



На правах рукописи

Абяз

Аббязов Ренат Рашидович

**Поздняя инфляция в киральной
космологической модели с темной энергией**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

4 АПР 2013

Ульяновск – 2013

Работа выполнена на кафедре физики физико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова».

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,
профессор
Червон Сергей Викторович*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук,
профессор, ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы»,
руководитель Центра гравитации и фундаментальной метрологии
Мельников Виталий Николаевич,
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау
Каменщик Александр Юрьевич*

Ведущая организация: *ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) Федеральный Университет»*

Защита состоится 18 апреля 2013 г. в 15³⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.203.34 при ФГБОУ ВПО «Российский университет дружбы народов», расположенном по адресу: 115419, г. Москва, ул.Орджоникидзе, д.3, зал №1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Российский университет дружбы народов» по адресу: 117198, г. Москва, ул. Миклуто-Маклая, д.6.

Автореферат разослан «_____» _____ 2013 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,

кандидат физико-математических наук



Попова В.А.

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Важной задачей современной космологии является объяснение ускоренного расширения Вселенной и образование ее крупномасштабной структуры, для решения которой были предложены модели с космологической постоянной, скалярными полями, обобщенной гравитации.

В последнее время [9] рассматриваются модели с взаимодействующими скалярными полями, темной энергией и темной материей и инфлатоном. Нелинейные сигма модели с потенциалом взаимодействия (киральные космологические модели (ККМ)), являясь обобщением моделей с одним скалярным полем, способны охватить широкий класс моделей с квинтэссенцией, фантомами, квинтомными полями [10]. В них присутствует взаимодействие не только через потенциал, но и через метрику внутреннего пространства скалярных полей, что открывает широкие возможности для приложения таких моделей к описанию различных эпох, начиная от инфляционной стадии и заканчивая формированием крупномасштабной структуры и переходом к ускоренному расширению. Таким образом, можно ожидать что ККМ с несколькими скалярными полями будут вносить изменения в сценарии эволюции Вселенной, описываемые ранее предложенными моделями.

На основании вышесказанного подтверждается актуальность задач, решаемых в диссертационном исследовании: решение задач об эволюции Вселенной, содержащей скалярные поля ККМ, на современной стадии, характеризующейся наличием барионной и темной материи, а также излучения, и влиянии на формирование крупномасштабной структуры полей ККМ.

Поскольку нахождение точных решений космологических уравнений для многокомпонентной системы, включающей материю, радиацию и скалярные поля, представляется сложной задачей, то в работе были предложены спосо-

бы, позволяющие обойти трудности, возникающие в подходе, основанным на поиске точных решений.

Цель диссертационной работы

Целью работы является разработка новых методов исследования ККМ применительно к современной стадии эволюции Вселенной и изучение особенностей эволюции Вселенной при наличии кинетического взаимодействия между скалярными полями ККМ. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи

1. Вывод фоновых и возмущенных полевых уравнений, уравнений Эйнштейна, закона сохранения тензора энергии импульса ККМ.
2. Разработка приближенных методов решения уравнений ККМ с последующей реконструкцией коэффициентов метрики ККМ и потенциала самодействия.
3. Разработка численных методов решения уравнений ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью и постановка соответствующих начальных условий.
4. Проведение сопоставления предложенных киральных космологических моделей с наблюдательными данными и сравнения особенностей эволюции компонент модели с Λ CDM моделью.

Научная новизна

1. Разработаны новые численные и аналитические методы решения класса систем уравнений ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью, описывающих эволюцию Вселенной.
2. Разработанные методы применены к моделям, описывающим два киральных поля с потенциалом взаимодействия, содержащим материю.

3. Построены модели, в которых Вселенная выходит на ускоренное расширение под действием кирального поля, описывающего темную энергию.

Практическая значимость

Разработанные в рамках данной работы аналитический и численный методы решения уравнений ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью, описывающие эволюции Вселенной на позднем этапе может быть использован для исследования моделей, описывающих Вселенную на этапах эволюции, отличных от рассмотренных в настоящей работе, а также решения различных задач в гравитации и астрофизике.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1. Построение ККМ моделей, альтернативных Λ CDM, потенциально способных преодолеть недостатки Λ CDM модели и хорошо согласующиеся с современными наблюдательными данными.
2. Решение уравнений Эйнштейна и полевых уравнений ККМ, единым образом описывающей темную энергию и темную материю, в приближениях ранней и поздней Вселенной и проведение сравнения эволюции соответствующих компонент в Λ CDM модели.
3. Реконструкция зависимости от скалярного поля метрического коэффициента кирального пространства и потенциала самодействия ККМ.
4. Постановка начальных условий для компонент ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью, в эпоху преобладания нерелятивистской материи, с последующим численным решением системы фоновых и возмущенных уравнений Эйнштейна и полевых уравнений модели.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики УлГПУ, Центра гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС, Кафедры теории относительности и гравитации КФУ, Кафедры Теоретической физики РУДН и международных конференциях

- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2011» (Москва, 2011 г.)
- 14 Российская гравитационная конференция — Международная научная конференция по гравитации, космологии и астрофизики RUSGRAV-14 (Ульяновск, 2011 г.)
- Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2012» (Москва, 2012 г.)
- Российская летняя школа-семинар GRACOS-2012 «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» (Яльчик, 2012 г.)

