

На правах рукописи

Искандар Мухаммад

**СПИНОРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ
ГРАФЕНА**

01.04.02 – ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико – математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена на кафедре теоретической физики и механики Факультета физико-математических и естественных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов» (РУДН)

Научный руководитель: **Рыбаков Юрий Петрович**
доктор физико-математических наук, профессор
Заслуженный деятель науки РФ,
заведующий кафедрой теоретической
физики и механики РУДН,

Официальные оппоненты: **Саха Биджан**
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Лаборатории
информационных технологий Объединенного
института ядерных исследований
(ЛИТ ОИЯИ, Дубна)

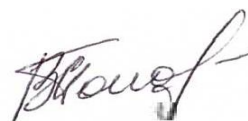
кандидат физико-математических наук **Камалов Тимур Фянович**
доцент кафедры теоретической физики
ФГАОУ ВО «Московский физико-технический
институт (государственный университет)»

Ведущая организация: Московский автомобильно-дорожный
государственный технический университет (МАДИ)
Защита состоится “15” июня 2017 г. в 17:00 на заседании диссертационного совета
Д 212.203.34 в ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (РУДН)
по адресу: 115419 г. Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3, ауд. 110.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГАОУ ВО
«Российский университет дружбы народов» (РУДН) по адресу: 117198, г.
Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6 или на официальном сайте диссертационных
советов РУДН по адресу: <http://dissovet.rudn.ru>

Автореферат разослан “ ___ ” _____ 2017г.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д 212.203.34,
кандидат физико-математических наук,
Попова Вера Анатольевна



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Существует постоянно растущий интерес к исследованиям графена, связанный с его уникальными свойствами, включая высокую электропроводимость и необычную прочность. Графен был теоретически описан и получил свое название в 1962 году после исследований, выполненных в группе Бёма. Известно, что он представляет собой одно-атомный слой углерода, или плоский одиночный слой графита, который содержит много слоев графена с межплоскостным расстоянием в 0.33 нанометра. С тех пор был предложен метод производства графена путем вытягивания с помощью эксфолиации (известный также как метод скотч-ленты), который был продемонстрирован Геймом и Новоселовым. В 2004 году были найдены другие методы, такие, как эпитаксиальный рост карбида кремния после нагревания до высоких температур ($>1100^{\circ}\text{C}$), эпитаксиальный рост на металлических подложках, таких, как убиране меди, натрия, иридия, рутения и никеля из металл-углеродных расплавов; наконец, возможно получение графена из углеродных нанотрубок или восстановление оксида графита с последующим отслаиванием листов путем расширения.

Графен обнаруживает удивительно высокую подвижность электронов при комнатной температуре. Экспериментально подтверждено её значение $15,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ с теоретическим внутренним пределом в $200,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ при концентрации носителей $10^{12}/\text{cm}^2$. Графен также имеет уникальные оптические свойства (поглощает $\sim 2.3\%$ белого цвета), теплофизические свойства (теплопроводность между $(4.48 \pm 0.44) \times 10^3$ и $(5.30 \pm 0.48) \times 10^3 \text{ W/mK}$, а также механические свойства (прочность разрыва в 200 раз больше, чем сталь, выдерживающей давление в 130 ГПа).

В настоящее время для теоретического описания графена используется микроскопический подход, опирающийся на релятивистскую квантовую теорию многих частиц, применение которой вызывает значительные трудности. В связи с этим имеется потребность в создании достаточно простых феноменологических моделей, позволяющих тем не менее описать основные свойства графена и, в частности, его магнитные характеристики. Этим и обусловлена актуальность темы диссертации.

