

МАТЕМАТИКИ

МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Ю.С. Владимиров

*Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
Институт гравитации и космологии РУДН*

В рамках обсуждения метафизических оснований математики рассмотрены, во-первых, имеющиеся взгляды на соотношение математики и физики, во-вторых, приведены доводы в пользу понимания физики и математики как своеобразного единого целого, в-третьих, показаны трудности в выяснении оснований математики как самостоятельной дисциплины и, в-четвертых, предложена метафизическая трактовка оснований математики как составной части физики.

Ключевые слова: принципы метафизики, принцип тринитарности, основания физики, основания математики, теория множеств, вещественные и комплексные числа, метаматематика.

Введение

В настоящее время исследования в области фундаментальной теоретической физики вплотную сомкнулись с вопросами, традиционно относящимися к сфере метафизики. Это, прежде всего, относится к обсуждению проблем оснований физики и геометрии. На эту тему ведутся острые дискуссии, собираются специальные конференции. В процессе дискуссий на эту тему удалось наметить ряд метафизических принципов. Среди них ключевую роль играют следующие принципы [1].

1. **Принцип выбора исходных оснований** состоит в выборе одного из двух подходов к реальности: редукционистского или холистического. Первый основан на первичности так или иначе выделенных категорий (элементов, частей), составляющих физическую реальность (целое), а второй состоит в постулировании первичности именно целого, тогда как выделенные из него категории (части) считаются вторичными.

2. Принцип тринитарности, принимающий характер принципа троичности в редукционистском подходе или характер триединства в холистическом подходе. Этот принцип проявился уже в разделении мировой культуры на науку, философию и религию. В физике он сказался в трех видах ключевых категорий (пространства-времени, частиц и полей переносчиков взаимодействий), в трех пространственных измерениях, в трех видах поколений частиц в электрослабых взаимодействиях, в трех хроматических зарядах в хромодинамике и т.д. Особо следует выделить три дуалистические парадигмы в фундаментальной теоретической физике: теоретико-полевою (доминирующую), геометрическую и реляционную, в рамках которых проводились исследования физической реальности в XX веке.

3. Принцип дополнительности, играющий особую роль при редукционистском подходе. В частности, согласно этому принципу, три вышеназванные физические парадигмы не противоречат, а дополняют друг друга. Только учитывая достижения в рамках всех трех парадигм, можно получить наиболее полное представление о физической реальности.

4. Принцип процессуальности, состоящий в проявлениях динамического характера (процессуальности) всей физической картины мира. Этот принцип реализуется в центральной роли уравнений движения в физике, в сущности квантовой теории, описывающей переходы между состояниями микросистем. Этот принцип положен в основу развиваемой в нашей группе бинарной предгеометрии.

Имеется ряд других метафизических принципов, например, принцип целостности, принцип фрактальности и т.д.

Анализ показывает, что в основаниях фундаментальной физики явно проявляются названные принципы, однако при этом неизбежно встает сопутствующий физике не менее важный вопрос об основаниях математики, поскольку построение любой физической теории немислимо без использования соответствующего математического аппарата. Более того, все помнят высказывание Вигнера о «непостижимой эффективности математики». Неоднократно высказывалась точка зрения, что за всякой красивой математической конструкцией (теорией) обязательно кроются какие-то физические проявления.

1. Метафизический принцип тринитарности в математике

Некоторое время автор придерживался мнения, что названные выше ключевые метафизические принципы можно вывести из анализа состояния современной математики. В частности, такая точка зрения подкреплялась явным проявлением в современной математике метафизического принципа тринитарности. Этот факт отображен в ряде подходов к основаниям математики.

Так, в монографии С.К. Клини «Введение в метаматематику» [2] математика представлена опирающейся на систему из трех категорий. Первую

категорию образуют *формальные символы* (принадлежности, равенства, сложения и т.д.), вторую категорию составляют *формальные выражения* (конечные последовательности формальных символов), а третью – конечные *последовательности формальных выражений*.