Публикации

По теме диссертации опубликовано 8 работ. Из них 3 - статьи в научных журналах, рекомендованных ВАК [1–3], 5 - тезисы докладов международных конференций [4–8].

Личный вклад автора

Основные результаты, включенные в диссертацию, получены лично автором. В исследованиях, выполненных совместно с научным руководителем, доктору физико-математических наук, профессору С. В. Червону принадлежат постановка задачи, контроль расчетов и обсуждение результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация изложена на 106 страницах и состоит из введения, трех глав, заключения, приложения, 13 рисунков и списка цитированной литературы, включающего 78 наименований.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1 содержит обзор моделей, описывающих современный этап эволюции Вселенной. Также в главе 1 содержится описание нелинейных сигма-моделей (киральных космологических моделей), приведены фоновые и возмущенные уравнения.

Согласно современным наблюдательным данным Вселенная является однородной и изотропной и описывается метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) d\sigma^2, \quad (1)$$

где $g_{\mu\nu}$ метрический тензор, $a(t)$ — масштабный фактор, зависящий от космического времени t , и $d\sigma^2$ — метрика 3-мерного пространства-времени с постоянной кривизной K

$$d\sigma^2 = \gamma_{ij} dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

Здесь значения $K = +1, -1, 0$ соответствуют замкнутой, открытой, и плоской Вселенной соответственно. Также мы используем здесь полярные координаты $(x^1, x^2, x^3) = (r, \theta, \phi)$ с коэффициентами метрики $\gamma_{11} = (1 - Kr^2)^{-1}$, $\gamma_{22} = r^2$ и $\gamma_{33} = r^2 \sin^2 \theta$.

Характер эволюции Вселенной и составляющих ее компонент материи определяется уравнениями Эйнштейна

$$G_{\nu}^{\mu} = 8\pi G T_{\nu}^{\mu}, \quad (2)$$

где $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ — тензор Эйнштейна, T_{ν}^{μ} — тензор энергии-импульса компонент материи. Левая часть уравнения (2) характеризует геометрию пространства-времени, связанную с кривизной $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, а правая часть — энергии и импульсы компонент материи. В настоящей работе рассматривается плоская Вселенная $K = 0$, поскольку именно такая пространственная геометрия наилучшим образом согласуется с современными наблюдениями.

При рассмотрении уравнений, характеризующих эволюцию Вселенной, обычно вводится так называемый параметр Хаббла $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$, характеризующий темп, с которым эволюционирует Вселенная. В пространстве-времени с метрикой Фридмана (1) материя рассматривается в виде идеальной жидкости с тензором энергии-импульса в виде

$$T_{\nu}^{\mu} = (\rho + p) u^{\mu} u_{\nu} + p \delta_{\nu}^{\mu},$$

где $u^{\mu} = (-1, 0, 0, 0)$ — 4-скорость идеальной жидкости в сопутствующей системе отсчета и ρ, p являются функциями t . Компоненты тензора энергии-импульса с индексами (00) и (ij) описывают плотность энергии и давление идеальной жидкости $T_0^0 = -\rho, T_j^i = p \delta_j^i$. С учетом вышесказанного можно записать тензорные уравнения Эйнштейна (2) в виде

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{K}{a^2}, \quad (3)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -8\pi G p - \frac{K}{a^2}. \quad (4)$$

Исключая из полученной системы уравнений слагаемое K/a^2 , получим уравнение, которое дает основание для заключения об ускоренном или замед-

ленном расширении Вселенной

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (5)$$

Кроме того выполняется закон сохранения тензора энергии-импульса $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$, записываемый в компонентах как

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (6)$$

Также необходимо отметить, что это уравнение может быть получено из уравнения Эйнштейна (3), обычно именуемого уравнением Фридмана.