Цель работы. Целью данной работы является применение для описания магнитных свойств графена киральной модели графена в её спинорной реализации, предложенной в работах [1*,2*]. Углеродный атом обладает четырьмя валентными электронами в sp -гибридизированных состояниях, причем один из них «свободен» в гексагональной решетке графена, а три других образуют sp^2 -связи с соседями. Гибридизированные sp -состояния этого выделенного электрона в атоме углерода могут быть описаны унитарной $SU(2)$ -матрицей, рассматриваемой как киральный параметр порядка. В диссертации изучается спинорная реализация киральной модели графена, использующая как спиновые, так и квазиспиновые возбуждения. Последние, как известно, связаны с колебаниями двух независимых треугольных подрешеток.

В работе получены следующие **основные результаты, выносимые на защиту:**

- Предложенная в работах [1*,2*] киральная модель графена содержит очень простое кинковое решение для описания графеновой плоскости и решение с «ежовой» структурой для углеродной нанотрубки. Она также дает возможность описать структуру ряби в реальном графене, что иллюстрирует нестабильность Мермина - Вагнера для двумерных конфигураций. Опираясь на 8 - спинорное обобщение киральной графеновой модели, были рассмотрены спиновые и квази-спиновые возбуждения графенового слоя и его взаимодействие с однородным статическим магнитным полем. Была найдена приближенная структура магнитного поля на большом расстоянии от слоя и в центральной области.
- В частности, для случая внешнего магнитного поля, параллельного графеновому слою обнаруживается очевидный диамагнитный эффект: ослабление магнитного поля в графеновом образце. Что касается случая магнитного поля, ортогонального к графеновому слою, то наблюдается усиление магнитного поля в материале в центральной области (для малых g).

Объектом исследования является 8 - спинорное обобщение киральной графеновой модели, позволяющее рассмотреть спиновые и квазиспиновые возбуждения графенового слоя и его взаимодействие с однородным статическим магнитным полем.

Научная новизна. Научная новизна диссертационной работы определяется следующими результатами:

- Предложенная киральная модель графена дает нам возможность описать структуру ряби в реальном графене.
- Опираясь на 8 - спинорное обобщение киральной графеновой модели, мы рассмотрели спиновые и квазиспиновые возбуждения графенового слоя и его взаимодействие с однородным статическим магнитным полем.
- В частности, для случая внешнего магнитного поля, параллельного графеновому слою обнаруживается очевидный диамагнитный эффект: ослабление магнитного поля в графеновом образце.

Теоретическая и практическая значимость. Работа имеет теоретический характер. Полученные результаты могут найти применение при изучении групп симметрии различных полевых моделей в ядерной физике, физике частиц и в физике конденсированных сред.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. Global Advanced Material and Surfaces (GAMS) 2015, Dubai, Arab United Emirates.
2. III Conference on Problems of Dynamics, Particle Physics, Plasma Physics and Optoelectronics, Moscow: RUDN, 2016,.
3. The Third International Scientific Symposium “The Modeling of Nonlinear Processes and Systems” (MNPS-2015). Materials of the III-rd International Conference, STANKIN, Moscow, 2016.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 5 работ в рецензируемых отечественных и международных изданиях, список которых приводится в конце автореферата. Две статьи опубликованы в изданиях из перечня ВАК.

Личный вклад автора. Все основные результаты работы получены автором. В совместных работах с Ю. П. Рыбаковым последнему принадлежат постановка задачи и обсуждение результатов. Использованные материалы других авторов отмечены ссылками.

Структура и объём диссертации. Диссертация изложена на 71 страницах и состоит из Введения, трёх глав, заключения, 8 рисунков и списка литературы из 30 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, приведен краткий обзор ранее полученных результатов. Дано краткое содержание диссертации, сформулированы основные цели и задачи.

