

**Геометрические исследования срединных
поверхностей тонких оболочек**

**ВАРИАНТНОЕ КОМПЬЮТЕРНОЕ МАКЕТИРОВАНИЕ ОБОЛОЧЕК
НА ОСНОВЕ ПОЛИПАРАМЕТРИЗАЦИИ ИХ СРЕДИННЫХ
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

В.В. ВАНИН, *д-р техн. наук, профессор* *

С.Л. ШАМБИНА, *канд. техн. наук, доцент* **

Г.И. ВИРЧЕНКО, *соискатель* *

* *Национальный технический университет Украины*

«Киевский политехнический институт»,

03056, Киев, пр. Победы, 37; E-mail: virchga@gmail.com

** *Российский университет дружбы народов*

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6; E-mail: shambina_sl@mail.ru

В статье рассмотрена возможность использования метода полипараметризации для геометрического моделирования срединных поверхностей оболочек с целью обеспечения их эффективного компьютерного макетирования. Проанализированы соответствующие примеры вариантного формообразования строительных тонкостенных пространственных конструкций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: срединные поверхности оболочек, метод полипараметризации, компьютерное макетирование, системы автоматизированного проектирования (САПР).

В настоящее время при создании разнообразных инженерных конструкций и сооружений важную роль играют компьютерные информационные технологии, существенно повышающие качество продукции и снижающие затраты на ее изготовление и эксплуатацию.

Одним из новых направлений в этом плане является *компьютерное макетирование*, которому в зарубежной литературе соответствует термин *быстрое прототипирование* (Rapid Prototyping) [1]. Эта технология заключается в послойном получении физического объекта на основании его компьютерной геометрической модели. Такие процессы называются трехмерной печатью, а реализующие их устройства – 3D-принтерами. Указанный объект довольно часто используется в качестве предварительного образца (*прототипа*) некоторого разрабатываемого продукта. В случае больших габаритов последнего, как правило, изготавливается его уменьшенная копия, т. е. *макет*.

Главное отличие рассматриваемой технологии от традиционных способов производства, таких как *литье, обработка резанием, обработка давлением* и др., заключается в том, что изделие создается путем послойного наращивания (добавления) материала.

Перспективность данного подхода состоит в универсальности применяемого технологического оборудования для быстрого изготовления широкой номенклатуры продукции, которая получается недорогой и качественной.

Наращивание материала при компьютерном макетировании может осуществляться на основе различных физических процессов [1]: полимеризации смол лазером и другими источниками энергии, спеканием порошка, склеиванием или сваркой твердых частиц, плавлением с последующим отверждением и т. п.

Для реализации такой технологии во многих САПР имеется экспорт геометрических моделей в виде STL-файлов (от английского термина stereolithography, т. е. послойного создания твердотельных объектов из жидких фотополимеров, которые под воздействием управляемого компьютером лазера пре-

вращаются в прочный пластик). STL-формат является стандартом для входных данных соответствующего оборудования. В указанных файлах информация о геометрическом объекте хранится как множество треугольников его поверхности в следующем виде:

```
solid name
  facet normal  $n_i n_j n_k$ 
    outer loop
      vertex  $v1_x v1_y v1_z$ 
      vertex  $v2_x v2_y v2_z$ 
      vertex  $v3_x v3_y v3_z$ 
    endloop
  endfacet
  ...
endsolid
```

где *solid*, *endsolid* – начало и конец файла; *name* – имя объекта; *facet*, *endfacet* – начало и конец описания треугольника; ... – некоторое число треугольников; $n_i n_j n_k$ – x, y, z компоненты единичного вектора внешней нормали к треугольнику в декартовой системе координат *Oxyz*; *outer loop*, *endloop* – начало и конец описания внешнего контура; $v1_x v1_y v1_z, v2_x v2_y v2_z, v3_x v3_y v3_z$ – x, y, z координаты вершин 1, 2, 3 треугольника в декартовой системе координат *Oxyz*.

