
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗЛИЧИЕНИЯ УГЛОВ*

Ю.А. Чудина

Кафедра социальной и дифференциальной психологии
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В статье описана геометрическая модель различения четырехлинейных фигур, построенная методом многомерного шкалирования субъективных попарных различий между изображениями. Полученная геометрическая модель стимулов, интерпретируемая в терминах сферической модели различения стимулов Е.Н. Соколова и Ч.А. Измайлова, представлена сферической поверхностью в четырехмерном евклидовом пространстве и характеризуется тремя сферическими координатами. Различение четырехлинейных фигур определяется особенностями конфигурации изображения.

Ключевые слова: многомерное шкалирование, субъективные оценки попарных различий, четырехлинейные изображения, двухканальный модуль, сферическая модель различения стимулов, конфигурация изображения.

Конфигурации из линий, представляющие неслучайное сочетание элементов, распознаются зрительной системой с помощью целостного анализа графических характеристик изображения [6; 7]. Согласно сферической модели различения стимулов такой анализ осуществляется набором двухканальных модулей, каждый из которых представлен парой оппонентных нейронных каналов, реагирующих сочетанием возбуждения и торможения на сенсорный признак [2]. В результате взаимодействия двухканальных модулей формируется многоканальная нейронная сеть, которая может быть представлена в виде гиперсферы в многомерном евклидовом пространстве [1; 8; 12; 14]. Двухканальные модули графических характеристик объединяются по аддитивному принципу [6], что подтверждают исследования распознавания конфигураций [4; 5; 7; 10; 11]. Распознавание конфигураций начинается с определения сенсорных характеристик светового потока, таких как граница, направление, наклон, цвет [6], которые активируют соответствующие двухканальные модули, объединяющиеся в многоканальную сеть таким образом, чтобы точно и быстро распознать конфигурацию изображения. В данном контексте сенсорные характеристики изображения можно назвать элементами «зрительного алфавита» [6; 7], из которых строится «зрительный язык», подобно речевому языку. Закономерности построения многомерной сети распознавания видимой сцены определяются особенностями видимого мира, функциональной структурой зрительной системы и зрительной задачей. Части многомерной сети объединяются для конструирования конкретного изображения из элементов «зрительного алфавита».

В этой статье представлены результаты экспериментального исследования зрительного различения изображений, представляющих собой четыре линии, выходящие из одной точки. Такие изображения использовали в качестве стимулов, так как они являются элементами контурного изображения и рассматриваются как базовые признаки видимой сцены [9]. Основным методом исследования является

* Работа поддержана грантами РГНФ № 10-06-00302а и РФФИ № 10-06-00438а.

метод многомерного шкалирования субъективных различий между стимулами [8; 13], результаты которого анализировали в рамках сферической модели различения стимулов Е.Н. Соколова и Ч.А. Измайлова [1; 2; 14].

Испытуемые. В эксперименте приняли участие 10 здоровых испытуемых в возрасте 19—25 лет, среди которых было пять женщин и пять мужчин.

Стимулы. В качестве стимулов использовали фигуры из четырех линий, выходящих из одной точки (рис. 1).