Как нам представляется, более содержательной является позиция французской математической школы Бурбаки, которые явно выделили в основаниях математики три типа математических структур (три вида отношений), названные порождающими структурами (*les structures-meres*).

1. «То отношение, которое фигурирует в групповых структурах, называют «законом композиции»; это такое отношение между тремя элементами, которое определяет однозначно третий элемент как функцию двух первых. Когда отношения в определении структуры являются «законами композиции», соответствующая структура называется *алгебраической структурой*» [3. С. 252].

2. «Другой важный тип представляют собой структуры, определяющие *отношения порядка*; на этот раз это – отношение между двумя элементами x , y , которое чаще всего мы выражаем словами – x меньше или равно y . <...> Здесь больше не предполагается, что отношение однозначно определяет один из элементов x , y как функцию другого» [Там же].

3. К третьему типу структур отнесены *топологические структуры* (или топология): «...в них находят абстрактную математическую формулировку интуитивные понятия окрестности, предела и непрерывности, к которым нас приводит наше представление о пространстве» [Там же. С. 253].

Отметим, что математики школы Бурбаки предпочли не связывать наличие трех структур с метафизикой, написав: «Мы бы зашли слишком далеко, если бы от нас потребовали проследить те превратности судьбы, которым подвергалась унитарная концепция математики от пифагорейцев до наших дней. Кроме того, это – работа, к которой больше подготовлен философ, чем математик, так как общей чертой всех попыток объединить в единое целое математические дисциплины – все равно идет ли речь о Платоне, о Декарте или Лейбнице, об арифметизации или логистике XIX века – является то, что они делались в связи с какой-либо более или менее претенциозной философской системой, причем исходным пунктом для них всегда служили априорные воззрения на отношения между математикой и двойной действительностью внешнего мира и мира мысли» [3. С. 246].

На первый взгляд, казалось, что все разделы математики можно было бы представить через три возможные комбинации пар этих структур и далее выйти на метафизический принцип дополнительности, как это делается с тремя дуалистическими парадигмами в фундаментальной физике. Однако в математике ситуация оказалась значительно сложнее.

Для выяснения оснований математики оказалось чрезвычайно важным ответить на вопрос о соотношении физики и математики. В частности, этот вопрос был поднят в статье академика В.И. Арнольда [4]:

2. Математика и физика: родитель и дитя или сестры?

Мнения по этому вопросу разделились. Наиболее интересными оказались четыре предлагавшихся ответа.

1. Так, в книге С.К. Клини «Введение в метаматематику» математика отрывается от физики и вообще от какого-либо материального носителя. Так, Клини пишет: «Математика должна изучать формальную систему как систему символов и т. п., которые рассматриваются совершенно объективно. Это означает попросту, что символы и т.п. не должны использоваться для обозначения чего-либо отличного от них самих. Метаматематика смотрит на них, а не через них и не на то, что за ними; таким образом, они являются предметами без интерпретации или значения» [2. С. 62].

Во французской математической школе Бурбаки также склонны считать математику самостоятельной дисциплиной, оторванной от физики.

2. Ряд наших коллег считает более первичной математику. В частности, этой точки зрения придерживается член-корреспондент РАН Волович. Близкие взгляды в последнее время высказывает Ю.И. Кулаков [5], считающий, что вскрытый им математический аппарат теории физических структур способен объяснить все уже открытые физические закономерности и даже те, которые еще предстоит открыть. Нужно лишь достаточно далеко развить эту теорию и далее лишь сумеет физически проинтерпретировать понятия, вскрытые этой математикой.

