ДИФРАКЦИИ ВОЛНОВОДНЫХ МОД НА СТЫКЕ ПЛАНАРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Кочанова М.А. Севастьянов Л.А.

Российский Университет Дружбы Народов, makochanova@gmail.com, sevast@sci.pfu.edu.ru

Рассматривается процесс дифракции волноводных мод на стыке двух полубесконечных планарных волноводов, регулярных слева и справа от границы раздела. На начальном этапе из рассмотрения исключаются излучательные моды.

Ключевые слова: математическое моделирование, численное моделирование, волноводы.

Введение

Физически волновод представляет собой канал, обеспечивающий распространение электромагнитной волны вдоль некоторой осевой линии с относительно малым затуханием и ограничивающий эту волну в области пространства вблизи оси.

Волноводы искусственного происхождения применяются для передачи энергии или информации (сигналов) различной природы, основываясь на эффекте полного внутреннего отражения.

В открытых планарных волноводах со смешанным (дискретным и непрерывным) спектром существуют направляемые моды, соответствующие точкам дискретного спектра, и излучательные (подложечные и покровные) моды, соответствующие точкам непрерывного спектра [1]. При дифракции волноводных мод на стыке планарного волновода возникают явления, аналогичные преломлению и отражению плоских объемных волн на границе раздела сред [2]

Постановка задачи

Рассмотрим волноведующую систему, представленную на рис. 1.

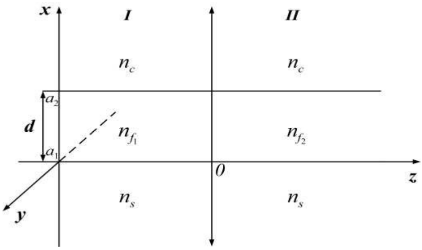

Рис.1. Схематическое изображение стыка двух полубесконечных регулярных вдоль оси *Oz* планарных волноводов.

Показатели преломления слоев $n_s^j, n_{f}^j, n^j; \quad j=1,2$ вещественны. Толщина *d* допускает существование N_1 TE- и TM-поляризованных волноводных мод в I (левой) подобласти и N_2 TE- и TM-поляризованных волноводных мод во II (правой) подобласти, задаваемых компонентами E_y и H_y соответственно: $E^I_{1,\dots,N_1}; H^I_{1,\dots,N_1}$ и $E^{II}_{1,\dots,N_2}; H^{II}_{1,\dots,N_2}$.

Слева на границу раздела набегает выделенная мода, например TE_2^I, описываемая стоячей вдоль оси Ox волной $AE_2^I(x)$. После дифракции на стыке волноводов влево отразятся моды $R^{TE}_j E^I_j(x)$ и $R^{TM}_j H^I_j(x); j = 1,...N_1$. Во второй подобласти (в правой части волновода) будут распространяться моды $T^{TE}_j E^{II}_j(x)$ и $T^{TM}_j H^{II}_j(x)$; $j = 1,..., N_2$.

Здесь A - амплитуда падающей волны, $R^{TE}_j, R^{TM}_j, T^{TE}_j, T^{TM}_j$-амплитуды отраженных и прошедших волн соответственно.

Таким образом, поле в подобласти I – это совокупность полей падающих и отраженных мод. Поле в подобласти 1 будет иметь вид:

$$E^I_y = E^{inc}_y(x, z, t) + E^{ref}_y(x, z, t) \tag{1}$$

Слагаемое $E^{inc}_y(x, z)$ описывает падающие (набегающие на границу раздела подобластей) волны, слагаемое $E^{ref}_y(x, z)$ описывает волны, отраженные от границы раздела подобластей.

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти I (слева) примут вид:

$$E^I_y = AE^I_2(x)\exp\{i(\omega t - k_0\beta^{TE}z)\} + \sum_{j=1}^{N_1} R_j E^I_j(x)\exp\{i(\omega t + k_0\beta_j^{TE}z)\}; \tag{2}$$

$$H^I_y = \sum_{j=1}^{N_1} R_j H^I_j(x)\exp\{i(\omega t + k_0\beta_j^{TM}z)\}.$$

Здесь β - коэффициент фазового замедления.

