



ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМ ОБОЛОЧЕК

GEOMETRICAL MODELING OF SHELL FORMS

DOI 10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395

УДК 514.74:514.8:539.3:72.01:624.074.4:539.41

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов

И.А. Мамиева^{ID}

Российский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация

✉ i_mamieva@mail.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 11 апреля 2022 г.

Доработана: 8 июля 2022 г.

Принята к публикации: 15 июля 2022 г.

Аннотация. Показана возможность преобразования алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида в линейчатые поверхности нескольких видов. Для этого необходимо взять один, два или все три суперэллипса в форме ромба, то есть в явных алгебраических уравнениях соответствующих суперэллипсов принять показатели степеней равными единице. Проиллюстрировано, что, взяв один и тот же главный каркас из трех плоских кривых, лежащих в главных координатных плоскостях, можно построить три алгебраические поверхности разных порядков. Соответственно, можно ввести в практику бесконечное число линейчатых поверхностей с предварительно заданным главным каркасом из трех суперэллипсов, некоторые из которых принимаются в виде прямых линий. В результате получаются пятнадцать форм, то есть пять троек линейчатых алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов, которые описываются тремя явными уравнениями или тремя системами параметрических уравнений. Эти поверхности включают в себя многогранник на ромбическом плане, некоторые виды цилиндроидов и коноидов и линейчатые поверхности, не описанные ранее в научной литературе. Все поверхности визуализированы на конкретных примерах. Ранее А.В. Коротичем введена в обращение новая группа поверхностей, названная линейчатыми квазимногогранниками из коноидов. Некоторые из представленных в исследовании линейчатых алгебраических поверхностей могут быть включены в эту группу линейчатых квазимногогранников.

Ключевые слова: суперэллипс, алгебраическая поверхность, линейчатая поверхность, цилиндроид, главный каркас поверхности

Для цитирования

Мамиева И.А. Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. Т. 18. № 4. С. 387–395. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>

Мамиева Ираида Ахсарбековна, ассистент, департамент строительства, Инженерная академия, Российской университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-7798-7187, eLIBRARY SPIN-код: 3632-0177; i_mamieva@mail.ru

Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses

Iraida A. Mamieva[✉]

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

 i_mamieva@mail.ru

Article history

Received: April 11, 2022

Revised: July 8, 2022

Accepted: July 15, 2022

For citation

Mamieva I.A. Ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2022;18(4):387–395.
(In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2022-18-4-387-395>

Abstract. An opportunity of conversion of algebraic surfaces with a main frame from three superellipses of general type into ruled surfaces of several views is shown. It is necessary to take one, two, or all of three superellipses in the form of a rhombus, i.e. it is necessary to assume exponents in explicit algebraic equations of suitable superellipses equal to one. It was illustrated that having taken one and the same main frame from three plane curves lying in the main coordinate planes, one can construct three algebraic surfaces of different orders. So, it is possible to introduce into practice great number of ruled surfaces with the preliminary given main frame from three superellipses. Some of them must be in the form of straight lines. As a result, fifteen shapes, i.e. five threes of ruled algebraic surfaces with a main frame from three superellipses were obtained with the help of three explicit equations or with the help of three systems of parametric equations. These surfaces contain a polyhedron on given rhombus plane, some types of cylindroids and conoids, and ruled surfaces not described in scientific literature before. All surfaces were visualized for concrete examples. Earlier, Professor A.V. Korotich introduced into practice a new group of surfaces which he called "Ruled quasipolyhedrons from conoids." Some of the ruled algebraic surfaces presented in this paper can be put in this group of ruled quasipolyhedrons.

Keywords: superellipse, algebraic surface, ruled surface, cylindroid, main frame of surface

Введение

Алгебраические поверхности с заданным главным каркасом из трех плоских кривых в основном используются на начальной стадии проектирования судовых поверхностей [1]. В [2; 3] в качестве плоских кривых главного каркаса предложено брать суперэллипсы [4], что значительно расширило число форм для судовых поверхностей, задаваемых одной формулой. В [5] и [6] впервые предложено применить поверхности с главным каркасом из суперэллипсов для формообразования строительных оболочек.