Профессор А.П. Ефремов также фактически высказывается в пользу первичности математики. Он пишет: «Вообще говоря, “хорошую”, состоятельную теорию можно рассматривать как своеобразный, но достаточно цельный математический раздел. Иными словами, поиск подходящего описания физических вещей и явлений сегодня осуществляется в математической среде. И хоть этот поиск пока остается чисто эвристическим процессом – и на стадии выбора подходящей математической области, и в технологии «подгонки» формул под нужный результат, – тем не менее, можно с определенностью сказать, что средой формирования современных представлений о физических законах является особая «естественная наука» – математика» [6]. В другой своей статье он пишет: «Однако нет никакого сомнения в том, что успех дальнейших процессов познания будет всецело зависеть от того, достанет ли у человечества воли, настойчивости и таланта, чтобы проникнуть в те скрытые пока математические глубины, где имманентно существуют записи всех законов видимого и невидимого, но безусловно реального физического мира» [7].

3. Другая точка зрения – о первичности именно физики была высказана академиком В.И. Арнольдом в упомянутой выше статье [4], написанной в порядке дискуссии с представителями французской группы Бурбаки. В своей статье он отмечал: «Математика – это часть теоретической физики, где эксперименты дешевы». <...> «Первоначально математика создавалась ради реальных практических задач». <...> «Вопрос о соотношении двух наук мно-

го обсуждался. Гильберт, например, явно заявил, что геометрия – это часть физики, поскольку нет никакой разницы между тем, как получает свои достижения геометр и как физик». <...> «Перечислять все замечательные высказывания (Паскаля, Декарта, Ньютона, Гюйгенса, Лейбница) по этому поводу было бы слишком долго...». Из статьи следует, что он считал физику матерью, а математику – дитем.

Еще более определенной позиции в этом плане придерживался физик Я.И. Френкель: «Математика может дать нам в переработанном виде лишь то, что мы сами в нее вложили. Для того чтобы получить новые физические результаты, необходимо – сознательно или бессознательно – вложить в “математическую мясорубку” новые физические идеи, хотя бы в необработанном виде <...> Физические проблемы могут быть решены только физическими средствами. Среди младшего, а подчас и старшего поколения физиков-теоретиков, занимающихся вопросами квантовой теории, возникла целая армия «аппаратчиков» – людей, утративших способность или склонность думать о сущности физических явлений. Нездоровое увлечение формально-математическим аппаратом, формалистический подход к вопросам физической теории приносит ей больше вреда, чем пользы, приучает физиков довольствоваться дешевыми математическими трофеями и забывать о подлинной сущности рассматриваемых проблем» [8. С. 19].

Аналогично высказывался В. Гейзенберг: «Математика – это форма, в которой мы выражаем наше понимание природы, но не содержание. Когда в современной науке переоценивают формальный элемент, совершают ошибку, и при том очень важную...» [9. С. 69].

Приведем также высказывание С. Вайнберга: «Математика сама по себе никогда ничего не объясняет – это лишь средство, с помощью которого мы используем совокупность одних фактов для объяснения других, и язык, на котором мы выражаем наши объяснения» [10. С. 48].

Можно привести ряд других высказываний в пользу первичности именно физики.

4. С приведенными высказываниями в значительной степени следует согласиться, однако с существенной оговоркой: они относятся к состояниям развития физики и математики в момент высказывания позиций. Это означает, что в одни моменты времени более плодотворными оказываются физические идеи, а в другие – математические. Есть достаточно оснований утверждать, что в этом вопросе мы имеем дело со своеобразным проявлением редукционизма – с разделением единой физической сущности на две части: физику и математику.

Уже тот факт, что вскрытые математикой закономерности проявляются в физике, причем в различных ее разделах, говорит о физической, точнее даже метафизической, единой природе этих закономерностей. Это ярко выражено в статье П.А.М. Дирака «Отношение между физикой и математикой». В этой статье Дирак после обсуждения применения математики на разных этапах развития физики – ньютоновой механики, создания сначала

специальной, затем общей теории относительности, в квантовой физике — пришел к выводу: «Чистая математика и физика становятся все теснее, хотя их методы и остаются различными. Можно сказать, что математик играет в игру, в которой он сам изобретает правила, в то время как физик играет в игру, правила которой предлагает Природа, однако с течением времени становится все более очевидным, что правила, которые математик находит интересными, совпадают с теми, которые избрала Природа. Трудно предсказать, каков будет результат всего этого. Возможно, оба предмета в конце концов сольются, и каждая область чистой математики будет иметь физические приложения, причем их важность в физике станет пропорциональна их интересности в математике» [11. С. 159–160].

