

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ЛЭМБА

Мусаев В.К.

*Российский университет дружбы народов, musayev-vk@yandex.ru*

*Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования упругих волн напряжений в упругой полуплоскости при сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции. Приводится изменение упругого контурного напряжения на свободной поверхности полуплоскости.*

Ключевые слова: математическое моделирование, волны напряжений, поверхностная волна, свободная поверхность, упругая полуплоскость, дельта функция.

### 1. Введение

Рассматриваются вопросы моделирования с помощью метода конечных элементов волн напряжений в сложных деформируемых телах.

Решается задача о сосредоточенном взрывном воздействии в виде дельта функции на свободной поверхности упругой полуплоскости.

### 2. Некоторые результаты исследований

Предложен квазирегулярный подход к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями и к аппроксимации исследуемой области.

Для аппроксимации по пространственным координатам применяются треугольные конечные элементы с тремя узловыми точками с линейной аппроксимацией упругих перемещений и прямоугольные конечные элементы с четырьмя узловыми точками с билинейной аппроксимацией упругих перемещений.

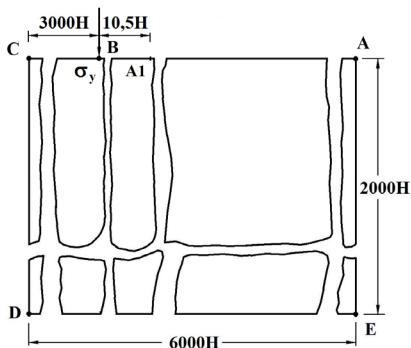


Рис.1. Постановка задачи о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости

Комплекс программ позволяет аппроксимировать исследуемую область по пространственным координатам практически неограниченно.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработана методика, разработан алгоритм и составлен комплекс программ для решения двумерных задач при различных начальных и граничных условиях, для областей сложной формы. Комплекс программ написан на алгоритмическом языке Фортран-90.

Рассматривается задача математического моделирования волн напряжений в упругой полуплоскости. В некоторой точке перпендикулярно свободной поверхности упругой полуплоскости приложено сосредоточенное взрывное воздействие. Воздействие моделируется в виде дельта функции. Задача решается с помощью метода конечных элементов в перемещениях.

Моделирование нестационарных волн напряжений в деформируемых областях рассмотрено в следующих работах [1–20].

Рассмотрим задачу о воздействии сосредоточенной взрывной волны перпендикулярно свободной поверхности упругой полуплоскости (рис. 1).

В точке  $B$  перпендикулярно свободной поверхности  $ABC$  приложено упругое нормальное напряжение  $\sigma_y$ , которое при  $0 \leq n \leq 10$  ( $n = t / \Delta t$ ) изменяется линейно от 0 до  $P$ , а при  $10 \leq n \leq 21$  от  $P$  до 0 ( $P = \sigma_0$ ,  $\sigma_0 = -0,1$  МПа ( $-1$  кгс/см<sup>2</sup>)).

Граничные условия для контура  $CDEA$  при  $t > 0$   $u = v = u|_D = v|_D = 0$ . Отраженные волны от контура  $CDEA$  не доходят до исследуемых точек при  $0 \leq n \leq 500$ . Контур  $ABC$  свободен от нагрузок, кроме точки  $B$ , где приложено сосредоточенное упругое нормальное напряжение  $\sigma_y$ .

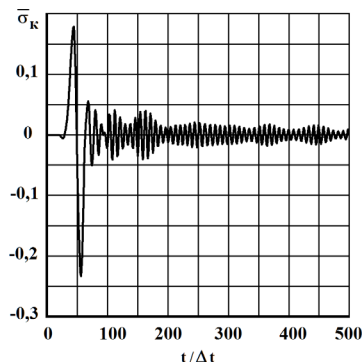


Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  во времени  $t / \Delta t$  в точке  $A1$

Расчеты проведены при следующих исходных данных:  $H = \Delta x = \Delta y$ ;  $\Delta t = 1,393 \cdot 10^{-6}$  с;  $E = 3,15 \cdot 10^4$  МПа ( $3,15 \cdot 10^5$  кгс/см<sup>2</sup>);  $\nu = 0,2$ ;  $\rho = 0,255 \cdot 10^4$  кг/м<sup>3</sup> ( $0,255 \cdot 10^5$  кгс см<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>);  $C_p = 3587$  м/с;  $C_s = 2269$  м/с.

Решается система уравнений из 48032004 неизвестных.

Для примера на рис. 2 приводится изменение упругого контурного напряжения  $\bar{\sigma}_k$  ( $\bar{\sigma}_k = \sigma_k / \sigma_0$ ) во времени  $n$  в точке  $A1$ , находящейся на свободной поверхности упругой полуплоскости.