Учитывая, что косые линейчатые поверхности находят довольно широкое применение в архитектуре и строительстве [7], рассмотрим возможности преобразования алгебраических поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов общего вида в линейчатые поверхности нескольких видов.

Предположим, что плоские кривые главного каркаса рассматриваемых поверхностей заданы в виде [8]:
– кривой 1 (ватерлиния в судостроении), расположенной в плоскости $z = 0$:

$$|y|^r = W^r \left(1 - \frac{|x|^t}{L^t} \right); \quad (1)$$

– кривой 2 (мидельшпангоут в судостроении), расположенной в плоскости $x = 0$:

$$|z|^n = T^n \left(1 - \frac{|y|^m}{W^m} \right); \quad (2)$$

– кривой 3 (килевая линия в судостроении), расположенной в плоскости $y = 0$:

$$|z|^s = T^s \left(1 - \frac{|x|^k}{L^k} \right), \quad (3)$$

где для выпуклых кривых $r, t, n, m, s, k > 1$; для вогнутых кривых $r, t, n, m, s, k < 1$.

Iraida I. Mamieva, Assistant, Department of Civil Engineering, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7798-7187, eLIBRARY SPIN-code: 3632-0177; i_mamieva@mail.ru

Если принять $r = t = 1, n = m = 1, s = k = 1$, то кривые (1)–(3) вырождаются в прямые линии.

Используя методику, изложенную в [1–3], можно получить явные уравнения трех алгебраических поверхностей с одним и тем же главным каркасом (1)–(3):

– с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m/(1 - |x/L|^t)^{m/r}]^{1/n}; \quad (4)$$

– с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$|z| = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n} [1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|^r)^{k/t}]^{1/s}; \quad (5)$$

– с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W(1 - |z|^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|^t/(1 - |z/T|^s)^{t/k}]^{1/r}, \quad (6)$$

где $-L \leq x \leq L; -W \leq y \leq W; 0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (4)–(6) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^r]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|^m]^{1/n}; \quad (4a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n}[1 - |v|^k]^{1/s}; \quad (5a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m}[1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT, \quad (6a)$$

где $0 \leq u \leq 1; -1 \leq v \leq 1; u, v$ – безразмерные параметры.

Линейчатые поверхности как частный случай поверхностей с тремя суперэллипсами

Во всех случаях построения реальных поверхностей будем принимать $L = 5$ м, $W = 3$ м, $T = 5$ м по умолчанию. Следовательно, поверхности имеют длину, вдоль оси x равную $2L = 10$ м, ширину, вдоль оси y равную $2W = 6$ м и стрелу подъема $T = 5$ м.

Случай 1. Пусть все кривые (1)–(3) являются прямыми, то есть $r = t = n = m = s = k = 1$. В этом случае поверхности (4)–(6) будут тождественны:

$$z = T(1 - |x|/L - |y|/W). \quad (7)$$

Параметрические уравнения (4a)–(6a) принимают вид

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \text{ (рис. 1, } a\text{)}; \quad (8)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \text{ (рис. 1, } \delta\text{)}; \quad (9)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \text{ (рис. 1, } \epsilon\text{).} \quad (10)$$

На рис. 1 показаны три тождественные поверхности, но с разными криволинейными координатами u, v .

Представленные на рис. 1 многогранники войдут в отдельную группу поверхностей из класса «Многогранники» [8; 9].