В первой главе дано описание киральной модели графена. В основе предлагаемого подхода лежит описание гибридных sp -состояний «свободного» электрона в решетке графена с помощью комбинации скалярного a_0 and векторного \mathbf{a} поля, соответствующих s -орбитальному и p -орбитальному состояниям «свободного» электрона соответственно. Эти два поля могут быть объединены в унитарную матрицу $U \in SU(2)$, рассматриваемую как параметр порядка данной модели, если принять длинноволновое приближение, т.е.

$$U = a_0 \boldsymbol{\tau}_0 + i \mathbf{a} \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\tau}_0$ - единичная 2×2 - матрица, а $\boldsymbol{\tau}$ - матрицы Паули с условием - $SU(2)$:

$$a_0^2 + \mathbf{a}^2 = 1 \quad (2)$$

Удобно построить путем дифференцирования кирального поля (1) так называемый левый киральный ток

$$l_\mu = U^+ \partial_\mu U \quad (3)$$

Индекс μ , пробегает значения $0, 1, 2, 3$ и обозначает производные по времени $x^0 = ct$ и по пространственным координатам $x^i, i = 1, 2, 3$. Тогда простейшая плотность лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} I Sp(l_\mu l^\mu) - \frac{1}{2} \lambda^2 \mathbf{a}^2 \quad (4)$$

и соответствует сигма-модельному подходу в теории поля с массовым членом. Здесь были введены постоянные параметры модели I and λ . Сравнивая плотность лагранжиана (4) с теорией Ландау-Лифшица, относящейся к квазиклассическому длинноволновому приближению в магнитной модели Гейзенберга, можно интерпретировать параметр I как обменную энергию между соседними атомами (поделенную на постоянную решетки).

Подставляя (3) в (4) и учитывая условие (2), получаем следующую лагранжеву плотность:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} I (\partial_\mu a_0 \partial^\mu a_0 + \partial_\mu \mathbf{a} \partial^\mu \mathbf{a}) - \frac{1}{2} \lambda^2 \mathbf{a}^2 \quad (5)$$

Для случая малых \mathbf{a} - возбудений уравнения движения, вытекающие из (5), принимают вид

$$\square \mathbf{a} - \left(\frac{\lambda^2}{I} \right) \mathbf{a} = 0$$

и приводят к закону дисперсии

$$\omega = k_0 c, k_0^2 = \mathbf{k}^2 + \frac{\lambda^2}{I}$$

который в высокочастотном приближении имеет линейную фотоноподобную форму.

Мы начинаем со статической одномерной конфигурации, относящейся к идеальной графеновой плоскости, нормальной к оси z . В этом случае параметр порядка имеет вид

$$U = \exp(i\psi\tau_3), \quad \psi = \psi(z)$$

Вторая глава посвящена изучению взаимодействия графена с внешним магнитным полем, параллельным поверхности графенового слоя. Для реализации эффекта sp -гибридизации в киральной модели графена было предложено использовать унитарную $SU(2)$ матрицу

$$V = a_0 \tau_0 + i \vec{a} \vec{\tau} = \begin{bmatrix} a_0 + i a_3 & i a_1 + a_2 \\ i a_1 - a_2 & a_0 - i a_3 \end{bmatrix}$$

рассматриваемую как параметр порядка. Для описания спиновых и квазиспиновых возбудений в графене, соответствующих независимым колебаниям двух треугольных подрешеток, мы используем два дираковских спинора ψ_1, ψ_2 и рассмотрим комбинированное спинорное поле $\Psi = \xi \otimes (\psi_1 \oplus \psi_2)$ в качестве нового параметра порядка, где ξ - первый столбец матрицы V

$$\xi = \begin{pmatrix} a_0 + i a_3 \\ i a_1 - a_2 \end{pmatrix}; \quad \xi^* = \begin{pmatrix} a_0 - i a_3 \\ -i a_1 - a_2 \end{pmatrix}$$

$$\xi \xi^* = a_0^2 + a_3^2 + a_1^2 + a_2^2 = a_0^2 + \mathbf{a}^2$$

Плотность лагранжиана модели \mathcal{L}

$$\mathcal{L} = \frac{I}{2} \overline{D_\mu \Psi} P D^\mu \Psi - \frac{\lambda^2}{2} j_\mu j^\mu \vec{a}^2 + i \mu_0 \overline{\Psi} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \Psi \vec{a}^2 - \frac{1}{16} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (6)$$