Чтобы перейти к описанию космологической эволюции Вселенной и компонент вещества, заполняющих её, запишем уравнение Фридмана (3) в виде

$$\Omega_M + \Omega_K = 1, \quad (7)$$

где

$$\Omega_M \equiv \frac{8\pi G\rho}{3H^2}, \quad \Omega_K \equiv -\frac{K}{(aH)^2}. \quad (8)$$

Обычно рассматривают значения Ω по отношению к настоящему моменту времени, хотя возможен и подход, основанный на рассмотрении значений Ω , отвечающих некоторому начальному моменту времени t_i . В настоящей работе рассматриваются оба подхода. Уточним, что мы будем понимать под индексами M и K . Принято считать, что Вселенная заполнена релятивистскими частицами, нерелятивистской материей, и гипотетической темной энергией. Также возможен учет кривизны пространства-времени. Т. о. указанные компоненты описываются величинами

$$\Omega_{r0} = \frac{8\pi G\rho_{r0}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{m0} = \frac{8\pi G\rho_{m0}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{DE0} = \frac{8\pi G\rho_{DE0}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{K0} = -\frac{K}{(a_0 H_0)^2}.$$

Под релятивистскими частицами понимаются фотоны, обозначаемые индексом γ , или, если учитывается вклад релятивистских нейтрино, то релятивистским частицам приписывается индекс r . Нерелятивистские частицы с

индексом m описывают обычную барионную материю с индексом b , а также холодную темную материю cdm . И, как следует из современных наблюдательных данных, во Вселенной с необходимостью присутствует компонента темной энергии DE . Если в качестве модели темной энергии рассматривается, например, модель с космологической постоянной Λ , то вместо индекса DE используется индекс Λ . Здесь нашей целью является рассмотрение плоской Вселенной (Ω_K) (согласно [11] $-0.0175 < \Omega_{K0} < 0.085$ на уровне достоверности 95%). Чтобы продвинуться далее в рассмотрении эволюции Вселенной, нам нужно рассмотреть поведение отдельных компонент материи в зависимости от времени. Для этого рассмотрим закон сохранения тензора энергии-импульса (6) для компоненты с уравнением состояния в виде $\omega \equiv p/\rho$. Если параметр уравнения состояния ω является постоянным, то мы можем найти зависимость a и ρ в зависимости от времени t в плоской Вселенной Ω_K . Решая уравнения (3) и (6), получим

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}, \quad a \propto (t - t_i)^{2/(3(1+\omega))} \quad (9)$$

Как из известно из статистической механики, уравнение состояния радиации имеет вид $\omega = 1/3$, поэтому характер эволюции Вселенной, заполненной радиацией определяется соотношениями $\rho \propto a^{-4}$ и $a \propto (t - t_i)^{1/2}$. Нерелятивистская материя отвечает материи с давлением, пренебрежимо малым по сравнению с плотностью энергии, по этой причине ее иногда называют пылевидной материей. Такой материи соответствуют законы эволюции $\rho \propto a^{-3}$ и $a \propto (t - t_i)^{2/3}$.

Переход Вселенной от замедленного расширения к ускоренному определяется сменой знака $\ddot{a}$. Такой переход осуществляется, если уравнение состояния вещества, возможно состоящего из нескольких компонент, заполняющего Вселенную, удовлетворяет соотношениям, следующим из (5),

$$p < -\rho/3, \quad \rightarrow \quad \omega < -1/3, \quad (10)$$

где ρ предполагается положительной. Одной из самых известных моделей, адекватно описывающих эволюцию вселенной, является Λ CDM модель, в которой в роли темной энергии выступает вещество с уравнением состояния типа (10), а именно космологическая постоянная с $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$. Эта модель обладает, однако, рядом проблем, которые побуждают рассматривать модели с более общим уравнением состояния темной энергии. Одним из направлений является изучение моделей со скалярными полями, и, в частности, киральных космологических моделей, которым и посвящено настоящее диссертационное исследование.

Предположим для простоты, что параметр уравнения состояния темной энергии ω_{DE} является постоянным, тогда из (6) получим выражение для плотности энергии темной энергии

$$\rho_{DE} = \rho_{DE0}(1+z)^{3(1+\omega_{DE})}, \quad 1+z = \frac{a}{a_0}, \quad a_0 = 1.$$

Рассматривая модель с релятивистской и нерелятивистской материей и темной энергией, получим выражение для параметра Хаббла

$$E(z) \equiv \frac{H}{H_0} = \left[\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{DE}(1+z)^{3(1+\omega_{DE})} \right]^{1/2}.$$

Используя соотношение $dt = -dz/[(1+z)H]$ можно выразить возраст Вселенной как

$$t_0 = H_0^{-1} \int_0^\infty \frac{dz}{E(z)(1+z)}.$$

Для случая плоской Вселенной с $\Omega_{K0} = 0$ с пренебрежимо малым вкладом релятивистской материи в современную эпоху и темной энергией с $\omega_{DE} = -1$, оказывается возможным найти аналитическое выражение для интеграла

$$t_0 = \frac{H_0^{-1}}{3\sqrt{1-\Omega_{m0}}} \ln \left(\frac{1+\sqrt{1-\Omega_{m0}}}{1-\sqrt{1-\Omega_{m0}}} \right), \quad (11)$$