Случай 2. Пусть суперэллипс (1) вырождается в ромб, то есть $r = t = 1$, а кривые (2), (3) остаются без изменений, тогда имеем три поверхности на плоском ромбическом плане:

$$z = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s} [1 - |y/W|^m/(1 - |x/L|)^m]^{1/n}; \quad (11)$$

$$z = T(1 - |y|^m/W^m)^{1/n}[1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|)^k]^{1/s}; \quad (12)$$

$$|y| = W(1 - z^n/T^n)^{1/m} [1 - |x/L|/(1 - z^s/T^s)^{1/k}]. \quad (13)$$

Параметрические уравнения (4а)–(6а) принимают вид

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|^m]^{1/n} \text{ (рис. 2, } a\text{);} \quad (11a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u^m]^{1/n}[1 - |v|^k]^{1/s} \text{ (рис. 2, } \delta\text{);} \quad (12a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u^n]^{1/m}[1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \text{ (рис. 2, } \epsilon\text{).} \quad (13a)$$

На рис. 2 показаны три поверхности с $n = m = 2, s = k = 2/3$ с одинаковым главным каркасом из суперэллипсов.

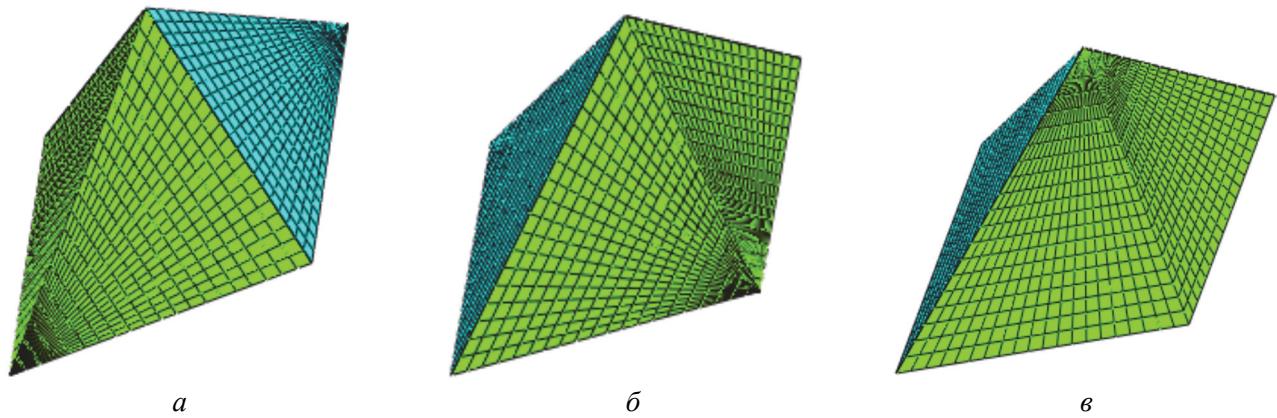


Рис. 1. Случай 1: многогранники с четырьмя треугольными фрагментами плоскости и ромбом в основании
Figure 1. The first case: the polyhedrons with four triangular fragments of plane and on the rhombic base

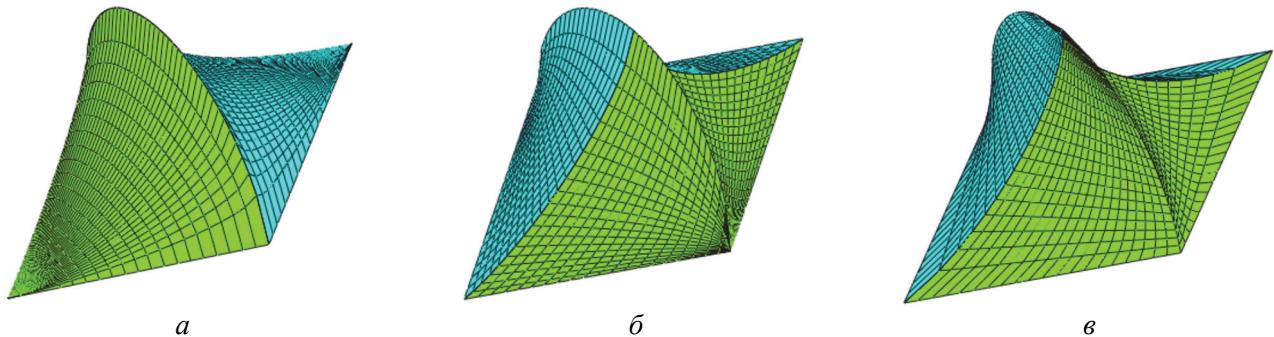


Рис. 2. Случай 2: поверхности на плоском ромбическом плане
Figure 2. The second case: surfaces on a plane rhombic base

