

Анализ течения в пристеночной области свободноконвективного турбулентного пограничного слоя

Ю. П. Рыбаков*, С. Г. Черкасов[†], Я. А. Суслов[†]

* *Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*

[†] *ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша», Россия, Москва*

Проведён анализ течения турбулентного свободно-конвективного пограничного слоя около нагретой вертикальной пластины. На основе сопоставления критериев подобия определено относительное влияние вязких и конвективных сил в рассматриваемой области. Получены приближенные уравнения, описывающие характеристики течения в пристеночной области с учётом относительного влияния вязких и конвективных сил. С использованием аналогии между уравнениями вынужденного турбулентного пограничного слоя и полученных уравнений для пристеночной области найдены соответствующие профили вертикальной скорости и избыточной температуры. На основе полученных профилей вертикальной скорости и избыточной температуры были построены поля скоростей и температуры внутри пристеночной области. По полям скоростей получено выражение, описывающее турбулентное трение в пристеночной области свободноконвективного турбулентного пограничного слоя. На основе аналогии с вынужденным турбулентным пограничным слоем и течением в пристеночной области свободноконвективного турбулентного пограничного слоя возле вертикальной пластины было предложено использовать формулу Блазиуса для нахождения значения турбулентного напряжения трения на стенке. Проведён обзор полученных результатов.

Ключевые слова: свободная конвекция, турбулентность, пограничный слой, турбулентное трение, пристеночная область

1. Введение

При исследовании свободноконвективных турбулентных пограничных слоёв интегральными методами [1–3] особенно остро встаёт проблема определения параметров течения в пристеночной области и значений напряжения трения на стенке. Впервые задача о структуре течения в пристеночной области была поставлена С. С. Кутутеладзе [4, 5], где была использована модель квазиламинарного вязкого подслоя. В рамках приближения квазиламинарного вязкого подслоя было предложено пренебречь левыми частями уравнений Навье–Стокса и пульсационными составляющими для напряжений трения и теплового потока. В рамках этой модели были получены приближённые решения уравнений пограничного слоя в пристеночной области для вертикальной скорости и избыточной температуры. В дальнейшем подобное решение было получено В. Джорджем и С. Кэппом [6] в 1978 году в рамках тех же предположений было получено аналогичное решение, в котором, однако, явно фигурировало значение напряжения трения на стенке. Данные результаты почти не использовались в практических расчётах, ввиду того, что согласно моделям С. С. Кутутеладзе и Джорджа–Кэппа течение в пристеночной области не оказывает прямого влияния на теплообмен. Как показывают современные экспериментальные данные [7, 8], пренебрежение левой частью уравнения переноса импульса в пристеночной области некорректно ввиду положительности как выталкивающей силы, так и силы трения. В данной статье предложено использовать анализ критериев подобия в пристеночной области для определения относительного влияния выталкивающей силы и силы трения на параметры течения. Получена приближённая система уравнений, учитывающая левую часть уравнения переноса импульса. Получено решение приближённой системы и определены границы применимости выбранного приближения.

2. Постановка задачи

Рассматривается пристеночная область турбулентного свободно-конвективного пограничного слоя около вертикальной бесконечной нагретой пластины с заданным удельным тепловым потоком q_w . Задачу об определении полей скоростей и температуры в пристеночной области пограничного слоя будем рассматривать в рамках смешанной конвекции [9], где относительное влияние вязких сил и силы плавучести определяется отношением числа Грасгофа к квадрату числа Рейнольдса. Обозначим за d расстояние по нормали до стенки и примем это расстояние за характерный линейный масштаб задачи. Направим ось z вверх вдоль пластины, а ось x по нормали к ней. В соответствии с теорией [6] отношение Gr^*/Re^2 задаётся соотношением:

$$\frac{Gr^*}{Re^2} = \left(\frac{g\beta q_w}{\lambda \nu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot d^2. \quad (1)$$

Отсюда следует, что в пристеночной области ($d \rightarrow 0$) можно пренебречь выталкивающей силой. Обозначим за η толщину области, в которой доминируют вязкие силы. Из условия (1) можно величину η условием равенства единице отношения Gr^*/Re^2 .

$$\eta = \left(\frac{\nu^2 \lambda}{g\beta q_w} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2)$$

