МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРАВЛЯЕМЫХ МОД ТРЕХСЛОЙНОГО РЕГУЛЯРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА В СЛУЧАЕ НЕПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕД

Котюков М.М.

Российский университет дружбы народов, mmkotyukov@gmail.com

Изложен метод математического моделирования направляемых мод трехслойного регулярного оптического волновода в случае непоглощающих сред.

Ключевые слова: математическое моделирование, оптический волновод, направляемые моды.

Введение

Работа посвящена изучению собственных мод трехслойного регулярного волновода. Рассматриваемый в работе волновод представляет собой материальную среду, состоящую из трех диэлектрических подобластей, заполняющих в совокупности все трехмерное пространство. Диэлектрические проницаемости подобластей различны и вещественны, а магнитная проницаемость каждой из них равна диэлектрической проницаемости вакуума. Все подобласти бесконечны и ограничены плоскостями, параллельными плоскости *yOz*, поэтому $\varepsilon=\varepsilon(x)$, $\mu=1$. На рисунке ниже (Рис. 1) схематично изображен трехслойный волновод.

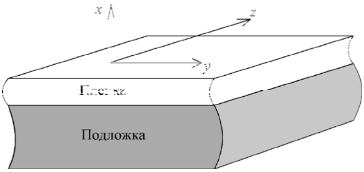

Рис. 1. Схема плоского трехслойного диэлектрического волновода

Математическая модель

В качестве модели использовались уравнения Максвелла в гауссовой системе единиц (СГС) в отсутствии сторонних токов и зарядов. Скалярные уравнения Максвелла следуют из векторных, а граничные условия для нормальных компонент следуют из граничных условий для тангенциальных компонент. Таким образом, электромагнитное поле внутри волновода описывается следующей системой уравнений [1]:

$$rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}, \quad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}, \quad D = \varepsilon E, \quad B = \mu H \qquad (1)$$

Для гармонических по времени и инвариантных по *Oy* полей вида:

$$\left(\vec{E}, \vec{H}\right)(x, y, z, t) = \left(\vec{E}, \vec{H}\right)(x) e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} \qquad (2)$$

уравнения Максвелла редуцируются для вертикальных распределений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k_0^2(\varepsilon\mu - \beta^2)E_z = 0, \qquad E_x = -\left(\frac{ik_0\beta}{\chi^2}\right)\frac{dE_z}{dx}, \; H_y = -\left(\frac{ik_0\varepsilon}{\chi^2}\right)\frac{dE_z}{dx}, \qquad (3)$$

Выписав общие решения уравнений Гельмгольца во всех трёх слоях [2]:

$$H_y = B_f^+ e^{i\chi_f x} + B_f^- e^{-i\chi_f x}, \; H_s = B_s^+ e^{\gamma_s x}, \; H_c = B_c^- e^{-\gamma_c x} \qquad (4)$$

$$E_y = -\frac{\chi_f}{k_0\varepsilon_f}\left(B_f^+ e^{i\chi_f x} - B_f^- e^{-i\chi_f x}\right),\ E_s = -\frac{\gamma_s}{ik_0\varepsilon_s} B_s e^{+\gamma_s x},\ E_c = -\frac{\gamma_c}{ik_0\varepsilon_c} B_c e^{-\gamma_c x}, \tag{5}$$

а также используя граничные условия:

$$H_{ys}(a_1) = H_{yf}(a_1),\ E_{zs}(a_1) = E_{zf}(a_1) \tag{6}$$

в точке $x = a_1$ и

$$H_{yf}(a_2) = H_{yc}(a_2),\ E_{zf}(a_2) = E_{zc}(a_2) \tag{7}$$

в точке $x = a_2$, приходим к однородной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [1]:

$$\begin{aligned}
&B_s^+ e^{\gamma_s a_1} = B_f^+ e^{i\chi_f a_1} + B_f^- e^{-i\chi_f a_1}\\
&\frac{\gamma_s}{ik_0\varepsilon_s} B_s^+ e^{\gamma_s a_1} = \frac{\chi_f}{k_0\varepsilon_f}\left(B_f^+ e^{i\chi_f a_1} - B_f^- e^{-i\chi_f a_1}\right)\\
&B_f^+ e^{i\chi_f a_2} + B_f^- e^{-i\chi_f a_2} = B_c^+ e^{-\gamma_c a_2}\\
&\frac{\chi_f}{k_0\varepsilon_f}\left(B_f^+ e^{i\chi_f a_2} - B_f^- e^{-i\chi_f a_2}\right) = -\frac{\gamma_c}{ik_0\varepsilon_c} B_c^- e^{-\gamma_c a_2},
\end{aligned} \tag{8}$$

решением которой является вектор, состоящий из амплитуд полей в соответствующих слоях.