Компьютерное прототипирование позволяет научно-исследовательским и проектно-конструкторским организациям, а также промышленным предприятиям:

- быстро превращать различные инновационные идеи в конкретные изделия;
- оперативно получать физические модели разрабатываемых объектов для проведения их натуральных испытаний с целью проверки предлагаемых технических решений;
- презентовать заказчику наглядные макеты вариантов создаваемой продукции для более полного учета его пожеланий еще на ранних стадиях ее проектирования;
- и т.д.

В процессе разработки технических изделий их прототипы постоянно уточняются и совершенствуются. Это обуславливается тем, что до окончательного выбора, например, принципиальных конструкторско-технологических решений не рационально осуществлять их тщательное уточнение, так как это связано с большими расходами ресурсов.

Важным компонентом современного автоматизированного проектирования разнообразных строительных тонкостенных пространственных конструкций является формообразование срединных поверхностей их оболочек, о чем свидетельствуют, в частности, литературные источники [2-8].

Указанные оболочки одновременно выполняют функции несущих и ограждающих элементов конструкции. В настоящее время в строительстве для них наиболее применяемым материалом является железобетон. Рациональная геометрическая форма и размеры пространственных тонкостенных покрытий обеспечивают эффективное использование свойств железобетона благодаря его работе в двух и более направлениях. Вследствие этого реализуется существенное уменьшение массы по сравнению с конструкциями из плоских элементов. Тонкостенные пространственные покрытия обеспечивают гибкую планировку, высокие функциональные и эстетические характеристики разнообразных промышленных и гражданских зданий.

В соответствии с формой срединной поверхности различают оболочки *одинарной* и *двойкой кривизны*. Для первых наиболее распространены являются

цилиндрические, а среди вторых – вращения (купола) и переноса. Пространственные тонкостенные конструкции бывают также *составными*, т. е. образованными из нескольких оболочек.

Согласно изданиям [5, 6] цилиндрические оболочки и купола могут выполняться монолитными или сборными (рис. 1 и рис. 2).

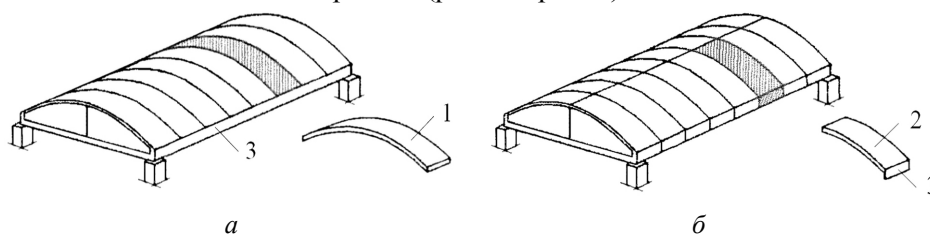


Рис. 1. Схемы разрезки длинной цилиндрической оболочки на:
 а – плиты без бортовых элементов; б – плиты с бортовыми элементами
 1 – панель, 2 – полупанель, 3 – бортовой элемент

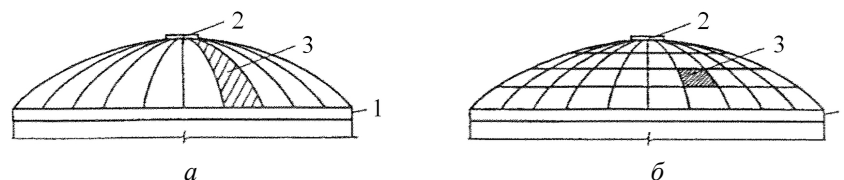


Рис. 2. Схемы разрезки сборных куполов:
 а – меридиональная; б – меридионально-кольцевая
 1 – нижнее опорное кольцо, 2 – верхнее кольцо, 3 – трапецевидная панель

В качестве криволинейных направляющих цилиндрических оболочек и меридиональных образующих куполов возможно применение дуг окружностей, эллипсов, парабол и т. д. В соответствии с этим выделяют круговые (сферические), эллиптические, параболические и пр. типы рассмотренных покрытий. Вопросы обобщенного вариантного геометрического моделирования приведенных срединных поверхностей оболочек, а также их сочетаний, в среде современных САПР на основе использования комбинаторно-вариационного подхода проанализированы в публикации [4].