В рамках сделанного допущения можно существенно упростить исходную задачу, записав уравнение переноса импульса в следующем виде:

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial x}. \quad (3)$$

Здесь ρ , u , w — соответственно плотность, нормальная скорость и вертикальная скорость, τ — турбулентные напряжения трения. Для замыкания уравнения (3) требуется использовать уравнение неразрывности.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

В рамках принятых в рассматриваемой модели допущений, с учётом линейности профиля температуры в пристеночной области, уравнение переноса тепла запишем в виде:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Граничными условиями для уравнений (3)–(5) являются условие прилипания, условие не протекания и значение теплового потока на стенке, а также значения вертикальной и нормальной скоростей на внешней границе пристеночной области. Данные условия можно записать в виде следующих формул:

$$w|_{x=0} = 0, \quad (6)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad (7)$$

$$q|_{x=0} = q_w, \quad (8)$$

$$w|_{x=\eta} = w_0. \quad (9)$$

3. Анализ решения

Уравнения (3)–(4) с граничными условиями (6)–(7) и (9) эквивалентны задаче о турбулентном пограничном слое при вынужденном обтекании пластины [9], где в качестве скорости внешнего течения используется скорость на внешней границе пристеночной области, а в качестве толщины пограничного слоя — толщина η . Вертикальную скорость и трение на стенке, с учётом аналогии с вынужденным турбулентным течением, можно записать в следующем виде:

$$u = -\frac{7\eta}{8} \frac{dw_0}{dz} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\frac{8}{7}}, \quad (10)$$

$$w = w_0(z) \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\frac{1}{7}}, \quad (11)$$

$$\tau_w = 0,0228\rho w_0^2 \left(\frac{\nu}{w_0\eta}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (12)$$

В силу уравнений (3)–(4) турбулентные напряжения трения в пристеночной области описываются формулой:

$$\tau = 0,00228\rho w^2 \left(\frac{\nu}{w\eta}\right)^{\frac{1}{4}} + \frac{49}{72}\eta\rho w \frac{dw}{dz} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\frac{9}{7}}. \quad (13)$$

Турбулентное напряжение трения, описываемое формулой (13), демонстрирует поведение, аналогичное экспериментальным исследованиям в работах [7, 8, 10, 11] при $\frac{x}{\delta} < 5 \cdot 10^{-2}$, где δ — общая толщина пограничного слоя.

Уравнение (5) решается отдельно от уравнений (3)–(4) и в силу граничного условия (8) имеет решение в виде постоянного теплового потока.

$$q = q_w. \quad (14)$$

4. Заключение

Предложена физико-математическая модель для расчёта характеристик турбулентного свободно-конвективного пограничного слоя, основанная на уравнениях пограничного слоя в интегральной форме. В модели используются элементы двухзонной теории свободно-конвективного пограничного слоя. Показано, что результаты расчётов хорошо совпадают с результатами известных экспериментов, как по интенсивности теплообмена, так и по распределениям скорости и температуры поперёк пограничного слоя.

Литература

1. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. — 680 с.
2. Черкасов С. Г., Суслов Я. А. Двухпараметрический интегральный метод расчёта турбулентного свободно-конвективного пограничного слоя // Тепловые процессы в технике. — 2014. — Т. 6, № 8. — С. 338–342.
3. Черкасов С. Г., Суслов Я. А. Полуэмпирический интегральный метод расчёта свободноконвективного турбулентного пограничного слоя // Шестая Российская

- национальная конференция по тепломассобмену, тезисы докладов. Секция 2. — Т. 1. — 2014. — С. 242.
4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
 5. Турбулентная естественная конвекция в вертикальном слое / С. С. Кутателадзе, В. П. Ивакин, А. Г. Кирдяшкин, А. Н. Кекалов // ТВТ. — 1977. — Т. 15, № 3. — С. 545–553.
 6. *William K. George S. P. C.* A Theory for Natural Convection Turbulent Boundary Layers Next to Heated Vertical Surfaces // *Int. J. Heat Mass Transform.* — 1979. — Vol. 22. — Pp. 813–826.
 7. Development of Turbulence Characteristics in a Vertical Free Convection Boundary Layer / M. Miyamoto, H. Kajino, J. Kurima, I. Takanami // *Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf.* — Vol. 2, No NC31. — Munich: 1982. — Pp. 323–328.
 8. Чумаков Ю. С. Проблемы турбулентности и вычислительная гидродинамика (к 70-летию кафедры «Гидродинамика») // Научно-технические ведомости. — 2004. — № 2. — С. 1–27.
 9. *Saunders O. A.* Natural Convection in Liquids // *Proc R. Soc. A.* — 1939. — Vol. 172. — Pp. 55–71.
 10. Turbulent Boundary Layer of Natural Convection Along a Vertical Flat Plate / M. Hishida, Y. Nagano, T. Tsuji, I. Kaneko // *Trans. JSME, Ser. B.* — 1981. — Vol. 47, No 419. — Pp. 1260–1268.
 11. *Doan K. S., Coutanceau J.* Structure d'un écoulement de convection naturelle-transition et turbulence établie // *Acta Astronautica.* — 1981. — Vol. 8. — Pp. 123–160.