Следует внести коррективы в слова, что математик «сам изобретает правила» игры. Видимо, здесь речь должна идти о том, что математик своим мышлением, которое также подчиняется законам Природы, выходит иным путем на открытие математических правил, затем оказывающихся соответствующими открытиям физиков.

3. Проблема оснований математики как самостоятельной дисциплины

Если встать на точку зрения о самостоятельном характере математики, независимой от физики, то возникает ряд трудностей в понимании ее оснований. Это подчеркивалось рядом известных математиков.

Так, Герман Вейль писал: «Вопрос об основаниях математики и о том, что представляет собой в конечном счете математика, остается открытым. Мы не знаем какого-то направления, которое позволит в конце концов найти окончательный ответ на этот вопрос, и можно ли вообще ожидать, что подобный “окончательный” ответ будет когда-нибудь получен и признан всеми математиками» [12. С. 51].

О проблемах выявления оснований математики, оторванной от физики и опирающейся на канторовскую теорию множеств, писал математик П. Вольпенка: «...она (канторовская теория множеств) накладывает на математику ограничения, которые не так легко преодолеть. Все структуры, изученные в математике, априори жестко связаны, и роль математика есть просто роль наблюдателя, их описывающего. <...> Это ставит под вопрос роль математики как научного и полезного метода. Математика может быть низведена к простой игре, происходящей в некотором специфическом искусственном мире. Это не опасность для математики в будущем, а непосредственный кризис современной математики» [13].

Отметим, что все это может относиться к взгляду на математику как на самостоятельную дисциплину, не связанную с физикой и не учитывающую метафизические принципы в полном объеме.

Ю.И. Кулаков также считает существующие представления об основаниях математики несостоятельными и призывает к их пересмотру на основе достижений физики. Так, в своей статье «Математические начала естество-

знания (концерт для двух фортепиано с оркестром)» он написал: «В середине XX века была предпринята попытка разделить математику и физику. Последствия оказались катастрофическими (см., в частности, [4]). Математика и теоретическая физика находятся в состоянии глубокого кризиса. Математику нужно строить заново с другого конца, по образу и подобию физики, не с теории множеств и не с аксиом Пеано и аксиом ZFC (Цермело–Френкеля), а с минимального числа абстрактных символов – эйдосов. Языки математики и физики незначительно отличаются друг от друга. Можно найти общий для них алфавит и общую грамматику, что дает возможность описывать физическую реальность на языке абстрактных символов. К счастью, алфавит такого универсального языка очень прост» [14. С. 85].

Судя по обычно излагаемым представлениям о структуре математики, в ней не формируются парадигмы, в рамках которых стремятся охватить весь предмет математики, то есть сейчас трудно говорить о принципе дополнительности подобных парадигм. Вместо этого обычно говорится об отдельных разделах математики, основанных на различных комбинациях структур, сформулированных школой Бурбаки.

Математический мир в целом предлагается строить на основе концепции иерархии названных структур, идя от простого ядра из порождающих структур к сложному. Как пишут Бурбаки, «За пределами этого первоначального ядра появляются структуры, которые можно было бы назвать *сложными* (multiples) и в которые входят одновременно одна или несколько порождающих структур, но не просто совмещенные друг с другом (что не дало бы ничего нового), а органически *скомбинированные* при помощи одной или нескольких связывающих их аксиом» [3. С. 255].

