
О ПРОБЛЕМЕ КВАНТОВАНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

М.Л. Фильченков, Ю.П. Лаптев

Институт гравитации и космологии РУДН

В рамках теоретико-полевой парадигмы пертурбативное квантование оказывается возможным только для слабых гравитационных полей. Геометрический подход допускает непертурбативное квантование как геометрии в целом, так и пространства-времени. Квантовая механика и квантовая теория поля могут рассматриваться в заданном искривлённом пространстве-времени.

Ключевые слова: гравитация, теоретико-полевая парадигма, квантование гравитационного поля, квантование геометрии, квантовая механика, квантовая теория поля.

Введение

Речь пойдёт о попытках согласования теории гравитации с квантовой теорией. Гравитация будет рассматриваться в рамках ОТО и ньютоновской теории, а квантовая теория – на уровне квантовой механики и квантовой теории поля. Квантование будет проводиться по теории возмущений с введением гравитонов для слабых гравитационных полей, а также непертурбативными методами для геометрии в целом и пространства-времени [1–6].

Несмотря на негативное отношение некоторых специалистов к квантованию гравитации, ниже будут рассмотрены различные подходы в теории гравитации, в рамках которых квантование оказывается возможным. К ним относятся:

- квантовая механика в гравитационном поле;
- квантовая теория поля в искривлённом пространстве-времени;
- квантование гравитационного поля и искривлённого пространства-времени.

Объектами квантования являются гравитационно-связанные системы и связанные с ними процессы.

Квантовая механика в гравитационном поле

1. Нерелятивистская квантовая механика в заданном слабом гравитационном поле

Нерелятивистская квантовая механика в искривлённом пространстве-времени сводится к записи уравнения Шрёдингера в плоском пространстве с ньютоновским потенциалом. Таким образом на квантовом уровне рассматривается задача Кеплера.

Если источником центрально-симметричного гравитационного поля является минидыра, захватывающая микрочастицу, то такая гравитационно-связанная квантовая система называется гравиатомом. Среднегеометрическое масс микрочастицы и минидыры, входящих в состав гравиатома, оказывается порядка планковской массы.

Система уравнений Шрёдингера–Ньютона учитывает зависимость гравитационного поля от плотности вероятности распределения материи.

В квантовой гидродинамике Маделунга–Бома используется система уравнений непрерывности и Гамильтона–Якоби для квадрата амплитуды и фазы волновой функции.

2. Квантовая механика с учётом релятивистских поправок

Энергетический спектр движения микрочастицы в центрально-симметричном гравитационном поле в приближении Паули выражается через гравитационный эквивалент постоянной тонкой структуры, главное и орбитальное квантовые числа, а также спин микрочастицы. Вводятся релятивистские поправки к гравитационному эквиваленту боровского радиуса. Для гравиаотов релятивистские поправки учитывают девиттовское самодействие и вращение минидыры.

Квантовая теория поля в искривлённом пространстве-времени

1. Рождение частиц и поляризация вакуума вблизи горизонтов

Вблизи горизонта Шварцшильда температура частиц, рождённых в эффекте Хокинга, имеет вид

$$kT_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM}, \quad (1)$$

где M – масса чёрной дыры.

Аналогичные формулы получаются в эффекте Унру при рождении частиц в равномерно ускоренной системе отсчёта.

Вблизи горизонта де Ситтера, связанного с космологической постоянной, имеет место поляризация вакуума, который эквивалентен среде с отрицательным давлением. Поляризация вакуума возникает также в эффекте Казимира за счёт отрицательной энергии нулевых колебаний между двумя проводящими пластинами.

Рождение частиц в ранней Вселенной

В ранней Вселенной частицы рождаются в результате разрыва виртуальной пары на масштабе их комптоновской длины волны.

Оказывается возможным получить число рождённых частиц порядка числа Эддингтона, если допустить, что сначала рождаются лептокварки, которые распадаются на кварки и лептоны. В результате объединения трёх кварков образуются нуклоны.

Квантование гравитационного поля и искривлённого пространства-времени

1. Квантование слабого гравитационного поля

Гравитационное поле сводится к тензорному полю в пространстве Минковского, квантами которого являются гравитоны – безмассовые частицы со спином $s = 2$.

Интенсивность гравитационного излучения атома водорода при переходе $3p \rightarrow 1s$ запишется как

$$I_{gH} = \frac{8Gm_p \hbar \omega_{31}^3 f_{3p \rightarrow 1s}}{c^3}, \quad (2)$$

где ω_{31} – частота, $f_{3p \rightarrow 1s}$ – сила осциллятора перехода.

Гравитационное излучение гравиатома при переходе $3p \rightarrow 1s$ превышает его дипольное излучение.

