

## ПОСТРОЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЮЩЕГО МОДУЛЯ МАРШРУТИЗАТОРА

Велиева Т.Р.

*Российский университет дружбы народов, trvelieva@gmail.com*

**Построена стохастическая модель управляющего модуля маршрутизатора типа RED, основанная на физических свойствах TCP протокола.**

Ключевые слова: протокол TCP Reno, Random Early Detection (RED), стохастические дифференциальные уравнения с винеровским процессом, стохастические дифференциальные уравнения с пуассоновским процессом, одношаговые процессы.

### Метод стохастизации

Суть используемого метода стохастизации заключается в построении одношагового процесса, на основе которого записывается основное кинетическое уравнение [1, 2]. При разложении в ряд основного кинетического уравнения получаем уравнение, соответствующее уравнениям Фоккера-Планка и Ланжевена. Более подробно метод описан в работе [2].

### Построение стохастической модели

Модель управляющего модуля маршрутизатора состоит из управляющей системы, управляемого модуля, а также системы взаимодействия. Передача данных осуществляется при помощи TCP протокола, а точнее одной из его реализаций – TCP Reno [3].

Так как для подавления перегрузки в протоколе TCP используется механизм окон, то необходимо описать изменение окна [4]. Изменение размера окна перегрузки зависит от фазы, в которой находится механизм управления перегрузками. Механизм управления перегрузками состоит из следующих фаз: медленный старт, предотвращение перегрузок, быстрая передача и быстрое восстановление.

Для упрощения модели рассматриваем только фазу перегрузки.

Запишем уравнения окна перегрузки, средней длины очереди и уравнение мгновенной длины очереди в непрерывном виде, которые соответствуют дискретным уравнениям, приведенным в работах [5, 6].

Дискретное уравнение окна перегрузки:

$$W_{n+1} = W_n + 1$$

Непрерывное уравнение окна перегрузки:

$$\dot{W} = \frac{1}{T},$$

где  $T$  - время двойного оборота.

Дискретное уравнение средней длины очереди:

$$\hat{q}(t_k + \delta) = (1 - \omega_q) \hat{q}(t_k) + \omega_q q(t_k)$$

Непрерывное уравнение средней длины очереди

$$\dot{q} = -\frac{\omega_q}{\delta} \hat{q} + \frac{\omega_q}{\delta} q$$

Дискретное уравнение мгновенной длины очереди

$$q_{n+1} = q_n + W_n - C_n$$

Непрерывное уравнение мгновенной длины очереди

$$\dot{q} = \frac{W(t)}{T(t)} - C(t)$$

Кинетические уравнения окна перегрузки

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1} W \\ W \xrightarrow{k_2} 0 \end{cases}$$

Кинетические уравнения мгновенной длины очереди

$$\begin{cases} 0 \xrightarrow{k_1} Q \\ 0 \xrightarrow{k_2} Q \end{cases}$$

Применяя методы, описанные в работе [2], получаем уравнения Фоккера-Планка и соответствующие им уравнения Ланжевена.

Уравнение Фоккера-Планка окна перегрузки  $\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial W} [k_1 - k_2 W] \omega + \frac{\partial^2}{2 \partial W^2} [k_1 + k_2 W] \omega$

Уравнение Ланжевена  $dW = (k_1 - k_2 W) dt + \sqrt{k_1 + k_2 W} dV$

Уравнение Фоккера-Планка мгновенной длины очереди  $\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} [(k_1 + k_2) q] + \frac{\partial^2}{2 \partial Q^2} [(k_1 + k_2) q]$

Уравнение Ланжевена  $dQ = (k_1 + k_2) dt + \sqrt{k_1 + k_2} dV$

Результирующая система

$$\begin{cases} dW = \left( \frac{1}{T} - C \right) dN + \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{W}{C}} dV \\ dQ = \left( \frac{1}{T} - C \right) dQ + \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{Q}{C}} dV \\ \frac{d\hat{Q}}{dt} = -\frac{\partial Q}{\partial \delta} + \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \delta} \end{cases}$$

Полученные уравнения в моментах соответствуют уравнениям, представленным в работе [6].

### Вывод

Используя метод построения одношаговых процессов, получаем стохастическую модель управления модулем маршрутизатора типа RED. Данная модель получена на основе первичных принципов и включает в себя одновременно винеровский и пуассоновский процессы. Для верификации построенной модели использовалась математическая модель, рассмотренная в работе [6].

### Литература

1. Демидова А. В. Уравнения динамики популяций в форме стохастических дифференциальных уравнений // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2013. — no. 1. — P. 67–76.
2. Демидова А. В. Метод стохастизации математических моделей на примере системы «хищник-жертва» // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2013. — Москва: МИФИ, 2013. — P. 127.
3. Королькова А. В., Кулябов Д. С., Черноиванов А. И. К вопросу о классификации алгоритмов RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2009. — no. 3. — P. 34–46.

4. Floyd S., Jacobson V. Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance. — 1993. — Vol. 22.
5. Misra V., Gong W.-b., Towsley D. Fluid-based Analysis of a Network of AQM Routers Supporting TCP Flows with an Application to RED. — 2000.
6. Королькова А. В. Математическая модель процесса передачи трафика с регулируемой алгоритмом типа RED динамической интенсивностью потока. — 2010. — Vol. 115.
7. Королькова А. В. Метод расчета вероятности сброса пакетов в алгоритме RED // Вестник Российского университета дружбы народов, серия «Математика. Информатика. Физика». — 2007. — no. 1-2. — P. 32–37.
8. Королькова А. В., Кулябов Д. С. Математическая модель динамики поведения параметров систем типа RED // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2010. — no. 1. — P. 68–76.
9. Кулябов Д. С., Королькова А. В., Зарядов И. С. Обзор подходов к моделированию модуля управления трафиком // Т-Comm - Телекоммуникации и транспорт. — 2012. — no. 7. — P. 122–125.

## CONSTRUCTING A STOCHASTIC MODEL OF MANAGED ROUTER MODULE

*Velieva T.R.*

*Peoples' Friendship University of Russia, trvelieva@gmail.com*

***Stochastic model of the control module type RED router is built based on the physical properties of the TCP protocol.***

Key words: protocol TCP Reno, Random Early Detection (RED), stochastic differential equations with a Wiener process, stochastic differential equations with a Poisson process, one-step processes.