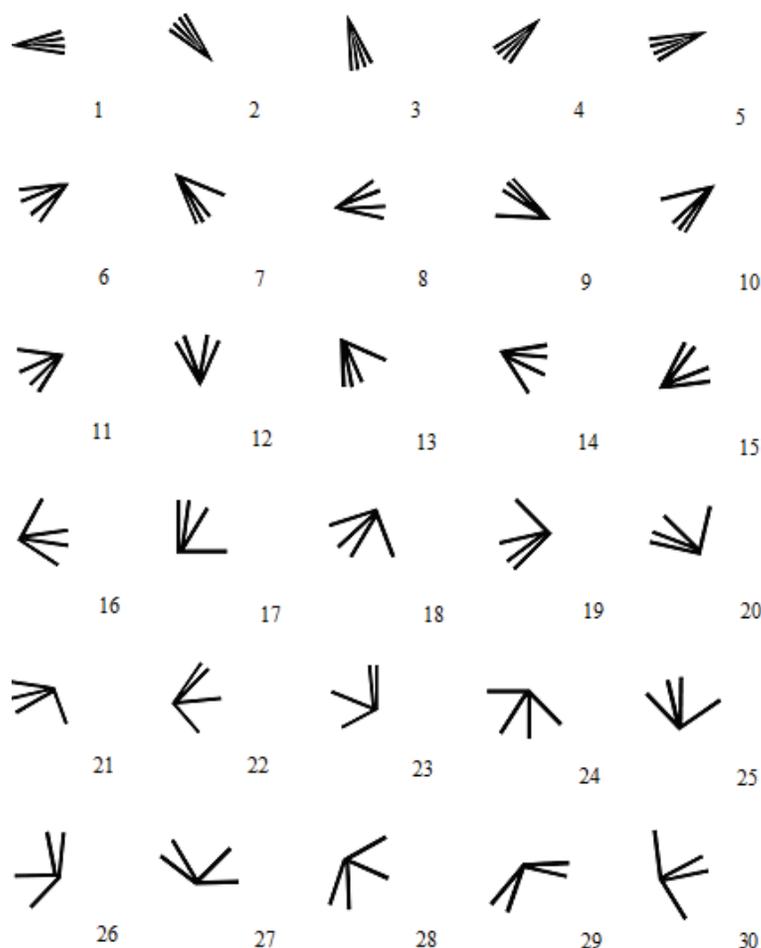


Рис. 1. Четырехлинейные фигуры, представляющие сложные углы (номера стимулов обозначены цифрами)

Все четыре линии фигуры имеют одинаковую длину и представляют собой два угла, где один расположен внутри другого. Величина внешнего угла изменялась от 30 до 160°, а внутреннего — от 12 до 120°. Внутренний угол по отношению к внешнему углу располагался симметрично или несимметрично. В первом случае ориентации биссектрис внешнего и внутреннего углов совпадали, в последнем — отличались. Всего использовали 30 изображений, 9 из которых имели симметричное расположение внешнего и внутреннего углов, остальные имели несимметричное расположение.

Процедура предъявления стимулов. Стимулы предъявлялись на экране компьютера и изображались белыми линиями на темном фоне. Испытуемых просили оценить различия между предъявляемыми парами изображений по 9-балльной шкале: минимальному различию приписать 1, максимальному — 9, а остальные значения использовать для промежуточных оценок путем нажатия на соответствующую цифровую клавишу для записи результата в памяти компьютера. Предъявление пары стимулов осуществлялось в течение 0,5 с, после чего испытуемый давал числовой ответ в течение экспонирования темного фона (0,5 с). Каждый испытуемый сравнивал по 435 пар стимулов из расчета $n(n-1)/2$, где $n = 30$, одинаковые стимулы в паре исключали. Каждая пара стимулов предъявлялась на экране компьютера по 2 раза. Пары стимулов предъявлялись в квазислучайном порядке.

Для каждого испытуемого была получена треугольная матрица попарных субъективных различий между стимулами, элементом которой была средняя оценка по двум предъявлениям каждой пары изображений. После проверки матриц всех испытуемых на коррелированность их усреднили и получили матрицу усредненных по 20 предъявлениям субъективных различий между четырехлинейными фигурами (рис. 2).