где использовано соотношение $\Omega_{DE0} + \Omega_{m0} = 1$. В пределе $\Omega_{DE0} \rightarrow 0$ получим возраст Вселенной заполненной исключительно нерелятивистской материей

$$t_0 = \frac{2}{3} H_0^{-1}.$$

С использованием значений $\frac{1}{H_0} = 9.78 \cdot 10^9 h^{-1} y$ и $h = 0.72 \pm 0.08$ возраст Вселенной без космологической постоянной будет находиться в пределах $8.2 \text{ Gyr} < t_0 < 10.2 \text{ Gyr}$. В то же время оценки возраста шаровых скоплений в Млечном Пути дают нижнюю границу в 11 Gyr ($1 \text{ Gyr} = 10^9 \text{ лет}$, $1 y = 1 \text{ год}$). В этом случае получается противоречие между возрастом Вселенной и старейших шаровых скоплений.

Эта проблема может быть решена введением темной энергии в модель Вселенной. Из вида уравнения (11) следует, что возраст Вселенной возрастет при убывании Ω_{m0} . Чтобы возраст Вселенной превышал значение нижней границы для возраста шаровых скоплений должно выполняться ограничение для вклада нерелятивистской материи в критическую плотность $0 < \Omega_{m0} < 0.55$. С использованием ограничений на возраст Вселенной, описываемой Λ CDM моделью, полученные по результатам работы спутника WMAP7 [11] $t_0 = 13.73 \pm 0.12 \text{ Gyr}$ найдем ограничения $0.245 < \Omega_{m0} < 0.261$ для $h = 0.72$.

Как следует из вышесказанного, в рамках Λ CDM модели удастся предложить описание эволюции Вселенной, находящееся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Однако в этой модели существует фундаментальная проблема — проблема тонкой настройки. Для того чтобы объяснить ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху с помощью космологической постоянной мы должны потребовать чтобы Λ по порядку величины совпадала с H_0^2 . Предположив, что плотность энергии берется из вакуумной энергии $\langle \rho \rangle$ пустого пространства, мы обнаружим, что оценка плотности вакуумной энергии $\rho_{vac} \simeq 10^{74} \text{ GeV}$ значение отличается от полученного из урав-

нения Фридмана на 121 порядок. Этот факт известен как проблема тонкой настройки.

С целью преодоления указанной проблемы были разработаны модели с динамической космологической постоянной, с обобщенными теориями скалярного поля и гравитации.

Среди всех классов моделей темной энергии представляют особый интерес модели со скалярными полями и модели с взаимодействующими скалярными полями. ККМ благодаря наличию внутреннего пространства (т. н. пространства целей) способны охватить широкий класс моделей, обобщая как модели с квинтэссенцией, фантомными, так и с квинтомными полями.

Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля Вселенной киральную космологическую модель [12] и идеальную космическую жидкость. Такая модель является обобщением моделей синглетного скалярного поля при наличии холодной темной материи (космической пыли), описываемой идеальной жидкостью, и задается действием вида

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} h_{AB} \partial_\mu \varphi^A \partial_\nu \varphi^B - V(\varphi^C) \right) + S_{(pf)} \quad (12)$$

Здесь $S_{(pf)}$ соответствует действию идеальной жидкости, $h_{AB} = h_{AB}(\varphi^C)$ — метрика кирального пространства, компоненты которой зависят от киральных полей φ^C . Частные производные от них по координатам записаны в сокращении: $\frac{\partial \varphi^A}{\partial x^\mu} = \partial_\mu \varphi^A$, $g_{\mu\nu}(x^\alpha)$ — метрика пространства-времени, греческие индексы $\alpha, \mu, \dots$ пробегают значения от 0 до 3, латинские заглавные индексы $A, B, \dots$ — пробегают значения от 1 до N и фактически нумеруют киральные поля. Ясно, что N соответствует размерности кирального пространства (или пространства целей).

Учитывая гравитационное взаимодействие, запишем уравнения Эйнштей-

на для рассматриваемой модели:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{1}{M_P^2}(T_{\mu\nu}^{(\sigma)} + T_{\mu\nu}^{(pf)}). \quad (13)$$

Тензор энергии-импульса (ТЭИ), из которого определяются плотность энергии и давление скалярных полей ККМ имеет вид

$$T_{\mu\nu}^{(\sigma)} = h_{AB}\partial_\mu\varphi^A\partial_\nu\varphi^B - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}g^{\rho\sigma}h_{AB}\partial_\rho\varphi^A\partial_\sigma\varphi^B + V(\varphi^C)\right). \quad (14)$$

где h_{AB} – метрика кирального пространства, линейный элемент которого

$$ds_\sigma^2 = h_{AB}(\varphi^C)d\varphi^Ad\varphi^B. \quad (15)$$

В настоящей работе мы ограничиваемся двух-компонентными моделями, когда киральное пространство – двухмерное, а его метрика h_{AB} является функцией двух полей $\varphi^1 = \varphi$ и $\varphi^2 = \chi$.