Случай 3. Пусть суперэллипс (1) вырождается в ромб, то есть $r = t = 1$, суперэллипс (2) вырождается в прямые линии, то есть $n = m = 1$, а кривая (3) остается без изменений, тогда имеем три поверхности на плоском ромбическом плане:

$$|z| = T(1 - |x|^k/L^k)^{1/s}[1 - |y/W|/(1 - |x/L|)]; \quad (14)$$

$$|z| = T(1 - |y|/W)[1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|)^k]^{1/s}; \quad (15)$$

$$|y| = W(1 - z/T)[1 - |x/L|/(1 - z^s/T^s)^{1/k}]. \quad (16)$$

Явные уравнения поверхностей (14)–(16) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u], \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|] \text{ (рис. 3, } a\text{)}; \quad (14a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|^k]^{1/s} \text{ (рис. 3, } \delta\text{)}; \quad (15a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|], \quad z = z(u) = uT \text{ (рис. 3, } \epsilon\text{).} \quad (16a)$$

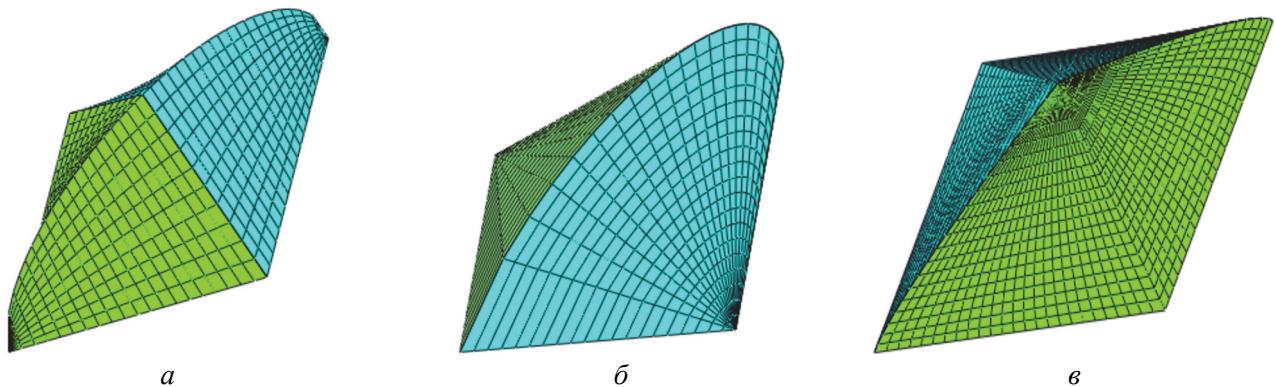


Рис. 3. Случай 3: поверхности на плоском ромбическом плане

Figure 3. The third case: surfaces on a plane rhombic base

На рис. 3 показаны три поверхности с $s = k = 2$ и с одинаковым главным каркасом из суперэллипсов. Очевидно, что поверхности (14) и (16) являются цилиндроидами [10].

Случай 4. Пусть суперэллипс, расположенный в плоскости xOy , задан в виде (1), а два других суперэллипса главного каркаса вырождаются в прямые линии, то есть $n = m = s = k = 1$, тогда имеем три поверхности на овальном плане:

$$z = T(1 - |x|/L)[1 - |y/W|/(1 - |x/L|^t)^{1/r}]; \quad (17)$$

$$z = T(1 - |y/W|)[1 - |x/L|/(1 - |y/W|^r)^{1/t}]; \quad (18)$$

$$|y| = W(1 - z/T)[1 - |x/L|^t/(1 - z/T)^t]^{1/r}, \quad (19)$$

где $-L \leq x \leq L; -W \leq y \leq W; 0 \leq z \leq T$.