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|--|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1,9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 1,3 | 1,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 1,9 | 1,4 | 1,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 1,3 | 1,4 | 2,0 | 1,3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 3,7 | 3,3 | 3,3 | 3,4 | 3,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 3,6 | 3,3 | 3,5 | 3,1 | 3,8 | 3,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 3,4 | 3,4 | 3,9 | 3,5 | 3,5 | 2,1 | 3,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 3,9 | 3,0 | 3,8 | 3,9 | 2,7 | 4,0 | 2,6 | 4,0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 4,3 | 3,8 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 3,6 | 2,1 | 3,9 | 2,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 4,8 | 4,2 | 4,4 | 3,6 | 4,1 | 3,0 | 3,7 | 3,2 | 3,3 | 3,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 3,8 | 3,5 | 4,1 | 3,6 | 4,2 | 2,3 | 3,4 | 3,0 | 3,3 | 3,6 | 3,2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 4,0 | 3,7 | 4,1 | 3,8 | 4,1 | 3,6 | 2,9 | 3,9 | 3,0 | 2,2 | 2,5 | 4,0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 4,3 | 4,1 | 4,5 | 4,4 | 4,4 | 3,5 | 4,3 | 3,2 | 3,8 | 4,2 | 2,1 | 2,6 | 3,2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 4,1 | 3,8 | 3,8 | 4,2 | 3,8 | 2,5 | 3,8 | 3,2 | 3,4 | 3,8 | 3,0 | 1,8 | 3,6 | 3,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 5,4 | 4,7 | 5,6 | 5,5 | 5,3 | 4,6 | 4,8 | 4,2 | 4,9 | 4,7 | 4,0 | 4,4 | 4,9 | 4,6 | 4,5 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 5,4 | 4,3 | 5,0 | 5,2 | 5,3 | 4,3 | 4,8 | 4,3 | 4,4 | 5,1 | 4,8 | 4,7 | 3,6 | 4,3 | 4,3 | 4,6 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | 4,9 | 5,3 | 4,8 | 4,5 | 4,9 | 4,4 | 4,6 | 4,8 | 4,6 | 4,3 | 3,5 | 4,3 | 3,6 | 3,6 | 4,1 | 3,3 | 4,1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | 5,6 | 5,0 | 5,8 | 5,5 | 4,6 | 4,7 | 4,4 | 4,8 | 4,7 | 4,6 | 4,0 | 4,8 | 3,8 | 4,0 | 4,5 | 2,4 | 3,6 | 4,5 | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | 5,1 | 4,6 | 4,7 | 5,2 | 4,6 | 4,2 | 4,3 | 4,1 | 4,3 | 4,4 | 4,0 | 4,4 | 3,7 | 4,4 | 3,9 | 3,5 | 3,4 | 2,8 | 3,7 | | | | | | | | | | | | |
| 21 | 4,9 | 4,8 | 6,0 | 5,2 | 5,0 | 4,6 | 5,2 | 4,3 | 5,0 | 4,8 | 4,2 | 4,4 | 4,7 | 4,0 | 4,3 | 3,3 | 3,6 | 3,9 | 3,9 | 3,6 | | | | | | | | | | | |
| 22 | 5,5 | 5,6 | 6,3 | 5,5 | 6,2 | 5,8 | 5,2 | 4,7 | 5,3 | 4,8 | 4,9 | 5,1 | 5,1 | 4,7 | 4,2 | 3,9 | 4,8 | 4,7 | 3,3 | 4,4 | 3,8 | | | | | | | | | | |
| 23 | 6,3 | 5,8 | 6,1 | 5,8 | 6,4 | 5,4 | 5,5 | 5,4 | 4,9 | 5,4 | 4,8 | 5,8 | 4,8 | 5,2 | 5,6 | 4,9 | 4,1 | 4,8 | 4,2 | 5,0 | 4,4 | 2,8 | | | | | | | | | |
| 24 | 5,7 | 5,9 | 5,6 | 6,4 | 5,6 | 4,9 | 5,4 | 5,2 | 5,1 | 5,3 | 4,2 | 5,0 | 5,4 | 4,9 | 5,1 | 3,8 | 4,2 | 3,5 | 4,6 | 4,9 | 3,9 | 4,4 | 4,4 | | | | | | | | |
| 25 | 5,4 | 5,0 | 5,2 | 5,0 | 5,2 | 4,7 | 4,7 | 4,4 | 4,4 | 4,7 | 4,1 | 3,9 | 4,5 | 3,9 | 3,9 | 3,8 | 3,7 | 2,9 | 3,5 | 3,0 | 3,0 | 4,5 | 4,3 | 3,6 | | | | | | | |
| 26 | 6,1 | 6,6 | 6,3 | 6,6 | 6,5 | 5,8 | 5,8 | 6,1 | 5,9 | 5,6 | 5,8 | 5,4 | 6,0 | 5,6 | 5,4 | 4,8 | 5,4 | 5,2 | 4,5 | 5,2 | 4,9 | 3,9 | 3,8 | 3,8 | 5,0 | | | | | | |
| 27 | 6,1 | 6,2 | 7,1 | 6,1 | 6,1 | 5,3 | 5,5 | 5,5 | 5,3 | 6,0 | 5,0 | 4,8 | 4,9 | 4,7 | 4,5 | 4,7 | 5,3 | 4,8 | 4,7 | 4,8 | 4,5 | 4,5 | 4,0 | 2,8 | 4,5 | 3,2 | | | | | |
| 28 | 6,2 | 6,9 | 6,1 | 6,8 | 5,9 | 5,7 | 5,1 | 5,6 | 5,7 | 6,2 | 5,1 | 6,1 | 5,9 | 5,2 | 5,5 | 5,0 | 4,7 | 5,0 | 4,1 | 5,0 | 4,6 | 4,3 | 4,5 | 3,7 | 4,8 | 2,9 | 2,6 | | | | |
| 29 | 6,7 | 7,0 | 6,0 | 6,0 | 6,9 | 5,2 | 5,8 | 5,8 | 5,8 | 5,5 | 5,0 | 5,6 | 5,1 | 5,4 | 5,8 | 5,8 | 5,8 | 4,9 | 5,6 | 5,3 | 4,6 | 4,5 | 4,2 | 4,3 | 4,9 | 2,7 | 2,4 | 3,2 | | | |
| 30 | 6,8 | 7,0 | 6,9 | 6,6 | 7,0 | 6,7 | 6,4 | 5,7 | 6,1 | 6,6 | 6,3 | 5,9 | 6,0 | 5,9 | 6,2 | 5,0 | 5,9 | 5,6 | 5,0 | 5,5 | 5,5 | 4,5 | 5,0 | 4,7 | 5,7 | 4,0 | 4,1 | 4,0 | 4,9 | | |

