# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОРМЫ НОСИТЕЛЯ ПЛОТНОСТИ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ ТЕЛ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ ПО ДАННЫМ НА НЕПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Пономаренко Е.Ю., Сибелев Н.С.*

*Российский университет дружбы народов, ponomarenko.e.yu@gmail.com*

***Данная работа посвящена рассмотрению одного из случаев нахождения устойчивого решения некорректных задач продолжения потенциального поля.***

Ключевые слова: некорректные задачи, потенциальное поле, уравнение Фредгольма первого рода, метод регуляризации Тихонова.

## Введение

Рассматривается потенциальное поле **E в** $R^3$. Источники этого поля имеют плотность $\rho_0$ , которая неизвестна, и постоянную толщину. Форма тела описана характеристической функцией $\chi_L$ , где

$$L \subset \Pi = (0,l_x) \times (0,l_y),$$

$$d = \{z : -H - h < z < -H\} \subset R^1$$

Тогда плотность рассматриваемого тела будет иметь вид:

$$\rho(x, y, z) = \rho_0 \chi_L(x, y)\chi_d(z),(x, y, z) \in G, \qquad (1)$$
$$G = \Pi \times R^1.$$

Задано значение $\mathbf{E}^0$ на поверхности

$$S = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) = z\},$$

$$F \in C^1, S \cap Supp\rho = \varnothing$$

Задача заключается в восстановлении поля **E** в области, не содержащей источников:

$$D(F, H) = \{(x, y, z) : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, F(x, y) < z < H\},$$

$$D(F, H) \cap Supp\rho = \varnothing,$$

Рассмотрена векторная задача

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot} \mathbf{E}(M) = \mathbf{0}, \quad M \in D(F, H), \\ &\operatorname{div} \mathbf{E}(M) = \mathbf{0}, \\ &\mathbf{E}|_S = \mathbf{E}^0, \\ &[\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{x=0,l_x} = 0, \\ &[\mathbf{n}, \mathbf{E}]|_{y=0,l_y} = 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

которая представляет собой три скалярные задачи – задачи Коши для уравнения Лапласа для компонент поля **E**.

## Нахождение точного решения

Решение $E_z$ представимо в виде

$$E_z(M) = v_z(M) - \Phi_z(M).$$

Предположим, вместо точного значения $E_z^0$ задано приближенное $E_z^{0,\delta}$. Таким образом, задача нахождения приближенного устойчивого значения компоненты $E_z$ поля **E** сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода, относительно функции $v_{z,H}(P)$.

$$\int_{\Pi(H)} G_H(M,P)v_{z,H}(P)\, dx_P dy_P = \Phi_z(M), M \in \Pi(a). \tag{3}$$

## Нахождение устойчивого решения с помощью метода регуляризации Тихонова

С помощью метода регуляризации Тихонова находится устойчивое решение уравнения (3), которое по теореме сходимости [1, 2] сходится к точному решению задачи (2).

Используя найденное значение $E_z^0$, решается интегральное уравнение

$$\int_{\Pi} K(M,P)\chi_L(P)d\sigma_P = E_z^0(M), M \in \Pi(a)$$

относительно функции $\chi_L(P)$, которая определяет форму носителя плотности потенциала.

## Выводы

Рассмотрена задача продолжения потенциального поля **E** в цилиндре $D(F\ ;\ H\ )$, не включающей источник, имеющий постоянную толщину и вид (1). С помощью метода регуляризации Тихонова получено устойчивое приближенное решение некорректной задачи, которое сходится к точному. По полученному значению находится значение характеристической функции, которая описывает форму носителя плотности потенциала.

## Литература

1. *Ланеев Е.Б.* Некорректные задачи продолжения гармонических функций и потенциальных полей и методы их решения: Учеб.пособие.,- М.: Изд-во РУДН, 2006.
2. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.,* Методы решения некорректных задач.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. Изд. 2-е.

## RESTORATION OF THE SHAPE OF POTENTIAL DENSITY SUPPORT FOR CONSTANT THICKNESS OBJECTS IN A CONTINUOUS MEDIUM

*Ponomarenko E.Yu., Sibelev N.S.*
*Peoples' Friendship University of Russia, ponomarenko.e.yu@gmail.com*

***The purpose of this work is the one of cases of finding a stable approximate solution of ill-posed problems of the potential field.***

Key words: ill-posed problem, potential field, Fredholm integral equation of the first kind, Tikhonov regularization method.