



Устойчивость стержней и стержневых систем

ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ

В.В. ГАЛИШНИКОВА, канд. техн. наук, доцент
Российский университет дружбы народов, Москва
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, РУДН

В данной статье рассмотрено современное состояние исследований в области геометрически нелинейного анализа устойчивости пространственных стержневых систем с жесткими узлами (пространственных рам). Описаны основные затруднения, возникающие при формулировке разрешающих уравнений и недостатки, присущие существующим теориям, реализованным в программных комплексах.

Анализ устойчивости гибких, подверженных большим деформациям стержневых конструкций может быть достоверно выполнен лишь в геометрически нелинейной постановке. Автором данной статьи был разработан обобщенный метод геометрически нелинейного расчета пространственных ферм, включающий расчет на большие деформации и потерю устойчивости. Распространение этого метода на стержневые системы с жесткими узлами (пространственные рамы) требует учета ряда дополнительных факторов, серьезно осложняющих задачу.

Особенность поведения пространственных рам по сравнению с пространственными фермами состоит в том, что в их элементах присутствуют изгиб и кручение. При традиционном линейном методе анализа рам узловое перемещение и повороты, вызванные растяжением-сжатием, изгибом или кручением стержней, считаются независимыми друг от друга, и их эффекты суммируются.

Если в расчет вводятся большие перемещения и повороты стержней, то сложность анализа пространственных рам значительно возрастает по сравнению с пространственными фермами. Это вызвано изменением направления осевого перемещения, перемещений изгиба и оси вращения сечения стержня, происходящим при изменении положения и формы стержня под нагрузкой.

Разрешающие уравнения для определения инкрементов перемещений и углов поворота формулируются в мгновенных локальных системах координат элемента. Преобразование функций продольных и поперечных перемещений и поворотов к исходной локальной системе координат представляет значительную сложность, так как гипотезы, применяемые при моделировании физического поведения стержня, приводят к различным функциям для продольных деформаций, деформаций изгиба и поворотов сечений. Эти функции не могут быть приведены к единой системе координат.

Ввиду сложности анализа поведения пространственных рам, неудивительно, что эта тема не получила широкого освещения в литературе. В широко известной монографии Зенкевича [11] пространственные рамы не рассматриваются.

В монографии Бельчко [1] стержни рассматриваются как пространственные элементы, однако не рассматривается их кручение. Риггерс в своей монографии [9] рассматривает двумерные стержневые элементы, но не касается пространственных стержневых систем.

В диссертации Вагнера [8] не рассмотрены стержневые системы. Монография Вундерлиха [10] включает формулировку теории пространственных стержневых систем первого порядка и ее реализацию в методе конечных элементов, но не включает теорию второго порядка (больших перемещений).

В монографии Кришнамурти [3] рассматривается суперпозиция линейного растяжения, изгиба и крутильной жесткости элемента пространственной стержневой системы, но не рассматриваются большие перемещения.

Монография Редди [6] содержит главу "Нелинейный изгиб прямых стержней", в которой рассматривается изгиб в одной плоскости, но не рассматривается кручение и стержневые системы.

В монографии Ройка [7] выполнено обобщение имеющихся на тот момент достижений. В ней выводятся основные уравнения теории стержневых систем первого и второго порядка, которые позволяют учесть растяжение, изгиб, равномерное кручение, депланацию и различие между центром тяжести и центром вращения сечения. Эта работа ориентирована на мостовые конструкции и в ней для численных решений используется метод Рунге.

Крисфилд в своей монографии "Nonlinear Finite-Element Analysis of Solids and Structures" ("Нелинейный анализ твердых тел и конструкций по методу конечных элементов") [2] применяет коротационный метод Орана [4], [5] для анализа поведения плоских стержневых систем. В той же монографии разработан трехмерный стержневой элемент для пространственной стержневой системы.

Однако метод Крисфилда не позволяет учесть взаимодействие между осевой силой и изгибающим моментом, вызванным кривизной деформированного стержня в мгновенной конфигурации. Эта особенность метода приводит к необходимости моделировать элемент рамы несколькими конечными элементами, так как один элемент не дает возможности определения потери устойчивости (выпучивания) стержня. Использование в компьютерной модели для каждого физического стержня пространственной рамы нескольких конечных элементов имеет существенные недостатки. Количество элементов, которые необходимо генерировать, и свойства которых необходимо описать, значительно возрастает. Кроме того, значительно возрастает также количество переменных в уравнениях системы, а, следовательно, и объем памяти и количество операций, необходимых для решения этих уравнений. Кроме того, возрастают затраты на представление и интерпретацию результатов анализа пространственной рамы.

Целью исследования, выполняемого автором в настоящее время, является разработка теории устойчивости пространственных рам и ее конечно-элементная реализация, которая была бы свободна от описанных выше недостатков. Как и при линейном анализе пространственной стержневой системы, каждый стержень конструкции будет представлен в компьютерной модели одним конечным элементом без уменьшения надежности и точности анализа устойчивости пространственной стержневой системы. Такой способ моделирования назван одноэлементным подходом.

Подробный обзор литературы не выявил формулировки конечного элемента, позволяющего применить в анализе устойчивости стержневых систем одно-

элементного подхода. Описание нового метода и выводы основных формулировок будут представлены в последующих статьях.

Л и т е р а т у р а (R e f e r e n c e s)

1. Belytschko, T.; Liu, W.; Moran, B. (2000). *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, New York. ISBN 978-0471-98774-1.
2. Crisfield, M.A. (1997). *Nonlinear finite-element analysis of solids and structures*, Vol. 1&2, 1997. New York: Wiley. ISBN 0-471-97059.
3. Krishnamoorthy, C.S. (1994). *Finite Element Analysis*. Tata McGraw-Hill, New Delhi, 1994. ISBN 0-07-462210-2.
4. Oran, C. (1973). Tangent stiffness in space frames, Proc. ASCE, *J. Struct. Div.*, 99, St. 6, 973-985.
5. Oran, C.; Kassimali, A. (1976). Large deformations of framed structures under static and dynamic loads, *Computers structs.*, 6, 539-547.
6. Reddy, J. (2004). *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. Oxford University Press. ISBN 0-19-852529-X 978-0-10-852529-5.
7. Roik, K.; Carl, J.; Lindner, J. (1972). *Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe*. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1972. ISBN 34 33 00510 9.
8. Wagner, W. (1991). *Zur Behandlung von Stabilitätsproblemen der Elastostatik mit der Methode der Finiten Elemente*. Habilitationsschrift, Universität Hannover.
9. Wriggers, P. (2001). *Nicht-lineare Finite-Element-Methoden Springer*, Berlin, 2001. ISBN 3-540-67747-X.
10. Wunderlich, W.; Kiener, G. (2004). *Statik der Stabtragwerke*, Teubner Verlag, Wiesbaden. ISBN 3-519-05061-7.
11. Zienkiewicz, O.C. (1979). *The Finite Element Method (Third edition)*, Tata McGraw-Hill, New Delhi, 1979.

**PROBLEMS IN GEOMETRICALLY NONLINEAR STABILITY ANALYSIS
OF SPACE FRAMES**

V. V. Galishnikova

Peoples' Friendship University of Russia

State of the art in geometrically nonlinear analysis of space frames is presented in the paper. The main difficulties that arise in formulation of incremental equations and the main drawbacks of existing methods are described.

KEY WORDS: space trusses, stability analysis, geometrical nonlinearity, finite element formulation, single element approach.