Поле в подобласти II будет представлять собой совокупность прошедших мод: $E^{II}_y = E^{trans}_y(x,z,t)$.

С учетом граничных условий на бесконечности поля в подобласти II (справа) примут вид:

$$E^{II}_y = \sum_{j=1}^{N_2} T_j E^I_j(x)\exp\{i(\omega t - k_0\beta_j^{TE}z)\}; \tag{3}$$

$$H^{II}_y = \sum_{j=1}^{N_2} T_j H^I_j(x)\exp\{i(\omega t - k_0\beta_j^{TM}z)\}.$$

На границе раздела подобластей I и II должно выполняться равенство тангенциальных компонент.

Для TE-мод:

$$E^{inc}_y(x, z,t) + E^{ref}_y(x, z,t) = E^{trans}_y(x, z, t) \tag{4}$$

Для TM-мод:

$$H^{ref}_y(x, z,t) = H^{trans}_y(x, z,t) \tag{5}$$

На границе раздела подобластей тангенциальными компонентами также являются компоненты H_x для TE-мод и E_x для TM-мод, которые выражаются через E_y и H_y с помощью уравнений Максвелла. Для этих компонент справедливы равенства, аналогичные (4) и (5).

На границе раздела подобластей z=0, на оси Ox тангенциальные компоненты электромагнитного поля E_y и H_x для TE-мод и H_y и E_x для TE-мод совпадают. В силу того, что z=0, множители $\exp(\pm ik_0\beta z) = 1$. Равенство тангенциальных компонент выполняется в любой момент времени, а значит и при $t = 0$, тогда множитель $\exp(i\omega t) = 1$.

Итоговая система уравнений, согласно граничным условиям, примет вид:

$$\begin{gathered}
AE_2^I(x)+\sum_{j=1}^{N_1}R_j^{TE\,I}E_j(x)=\sum_{j=1}^{N_2}T_j^{TE\,II}E_j(x); \quad A\frac{\beta_I}{\mu}E_2(x)-\frac{\beta_{N_1}}{\mu}\sum_{j=1}^{N_1}R_j^{TE\,I}E_j(x)=\frac{\beta_{N_2}}{\mu}\sum_{j=1}^{N_2}T_j^{TE\,II}E_j(x);\\
\sum_{j=1}^{N_1}R_j^{TM}H_j^I(x)=\sum_{j=1}^{N_2}T_j^{TM}H_j^{II}(x); \quad \frac{\beta_{N_1}}{\varepsilon}\sum_{j=1}^{N_1}R_j^{TM}H_j^I(x)=-\frac{\beta_{N_2}}{\varepsilon}\sum_{j=1}^{N_2}T_j^{TM}H_j^{II}(x).
\end{gathered} \tag{6}$$

Наша задача – найти неопределенные амплитудные коэффициенты этой системы уравнений и таким образом определить вклад каждой отраженной или прошедшей моды

Решение задачи

Проделаем следующую процедуру. Спроектируем отрезки функциональных рядов на подпространства биортогонального базиса [2]. Более детально – умножим каждое уравнение системы на комплексно-сопряженные функции к функциям $E_j^I(x);\ E_j^{II}(x);\ H_j^I(x);\ H_j^{II}(x)$, а затем проинтегрируем полученные выражения по всей оси Ox. После чего воспользуемся условием ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix}\vec E\\ \vec H\end{pmatrix}_i(x)\begin{pmatrix}\vec E\\ \vec H\end{pmatrix}_j^*(x)dx=\delta_{ij}^{\alpha\beta};\ \alpha,\beta=I,II \tag{7}$$

Умножив систему уравнений сначала на $E_j^{*I}(x)$ и $H_j^{*I}(x)$ (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по x, получим следующую систему (для удобства запищем ее в матричном виде):

$$\hat A_{4N_1\times 2N_1}\cdot R_{2N_1\times 1}=\hat B_{4N_1\times 2N_2}\cdot T_{2N_2\times 1}-C_{2N_1\times 1} \tag{8}$$

где $\hat A$ и $\hat B$ - блочные матрицы с числовыми элементами, R и T - , векторы неопределенных коэффициентов, C - вектор свободных членов.