### 3. Выводы

1. Амплитуда поверхностной волны Релея существенно больше амплитуд продольной и поперечной волн.

2. Оценка безопасности сложных технических объектов по несущей способности при нестационарных волновых воздействиях должна осуществляться с учетом волн Релея.

#### Литература

1. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Ионов В.И., Особлов П.М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975. – 464 с.
3. Musayev V.K. Structure design with seismic resistance foundations // Proceedings of the ninth European conference on earthquake engineering. – Moscow: TsNIISK, 1990. – V. 4-A. – P. 191–200.
4. Musayev V.K. Testing of stressed state in the structure-base system under non-stationary dynamic effects // Proceedings of the second International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics. – Sent Louis: University of Missouri-Rolla, 1991. – V. 3. – P. 87–97.
5. Мусаев В.К. Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. – 1997. – № 1. – С. 87–110.
6. Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. – М.: Физматлит, 2004. – 472 с.
7. Мусаев В.К. Математическое моделирование упругих волн напряжений в сложных деформируемых телах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 62–76.
8. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
9. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
10. Мусаев В.К. Моделирование волн напряжений в сложных областях с помощью метода вычислительной механики // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 44–52.
11. Мусаев В.К. Вычислительный эксперимент в задачах моделирования нестационарных волн напряжений в областях сложной формы // Исследования по теории сооружений. – 2010. – № 2. – С. 138–149.
12. Ситник С.В., Куранцов В.А., Сазонов К.Б., Шепелина П.В., Шиянов С.М. Достоверность результатов численного метода Мусаева В.К. в перемещениях при решении дифракционных задач на круглом свободном и подкрепленном отверстиях // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XIII. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2011. – С. 256–262.
13. Ситник С.В., Сазонов К.Б., Шиянов С.М., Куранцов В.В., Кормилицин А.И. Моделирование волнового напряженного состояния в объектах сложной формы с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XIII. Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2011. – С. 262–268.
14. Мусаев В.К. О моделировании отражения упругих волн напряжений от свободной поверхности деформируемой области // Двойные технологии. – 2012. – № 4. – С. 61–64.
15. Сазонов К.Б., Суцев Т.С., Шепелина П.В., Куранцов О.В., Акатьев С.В. Моделирование нестационарного волнового напряженного состояния в деформируемых объектах с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование

высокотехнологичных систем. Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2012. – С. 332–334.

16. Мусаев В.К. Моделирование контурных напряжений в обделке круглого профиля с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Инновационные технологии в развитии строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 263–271.

17. Суцеев Т.С., Ситник С.В., Савичев В.А., Шепелина П.В., Денисюк Д.А. Сопоставление численного метода Мусаева В.К. в перемещениях с результатами метода динамической фотоупругости при решении дифракционной задачи на круглом свободном отверстии // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 493–496.

18. Ситник С.В., Акатьев С.В., Денисенков А.Н., Савичев В.А., Денисюк Д.А. Достоверность результатов численного метода Мусаева В.К. в перемещениях при решении нестационарной дифракционной задачи на обделке круглого профиля // Инновационные технологии в развитии строительства, машин и механизмов для строительства и коммунального хозяйства, текущего содержания и ремонта железнодорожного пути. Сборник трудов международной научно-технической конференции. – Смоленск: Смоленский филиал МИИТ, 2012. – С. 473–477.

19. Ситник С.В., Куранцов В.В., Куранцов О.В., Шепелина П.В., Акатьев С.В. Решение задачи о воздействии плоской продольной упругой волны на подкрепленное круглое отверстие с помощью численного метода Мусаева В.К. в перемещениях // Безопасность и экология технологических процессов и производств. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Поселок Персиановский Ростовской области: Донской государственный аграрный университет, 2012. – С. 59–62.

20. Мусаев В.К. Математическое моделирование системы «сооружение-окружающая среда» на ударные, взрывные и сейсмические воздействия // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем. Материалы Всероссийской конференции с международным участием. – М.: РУДН, 2013. – С. 197–200.

## MATHEMATICAL MODELING OF STRESS WAVES IN THE PROBLEM OF LAMB

Musayev V.K.

*Peoples' Friendship University of Russia, musayev-vk@yandex.ru*

*Discusses some of the issues numerical simulation of elastic waves of stresses in an elastic half-plane with a concentrated explosive impact in the form of Delta functions. Illustrates changes in the elastic loop voltage on the free surface of a half-plane.*

Key words: mathematical modeling, a wave of voltages, surface wave, free surface, elastic half-plane, Delta function.