Явные уравнения поверхностей (17)–(19) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^t]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u][1 - |v|] \text{ (рис. 4, } a\text{)}; \quad (17a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^t]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|] \text{ (рис. 4, } \delta\text{)}; \quad (18a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u], \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT \text{ (рис. 4, } \epsilon\text{).} \quad (19a)$$

На рис. 4 показаны три поверхности с $r = t = 4$, но с одинаковым главным каркасом. Очевидно, что поверхности (17) и (18) являются цилиндроидами.

Случай 5. Пусть два суперэллипса заданы в виде (1) и (3), а суперэллипс (2) вырождаются в прямые линии, то есть $n = m = 1$, тогда имеем три поверхности на овальном плане:

– с образующим семейством сечений $x = \text{const}$:

$$z = T \left(1 - |x|^k/L^k\right)^{1/s} \left[1 - |y/W|/(1 - |x/L|^t)^{1/r}\right]; \quad (20)$$

– с образующим семейством сечений $y = \text{const}$:

$$z = T \left(1 - |y/W|\right) \left[1 - |x/L|^k/(1 - |y/W|^r)^{k/t}\right]^{1/s}; \quad (21)$$

– с образующим семейством сечений $z = \text{const}$:

$$|y| = W \left(1 - z/T\right) \left[1 - |x/L|^t/(1 - z^s/T^s)^{t/k}\right]^{1/r}, \quad (22)$$

где $-L \leq x \leq L; -W \leq y \leq W; 0 \leq z \leq T$.

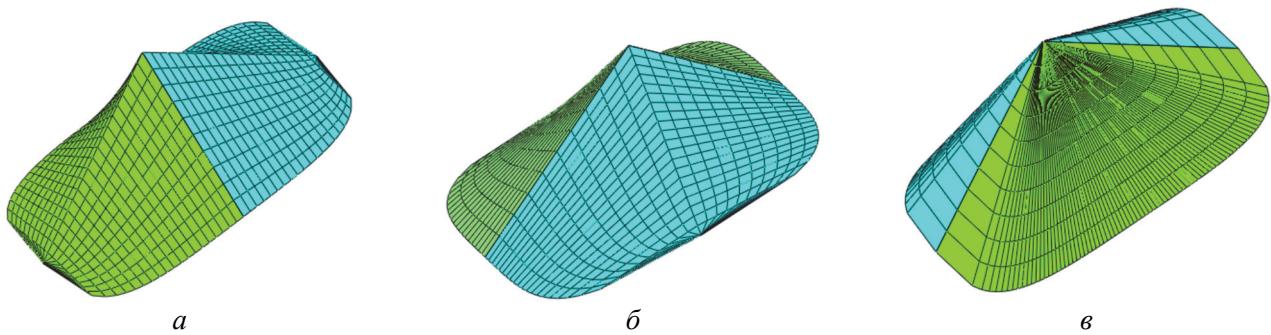


Рис. 4. Случай 4: поверхности на плоском овальном плане
Figure 4. The forth case: surfaces on a plane oval base