Умножив систему на $E_j^{*II}(x)$ и $H_j^{*II}(x)$ (комплексно-сопряженные к функциям в левой части системы) и проинтегрировав по x, получим:

$$\hat D_{4N_2\times 2N_1}\cdot R_{2N_1\times 1}=\hat G_{4N_2\times 2N_2}\cdot T_{2N_2\times 1}-C_{2N_1\times 1} \tag{9}$$

где $\hat D$ и $\hat G$ - блочные матрицы с числовыми элементами.

Итоговая система в матричном виде :

$$P_{4(N_1+N_2)\times 2N_1}\cdot R_{2N_1\times 1}=Q_{4(N_1+N_2)\times 2N_2}\cdot T_{2N_2\times 1}-C_{2N_1\times 1} \tag{10}$$

где P и Q – блочные матрицы, составленные из $\hat A$ и $\hat D$, $\hat B$ и $\hat G$ соответственно.

$$P=\begin{pmatrix}
\int_{-\infty}^{\infty}E_1^I(x)E_1^{*I}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty}E_{N_1}^I(x)E_1^{*I}(x)dx & 0 & \dots & 0\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
-\frac{\beta}{\mu}\int_{-\infty}^{\infty}E_1^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & -\frac{\beta}{\mu}\int_{-\infty}^{\infty}E_{N_1}^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & 0 & \dots & 0\\
0 & \dots & 0 & \int_{-\infty}^{\infty}H_1^I(x)H_1^{*I}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty}H_{N_1}^I(x)H_1^{*I}(x)dx\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty}H_1^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty}H_{N_1}^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx
\end{pmatrix}$$

$$Q=\begin{pmatrix}
\int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x)E_1^{*I}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} E_{N_2}^I(x)E_1^{*I}(x)dx & 0 & \dots & 0\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
-\frac{\beta}{\mu}\int_{-\infty}^{\infty} E_1^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & -\frac{\beta}{\mu}\int_{-\infty}^{\infty} E_{N_2}^I(x)E_{N_2}^{*II}(x)dx & 0 & \dots & 0\\
0 & \dots & 0 & \int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x)H_1^{*I}(x)dx & \dots & \int_{-\infty}^{\infty} H_{N_2}^I(x)H_1^{*I}(x)dx\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
0 & \dots & 0 & \frac{\beta}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty} H_1^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx & \dots & \frac{\beta}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty} H_{N_2}^I(x)H_{N_2}^{*II}(x)dx
\end{pmatrix}$$

Выводы

В данной работе получена система линейных алгебраических уравнений в виде (10), удобном для численного эксперимента, позволяющая определить вклад каждой направляемой моды в описание дифракции волноводных мод на стыке волноводов. В дальнейшем предполагается учесть излучательные моды, соответствующие непрерывному спектру, аналогично тому, как это сделано в работе [3].

Литература

1. *Ayrjan E.A., Egorov A.A., Michuk E.N., Sevastyanov A.L., Sevastianov L.A., Stavtsev A.V.* Representations of guided modes of integrated-optical multilayer thin-film waveguides // Preprint JINR E11-2011-31, Dubna, 2011, 52 P.

2. *R. F. Oulton, D. F. P. Pile, Y. Liu, and X. Zhang.* Scattering of surface plasmon polaritons at abrupt surface interfaces:Implications for nanoscale cavities // Phys. Rev. B **76**, 035408 (2007).

3. *S. F. Mahmoud, J. C. Beal.* Scattering of Surface Waves at a Dielectric Discontinuity on a Planar Waveguide // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **MTT-23**, 193 1975

WAVEGUIDE MODES DIFFRACTION AT A DIELECTRIC DISCONTINUITY ON A PLANAR WAVEGUIDE

Kochanova M.A., Sevastyanov L.A.

Peoples' Friendship University of Russia, makochanova@gmail, sevast@sci.pfu.edu.ru

This work deals with the problem of waveguide mode diffraction at a dielectric discontinuity of two half-infinite planar waveguides that are regular on each side of the waveguide system given. At the beginning radiation modes are excluded from the consideration.

Key words: mathematical modeling, numerical modeling, waveguides.