включает проектор $P = \gamma^\nu j_\nu$ на положительные энергетические состояния, где $j_\mu = \overline{\Psi} \gamma_\mu \Psi$, $\mu = 0, 1, 2, 3$, обозначает дираковский ток, $\overline{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma_0$. Модель содержит два постоянных параметра: обменную постоянную I решетки и некоторую характерную обратную длину $\sqrt{\lambda}$. Взаимодействие с электромагнитным полем реализуется через расширение производной: $D_\mu = \partial_\mu - ie_0 A_\mu \Gamma_e$, где e_0 - константа связи и $\Gamma_e = (1 - \tau_3)/2$ является оператором заряда, который выбирается в соответствии с естественным граничным условием на бесконечности: $a_0(\infty) = 1$. Однако дополнительный член взаимодействия типа Паули также должен быть добавлен, чтобы учесть магнитные моменты электронов. Здесь $\sigma_{\mu\nu} = [\gamma_\mu, \gamma_\nu]/4$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ и $\mu_0 > 0$ обозначает магнетон Бора, деленный на постоянную решетки в кубе.

Рассмотрим в качестве примера взаимодействие моно-атомного слоя углерода $z = 0$ со статическим однородным магнитным полем B_0 , ориентированным вдоль x -оси. Введем векторный потенциал $A_y = A(z)$, с напряженностью магнитного поля $B_x = B(z) = -A'(z)$ и естественным граничным условием на бесконечности $A \rightarrow B_0(z)$. Описанная модель допускает очевидную симметрию $\psi_1 \Leftrightarrow \psi_2$, γ_0 - инвариантность $\Psi \Rightarrow \gamma_0 \Psi$, а также дискретные симметрии $\psi_i \Leftrightarrow \psi_i^*$; $a_{2,3} \Rightarrow -a_{2,3}$. Таким образом, можно ввести киральный угол $\Theta(z): a_0 = \cos \Theta$, $a_1 = \sin \Theta$ и реальный 2-спинор $\varphi(z) = \text{col}(u, -u)$, где $\psi_1 = \psi_2 = \text{col}(\varphi, \varphi)$.

Исследуем поведение решения уравнений движения в области $z \rightarrow \infty$, где $A \approx -B_0 z$. Можно воспользоваться аналогией с механикой и записать соответствующее уравнение Гамильтона – Якоби для действия S . В первом приближении получим

$$S \approx \left(\frac{B_0}{4\pi} - \mu_0 - 8e_0 I U^2 \sin^2 \Theta \right) A \quad (7)$$

что позволяет вывести из структуры лагранжевых импульсов дифференциальное уравнение:

$$U' = 4U\Theta'tan\Theta \quad (8)$$

с очевидным интегралом $4U = \cos^{-4}\Theta$, учитывающим граничное условие $U(\infty) = 1/4$. Учитывая уравнения (8), получаем уравнение для $\Theta(z)$:

$$\frac{2\Theta'}{\sin 2\Theta} = e_0 A \approx -e_0 B_0 z$$

с решением вида:

$$\tan \Theta = \tan \Theta_0 \exp\left(-\frac{e_0}{2} B_0 z^2\right), \quad (9)$$

где Θ_0 обозначает константу интегрирования. Наконец, можно найти напряженность магнитного поля в асимптотической области $z \rightarrow \infty$:

$$B = -A' \approx B_0 - 2\pi e_0 I \Theta_0^2 \exp(-e_0 B_0 z^2) \quad (10)$$

Как видно из (10), обнаруживается эффект ослабления магнитного поля при положительном значении константы $e_0 I - 4\mu_0$. Этот эффект аналогичен эффекту лондоновского «экранирования», вызванного вторым членом в электромагнитном токе:

$$J_\mu = e_0 \text{Im}(\bar{\Psi} \Gamma_e \partial_\mu \Psi) - e_0^2 I j^2 (a_1^2 + a_2^2) A_\mu + 2i\mu_0 \partial^\nu (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi) \quad (11)$$

Ток (11) содержит кроме стандартного члена проводимости, диамагнитный ток и ток поляризации Паули. Как следует из (10), для отрицательного значения константы $e_0 I - 4\mu_0$ наблюдается парамагнитное поведение материала.