Наряду с уравнениями Эйнштейна (13) следует использовать динамические уравнения НСМ [13]

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}h_{AB}\partial_\nu\varphi^Bg^{\mu\nu}) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{BC}}{\partial\varphi^A}\partial_\mu\varphi^B\partial_\nu\varphi^Cg^{\mu\nu} - \frac{\partial V}{\partial\varphi^A} = 0. \quad (16)$$

Уравнение Фридмана с учетом плотности холодного темного вещества ρ_m принимает следующий вид:

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2}\left[\rho_m + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 + V(\varphi, \chi)\right]. \quad (17)$$

Таким образом, в такой модели предполагается описывать темную энергию с помощью по крайней мере одного из скалярных (киральных) полей φ . Вклады в плотность вещества во Вселенной холодной темной материи и темной энергии (полей темного сектора DS), описываемой киральными полями, зависят от времени

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\frac{3H^2}{8\pi G}} = \frac{\rho_m}{\rho_{\text{crit}}}, \quad \Omega_{DS} = \frac{1}{\frac{3H^2}{8\pi G}}\left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 + V\right) = \frac{\rho_{DS}}{\rho_{\text{crit}}}.$$

Также в настоящей работе рассматриваются возмущенные уравнения для киральной космологической модели ($\varphi(t) = \varphi_0(t) + \delta\varphi(t, \bar{x})$, $\chi(t) = \chi_0(t) + \delta\chi(t, \bar{x})$), которые в продольной калибровке

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi)dt^2 + (1 - 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (18)$$

сводятся к возмущенным уравнениям киральных полей [14].

Решив систему уравнений для полей, их возмущений и масштабного фактора, мы сможем рассчитать важные величины, которые характеризуют эволюцию возмущений во Вселенной.

Во второй главе рассмотрен подход к решению космологических уравнений, основанный на анализе поведения кинетических коэффициентов ККМ в зависимости от масштабного фактора с последующей реконструкцией функциональной зависимости коэффициентов метрики кирального пространства и потенциала самодействия.

Рассмотрим систему уравнений Эйнштейна и полевых уравнений двумерной киральной модели с $h_{11} = \text{const}$, $h_{22} = f(\varphi)$

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 + V(\varphi, \chi) \right], \\ \dot{H} &= -8\pi G \left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 \right], \\ \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - \frac{1}{2h_{11}}\frac{dh_{22}}{d\varphi}\dot{\chi}^2 + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial V}{\partial\varphi} &= 0, \\ \ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + \frac{1}{h_{22}}\frac{dh_{22}}{d\varphi}\dot{\varphi}\dot{\chi} + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial V}{\partial\chi} &= 0. \end{aligned}$$

Можно заметить, что при $V = \text{const}$ из четвертого уравнения получается решение для второго скалярного поля $\dot{\chi}^2 = \frac{2C}{h_{22}^2 a^6}$, а такая модель будет описывать Вселенную с монотонно возрастающим масштабным фактором, что представляется неприемлемым с феноменологической точки зрения. Если же добавить в модель пылевидную материю и радиацию, то сложность решения возрастет многократно.

В связи с трудностями, с которыми приходится сталкиваться в методе точных решений, наше внимание привлекла работа [15], в которой был предложен анзац для кинетических энергий скалярных полей.

Рассмотрим двумерную киральную модель с потенциалом самодействия, зависящего только от одного поля $V = V(\varphi)$. В этом случае решение, найденное для $\dot{\chi}$ остается в силе

$$\dot{\chi}^2 = \frac{2C}{h_{22}^2 a^6} \quad \text{или, эквивалентно} \quad \frac{1}{2} h_{22} \dot{\chi}^2 = \frac{C}{h_{22} a^6},$$

а первое поле с анзацем простейшего вида $\frac{1}{2} h_{11} \dot{\varphi}^2 = B = \text{const}$ будет описывать вещество с переменным уравнением состояния. Благодаря такой модификации исходной модели мы получим более содержательную динамику эволюции.

Если $h_{22} \sim a^{-3}$, то $h_{22} \dot{\chi}^2 \sim a^{-3}$ — такое поведение можно приписать пылевидной (темной) материи.

Рассмотрев закон сохранения тензора энергии-импульса для киральных полей, мы установим зависимость потенциала, плотности энергии и давления киральных полей. После этого мы сможем найти выражение для параметра Хаббла, позволяющее провести сопоставление с современными наблюдательными данными и найти значения параметров, введенных в анзаце для кинетических коэффициентов, наилучшим образом соответствующие этим данным. После проведения процедуры сопоставления с экспериментальными данными мы сможем проанализировать динамику эволюции Вселенной, описываемой введенной здесь σ CDM модели, динамику эволюции компонент этой модели и обсудить отличия от Λ CDM модели.