UDC 532.526

Analysis of the Flow of the Near Wall Region in Natural Convection Boundary Layer

Y. P. Rybakov*, S. G. Cherkasov[†], Y. A. Suslov[†]

* *Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia*

[†] *Keldysh Federal Research Center, Moscow, Russia*

The analysis of the flow of turbulent natural convection boundary layer near a heated vertical plate was done. On the basis of comparison of criteria of similarity determined relative influence of viscous and convective forces in this region. The approximate equations describing the flow characteristics in the near wall region takes into account the relative influence of viscous and convective forces. Using the analogy between equations of forced turbulent boundary layer and obtained the equations for the near wall region was found corresponding profiles of vertical velocity and excess temperature. On the basis of the profiles of vertical velocity and excess temperature were built of the velocity field and temperature in the near wall region. In the fields of velocities obtained an expression describing the friction in turbulent wall region of a turbulent boundary layer free convection flow. Based on the analogy with a forced turbulent boundary layer and the flow in the near wall region of natural convection turbulent boundary layer near a vertical plate has been proposed to use the Blasius formula for finding the values of the turbulent shear stress on the wall. A review of the results was done.

Key words and phrases: natural convection, turbulence, boundary layer, turbulent friction, near-wall region

References

1. E. R. Eckert, R. M. Drake, *Theory of Heat and Mass Transfer*, Gosenergoizdat, Moscow, Leningrad, 1961, in Russian.
2. S. G. Cherkasov, Y. A. Suslov, Two-Parametrical Integral Method of Calculation Turbulent Boundary Layer, *Heat Processes in Technics* 6 (8) (2014) 338–342, in Russian.

3. S. G. Cherkasov, Y. A. Suslov, Semi-Empirical Integral Method of Calculation Turbulent Boundary Layer, in: Six National Conferencing of heat ond mass transfer, thesis. Section 2., Vol. 1, 2014, p. 242, in Russian.
4. S. S. Kutateladze, Main Theory of Heat Tranfer, Atomizdat, Moscow, 1979, in Russian.
5. S. S. Kutateladze, V. P. Ivankin, A. G. Kirdyashkin, A. N. Kekalov, Turbulent Natural Convection in Vertical Boundary Layer, TVT 15 (3) (1977) 545–553, in Russian.
6. S. P. C. William K. George, A Theory for Natural Convection Turbulent Boundary Layers Next to Heated Vertical Surfaces, Int. J. Heat Mass Transform 22 (1979) 813–826.
7. M. Miyamoto, H. Kajino, J. Kurima, I. Takanami, Development of Turbulence Characteristics in a Vertical Free Convection Boundary Layer, in: Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf., Vol. 2, Munich, 1982, pp. 323–328.
8. Y. S. Chumakov, Problems of Turbulence and Numeric Hydrodynamics (to the 70th Anniversary of Department “Hydrodynamics”), Science and technology news (2) (2004) 1–27, in Russian.
9. O. A. Saunders, Natural Convection in Liquids, Proc R. Soc. A 172 (1939) 55–71.
10. M. Hishida, Y. Nagano, T. Tsuji, I. Kaneko, Turbulent Boundary Layer of Natural Convection Along a Vertical Flat Plate, Trans. JSME, Ser. B 47 (419) (1981) 1260–1268.
11. K. S. Doan, J. Coutanceau, Structure d’un écoulement de convection naturelle-transition et turbulence établie, Acta Astronautica 8 (1981) 123–160.