Для анализа решения в области $z \rightarrow 0$, $A \rightarrow 0$ мы можем представить напряженность магнитного поля в виде:

$$B = -A' = B_0 + 64 \pi \frac{\lambda^2}{B_0} U^2 \sin^2 \Theta \quad (12)$$

а также учтем соотношения, выражающие лагранжевы импульсы:

$$IU' = A \left(\mu_0 - 8 \frac{\lambda^2}{B_0} U \sin^2 \Theta \right); \quad I\Theta' = -2 \frac{\lambda^2}{B_0} A \sin \Theta \cos \Theta \quad (13)$$

Ввиду малости последнего члена в первом уравнении (13) можно положить $A \approx -B_0 z$ и вывести из второго соотношения (13) структуру кирального угла $\Theta(z)$:

$$\tan \Theta = k \exp \left[\frac{\lambda^2}{I} z^2 \right], \quad k = \tan \Theta(0) \quad (14)$$

Если считать, что в пределе сильного поля $\mu_0 B_0 \gg \lambda^2$, то из первого соотношения в уравнении (13) мы можем получить следующую структуру $U(z)$:

$$U = U_0 - \frac{\mu_0 B_0}{2I} z^2; \quad U_0 \equiv U(0) \quad (15)$$

Подставляя уравнения (14) и (15) в уравнение (12), мы можем легко найти напряженность магнитного поля в центральной области графеновой плоскости.

Третья глава посвящена изучению взаимодействия графена с внешним магнитным полем, ортогональным поверхности графеновой плоскости. Рассмотрим случай с ориентацией магнитного поля $\overline{B_0}$ вдоль z-оси. Используя цилиндрические координаты r, ϕ, z , мы вводим векторный потенциал $A_\phi = A$, с напряженностью магнитного поля $B_z = \partial_r(rA)/r$, $B_r = -\partial_z A$ и естественным граничным условием на бесконечности: $A(z \rightarrow \infty) = B_0 r/2$. Рассматриваемая модель допускает очевидную симметрию $\psi_1 \Leftrightarrow \psi_2$, γ_0 - симметрию $\Psi \Rightarrow \gamma_0 \Psi$, которая позволяет вводить 2- спинор φ , полагая $\psi_1 = \psi_2 = \text{col}(\varphi, \varphi)$, $\varphi = \text{col}(v, u)$. Чтобы упростить вычисления, предположим малость радиального магнитного поля: $B_r \ll B_z$. В этом приближении появляется новая дискретная симметрия: $\varphi \Rightarrow -\sigma_3 \varphi$, $v \Rightarrow -v$, $u \Rightarrow u^*$, $a_{2,3} \Rightarrow -a_{2,3}$, которая позволяет ввести киральный угол Θ : $a_0 =$

$\cos \Theta, a_1 = \sin \Theta$. Рассматриваем аксиально-симметричную конфигурацию:
 $u = u(r, z), \Theta = \Theta(r, z)$.