Приведем результат, полученный для параметра Хаббла

$$\tilde{H}^2 = \Omega_{\sigma\Lambda} - 6\tilde{B} \ln a + \Omega_{\sigma cdm0} a^{-3} + \Omega_{b0} a^{-3} + \Omega_{r0} a^{-4}, \quad (19)$$

где

$$\tilde{B} = \frac{B}{\rho_c}, \quad \tilde{C} = \frac{C}{\rho_c}, \quad \tilde{\Lambda} = \frac{\Lambda}{\rho_c}, \quad \tilde{H}^2 = \frac{H^2}{H_0^2}. \quad (20)$$

Для нахождения значений параметров, обеспечивающих наилучшее (best-fit) согласие с экспериментальными данными, необходимо минимизировать функцию $\chi_{joint}^2 = \chi_{SN}^2 + \chi_{BAO}^2 + \chi_{CMB}^2$, зависящую от параметра Хаббла и входящих в него параметров. Здесь индекс «SN» соответствует наблюдениям за сверхновым Ia типа, «BAO» — информации по барионным акустическим осцилляциям, «CMB» — информации по анизотропии микроволнового фонового (реликтового) излучения.

Кроме того, мы, рассмотрев приближения поздней и ранней Вселенной, проводим реконструкцию — восстановление функциональной зависимости от полей киральной метрики h_{22} и потенциала V . Например для ранней Вселенной, в которой доминирует релятивистская материя, реконструированные выражения для потенциала и киральной метрики будут иметь вид

$$V = V_0 - 3B \ln \left[\frac{H_0 \sqrt{2\Omega_{r0}}}{\sqrt{\tilde{B}}} (\varphi - \tilde{\varphi}_{early}) \right] + C \left[\frac{H_0 \sqrt{2\Omega_{r0}}}{\sqrt{\tilde{B}}} (\varphi - \tilde{\varphi}_{early}) \right]^{-3/2}.$$

$$h_{22} = \left(\frac{H_0 \sqrt{2\Omega_{r0}}}{\sqrt{\tilde{B}}} (\varphi - \tilde{\varphi}_{early}) \right)^{-3/2}.$$

где $\tilde{\varphi}_{early} = \varphi(a = a_i) - \frac{\sqrt{\tilde{B}}}{H_0 \sqrt{2\Omega_{r0}}} a_i^2 = \varphi(a = a_i) + const$, $V_0 = \Lambda - B$.

Полученные результаты представляются полезными применительно к подходу с использованием точных решений, когда приходится привлекать дополнительные соображения относительно зависимости от киральных полей киральной метрики и потенциала.

Глава 3 содержит переход к новым переменным и постановку задачи численного решения.

Как было указано выше, система уравнений для скалярных полей, взаимодействующих с идеальной жидкостью является исключительно сложной для нахождения точных решений. Поэтому одним из основных методов привлекаемых для решения таких уравнений, стал метод основанный на использовании численных решений. В настоящей работе мы впервые рассматриваем применение численных методов к киральной космологической модели. Кроме того, основываясь на работе [16], мы предлагаем особый способ постановки начальных условий. Будем приписывать индекс i начальному значению какой-либо величины. Вклад со стороны полей темного сектора в плотность вещества во Вселенной в начальный момент времени t_i определяется соотношением

$$1 - \Omega_{mi} = \Omega_{DSi} = \frac{8\pi G}{3H_i^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}_i^2 + \frac{1}{2}h_{22}\chi_i^2 + V_i \right).$$

Для того чтобы осуществить численное интегрирование, по аналогии с работой [16], переходим к новым переменным по правилу

$$\begin{aligned} s &= \frac{a}{a_i}, \quad \rho = \rho_0 a^{-3} = \rho_{mi} s^{-3}, \quad \Omega_{mi} = \frac{8\pi G \rho_{mi}}{3H_i^2}, \quad \rho = \frac{3H_i^2 \Omega_{mi} s^{-3}}{8\pi G}, \\ \bar{V} &= V_0 M_P^{-2} H_i^{-2} \exp\left(-\sqrt{\lambda} M_P^{-1} \varphi_{0i}\right) = V_0 M_P^{-2} H_i^{-2} \exp\left(-\sqrt{\lambda} M_P^{-1} \chi_{0i}\right), \\ y &= \frac{\varphi_0 - \varphi_{0i}}{M_P}, \quad M_P^2 = \frac{1}{8\pi G}, \quad x = H_i(t - t_i), \\ \llcorner \gg &= \frac{d}{dx}, \quad \Phi_N = \frac{\Phi}{\Phi_i}, \quad \delta y = \frac{\delta \varphi}{\Phi_i M_P}, \quad \bar{k} = k/H_0, \quad \beta = \frac{1}{s_0^2}. \end{aligned}$$