Рис. 2. Матрица усредненных субъективных различий между четырехлинейными фигурами (номера строк и столбцов матрицы соответствуют номерам стимулов на рис. 1)

Обработка результатов. Итоговую матрицу обработали неметрическим методом многомерного шкалирования по алгоритму Гутмана [8; 13]. В результате было построено геометрическое пространство четырехлинейных фигур, представляющих сложные углы. Для выявления структуры полученного пространства определили: 1) его минимальную размерность на основе показателей меры различия («стресс») и сходства (коэффициент корреляции) между исходными и полученными в результате шкалирования данными и 2) сферичность по коэффициенту вариации, который показывает отклонения экспериментальных данных от уравнения сферы, и не должен превышать 14% [13].

Таблица

**Показатели пространственной модели
попарных различий между четырехлинейными фигурами**

| Показатель | Размерность пространства | | | |
|-----------------------------|--------------------------|-------|-------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Стресс, s | 0,36 | 0,26 | 0,18 | 0,12 |
| Коэффициент корреляции, r | 0,74 | 0,78 | 0,83 | 0,88 |
| Коэффициент вариации, % | — | 18,79 | 14,10 | 9,29 |

Все характеристики пространства с разной размерностью представлены в таблице 1. Наилучшим решением, согласно данным показателям, является четырехмерное решение, так как в этом случае «стресс» имеет минимальное значение, а коэффициент корреляции — максимальное. Допустимая сферичность появляется уже при трехмерном решении, однако значение коэффициента вариации значительно уменьшается при четырехмерном решении. Следовательно, с точки зрения формальных признаков полученная модель четырехлинейных фигур представлена четырехмерной сферой в евклидовом пространстве.

Сферическая модель различения четырехлинейных фигур, представляющих сложные углы. Содержательный анализ структуры полученного пространства в терминах сферической модели различения стимулов Е.Н. Соколова, Ч.А. Измайлова [1; 2; 14] позволил рассматривать многомерную модель распознавания сложных углов как результат объединения двухканальных модулей, различающих сенсорные характеристики изображения, из которых «конструируется» видимое изображение. Сферическая модель сложных углов представлена четырехмерным пространством, декартовы координаты которого соответствуют нейронным каналам, анализирующим сенсорные характеристики изображения. Особенности функционирования двухканального модуля как результата взаимодействия нейронных каналов отражаются в двумерных проекциях точек-стимулов [2; 14]. На рис. 3 показана проекция стимульных точек на двумерную плоскость первой и второй координаты пространства сложных углов. Все стимулы расположились последовательно в зависимости от величины внешнего угла, что демонстрирует график зависимости первой сферической координаты пространства от величины угла (рис. 4). Полученное двумерное пространство углов совпадает с проекциями, полученными в работах [7; 3; 10; 11]. Оси X_1 и X_2 отражают работу двухканального модуля, который анализирует способ разбиения поля зрения на части и определяет взаимное расположение двух границ, пересекающихся в одной точке. В данном случае важным является выделение части поля зрения, которая воспринимается как фигура, а также определение ее размера.