Анализ решения в области $\mathbf{z} \rightarrow \infty$ опирается на лагранжеву плотность

$$\mathcal{L} = -8I \left[R^2 (\partial_{\perp} \Theta)^2 + \frac{1}{4} (\partial_{\perp} R)^2 + e_0^2 R^2 A^2 \sin^2 \Theta \right] - 8\lambda^2 R^2 \sin^2 \Theta + 8\mu_0 R \sin^2 \Theta \frac{1}{r} \partial_r (rA) - \frac{1}{8\pi} \left[\frac{1}{r^2} (\partial_r (rA))^2 + (\partial_z A)^2 \right], \quad (16)$$

где введена новая переменная $R = u^2$, ∂_{\perp} обозначает дифференцирование относительно r и z . Уравнения движения, соответствующие (16), имеют вид:

$$I \left[\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r R) + \partial_z^2 R - 4R (\partial_{\perp} \Theta)^2 - 4e_0^2 R A^2 \sin^2 \Theta \right] = 2 \sin^2 \Theta \left[2\lambda^2 R - \mu_0 \frac{1}{r} \partial_r (rA) \right], \quad (17)$$

$$I \left[\frac{2}{r} \partial_r (r R^2 \partial_r \Theta) + 2 \partial_z (R^2 \partial_z \Theta) - e_0^2 R^2 A^2 \sin 2\Theta \right] = R \sin 2\Theta \left[\lambda^2 R - \mu_0 \frac{1}{r} \partial_r (rA) \right], \quad (18)$$

$$\frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r A) + \partial_z^2 A - \frac{A}{r^2} \right] = 16I e_0^2 R^2 A \sin^2 \Theta + 8\mu_0 \partial_r (R \sin^2 \Theta). \quad (19)$$

получаем неоднородные уравнения для $\zeta = R - 1/4$ и $\alpha = A - B_0 r^2 / 2$:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \zeta) + \partial_z^2 \zeta = (\partial_{\perp} \Theta)^2 + \left[\frac{1}{4} e_0^2 B_0^2 r^2 + \frac{1}{I} [\lambda^2 - 4\mu_0 B_0] \right] \Theta^2 \quad (20)$$

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \alpha) + \partial_z^2 \alpha - \frac{\alpha}{r^2} = 2\pi e_0 B_0 (e_0 I - 4\mu_0) r \Theta^2 \equiv \delta r \Theta^2 \quad (21)$$

с решением вида:

$$\zeta = \Theta_0^2 \exp(-2vr^2 - 2kz) N(r); \quad \alpha = \delta \Theta_0^2 \exp(-2vr^2 - 2kz) K(r) \quad (22)$$

где радиальные функции $N(r)$ и $K(r)$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$N''' + N' \left[\frac{1}{r} - 8vr \right] + N \left[2B_0 \left(e_0 - 8 \frac{\mu_0}{I} \right) + 4 \frac{\lambda^2}{I} + e_0^2 B_0^2 r^2 \right] =$$

$$\frac{1}{2} e_0^2 B_0^2 r^2 + e_0 B_0 + \frac{2}{I} (\lambda^2 - 3\mu_0 B_0) \quad (4.16)$$

$$K'' + K' \left[\frac{1}{r} - 8vr \right] + K \left[4\kappa^2 - 8v + 16v^2 r^2 - \frac{1}{r^2} \right] = r \quad (23)$$

Теперь оценим магнитную напряженность:

$$B_z = B_0 + b_z, \quad b_z = \frac{1}{r} \partial_r (r\alpha), \quad B_r = b_r = -\partial_z \alpha$$

Принимая во внимание, что в силу (23) при $r \rightarrow \infty$, $K \approx (e_0^2 B_0^2 r)^{-1}$, получаем

$$b_z = -2\pi(e_0 I - 4\mu_0) \Theta_0^2 \exp(-2vr^2 - 2\kappa z) \quad (24)$$

$$b_r = \frac{4\pi\kappa}{e_0 B_0 r} (e_0 I - 4\mu_0) \Theta_0^2 \exp(-2vr^2 - 2\kappa z) \quad (25)$$

Однако, при $r \rightarrow 0$, $K \approx \frac{r^3}{8}$, и поэтому напряженность магнитного поля становится следующей:

$$b_z = -\pi e_0 B_0 (e_0 I - 4\mu_0) \Theta_0^2 r^2 \exp(-2vr^2 - 2\kappa z) \quad (26)$$

$$b_r = \frac{\pi\kappa}{2} e_0 B_0 (e_0 I - 4\mu_0) \Theta_0^2 r^3 \exp(-2vr^2 - 2\kappa z) \quad (27)$$

