkov.* Quantum cosmology with rotation // Int. J. Mod. Phys. - 2005. - vol. A20. - pp. 2388 – 2392.
19. *I. Dymnikova, M. L. Fil'chenkov.* Gauge noninvariance of quantum cosmology and vacuum dark energy / Phys. Lett. - 2006. - vol. B635. - pp. 181 – 185.
20. *M. L. Fil'chenkov, Yu. P. Laptev.* Graviatom dipole radiation // Gravitation & Cosmology. - 2006. - vol. 12. - pp. 65 – 68.
21. *G. N. Shikin, M. L. Fil'chenkov, V. G. Krechet.* Equivalence between the descriptions of FRW cosmologies using a scalar field and perfect fluid // Gravitation & Cosmology. - 2007. - vol. 13. - pp. 267 – 268.
22. *V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin.* Equivalence between the descriptions of cosmological models using a spinor field and a perfect fluid // Gravitation and Cosmology. - 2008. - vol. 14. - pp. 292 – 294.
23. *M. L. Fil'chenkov, R. Kh. Saibatalov, Yu. P. Laptev, V. V. Plotnikov.* Anisotropic cosmological models in terms of Raychaudhuri and Wheeler–DeWitt equations // Gravitation and Cosmology. - 2009. - vol. 15. - pp. 148 – 150.

24. Ю. П. Лантев, М.Л. Фильченков. Влияние девицтовского самодействия на дипольное излучение гравитомов // Вестн. РУДН., сер. "Математика, информатика, физика". - 2009. - №3. - сс. 80 – 84.
25. V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin. Nonlinear scalar and spinor fields simulating perfect fluids // Gravitation and Cosmology. - 2009. - vol. 15. - pp. 37 – 39.
26. В. Г. Кречет, М. Л. Фильченков, Г. Н. Шикин. Однородная многокомпонентная космологическая модель с взаимодействующими спинорным, скалярным и векторными полями при наличии тёмной энергии // Изв. ВУЗов. Физика. - 2009. - № 10. - сс. 53 – 58.
27. V. G. Krechet, M. L. Fil'chenkov, G. N. Shikin. Cosmological models with nonlinear scalar and spinor fields simulating a generalized and modified Chaplygin gas // Gravitation and Cosmology. - 2010. - vol. 16. - pp. 228 – 230.
28. Ю. П. Лантев, М.Л. Фильченков. Гравитомы с учетом релятивистских поправок и вращения минидыры // Вестн. РУДН., сер. "Математика, информатика, физика". - 2011. - №1. - сс. 107 – 115.

Публикации в других изданиях

29. M. L. Fil'chenkov. A quantum model of the pre-de-Sitter Universe // Proc. 3rd A. Friedmann Int. Seminar on Gravitation and Cosmology, St. Petersburg, July 4 - 12, 1995, Ed. Yu.N. Gnedin, A.A. Grib, V.M. Mostepanenko. - St. Petersburg: Friedmann Laboratory Publishing, 1995. - pp. 352 – 361.
30. M. L. Fil'chenkov. The quantum early Universe // Astronomical and Astrophysical Transactions. - 1996. - vol. 10. - pp. 129 – 133.
31. M. L. Fil'chenkov. Hydrogen-like energy spectrum of the early Universe // In: Problems of Fundamental Physics, Ed. A.I. Studenikin. - Moscow: Publishing Division of ICAS, 1997. - pp. 169 – 173.
32. M. L. Fil'chenkov. The quantum collapse and the early Universe // Proc. 4th A. Friedmann Int. Seminar on Gravitation and Cosmology, St. Petersburg, June 17 - 25, 1998, Ed. Yu.N. Gnedin, A.A. Grib, V.M. Mostepanenko, W.A. Rodrigues Jr. - Campinas, SP, Brasil: Unicamp/ Imecc, 1999. - pp. 401 – 405.