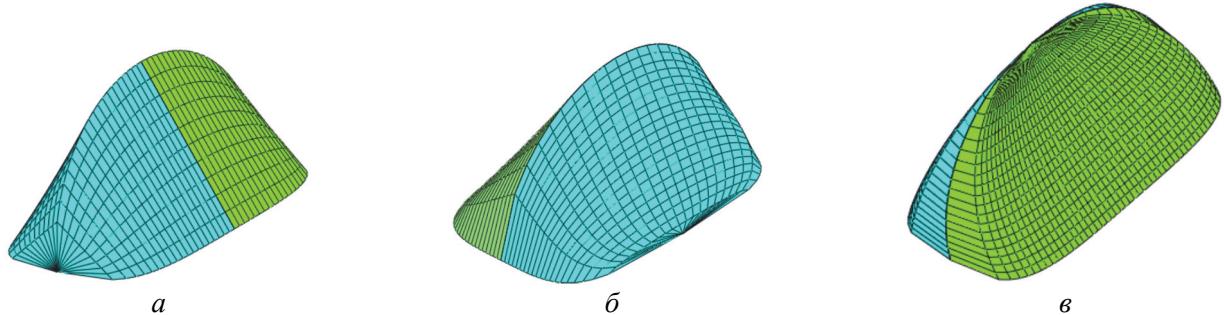


Рис. 5. Случай 5: поверхности на плоском овальном плане
Figure 5. The fifth case: surfaces on a plane oval base

Явные уравнения поверхностей (20)–(22) можно перевести в параметрическую форму задания:

$$x = x(u) = \pm uL, \quad y = y(u, v) = vW[1 - u^r]^{1/r}, \quad z = z(u, v) = T[1 - u^k]^{1/s}[1 - |v|] \quad (\text{рис. } 5, a); \quad (20a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^r]^{1/t}, \quad y = y(u) = \pm uW, \quad z = z(u) = T[1 - u][1 - |v|^k]^{1/s} \quad (\text{рис. } 5, \delta); \quad (21a)$$

$$x = x(u, v) = vL[1 - u^s]^{1/k}, \quad y = y(u, v) = \pm W[1 - u][1 - |v|^t]^{1/r}, \quad z = z(u) = uT \quad (\text{рис. } 5, \epsilon), \quad (22a)$$

где $0 \leq u \leq 1; -1 \leq v \leq 1; u, v$ – безразмерные параметры.

На рис. 5 показаны три поверхности с $r = t = 4$, $s = k = 2$, но с одинаковым главным каркасом. Очевидно, что поверхность (20) является цилиндроидом [11].

Линейчатые поверхности, входящие в группу 5, могут найти применение в висячих покрытиях – *пилонных арочно-вантовых покрытиях*. Так называют висячую систему, которая поддерживается вантами, подвешенными к системе пилонов – арок. При этом как пилоны, так и ванты, поддерживающие покрытие, расположены выше него, то есть на ванты не укладываются ограждающие элементы покрытия. Примером таких сооружений стал стадион Durban's Moses Mabhida Stadium (г. Дурбан, Южная Африка), построенный к Чемпионату мира по футболу 2010 г. (рис. 6). Ведущий архитектор – Герхард Ле Ру (Gerhard le Roux). Тентовое укрытие для зрителей подвешивается к единственной арке – пилону при помощи вант, организованных в сетчатую структуру¹.



Рис. 6. Стадион в г. Дурбан, Южная Африка

Figure 6. Stadium in Durban, South Africa

(URL: <http://www.wandahennig.com/2012/10/the-man-who-built-durbans-moses-mabhida-stadium/> (дата обращения: 22.04.2022))

Результаты

Выше описаны и визуализированы пять случаев образования линейчатых поверхностей с главным каркасом из трех суперэллипсов. Это возможно, если взять в формулах одного, двух или трех суперэллипсов (1)–(3) показатели степеней, равные единице. В этом случае соответствующие суперэллипсы превращаются в ромбы. Наличие в формулах (1)–(3) большого числа констант дает возможность получить неограниченное количество линейчатых поверхностей.

Количество форм поверхностей можно еще больше увеличить, если в формулах (1)–(22) принимать $r \neq t$, $n \neq m$, $s \neq k$, то есть рассматривать не суперэллипсы в качестве кривых главного каркаса, а плоские произвольные алгебраические кривые. Например, в случае 5 можно взять $r = t = 4$, но $s = 1$, а $k = 2$, то есть за кривую (3) принять квадратную параболу. В этом случае формула (20а) опишет поверхность, изображенную на рис. 7.

Все приведенные формулы получены из уравнений (4)–(6) при соответствующих заданных константах. Уравнения некоторых поверхностей с меньшим числом констант могут быть получены из уравнений поверхностей с большим числом констант. Например, принимая в уравнениях (20)–(22) $s = k = 1$, получим уравнения других поверхностей (17)–(19).