В НТУУ «КПИ», с целью обеспечения эффективного компьютерного моделирования динамических процессов формообразования, разработан *метод полипараметризации* [9-11], который является дальнейшим развитием указанного выше подхода. Предпосылками для создания этого метода послужило то, что при автоматизированном проектировании многих технических объектов [1-4], широко распространено параметрическое задание разнообразных кривых и поверхностей. При этом ключевая идея метода полипараметризации состоит в разделении области определения фигуры на участки и применения к ним приемов комбинаторно-вариационной методологии.

Известно, что поверхности в векторной параметрической форме задаются в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v), \quad (1)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор в некоторой системе координат (декартовой, цилиндрической, сферической и т. п.); $u \in [u_{\min}, u_{\max}]$, $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ – параметры и промежутки их изменения.

Для систематизации способов динамического вариантного формообразования в работах [9-11] предложено множество:

$$\Phi = C_1 \times C_2 \times C_3 = (\Phi_i)_1^8, \quad (2)$$

элементы которого являются декартовым произведением следующих кортежей свойств формообразования

$$C = (C_i)_1^3, \quad (3)$$

где C_1 =(непрерывность), $C_1=(C_{11}, C_{12})$ =(*формообразование непрерывное, формообразование дискретное*);

C_2 =(направление), $C_2=(C_{21}, C_{22})$ =(*однонаправленное, многонаправленное*);

C_3 =(характер участков параметризации), $C_3=(C_{31}, C_{32})$ =(*постоянные участки параметризации, переменные участки параметризации*).

Произвольная зависимость $r(t)$, где параметр $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$, согласно формуле

$$t(u) = (1 - u)t_{\min} + ut_{\max} \quad (4)$$

преобразовывается к виду $r(t(u))$, где $u \in [0, 1]$.

Соотношение (1) на основании выражения (4) целесообразно рассматривать как топологическое отображение в трехмерное пространство плоского единичного квадрата со сторонами u и v . При этом паре значений (u_i, v_i) данной фигуры соответствует определенная точка r_i поверхности (1), в частности, с декартовыми координатами x_i, y_i, z_i .

Приведем некоторые практические примеры полипараметризации указанного квадрата.

Вариантные динамические построения реализуем на множестве участков

$$Y = (Y_{i,j})_{1^{N_{y_u}}, 1^{N_{y_v}}} = (Y_n)_{1^{N_{y_u} \cdot N_{y_v}}} = (Y_n)_{1^{N_y}}, \quad (5)$$

где N_{y_u} и N_{y_v} – их число вдоль параметров u и v , $N_{y_u} \in N$, $N_{y_v} \in N$.

Примечание. Далее считается, что аналитические зависимости (1) конкретных исследуемых цилиндрических и купольных оболочек известны [2].

Согласно кортежам (2) и (3) имеем способ Φ_1 =(*формообразование непрерывное однонаправленное с постоянными участками параметризации*). Он может быть использован для динамического моделирования показанной на рис. 1, а оболочки. На основании выражения (5) создаем участки параметризации

$$Y_{i,j} = (u_i \in [(i-1)/N_{y_u}, i/N_{y_u}], v_j \in [(j-1)/N_{y_v}, j/N_{y_v}]). \quad (6)$$

В данном случае $N_{y_u} = 1$, $N_{y_v} = 8$, $N_y = N_{y_u} \cdot N_{y_v} = 1 \cdot 8 = 8$. Для пересчета полученных по соотношениям (6) значений u и v на единичных отрезках в промежутки $u \in [u_{\min}, u_{\max}]$, $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ применяются формулы:

$$u = (1 - u)u_{\min} + uu_{\max}, \quad v = (1 - v)v_{\min} + vv_{\max}. \quad (7)$$