Пертурбативная квантовая теория гравитации является неперенормируемой, так как ряды теории возмущений по степеням гравитационного эквивалента постоянной тонкой структуры расходятся при энергиях, стремящихся к планковской.

2. Квантовая геометродинамика

Квантовая геометродинамика представляет собой квантование геометрии в целом. Волновая функция рассматривается в пространстве 3-геометрий и удовлетворяет уравнению Уилера–ДеВитта:

$$l_{pl}^4 G_{ijkl} \frac{\delta^2 \psi}{\delta \gamma_{ij} \delta \gamma_{kl}} + R^{(3)} \psi = 0, \quad (3)$$

где l_{pl} – планковская длина, G_{ijkl} – суперметрика, γ_{ik} – пространственная метрика, $R^{(3)}$ – 3-кривизна.

В квантовой космологии для однородных изотропных моделей в мини-суперпространстве масштабных факторов уравнение Уилера–ДеВитта сводится к уравнению типа стационарного уравнения Шрёдингера.

Рождение Вселенной в результате квантовой флуктуации интерпретируется как туннелирование планкеона с квантованной энергией излучения через потенциальный барьер, создаваемый остальными видами материи, в де-ситтеровский вакуум. Рождение закрытых моделей менее вероятно, чем открытых и плоских.

Проблема квантового гравитационного коллапса анализируется в рамках квантовой космологии для сжимающейся фридмановской модели. Вероятность создания Вселенной в лаборатории в результате искусственного сжатия тела до гравитационного радиуса, равного горизонту де Ситтера порядка масштаба Теории Великого Объединения, равна вероятности рождения закрытой Вселенной.

Оказывается возможным рассмотреть также анизотропные и полевые квантовые космологические модели.

3. Петлевая квантовая гравитация

Петлевая квантовая гравитация обобщает квантовую геометродинамику на масштабах, сравнимых с планковской длиной, представляя собой квантование пространства-времени.

Вводятся переменные Аштекара, выражающиеся через оператор триады и калибровочное поле A_a , определяющее петли Вильсона $\gamma = \oint A_a d\gamma^a$, которым соответствуют операторы, действующие на вакуум и генерирующие спиновые сети, образующие пространство.

Геометрические величины являются операторами. Собственные значения оператора площади

$$S_j = 8\pi l_{pl}^2 \sum_i \sqrt{j_i(j_i + 1)}, \quad (4)$$

где i – целые, j – полуцелые числа.

Эволюция спиновых сетей во времени моделирует пространственно-временную пену. Флуктуации плотности, обусловленные дискретностью пространства, учитываемой петлевой квантовой космологией, оказываются существенными при оценке начальных возмущений в ранней Вселенной.

Заключение

1. Квантовая механика в гравитационном поле и квантовая теория поля в искривлённом пространстве-времени не предполагают квантования гравитации.

2. Квантование тензорного поля, моделирующего слабые гравитационные волны, и квантование геометрии в целом, а также пространства-времени, означают квантование собственно гравитации.

3. Хотя проблема квантования остаётся нерешённой в общем случае, удаётся решить ряд частных задач, касающихся квантования гравитационно-связанных систем, например, при рассмотрении гравитатома и квантовой космологии.

4. Оказывается возможным не только проквантовать линейризованное гравитационное поле и согласовать квантовую теорию с ОТО, но и объяснить эффект Хокинга и квантово-космологические эффекты в рамках двух

современных подходов к квантованию гравитации – теории суперструн и петлевой квантовой гравитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фильченков М.Л., Лаптев Ю.П.* Квантовая гравитация: от микромира к мегамиру. М.: ЛЕНАНД, 2016. 304 с.
2. *Rovelli C.* Quantum Gravity. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004. 455 p.
3. *Kiefer C.* Quantum Gravity. – Oxford: Oxford University Press, 2007. 355 p.
4. *Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М.* Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Атомиздат, 1980. 296 с.
5. *Биррелл Н., Девис П.* Квантованные поля в искривлённом пространстве-времени. М.: Мир, 1984. 356 с.
6. *Горбачевич А.К.* Квантовая механика в общей теории относительности: Основные принципы и элементарные приложения. М.: Едиториал, 2003. 160 с.

ON THE PROBLEM OF GRAVITY QUANTIZATION IN GRAVITATION THEORY

M.L. Fil'chenkov, Yu.P. Laptev

Institute of Gravitation and Cosmology, RUDN University

A perturbativ equantization proves to be possible in the framework of the field-theoretic paradigm only for weak gravitational fields. The geometric approach admits a nonperturbative quantization of both geometry as a whole and space-time. Quantum mechanics and quantum field theory may be considered in a given space-time.

Keywords: gravity, field-theoretic paradigm, quantization of gravitational field, quantization of geometry, quantum mechanics, quantum field theory.