Как видно из (24) - (27), в зависимости от знака множителя $e_0 I - 4\mu_0$ наш графеновый материал обнаруживает диамагнитное или парамагнитное поведение. Поэтому было бы интересно получить численные оценки для параметров модели. Ввиду принятых определений имеем

$$e_0 = \frac{e}{\hbar c}, \quad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2m_e c a^3}, \quad I = \frac{E_{exch}}{a}.$$

Анализ решения в области малых r и произвольных z . Позже будет показано, что это приближение справедливо в пределе малых полей $\Theta_0 \rightarrow 0$, что приводит к уравнению

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \alpha) + \partial_z^2 \alpha - \frac{\alpha}{r^2} = 2\pi r e_0 B_0 \sin^2 \theta [e_0 I - 4\mu_0 \tanh(vr^2 - \kappa z)] \equiv 2\pi r j \quad (28)$$

Решение уравнения (28), удовлетворяющее граничному условию $\alpha(r=0) = 0$, может быть найдено методом функции Грина:

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} ds \exp[is(z - z')] \int_0^r dr' r' j' [I_1(sr)K_1(sr') - K_1(sr)I_1(sr')] \quad (29)$$

где I_1 и K_1 суть модифицированные функции Бесселя мнимого аргумента. Приняв во внимание их асимптотическое поведение при $x \rightarrow 0$:

$$I_1(x) \approx x/2, \quad K_1(x) \approx x^{-1}$$

находим из (29), что для малых r :

$$\alpha(r, z) \approx \frac{\pi r^3 e_0 B_0}{4 \cosh^2(vr^2 - kz)} [e_0 I - 4\mu_0 \tanh(vr^2 - kz)] \quad (30)$$

Это доказывает парамагнитное поведение графена в центральной области, так как параметр μ_0 оказывается малым.

Когда мы учитываем уравнение для $R=1/4 + \zeta$, мы получаем следующий результат:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \zeta) + \partial_z^2 \zeta = \sin^2 \theta \left[\frac{2}{l} (\lambda^2 - 3e_0 B_0) + e_0 B_0 \left(1 + \frac{1}{2} e_0 B_0 r^2 \right) \right] \equiv J_1 \quad (31)$$

Решение уравнения (31) может быть также найдено методом функции Грина, подобно решению уравнения (28),

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_{-\infty}^{\infty} ds \exp[is(z - z')] \int_0^r dr' r' j_1' [K_0(sr)I_0(sr') - I_0(sr)K_0(sr')] \quad (32)$$

Принимая во внимание асимптотическое поведения функций Бесселя при $x \rightarrow 0$:

$$I_0(x) \approx 1 + x, \quad K_0(x) \approx \log[2/x]$$

мы можем найти из (32), что в центральной области

$$\zeta(r, z) \approx \frac{r^2}{4 \cosh^2(vr^2 + kz)} \left[\frac{2}{l} (\lambda^2 - 3e_0 B_0) + e_0 B_0 \left(1 + \frac{1}{2} e_0 B_0 r^2 \right) \right] \quad (33)$$

При помощи уравнения (33) можно проверить законность использованного приближения для центральной области в пределе слабых магнитных полей, если следующие сильные неравенства имеют место:

$$\lambda^2/l \gg e_0 B_0, \quad e_0 B_0 r^2 \ll 1, \quad \kappa^2 r^2 = 1$$

В Заключении сформулированы основные положения, выносимые на защиту:

1. Предложенная киральная модель графена дает нам возможность описать структуру ряби в реальном графене, что иллюстрирует нестабильность Мермина - Вагнера для двумерных конфигураций. Она также содержит очень простое кинковое решение для графеновой плоскости и решение для углеродной нанотрубки. Опираясь на 8 - спинорное обобщение киральной графеновой модели, мы рассмотрели спиновые и квазиспиновые возбуждения графенового слоя и его взаимодействие с однородным статическим магнитным полем. Была найдена структура магнитного поля приблизительно на большом расстоянии от слоя и в центральной области.