Динамическое построение приведенной на рис. 1, б оболочки осуществим способом Φ_3 =(*формообразование непрерывное многонаправленное с постоянными участками параметризации*). Для этого в соответствии с выражением (5) создаем участки параметризации:

$$Y_{i,j} = (u_i \in [(<i/2 > - 1)/N_{y_u}, <i/2 > /N_{y_u}], v_j \in [(j-1)/N_{y_v}, j/N_{y_v}]),$$

где $i=2k-1$, $k \in N$;

$$Y_{i,j} = (u_i \in [(<N_{y_u} - <i/2 > + 1)/N_{y_u}, (<N_{y_u} - <i/2 >)/N_{y_u}], v_j \in [(j-1)/N_{y_v}, j/N_{y_v}]),$$

где $i = 2k$, $k \in N$.

В зависимостях (8) знак $\langle \rangle$ обозначает функцию округления ненатурального числа до ближайшего большего натурального; также считается, что $N_{d_u} = 2m$, $m \in N$, $N_{d_v} \in N$.

В данном случае $N_{y_u} = 2$, $N_{y_v} = 8$, $N_y = N_{y_u} \cdot N_{y_v} = 2 \cdot 8 = 16$. Для пересчета полученных по соотношениям (8) значений u и v на единичных отрезках в промежутки $u \in [u_{\min}, u_{\max}]$, $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ применяются формулы (7).

По аналогии с проанализированными выше примерами вариантного динамического формообразования цилиндрических оболочек может выполняться автоматизированное геометрическое моделирование показанных на рис. 2 куполов. При этом желательно, чтобы выбранный порядок построений отвечал реальным технологическим процессам возведения данных покрытий.

В случае сложности аналитического описания для некоторого объекта необходимой последовательности участков области параметризации рекомендуется использовать для этого изложенные в [11] приемы применения графов.

Полученные по приведенной технологии срединные поверхности оболочек выступают основой для компьютерного твердотельного моделирования соответствующих тонкостенных пространственных покрытий. В процессе дальнейшей проработки их конструкция все более уточняется.

Таким образом, в данной публикации представлена общая схема использования метода полипараметризации для вариантного формообразования срединных поверхностей оболочек с целью обеспечения их эффективного построения и компьютерного макетирования в среде современных САПР.

Проанализированные приемы являются довольно формализованными и универсальными, что способствует не только их простой компьютерной программной реализации, но и широкому внедрению в различные сферы инженерной деятельности. Однако для этого требуется проведение надлежащих изысканий как теоретического, так и практического плана в соответствующих областях науки, производства, образования и т. д.

Л и т е р а т у р а

1. *Ли К.* Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – СПб.: Питер, 2004. – 560 с.
2. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. – Springer International Publishing Switzerland, 2015. – 752 p.
3. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Аналитические поверхности в архитектуре зданий, конструкций и изделий. – М.: ЛИБРОКОМ, 2012. – 328 с.
4. *Ванин В.В., Шамбина С.Л., Вирченко В.Г.* Применение комбинаторно-вариационного подхода для компьютерного геометрического моделирования инженерных конструкций и сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – №4. – С. 3-8.
5. *Лебедева Н.В.* Фермы, арки, тонкостенные пространственные конструкции. – М.: Архитектура-С, 2006. – 120 с.
6. *Маулян Р.Л., Маулян Д.Р., Веселев Ю.А.* Строительные конструкции. – Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 880 с.
7. *Krivoshapko S.N., Shambina S.L.* Design of developable surfaces and the application of twin-walled developable structures // Serbian Architectural Journal. – Vol. 4, 2012, No. 3. – Belgrad. – P. 298-317.
8. *Christian A. Bock Hyeng, Emmanuel B. Yamb.* Application of Cyclic Shells in Architecture, Machine Design, and Bionics // International Journal of Modern Engineering Research. – Vol.2, Issue.3, May-June 2012. – P. 799-806.
9. *Ванин В.В., Вирченко С.Г., Вирченко Г.И.* Варіантне моделювання геометричних об'єктів методом поліпараметризації // Проблеми інформаційних технологій. – №02(016) грудень 2014. – Херсон: ХНТУ, 2014. – С. 76-79.
10. *Вирченко Г.И.* Динамічне варіантне формоутворення ліній, поверхонь і тіл методом поліпараметризації // Наукові нотатки. – Вип. 48. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – С. 45-48.
11. *Вирченко Г.И.* Застосування графів-дерев для динамічного варіантного моделювання геометричних об'єктів // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – №19. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – С. 96-99.