Школой Бурбаки называются отдельные разделы математики с указанием порождающих их структур; например, топологическая алгебра и алгебраическая топология возникают из соединения топологической и алгебраической структур. «Соединение структуры порядка и алгебраической структуры точно также изобилует результатами, приводя, с одной стороны, к теории делимости идеалов, а с другой стороны – к теории интегрирования и к спектральной теории операторов, где точно так же топология играет свою роль. <...> Именно таким образом получают теории классической математики: анализ функций действительной и комплексной переменной, дифференциальную геометрию, алгебраическую геометрию, теорию чисел. Но они теряют свою былую автономность и являются теперь перекрестками, на которых сталкиваются и взаимодействуют многочисленные математические структуры, имеющие более общий характер» [3. С. 256].

Если в физике в основания теоретико-полевой и геометрической парадигм вкладывалось классическое пространство-время, то в основания математики до самого последнего времени стремились положить теорию множеств Кантора. Это обусловило в математике аналогичные трудности, что и с категорией пространства-времени в физике. Об этом писал чешский математик П. Вopenка: «Канторовская теория множеств ответственна за это

ущербное развитие математики... она накладывает на математику ограничения, которые не так легко преодолеть» [13. С. 14].

Существенным моментом всей теории множеств является ее статичность, родственная представлениям Платона о неизменных свойствах мира высшей реальности. Таковая же статичность заключена в классическом пространстве-времени. Эволюция физических систем, помещенных в пространство-время, описывается дополнительным приемом последовательного рассмотрения их состояний на пространственных сечениях, ортогональных линиям времени. Как в свое время заметил Э. Шредингер, публичный успех теории относительности связан со своеобразным способом «приручения» времени, сведением его свойств к пространственным.

В математике понятие процесса можно усмотреть в трактовке бесконечности как возможности повторения операций.

4. Основания математики как раздела физики

Сделаем несколько существенных замечаний о трех видах структур, выделенных в школе Бурбаки.

Во-первых, существенным для развития реляционного подхода в физике является тот факт, что эти структуры являются видами отношений. Напомним, что отношение является ключевым понятием во всем реляционном подходе. Как автору представляется, именно в рамках реляционного подхода возможно решение ключевой задачи XXI века – вывода классических пространственно-временных представлений из понятий и закономерностей микромира.

Во-вторых, три выделенные структуры реализуют три вида простейших отношений: между двумя элементами, между тремя элементами и отношения множеств элементов к любому избранному элементу в рамках бинарного реляционного подхода.

В-третьих, все эти три вида отношений реализуются в теории бинарных систем отношений. Так, заданные в ней два множества элементов находятся в отношении порядка: одно является предшествующим, а второе последующим. Кроме того, можно говорить о проявлении алгебраической структуры в виде связи трех сущностей: (исходное состояние) плюс (конкретное отношение между элементами) равно (конечному состоянию). А третий (топологический) вид отношений можно связать с проявлениями принципа Маха – со всеобщей связью всех элементов системы.

Можно попытаться установить некую (приблизительную) аналогию между тремя математическими структурами и тремя физическими категориями триалистической (квазиньютоновой) парадигмы. Структуру отношений следует соотнести с категорией частиц, поскольку она задается между частицами. Алгебраическую структуру можно соотнести с физической категорией полей переносчиков взаимодействий, поскольку, излучая или поглощая излучение (или под воздействием поля), частицы переходят из одного состо-

нения в другое. А топологическую структуру естественно соотнести с физической категорией пространства-времени.

Исходя из этого соотношения категорий и структур, можно устанавливать (приближенное) соответствие отдельных разделов математики и дуалистических физических парадигм, однако с той разницей, что в физических парадигмах к объединенным парам двух из трех категорий обязательно прибавляется третья категория, тогда как в отдельных разделах математики (во всяком случае, школой Бурбаки) третья категория не называется.

5. Метафизический характер первых трех чисел

Очевидно, что понятие вещественных чисел возникло из повседневного опыта человека, однако в данный момент можно поставить вопрос о метафизических истоках понятия натурального числа и вообще вещественных чисел. В связи с этим уместно произвести краткий экскурс в историю.