Тогда, например, одно из уравнений Эйнштейна примет вид

$$\frac{s''}{s} = -\frac{1}{2} \left[\Omega_{mi} s^{-3} + \frac{1}{3} \left(2y'^2 + 2h_{22}z'^2 - 2\bar{V}e^{-\sqrt{\lambda}y} - 2\bar{V}e^{-\sqrt{\lambda}z} \right) \right]. \quad (21)$$

Постановку начальных для скалярных полей и их производных условий проводим, основываясь на подходе [16], где начальные значения производных скалярных полей и потенциалов полей выражаются через начальные

значения Ω_{mi} и ω_{DSi} . Параметр уравнения состояния полей темного сектора выбирается очень близким к -1 и Вселенная на ранней стадии эволюции ($a_i = 10^{-3}$) считается практически полностью состоящей из пылевидной материи с уравнением состояния $p = 0$. Решив систему уравнений, состоящую из фоновых и возмущенных уравнений, мы сможем найти ключевые параметры, описывающей эволюцию Вселенной и характеризующие образование крупномасштабной структуры.

Возмущенные уравнения для киральной космологической модели получаются если рассмотреть возмущения скалярных полей, зависящие не только от времени, но и от пространственных координат

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + \delta\varphi(t, \mathbf{x}) \quad \chi(t) = \chi_0(t) + \delta\chi(t, \mathbf{x})$$

в продольной калибровке

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi)dt^2 + (1 - 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j \quad (22)$$

сводятся к возмущенным уравнениям киральных полей [14]

$$\begin{aligned} \delta\ddot{\varphi} + 3H\delta\dot{\varphi} - \frac{\nabla^2}{a^2}\delta\varphi - 4\dot{\Phi}\dot{\varphi} + 2\Phi\frac{\partial V}{\partial\varphi} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 h_{22}}{\partial\varphi^2}\delta\varphi\dot{\chi}^2 \\ - \frac{\partial h_{22}}{\partial\varphi}\delta\dot{\chi}\dot{\chi} + \frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}\delta\varphi + \frac{\partial^2 V}{\partial\varphi\partial\chi}\delta\chi = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \delta\ddot{\chi} + 3H\delta\dot{\chi} - \frac{\nabla^2}{a^2}\delta\chi - 4\dot{\Phi}\dot{\chi} + \frac{2\Phi}{h_{22}}\frac{\partial V}{\partial\chi} + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial^2 h_{22}}{\partial\varphi^2}\delta\varphi\dot{\varphi}\dot{\chi} \\ + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial h_{22}}{\partial\varphi}\delta\dot{\varphi}\dot{\chi} - \frac{1}{h_{22}^2}\left(\frac{\partial h_{22}}{\partial\varphi}\right)^2\delta\varphi\dot{\varphi}\dot{\chi} - \frac{1}{h_{22}^2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\varphi}\frac{\partial V}{\partial\chi}\delta\varphi + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial h_{22}}{\partial\varphi}\dot{\varphi}\delta\dot{\chi} \\ + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi\partial\chi}\delta\varphi + \frac{1}{h_{22}}\frac{\partial^2 V}{\partial\chi^2}\delta\chi = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

и возмущенным уравнениям на гравитационное поле [14]

$$2\left(-3H\left(H\Phi + \dot{\Phi}\right) + \nabla^2\Phi\right) = 8\pi G\left(\delta T_0^0 - \delta\rho_m\right). \quad (25)$$

$$\ddot{\Phi} + 4H\dot{\Phi} + \left(2\frac{\ddot{a}}{a} + H^2\right)\Phi =$$

$$= \frac{1}{2}8\pi G \left[\frac{1}{2} \frac{\partial h_{22}}{\partial \varphi} \delta\varphi \dot{\chi}^2 + \dot{\varphi} \delta\dot{\varphi} + h_{22} \dot{\chi} \delta\dot{\chi} - \Phi \dot{\varphi}^2 - \Phi h_{22} \dot{\chi}^2 - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \delta\varphi - \frac{\partial V}{\partial \chi} \delta\chi \right] \quad (26)$$

В **Заключении** приводятся основные результаты диссертационной работы и степень их обоснования.

Основные результаты

1. С помощью предложения анзаца специального вида для кинетических коэффициентов полей ККМ показано, что в рамках ККМ возможно описание темной энергии и темной материи.
2. Методом реконструкции найдены выражения для коэффициента киральной метрики и потенциала самодействия ККМ с использованием приближения ранней и поздней Вселенной.
3. Численными методами при задании начальных условий специального вида проинтегрированы фоновые и возмущенные уравнения Эйнштейна и полевые уравнения. Рассмотрены σ qCDM и σ QCDM модели. Проведено сравнение с Λ CDM моделью.

Список публикаций

1. Abbyazov R. R., Chervon S. V. Interaction of Chiral Fields of the Dark Sector with Cold Dark Matter // Gravitation and Cosmology. — 2012. — Vol. 18, no. 4. — P. 262–269.
2. Аббязов Р. Р., Червон С. В. Киральная космологическая модель, включающая темную энергию и темную материю // Вестник Российского уни-

верситета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. — 2013. — № 2.