References

1. *Li, K.* (2004). *Osnovy SAPR (CAD/CAM/CAE)*, SPb.: Piter, 560 p.
2. *Krivoshapko, S.N., Ivanov, V.N.* (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*, Springer International Publishing Switzerland, 752 p.
3. *Krivoshapko, S.N., Mamiyeva, I.A.* (2012). *Analiticheskie Poverkhnosti v Arkhitekture Zdanii, Konstrukcii i Izdelii*, Moscow: Kn. Dom "LIBROKOM", 328 p.

4. Vanin, V.V., Shambina, S.L., Virchenko, V.G. (2013). Primenenie kombinatorno-variantcionnogo podkhoda dlia kompiuternogo geometricheskogo modelirovaniia inzhenernykh konstruktsii i sooruzhenii, *Stroitel'naya Mekhanika Inzhenernykh Konstruktsii i Sooruzhenii*, №4, p. 3-8.
5. Lebedeva, N.V. (2006). *Fermy, Arki, Tonkostennye Prostranstvennye Konstruktsii*, M.: Arhitektura-C, 120 p.
6. Mailian, R.L., Mailian, D.R., Veselev, I.U.A. (2005). *Stroitel'nye Konstruktsii*, Rostov n/D.: Feniks, 880 p.
7. Krivoshapko, S.N., Shambina, S.L. (2012). Design of developable surfaces and the application of twin-walled developable structures, *Serbian Architectural Journal*, Vol. 4, No. 3, Belgrad, p. 298-317.
8. Christian A. Bock Hyeng, Emmanuel B. Yamb. (2012). Application of Cyclic Shells in Architecture, Machine Design, and Bionics, *International Journal of Modern Engineering Research*, Vol.2, Iss. 3, p. 799-806.
9. Vanin, V.V., Virchenko, S.G., Virchenko, G.I. (2014). Variantne modeliuvannia geometrychnykh obektiv metodom poliparametrizatsii, *Problemy Informatciinykh Tekhnologii*, №02 (016) ghruden 2014, Kherson: KHNTU, p. 76-79.
10. Virchenko, G.I. (2015). Dinamichne variantne formoutvorennia linii, poverkhon i til metodom poliparametrizatsii, *Naukovi notatky*, Vyp. 48, Lutck: LNTU, p. 45-48.
11. Virchenko, G.I. (2015). Zastosuvannia grafiv-derev dlia dynamichnogo variantnogo modeliuvannia geometrychnykh obektiv, *Kompiuterno-Integrovani Tekhnologii: Osvita, Nauka, Vyrobnnytctvo*, №19, Lutck: LNTU, p. 96-99.

VARIANT COMPUTER SHELL PROTOTYPING BASED ON POLYPARAMETERIZATION OF MIDDLE SURFACES

V.V. VANIN*, S.L. SHAMBINA**, G.I. VIRCHENKO*

*National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute», Kiev

**Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

The paper considers the possibility of using the polyparameterization method for geometric modeling of middle surfaces of shells in order to ensure their effective computer prototyping. Examples of variant forming of thin-walled spatial building structures were analyzed.

KEYWORDS: middle surface of a shell, method of polyparameterization, computer prototyping, computer-aided design (CAD).