Известно, какое большое значение Пифагор и его школа придавали числам. Числа и числовые отношения рассматривались ими как ключ к пониманию мироздания и его закономерностей. В качестве божественного и естественнонаучного Первоначала понималась единица, рассматривавшаяся как начало чисел и как представитель мирового единого и непостижимого.

Пифагорейцы считали, что все то, в чем не обнаруживается «природа» чисел, не может быть предметом познания. В философии Пифагора единица и двойка не считались числами, – они воспринимались как образы двух противоположностей: единого и беспредельного. Первым числом считалась тройка.

Аналогичное отношение к роли числа можно найти и в других культурах. Так, древнекитайские мудрецы считали числа одной из важнейших характеристик бытия, элементами некоего космического кода, с помощью которого структурируется и описывается наш мир. Они полагали, что числа делают вещи познаваемыми, однако вне вещей они не существуют. В Древнем Китае считали, что наибольшим смыслом обладают первые три числа натурального ряда: «Дао порождает единое, единое порождает двоицу, двоица порождает троицу, а троица порождает все множество вещей».

Аналогичная идея в виде догмата Святой Троицы (триединства Первоначала) положена и в основу христианского учения: «Троица еднотелная и нераздельная! Отец, Сын и Святой дух! Один равен трем!».

Современная наука и философия подтверждают ключевой (метафизический) характер трех первых чисел натурального ряда. Продемонстрируем это.

1. Единица (единое)

1. Вслед за учениями древности можно считать, что единица является олицетворением единой обобщенной категории искомой парадигмы (теории), к которой стремится современная фундаментальная физика.

2. Теория классического пространства-времени, на фоне которого строится современная физика, опирается на одно множество точек-событий.

3. Единица – размерность физического времени.

2. Два (двоица)

1. В первом из названных выше принципов метафизики значатся два вида исходных оснований: редукционизм и холизм.

2. В основания древнего китайского философско-религиозного учения положены две сущности: инь и ян, которые олицетворяли множества противоположностей окружающего мироздания. В частности, нечетные числа считались янскими, а четные – иньскими.

3. Бинарная предгеометрия, развиваемая в группе автора на базе бинарных систем комплексных отношений (БСКО), строится на двух множествах элементов.

4. В общепринятой математике используются две пары операций: сложение-вычитание и умножение-деление.

5. В основе метрических отношений геометрии, в том числе и в значительной части предгеометрии, лежат именно парные отношения между элементами одного или разных множеств.

6. Комплексные числа, на основе которых строится бинарная предгеометрия, представляются через пары вещественных чисел.

7. Бинарная система комплексных отношений БСКО минимального ранга (2,2) является подсистемой всех БСКО более высоких рангов.

8. В рамках БСКО ранга (3,3) элементы, составляющие элементарные частицы, описываются двухкомпонентными спинорами.

9. В электродинамике и теории электрослабых взаимодействий массивные частицы описываются парами компонент: левыми и правыми.

10. В рамках бинарной предгеометрии естественным образом обосновывается существование именно двух типов представлений: координатного и импульсного.

11. В общепринятой физике уравнения движения частиц и полей описываются дифференциальными уравнениями второго порядка.

Имеется ряд других свойств физического мироздания, характеризующихся числом два.

3. Три (троица)

1. Вторым из названных выше метафизических принципов значится принцип тринитарности, который в редукционистском подходе соответствует принципу троичности, а в холистическом подходе – принципу триединства.

2. В основе ряда древних философско-религиозных учений, в том числе и христианства, лежит метафизический принцип триединства.

3. В древнем китайском учении даосизме развиваются представления об окружающей реальности на основе триграмм [15].

4. Выдающиеся русские философы В.С. Соловьев, С.Н. Булгаков и другие настаивали на триедином характере философии.

5. В работах В.В. Миронова отмечалось, что метафизика имеет три составные части: онтологию, гносеологию и аксиологию.