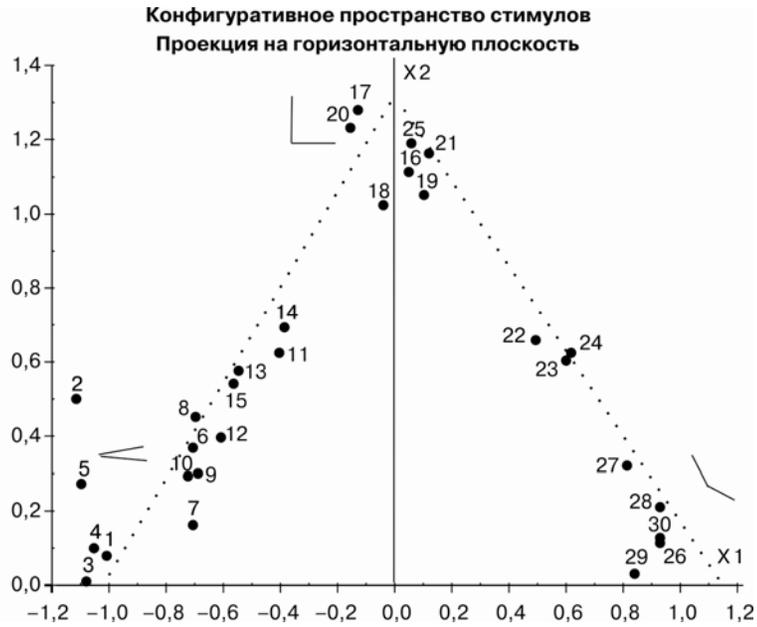


Рис. 3. Проекция точек-стимулов на горизонтальную плоскость четырехмерного конфигурационного пространства

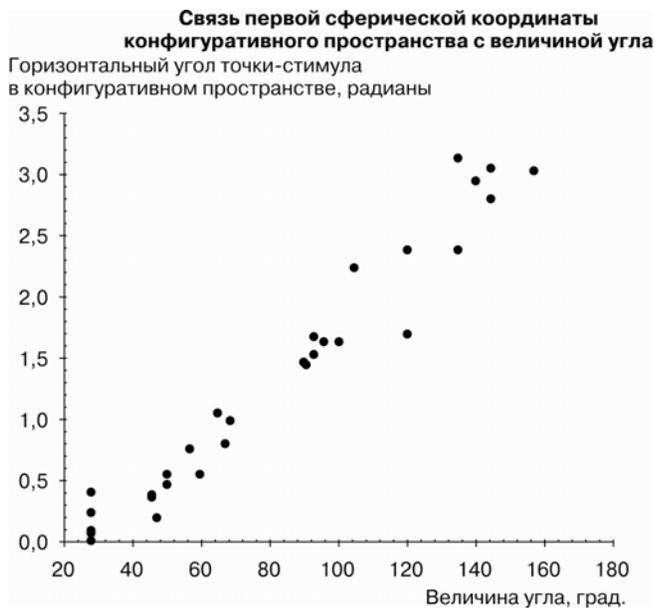


Рис. 4. График зависимости первой сферической координаты пространства от величины угла между линиями

Описанный двухканальный модуль справляется с этой задачей, определяя интегральную характеристику — величину угла между линиями.

Проекция стимульных точек на две другие оси (X3 и X4), отражающие работу другого двухканального модуля, показана на рис. 5. Вторая сферическая координата, характеризующая взаимодействие третьего и четвертого каналов, связана с биссектрисой всей фигуры, которая изменяется в пределах 0—180° (рис. 6). Биссектриса фигуры определяет ее расположение. Ориентация сложного угла детектиру-

ется с помощью двухканального модуля, в котором один канал вычисляет ориентацию всей фигуры относительно горизонтали, а второй — степень асимметричности расположения внешнего и внутреннего углов. Степень асимметричности мы определяли как модуль разности между биссектрисами внешнего и внутреннего углов: чем больше его значение, тем больше выражена асимметричность.