2. В частности, для случая внешнего магнитного поля, параллельного графеновому слою обнаруживается очевидный диамагнитный эффект: ослабление магнитного поля в графеновом образце. Что касается случая магнитного поля, ортогонального к графеновому слою, то наблюдается усиление магнитного поля в материале в центральной области (для малых r).

Цитированная литература

1* Rybakov Yu P: On chiral model of graphene//Solid State Phenomena, v.190. 2012, P.59-62.

2* Rybakov Yu P Spin excitations in chiral model of graphene//Solid State Phenomena, v.233-234. 2015, P.16-19.

Основные результаты диссертации опубликованы в нижеследующих работах.

В научных журналах, рекомендованных ВАК:

1. *Rybakov.Yu.P., M. Iskandar, A.B. Ahmed*, Magnetic excitations of graphene in 8 spinor-realization of chiral model // RUDN Journal of Mathematics, Information Physics [Bulletin of People's Friendship University of Russia (RUDN University). Series "Mathematics. Information Sciences. Physics"], 2017, Vol. 25, No. 3.
2. *Yu. P. Rybakov and M. Iskandar*. Magnetic Excitations in Chiral Graphene Model/Nonlinearity: Problems, Solutions, Applications. Vol. 1. Nova Science Publishers. 2017. Chapter ID_47056 (17 pages).

Другие публикации:

- 1.*Rybakov,Yu.P., M. Iskandar, A.B. Ahmed*, Magnetic excitation in chiral model of graphene // GAMS Dubai 2015. International Conference Proceedings, No.1, pp. 56-66.
- 2.*Rybakov.Yu.P. M. Iskandar, A.B. Ahmed*, Graphene interaction with an external magnetic field in the chiral model // LII Conference on Problems of Dynamics, Particle Physics, Plasma Physics and Optoelectronics, Moscow: RUDN, 2016, pp. 90-91.
- 3.*Yu. P. Rybakov, M. Iskandar*. Magnetic Excitations in Chiral Graphene Model//The Third Intern. Scientific Symposium "The Modeling of Nonlinear Processes and Systems" (MNPS-2015). Materials of the III-rd International Conference, STANKIN, Moscow, 2016, pp. 229-233 (М.: Янус-К, 2016. -392 с. ISBN 978-5-8037-0684-7).

АННОТАЦИЯ

Искандар Мухаммад

СПИНОРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КИРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ГРАФЕНА

Самая простая скалярная киральная модель графена, предложенная ранее, обобщается путем введения параметра порядка в виде 8-спинора для описания спиновых и магнитных возбуждений в графене. В качестве иллюстрации мы изучаем взаимодействие графенового слоя с внешним магнитным полем и находим ослабление поля в графене для случая магнитного поля, параллельного графеновому слою. Однако для случая магнитного поля, ортогонального к графеновому слою, предсказывается усиление магнитной напряженности в материале в центральной области (для малых r) и ее ослабление на больших расстояниях.

ABSTRACT

ISKANDAR MUHAMMAD

Spinor Realisation of Chiral Model of Graphene

The simplest scalar chiral model of graphene suggested earlier and based on the $SU(2)$ order parameter is generalized by including 8-spinor field as an additional order parameter for the description of spin (magnetic) excitations in graphene. As an illustration, we study the interaction of the graphene layer with the external magnetic field and find the weakening of the field inside the graphene for the case of the magnetic field parallel to the graphene plane. However, for the case of the magnetic field orthogonal to the graphene plane, the strengthening of the magnetic intensity inside the material is predicted in the central domain (at small r) and its weakening at large r .