Распространение волноводных мод внутри волновода возможно в случае выполнения особых условий, называемых дисперсионной зависимостью. Поэтому прежде, чем рассчитывать распределение полей внутри волновода, необходимо рассчитать дисперсионную зависимость.

Для построения дисперсионного соотношения в программе, написанной в ходе изучения, использовался следующий алгоритм:

«Сперва был найден критический параметр толщины волноводного слоя, то есть значение, начиная с которого в волноводе могла появиться первая мода. Далее, начиная с этого критического значения и до заданного максимального значения толщины, были найдены все коэффициенты фазового замедления, соответствующие минимумам квадрата детерминанта матрицы, образованной коэффициентами при амплитудах в СЛАУ, поскольку равенство нулю определителя матрицы является условием разрешимости однородной СЛАУ».

Входными данными являлись коэффициенты преломления каждого слоя волновода: $n_1 = 1{,}00$, $n_2 = 2{,}15$, $n_3 = 1{,}46$.

При поиске коэффициентов фазового замедления, обращающих в ноль определитель матрицы, значения этих коэффициентов изменялись в пределах от значения коэффициента преломления слоя подложки до коэффициента преломления волноведущего слоя.

Ниже представлена дисперсионная зависимость танталового (Ta_2O_5) волновода на кварцевой подложке:

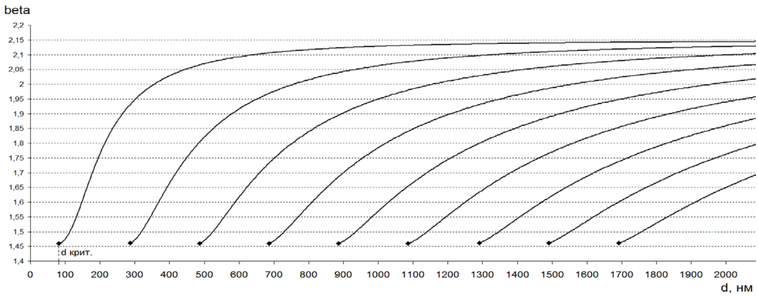

Рис. 2. График дисперсионной зависимости для ТМ-мод трехслойного волновода

Расчет полей производится для всей дисперсионной кривой по следующему алгоритму:

«Для расчета амплитудных коэффициентов в первой точке дисперсионной кривой берётся начальное приближение. Вычисляются все элементы матрицы, соответствующей искомой СЛАУ. Далее с помощью минимизации функционала [1] $\hat{M}(\beta_m)(B)^2 + \alpha\ (B)-(B_0) \xrightarrow[(B)]{} \min$ находятся значения амплитудных коэффициентов. Оптимизация проводилась методом Хука-Дживса. Устойчивость обеспечивалась благодаря добавке в виде стабилизирующего функционала к основному функционалу.

Автор выражает благодарность Бикееву О.Н., Севастьянову Л.А., Севастьянову А.Л. и Дивакову Д.В. за помощь в освоении материала, в отладке программы и в подготовке рукописи.

Выводы

Изучен процесс математического моделирования направляемых мод трехслойного регулярного оптического волновода. В результате работы были выявлены оптимальные параметры минимизации в методе Хука-Дживса для рассматриваемой задачи.

Литература

1. *Л.А. Севастьянов, К.П. Ловецкий, А.Л. Севастьянов* Математические методы оптимального проектирования оптических наноструктур – УМК, 2013

2. *Л.Н. Дерюгин, А.Н. Марчук, В.Е. Сотин* Свойства плоских несимметричных диэлектрических волноводов на подложке из диэлектрика // Известия вузов СССР – Радиоэлектроника. – 1967. – Том 10. – № 2. — С. 134-141.

MATHEMATICAL MODELING OF GUIDED MODES OF THREE-LAYER REGULAR OPTICAL WAVEGUIDE IN A CASE OF NON-ABSORBING MEDIA

Kotyukov M.M.

Peoples' Friendship University of Russia, mmkotyukov@gmail.com

A method of mathematical modeling of guided modes of three-layer regular optical waveguide in a case of non-absorbing media is described.

Key words: mathematical modeling, guided modes, optical waveguide.