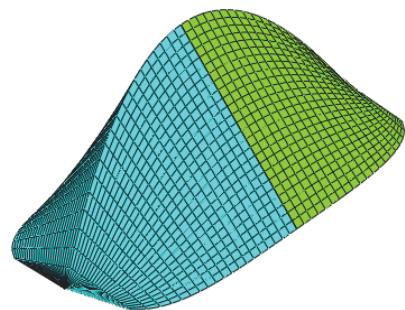


Рис. 7. Цилиндроид на плоском овальном плане, образованный движением прямой линии по параболе и опорному овалу параллельно плоскости yOz

Figure 7. A cylindroid on the plane oval base formed by a moving straight line along the parabola and the base oval parallel to the yOz plane

¹ Hennig W. The man who built Durban's Moses Mabhida Stadium. 2012. URL: <http://www.wandahennig.com/2012/10/the-man-who-built-durbans-moses-mabhida-stadium/> (accessed: 22.04.2022).

Рассматриваемые поверхности пока не вошли ни в один из известных классов [12; 13]. После изучения предложенных линейчатых поверхностей можно сделать вывод: они входят в класс «Поверхности переноса» [14] в подкласс «Велароидальные поверхности» на плоском плане [15], в группу «Линейчатые алгебраические поверхности с главным каркасом из трех суперэллипсов» на плоском овальном или ромбическом плане. Или, следуя исследованиям А.В. Коротича [16], некоторые из рассмотренных линейчатых поверхностей с плоскостью параллелизма можно выделить в новый тип линейчатых квазимногогранников [17] из коноидов.

Заключение

Показано, как с помощью трех явных уравнений (4)–(6) или с помощью параметрических уравнений (4a)–(6a) можно построить бесконечное число линейчатых поверхностей, предварительно задав главный каркас из трех суперэллипсов. Линейчатые поверхности отрицательной гауссовой кривизны (косые линейчатые поверхности) находят широкое применение в архитектуре и машиностроении. Приведенная в статье методика построения линейчатых поверхностей на основе поверхностей с главным каркасом из суперэллипсов может быть применена в сооружениях, выполненных в современных архитектурных стилях, таких как этноархитектура, нелинейная, генеративная, или эволюционная архитектура.

Список литературы

1. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н. Алгебраические поверхности для рациональных судовых корпусов // Технология машиностроения. 2022. № 3. С. 17–24. <https://doi.org/10.34641/TM.2022.237.3.016>
2. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design // Ships and Offshore Structures. 2022. Pp. 1–9. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
3. Кривошапко С.Н., Алёшина О.О., Иванов В.Н. Статический расчет оболочки, очерченной по поверхности с главным каркасом из трех заданных суперэллипсов // Строительная механика и расчет сооружений. 2022. № 6. С. 18–27. <http://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.18.27>
4. Страинов С.В. Велароидальные оболочки и оболочки велароидального типа // Геометрия и графика. 2022. Т. 10. № 2. С. 11–19. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-2-11-19>
5. Мамиева И.А. Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях // Academia. Архитектура и строительство. 2020. № 1. С. 150–165.
6. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lame curves // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2021. Т. 22. № 4. С. 323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
7. Кривошапко С.Н. Алгебраические судовые поверхности с каркасом из трех плоских кривых в координатных плоскостях // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2022. Т. 23. № 3. С. 214–220. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-214-220>
8. Никитенко О.П. Моделирование гранных структур на основе плоских полипаркетов // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев, 1991. Вып. 51. С. 52–55.
9. Weisstein E.W. Superellipse // Wolfram MathWorld. URL: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (accessed: 22.04.2022).
10. Gil-oulbé M., Qbaily J. Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
11. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures // Строительство и реконструкция. 2019. № 5 (85). С. 23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
12. Гринько Е.А. Классификация аналитических поверхностей применительно к параметрической архитектуре и машиностроению // Вестник Российской университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 438–456. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
13. Берестова С.А., Мисюра Н.Е., Митюшов Е.А. Геометрия самонесущих покрытий на прямоугольном плане // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 15–18. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-15-18>
14. Страинов С.В., Рынковская М.И. К вопросу о классификации аналитических поверхностей // Геометрия и графика. 2022. Т. 10. № 1. С. 36–43. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43>
15. Tocariu L. Stages in the study of cylindroid surfaces // The SORGING Journal. 2007. Vol. 2. Issue 1. Pp. 37–40.
16. Коротич А.В. Дизайн новых типов линейчатых квазимногогранников из коноидов // Дизайн и технологии. 2021. № 82 (124). С. 129–135.