6. Согласно Аристотелю, движение определяется тремя факторами: двумя состояниями в возможности и действительности, определяющей переход. Все эти начала положены в основу бинарной предгеометрии.

7. Ключевую роль в бинарной предгеометрии имеет БСКО минимального невырожденного ранга (3,3).

8. В основаниях классической физики лежат три ключевые категории: пространство-время, тела и поля переносчиков взаимодействий, что отражено в трехчленной записи второго закона Ньютона ($ma = F$).

9. Как уже было отмечено, в XX веке развивались три дуалистические физические парадигмы: теоретико-полевая, геометрическая и реляционная.

10. Физическое пространство трехмерно.

11. Время имеет три стадии: прошлое, настоящее и будущее.

12. В космологии рассматриваются три вида космологических решений уравнений Эйнштейна с пространственными сечениями, описываемыми геометрией Евклида, Лобачевского и Римана (пространства с постоянной положительной кривизной).

13. В микромире имеют место три вида физических взаимодействий: электромагнитное, слабое и сильное.

14. В электрослабых взаимодействиях различаются три поколения элементарных частиц.

15. Элементарные частицы (барионы), участвующие в сильных взаимодействиях, состоят из трех кварков. В хромодинамике рассматриваются три вида зарядов.

16. Согласно работам Бурбаки, геометрия основана на трех видах структур: порядка, метрических (алгебраических) и топологических.

17. Как показал Схоутен, имеются три вида обобщений геометрии Римана, описываемых неметричностью, тензором кручения и третьим схоутеном (разностью коэффициентов связности для ко- и контравариантных тензоров).

18. В общей теории относительности системы отсчета характеризуются тремя физико-геометрическими тензорами: вектором ускорения, тензором угловой скорости вращения и тензором скоростей деформаций.

Этот список проявлений тринитарности можно существенно продолжить.

Можно назвать множество примеров порождения других начальных чисел натурального ряда посредством различных комбинаций этих чисел метафизического характера. Так, размерность пространства-времени образована комбинацией $3+1=4$, размерность многомерных моделей – наложением чисел явных и скрытых размерностей, ранги бинарных систем отношений определяются удвоением чисел элементов в каждом из двух множеств и т.д. Более подробно этот вопрос рассмотрен в нашей книге [17. С. 226–232].

А как быть с дальнейшими числами натурального ряда?

6. Метафизические истоки натуральных чисел

В свое время Кронекер провозгласил: «Бог создал целые числа, а все остальное – плод человеческого разума».

Однако в основание канторовской теории множеств заложено понятие вещественного числа со всеми его атрибутами, в частности с понятием «больше-меньше». В связи с этим уместно напомнить, что развитие математики последовательно шло по звеньям следующей цепочки:

**(Целые числа) → (рациональные числа) → (вещественные числа) →
→ (комплексные числа) → (кватернионы) → (октавы)**

Переход от одного звена к другому всякий раз сопровождался ожесточенными дискуссиями. В настоящее время в физике созрели условия для обращения этой цепочки вспять – от рассмотрения чисел с меньшим количеством свойств (например, от комплексных чисел) к числам с более богатыми свойствами (к вещественным числам).

Напомним, что ныне стал актуальным вывод понятий классического пространства-времени и классической физики, описываемых вещественными числами, из понятий и закономерностей физики микромира. А они строятся на базе комплексных чисел. Так, Р. Пенроуз в своих работах говорит о «магии комплексных чисел»: «Особая магия этих чисел проявляется не только в математике, но и сама природа использует эту магию в устройстве Вселенной на самых глубоких уровнях. <...> Однако с чисто математической точки зрения вещественные числа ничуть не “естественнее” комплексных. Учитывая несколько магический математический статус комплексных чисел, вполне можно занять противоположную позицию и считать их более “естественными” (или, если угодно, “данными Богом”), нежели вещественные числа» [16. С. 855]. Это явно противоречит высказыванию Кронекера!