3. Abbyazov R. R., Chervon S. V. Unified dark matter and dark energy description in a chiral cosmological model // Modern Physics Letters A. — 2013. — Vol. 28, no. 8. — P. 1350024.

Материалы международных научных конференций

4. Р.Р.Аббязов. Космологические сигма-модели и темная энергия // Материалы докладов XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» Секция «Физика». — Т. 2. — Физический факультет МГУ, 2011. — С. 127.
5. Р.Р.Аббязов. Проявление темной энергии в двухкомпонентной нелинейной сигма-модели при наличии космической пыли // Сборник тезисов докладов международной научной конференции RUSGRAV-14. — Ульяновск: УлГПУ им. И. Н. Ульянова, 2011. — С. 132 – 133.
6. Р.Р.Аббязов. Космологическая модель с киральными полями темного сектора и темной материей // Материалы ВНКФС-18. — Красноярск, 2012. — С. 45 – 46.
7. Р.Р.Аббязов. Взаимодействие киральных полей темного сектора с пылевидной материей // Материалы докладов XIX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» Секция «Физика». — Физический факультет МГУ, 2012. — С. 267 – 268.
8. Р.Р.Аббязов. О реконструкции потенциала и кинетического взаимодействия в киральной космологической модели // Труды III Российской

школы-семинара «Современные проблемы теории гравитации и космологии». — Казань: Казанский университет, 2012. — С. 67.

Цитированная литература

9. Червон С. В., Панина О. Г. Эффекты жесткого воздействия полей темного сектора на космологические возмущения // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. — 2010. — № 4. — С. 121–132.
10. Dark Energy / Miao Li, Xiao-Dong Li, Shuang Wang, Yi Wang // Commun.Theor.Phys. — 2011. — Vol. 56. — P. 525–604. — 1103.5870.
11. Komatsu E. et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation // Astrophys.J.Suppl. — 2011. — Vol. 192. — P. 18. — 1001.4538.
12. Chervon S.V. On the chiral model of cosmological inflation // Russ.Phys.J. 1995. — Vol. 38. — P. 539–543.
13. Червон С. В. Нелинейные поля в теории гравитации и космологии. — Ульяновск : Средневолжский научный центр, УлГУ, 1997.
14. Chervon S.V. Cosmological models of global universe evolution and decomposition of perturbations // Int.J.Mod.Phys. — 2002. — Vol. A17. — P. 4451–4456.
15. Sur Sourav. Crossing the cosmological constant barrier with kinetically interacting double quintessence. — 2009. — 0902.1186.
16. Unnikrishnan Sanil, Jassal H.K., Seshadri T.R. Scalar Field Dark Energy Perturbations and their Scale Dependence // Phys.Rev. — 2008. — Vol. D78. — P. 123504. — 0801.2017.

Поздняя инфляция в киральной космологической модели с темной энергией

Построены киральные космологические модели (ККМ), альтернативные Λ CDM модели, потенциально способные преодолеть недостатки Λ CDM модели и хорошо согласующиеся с современными наблюдательными данными. Решены уравнения Эйнштейна и полевые уравнения ККМ, единым образом описывающие темную энергию и темную материю, в приближениях ранней и поздней Вселенной и проведено сравнение эволюции соответствующих компонент в Λ CDM модели. Проведена реконструкция зависимости от скалярного поля метрического коэффициента кирального пространства и потенциала самовзаимодействия ККМ. Поставлены начальные условия для компонент ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью, в эпоху преобладания нерелятивистской материи и найдены численные решения системы фоновых и возмущенных уравнений Эйнштейна и полевых уравнений модели.

Late inflation in chiral cosmological model with dark energy

Chiral cosmological models (CCM) being alternative to the Λ CDM model have been introduced. They are potentially capable to overcome difficulties of the Λ CDM model and have good agreement with modern observational data. CCM Einstein and field equations describing dark energy and dark matter in unified way have been solved in early and recent Universe description. Also we have done a comparison with corresponding components evolution in Λ CDM model. The reconstruction of the metric coefficient of the CCM chiral space and self-interaction potential has been performed. The initial conditions for CCM components interacting with ideal liquid have been established in the nonrelativistic matter domination epoch and numerical solution of the background and perturbed Einstein equations and field equations have been found.

Подписано в печать 12.03.2013 г.

Формат 60x84/16

Усл.печ.л. 2.2

Тираж 100 экз.

Заказ № 331

Ульяновский государственный педагогический университет
им. И.Н. Ульянова

432700, г.Ульяновск, пл. 100-летия со дня рождения В.И.Ленина, д.4

Типография УлГПУ, 432700, г.Ульяновск, ул. Корюкина, д.6