33. *M. L. Fil'chenkov*. Late collapse, quantum miniholes and the birth of a new universe // In: Particle Physics at the Start of the New Millenium, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2001. - pp. 209 – 213.
34. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum cosmological model with rotation // In: Frontiers of Particle Physics, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2003. - pp. 284 – 288.
35. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum cosmology revisited // В: Гравитация, космология и элементарные частицы. Сб. статей, посвященный 65-летию профессора, академика РАН А.А. Гриба. / Под ред. В.Ю. Дорофеева, Ю.В. Павлова, Е.А. Поберия, СПб: изд. СПбГУЭФ, 2004. - сс. 131 – 135.
36. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum tunnelling in a rotating Universe // In: Particle Physics in Laboratory, Space and Universe, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2005. - pp. 135 – 139.
37. *M. L. Fil'chenkov*. Quantum cosmology and the global rotation problem // In: Particle Physics at the Year of 250th Anniversary of Moscow University, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2006. - pp. 163 – 166.
38. *Yu. P. Laptev, M. L. Fil'chenkov*. Electromagnetic and gravitational radiation of graviatoms // Astronomical and Astrophysical Transactions. - 2006. - vol. 25. - pp. 33 – 42.
39. *P. X. Сайбаталов, М. Л. Фильченков*. Квантовое рождение анизотропной Вселенной // Тр. Росс. школы-семинара по гравитации и космологии GRACOS-2007. - Казань: Изд. Фолиантъ, 2007. - сс. 152 – 155.
40. *М. Л. Фильченков, Ю.П. Лантев*. Параметры анизотропии, выведенные из наблюдательной космологии // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. - 2007.- т. - 4. № 2(8) . - сс. 71 – 75.
41. *Yu. P. Laptev, M. L. Fil'chenkov, S. V. Kopylov*. Gravitationally bound quantum systems with leptons and mesons // Proc. 13th Int. Sci. Meeting PIRT-2007, 2 - 5 July, 2007, Ed. M.C. Duffy, V.O. Gladyshev, A.N. Morozov, P. Rowlands. - Moscow: BMSTU, 2007. - pp. 264 – 267.

42. *М. Л. Фильченков, Ю. П. Лаптев, Р. Х. Сайбаталов, В. В. Плотников.* К вопросу об анизотропных космологических моделях // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. - 2008. - т. 5. - №2(10) . - сс. 108 – 113.
43. *М. Л. Фильченков, Ю. П. Лаптев, Р. Х. Сайбаталов.* Ранняя Вселенная: рождение частиц и квантовая космология // В: Квантовая теория и космология. Сб. статей, посвященный 70-летию профессора А.А. Гриба. / Под ред. В.Ю. Дорофеева, Ю.В. Павлова, СПб: Свежинцев Е.Е., 2009. - сс. 205 – 213.
44. *M. L. Fil'chenkov, S. V. Kopylov, Yu. P. Laptev.* Quantum systems bound by gravity // In: Particle Physics on the Eve of LHC, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2009. - pp. 249 – 252.
45. *Yu. P. Laptev, M. L. Fil'chenkov.* Graviatoms corrected for DeWitt's selfaction, minihole rotation and particle spin // Proc. 15th Int. Sci. Meeting PIRT-2009, 6 - 9 July, 2009, Ed. M.C. Duffy, V.O. Gladyshev, A.N. Morozov, P. Rowlands. - Moscow: BMSTU, 2009. - pp. 105 – 107.
46. *M. L. Fil'chenkov, Yu. P. Laptev.* Nonhydrogen-like graviatom radiation // In: Particle Physics at the Year of Astronomy, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2011. - pp. 268 – 270.
47. *M. L. Fil'chenkov, Yu. P. Laptev.* Loop quantum cosmology effects for homogeneous isotropic models // Proc. 16th Int. Sci. Meeting PIRT-2011, 6 - 7 July, 2011, Ed. V.O. Gladyshev, A.N. Morozov, P. Rowlands. - Moscow: BMSTU, 2012. - pp. 76 – 77.
48. *M. L. Fil'chenkov, Yu. P. Laptev.* Loop quantum cosmology corrections to Friedmann's model // In: Particle Physics at the Year of Tercentary of Mikhail Lomonosov, Ed. A.I. Studenikin. - Singapore: World Scientific, 2013. - pp. 273 – 274.
49. *M. L. Fil'chenkov.* Quantum Gravity. - Moscow: Peoples' Friendship University of Russia, 2013. - 114 p.

АННОТАЦИЯ

Фильченков Михаил Леонидович

Квантование гравитационно-связанных систем

Дана классификация уровней квантования в теории гравитации. Исследованы квантовые объекты нового типа – гравиатомы, состоящие из минидыры и захваченной ею микрочастицы. Исследована квантовая аккреция барионов на минидыры. Построены изотропные и анизотропные квантовые космологические модели. Вычислены петлевые квантовые поправки к квантовогеометродинамической модели ранней Вселенной, учитывающие дискретность пространства-времени. Исследованы квантовые модели гравитационного коллапса, приводящего к рождению новой вселенной. Проанализированы общие свойства гравитационно-связанных квантовых систем.

ABSTRACT

Michael Leonidovich Fil'chenkov

Quantization of Gravitationally Bound Systems

Levels of quantization in gravity theory have been classified. Quantum objects of a new type – graviatoms, comprising a minihole and a microparticle captured by it, have been investigated. Baryon quantum accretion onto miniholes has been examined. Isotropic and anisotropic quantum cosmological models have been constructed. Loop quantum corrections to quantum geometrodynamical models of the early Universe taking account of space-time discreteness have been calculated. Quantum models of the gravitational collapse involving the birth of a new universe have been studied. General properties of gravitationally bound quantum systems have been analysed.

Подписано в печать

Формат Тираж 100 экз. Усл. печ. л.

Заказ

Типография Издательства РУДН

117923, ГСП-1, г. Москва, ул. Орджоникидзе, д.3