Вот тут-то следует вспомнить бинарную предгеометрию, основанную, во-первых, на комплексных числах и, во-вторых, на метафизических принципах триединства и процессуальности. Добавление к предгеометрии соображений принципа Маха (метафизики электромагнитного излучения всего окружающего мира) позволяет выйти на уравнение Лагерра, а в качестве его собственных значений и возникает ряд натуральных чисел. В конце концов они позволяют приступить к формированию понятий классического пространства-времени и всего прочего.

В связи с этим уместно привести слова из заключительной части ранее уже упоминавшейся статьи Дирака: «Значит, есть возможность, что древняя мечта философов связать всю Природу со свойствами целых чисел будет когда-нибудь осуществлена. Чтобы сделать это, физика должна пройти долгий путь, устанавливая в деталях, как это соответствие должно выглядеть. Одно указание на этот путь развития кажется довольно очевидным, а именно, что изучение целых чисел в современной математике неразрывным обра-

зом связано с теорией функций комплексной переменной, которая, как мы уже видели, с большой вероятностью должна стать основой будущей физики. Разработка этой идеи приведет к связи между атомной физикой и космологией» [11. С. 164].

Таким образом, можно утверждать, что в основании математики, как выделенного из физики подраздела, лежат те же самые метафизические принципы, что и в основании всей физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Владимиров Ю.С.* Метафизика. – М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория базовых знаний, 2009.
2. *Клини С.К.* Введение в метаматематику. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1957.
3. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962.
4. *Арнольд В.И.* Математика и физика: родитель и дитя или сестры // *Успехи физических наук.* – 1999. – Т. 169. – № 12. – С. 1311–1323.
5. *Кулаков Ю.И.* Теория физических структур. – М.: Доминико, 2004.
6. *Ефремов А.П.* Вселенная в себе и пути познания // *Метафизика.* – 2011. – № 1 (1). – С. 111–112.
7. *Ефремов А.П.* Платон. Кант и Хайдеггер о дуальности Вселенной с позиций знания XXI века // *Метафизика.* – 2012. – № 1 (3). – С. 14.
8. *Френкель Я.И.* Сборник «Вопросы теоретической физики». – СПб.: ПИЯФ, 1994.
9. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. – М.: Наука, 1989.
10. *Вайнберг С.* Мечты об окончательной теории. Физика в поисках самых фундаментальных законов природы. – М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2008.
11. *Дирак П.А.М.* Отношение между математикой и физикой // *Метафизика.* – 2015. – № 3 (17). – С. 157–164.
12. *Вейль Г.* Пространство, время, материя. – М.: ЛЕНАНД/URSS, 2015.
13. *Вопенка П.* Актуально бесконечные множества // *Метафизика.* – № 3 (17). – С. 165–173.
14. *Кулаков Ю.И.* Теория физических структур как основание математики и физики // *Метафизика.* – 2018. – № 1 (27). – С. 49–53.
15. *Еремеев В.Е.* Символы и числа «Книги перемен». – М.: АСМ, 2002.
16. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или Законы, управляющие Вселенной. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007.
17. *Владимиров Ю.С.* Метафизика и фундаментальная физика. Кн. 3: Реляционные основания искомой парадигмы. – М.: ЛЕНАНД, 2018.

METAPHYSICAL FOUNDATIONS OF MATHEMATICS

Yu.S. Vladimirov

*Faculty of Physics, Lomonosov State University,
Institute of Gravitation and Cosmology
of Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)*

Within the framework of the discussion of metaphysical foundations of mathematics, first- ly, the existing views on the relationship between mathematics and physics were considered, sec- ondly, arguments in favor of understanding physics and mathematics as a kind of unified whole were given, thirdly, difficulties in clarifying the foundations of mathematics as an independent discipline are shown and, fourthly, the metaphysical interpretation of the bases of mathematics as an integral part of physics is offered.

Keywords: principles of metaphysics, the principle of trinitarian, foundations of physics, foundations of mathematics, set theory, real and complex numbers, metamathematics.