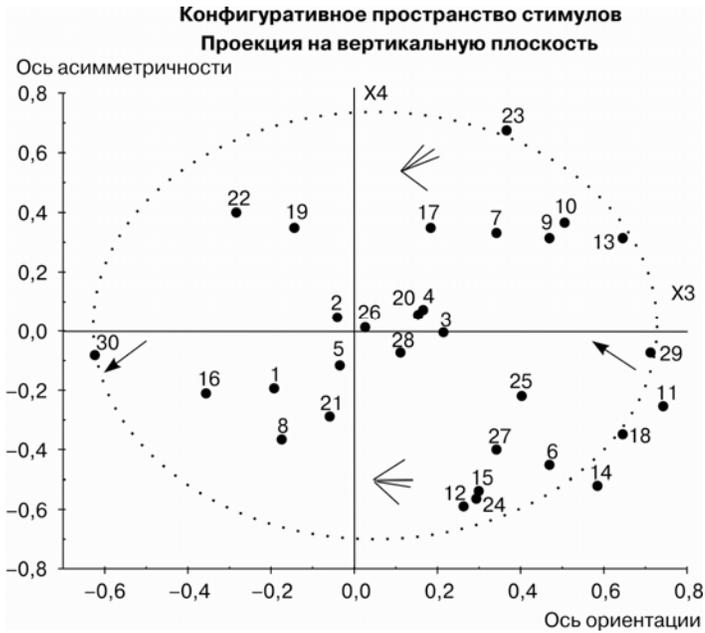


Рис. 5. Проекция точек-стимулов на вертикальную плоскость четырехмерного конфигуративного пространства



Рис. 6. График зависимости второй сферической координаты точки-стимула от биссектрисы фигуры

Согласно сферической модели различения стимулов [1; 14], четырехмерная модель характеризуется тремя сферическими координатами. Для анализа третьей сферической координаты геометрической модели сложных углов спроецировали стимульные точки на двухмерное подпространство, полученное путем преобразования значений точек попарно по первой—второй и третьей—четвертой осям. Они вычислялись по следующим формулам:

$$x1' = (X1^2 + X2^2)^{1/2} \tag{1}$$

$$x2' = (X3^2 + X4^2)^{1/2}, \tag{2}$$

где $x1'$ и $x2'$ — оси двухмерного подпространства, а $X1, X2, X3$ и $X4$ — оси четырехмерного пространства K-образных фигур.

Проекция стимульных точек на двухмерное подпространство сложных углов показана на рис. 7, где все точки занимают правый верхний квадрант плоскости, подобно конфигурации точек в сферической модели цветового зрения [1; 12]. Стимульные точки располагаются в зависимости от различий между внутренним и внешним углом.

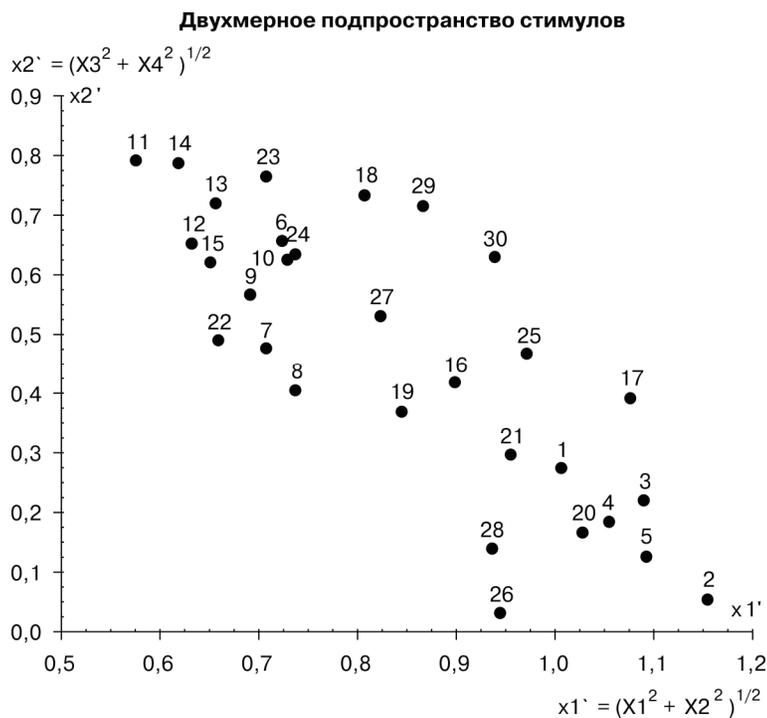


Рис. 7. Проекция точек-стимулов в двухмерном подпространстве

Ближе к нулевому значению располагаются фигуры, характеризующиеся маленькими различиями (до 20°) между внешним и внутренним углом, в середине — фигуры с большими различиями (более 60°), а на положительном полюсе — фигуры с различиями в 25—60°. Следовательно, третья сферическая координата полученного пространства сложных углов анализирует различия между углами.