17. Коротич А.В. Новые архитектурные формы линейчатых квазимногогранников // Архитектон: известия вузов. 2015. № 50. С. 31–46.

References

1. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. Algebraic surfaces for rational ship hulls. *Tehnologiya Mashinostroeniya*. 2022;(3):17–24. (In Russ.) <https://doi.org/10.34641/TM.2022.237.3.016>
2. Krivoshapko S.N. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*. 2022. p. 1–9. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2062165>
3. Krivoshapko S.N., Aleshina O.O., Ivanov V.N. Static analysis of shells with middle surfaces containing the main frame from three given superellipses. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022;(6):18–27. (In Russ.) <http://doi.org/10.37538/0039-2383.2022.6.18.27>
4. Strashnov S.V. Velaroidal shells and shells of the velaroidal type. *Geometry and Graphics*. 2022;10(2):11–19. (In Russ.) <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-2-11-19>
5. Mamieva I.A. Analytical surfaces for parametrical architecture in contemporary buildings and structures. *Academia. Architecture and Construction*. 2020;(1):150–165. (In Russ.)
6. Karnevich V.V. Hydrodynamic surfaces with midship section in the form of the Lame curves. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2021;22(4):323–328. <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-4-323-328>
7. Krivoshapko S.N. Algebraic ship hull surfaces with a main frame from three plane curves in coordinate planes. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022;23(3):214–220. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-214-220>
8. Nikitenko O.P. Modelling cut structures on a base of plane polyparquets. *Prikladnaya Geometriya i Inzhenernaya Grafika*. 1991;51:52–55.
9. Weisstein E.W. Superellipse. *Wolfram MathWorld*. Available from: <https://mathworld.wolfram.com/Superellipse.html> (accessed: 22.04.2022).
10. Gil-oulbé M., Qbaily J. Geometric modeling and linear static analysis of thin shells in the form of cylindroids. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2018;14(6):502–508. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2018-14-6-502-508>
11. Mamieva I.A., Gbaguidi-Aisse G.L. Influence of the geometrical researches of rare type surfaces on design of new and unique structures. *Building and Reconstruction*. 2019;(5):23–34. <https://doi.org/10.33979/2073-7416-2019-85-5-23-34>
12. Grinko E.A. Classification of analytical surfaces as applied to parametrical architecture and machine building. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2018;19(4):438–456. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2018-19-4-438-456>
13. Berestova S., Misura N., Mityushov E. Geometry of self-bearing covering on rectangular plan. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2017;(4):15–18. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2017-4-15-18>
14. Strashnov S., Rynkovskaya M. To the question of the classification for analytical surfaces. *Geometry and Graphics*. 2022;10(1):36–43. <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2022-10-1-36-43>
15. Tocariu L. Stages in the study of cylindroid surfaces. *The SORGING Journal*. 2007;2(1):37–40.
16. Korotich A.V. Design of a new types of linear quasi-polyhedrons from conoids. *Dizain i Tekhnologii*. 2021; (82):129–135. (In Russ.)
17. Korotich A.V. New architectural forms of ruled quasipolyhedrons. *Architekton: Proceedings of Higher Education*. 2015;(50):31–46. (In Russ.)