Полученная модель различения сложных углов характеризуется четырьмя декартовыми координатами и тремя сферическими координатами, отражающими соответственно активность нейронных структур и выделение субъективных признаков изображения. При распознавании сложных углов испытуемые ориентируются на величину угла, ориентацию фигуры и отношение ее частей. Сравнение полученных результатов с предыдущими исследованиями [3—5; 7; 10; 11] указывает на выделение схожих субъективных признаков изображения (ориентация, величина угла) на основе разных комбинаций сенсорных характеристик. Разные комбинации сенсорных характеристик активируют нейронные каналы, результатом взаимодействия которых является многоканальная нейронная сеть, распознающая конкретное изображение. Такая сеть, формируемая по принципу функциональной системы, пластично подстраивается под решение конкретной задачи, определяющей выбор нервных элементов и их сочетаний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Измайлов Ч.А.* Сферическая модель цветоразличения. — М.: Изд-во МГУ, 1980.
- [2] *Измайлов Ч.А., Исайчев С.А., Шехтер Е.Д.* Двухканальная модель различения сигналов в сенсорных системах // Вестник МГУ. Сер. 14 «Психология». — 1998. — Вып. 3. — С. 29—40.
- [3] *Измайлов Ч.А., Ласточкина М.Н., Полянская Г.Н., Соколов Е.Н.* Различение линий и углов зрительной системой // Вестник МГУ. Сер. 14 «Психология». — 1988. — Вып. 1. — С. 41—50.
- [4] *Измайлов Ч.А., Соколов Е.Н., Коришнуова С.Г., Чудина Ю.А.* Геометрическая модель различения ориентаций линии, основанная на субъективных оценках и зрительных вызванных потенциалах // Журнал ВНД. — 2004. — Т. 54. — № 2. — С. 267—279.
- [5] *Измайлов Ч.А., Соколов Е.Н., Едренкин И.В.* Интегрирование простых признаков стимула в нейронных сетях зрительной системы // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. — 2008. — № 5—6. — С. 34—46.
- [6] *Измайлов Ч.А., Черноризов А. М.* Язык восприятия и мозг // Психология (журнал Высшей школы экономики). — 2005. — Т. 2. — № 4. — С. 22—52.
- [7] *Измайлов Ч.А., Чудина Ю.А.* Конфигурационные и категориальные характеристики зрительного восприятия схематических фигур // Вестник РУДН. Серия «Психология и педагогика». — 2004. — № 2. — С. 210—228.
- [8] *Терехина А.Ю.* Анализ данных методом многомерного шкалирования. — М.: Наука, 1985.
- [9] *Уолд Д.* Интерпретация контурных рисунков, изображающих сцены с тенями // Психология машинного зрения / Под ред. П.П. Уинстона. — М.: Мир, 1978.
- [10] *Чудина Ю.А., Измайлов Ч.А.* Конфигурационный механизм различения крестообразных фигур // Вестник РУДН. Серия «Психология и педагогика». — 2011. — № 5. — С. 7—18.
- [11] *Чудина Ю.А.* Конфигурационный механизм различения изображений // Вестник РУДН. Серия «Психология и педагогика». — 2012. — № 1. — С. 85—93.
- [12] *Izmailov Ch.A., Sokolov E. N.* Spherical model of color and brightness discrimination // Psychological Science. — 1991. — V. 2. — P. 249—259.
- [13] *Shepard R.N.* Towards a universal law of generalization for psychological space // Science. — 1987. — V. 237. — P. 1317—1323.
- [14] *Sokolov E.N.* Model of cognitive processes // Advances in Psychological Science / Eds. M. Saggaurin, T. Craik. — V. 2. — Susseccs, UK: Psychol Press, 1998. — P. 355—378.

GEOMETRICAL MODEL OF VISIBLE ANGLE DISCRIMINATION

Yu.A. Chudina

Chair of Social and Differential Psychology
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

The geometrical model of discrimination of four-line diagrammatic representations, made with the multidimensional scaling method of subjective estimations of perceived pairwise differences between pictures is described in the article. The derived geometrical model of the representations, interpreted in terms of Sokolov and Izmailov's spherical model of differentiating stimuli, is presented as a spherical surface in four-dimensional Euclidean space and is characterized by three spherical coordinates. The discrimination of four-line figures is defined by picture configuration characteristics.

Key words: multidimensional scaling, subjective estimations of perceived pairwise differences, four-line diagrammatic representations, two-channel module, spherical model of differentiating stimuli, configuration of picture.